

UNIVERSIDADE SÃO FRANCISCO
Curso de Pós-graduação *Stricto Sensu* em Educação

ROSANGELA ELIANA BERTOLDO FRARE

**GEOMETRIA ARTICULADA AO USO DO SOFTWARE SWEET HOME
3D: MOBILIZAÇÃO E CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS NO 2º ANO
DO ENSINO MÉDIO**

Itatiba
2015

ROSANGELA ELIANA BERTOLDO FRARE - R.A. 002201401035

**GEOMETRIA ARTICULADA AO USO DO SOFTWARE SWEET HOME
3D: MOBILIZAÇÃO E CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS NO 2º ANO
DO ENSINO MÉDIO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Daniela Dias dos Anjos

Itatiba
2015

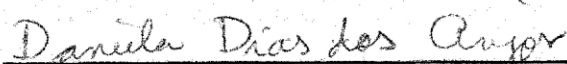
371.399.514 Frare, Rosangela Eliana Bertoldo.
F918g Geometria articulada ao uso do Software Sweet Home 3D: mobilização e construção de conceitos no 2º ano do ensino médio / Rosangela Eliana Bertoldo Frare. – Itatiba, 2015.
252 p.

Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco.
Orientação de: Daniela Dias dos Anjos.

1. Ensino médio. 2. Resolução de problemas.
3. Geometria. 4. Medidas. 5. Software Sweet Home 3D.
I. Anjos, Daniela Dias dos. II. Título.

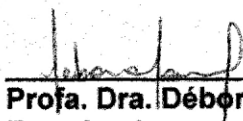
UNIVERSIDADE SÃO FRANCISCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO STRICTO SENSU
EM EDUCAÇÃO

Rosângela Eliana Bertoldo Frare defendeu a dissertação "GEOMETRIA ARTICULADA AO USO DO SOFTWARE SWEET HOME 3D: MOBILIZAÇÃO E CONSTRUÇÃO DE CONCEITOS NO 2º ANO DO ENSINO MÉDIO" aprovada no Programa de Pós Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco em 09 de outubro de 2015 pela Banca Examinadora constituída pelos professores:



Profa. Dra. Daniela Dias dos Anjos
Orientadora e Presidente

____ Participação por videoconferência _____
Prof. Dr. Arthur B. Powell
Examinador



Profa. Dra. Débora Dainez
Examinadora



Profa. Dra. Adair Mendes Nacarato
Examinadora

*A todos os meus alunos dos 2ºs anos B e C do
Ensino Médio do ano de 2014, sem os quais
esta “construção” não seria possível.
Compartilhamos saberes, experimentamos o
novo, enfrentamos desafios... Sempre juntos...
Arregaçamos as mangas, pusemos as mãos na
massa e o nosso projeto se concretizou.*

AGRADECIMENTOS

Durante todo o percurso deste trabalho, há muitos a quem devo agradecer.

Sou grata a **Deus**, por me dar saúde, coragem, persistência para vencer mais esta etapa da minha vida.

Aos meus **pais** e, em especial ao meu **irmão**, pelos momentos em que não pude estar presente e ajudando nas tarefas do sítio.

Ao meu **esposo Marcelo**, pelo incentivo, companheirismo e paciência nos momentos em que estive ausente e debruçada nos livros, nos dados da pesquisa e nos *notebooks*.

Aos meus **alunos do 2º B e 2º C do ano de 2014**, que aceitaram participar desta pesquisa, colaboraram levando seus *notebooks* todos os dias para a aula e me ajudaram a cuidar dos dados que estavam produzindo. A eles agradeço também pela oportunidade de aprendermos juntos.

Aos **professores, gestores e funcionários da escola em que desenvolvi a pesquisa**, pelas contribuições, paciência e compreensão quando demorava na troca de aulas, por estar tão envolvida com os alunos nas tarefas e esquecer-me da hora.

Ao **colega Marcelo Vicentin**, por me aconselhar a entrar no Mestrado desta Universidade e me ajudar no esclarecimento de muitas dúvidas.

À **Escola Estadual Profª. Maria José Moraes Salles**, pelo parecer favorável a meu afastamento do cargo durante esses dois anos em que necessitei de maior disponibilidade de tempo.

À **Escola Estadual Prof. José Tavares**, pelo apoio, sempre que necessário.

Ao **Governo do Estado de São Paulo**, pela concessão da Bolsa Mestrado.

Aos **professores da linha de Matemática**, por acreditar em mim e aceitar o meu ingresso como aluna regular.

Aos **professores das disciplinas cursadas**, pelas contribuições e pelo aprendizado proporcionado durante as aulas.

Aos **colegas do grupo de orientandos, do GRUCOMAT e das disciplinas de Mestrado**, pelas experiências compartilhadas.

À **Profª. Drª. Regina Célia Grandó**, que participou da elaboração inicial deste trabalho. Suas dicas, seus ensinamentos, mesmo tendo ela deixado de ser minha orientadora, vão sempre fazer parte da minha vida, assim como fizeram parte deste trabalho.

À **Profª. Drª. Daniela Dias dos Anjos**, pelas contribuições como orientadora na finalização deste trabalho, pela dedicação e prontidão em me atender sempre que necessário.

À **Profª. Drª. Adair Mendes Nacarato**, com quem aprendi muito e continuo aprendendo, pelas tantas vezes que se disponibilizou a me ajudar e pelas sugestões e críticas como membro da Banca.

Ao **Prof. Dr. Arthur B. Powell**, por me conceder a honra de tê-lo como membro da Banca e por trazer ricas contribuições e ensinamentos no Exame de Qualificação, proporcionando reflexões sobre o processo vivenciado.

À **Profª. Drª. Denise Filomena Bagne**, que, como suplente do membro externo da Banca, deixou suas sugestões para o fechamento do texto.

Enfim, agradeço a todos os que, de maneira direta ou não, contribuíram para a realização deste trabalho.

*Enquanto ensino continuo buscando,
reprocurando. Ensino porque busco, porque
indaguei, porque indago e me indago.
Pesquisa para constatar, constatando,
intervenho, intervindo educo e me educo.
Pesquisa para conhecer o que ainda não
conheço e comunicar ou anunciar a novidade.*

(FREIRE, 1996, p.32)

FRARE, Rosangela Eliana Bertoldo. **Geometria articulada ao uso do Software Sweet Home 3D: Mobilização e Construção de Conceitos no 2º Ano do Ensino Médio.** (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Linha de Pesquisa: Educação, Sociedade e Processos Formativos. Itatiba, SP: Universidade São Francisco, 2015. 252 p.

RESUMO

O presente trabalho tem como objeto de investigação o processo de ensino e aprendizagem de matemática, desencadeado por uma sequência de tarefas envolvendo a geometria articulada ao uso do *software Sweet Home 3D*, com alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual situada numa cidade do interior do Estado de São Paulo. Esta pesquisa se baseia na abordagem qualitativa e se constituiu uma pesquisa na própria prática. Para o desenvolvimento da investigação utilizamos o *Sweet Home 3D* (*software* de construção de plantas baixas e visualização em 3D) e a resolução de problemas e buscamos analisar o movimento da sala de aula, dos alunos e da professora-pesquisadora, durante o desenvolvimento das tarefas envolvendo a geometria articulada ao uso de *software* e identificar os conceitos geométricos ali mobilizados e construídos. Os procedimentos metodológicos incluem as transcrições das audiogravações, os arquivos com as construções usando o *software*, o diário de campo da professora-pesquisadora e os apontamentos dos alunos no caderno. A análise obedeceu a três categorias: a primeira refere-se ao movimento da sala de aula, a segunda aos conhecimentos geométricos mobilizados e construídos durante a realização da pesquisa e a terceira, às reflexões da professora-pesquisadora. Como resultados destacamos a importância da mediação, da problematização e dos registros no movimento de sala de aula para a elaboração e (re)significação conceitual e a variedade de conceitos e procedimentos de resolução envolvendo medidas de comprimento, geometria e grandezas geométricas suscitadas pela resolução de problemas e a utilização do *software*. Além disso, a pesquisa revelou que a matemática deve fazer sentido para os alunos, que a tecnologia pode mobilizar uma classe para aprender matemática e que, apesar das condições mais adversas, é possível fazer a diferença na sala de aula. Possibilitou a mobilização e a construção não apenas de saberes matemáticos escolares, mas também de saberes não escolarizados. Evidenciou o papel da pesquisa para a reflexão da professora sobre sua própria prática, contribuindo, assim, para seu aprendizado e seu desenvolvimento profissional.

Palavras-chave: Ensino Médio. Resolução de problemas. Geometria. Medidas. *Software Sweet Home 3D*.

FRARE, Rosangela Eliana Bertoldo. **Articulated geometry to use the software Sweet Home 3D: Mobilization and Construction of Concepts in the 2nd year of High School.** (Masters dissertation). Graduate Program Stricto Sensu in Education, Research Field: Education, Society and Formative Processes. Itatiba, SP: Universidade São Francisco, 2015. 252 p.

ABSTRACT

This work is the object of investigation of teaching and learning process of mathematics, triggered by a sequence of tasks involving articulated geometry to use Sweet Home 3D software, with students of the 2nd year of High School from a public school located in a city in the state of São Paulo. This research is based on qualitative approach and constituted a search in their own practice. For the development of research we use Sweet Home 3D (building software floor plans and 3D) and the problem solving and we analyze the movement of the classroom, the students and the teacher-researcher for the development of tasks involving the articulated geometry to the use of software and identifying the geometrical concepts built and deployed there. The methodological procedures include transcripts of audio recordings, files with the buildings using the software, the field diary of the teacher-researcher and student's notes in the copybook. The analysis followed the three categories: the first refers to the movement of the classroom, the second to geometric knowledge mobilized and built during the research and the third, to the reflections of the teacher-researcher. The results highlight the importance of mediation, questioning and records in class movement for the development and (re) conceptual significance and the variety of concepts and procedures that involve length measurements, geometry and geometrical raised by resolution problems and the use of the software. In addition, the survey revealed that mathematics should make sense to students, that technology can mobilize a class to learn mathematics and that, despite the most adverse conditions, the teacher can make a difference in the classroom. It led the mobilization and construction not only of school mathematical knowledge but also knowledge of unschooled. Also highlighted the role of research for teacher reflection on their own practice, thus contributing to their learning and professional development.

Keywords: High School. Problem solving. Geometry. Measures. Software Sweet Home 3D.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FOTOS

Foto 1: Alunos do 2º C.....	39
Foto 2: Alunos do 2º B.....	39
Foto 3: Alunos apresentando suas construções na sala de vídeo.....	51

FIGURAS

Figura 1: Painéis do <i>Sweet Home 3D 4.4</i>	44
Figura 2: Capa dos cadernos de registros do 2º B e do 2º C.....	57
Figura 3: O processo de observação.....	58
Figura 4: A casa do cadeirante projetada pelo G3.....	70
Figura 5: Problema proposto sobre a casa do cadeirante.....	73
Figura 6: Registro do G3 sobre a casa dos sonhos.....	77
Figura 7: A casa dos sonhos projetada pelo G3.....	77
Figura 8: Problema formulado pelo G3 sobre a casa dos sonhos.....	78
Figura 9: Solução apresentada pelo G1 ao problema formulado pelo G3.....	79
Figura 10: Registro do G1 sobre a casa dos sonhos.....	85
Figura 11: Início da casa dos sonhos projetada pelo G1.....	85
Figura 12: A casa dos sonhos projetada pelo G1.....	86
Figura 13: Parte da explicação dada por William para o G2.....	87
Figura 14: Registro do G2 sobre a casa dos sonhos.....	88
Figura 15: A casa dos sonhos projetada pelo G2.....	88
Figura 16: Registro do G12 sobre a cozinha projetada.....	95
Figura 17: Registro do G8 sobre a casa do cadeirante.....	96
Figura 18: Registro do G7 sobre a casa do cadeirante.....	97
Figura 19: Registro do G5 sobre a casa do cadeirante.....	97
Figura 20: Registro do G2 sobre a casa do cadeirante.....	98
Figura 21: Registro do G9 sobre a casa do cadeirante	99
Figura 22: Problema proposto sobre a cozinha projetada	100
Figura 23: Registro do G1 sobre a cozinha projetada.....	101

Figura 24: Registro do G2 sobre a casa do cadeirante.....	102
Figura 25: Registro do G10 sobre a casa do cadeirante.....	102
Figura 26: Registro do G8 sobre a casa da dona Silvia.....	103
Figura 27: Registro do G4 sobre a casa do cadeirante.....	103
Figura 28: Registro do G4 sobre a cozinha projetada na tabela de problemas.....	104
Figura 29: Registro do G5 sobre a cozinha projetada na tabela de problemas.....	105
Figura 30: Resposta do G4 para o problema proposto sobre a casa da Dona Silvia..	106
Figura 31: Resposta do G2 para o problema proposto sobre a casa da Dona Silvia..	107
Figura 32: Problema formulado pelo G5 sobre a casa dos sonhos.....	110
Figura 33: Problema formulado pelo G7 sobre a casa dos sonhos.....	111
Figura 34: problema formulado pelo G3 sobre a casa dos sonhos.....	112
Figura 35: Escrita e (re)escrita do problema formulado pelo G7 sobre a casa dos sonhos.....	113
Figura 36: Problema formulado pelo G6 sobre a casa dos sonhos.....	115
Figura 37: Registro do G1 sobre o problema formulado pelo G6.....	116
Figura 38: Registro final do G7.....	117
Figura 39: Registro final do G9.....	118
Figura 40: Registro final do G6.....	119
Figura 41: Registro final do G2.....	120
Figura 42: Registro final do G5.....	121
Figura 43: Janela “Preferências”.....	133
Figura 44: A cozinha projetada pelo G4 e as especificações da janela.....	136
Figura 45: A cozinha projetada pelo G6 e as especificações do “buraco”.....	138
Figura 46: A casa do cadeirante projetada pelo G11 e pelo G12.....	141
Figura 47: Registro do G2 sobre a casa do cadeirante.....	141
Figura 48: A casa do cadeirante projetada pelo G4.....	150
Figura 49: Problema proposto sobre a casa do cadeirante	155
Figura 50: Janela “Modificar paredes”.....	163
Figura 51: Início da construção da casa da Dona Silvia pelo G3.....	164
Figura 52: A casa da Dona Silvia projetada pelo G3.....	165
Figura 53: Resposta do G8 para o problema proposto sobre a casa da Dona Silvia..	167
Figura 54: Resposta do G12 para o problema proposto sobre a casa da Dona Silvia	168
Figura 55: Registro do G7 sobre a casa dos sonhos.....	169

Figura 56: A casa dos sonhos projetada pelo G7.....	170
Figura 57: Problema formulado pelo G4 sobre a casa dos sonhos.....	172
Figura 58: A casa dos sonhos projetada pelo G4.....	172
Figura 59: Resolução do G3 e correção do G4 ao problema formulado.....	173
Figura 60: Problema formulado pelo G8 sobre a casa dos sonhos.....	175
Figura 61: Primeira versão do problema formulado pelo G8.....	175
Figura 62: A casa dos sonhos projetada pelo G8.....	176
Figura 63: Resolução do G10 e correção do G8 ao problema formulado.....	177
Figura 64: Registro formulado pelo G11 sobre a casa dos sonhos.....	178
Figura 65: A casa dos sonhos projetada pelo G11.....	179
Figura 66: Resolução do G11 e correção do G7 ao problema formulado.....	179

QUADROS

Quadro 1: Dimensões e principais recursos de uma sala de aula de matemática com sentido.....	23
Quadro 2: Organização dos alunos em grupos.....	37
Quadro 3: Organização dos <i>notebooks</i> e <i>pen drives</i> utilizados por cada um dos grupos.....	40
Quadro 4: Problema 1.....	46
Quadro 5: Problema 2.....	46
Quadro 6: Problema 3.....	47
Quadro 7: Passos da Etapa III.....	48
Quadro 8: Aparelhos utilizados para audiograções em cada grupo.....	54
Quadro 9: Símbolos utilizados para os diferentes tipos de registros.....	61
Quadro 10: Categorias de análise.....	63

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	15
A trajetória pessoal, escolar, acadêmica e profissional da professora-pesquisadora.....	15
A trajetória de construção da problemática da pesquisa.....	18
CAPÍTULO 1: MATEMÁTICA COM SENTIDO: A COMPREENSÃO A PARTIR DA REFLEXÃO E DA COMUNICAÇÃO.....	22
1.1 Dimensões de uma sala de aula em que predomina o ensino e a aprendizagem da matemática com compreensão.....	22
CAPÍTULO 2: METODOLOGIA: A CONSTRUÇÃO DE UMA INVESTIGAÇÃO.....	30
2.1 Abordagem qualitativa da pesquisa.....	31
2.2. O ambiente de investigação.....	32
2.2.1 A cidade e a escola	32
2.2.2 Sujeitos da investigação.....	34
2.2.3 Da sala de informática ao uso de <i>notebooks</i> na sala de aula: uma adaptação necessária.....	35
2.2.4 A organização dos alunos no ambiente de investigação.....	37
2.2.5 A organização da pesquisa.....	41
2.3 O alicerce da pesquisa.....	41
2.3.1 O <i>software Sweet Home 3D</i>	42
2.3.2 A sequência de tarefas na perspectiva da resolução de problemas.....	44
2.4 Os procedimentos metodológicos de produção dos dados.....	49
2.4.1 As tarefas realizadas pelos alunos.....	49
2.4.1.1 Construções com o <i>software</i>	50
2.4.1.2 Resolução de problemas.....	51
2.4.1.3 Formulação de problemas.....	52
2.4.2 Os registros provenientes das tarefas realizadas pelos alunos.....	54
2.4.2.1 As audiografações.....	54
2.4.2.2 O caderno de registros.....	55
2.4.3 As ações da professora-pesquisadora	57
2.4.3.1 As observações.....	58
2.4.3.2 As mediações	59

2.4.3.4 O diário de campo	60
2.5 Síntese das informações obtidas.....	60
2.6 Os procedimentos de análise dos dados.....	61
CAPÍTULO 3: “USAR O NOTEBOOK NA ESCOLA É MUITO LEGAL”: O MOVIMENTO DA SALA DE AULA DURANTE A REALIZAÇÃO DO “PROJETO”.....	65
3.1 Problematizações: Perguntar, desafiar, formular questões para produzir sentido.....	65
3.1.1 “ <i>A minha casa é do tamanho da cozinha delas...</i> ”: Analisando as medidas da cozinha	66
3.1.2 “ <i>O muro não conta...</i> ”: Problematizando a construção do muro.....	69
3.1.3 Os alunos problematizam.....	76
3.1.4 Algumas sínteses da seção.....	80
3.2 Mediação: o papel do outro na produção de significados matemáticos.....	81
3.2.1 Algumas sínteses da seção.....	90
3.3 Registros: rompendo com uma cultura de aula de matemática.....	92
3.3.1 Os registros livres.....	94
3.3.2 Os registros na tabela de problemas.....	104
3.3.3 Registros provenientes dos problemas propostos.....	106
3.3.4 Registros envolvendo a formulação de problemas.....	108
3.3.5 Registro final.....	117
3.3.6 Algumas sínteses da seção.....	122
3.4 Considerações sobre o capítulo.....	124
CAPÍTULO 4: “... APRENDEMOS A CALCULAR QUADRADOS E CÚBICOS, A CALCULAR PAREDES (ALTURA E LARGURA)...”: CONCEITOS MOBILIZADOS E CONSTRUÍDOS DURANTE A REALIZAÇÃO DO “PROJETO”.....	127
4.1 (Re)significando conceitos de medidas de comprimento.....	127

4.1.1 “ <i>Prô, 5 metros é muito ou é pouco?</i> ”: As primeiras significações sobre medidas	129
4.1.2 “ <i>Nós já mexemos nessas três medidas aqui?</i> ”: Situações de medição durante resolução dos problemas	134
4.1.3 Algumas sínteses da seção.....	142
4.2 Explorando conceitos e grandezas geométricas.....	143
4.2.1 “ <i>Só com a trena, professora...</i> ”: Da estimativa da área da sala de aula à caracterização do quadrado	145
4.2.2 “ <i>Diâmetro são 2 raios?</i> ”: Explorando o círculo com casa do cadeirante.....	149
4.2.3 “ <i>... A medida que meu pai fazia para saber quanto de concreto ia nas ferragens?</i> ”: Dialogando sobre volume	152
4.2.4 “ <i>Essa parte vai ser reta, esquadrejada, e essa não?</i> ”: Investigações geradas pelo formato do terreno da Dona Silvia.....	158
4.2.5 Conceitos geométricos mobilizados e produzidos a partir da construção da casa dos sonhos e da formulação de problemas.....	168
4. 2.6. Algumas sínteses da seção.....	181
4.3 Considerações sobre o capítulo.....	182
CAPÍTULO 5: “É PENSANDO CRITICAMENTE A PRÁTICA DE HOJE OU DE ONTEM QUE SE PODE MELHORAR A PRÓXIMA PRÁTICA”:	
REFLEXÕES DA PROFESSORA-PESQUISADORA.....	187
5.1 Reflexões sobre minha aprendizagem com a pesquisa.....	199
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	202
REFERÊNCIAS.....	209
ANEXOS.....	215
Anexo I: Quadro de organização da pesquisa.....	215
Anexo II: Caderno de Registros.....	219

INTRODUÇÃO

Como combinado, chegou o dia de começarmos a desenvolver a pesquisa... Estava ansiosa, e os alunos também. O primeiro de muitos dias. Será que vai dar certo? Chegando à sala, pedi aos alunos que fossem ligando os seus notebooks, fui distribuindo os que eu havia levado, ligando os gravadores... Era tudo novo para nós.

(DC¹, 2º C, 17/09/2014)

Começar algo novo não é fácil. A ansiedade e a insegurança são alguns dos sentimentos que fazem parte desse processo. Principalmente, quando é novidade, ao mesmo tempo, para uma professora assumindo também o papel de pesquisadora e para seus alunos. Mas, antecedendo essa nova experiência, deve haver motivos, caminhos percorridos e objetivos a serem alcançados.

Assim, na presente introdução, nos propomos² a expor a construção da problemática deste trabalho, culminando no problema de pesquisa e nos objetivos. No entanto, para explicar tal problemática, é necessário remeter ao meu passado, à minha trajetória de vida pessoal, escolar, acadêmica e profissional. Com base nessas exposições, também apresentamos a organização da pesquisa por capítulos.

A trajetória pessoal, escolar, acadêmica e profissional da professora-pesquisadora³

Aos vinte e três de dezembro de mil e novecentos e oitenta e um começa a minha história. Nasci, cresci e continuo morando em sítio na jovem e pequena cidade de Tuiuti (SP). Comecei a frequentar a escola aos sete anos, mas já sabia ler e escrever, pois minha mãe, mesmo tendo estudado só até a quarta série, me ensinava em casa. Eu também adorava desenhar.

Desde a primeira série⁴ do Ensino Fundamental até o terceiro ano do Ensino Médio estudei na Escola Estadual Prof. José Tavares deste mesmo município. E, por sinal, é onde leciono hoje, inclusive junto com professores que foram meus professores e até com meus alunos, que já são professores junto comigo, porque cursaram licenciaturas de diversas disciplinas ou ainda as estão cursando.

¹ Diário de campo da professora-pesquisadora.

² No decorrer deste trabalho, o texto será escrito na primeira pessoa do plural quando se tratar do trabalho conjunto entre professora-pesquisadora e professora orientadora ou entre professora-pesquisadora e alunos. Quando as situações envolverem apenas a professora-pesquisadora, será utilizada a primeira pessoa do singular.

³ Esta denominação foi utilizada durante todo o texto, porque neste trabalho assumo ambas as posições: professora de matemática nas turmas de alunos envolvidas e pesquisadora.

⁴ Denominação anteriormente dada ao que hoje corresponde ao 2º ano do Ensino Fundamental.

Sempre gostei de estudar e desenhar, fui uma aluna aplicada e sempre me cobrei a dar melhor de mim nos estudos.

Tive também vários professores que me incentivaram, no que se refere aos desenhos. Inclusive, por indicação da professora Cleide, fiz curso de desenho e pintura em grafite para aperfeiçoar minhas técnicas. Também cursei informática básica, mas, talvez pelo fato de não ter computador em casa, era algo que não me despertava interesse algum.

Terminei a escola básica em 1999. O meu sonho, desde criança, era ser arquiteta, engenheira ou estilista, mas na época eu não tinha condições financeiras para investir nele.

Durante um ano fiquei trabalhando no sítio, esperando que no ano seguinte eu pudesse entrar na Faculdade⁵. Em 2001 entrei no curso de Licenciatura em Matemática, pois Licenciatura era o curso mais acessível em relação tanto ao valor da mensalidade como à distância, e Matemática, entre as Licenciaturas, era a área com a qual eu mais me identificava, pois adorava ciências exatas e, além disso, era a disciplina que o professor Fábio, de Matemática, no terceiro ano do Ensino Médio, havia me aconselhado a escolher. Não era “o que eu queria ser quando crescer”, mas não me arrependo de ter optado por esse curso.

Entre as disciplinas, Geometria passou a ser minha paixão a partir do momento em que comecei a obter conhecimentos geométricos, muitos dos quais o ensino básico havia deixado de me proporcionar. Inclusive o tema de TCC (Trabalho de Conclusão de Curso) escolhido por mim foi Poliedros Regulares, e pesquisei sobre formas diversificadas de trabalhar com esse conteúdo.

Quando, no penúltimo semestre dentre os sete da graduação, prestei o concurso para professor de matemática da rede pública do estado de São Paulo e fui aprovada. Assumi em agosto de 2004, após, literalmente, “correr atrás do certificado”, pois o carimbo de reconhecimento do curso da Faculdade estava vencido. Ao terminar a graduação, já estava empregada.

Ingressei na Escola Estadual Ismael Aguiar Leme, que contemplava os anos finais⁶ do Ensino Fundamental e ficava em Bragança Paulista (SP). Nos dois anos seguintes, pude escolher para lecionar duas salas em Tuiuti como carga suplementar⁷. Voltava, assim, para a escola em que havia estudado, para trabalhar com professores que foram meus professores.

Em 2006 iniciei a minha primeira especialização, intitulada Matemática Empresarial, pois, no momento, entre as disponíveis era a que mais tinha a ver com a área de minha

⁵ Faculdades Integradas de Amparo (FIA), atualmente denominada UNIFIA, após se tornar Universidade.

⁶ Da 5ª a 8ª série, segmento atualmente indicado como do 6º ao 9º ano.

⁷ Opção dada ao professor efetivo que queira ministrar mais aulas que o número definido pela jornada de trabalho escolhida no processo de inscrição, desde que respeitado um limite de aulas semanais.

formação. Porém tinha o anseio de, na próxima turma, optar por Educação Matemática. Chegado o momento, o número de alunos inscritos foi insuficiente, e o curso não foi oferecido.

Em 2007 consegui remoção para a escola Prof. José Tavares em Tuiuti. No mesmo ano, prestei o concurso estadual novamente. Aprovada, em 2008, ingressei no segundo cargo, também na disciplina de Matemática, na Escola Estadual Prof^a. Maria José Moraes Salles, em Bragança Paulista (SP), que abrangia tanto os anos finais do Ensino Fundamental quanto o Ensino Médio. Lecionar, ser educadora matemática também passou a ser minha paixão.

Em 2010, tive a oportunidade de entrar no curso de Especialização à distância em Matemática, pela Universidade Federal de São João Del-Rei. No trabalho de conclusão de curso, novamente optei por um tema ligado à Geometria, em que estudei os polígonos regulares e sua relação com prismas e seus volumes, com tarefas aplicadas aos alunos. Contudo, ao concluí-lo não me senti satisfeita. Eu queria mais.

Sempre procurei, em minhas aulas de Geometria, incentivar os alunos a criar, usar a imaginação, formular problemas, desenhar, representar situações matemáticas por meio de figuras, relacionar geometria ao mundo a sua volta; afinal, ela (a geometria) está por toda a parte, vivemos num mundo de formas. Mas, em meio às tarefas que envolviam Geometria, a que mais me encantava era a reprodução de plantas baixas e a respectiva representação em forma de desenho na dimensão espacial, uma vez que meu sonho era ser arquiteta ou engenheira. Nos últimos anos, também, já que vivemos em um mundo de crescente desenvolvimento tecnológico, passei a me apropriar de recursos computacionais para utilização em sala de aula.

Entretanto, mesmo dispondo de diferentes tarefas e recursos, venho percebendo que os alunos têm grande dificuldade com relação ao conteúdo e, além disso, dizem não gostar. Muitos sequer chegam ao Ensino Médio com domínio da Geometria Plana para aplicar na Espacial.

Em 2013, como não estava satisfeita com a minha formação, comecei a cursar disciplinas como aluna especial⁸ do curso de Mestrado em Educação da Universidade São Francisco de Itatiba (SP). Na tentativa de entrar como aluna regular, apresentei um projeto envolvendo Geometria. A princípio minha intenção era a investigação de práticas de ensino que pudessem ser aplicadas aos alunos do Ensino Médio, de modo que, ao mesmo tempo,

⁸ Situação em que o aluno cursa apenas a disciplina escolhida, após processo de inscrição, entrega de documentos e seleção, mas ainda não está inscrito regularmente no programa, não necessita ter um projeto a desenvolver e não possui orientador.

possibilitassem o resgate de competências e habilidades geométricas não adquiridas em séries anteriores e contribuíssem para uma aprendizagem mais significativa com relação aos conteúdos de Geometria Espacial. Porém, no decorrer das disciplinas, fui amadurecendo essa ideia. Percebi que trabalhar com a geometria⁹ envolvida em construções¹⁰ a partir da utilização de um *software* e da prática da resolução e formulação de problemas¹¹ talvez pudesse trazer resultados relevantes, mostrar potencialidades e limitações e possibilitar a formação dos alunos, ao mesmo tempo em que garantiria para mim uma satisfação pessoal.

Para elucidar como se deu esse processo de amadurecimento e de definição do que realmente seria estudado, relato aqui o caminho percorrido para a construção da problemática, bem como a questão de investigação, os objetivos e a estruturação do trabalho.

A trajetória de construção da problemática da pesquisa

A princípio, devido a minha “paixão adquirida” por Geometria, explicitada anteriormente, estava certa de que este seria o campo a ser explorado na minha pesquisa de mestrado.

Instigada por experiências da minha trajetória profissional, algumas inquietações emergiram, as quais estão enumeradas a seguir:

I - Por que muitos alunos do Ensino Médio apresentam dificuldades de aprendizagem quando o assunto é Geometria Espacial?

II - Por que esses alunos evidenciam não ter se apropriado de conceitos básicos de Geometria Plana?

III - Quais práticas de ensino poderiam viabilizar tanto a mobilização de conhecimentos de geometria estudados em séries anteriores, quanto a produção de novos conhecimentos geométricos?

IV - Será que a tecnologia computacional, aliada à resolução e à formulação de problemas possibilita que o aluno se aproprie de conhecimentos geométricos, ao passo que proporciona o desenvolvimento de atividades diversificadas, mais interessantes e criativas, e possibilita a manipulação, a visualização e o aprendizado por meio de “tentativa e erro”?

Com base nessas inquietações e decorrente do meu “sonho não alcançado” de ser engenheira ou arquiteta, também já mencionado neste texto, me ocorreu a ideia de trabalhar

⁹ A minha intenção era trabalhar com a articulação entre a geometria plana e a espacial.

¹⁰ Quando me referir a “construções”, estarei falando de plantas baixas de casas e/ou sua representação depois de construída.

¹¹ Prática comum às minhas aulas, a ser abordada com mais detalhes nas seções 2.3.2 e 2.4.1.3.

com a geometria envolvida em construções e, conseqüentemente, explorar recursos da tecnologia computacional. Para isso, precisava encontrar um *software* que permitisse esse trabalho.

Nessa procura, recordei-me de uma breve experiência, já há alguns anos, com o *software Sweet Home 3D*¹², que me levou a perceber a possibilidade de utilizar um *software* desenvolvido para construção civil, articulado à geometria em sala de aula.

Considero o percurso ilustrado até o momento como um dos caminhos para a construção da problemática, pautado no interesse pessoal de uma professora de matemática que se apaixonou por Geometria, tinha um sonho de trabalhar com construções e viu o uso de *software* como uma forma de unir paixão, sonho, ensino e aprendizagem e projeto de mestrado.

Posteriormente, ainda na fase de definição do problema de pesquisa, explorei outro caminho para a construção da problemática. Com a intenção de verificar se, no conjunto de pesquisas existentes sobre geometria articulada ao uso de *software*, já existia alguma em que o *software* permitisse o trabalho com construções, acessei o Banco de Teses da Capes¹³. As pesquisas disponibilizadas naquele momento para consulta eram apenas as datadas de 2011 a 2012. Para realizar a busca, entrei com as expressões “geometria e uso de *software*”, “geometria e tecnologia” e “*software* no ensino de geometria”.

Olhando para o conjunto de pesquisas exibidas, percebi que aquelas que articulavam o ensino da geometria ao uso de *software* abrangiam, em sua maioria, apenas *softwares* para fins educativos como, por exemplo, mais comumente, o *Geogebra*, o *Cabri Géomètre*, o *Calques 3D*, o *Régua e Compasso* e o *Wingeon*, que não contemplavam o trabalho específico com construções. Porém, uma delas, a de Silva (2011), elenca as pesquisas de mestrado e doutorado desenvolvidas de 2005 a 2009 que articulam o ensino de geometria na educação básica à tecnologia digital. No período investigado pelo autor, *DOSVOX*, *SuperLOGO 3.0*, *Cabri-Geometre*, *Cabri 3D*, *Geogebra*, *Cinderela* e *Poly* foram os *softwares* abordados, os quais, mais uma vez, são educativos e não atendiam à minha intenção como professora-pesquisadora, que era a de utilizar um *software* voltado para a construção civil com base em

¹² *Software* desenvolvido para fins não educativos, que será apresentado detalhadamente no capítulo metodológico, na seção 2.3.1.

¹³ Disponível em: < <http://bancodeteses.capes.gov.br/>> Acesso em: 10 abr. 2014.

indícios de suas potencialidades no estudo da geometria. Entre elas, encontrei também a referência a uma pesquisa (PACHECO, 2009) que utilizava o *XHome 3D*¹⁴.

Desenvolvendo a pesquisa na EJA¹⁵, Pacheco (2009) pretendia trabalhar conceitos de Geometria Plana relacionada ao cotidiano dos alunos, utilizando o *XHome 3D* e o *Paint*¹⁶ como *softwares* de apoio. De tal modo, foi a única pesquisa, dentre as quais pude acessar, a articular a geometria envolvida em construções com o uso de *software*, o qual não foi criado para fins educativos.

Percebi, então, tomando este caminho, uma grande lacuna nas pesquisas em educação quanto à articulação de *softwares* que permitem o trabalho com construções e geometria, e isso só reafirmou a possibilidade de trabalhar com um *software* criado para a construção civil e não para fins educativos. Restava, então, definir qual seria esse *software*¹⁷.

Ambos os caminhos adotados para a construção da problemática culminaram no surgimento da seguinte questão central de investigação: “Como e quais conceitos geométricos são mobilizados e construídos em uma sequência de tarefas envolvendo a geometria articulada ao uso do *software Sweet Home 3D* com alunos do 2º ano do Ensino Médio?”.

Almejando responder a essas indagações, os objetivos pretendidos são:

- 1) Analisar o movimento da sala de aula, dos alunos e da professora-pesquisadora, durante o desenvolvimento das tarefas envolvendo a geometria articulada ao uso de *software*.
- 2) Identificar os conceitos geométricos mobilizados e construídos em uma sequência de tarefas.

O termo “mobilizados” está sendo usado no sentido de conhecimentos que, estudados em séries anteriores, muitas vezes parecem estar perdidos, estacionados, esquecidos no tempo, mas podem ser recuperados, resgatados, movimentados, utilizados. A palavra “construídos”, por sua vez, refere-se a conhecimentos criados, produzidos, desenvolvidos pelos próprios alunos, no contexto de investigação escolhido.

Para tais objetivos, os dados, produzidos em 40 dias letivos, de setembro a dezembro de 2014, constituíram-se por meio das tarefas realizadas pelos alunos, dos registros provenientes dessas tarefas e das ações da professora-pesquisadora.

¹⁴ *Software* não disponível atualmente para consulta e *download* na Internet, mas, pela descrição de Pacheco (2009), entendo que se assemelha ao *Sweet Home 3D*, permitindo a simulação de construção de plantas arquitetônicas.

¹⁵ Educação de Jovens e Adultos.

¹⁶ Recurso do Windows usado para criar desenhos simples e editar imagens.

¹⁷ Esta definição será abordada no capítulo metodológico, na seção 2.3.1.

Assim, tomando como base alguns referenciais teóricos, esses dados foram analisados e entrelaçados a tais referenciais. Para ilustrar isso, este trabalho se apresenta organizado da seguinte maneira:

No primeiro capítulo justificamos a opção de não nos aprofundarmos, de início, em uma abordagem teórica consistente e apresentamos apenas o eixo central deste trabalho, que se refere à matemática com sentido.

Já no segundo capítulo, apresentamos o processo de construção da investigação que nos propusemos a fazer, descrevendo a abordagem metodológica adotada, o ambiente de investigação, os sujeitos envolvidos, a organização da pesquisa, o *software* utilizado, a sequência de tarefas elaborada, os procedimentos de produção dos dados e os procedimentos de análise desses dados.

No terceiro capítulo, momento em que iniciamos a análise dos dados, abordamos o movimento da sala de aula durante a realização do “Projeto¹⁸”, o que envolve a problematização, a mediação e os registros dos alunos.

No quarto capítulo, analisamos os conceitos mobilizados e construídos durante o desenvolvimento da sequência de tarefas, destacando a (re)significação do conceito de medida de comprimento e a exploração de conceitos e grandezas geométricas.

O quinto capítulo traz as reflexões da professora-pesquisadora desde a ocasião da entrada no Programa de Mestrado até a finalização do “Projeto” e, inclusive, relata a aprendizagem evidenciada com a pesquisa.

Nas considerações finais, retomamos o problema de pesquisa, os objetivos e trazemos algumas considerações sobre o trabalho desenvolvido.

¹⁸ Denominação atribuída à pesquisa desenvolvida com os alunos, a ser descrita na seção 2.2.

CAPÍTULO 1:

MATEMÁTICA COM SENTIDO: A COMPREENSÃO A PARTIR DA REFLEXÃO E DA COMUNICAÇÃO

Aprendemos muitas coisas que não iríamos aprender nas aulas normais de matemática... (G12, CR-RF¹⁹, 04/12/2014)

Resolver problema é difícil, porque tem que entender o problema para depois responder. (G10, CR-RF, 04/12/2014)

Aprendemos, antes de fazer qualquer coisa, pensar, projetar e ver se irá dar certo... (G2, CR-RF, 05/12/2014)

Durante a realização desta pesquisa, buscamos criar uma cultura de sala de aula diferente, que foge às características das aulas “normais” de matemática: os alunos se envolveriam na resolução dos problemas, superando as dificuldades e aprenderam, sobretudo, refletindo e comunicando. Por fim, o trabalho que possibilitasse a aprendizagem de uma matemática com sentido para eles.

Desse modo, vamos apresentar, a seguir, o que tomamos como eixo central deste trabalho: a matemática com sentido, baseada em Hiebert et al. (1997). Os demais referenciais teóricos nos quais nos fundamentamos serão trazidos no decorrer da análise dos dados.

1.1 Dimensões de uma sala de aula em que predominam o ensino e a aprendizagem da matemática com compreensão

O ensino e a aprendizagem da matemática tendem a resistir às mudanças. Hoje, em pleno século XXI, ocasião em que a ciência e a tecnologia dão saltos cada vez maiores, ainda há indícios de que a matemática escolar insiste em se apoiar na repetição de exercícios, na imitação de modelos, no ensino de conteúdos isolados, no distanciamento da realidade, nos enunciados em forma de ordens, na memorização, no uso de regras e procedimentos, na exatidão de respostas e métodos, na situação docente em que o professor fala e o aluno só ouve, no trabalho individual do aluno, na exclusão etc.

Diante desse cenário, e porque nossa proposta neste trabalho vai na contramão de um ensino assim descrito, concordamos com Hiebert et al. (1997) que a matemática deve fazer sentido para os alunos. Defendemos, assim, um ensino de matemática pautado na

¹⁹ Caderno de Registros do grupo - Registro Final.

compreensão, no entendimento conceitual, na construção do conhecimento e no estabelecimento de conexões. Um ensino de matemática que permita aos alunos utilizarem o que aprendem de forma flexível, nas mais diversas situações e que proporcionem novos aprendizados. Afinal “coisas aprendidas com a compreensão são as coisas mais úteis a se saber em um mundo em mudança e imprevisível” (HIEBERT et al., 1997, p. 1, tradução nossa)²⁰.

Para tal ensino, consideramos a resolução de problemas como um caminho a ser explorado, pois “acreditamos que, se queremos que os alunos compreendam a matemática, é mais útil pensar em entendimento como algo que resulta da resolução de problemas, em vez de algo que pode ser ensinado diretamente.” (HIEBERT et al., 1997, p. 25, tradução nossa)²¹.

Sob a ótica dos autores citados, a compreensão matemática se dá através da reflexão e da comunicação. Refletir permite que conexões entre conceitos e coisas que já sabemos ocorram e, nesse movimento de pensar, à medida que as relações se estabelecem, a compreensão aumenta. Quanto ao ato de comunicar, que envolve o falar, o ouvir, o escrever, o demonstrar, o observar, representa uma interação social em que pensamentos são compartilhados com os outros ou consigo mesmo.

Quando as conexões são construídas ao passo que os alunos refletem sobre algo que fizeram e comunicam essas ideias com os outros, o que predomina nas salas de aulas em que isso acontece é a compreensão matemática, ou seja, a matemática passa a fazer sentido para esses alunos. Assim, destacamos que a resolução de problemas com sentido ocorre quando, em uma sala de aula, é dada a prioridade às cinco dimensões e as suas respectivas características expostas por Hiebert et al. (1997), conforme apontado no Quadro 1:

Quadro 1: Dimensões e principais recursos de uma sala de aula de matemática com sentido.

Dimensão	Principais recursos
A natureza das tarefas em sala de aula	- Fazer uma matemática problemática. - Trabalhar com uma matemática que se conecte com o lugar em que os alunos estão. - Deixar para trás algo de valor matemático (resíduos).

²⁰ “Things learned with understanding are the most useful things to know in a changing and unpredictable world” (HIEBERT et al., 1997, p. 1).

²¹ “We believe that if we want students to understand mathematics, it is more helpful to think of understanding as something that results from solving problems, rather than something we can teach directly” (HIEBERT et al., 1997, p. 25).

O papel do professor	- Selecionar as tarefas com objetivos em mente. - Compartilhar informações essenciais. - Estabelecer a cultura de sala de aula.
A cultura social da sala de aula	- As ideias e estratégias de resolução são valorizadas. - Os alunos escolhem e compartilham suas estratégias de resolução. - Os erros são aprendizagens para todos. - A correção reside no argumento matemático.
As ferramentas matemáticas como suportes para a aprendizagem	- Os significados das ferramentas devem ser construídos por cada utilizador. - Devem ser usadas com o propósito de resolver problemas. - Devem ser usadas para recordar, comunicar e pensar.
A equidade e a acessibilidade	- As tarefas são acessíveis a todos os alunos. - Todos os alunos são ouvidos. - Todos os alunos contribuem.

Fonte: Hiebert et al. (1997, p. 12) (Traduzido e adaptado pela professora-pesquisadora)

Segundo os autores, para que a sala de aula seja um ambiente de aprendizagem com compreensão, com sentido para os alunos, todos os recursos dessas dimensões precisam estar presentes. Para eles, uma sala de aula é um sistema, e, em todo sistema, seus elementos devem trabalhar juntos para alcançar algum fim. Desse modo, todas essas dimensões demandam um ambiente de sala de aula cujo foco seja a resolução de problemas.

A primeira das dimensões refere-se à natureza das tarefas. Uma tarefa, segundo Powell e Bairral (2006), é proposta pelo professor, e o seu desenrolar ocorre na atividade, a partir do momento que se atribui sentido a ela. Isso significa que uma tarefa pode ou não possibilitar a atividade do aluno e, portanto, é importante a escolha criteriosa das tarefas, a fim de permitir a mobilização dos alunos.

Para essa escolha, há de se considerar que elas devem se constituir problemas para os alunos, permitindo a exploração da matemática e de estratégias de resolução. Quanto a isso, Hiebert et al. (1997, p. 19, tradução nossa) afirmam que “para algo ser um problema para um aluno, ele ou ela deve ver isso como um desafio e deve querer saber a resposta²²”. As tarefas devem se tornar um assunto problemático, no sentido de despertar interesse, em que é exigido pensar, ao invés de simplesmente seguir regras e modelos. Além disso, devem permitir que os estudantes partam de algo que já saibam, que usem conhecimentos que já possuam, para elaborar uma estratégia de resolução da tarefa. Também precisam ser tarefas que possibilitem a eles levar algo de valor matemático, os chamados resíduos.

Com relação aos resíduos, os autores citam a existência de dois tipos: “um tipo pode ser chamado de percepção de estruturas matemáticas e outro são as estratégias e os métodos de resolução de problemas” (HIEBERT et al., 1997, p. 23, tradução nossa)²³. Nesse sentido, é importante que os alunos possam criar suas próprias estratégias para resolver problemas e que, com os resíduos, seja possível fazer conexões entre os conceitos, o que permite a compreensão matemática. Segundo os autores, a resolução de problemas possibilita as conexões e a criação de resíduos.

Para levar à compreensão matemática, essas tarefas devem ser planejadas de modo que permitam a reflexão e a comunicação, que levem os alunos a pensar sobre as estratégias de resolução e a comunicar tais estratégias com o outro, tanto para (re)pensar sobre as suas próprias, quanto para conhecer as dos outros.

A possibilidade de utilização de ferramentas que eles já possuem também é algo a se pensar ao escolher as tarefas. Para Hiebert et al. (1997), as ferramentas podem tanto ser conhecimentos que já possuem como materiais que possam vir a ser úteis na resolução do problema. A utilização de ferramentas matemáticas ocorre quando há necessidade, escolhidas a critério do utilizador ou dentre as que estão disponíveis. Sua utilização demanda tempo para exploração, testes e utilização em grande escala.

Como destacado, a escolha dessas tarefas depende do professor, cujo papel constitui a segunda dimensão de uma sala de aula comprometida com a matemática com sentido. Para Hiebert et al. (1997, p. 29, tradução nossa), “o papel mais importante para o professor torna-se a criação de uma sala de aula em que todos os alunos possam refletir sobre matemática e

²² “For something to be a problem for a student, he or she must see it as a challenge and must want to know the answer” (HIEBERT et al., 1997, p. 19).

²³ “One type can be called insights into the structure of mathematics, and the second is the strategies or methods for solving problems” (HIEBERT et al., 1997, p. 23).

comunicar seus pensamentos e ações²⁴”. Nessa sala de aula, o professor é responsável por definir as tarefas, orientar as atividades matemáticas da classe, partilhar informações necessárias à resolução dos problemas e estabelecer a cultura de sala de aula, visando ajudar os alunos na compreensão matemática.

Quanto à orientação das atividades da classe, cabe ao professor permitir e promover a autonomia dos alunos, respeitando o tempo deles e considerando-os como pensadores matemáticos, além de escolher as tarefas apropriadas para aumentar oportunidades de reflexão e comunicação de ideias matemáticas. Tarefas que possibilitem utilizar e deixar resíduos, oportunizem ao aluno fazer matemática. Mas, para isso, o professor precisa saber como seus alunos pensam, o que será problemático para eles e que resíduos ficaram de tarefas anteriores.

De acordo com Hiebert et al. (1997, p.36, tradução nossa), bom ensino deixou de ser sinônimo de apresentação de informações: “se os professores dizem muito, os alunos não terão de desenvolver suas próprias habilidades de resolução de problemas; se os professores dizem muito pouco, os alunos não vão fazer muito progresso²⁵”. Portanto, há de haver um equilíbrio e somente fornecer informações realmente necessárias, na medida certa, que não impeçam que os alunos reflitam e busquem estratégias de resolução dos problemas. Algumas informações que podem ser compartilhadas pelos professores correspondem às convenções matemáticas, como símbolos, nomes e terminologias; às sugestões de estratégias alternativas para ajudar seus alunos; à gravação de estratégias para facilitar a comunicação com os outros; e à articulação de ideias envolvidas nas estratégias de resolução criadas pelos alunos.

Outra incumbência do professor é permitir a socialização, o compartilhamento das diferentes estratégias criadas pelos alunos, cuja ação tem duas finalidades, de acordo com os autores: uma intelectual, visando incentivar os alunos a refletirem sobre relações matemáticas; e, outra, social, pretendendo analisar todas as estratégias e ideias, para encontrar as mais apropriadas.

Todas essas ações do professor desencadeiam uma cultura social de sala de aula, a terceira dimensão, em que a sala de aula é considerada como uma comunidade de aprendizes em que há interação entre os alunos sobre a matemática. Tais comunidades “oferecem

²⁴ “The most important role for the teacher becomes creating a classroom in which all students can reflect on mathematics and communicate their thoughts and actions” (HIEBERT et al., 1997, p. 29).

²⁵ “If teachers tell too much, students will not need to develop their own problem-solving abilities; if teachers tell too little, students will not make much progress” (HIEBERT et al., 1997, p. 36).

ambientes ricos para o desenvolvimento de uma compreensão profunda da matemática” (HIEBERT et al., 1997, p. 43, tradução nossa)²⁶.

Nesses ambientes priorizam-se a comunicação, a colaboração, o trabalho em grupos, e, então, a compreensão é favorecida, porque o fazer matemática acontece. Muitas vezes, comunicar ideias gera conflitos cognitivos, que, segundo Hiebert et al. (1997), incentivam os alunos a (re)avaliar estratégias e (re)organizar pensamentos.

Os recursos característicos dessa dimensão abarcam as discussões sobre ideias e estratégias criadas para resolver os problemas, sobre a autonomia dos alunos na escolha desses métodos, na exploração de estratégias alternativas e compartilhamento dos pensamentos, sobre os erros como parte do processo de aprendizagem e sobre a correção centrada no argumento matemático e não no apresentador do método.

O foco das interações em sala de aula são as discussões sobre as estratégias de resolução criadas pelos alunos, com objetivo de melhorá-las, procurando facilitar tanto a compreensão quanto garantir o respeito às ideias do outro. A autonomia dada aos alunos para a escolha de tais estratégias proporciona não só a compreensão por eles próprios, mas também requer a procura de uma maneira para que os outros também o compreendam. Nesse cenário ouvir o outro e respeitar suas ideias torna-se necessário.

Os erros constituem-se em resultados de estratégias de resolução que não deram certo. Assim, fazem parte do processo de fazer matemática, em que se arriscar e experimentar integram uma cultura social de sala de aula voltada para a compreensão. Já quanto às correções, na sala de aula deve prevalecer que os alunos as façam com seus próprios argumentos, que tenham confiança em si próprios e nos outros.

Essas características ilustram uma cultura de sala de aula em que o professor e as tarefas estão imbricadas no desenvolvimento de uma matemática com sentido. O professor tem o papel de estabelecer essa cultura de sala de aula e as tarefas devem se constituir em problemas para os alunos. Nesse sentido, aparece mais uma dimensão essencial para a compreensão matemática: as ferramentas matemáticas como suporte de aprendizagem.

Conforme Hiebert et al. (1997), o emprego das ferramentas matemáticas é importante para que os alunos construam significados para elas, o que só ocorre quando são utilizadas com o objetivo de resolver problemas. Cada aluno pode atribuir um significado diferente para a mesma ferramenta. Assim, sua utilização não garante a compreensão, pois essa depende de como tais ferramentas são usadas e da finalidade com que são empregadas.

²⁶ “Provide rich environments for developing deep understanding of mathematics” (HIEBERT et al., 1997, p.43).

Quando se fala em ferramentas incluem-se linguagem, materiais e símbolos. Elas podem ser utilizadas para auxiliar na compreensão, para registrar informações, pensamentos, resoluções, para comunicar ideias com os outros ou para pensar. Tanto a linguagem, como os materiais e os símbolos constituem-se diferentes ferramentas, mas podem ser utilizados para representar a mesma informação matemática. Algo importante é que os alunos construam relações entre essas três formas.

Outra finalidade das ferramentas é servir de suporte para o pensamento dos alunos, estabelecendo relações entre o que eles já sabem e o que estão aprendendo e estendendo sua capacidade mental para resolver problemas e influenciando nas estratégias desenvolvidas para resolvê-las. Para Hiebert et al. (1997, p. 60, tradução nossa), “as ferramentas que os alunos usam influenciam os entendimentos que eles constroem²⁷”. E os pesquisadores ainda acrescentam que a diferença de forma como os alunos pensam se deve às diferenças entre as ferramentas que eles usam; assim, deve-se considerar também a natureza dessas ferramentas. Os autores advertem também que elas são importantes em uma sala de aula voltada para a compreensão matemática, mas que cabe aos professores pensar sobre como elas são usadas, quais relações estão sendo feitas e que entendimentos estão surgindo.

Por fim, no que diz respeito à equidade e à acessibilidade, a quinta das dimensões, os mesmos autores defendem o direito de todos os alunos à compreensão matemática, a refletir e comunicar ideias e métodos, a serem ouvidos. Assim, descrevem como uma sala de aula pode contribuir para a equidade. Para isso é necessário estabelecer uma cultura social de sala de aula que possibilite tais direitos e que o professor entenda como parte do seu papel esse estabelecimento. Cada aluno pode participar como membro de uma comunidade matemática, visto que é isso que uma sala de aula é. Para tanto, deve-se criar um ambiente em que se leve em consideração a singularidade de cada indivíduo.

Acreditamos que a todos os alunos deve ser dada a “a oportunidade de participar e refletir sobre as tarefas que são matematicamente problemáticas em uma comunidade social onde seu pensamento é discutido e valorizado.” (HIEBERT et al., 1997, p. 66, tradução nossa)²⁸. Todos os alunos podem alcançar a compreensão conceitual. Nesse ambiente cada um tem que aprender a respeitar e a valorizar o pensamento do outro.

Para garantir a acessibilidade e a equidade, o professor tem que levar os alunos a refletir sobre seus pensamentos, comunicar suas ideias. Assim, HIEBERT et al. (1997, p. 73,

²⁷ “The tools students use influence the understandings that they construct” (HIEBERT et al., 1997, p.60, tradução nossa).

²⁸ “The opportunity to engage in and reflect on tasks that are mathematically problematic in a social community where his or her thinking is discussed and valued” (HIEBERT et al., 1997, p. 66).

tradução nossa) defendem que “o foco em desenvolver a compreensão matemática, organizando o currículo em torno de tarefas problemáticas, e envolver todos os alunos na reflexão e comunicação é a abordagem mais promissora”²⁹.

Para os autores, em uma sala de aula com equidade não seriam necessários outros recursos além dos que são essenciais para uma sala de aula que visa promover a compreensão.

Desse modo, as referidas abordagens que fizemos nesse capítulo nos permitem caracterizar este trabalho como focado na matemática com compreensão. Elas elucidam como foi a prática da resolução de problemas desenvolvida nesta pesquisa e como foi a criação de um ambiente favorável a essa matemática, cuja metodologia de trabalho será detalhada no próximo capítulo.

²⁹ “Focusing on developing mathematic understanding by organizing the curriculum around problematic tasks and engaging all students in reflection and communication is the most promising approach” (HIEBERT et al., 1997, p. 73).

CAPÍTULO 2: METODOLOGIA: A CONSTRUÇÃO DE UMA INVESTIGAÇÃO

Nós esquadreamos casas, medimos área, cercamos terreno, mobiliamos as casas que fizemos [...] Fizemos problemas para outros grupos resolverem. Registramos todos os problemas ocorridos nesse caderno [...] Apresentamos para os alunos da sala e gostamos desse programa porque nos ajudou a aprender mais.
(G7, CD – RF, 04/12/2014)

No desenvolvimento desta pesquisa, os alunos estiveram envolvidos em diversas tarefas, várias ações, propiciadas pela vinculação entre o uso do *software* e a resolução de problemas. Por trás da constituição desse ambiente favorável à aprendizagem com sentido, encontra-se uma série de etapas e pormenores, que compõem o processo metodológico.

De tal modo, no presente capítulo apresentamos a metodologia utilizada nesta investigação, a fim de identificar os conceitos geométricos mobilizados e construídos, com alunos do 2º ano do Ensino Médio, em uma sequência de tarefas envolvendo geometria articulada ao uso de *software* e analisar o movimento da sala de aula, dos alunos e da professora-pesquisadora nesse processo. Pretendemos, assim, responder a nossa questão de investigação: “Como e quais conceitos geométricos são mobilizados e produzidos em uma sequência de tarefas envolvendo a geometria articulada ao uso do *software Sweet Home 3D*?”

Entendemos metodologia como o processo de construção de uma investigação, de uma pesquisa na qual fomos desde a base, o ponto de partida, e passamos pela construção em si, passo a passo, até culminarmos na sua finalização. Desse modo, abordamos o modo como esta pesquisa foi sendo desenhada, ou seja, sua construção metodológica.

A pesquisa qualitativa é o que permeia essa construção metodológica, o que perpassa cada etapa da sua realização.

O contexto, o ambiente escolhido para a construção dessa investigação é constituído pelas salas de aula do 2º B e do 2º C do Ensino Médio, nas quais os alunos estiveram organizados em grupos, utilizaram *notebooks* como equipamento tecnológico e participaram da produção de um ambiente de aprendizagem com sentido, juntamente com a professora-pesquisadora.

Como alicerce da pesquisa, utilizamos o *software Sweet Home 3D* e o trabalho na perspectiva da resolução de problemas. Esses dois itens representam, simultaneamente, a sustentação de cada etapa da pesquisa. A utilização do *software* sem a resolução de problemas

não garantiria a produção e a mobilização de conceitos geométricos, e a resolução de problemas sem a utilização do *software* não traria sentido a tais problemas³⁰.

O processo de produção de dados ocorreu em diferentes momentos da investigação, Um deles refere-se às tarefas realizadas pelos alunos, que são as construções com o *software* associadas à resolução de problemas e que culminam no momento em que os grupos formulam seus próprios problemas. Além disso, provenientes desses movimentos, há os registros – elaborados pelos alunos –que são tanto orais, através das audiograções, como escritos, através das anotações nos cadernos de registros. Diante de todos esses movimentos dos alunos, a cargo da professora-pesquisadora ficaram: as observações que levavam à tomada de decisões; as mediações em sala de aula perante as observações feitas; e a escrita do diário de campo contendo observações, descrições e reflexões.

A análise dos dados produzidos baseia-se na escolha de tarefas e de episódios de sala de aula que permitem responder a questão de investigação, o que culmina na definição de três categorias, subdivididas em eixos temáticos.

Desse modo, nas próximas seções apontamos a abordagem metodológica adotada, o contexto da investigação, os sujeitos envolvidos, a escolha do *software*, a opção pela resolução de problemas, os procedimentos de produção dos dados e os procedimentos de análise desses dados.

2.1. Abordagem qualitativa da pesquisa

Como já dissemos aqui, cada etapa desta pesquisa é permeada pela abordagem qualitativa, tomando como referência os autores Bogdan e Biklen (1994), Flick (2009) e Lüdke e André (1986).

Baseamo-nos especialmente em cinco características da investigação qualitativa descritas por Bogdan e Biklen (1994), as quais enumeramos e relacionamos com nosso trabalho, a seguir:

1. O ambiente natural constitui a fonte direta de dados e o investigador é o instrumento principal da pesquisa, ou seja, para a realização desta investigação utilizamos a própria sala de aula em que os alunos estudam e a professora-pesquisadora, também professora desses alunos, foi a responsável pela observação e pela análise de todos os dados produzidos.

³⁰ É importante destacar que o modo como o *software* e a resolução de problemas foram utilizados também influenciou nesse processo.

2. Os dados produzidos são descritivos; por isso, utilizamos a descrição minuciosa de todos os movimentos e das tarefas realizadas pelos alunos, tanto na escrita do diário de campo, quanto nas transcrições das audiogravações.

3. Interessamo-nos mais pelo processo do que pelos resultados e assim, o principal intuito da pesquisa é olhar para o movimento dos alunos, seja durante as construções com o *software*, seja durante a resolução ou a formulação de problemas.

4. Os dados são analisados de forma indutiva, à medida que são produzidos, ao invés de serem produzidos para provar hipóteses construídas anteriormente.

5. O significado, o modo como diferentes pessoas dão sentido às suas vidas, é muito importante e por isso foi indispensável, além de observar os sujeitos durante a realização das tarefas, questioná-los e dialogar, considerando as suas experiências.

Também usamos, como norte para a nossa pesquisa na abordagem qualitativa algumas ideias centrais indicadas por Flick (2009). Escolhemos métodos adequados e teorias convenientes ao objeto de estudo, utilizamos uma variedade de métodos para a produção dos dados, refletimos sobre nossas “próprias atitudes e sobre as observações em campo, as impressões, irritações e sentimentos etc.” (FLICK, 2009, p.25) e, consideramos as perspectivas dos participantes e sua diversidade.

2.2. O ambiente de investigação

Neste item abordaremos o ambiente escolhido para a construção dessa investigação, bem como os sujeitos envolvidos; a organização dos alunos nesse ambiente; a necessidade de trocar a sala de informática da escola pelo trabalho na sala de aula com *notebooks* e a organização da pesquisa.

2.2.1 A cidade e a escola

A pesquisa foi realizada numa escola pública de uma cidade do interior do estado de São Paulo. O município é pacato, pequeno, com poucos habitantes e jovem. A população está dividida em 50,07% dos moradores na área urbana e 49,93% na área rural³¹.

Tais áreas urbanas constituem-se praticamente áreas “dormitórios”, pois a maioria das pessoas se desloca até as cidades vizinhas para trabalhar, uma vez que a oferta de empregos

³¹ Informações segundo o censo demográfico 2010. Disponível em: <<http://cidades.ibge.gov.br/xtras/perfil.php?codmun=355495>> Acesso em: 13 dez 2014.

no município é pequena. Das que permanecem no município, uma grande maioria corresponde a trabalhadores rurais ou funcionários públicos municipais, ou ainda, funcionários dos poucos comércios existentes. Durante os finais de semana ou feriados, o movimento na cidade é maior, pela enorme quantidade de pessoas das grandes cidades que vêm para suas chácaras ou casas, à procura de tranquilidade.

Os jovens, ao contrário do que acontecia há alguns anos, cada vez mais se interessam em conquistar um diploma superior, evoluir profissionalmente e financeiramente; no entanto, ainda não são em número tão significativo. Durante o Ensino Médio, enquanto alguns alunos começam a buscar suas aptidões, fazem planos para o futuro e optam por continuar os estudos nas cidades vizinhas, outros por contingências pessoais, se acomodam à vida que possuem e não veem sentido na escola, tampouco no que aprendem nela. Isso se explica pelo grande número de alunos matriculados nos três anos do Ensino Médio que abandonam a escola durante o ano letivo. Alguns dizem que precisam trabalhar, outros simplesmente que não gostam ou não querem estudar.

A escola em questão é a única estadual no município e oferece atualmente apenas o Ensino Médio Regular e a EJA. O Ensino Infantil e todo o Ensino Fundamental³² Regular são de responsabilidade municipal. Antes do processo de municipalização do ensino, a escola abrangia desde a Pré-escola³³ até o 3º ano do Ensino Médio. No ano da pesquisa, contava com aproximadamente 280 alunos matriculados, divididos em dez salas e em três períodos: 150 de manhã (três salas de 2º ano e duas de 3º ano), 90 à tarde (três salas de 1º ano) e 40 à noite (uma sala de 9º ano de Ensino Fundamental EJA e uma de 2º ano de Ensino Médio EJA).

Essa escola conta com bom espaço físico para os alunos: amplo jardim, pátio, quadra de esportes, cinco salas de aula, uma sala de vídeo e uma sala de informática, intitulada, pelo Governo do Estado de São Paulo, de sala do Programa ACESSA Escola. Segundo a Resolução 037 de 25/04/2008³⁴, o Programa foi instituído preferencialmente nas escolas de Ensino Médio para atender alunos, professores e servidores das escolas da rede estadual e promover a inclusão digital. Cada escola deve contar com um estagiário em cada período, responsável por auxiliar os alunos ou professores na utilização dos recursos de informática disponíveis. Esse estagiário deve ser um aluno que esteja cursando o 2º ou o 3º ano do Ensino Médio e ter sido aprovado em uma prova de seleção.

³² Do 1º ao 9º ano.

³³ Denominação dada anteriormente à sala formada por alunos de 5 ou 6 anos de idade.

³⁴ Disponível em: <<http://acessaescola.fde.sp.gov.br/>>.. Acesso em: 15 nov. 2013.

Contando com 18 computadores para uso dos alunos e um servidor³⁵, essa sala exige a utilização dos equipamentos em duplas ou em trios, dependendo do número de alunos ou da disponibilidade de máquinas. Porém não é suficientemente utilizada, pois frequentemente apresenta problemas como falta de estagiários em alguns períodos do dia, falta de compromisso do estagiário na organização da sala ou no auxílio ao professor ou aos alunos, lentidão ou inacessibilidade da Internet por longos períodos e dificuldades técnicas em alguns computadores. Como se não bastasse, apresenta empecilhos ao rodar alguns tipos de *softwares*, pois apenas técnicos da Secretaria da Educação Estadual podem instalá-los nos computadores e nem sempre solicitações realizadas por profissionais da escola são aceitas por esse órgão.

2.2.2 Os sujeitos da investigação

Como sujeitos dessa investigação, optamos por alunos do 2º ano do Ensino Médio, visto que, segundo o Currículo do Estado de São Paulo o 4º bimestre desse ano tem como foco da aprendizagem a geometria espacial métrica e “para isso é necessário que sejam lembradas as propriedades fundamentais das figuras planas, afinal são elas que compõem as bases, as faces e as seções das figuras espaciais” (SÃO PAULO, 2009, p.9). E isso vai ao encontro do nosso problema de pesquisa, que consiste em identificar como e quais conceitos geométricos são mobilizados e construídos em uma sequência de tarefas envolvendo a geometria articulada ao uso de *software* com alunos do 2º ano do Ensino Médio.

Assim, os sujeitos escolhidos foram os que fazem parte de duas salas de 2º ano do Ensino Médio em que a professora-pesquisadora ministra aulas de matemática. Tais salas encontram-se no período da manhã e são identificadas como 2º B e 2º C, com respectivamente, 18 e 21 alunos frequentes, com idades entre 16 e 18 anos.

Esses alunos frequentaram todo o Ensino Fundamental na rede de ensino municipal e seguiram, portanto, um currículo diferente daquele da rede estadual. Ambas as salas são constituídas por vários grupos de alunos do mesmo bairro, dos arredores rurais ou moradores da cidade. No entanto, a maioria é da zona rural, e todos praticamente estudaram na mesma classe desde o início de suas vidas escolares. Alguns não possuem computador em casa e não tem tanta habilidade com recursos tecnológicos computacionais.

³⁵ Computador principal, através do qual o estagiário controla os demais computadores.

A opção por desenvolver a investigação nas duas salas (2º B e C), ao invés de apenas uma delas, se deve a uma questão ética, de responsabilidade social, de compromisso com os alunos, já que a pesquisadora é professora em ambas e considera a todos com igual relevância para o estudo.

Nesse cenário, consideramos imprescindível informar aos alunos sobre o desenvolvimento da pesquisa, bem como sobre seus objetivos e instrumentos de produção de dados. E comprometemo-nos a dar a eles, ao final do trabalho, uma devolutiva que consistiu, na entrega, no início do ano de 2015 – já que continuo como sua professora, agora no 3º ano do Ensino Médio – de um cartão impresso a cada um deles contendo a imagem de suas produções finais e uma frase de agradecimento, assim como comentários e cumprimentos pelo trabalho realizado.

Além disso, antes do início da realização da pesquisa, todos – os pais ou os próprios alunos, no caso de terem 18 anos – assinaram um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para participarem da pesquisa.

2.2.3 Da sala de informática ao uso de *notebooks* na sala de aula: uma adaptação necessária

Considerando como parte do movimento metodológico de pesquisa, traremos as incertezas vivenciadas pela professora-pesquisadora, que levaram a uma adaptação necessária quanto ao ambiente e aos equipamentos tecnológicos computacionais a serem utilizados.

Uma vez que nossa proposta era desenvolver a pesquisa na sala de informática denominada ACESSA Escola, já descrita aqui, em junho de 2014, combinei com o estagiário dessa sala um horário para verificar se o *software Sweet Home 3D*³⁶ rodava sem problemas nos computadores dessa sala. Para minha decepção, o programa nem sequer abriu. Nas janelas de mensagens que apareceram, ficou claro que precisaria do Java 3D³⁷.

Tentamos então, na Internet, abrir o *Sweet Home 3D online*. Novamente uma mensagem pedia para atualizar o Java. Fizemos isso e abriu. Porém apenas no computador principal isso foi possível.

Mesmo depois de atualizar o Java para que a versão *online* do *software* abrisse, tentei executá-lo, usando uma pasta de instalação que estava no *pen drive*, mas não adiantou.

³⁶ *Software* utilizado na investigação, a ser descrito da seção 2.3.1.

³⁷ De forma resumida, é uma linguagem de programação necessária para os programas que trabalham com visões tridimensionais.

Apareceu a mesma mensagem. Tentei até abrir o *Winplot*³⁸ que sempre usei com os alunos, sem dificuldade, mas também não abriu. Imaginei até que o problema tivesse sido causado pela troca de todos os computadores no mês anterior.

Como podemos usar a sala, se os *softwares* não rodam? Por que quando a escola dispunha de uma sala de informática com apenas cinco computadores (há mais ou menos 4 ou 5 anos), era possível abrir diversos tipos de *software* e agora que dispõe de 18, não roda nem o que é educativo? Como tudo na escola é imprevisível, não deu certo o que havia planejado. Surgiram, então, hipóteses para um possível “plano B”, já que o próprio estagiário disse que somente um técnico da D.E.³⁹ poderia fazer a instalação do programa.

Na semana seguinte, entrei em contato com a Diretoria de Ensino, com o intuito de conversar com um PCNP⁴⁰ responsável pelo Acesso Escola e obter informações sobre a liberação do uso do *software* e a atualização do Java. A PCNP com quem conversei pediu para que eu lhe enviasse o projeto e ela encaminharia uma solicitação para os responsáveis da Secretaria da Educação Estadual.

Enquanto aguardávamos, surgiu a ideia de utilizar *notebooks* com os grupos de alunos para o desenvolvimento da pesquisa. A preocupação continuava, pois não sabíamos se os alunos teriam a disponibilidade de levar os seus *notebooks* à aula.

Quando voltamos das férias, em meados de julho, liguei novamente para a D.E. e conversei com a PCNP responsável pelo Acesso Escola. Segundo ela, havia enviado para as escolas (para os estagiários) CDs para atualizações do sistema, o que provavelmente resolveria o problema que estávamos tendo. Contudo, optei por verificar com alunos do 2º B e do 2º C quem tinha *notebook* e poderia levar para a escola, já adiantando que íamos desenvolver um projeto e precisaríamos de um computador por grupo. No 2º C, três alunos (Wellington, Nathaly e Stefany⁴¹) se propuseram a levar o *notebook* para a aula. Já no 2º B, o único que disse ter um foi Gustavo.

Dias depois, conversei com o estagiário do Acesso Escola sobre as atualizações das quais a PCNP havia falado. No entanto, tentou abrir o *software* e não obteve sucesso.

Como última tentativa, pedi à supervisora da escola que buscasse uma solução para esse problema, e a devolutiva, como era de se esperar, foi que realmente não era possível instalar o programa.

³⁸ *Software* educativo para construção de gráfico de funções.

³⁹ Diretoria de Ensino da Região de Bragança Paulista.

⁴⁰ Denominação dada ao Professor Coordenador do Núcleo Pedagógico das diretorias de ensino da rede pública do Estado de São Paulo.

⁴¹ Os nomes dos alunos são fictícios.

Nesse momento tivemos a confirmação de que adaptações se fariam necessárias: o ambiente em que seria desenvolvida a pesquisa seria a própria sala de aula dos alunos em questão e os equipamentos utilizados seriam os *notebooks*.

Dispúnhamos até então, de três *notebooks*: dois da professora-pesquisadora – um *netbook* e um *notebook* – e um da própria escola. Para o 2º C esse número seria satisfatório, pois se somaria aos *notebooks* de três alunos que haviam se disponibilizado a levar os seus. Já no 2º B, como só Gustavo levaria o seu, não teríamos quantidade suficiente de máquinas. A solução foi comprar mais um *netbook* e usar o da professora Regina⁴². Além disso, a aluna Valéria conseguiu o da irmã, completando, assim, a quantia adequada.

2.2.4 A organização dos alunos no ambiente de investigação

Definidos o ambiente e os equipamentos tecnológicos que fariam parte dessa investigação e a quantidade de *notebooks* disponíveis para cada sala, negocieei com os alunos a organização dos grupos.

Ficou definido que seriam grupos de, no máximo, quatro integrantes, resultando em seis grupos em cada uma das salas. A formação dos grupos, então, ficou por conta dos alunos, que se juntaram de acordo com a afinidade e compuseram grupos de dois, três e quatro integrantes, em ambas as salas, conforme mostra o Quadro 2.

Quadro 2: Organização dos alunos em grupos

Salas	Grupos	Alunos
2º C ⁴³	G1	Maria, Ana, Elicarlos, William ⁴⁴
	G2	Jonas, Laís F., Daniela, William ⁴⁵ , Raquel ⁴⁶
	G3	Roger, Stefany, Nathália, Tainara
	G4	Gabriel, Laís S., Nathaly, Tainá ⁴⁷
	G5	Wellington, Vinicius, Rodrigo
	G6	Carol, Rainara

⁴² Prof^o. Dr^a. Regina Célia Grando, responsável pela orientação do projeto de pesquisa a ser desenvolvido, até meados de dezembro de 2014.

⁴³ Os grupos dessa sala foram os primeiros a ser denominados por terem sido os primeiros a iniciar o desenvolvimento do projeto.

⁴⁴ Começou a fazer parte do grupo somente em 08/10/2014.

⁴⁵ Fez parte do grupo até 07/10/2014.

⁴⁶ Começou a fazer parte do grupo em 21/10/2014, quando o conselho tutelar entrou em contato com ela para retornar às aulas, pois queria parar de estudar.

⁴⁷ Fez parte do grupo até 01/10/2014, quando não retornou mais à aula, com a justificativa de estar grávida, com acompanhamento médico em São Paulo.

2º B	G7	Odair, Douglas, José
	G8	Benjamin, João, Antonio, Beatriz
	G9	Gustavo, Luís, Maristela, Thaís
	G10	Valéria, Sheila
	G11	Pedro, Thiago, Lucas
	G12	Murilo, Eduardo

Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora

Formados os grupos, houve a distribuição aleatória dos *notebooks* aos grupos cujos integrantes não os tinham para usar em classe.

Para ilustrar a disposição dos grupos na sala de aula para a realização das tarefas trazemos as Figuras 2 e 3. Convém ressaltar que muitas vezes os grupos se “amontoavam” em determinados pontos de ambas as salas, pelo fato de haver apenas duas tomadas para carregar as baterias dos *notebooks*. Além disso, os grupos G11 e G12 ficaram juntos, na maioria das aulas, porém cada um realizando as suas tarefas. Isso se deve ao fato de serem compostos por cinco alunos inseparáveis e que expressaram o desejo de formar um único grupo, mas, pensando que esse agrupamento pudesse atrapalhar o andamento da pesquisa, combinamos que se dividiriam em dois grupos, contudo ficariam próximos.

Foto 1: Alunos do 2º C



Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora

Foto 2: Alunos do 2º B



Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora

Além disso, os grupos que trabalhavam com o *notebook* pertencente a um dos seus integrantes recebiam um *pen drive* para salvar os arquivos e as audiograções ao final de cada aula e para abrir seus arquivos na aula seguinte. Esses *pen drives* foram numerados de 3 a 5. Os demais salvavam o trabalho no próprio computador.

Levando em consideração que os alunos, ao invés de desenvolverem as tarefas na sala do ACESSA Escola, utilizaram *notebooks* na própria sala de aula, optamos por apresentar um quadro para organização dos *notebooks* e *pen drives* utilizados por cada um dos grupos.

Quadro 3: Organização dos *notebooks* e dos *pen drives* utilizados por cada um dos grupos

Salas	Grupos	<i>Notebooks</i> utilizados pelo grupo	<i>Pen drives</i> utilizados para salvar arquivos do grupo
2º C	G1	Da professora-pesquisadora (<i>notebook</i>)	
	G2	Da escola ⁴⁸ / Da professora Regina	
	G3	De Stefany	3
	G4	De Nathaly	4
	G5	De Wellington ⁴⁹ / Da professora-pesquisadora (<i>netbook touch screen</i>)	5
	G6	Da professora-pesquisadora (<i>netbook</i>)	
2º B	G7	Da professora-pesquisadora (<i>notebook</i>)	
	G8	Da professora-pesquisadora (<i>netbook</i>)	
	G9	De Gustavo	4
	G10	De Valéria	5

⁴⁸ Como esse *notebook* tinha uma placa de vídeo muito pequena, começou a travar e a mostrar erros durante as construções, tendo sido substituído pelo da professora Regina.

⁴⁹ Esse *notebook*, segundo o aluno, pegou vírus durante uma pesquisa na Internet, em sua casa, e travou. Como não tinha recursos para arrumá-lo no momento, foi substituído pelo da professora-pesquisadora (*netbook touch screen*).

	G11	Da professora- pesquisadora (<i>netbook</i> <i>touch screen</i>)	
	G12	Da professora Regina	

Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora.

2.2.5 A organização da pesquisa

A pesquisa com os alunos iniciou-se em meados de setembro e previa-se, com base na sequência de tarefas elaboradas, que perduraria por dois meses. No entanto, respeitando o tempo dos grupos para a realização de tais tarefas e vista a necessidade – provocada pelo fazer pedagógico da professora-pesquisadora – de propor novos problemas durante sua realização, essa pesquisa se estendeu até o dia cinco de dezembro. Foram assim, exatamente 40 dias letivos dedicados ao desenvolvimento do trabalho que nos propusemos a fazer, distribuídos em aulas no 2º B e no 2º C, conforme mostra o quadro anexo, referente à organização da pesquisa.

Na maioria das datas em que se deu esse desenvolvimento, mais de uma atividade foi realizada pelos grupos. Isso se justifica, novamente explicitando, pelo respeito da professora-pesquisadora ao tempo dos alunos e também ao material que tinham em mãos, cuja organização possibilitava o prosseguimento das tarefas. Assim, quando um grupo encerrava uma tarefa, não tinha que esperar os demais; podia iniciar a próxima.

Além disso, algumas tarefas se estendiam devido às situações que iam surgindo ao longo das aulas, as quais requeriam um tempo maior para discussões e socializações.

Por essa razão, caracterizamos a pesquisa desenvolvida com esses alunos como um verdadeiro “Projeto”.

2.3 O alicerce da pesquisa

A sustentação, o alicerce, a base, o ponto de partida da construção metodológica da pesquisa, reiteramos, se constitui pelo *software Sweet Home 3D 4.4* utilizado e pela resolução de problemas. Desse modo, nesta etapa abordamos o processo de escolha do *software* e de organização das tarefas envolvendo a resolução de problemas.

2.3.1 O *software Sweet Home 3D*

Baseando-nos em Allevato, Onuchic e Jahn (2010), que apresentam uma reflexão sobre a forma como a resolução de problemas está associada a outros recursos como, entre outros, as TIC⁵⁰, entendemos que é possível trabalhar na perspectiva da resolução de problemas nas aulas de matemática explorando as possibilidades que o computador oferece.

Concordamos também que, no processo educativo, a tecnologia “pode servir como elemento de aprendizagem, como espaço de socialização, gerando saberes e conhecimentos científicos” (PORTO, 2006, p. 45).

Além disso, conforme relata Miskulin (1999), a matemática deve ser mediada por metodologias alternativas, pelas quais o indivíduo vivencia experiências que façam sentido e estejam relacionadas à sua integração social. E, para isso, deve-se associar o saber matemático ao contexto tecnológico.

Desse modo, vemos o entrelaçamento entre geometria, tecnologia e resolução de problemas como algo necessário para o desenvolvimento dos alunos do Ensino Médio, principalmente dos que são sujeitos dessa pesquisa, uma vez que nem todos têm acesso aos recursos computacionais e, além disso, não dominam conceitos básicos da geometria plana.

Nossa intenção era responder a questão: “Como e quais conceitos geométricos são mobilizados e construídos em uma sequência de tarefas envolvendo a geometria articulada ao uso de *software Sweet Home 3D* com alunos do 2º ano do Ensino Médio?” Pelos motivos já descritos na Introdução deste trabalho, um *software* de construção de plantas baixas e visualização em 3D poderia ser uma alternativa pertinente para buscar a referida articulação.

Depois de recordar uma breve experiência, já há alguns anos, com o *software Sweet Home 3D*, que permitia o que desejávamos, mas não era desenvolvido para fins educativos, optei por investigar se havia algum *software* educativo que contemplasse a exploração da visão plana e espacial de casas ou outras construções simultaneamente. No entanto, não tendo encontrado nenhum, recorremos a uma busca por *softwares* de construção de plantas na página do Google, usando a expressão “*software* de construção de plantas”. Encontramos aqueles que geralmente são utilizados na construção civil, por profissionais ou apenas curiosos que querem montar a casa dos seus sonhos e não para fins educativos. Por nos depararmos com uma grande variedade de *softwares* com essas características, tivemos que fazer seleções usando alguns critérios.

⁵⁰ Tecnologias de Informação e Comunicação.

Levando em consideração os possíveis problemas citados anteriormente com relação à utilização da sala do ACESSA Escola⁵¹ chegamos à conclusão de que não poderia ser um *software* que dependesse da internet e deveria rodar com o sistema que os computadores da sala possuem.

Além disso, deveria ser um *software* de licença livre e ser de simples instalação, uma vez que não seria viável comprar um para cada computador e teríamos que instalá-lo novamente a cada dia que fôssemos à sala, pois mais uma das limitações desta é que o sistema exclui tudo o que for instalado ou salvo, quando se desliga o equipamento.

Outro item a ser considerado visando à facilidade de manusear as instruções do *software* e o melhor aproveitamento do tempo empregado nas tarefas, seria a aquisição de uma versão em português, pois a falta de habilidade dos alunos em língua inglesa, poderia prejudicar o andamento das etapas da investigação.

Atendendo aos critérios citados, foi possível selecionar alguns, entre os quais, considerando o fácil manuseio e a possibilidade de representação simultânea da planta baixa e da visualização em 3D, optamos pelo *Sweet Home 3D 4.4*, já utilizado, repetimos, numa versão mais antiga, pela professora-pesquisadora há alguns anos, com a finalidade de explorar apenas alguns de seus recursos, quando a escola possuía somente quatro ou cinco computadores para uso dos alunos.

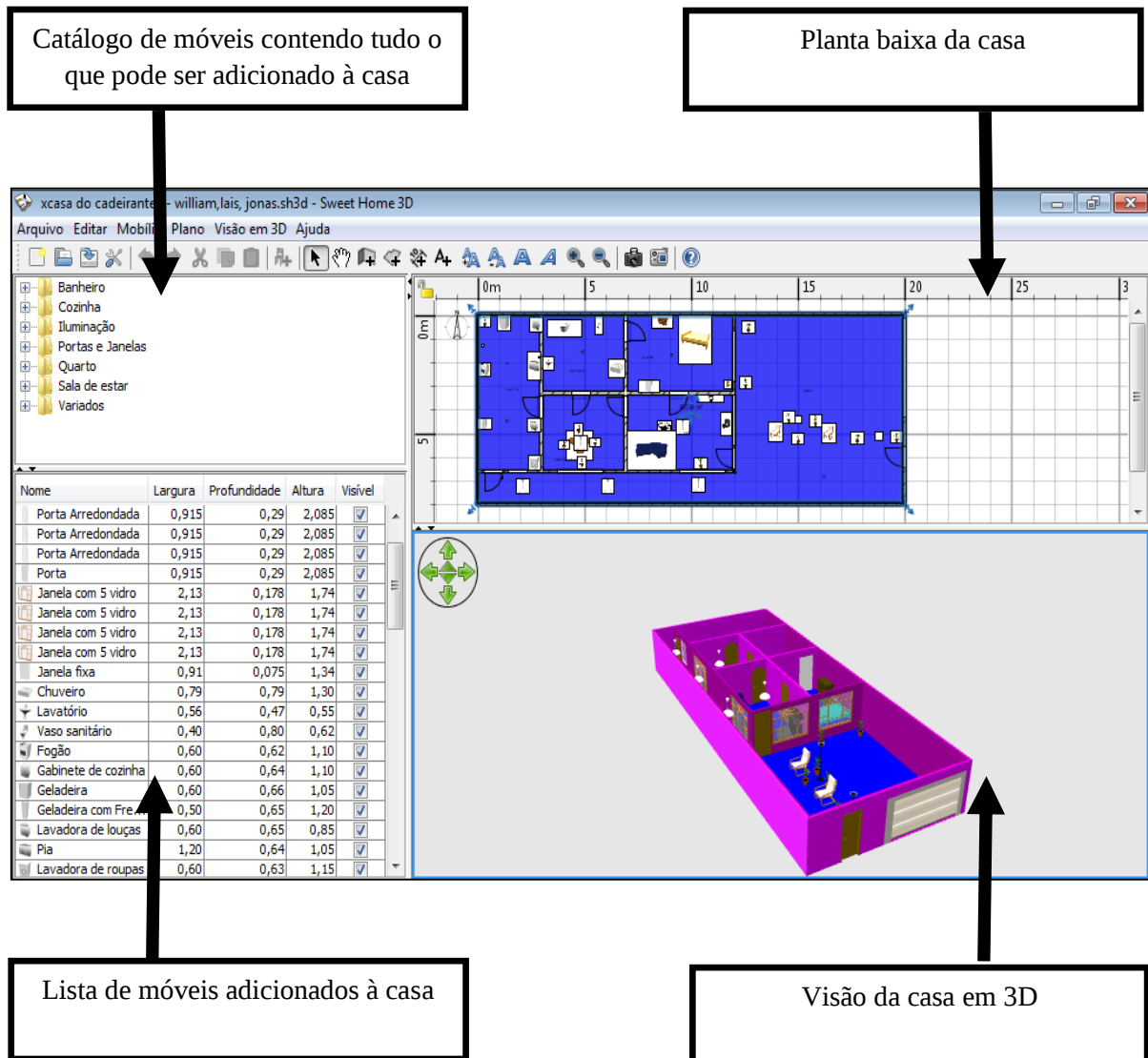
O *software Sweet Home 3D 4.4*⁵² é um aplicativo gratuito, com possibilidade de escolher o idioma, que permite que plantas baixas de casas sejam desenhadas, os móveis sejam organizados e o resultado seja visualizado em 3D. Pode tanto ser baixado no computador, como também utilizado *online*. Com esse programa, é possível desenhar paredes, inserir portas e janelas, alterar cores, texturas, tamanhos, importar imagens, escrever na planta, fazer uma visita virtual pela casa, criar imagens de vídeo, criar fotos, imprimir, exportar imagens, e muito mais.

A janela do aplicativo divide-se em quatro painéis, como mostra a Figura 1:

⁵¹ No momento da escolha do *software* ainda acreditávamos que a pesquisa seria desenvolvida nesta sala.

⁵² Disponível em: < <http://www.sweethome3d.com/pt/userGuide.jsp>.> Acesso em: 07 set 2014.

Figura 1 - Painéis do Sweet Home 3D 4.4



Fonte: G2, AC – A casa do cadeirante, 07/10/ 2014.

2.3.2 A sequência de tarefas na perspectiva da resolução de problemas

Além da exploração do *software Sweet Home 3D*, nos pareceu conveniente combiná-la à resolução de problemas. Entendemos que não basta usar a tecnologia para trazer significado ao processo de ensino e aprendizagem. Há uma grande disponibilidade de práticas, de metodologias, que valem a pena utilizar.

Os recursos computacionais se constituem em instrumental de enorme potencial: possibilitam, entre outros, o enriquecimento e a melhoria da qualidade do ensino, bem como facilitam e tornam prazerosa a aprendizagem. No entanto, o uso do computador e de outras tecnologias, por si só, não garante melhorias no processo de ensino e de aprendizagem. É preciso aliar a esses recursos novas metodologias de ensino, que fujam da simples memorização e tenham como objetivo desenvolver habilidades de reflexão, levantamento de conjecturas, argumentação, levando o aluno a

participar, de fato, de seu processo de aprendizagem. (FAINGUELERNT; NUNES, 2012, p. 23)

Assim, o trabalho com a resolução de problemas pode ser uma alternativa interessante, principalmente no processo de ensino e de aprendizagem da geometria, seja ela plana ou espacial. Concordamos que a resolução de problemas:

estimula os alunos a abordarem situações novas, a responderem a questões para as quais não conhecem uma resposta mecânica, a elaborarem estratégias de pensamento, a se fazerem perguntas, a aplicarem seus conhecimentos e suas habilidades a outras situações. (VILLA; CALLEJO, 2006, p. 9)

Isso nos leva a acreditar que “a resolução de problemas permite ao aluno aplicar a sua aprendizagem criativamente, numa nova situação” (ERNEST, 1998, p.31).

Consideramos também que o trabalho com a formulação de problemas esteja incluso na perspectiva da resolução de problemas, uma vez que todo o problema formulado tem que ser solucionado e, conforme Pinheiro e Vale (2013), essa é uma forma de testar o que foi criado anteriormente. O ensino envolvendo ambos os processos está, ao mesmo tempo, abordando conteúdos, mobilizando conceitos e estimulando os alunos a pensar, a aplicar seus conhecimentos em situações novas, a ter autonomia, a desenvolver o senso crítico, a ser criativo e a lidar com questões do cotidiano. Assim, “uma pedagogia de formulação de problemas deve incluir um tratamento do conteúdo assim como um método de ensino” (ERNEST, 1998, p.37), “dando poder aos alunos para desenvolverem capacidades amplas, para se envolverem em questões sociais e para se tornarem cidadãos criticamente conscientes” (ERNEST, 1998, p.40).

Vemos então, o ensino da geometria baseado na resolução de problemas concomitante ao uso do *software Sweet Home 3D* como uma possibilidade de proporcionar aos sujeitos da investigação um ensino com sentido.

Com base nessas considerações, optamos por elaborar uma sequência de tarefas⁵³ na perspectiva da resolução de problemas e desfrutar da prática de formulação de problemas, frequente nas aulas da professora-pesquisadora.

Esta sequência de tarefas foi dividida em três etapas, descritas a seguir:

Etapas I: Resolvendo problemas: com objetivo de levar os alunos a familiarizarem-se com o *software* e com a resolução de problemas, nessa etapa foram propostos três problemas:

⁵³ A sequência de tarefas foi elaborada por mim e pela Prof^a. Dr^a. Regina Célia Grandó.

Problema 1: Planejando uma cozinha

Quadro 4: Problema 1

Problema 1: Projetando uma cozinha

Para começar a familiarização com o *software Sweet Home 3D*, pensem em uma cozinha. Pode ser a da casa de vocês, a que vocês viram em algum lugar ou a que vocês sonham em ter. Vocês escolhem.

Como vocês projetariam essa cozinha?

Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora

Problema 2: A casa do cadeirante

Quadro 5: Problema 2

Problema 2: A casa do cadeirante

O senhor Jacinto morava apenas com sua esposa em uma bela casa de dois andares. Certo dia, ele se envolveu em um acidente de trânsito que mudou sua vida completamente. Além de perder a esposa, ficou dependente de uma cadeira de rodas para se locomover.

Diante dessa situação, decidiu construir uma casa nova e mobiliá-la de modo que tivesse mais facilidade de acesso aos cômodos e de locomoção.

O terreno ele já possui. É plano e tem 8 m de largura por 20 m de comprimento. Agora ele precisa contratar um profissional para projetar a sua futura casa e para orientá-lo sobre a melhor forma de organizar os móveis.

Coloquem-se na posição do profissional contratado pelo senhor Jacinto e projetem a sua futura casa.

Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora

Problema 3: A casa da Dona Silvia

Quadro 6: Problema 3

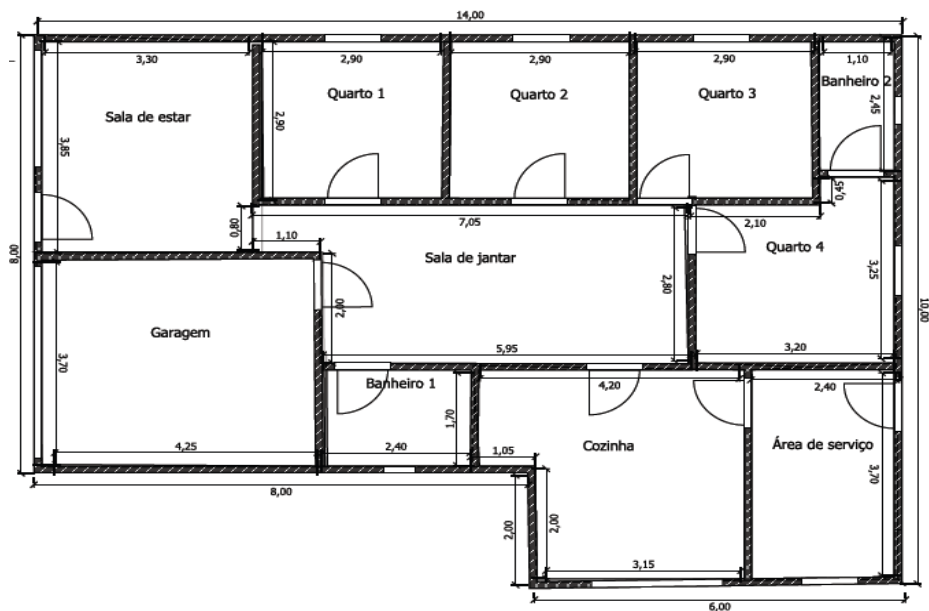
Problema 3: A casa de Dona Silvia

Dona Silvia sempre quis ter uma casa maior. Ela, o marido e seus 3 filhos “se espremam” em uma casa pequena com apenas 2 quartos, 1 banheiro, sala e cozinha.

Agora, com o recebimento de uma herança ela terá a oportunidade de construir uma casa maior. Além de herdar um terreno, receberá uma quantia em dinheiro. O terreno é plano e tem a forma de um trapézio retângulo cujas dimensões são: 8 m de fundo, 10 m de frente e 14 m de comprimento.

Pensando em como seria a casa, Dona Silvia resolveu procurar por plantas baixas em jornais e revistas. Logo encontrou uma e decidiu que aquela seria a sua futura casa.

A planta escolhida por ela está representada a seguir:



Então, respondam:

- Por que vocês acham que ela escolheu essa planta?
- É possível construir a casa representada pela planta escolhida no terreno que ela herdou?
- Se não for possível, como vocês adaptariam a planta a esse terreno?

Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora

Durante a resolução de cada problema, os alunos deveriam fazer dois tipos de registros escritos no caderno: um registro livre sobre o problema e um registro orientado por uma tabela⁵⁴ que continha um campo para descrição dos problemas encontrados durante a utilização do *software*, outro para as propostas de soluções e outro para os resultados alcançados.

Etapa II: Construindo a casa dos meus sonhos: com o intuito de que os alunos, baseados em uma construção, elaborassem problemas, essa etapa contou com os gêneros “classificados de jornal” e “páginas de *sites* de imobiliárias”, para que os grupos escolhessem um terreno para construir a casa sonhada. Esta etapa constituiu-se de três passos:

1º passo: Escolhendo o terreno

2º passo: Caracterizando a família

3º Passo: Projetando a casa.

Quadro 7: Passos da Etapa II

Imagine agora que vocês, depois de muito economizarem, conseguiram juntar uma quantia em dinheiro e finalmente vão realizar um sonho: Comprar um terreno e construir a casa própria.

1º passo: Escolhendo o terreno

Para procurar o terreno, vocês têm duas opções: páginas de *sites* de imobiliárias da região (Amparo, Pinhalzinho, Tuiuti e Morungaba) e folha de classificados de um jornal de Bragança Paulista.

Por que vocês escolheram esse terreno?

2º passo: Caracterizando a família

Agora que vocês já escolheram o terreno, façam a caracterização da família que vai morar nessa casa.

3º passo: Projetando a casa

Mãos à obra! Projetem a casa dos seus sonhos.

Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora

⁵⁴ Esta tabela está contida no caderno de registros em anexo.

Do mesmo modo que na etapa I, os alunos faziam registros livres e orientados pelos passos ou pela mesma tabela da etapa anterior.

Etapa III: Formulando problemas: para que cada grupo de alunos formulasse dois problemas com base na casa construída na etapa anterior, esta foi estruturada em quatro momentos:

1º momento: Formulação dos problemas

2º momento: Resolução dos problemas

3º momento: Correção dos problemas

4º momento: Devolução dos problemas corrigidos.

Como finalização das tarefas, foi proposto um registro final.

2.4 Procedimentos metodológicos para a produção dos dados

Visando analisar o movimento da sala de aula, dos alunos e da professora-pesquisadora, durante o desenvolvimento das tarefas envolvendo a geometria articulada ao uso de *software*, e identificar os conceitos geométricos mobilizados e construídos nessa sequência de tarefas com alunos do 2º ano do Ensino Médio, apresentamos a seguir os procedimentos metodológicos utilizados para a produção dos dados.

Nesta seção, descrevemos as três etapas envolvidas nesse processo, como já mencionado, ou seja, três movimentos de produção dos dados da pesquisa: as tarefas realizadas pelos alunos; os registros provenientes dessas tarefas e às ações realizadas pela professora-pesquisadora.

2.4.1 As tarefas realizadas pelos alunos

Após a definição do uso de um *software* de construção de plantas baixas e visualização em 3D, da sequência de tarefas envolvendo a aplicação da resolução de problemas e, organização dos grupos, originaram três momentos de produção em sala de aula, os quais se constituíram dados para a pesquisa. Temos deste modo, para análise, dados produzidos em arquivos referentes às construções realizadas com o *software*, dados advindos dos momentos de resolução dos problemas propostos e dados oriundos da ocasião de formulação de problemas pelos grupos, os quais descrevemos a seguir.

2.4.1.1 Construções com o *software*

A cada aula, os grupos de alunos iam produzindo suas construções com o *software* de acordo com as especificações dadas no corpo dos problemas propostos. Algumas construções demandaram mais tempo e outras, menos. Alguns grupos necessitaram de mais aulas e outros, de menos.

No término de cada aula, essas produções eram salvas pelos próprios alunos, em *pen drives* – no caso de o *notebook* ser de um dos membros do grupo – ou no próprio *notebook*, no caso de ser o da professora-pesquisadora.

Ao final, era possível visualizar todo o percurso do grupo por cada uma das construções realizadas, uma vez que a cada aula um novo arquivo era salvo com o título dado à respectiva tarefa e com uma numeração diferente da anterior⁵⁵. Atentava-se também para que cada nomeação fosse acompanhada da respectiva data e do nome dos integrantes do grupo que participaram da construção naquele dia.

A professora-pesquisadora se incumbia de reunir todos esses arquivos, observá-los e fazer anotações, em seu diário de campo, sobre situações relevantes após o encerramento de cada dia de trabalho.

Quando todos os grupos de uma sala terminavam cada uma das quatro construções realizadas durante o “Projeto”, íamos para a sala de vídeo e utilizando o *Datashow*, cada grupo apresentava aos demais o que havia construído.

⁵⁵ Por exemplo: “A casa do cadeirante 1”, “A casa do cadeirante 2” e assim sucessivamente.

Foto 3: Alunos apresentando suas construções na sala de vídeo



Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora

Nesse ambiente a professora-pesquisadora fazia questionamentos e os componentes do grupo respondiam. Os outros grupos também podiam fazer observações, críticas e perguntas, caso desejassem.

2.4.1.2 Resolução de problemas

Já destacamos que consideramos a resolução de problemas juntamente com a utilização do *software* como sustentação da pesquisa que nos propusemos a fazer. Ainda mencionamos a organização das tarefas em uma sequência baseada na perspectiva da resolução de problemas. No entanto, durante o seu desenvolvimento os grupos envolveram-se na resolução de problemas não só planejados previamente, mas também daqueles que surgiram do movimento da sala de aula.

Da minha intencionalidade como professora emergiu a necessidade de propor outros problemas de acordo com as dúvidas que surgiam em alguns grupos e em razão de aspectos relevantes percebidos em outros. Durante a realização da primeira construção com o *software* – “Problema 1: Construindo uma cozinha” – foram percebidas questões diferenciadas entre os grupos, envolvendo conceitos geométricos básicos ou sistema métrico, em ambas as salas. Então, foram propostos, em cada uma delas, problemas que se referiam situações ocorridas em um ou outro grupo daquela sala. Cada grupo resolvia todos os problemas, inclusive o que se referia a ele próprio, o que lhes permitia refletir sobre a situação e até mudar o seu posicionamento em relação a ela. Como em alguns grupos não surgiram tais situações, para que nenhum deles ficasse sem um problema atribuído especialmente a ele, procurei contemplá-los com um problema sobre algo não identificado, mas relacionado ao que haviam construído ou registrado.

Isso também ocorreu no “Problema 2: A casa do cadeirante”. Já no “Problema 3: A casa da Dona Silvia”, sentindo necessidade de observar as diferentes soluções dadas pelos grupos para as mesmas perguntas em ambas as salas, novamente impulsionada pelo fazer pedagógico, propus questões, desta vez sem fazer menção aos grupos.

Todos esses problemas propostos eram entregues em folhas avulsas, uma por grupo e colocadas dentro do caderno de registros, que vamos descrever em breve, no qual registravam as respostas após serem discutidas entre os integrantes do grupo.

Após a resolução pelos grupos, realizávamos a socialização, ouvindo as diferentes soluções encontradas na sala e fazendo sistematizações quando necessário.

2.4.1.3 Formulação de problemas

Finalizada essa etapa, partimos para a Etapa III, que visava em um primeiro momento, à formulação de dois problemas por grupo, referentes à planta da casa construída na etapa anterior ou a sua respectiva visualização em 3D.

Ficou determinado que cada problema seria escrito no caderno de registros e passado a limpo em uma folha, para facilitar a entrega a outro grupo, posteriormente, para a resolução. Além disso, estabelecemos que as informações necessárias à resolução que se encontrassem no arquivo da casa construída não deveriam ser mencionadas no problema, uma vez que cada grupo teria os arquivos dos demais para buscar tais informações. Após terminar a formulação o próprio grupo deveria resolver seus problemas para o momento da correção.

À medida que os problemas iam sendo entregues pelos grupos, aos quais chamamos de “formuladores”, eram numerados de 1 a 6, obedecendo a ordem de entrega, tanto no primeiro problema formulado, quanto no segundo.

Quando todos haviam terminado, passei a pasta com os arquivos de todos os grupos para os *notebooks* que levaria e para os *pen drives* dos grupos que continham alunos que levariam os seus computadores portáteis. Também organizei pedaços de papel para sorteio, seis com a indicação “primeiro problema”, ou seja, numerados de 1 a 6, cujo verso estava riscado de vermelho, e seis com a indicação “segundo problema”, também numerados de 1 a 6, sem nada no verso. Isso se repetiu nas duas salas.

Com papéis para o sorteio e folhas com problemas em mãos, passei pelos grupos, os quais deveriam retirar aleatoriamente dois desses papéis, sendo um com verso riscado de vermelho e outro sem nenhuma indicação no verso. Após a leitura do número, conferia se o grupo não tinha tirado o seu próprio problema. Caso isso acontecesse, o papel voltava para o sorteio, e outro era retirado. Também quando um grupo ficava com os dois problemas formulados pelo mesmo grupo, era realizado novo sorteio do segundo papel retirado. Porém, no 2º B, o último grupo a retirar os papéis do sorteio – o G10 - acabou ficando com os dois problemas formulados pelo mesmo grupo e, como a única solução seria refazer todo o sorteio e alguns grupos já haviam começado a interpretar os problemas sorteados, optei por não fazer alterações.

Nesse segundo momento, os grupos, assim chamados “resolvedores” discutiram e procuraram resolver os problemas sorteados, fizeram observações, críticas na própria folha do problema e deram um parecer sobre cada um deles no caderno de registros. Quando necessário recorriam aos grupos “formuladores” do problema para esclarecimentos, ou a professora-pesquisadora conduzia-os a pensar e chegar a possíveis soluções por meio de questionamentos e mediações.

À medida que os grupos terminavam as resoluções, ia recolhendo as folhas para, em um momento posterior – o terceiro momento – devolvê-las aos grupos “formuladores” para a análise e a correção da solução apresentada. Caso houvesse necessidade, as duplas buscavam os responsáveis pela resolução e discutiam os resultados.

Quando encerraram as correções, as folhas foram recolhidas e devolvidas às duplas responsáveis pela resolução, constituindo-se o quarto momento. Os grupos inteiraram-se dos seus erros ou acertos e puderam fazer ponderações com relação à correção realizada. Em alguns casos, como os grupos “resolvedores” não concordaram com a correção realizada pelos

grupos “formuladores”, houve a necessidade de retornar o problema a eles, para reverem suas conclusões e chegarem a um consenso sobre quem estava certo.

2.4.2 Os registros provenientes das tarefas realizadas pelos alunos

Para registrar os movimentos dos alunos nos momentos de construção com o *software*, de resolução de problemas e de formulação de problemas, já referidos, utilizamos dois instrumentos: as audiograções e os cadernos de registros⁵⁶. Entendemos que um complementa o outro. Muitos dados são provenientes da oralidade, das conversas e mediações da professora-pesquisadora e outros são escritos, anotados, rascunhados nos cadernos de registros. Assim, temos registros advindos da oralidade e da escrita e para ilustrá-los, evidenciamos as subseções a seguir.

2.4.2.1 As audiograções

Para a realização das audiograções, já que os grupos estariam utilizando *notebooks*, optei por aproveitar o recurso “gravador de som” localizado entre seus acessórios. Para aqueles que não possuísem tal recurso foi oferecido um aparelho gravador. Como dispúnhamos de três gravadores, nomeamos os que ficavam nos grupos de alunos como “gravador 1” e “gravador 2” e o que ficava com a professora-pesquisadora, de “gravador 3”.

Quadro 8: Aparelhos utilizados para audiograções em cada grupo

Salas	Grupos	Aparelhos utilizados para audiograções do grupo
2º C	G1	Gravador 1
	G2	Gravador 2
	G3	Próprio <i>notebook</i>
	G4	Próprio <i>notebook</i>
	G5	Próprio <i>notebook/ netbook</i>
	G6	Próprio <i>notebook</i>

⁵⁶ Trazemos um exemplar desses cadernos em anexo.

2º B	G7	Gravador 1
	G8	Próprio <i>netbook</i>
	G9	Próprio <i>notebook</i>
	G10	Próprio <i>notebook</i>
	G11	Próprio <i>netbook</i>
	G12	Gravador 2

Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora

Quando a gravação era realizada em um *notebook* que ficava com a professora-pesquisadora, era salva no próprio aparelho. Quando pertencia a um aluno, era salva em *pen drive* e entregue a ela no final de cada aula.

O “gravador 3” ficava com a professora-pesquisadora, a fim de captar suas mediações com os alunos de cada grupo.

Ao término das atividades escolares todas as audiograções, quer aquelas salvas pelos próprios grupos em *pen drives* quer as registradas em *notebooks* da professora-pesquisadora, em gravadores que ficavam nos grupos ou com a professora-pesquisadora, passavam por uma organização, para que nenhuma informação se perdesse; e parte delas era ouvida, possibilitando retomar, na aula seguinte algumas questões que emergiam nas discussões em grupos. Essa organização se dava com a separação em pastas – uma para cada sala – e com a nomeação de cada arquivo de áudio com os nomes dos integrantes do grupo que participaram naquele dia e a data.

Posteriormente, essas audiograções foram ouvidas e excertos delas transcritos, de acordo com a relevância para as categorias de análise que emergiram dos dados. Nessas transcrições, a fala de cada um dos alunos está indicada por um nome, e as da professora-pesquisadora aparecem precedidas por “Rô”.

Todo esse material foi armazenado, caso houvesse a necessidade de consultá-lo novamente.

2.4.2.2 O caderno de registros

Partindo do princípio de que “escrever em matemática ajuda o aluno a pensar” (TUTTLE apud NACARATO; LOPES, 2009, p.40), adotamos como uma das formas de produção de dados o registro dos alunos durante cada tarefa proposta na realização da pesquisa. Os alunos foram convidados tanto a relatar minuciosamente o que aconteceu

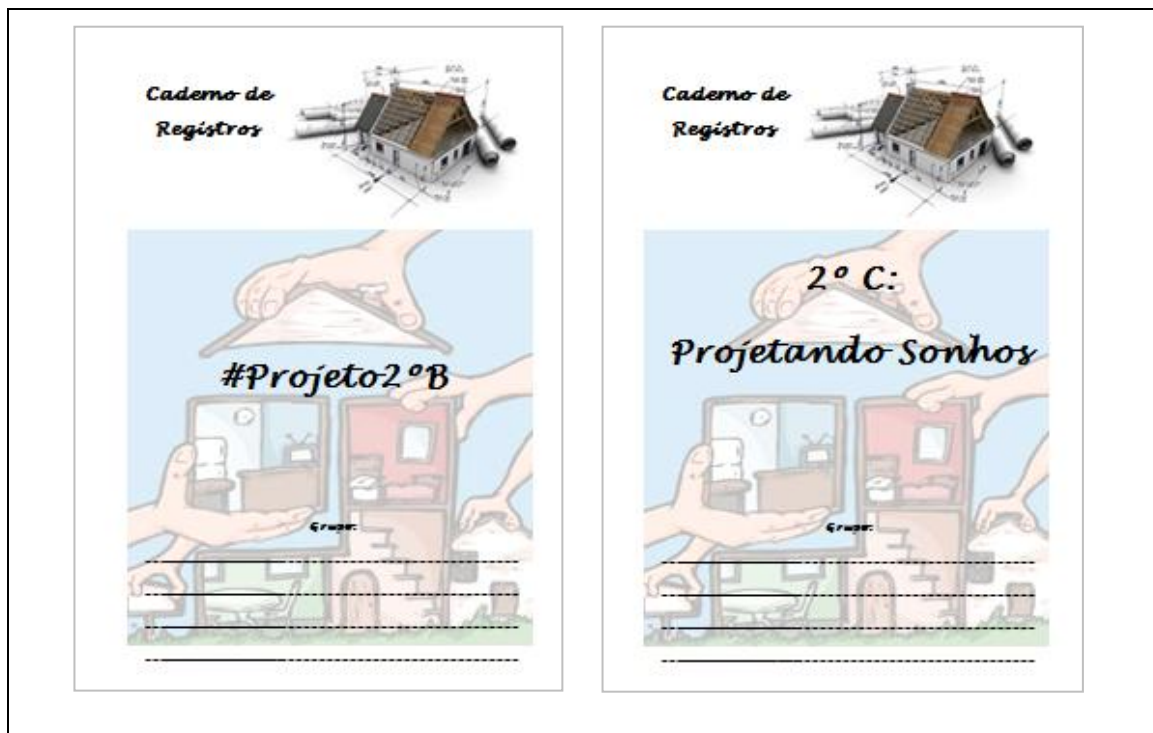
(procedimentos, potencialidades, dificuldades, aspectos relevantes) quanto a expressar sugestões ou críticas.

Após a elaboração da sequência de tarefas a serem desenvolvidas pelos alunos, preocupamo-nos com a forma como elas seriam distribuídas aos grupos e com a realização dos registros. Pensamos em um caderno brochura para os registros, dia a dia. No entanto, desejávamos uma tabela para percepção dos problemas com o uso do software nos momentos de sua utilização e não sabíamos como organizá-las nesse caderno. Pensamos em folhas avulsas, mas também não seria conveniente.

Logo, chegamos à conclusão de que o ideal seria a organização de um caderno de registros, composto por folhas impressas e encadernadas, que contivessem as tarefas a serem desenvolvidas e os respectivos espaços para os diferentes tipos de registros. A intenção era preparar um material com o qual os alunos tivessem cuidado, zelo e, ao mesmo tempo, que possibilitasse a organização das tarefas e dos dados, permitindo dar a alguns grupos a autonomia para irem avançando por si mesmos e, a outros, o respeito para com seu ritmo de aprendizagem.

Definida a organização do material, negocieei com os alunos sobre a capa e o nome do caderno. O 2º C, primeira turma a ser consultada, optou por uma capa com algumas imagens sobre construção de uma casa, de preferência com jeito de desenho animado. O nome escolhido em votação foi “2º C: Projetando Sonhos”. Os alunos do 2º B optaram por uma capa com as mesmas características que a outra sala e elegeram como nome “# Projeto2ºB”. A partir dessas definições, elaborei a capa dos cadernos para as duas salas.

Figura 2: Capa dos cadernos de registros do 2º B e do 2º C



Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora

Como já mencionado, durante a realização do “Projeto”, surgiu a necessidade de propor novos problemas, os quais eram entregues em folhas avulsas que os alunos colocavam também dentro desse caderno, juntamente com as respectivas respostas.

Esses cadernos eram distribuídos aos grupos no início das aulas e recolhidos ao final. Posteriormente, a professora-pesquisadora olhava um a um a fim de encontrar algo relevante para discussão ou questionamento na próxima aula. Neles os integrantes dos grupos faziam registros livres durante a realização das tarefas e também registros orientados pelas questões propostas, compondo, desse modo, cinco formas diferentes de escrita: registros livres sobre os problemas preestabelecidos, registros na tabela de problemas referentes à utilização do *software*, registros provenientes dos problemas propostos, registros envolvendo a formulação de problemas e registro final.

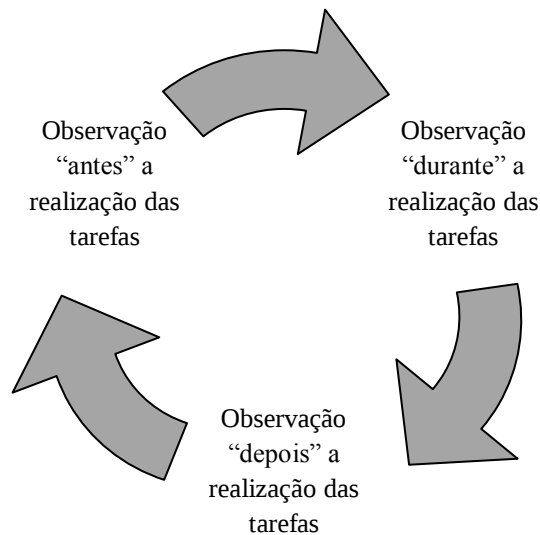
2.4.3 As ações da professora-pesquisadora

Enquanto os alunos realizavam as tarefas e produziam os registros orais e escritos, eu me encarregava de fazer observações, escrever no diário de campo e mediar as discussões nos grupos ou em momentos de socialização coletiva das tarefas, conforme relatado a seguir.

2.4.3.1 As observações

Como descrito anteriormente, a observação se deu e se fez necessária em diferentes momentos da realização do “Projeto”, conforme o ilustrado pela Figura 3:

Figura 3: O processo de observação



Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora

Havia observação das tarefas propostas “antes” da aula, para identificar a necessidade de preparação de materiais de consulta a determinadas informações, as quais os alunos possivelmente viriam a pedir durante sua realização. Como exemplo, temos as normas para cadeirantes e as dimensões de uma cadeira e rodas distribuídas quando os alunos expressaram a necessidade de conhecê-las, durante a resolução do “Problema 2: A casa do cadeirante”.

“Durante” a realização da sequência de tarefas também era indispensável observar os movimentos dos alunos, suas discussões, hipóteses, tentativas, dúvidas, conclusões etc. Usando como base o exemplo descrito acima, após a entrega das normas para os cadeirantes e as dimensões de uma cadeira de rodas, fazia-se necessário observar como eles interpretavam tais informações e as aplicavam na resolução do problema.

Terminada a aula, novamente cabia à professora-pesquisadora observar todos os registros, orais ou escritos, e arquivos das construções que haviam feito, para retomar questões na aula seguinte. Assim se constituíam observações realizadas “depois” das tarefas, que acarretavam em observações necessárias às ações da próxima aula e, portanto,

caracterizadas também como observações anteriores às tarefas, retomando o círculo de observações ilustrado acima.

Além disso, como o trabalho se constituía em uma pesquisa na própria prática da professora de matemática das duas salas envolvidas, que se estendeu por praticamente todo o 4º bimestre deste ano letivo, esse círculo de observações foi o principal instrumento de avaliação.

2.4.3.2 As mediações

Considerando este trabalho como uma pesquisa na própria prática, em que se vive uma justaposição de papéis – o de professora e o de pesquisadora – é impossível deixar de falar na mediação⁵⁷ pedagógica. Ela é importante no processo de ensino e aprendizagem. Pode expressar-se na forma de questionamentos, de incentivo, de dicas, de informações, de indicação de caminhos, entre outras. Tais ações são necessárias quando se pretende despertar nos alunos a autonomia, a ação criadora, o fazer matemático, a mobilização e a apropriação de conhecimentos, o desenvolvimento de pensamento.

Uma vez que levar os alunos a pensar, refletir, levantar hipóteses, faz parte da prática de sala de aula da professora-pesquisadora, isso se repete no contexto da pesquisa. Assim, as mediações foram indispensáveis para o desenvolvimento do trabalho e do pensamento dos sujeitos da investigação. Porém, tais mediações precisam ser pensadas no sentido de contribuir para a aprendizagem do aluno nesse movimento, contrapondo-se a uma ação do professor que, às vezes, não ajuda o aluno a avançar ou que, precipitadamente, não lhe dá tempo para refletir, fazer relações, mobilizar conhecimentos, (re)elaborar suas estratégias.

Todas as vezes que um aluno tinha dúvidas, caso não fosse o próprio colega que as esclarecesse, eu o fazia, mas sempre conduzindo a situação com o cuidado de dar tempo para que eles pensassem, de dar chance para que criassem suas próprias soluções.

Tais mediações se davam com base nos diferentes tipos de observações realizadas e ocorreram no momento das construções com o *software*, da resolução de problemas, da formulação de problemas, dos registros no caderno etc.

⁵⁷ Com relação ao conceito de mediação, é importante destacar que seria necessário um aprofundamento teórico na perspectiva histórico-cultural. No entanto, esse estudo não foi objeto deste trabalho. Contudo, ainda que não o tenhamos realizado, optamos por fazer uso do termo, a partir das elaborações de Fontana (2000), pois o consideramos mais adequado às elaborações contidas na dissertação.

2.4.3.3 O diário de campo

Novamente considerando que a presente investigação constitui uma pesquisa na própria prática, é impossível não utilizar a observação e a mediação pedagógica como fonte de produção de dados durante a realização do trabalho de campo.

Depois de cada uma dessas ações, tomei o cuidado de escrever de forma bastante detalhada, precisa e extensiva todos os acontecimentos, as falhas, os sentimentos, as reflexões, as descrições, as ideias, incidindo no que Bogdan e Biklen (1994, p. 150) definem como “notas de campo”: “o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiência e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo”.

Desse modo, os conteúdos das notas de campo envolvem tanto aspectos descritivos quanto reflexivos. De acordo com os mesmos autores, os dados descritivos englobam descrição dos sujeitos, dos diálogos, dos lugares, de acontecimentos particulares, das atividades e dos comportamentos do observador. Os dados reflexivos envolvem reflexões sobre a análise, a metodologia, os conflitos e os dilemas éticos, o ponto de vista do observador e esclarecimentos que venham a ser necessários.

As notas de campo abrangendo ambos os aspectos, reunidas, resultaram em um diário de campo da professora-pesquisadora, no qual os relatos estão relacionados tanto ao que se passa dentro das salas de aula B ou C, como fora delas. Vale lembrar que, nas pesquisas de campo, às vezes, muitos acontecimentos relevantes ocorrem no momento em que as câmeras ou gravadores estão desligados; por isso, alguns fatos ocorridos antes ou depois das aulas também foram registrados no diário de campo.

Essa forma de registro constitui um complemento das audiografações, pois, baseando-nos novamente em Bogdan e Biklen (1994), entendemos que o gravador não capta visão, cheiros, impressões.

2.5 Síntese das informações obtidas

A fim de organizar os dados provenientes de diferentes procedimentos metodológicos – a serem mencionados na seção seguinte – desenvolvidos durante a pesquisa, para o momento de sua análise, elaboramos um quadro sintetizando as informações, atribuindo uma simbologia para cada um dos tipos de registros obtidos em tais procedimentos.

Quadro 9: Símbolos utilizados para os diferentes tipos de registros dos dados

Tipos de registros dos dados	Símbolos utilizados
Arquivos de construções com o software	AC
Excertos do caderno de registros - registros livres sobre os problemas preestabelecidos	CR-RL
Excertos do caderno de registros – registros na tabela de problemas percebidos durante as construções com o <i>software</i>	CR-TP
Excertos do caderno de registros – resolução dos problemas propostos após cada tarefa	CR-RP
Excertos do caderno de registros – registro final	CR-RF
Excertos do caderno de registros - problemas formulados ⁵⁸	CR-PF
Trechos transcritos das audiografações	AG
Excertos do diário de campo	DC

Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora

2.4 Os procedimentos de análise dos dados

“Analisar os dados qualitativos significa ‘trabalhar’ todo o material obtido durante a pesquisa” (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p.45) e, no nosso caso, trabalhar com as transcrições das audiografações; os arquivos com as construções usando o *software*; o diário de campo da professora-pesquisadora; e os apontamentos escritos pelos alunos no caderno de registros – registros livres, registros na tabela de problemas, registros provenientes dos problemas propostos, registros envolvendo o problema formulado e registro final.

Conforme explicam Lüdke e André (1986), a tarefa de análise envolve, primeiramente, uma organização de todo o material, separando-o em partes com informações que se relacionam e buscando identificar padrões relevantes. Nesta pesquisa, a análise se deu a partir da seleção de tarefas e episódios em meio a grande quantidade de dados produzidos, buscando indícios de modo a responder nossa questão de investigação: “Como e quais conceitos geométricos são mobilizados e construídos em uma sequência de tarefas envolvendo a geometria articulada ao uso do *software Sweet Home 3D* com alunos do 2º ano do Ensino Médio?”

⁵⁸ Como a formulação de problemas fazia parte da sequência de tarefas predefinidas no caderno de registros e os alunos foram orientados a fazer as anotações nele, consideramos as folhas de problemas formulados como parte desse caderno.

De um olhar inicial sobre o conjunto de dados de que dispúnhamos, afloraram duas categorias a serem analisadas: o movimento de sala de aula e os conceitos geométricos trabalhados. Uma análise prévia desses dados trouxe à tona alguns temas – envolvendo o movimento dos alunos e da professora-pesquisadora – a serem explorados: a problematização, a mediação, os registros dos alunos e as reflexões da professora-pesquisadora. Quanto aos conceitos geométricos, inicialmente pensamos na abordagem de três temas: medidas, geometria plana e geometria espacial.

No entanto, uma análise mais depurada levou-nos a considerar uma terceira categoria de análise para tratar das reflexões da professora-pesquisadora, enquanto a problematização, a mediação e os registros continuaram como eixos temáticos da categoria referente ao movimento da sala de aula. Além disso, a questão das medidas e das grandezas geométricas, juntamente com alguns conceitos geométricos, ficou mais evidente que a questão da geometria plana e espacial de forma isolada, culminando na separação da segunda categoria em dois eixos principais: um sobre medidas e outro sobre conceitos e grandezas geométricas.

Definimos, então, três categorias de análise, com base nos dados obtidos durante os diferentes momentos dessa investigação. A primeira refere-se ao movimento da sala de aula; a segunda, aos conhecimentos geométricos mobilizados e construídos durante a realização da pesquisa; e a terceira às reflexões da professora-pesquisadora. A partir daí, perpassei pelos diferentes tipos de dados, a fim de selecionar tarefas e episódios que dessem indícios de como o movimento foi acontecendo e de quais conceitos foram sendo mobilizados e apropriados, procurando, assim, responder a nossa questão de investigação.

Após essa seleção, busquei outros referenciais, para além dos que já haviam orientado a produção e a seleção dos dados, para que pudessem constituir uma abordagem teórica consistente, que entrelaçada aos dados possibilitasse sua análise. Assim, cada uma destas categorias é constituída por alguns eixos temáticos, sustenta-se por alguns referenciais teóricos e foi evidenciada em determinados tipos de dados. Para melhor compreensão, organizamos o quadro a seguir:

Quadro 10: Categorias de análise

Categorias de análise	Eixos temáticos	Principais referenciais teóricos	Tipos de dados utilizados
O movimento da sala de aula durante a realização do “Projeto”	Problematização	Alrø e Skovsmose (2010), Bagne (2012), Fontana (2000), Freire (1982), Hiebert et al. (1997), Mendonça (1993), Skovsmose (2007, 2008)	Arquivos de construções com o <i>software</i> ; Excertos do caderno de registros; Trechos das audiograções; Diário de campo
	Mediação	Alrø e Skovsmose (2010), Fontana (2000), Hiebert et al. (1997)	
	Registros	Barbosa, Nacarato e Penha (2008), Hiebert et al. (1997), Nacarato (2013), Powell e Barrel (2006)	
Os conceitos geométricos mobilizados e construídos durante a realização do “Projeto”	Medidas	Bagne (2012) Caraça (1951), Manechine (2006)	Arquivos de construções com o <i>software</i> ; Excertos do caderno de registros; Trechos das audiograções.
	Conceitos e grandezas geométricas	Brasil (2002), Fainguelernt e Nunes (2012), Figueiredo e Moraes (2012), Lima e Bellemain (2010), Lima e Carvalho (2010), Pais (1996, 2000)	
Reflexões da professora-pesquisadora	—	Freire (1982, 1994, 1996)	Diário de campo

Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora

Após o agrupamento dessas informações, debruçamo-nos sobre elas, a fim de elaborar uma análise aprofundada e sustentada pelos referenciais teóricos. Logo, surgiram três capítulos de análise, os quais apresentamos a seguir.

CAPÍTULO 3:

“USAR O NOTEBOOK NA ESCOLA É MUITO LEGAL⁵⁹”: O MOVIMENTO DA SALA DE AULA DURANTE A REALIZAÇÃO DO “PROJETO”

No presente capítulo abordamos algumas, dentre tantas situações, que envolvem a problematização, a mediação e os registros dos alunos no decorrer da realização do “Projeto”.

A abordagem desse movimento da sala de aula é indispensável para compreensão do quanto esse ambiente possibilitou a mobilização dos alunos, da professora e ao mesmo tempo pesquisadora, para tornar essa “construção” possível. Como apresentado na dedicatória deste trabalho, esse ambiente permitiu-nos compartilhar saberes, experimentar o novo, enfrentar desafios juntos – um movimento em que arregaçamos as mangas, pusemos as mãos na “massa” e, por conta disso, nosso projeto se concretizou.

Durante a realização das tarefas esses alunos foram colocados em movimento de autoria, de produção. Um movimento em que eles se sentiram autores, produtores do conhecimento, possibilitado pela natureza dessas tarefas.

Partilho, com Nacarato, Gomes e Grando (2008), que o pensamento geométrico pode ser desenvolvido no aluno em um ambiente pautado no diálogo, na comunicação e em cenários de investigação.

3.1 Problematizações: Perguntar, desafiar, formular questões para produzir sentido

Rô: Por que será?

Roger: Ah professora, para de perguntar por que e fala logo a resposta!

Rô: Eu estou perguntando para que vocês pensem e cheguem numa solução, para que vocês aprendam. Não adianta eu falar a resposta...

(G3, AG, 07/ 10/2014)

“Por quê?”. “E se...?”. “Será que...?”. “Como?”. “Qual?”. São termos que os alunos parecem não gostar de escutar. Às vezes, passam a impressão de terem ficado profundamente irritados ao ouvi-los. Preferem muito que o professor lhes dê a resposta, ao invés de ir questionando-os, desafiando-os, levando-os a refletir, conduzindo-os ao alcance da resposta tão esperada.

No desenvolvimento deste “Projeto” com as séries envolvidas, os questionamentos, as problematizações estiveram presentes o tempo todo, fazendo parte do movimento da pesquisa,

⁵⁹ G10 (CR-RF, 04/12/2014)

mesmo que os alunos reclamassem. Só o uso das ferramentas tecnológicas não bastava. Não garantiriam um ambiente de aprendizagem com sentido. Afinal, sabemos que é imprescindível esgotar todas as possibilidades de exploração de um problema, uma situação desafiadora, lembrando que isso tem que ser algo que desperte o interesse, que provoque no aluno o desejo de chegar a uma solução. Sabemos que “quanto mais se problematizam os educandos, como seres no mundo e com o mundo, tanto mais se sentirão desafiados” (FREIRE, 1982, p. 80), o que, segundo o autor, se dá por meio do diálogo, levando a uma reflexão crítica.

A problematização, segundo Bagne (2012), refere-se a um movimento de circulação de significações em que há interações entre os alunos e entre os alunos e a professora, envolvendo diálogo, troca de ideias, trabalho compartilhado e intervenções da professora. Para a autora, esse movimento contribui para elaboração conceitual.

De acordo com Mendonça (1993), perguntar é fundamental para o aprendizado. A problematização pode dirigir o pensamento do aluno, levando-o a refletir, questionar a realidade, investigar e construir seu próprio conhecimento.

Assim, defendo que a problematização consiste em um movimento de mediação que abre espaço para o debate, para o diálogo entre professor e alunos, em que perguntar, desafiar, formular questões sobre algo observado é indispensável para a elaboração e a apropriação de conceitos, para a mobilização do pensamento matemático e a produção de sentido.

Tomando como base uma perspectiva problematizadora e apoiando-me em Alrø e Skovsmose (2010), Bagne (2012), Fontana (2000), Freire (1982), Hiebert et al. (1997), Mendonça (1993) e Skovsmose (2007, 2008), trago, a seguir, três situações para análise.

3.1.1 “*A minha casa é do tamanho da cozinha delas...*”⁶⁰: Analisando as medidas da cozinha.

Com base nas observações realizadas durante uma das aulas, ficou evidente para mim que os alunos não tinham noção do tamanho ideal de cômodos e paredes. Então, decidi planejar situações para na aula seguinte mobilizá-los, em um primeiro momento, em torno da questão do tamanho da cozinha e da altura e da espessura de uma parede, propondo estimativas e comparações sobre medidas, como ilustrado no trecho transcrito a seguir:

Rô: <i>Será que vocês têm noção do tamanho que vocês estão fazendo as cozinhas de vocês?</i> Laís S: <i>A minha está muito grande.</i> Rô: <i>Vamos pensar.</i>
--

⁶⁰ Elicarlos (AG, 19/09/2014).

Carol: *A minha tem 24 m².*

Jonas: *A nossa tem 45, 37.*

Elicarlos: *Na nossa cozinha dá pra fazer uma casa inteira.*

Rô: *Então, né? Eu sei que vocês podiam escolher, mas eu só quero que vocês pensem. Olhem o tamanho que vocês estão fazendo, será que está certo, está do tamanho adequado ou está muito pequeno?*

[...]

Rô: *Essa sala de aula, vocês acham que tem quanto de área?*

Alunos: 2, 7...

Rô: *Quanto vocês acham que ela tem de comprimento e de largura?*

Maria: *Só perguntando pra um pedreiro.*

Roger: *9 por 7.*

Rainara: *7 por 5.*

Rô: *Mais ou menos.*

Rainara: *A minha cozinha ficou desse tamanho.*

Rô: *Podemos dizer que é aproximadamente isso, então, pensem... Tem gente que eu vi, não que esteja errado, o que eu quero é que vocês pensem, que colocou uma cozinha de 10m de comprimento.*

Laís S: *Foi a nossa.*

Rô: *Pensem no tamanho que vai ficar essa cozinha.*

Laís S: *Então está errada a nossa?*

Rô: *Não é que está errado, eu só estou pedindo pra vocês pensarem em que tamanho vai ficar essa cozinha, pra vocês terem noção do tamanho que vocês estão fazendo as coisas.*

Elicarlos: *A minha casa é do tamanho da cozinha delas.*

Laís S: *Na casa do cadeirante vai ter que ser grande pra ele passar coma cadeira.*

Rô: *Então, vocês pensem um pouquinho quando forem fazer um cômodo, e, nos próximos, tomem cuidado com essa coisa das dimensões.*

Laís S: *A nossa cozinha é grande porque vão ser eu, a Nathaly e a Tainá.*

Rô: *Além disso, será que se colocar, por exemplo, 5 metros de altura de uma parede...*

Elicarlos: *Dá para fazer dois andares.*

Rô: *Quantos metros aproximadamente vocês acham que é o ideal para a altura de uma parede?*

Roger: *3 metros.*

Elicarlos: *2 e meio.*

Rô: *Cuidado, porque tem gente que estava discutindo se colocava 4, se colocava 5, se colocava 6...*

Roger: *Se colocava 2... mas o certo é 2 e meio ou 3.*

Rô: *Isso mesmo. Outra coisa: a espessura. Espessura o que é?*

Elicarlos: *É a grossura da parede.*

Rô: *Isso. É a grossura da parede. Eu vi por aí, parede com 10 cm de espessura. Quanto mais ou menos são 10 cm de espessura?*

Roger: *Mais ou menos assim, olha [mostrando uma medida com os dedos].*

Elicarlos: *Assim [também mostrando uma medida com os dedos].*

Rô: *Isso são 10 cm, Elicarlos?*

Roger: *Isso aqui, olha [mostrando a medida de novo].*

Rô: *Então vamos pensar: o que tanto vai ser usado para levantar uma parede se ela tem 10 cm de espessura?*

Roger: *Papelão.*

Nathaly: *Isso aqui [mostrando na régua].*

Rô: *Muito bem, Nathaly. E o tijolo tem isso de espessura?*

Roger: *Tem. Tem aqueles tijolinhos de meia⁶¹.*

Rô: *Pra levantar a parede?*

Roger: *É. Minha casa é feita assim.*

Rainara: *A nossa tem 13.*

⁶¹Refere-se a tijolos assentados “à meia vez” ou “a meio tijolo”, um tipo de parede levantada em que os tijolos são assentados de modo que a espessura da parede corresponde à largura do tijolo.

Roger: *Que largura você quer? Tem bloco de 10, tem bloco de 15 e tem bloco de 20.*
 Rô: *Não é o que eu quero. Eu estou falando pra vocês pensarem em tudo o que vocês estão fazendo. Mas se vocês estão pintando as paredes, só vai tijolo nelas?*
 Roger: *O reboco.*
 Rô: *Mas aí não vai aumentar mais uma quantia?*
 Roger: *Vai. Mas se for tijolinho a vista?*
 Laís S: *Mas 10 é muito ou é pouco?*
 Rô: *Começa a pensar na parede da sua casa, na da escola... Quanto será que costuma ter?*
 Laís S: *Espera aí, prô. [pega a régua e vai até a porta]. É 17.*
 Rô: *Então, o que vocês acham?*
 Laís S: *Está pequeno 10?*
 Rô: *É isso que eu pergunto.*
 Laís S: *É isso que eu estou perguntando também.*
 Rô: *Vocês é que vão pensar.*
 Laís S: *A nossa não pode deixar assim?*
 Rô: *Pode. Só estou pedindo para vocês pensarem. Esse é o primeiro e vocês estão experimentando, só que comecem a prestar atenção nesses detalhes.*
 Laís S: *Só que isso não vai ser comigo. Vai ser com o engenheiro ou o pedreiro que vai fazer.*
 Rô: *Mais você é a engenheira aí.*
 Laís S: *Não sou, porque eu estou pondo os móveis.*
 Roger: *Já estou arrumando, já.*
 Rô: *Arrumando o quê?*
 Roger: *A espessura do bloco.*
 Rô: *Ah, tá. Mas eu não falei que era para mudar. Eu só perguntei se estava certo.*

(2º C, AG, 19/09/2014)

A primeira problematização foi referente ao tamanho das cozinhas que estavam fazendo. No início desse diálogo, a intenção era a de mobilizá-los para a questão da noção de estimativa de áreas. Desse modo, quando me referi aos tamanhos, logo surgiram as medidas das áreas apresentadas pelo *software* no centro do cômodo, após ter sido criado o cômodo, ou seja, desenhado o chão. Alguns simplesmente reproduziam as medidas indicadas e outros, como Elicarlos, pareciam ter conhecimento daquilo que diziam.

Tendo percebido que levá-los a fazer comparações com medidas conhecidas ou visíveis trazia resultados positivos, decidi propor a estimativa das medidas das dimensões da sala de aula para cálculo de sua área e comparação com as cozinhas construídas. A mais próxima foi explicitada por Rainara, o que permitiu que os demais grupos refletissem sobre as dimensões de suas cozinhas.

Quando o questionamento se referiu à altura da parede, a discussão não se prolongou. No entanto, com relação à espessura da parede, além da definição dada por Elicarlos como “*É a grossura da parede*”, até mesmo conhecimentos do cotidiano foram trazidos para a discussão, enriquecendo-a. Como exemplo cito algumas das falas de Roger: “*Tem aqueles tijolinhos de meia*”, “*Minha casa é feita assim*”, “*Tem bloco de 10, tem bloco de 15 e tem bloco de 20*”. Isso ilustra que os alunos podem trazer, para a resolução de problemas

escolares, saberes não escolarizados, adquiridos no dia a dia, que possibilitam tomadas de decisões.

O trecho evidencia também que a comparação com medidas conhecidas ajuda a estimar medidas ideais, comuns em situações reais. Nathaly e Laís S. precisaram utilizar-se da régua, por não terem noção de quanto seriam tais medidas, ou seja, precisaram de algo concreto, de um instrumento de medida, tanto para explorar os questionamentos feitos por mim, quanto para compreender o que estava sendo dito.

Porém, Laís S, ao contrário de Roger, parecia não ter esclarecido sua dúvida com relação à medida da espessura que havia utilizado em sua cozinha. Ao invés de refletir sobre o que estava sendo discutido e tomar uma decisão, ainda continuava necessitando de uma resposta para sua indagação. Talvez não conseguisse ou não quisesse pensar sobre a questão e chegar a uma solução mais viável. Entretanto eu respondia às suas perguntas com outras. De acordo com Fontana (2000), essa ação de responder à pergunta dos alunos com outras perguntas ou, em resposta a algumas falas, apontar outras perguntas, faz parte da mediação pedagógica, do processo de ensino e aprendizagem. Assim, o grupo, posteriormente à socialização, teve que (re)pensar sobre a espessura utilizada nas paredes da cozinha e chegar a uma conclusão – se estava se estava certa ou errada, se era ideal, comum ou não.

Ao adotar a prática do diálogo diante das resoluções de situações-problemas num contexto de problematização, damos espaço para que o aluno relate o que ele pensa ser verdadeiro. A ideia, nesse momento, não é dizer o certo ou o errado, mas deixar que o próprio grupo conduza as discussões e que, nesse processo, haja apropriações sobre o modo de pensar. (BAGNE, 2012, p.62-63)

Nesse sentido, compartilho essa ideia e penso que nesse movimento, o dialogar no ambiente problematizador, está diretamente imbricado com o refletir e o agir.

3.1.2 “O muro não conta...”⁶²: Problematizando a construção do muro

Em outra ocasião, ao observar o arquivo da casa do cadeirante do G3, notei que as dimensões 8m por 20m requisitadas no “Problema 2: A casa do cadeirante”, não estavam exatas, ou seja, o terreno estava ultrapassando estas dimensões.

⁶² Roger (AG, 07/10/2014)

Figura 4: A casa do cadeirante projetada pelo G3



Fonte: G3, AC – A casa do cadeirante, 07/10/2014.

Com base na observação realizada, decidi elaborar questionamentos a serem feitos para o grupo na próxima aula, para que refletissem e justificassem se estavam certos ou errados.

Rô: Se eu fosse o vizinho do terreno do senhor Jacinto e fosse reclamar, com ele, que ele invadiu o meu terreno, eu estaria certo ou errado?

Roger: Está errado.

Rô: Por quê?

Roger: Porque, se ele invadiu o terreno, quer dizer que ele pagou a medida do terreno.

Rô: Mas aí está passando a medida do terreno? O que estou dizendo é verdade ou não?

Roger: É mentira.

Rô: Por quê? Como você vai me provar que é mentira?

Nathália: Porque aqui fala que o terreno dele é 8 por 20.

Rô: E vocês mediram o terreno aí? Está com 8 por 20?

Nathália: Está.

Roger: O muro não conta. Não vai querer contar o muro...

Rô: Mas eu não vou fazer o muro no terreno do vizinho.

Roger: O muro não conta. Ele é a divisa. Se eu quiser fazer no meu terreno, eu faço; se quiser fazer no dele, eu faço.

Rô: Mas eu não quero que invada o meu terreno.

Roger: Mas se eu fizer o muro com o meu dinheiro, ainda tem que ser no meu terreno? Ele tem que ceder um pedaço de terreno dele em troca de eu fazer o muro.

Rô: Mas você resolveu esse problema amigavelmente com o vizinho?

Roger: Sim. É assim que faz a divisa: ou ele dá um pedaço de terra pra fazer o muro ou ajuda a fazer.

Rô: E o que você fez está na divisa certinha?

Roger: Está.

Rô: *Vocês escreveram sobre isso?*

Roger: *Não. Foi você que levantou essa questão à toa.*

Rô: *À toa, não. Eu trouxe a questão pra discutir e ver a solução de vocês.*

Rô: *E esse do lado da rua? Pode invadir a rua?*

Stefany: *Não, prô. Ele está no meio, na divisa.*

Roger: *É, aqui está no meio, está na divisa. Olha a linha passando aqui [mostrando no desenho]. O muro está em cima da divisa e então não tem do que reclamar. Pelo que eu saiba, o muro estando em cima da divisa, não tem problema.*

Rô: *Então, você escreva o que vocês estão pensando e falando aqui.*

Roger: *Pra ele poder opinar, tem que pagar metade do muro.*

[...]

Rô: *Então escrevam isso.*

Roger: *Escrever o quê? Você fica inventando um monte de problemas...*

Rô: *Eu não estou inventando, estou questionando...*

Roger: *Mas o questionamento que você está fazendo não tem lógica.*

[...]

[O diálogo a seguir aconteceu quando deixei o grupo para que resolvessem meus questionamentos. Refere-se à audiogravação do grupo]

Roger: *Cada pergunta que ela faz. A divisa é na divisa. O muro está em cima da divisa. Está certo. Olha o risco da divisa aqui. Está bem no meio do muro. O muro tem que ficar metade pra cá e metade pra lá.*

Stefany: *Está mesmo.*

Roger: *Estando em cima da divisa é o que importa. E outra coisa, o “cara” não pode falar nada, se fui eu quem fez o muro sozinho e paguei. Não é assim que a gente faz?*

Stefany: *É.*

Roger: *Se eu faço o muro e ele não ajuda, ele não pode falar nada. A gente faz assim no sítio. A professora não sabe o que aconteceu aqui para questionar.*

(G3, AG, 07/10/2014)

Com base no diálogo apresentado, fica evidente que o grupo estava incomodado com o questionamento, mencionando que eu estava inventando uma “*questão à toa*”, “*um monte de problemas*”. Roger, principalmente, se manteve firme em sua resposta. Insistia que o muro estava na divisa com outro terreno, que entre vizinhos pode haver acordos ou decisões tomadas com base nas atitudes apresentadas. Dizia estar certo e justificou a sua posição usando talvez experiências que já fizessem parte de sua vida. Depois que já não estava mais perto do grupo, continuou defendendo a sua tese de que estava na divisa e de que, se o vizinho não havia ajudado não poderia reclamar.

Por fim expressou que eu não sabia o que acontecia entre o senhor Jacinto e o vizinho para poder questionar. O que acontece é que, quando lemos um problema escolar, em geral temos que nos restringir ao que está no enunciado, sem questionamentos. No entanto, o problema proposto ia além dos problemas escolares, e outras variáveis estavam envolvidas: desde a negociação entre os vizinhos a respeito de quem arcaria com as despesas do muro, até a decisão de onde construir o muro na divisa, ou qual a largura do tijolo ou do bloco a ser usado.

Assim, digo que as problematizações acerca da demarcação do terreno do Senhor Jacinto, realizada pelo grupo G3, culminaram em um movimento de sala de aula pautado na abordagem crítica. Na visão de Skovsmose (2008), a educação crítica deve se basear no diálogo e em discussões, e não em aulas expositivas dos professores.

Skovsmose (2007) explica que a educação matemática crítica não é um ramo especial da educação matemática, não se refere a uma metodologia de sala de aula e não pode ser estabelecida por um currículo. Para ele, é apenas uma resposta à posição crítica da educação matemática. Na visão do autor, ela está relacionada aos diferentes papéis possíveis de serem desempenhados pela educação matemática, ao desenvolvimento de competências relacionadas à matemática e ao fato de considerar a realidade dos alunos, seu passado e suas possibilidades para o futuro.

A matemática, cujo conceito é baseado no pensamento de Paulo Freire, refere-se a diferentes competências, sendo que “uma delas é lidar com noções matemáticas; uma segunda é aplicar essas noções em diferentes contextos; a terceira, é refletir sobre essas aplicações” (SKOVSMOSE, 2007, p. 76).

Quanto ao diálogo desencadeado pelas problematizações, Alrø e Skovsmose (2010, p. 135) apontam que a fala inclui uma ação. Os autores caracterizam o diálogo como algo que envolve investigação, compreende correr riscos, promove a igualdade, envolve “estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar”.

Mais tarde, observando novamente a conversa que havíamos tido durante a aula, pensei em acrescentar essa questão aos problemas propostos para a sala toda, para que fosse resolvida pelos grupos e depois socializada.

Figura 5: Problema proposto sobre a casa do cadeirante

Roger, Nathália, Stefany e Tainara, demarcaram o terreno para projetar a casa do senhor Jacinto da seguinte forma. As dimensões estão corretas? Se vocês fossem os vizinhos, vocês concordariam com essa demarcação?



Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora

No momento da socialização, após a leitura do problema, alguns alunos expuseram suas conclusões. Aos outros, que não o fizeram, eu comecei a perguntar sobre a resposta dada, e o diálogo se estendeu.

Rainara: *Eu acho que está errado.*

Laís S: *Se eu fosse o vizinho, eu não ligaria porque o terreno é dele, a casa é dele e, se ele perdeu as pernas, porque eu vou implicar com ele por causa do muro?*

Rô: *E o grupo do Wellington respondeu o quê?*

Vinicius: *As paredes não estão devidamente posicionadas.*

Rô: *O grupo da Maria concorda ou não com a demarcação do terreno?*

Maria: *Não, porque está um pouquinho fora das medidas.*

Elicarlos: *Está “fora do prumo”⁶³.*

Rô: *E o grupo do Jonas?*

Laís F: *As medidas estão ultrapassando a medida do terreno.*

Rô: *Agora o grupo do Roger.*

Roger: *Está certo, sim.*

Rô: *A maioria disse que está errado, que está fora das dimensões. Quais eram as dimensões do terreno?*

Jonas: *8 por 20.*

Rô: *E aí está certinho 8 por 20?*

Roger: *Lógico que não, por causa do muro, fui eu que fiz.*

Rô: *Então, repetindo a pergunta, vamos supor que eu seja o seu vizinho, estou certo de reclamar disso?*

Roger: *Não.*

Elicarlos: *Está.*

Roger: *Mas se fui quem fez sozinho, ele não pode falar nada. Se eu que dei a areia, dei o bloco, dei o cimento, dei as ferragens...*

Rô: *Mas e se já tivesse uma casa do lado?*

Roger: *Daí eu não precisaria fazer o muro, porque já teria a parede da casa. Mas como não tinha... Se fosse à meia⁶⁴, ele poderia palpar, mas como eu fiz sozinho, não.*

⁶³Expressão usada na construção civil que significa que “não alinhado”, “torto”.

Rô: *Então você acha que, se você fez sozinho, você pode fazer a divisa, chegando a pegar um pedacinho do dele?*
 Roger: *É claro.*
 Rô: *Os grupos concordam com isso?*
 Lais S: *A gente concorda.*
 Rô: *Um grupo concorda; e os demais?*
 Outros grupos: *Não.*
 Jonas: *Não, a gente não tem prova.*
 Rô: *Ele disse que se ele fez o muro da divisa sozinho, está certo.*
 Jonas: *Ele está sendo antissocial.*
 Elicarlos: *Ele tinha que ter construído do tamanho do seu terreno.*
 Lais S: *Se o muro está na divisa, vai ser melhor pra ele, que nem vai precisar gastar.*
 Roger: *É. Eu é que vou ter o custo.*
 Elicarlos: *Mas nenhum engenheiro iria aprovar isso.*
 Jonas: *É. E se ele (o vizinho) precisar fazer uma casa, ele vai perder o espaço que você usou?*
 Roger: *Mas o espaço que eu usei é de 20 centímetros. Ele vai reclamar por causa de 20 centímetros?*
 Rainara: *Mas se eu fosse o vizinho eu não iria concordar, não.*
 Rô: *Então, tem gente que concorda e gente que não concorda.*
 Roger: *Se ele reclamar, ele pode destruir o muro que eu fiz e pagar pra fazer de novo. Só que devolve o dinheiro que eu gastei.*
 Elicarlos: *Poderia ter feito isso, só que tinha que ter entrado em acordo com o vizinho.*
 Roger: *Mas e se foi isso que aconteceu?*
 Rô: *É. A gente não sabe o que vocês estavam imaginando ao fazer isso. Então, a gente não pode dizer que o grupo do Roger está errado, porque não sabemos o que ele combinou com o vizinho, não é?*
 Elicarlos: *Bom, é verdade.*
 Roger: *Quando vocês veem o desenho, vocês não sabem o que foi conversado.*
 Rô: *Ah, então, parece que olhando para o desenho está matematicamente errado, mas... e se eles tinham combinado antes...? Não sabemos o que há por trás disso.*
 Jonas: *Prô, mas você perguntou o que a gente achava...*
 Rô: *Sim, mas eu perguntei justamente pra gerar essa discussão.*
 Elicarlos: *Mas, se fosse um profissional, um engenheiro, não iria acontecer isso, porque ele iria trabalhar somente no terreno.*
 Roger: *Mas e se eu moro num sítio, eu vou chamar o engenheiro pra fazer um muro? Eu vou pagar não sei quantos mil reais só pra ele fazer o muro?*
 Elicarlos: *Mas aqui é você que está fazendo o projeto, você é o engenheiro.*
 Rô: *Muito bem. Então acho que disso que a gente discutiu aqui, ficou que, quando a gente olha para algumas coisas, parecem que matematicamente estão erradas, mas não sabemos que outras coisas estão envolvidas. Mesmo o problema pedindo que vocês se colocassem no lugar de profissionais para projetar a casa do senhor Jacinto, pode haver outras questões envolvidas. É isso?*
 Alunos: *Sim.*

(2º C, AG, 22/10/2014)

De acordo com as exposições de Skovsmose (2008) o problema da demarcação do terreno do Senhor Jacinto fugiu da característica da semirrealidade, que, segundo o autor, “é um mundo sem impressões dos sentidos (perguntar pelo gosto das maçãs está fora de questão), de modo que somente as quantidades mensuradas são relevantes” (SKOVSMOSE, 2008, p.25), constituindo-se uma situação artificial. Simplesmente os alunos do G3 poderiam

⁶⁴ Termo comum na zona rural, utilizado para se referir a um acordo feito entre duas pessoas para a divisão dos gastos ou lucros em duas partes.

ter dito que estava errado e que iriam arrumar ou que não iriam, como ocorreu com outro grupo no 2º B. Ou então poderiam no momento da socialização, ter dito apenas que estava errado e o G3 concordar em arrumar, mas não foi isso que aconteceu.

O G3 se manteve firme em suas explicações, alegando que, se tinha feito o muro sozinho, podia passar um pouco da medida e que afinal, ninguém sabia o que ele tinha combinado com o vizinho, dando a entender que no sítio isso valia. Apenas um grupo estava de acordo com o G3, utilizando falas que traziam a visão “de coitado” só porque ele era cadeirante. Os demais não concordavam, dizendo que estava errado; e, inclusive, a fala de Elicarlos desmonta os argumentos de Roger, ao dizer: *“Mas aqui você está fazendo o projeto, você é o engenheiro”*.

Ao contrário do paradigma do exercício, informações que não estavam presentes no enunciado do problema puderam ser questionadas, e não havia apenas uma resposta correta. Do ponto de vista da realidade de Roger, que morava no sítio, não fazia sentido discutir por um pedacinho do muro para fora, pois podia ser que eles tivessem combinado que seria construído à meia, ou algo mais. Do ponto de vista de Elicarlos, estava errado, porque ele era o engenheiro, e um engenheiro jamais projetaria uma casa com o muro para fora do terreno.

Nesse diálogo, desencadeado por uma problematização sobre a demarcação do terreno do senhor Jacinto, os alunos puderam argumentar, expor suas ideias sobre a questão e, em seguida, chegar a conclusões. Com relação a esse movimento, Bagne (2012, p.61), defende que:

quanto mais situações problematizadoras os alunos forem convidados a solucionar durante as experiências em sala, com propostas que permitam a interação, a argumentação, a exposição de hipóteses e a reconstrução de suas verdades, firmando suas convicções sobre determinados assuntos, mais conhecimentos significativos serão por eles apropriados.

Nesse episódio, foram surgindo situações que não haviam sido previstas. Por isso, de acordo com Skovsmose (2008) saímos da zona de conforto e entramos na zona de risco, quando os alunos exploram um cenário de investigação. Esses cenários colocam desafios para o professor, pois é ele quem precisa saber lidar com situações ou questões inusitadas. Sua ação deve ser a de provocar e alimentar a curiosidade, a discussão crítica, a reflexão.

Os alunos também precisam ser desafiados. Para facilitar e provocar reflexões neles, segundo o mesmo autor, é necessário usufruir da comunicação e de questões-desafios. Por isso, de acordo com ele, se queremos que a educação matemática facilite reflexões sobre a matemática em ação, devemos buscar o estabelecimento de ambientes em que predomine o diálogo. O autor define como cenários de investigação os ambientes em que “as explorações

acontecem por meio de um ‘roteiro de aprendizagem’ no qual os alunos têm a oportunidade de apontar direções, formular questões, pedir ajuda, tomar decisões etc.” (SKOVSMOSE, 2008, p. 64).

Segundo Bagne (2012), nesses ambientes o professor tem a incumbência de escolher as tarefas propostas para que elas sejam problematizadoras para os alunos. Para ela o trabalho com problematização na escola possibilita que os alunos utilizem conhecimentos advindos de suas vivências cotidianas.

Para que os alunos pudessem fazer uma reflexão crítica da situação, nesse ambiente pautado na problematização, foram necessárias intervenções que sugeriam caminhos e possibilitavam reflexões. Desse modo, o professor como mediador, “deve ter seus objetivos bem claros; auxiliar os alunos durante as intervenções; e proporcionar a eles o máximo de autonomia, ao registrar e confrontar suas hipóteses” (BAGNE, 2012, p.63).

Para sua defesa, Roger lançou a questão de que não sabemos o que acontece por trás do problema, do desenho. Para ele, o que havia feito estava certo, considerando que poderia ter negociado com o vizinho a respeito da divisa. Assim, finalizei a discussão, ou o diálogo, afirmando que ao olhar as situações, às vezes elas podem parecer erradas matematicamente, mas não sabemos se há algo mais envolvido; perguntei se os alunos concordavam ou não, e eles foram unâimes em concordar.

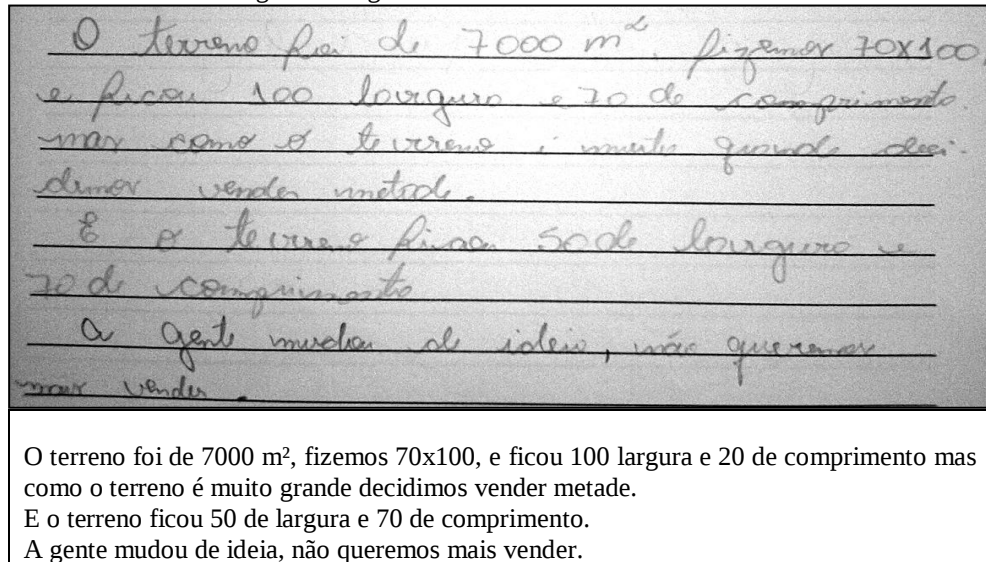
Na verdade, para que os alunos pudessem resolver o problema proposto, oriundo de uma problematização realizada por mim em um dos grupos, foi preciso mais do que conhecimentos matemáticos. Foi necessário mobilizar conhecimentos sobre certas “regras” de utilização do terreno, sobre divisas, etc. Enfim, há o envolvimento de questões da vida prática dos alunos, da realidade em que eles vivem, em contextos diversos como o da zona rural, em que as “regras” são outras, os acordos são verbais, as despesas são à meia. Contextos que não podem ser desconsiderados ou afastados na realidade escolar, que devem ser discutidos, questionados e postos para reflexão.

3.1.3 Os alunos problematizam

Além das situações descritas anteriormente, em que a problematização partiu da professora-pesquisadora, evidenciaram-se circunstâncias em que os próprios alunos problematizaram por meio dos problemas formulados, ao final da construção da “Casa dos meus sonhos”.

Para análise trazemos o problema formulado pelo G3. O terreno escolhido para a construção da casa dos sonhos era grande, com 7000 m² de área. A princípio registraram que haviam decidido vender a metade desse terreno, mas depois mudaram de ideia e não iriam mais vender, conforme o trecho a seguir.

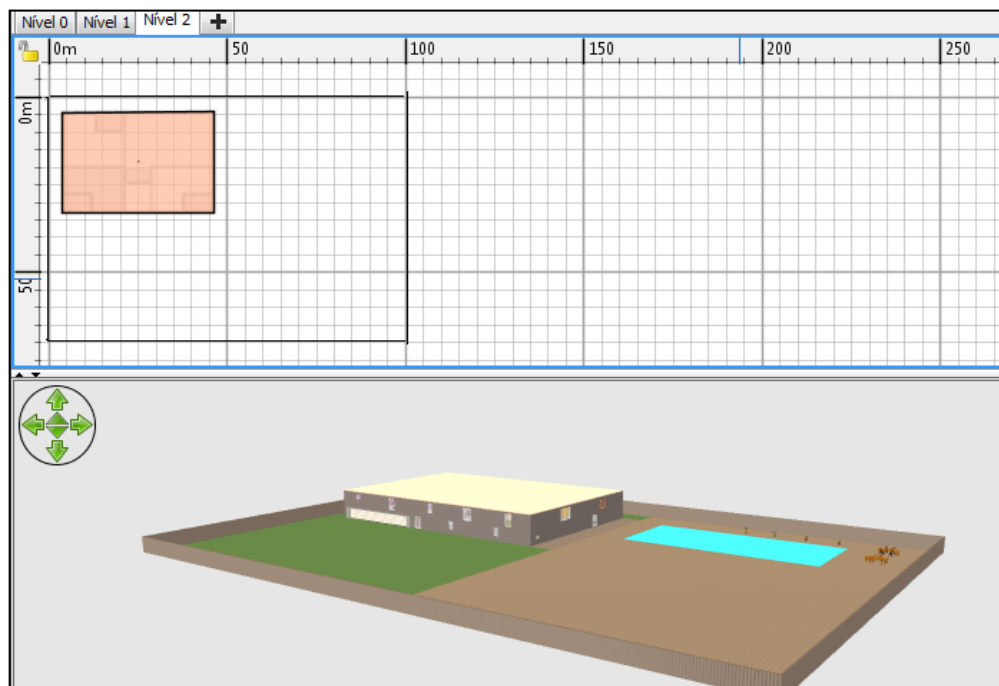
Figura 6: Registro do G3 sobre a casa dos sonhos.



Fonte: G3, CR-RL - A casa dos sonhos, 18/11/2014.

Após a decisão do grupo de ficar com todo o terreno, começaram a projetar a casa, que tinha dois andares e dividia o espaço com um gramado, uma piscina e uma área concretada.

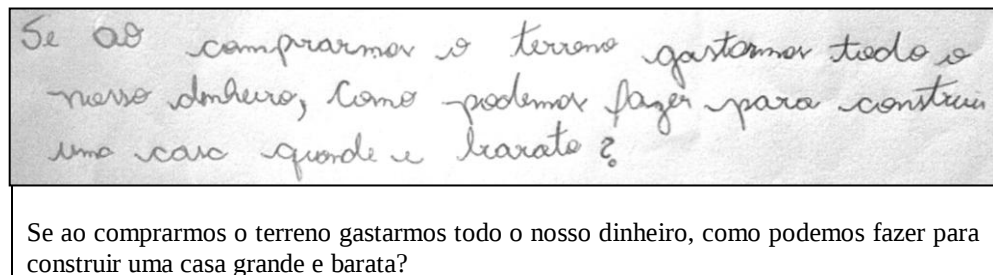
Figura 7: A casa dos sonhos projetada pelo G3



Fonte: G3, AC - A casa dos meus sonhos, 26/11/2014.

No momento da formulação de problemas referentes à casa construída, o grupo propôs um problema aberto, não escolar, que dava margem a várias possibilidades de respostas. Entendo esse tipo de problema como uma forma problematizadora da realidade, já que havíamos discutido a situação da demarcação do terreno do Senhor Jacinto, nessa mesma sala.

Figura 8: Problema formulado pelo G3 sobre a casa dos sonhos.



Fonte: G3, CR – PF, 25/11/2014

No entanto, o problema poderia ser resolvido por meio da matemática ou com pouca ou nenhuma matemática.

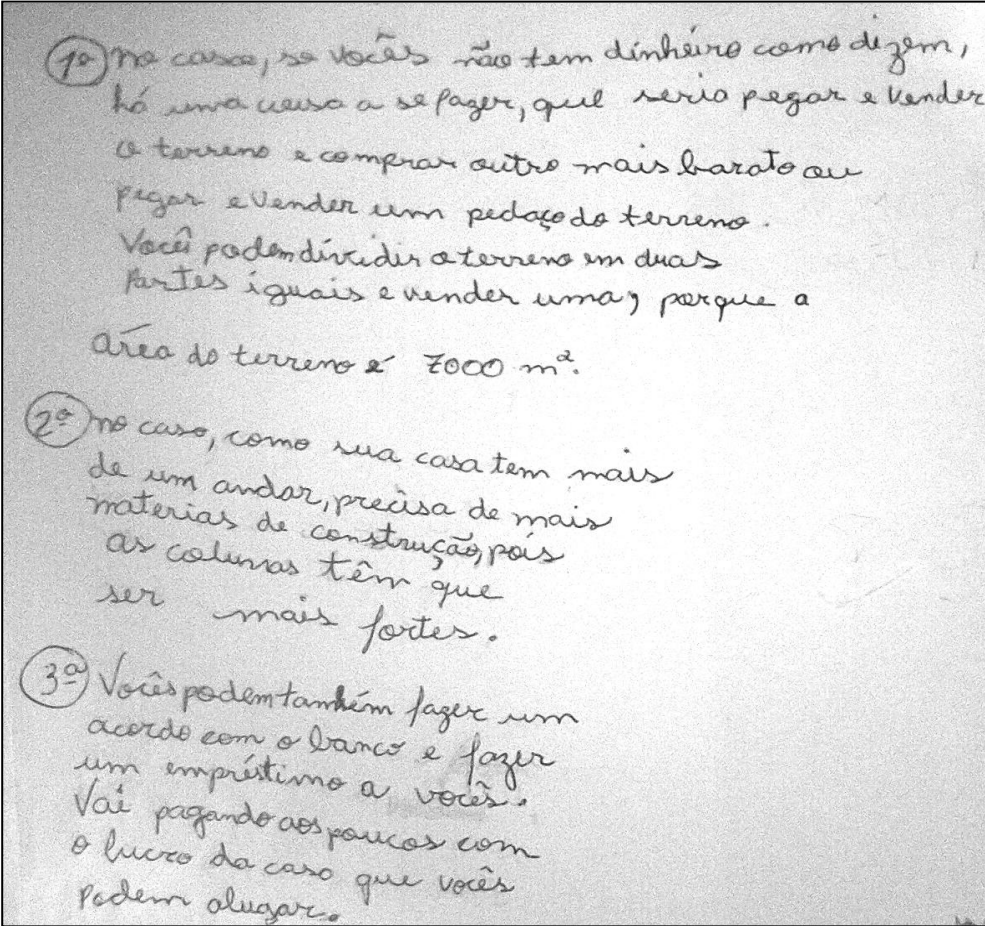
Algumas tarefas podem sugerir interessantes situações problemáticas que não são muito matemáticas [...] A situação ainda pode ser problemática, mas os problemas levantados e resolvidos podem ser sociais ou políticos. [...] Algumas situações podem parecer matemáticas, mas não são muito problemáticas⁶⁵ (HIEBERT et al., 1997, p. 19, tradução nossa)

A situação era problemática e podia ser resolvida também a partir de uma abordagem social. Dependia do olhar do grupo “resolvedor” para a questão, da sua experiência de vida, de seus conhecimentos. Exigia tomada de decisão e até mesmo outros questionamentos entre os integrantes do grupo.

O grupo sorteado para resolver esse problema foi o G1. Seus integrantes apresentaram três propostas de solução.

⁶⁵ *Some tasks suggest interesting problematic situations that are not very mathematical [...] The situation still might be problematic, but the problems raised and resolved might be social or political ones.[...] Some situations might look mathematical but would not be very problematic.* (Hiebert et al., 1997, p. 19)

Figura 9: Solução apresentada pelo G1 ao problema formulado pelo G3.



1º) no caso, se vocês não tem dinheiro como dizem, há uma coisa a se fazer, que seria pegar e vender o terreno e comprar outro mais barato ou pegar e vender um pedaço do terreno. Você podem dividir o terreno em duas partes iguais e vender uma, porque a área do terreno é 7000 m^2 .

2º) no caso, como sua casa tem mais de um andar, precisa de mais materias de construção, pois as colunas têm que ser mais fortes.

3º) Vocês podem também fazer um acordo com o banco e fazer um empréstimo a vocês. Vai pagando aos poucos com o lucro da casa que vocês podem alugar.

1º) No caso, se vocês não tem dinheiro como dizem, há uma coisa a se fazer, que seria pegar e vender o terreno e comprar outro mais barato ou pegar e vender um pedaço do terreno. Vocês podem dividir o terreno em duas partes iguais e vender uma, porque a área do terreno é 7000 m^2 .

2º) No caso, como sua casa tem mais de um andar, precisa de mais materias de construção, pois as colunas têm que ser mais fortes.

3º) Vocês podem também fazer um acordo com o banco e fazer um empréstimo a vocês. Vai pagando aos poucos com o lucro da casa que vocês podem alugar.

Fonte: G1, PF- Soluções, 02/12/2014.

Quanto à primeira solução apresentada, o G1 propôs duas opções de venda: a primeira seria vender o terreno e comprar outro mais barato; e a segunda seria exatamente o que o G3 pensava em fazer desde o início, que era vender uma parte do terreno. O grupo ainda deu como sugestão que o terreno fosse dividido em duas partes iguais, já que possuía 7000 m^2 .

Na segunda solução, o grupo observou que a casa construída possuía dois andares e que, se tivesse apenas um andar, gastariam menos materiais, pois não necessitariam gastar com a sustentação do segundo andar, dando a entender que gastariam menos se a casa fosse construída com apenas um andar.

Já na última solução, sugerem que poderiam fazer um empréstimo no banco para pagar aos poucos. No entanto, não esclarecem o que pensavam, ao propor que o empréstimo fosse pago com o lucro da casa que poderiam alugar. Será que se referiam a alugar a casa dos sonhos ou a casa em que moravam e da qual se mudaram depois que a casa dos sonhos ficou pronta? Isso poderia ser algo a ser questionado pelo grupo formulador do problema no momento da correção, mas seus integrantes não o fizeram.

A questão, ao ser iniciada com “Se...”, dá a ideia de uma suposição sobre algo que poderia ter acontecido. Ao perguntar “como...”, indica que há necessidade de uma solução caso a condição dada tivesse ocorrido. Entendo que isso levou a uma reflexão sobre a realidade, mais do que a uma reflexão matemática. O levantamento de hipóteses, a exploração das possibilidades, a comunicação, a negociação e o consenso entre os integrantes do grupo foram indispensáveis, à solução da problematização. Bagne (2012, p. 63) defende o quanto é importante colocar o aluno nesse movimento, assumindo uma posição de investigador, o “que representa participação efetiva no processo de ensino e de aprendizagem”.

Acredito que ao formular uma questão, vários tipos de abordagens podem ser instigados. Tanto alunos “formuladores” quanto “resolvedores” podem ter intencionalidades diferentes, experiências de vida diferentes, conhecimentos matemáticos diferentes, o que muitas vezes, constitui a riqueza desse tipo de proposta, indo além do envolvimento com a matemática escolar.

3. 1.4 Algumas sínteses da seção

Com base na defesa de Hiebert et al. (1997) de que o professor é o responsável por estabelecer a cultura de sala de aula e escolher as tarefas, acredito também que o professor precisa exercer uma postura observadora e problematizadora, diante das situações que surgem nesse ambiente de modo a proporcionar uma compreensão com sentido, tanto de conceitos matemáticos, quanto de questões para além da matemática ou da matemática escolar.

De acordo com Fontana (2000), uma das formas de o professor fazer mediações é utilizando perguntas. No entanto, no decorrer do desenvolvimento das tarefas, muitas vezes os alunos, quando questionados, tiveram uma postura de esperar a resposta pronta. É comum que prefiram silenciar-se ou reclamar, ao invés de refletir sobre os questionamentos e buscar uma solução. Talvez isso seja fruto de experiências escolares anteriores em que o professor não é problematizador, em que não se dá importância ao pensamento matemático, ao processo, mas

apenas ao resultado correto – característica de uma tradição de aula de matemática pautada no paradigma do exercício e não na compreensão com sentido.

Para Mendonça (1993), uma das bases da problematização é a pergunta geradora. Assim, considero que as perguntas suscitadas durante o desenvolvimento do “Projeto” constituíram-se perguntas geradoras de discussão, de diálogo, a respeito das situações que emergiram das tarefas propostas. Nesse movimento, sob a ótica da autora, o pensar e o agir constituem-se como um binômio inseparável.

Concordo que o professor, como questionador, proporciona “um ambiente de investigação em sala de aula, ao sugerir caminhos e colocar em jogo algumas verdades instituídas pelos alunos, de forma a instigar o pensamento reflexivo destes, utilizando a problematização em sala de aula como metodologia” (BAGNE, 2012, p.64). No entanto, a meu ver, as perguntas como provocadoras da reflexão, da comunicação e da ação podem partir não só dos professores, mas também dos alunos, desde que estabelecido um ambiente favorável a tais problematizações. Desse modo, podem ser mobilizados tanto saberes matemáticos escolares quanto outros saberes não escolarizados, advindos da experiência de vida desses estudantes, que só têm a enriquecer as relações de aprendizagem.

Com base nessas considerações, infiro que o grande potencial das problematizações, ao fazer parte do ambiente de sala de aula que visa à compreensão com sentido e ao envolver conhecimentos para além da matemática escolar, é possibilitar uma abordagem crítica da realidade.

Após esse enfoque, trago a seguir a mediação como mais um eixo temático do movimento de sala de aula desencadeado pelo “Projeto” desenvolvido.

3.2 Mediação: o papel do outro na produção de significados matemáticos

A professora ficava dando palpite e exigindo muito de todos, porém foi graças a ela que conseguimos aprender várias coisas e aprimorar o conhecimento de forma legal e divertida.

(G1, CR-RF, 03/12/2014)

No movimento de desenvolvimento da sequência de tarefas, para estabelecer um ambiente em que os alunos pudessem tanto aprender matemática com sentido, quanto aprimorar o conhecimento que já possuíam, a mediação, não só vinda da professora-pesquisadora, mas dos próprios alunos, também teve seu papel de destaque, proporcionando momentos ricos na relação de ensino.

Como embasamento teórico para a análise desse eixo temático, utilizo Alrø e Skovsmose (2010), Fontana (2000) e Hiebert et al. (1997).

De acordo com Fontana (2000, prefácio), a sala de aula é uma coreografia, pois

[...] ela remete ao movimento, pleno de significados e sentidos (mesmo quando silenciados) que compõe as relações interpessoais, produzidas pelos gestos, pelos sinais, pelas expressões, pelas palavras murmuradas, pelos silêncios, gritos, risos e espantos compartilhados. Relações que significam nas suas condições de produção imediatas e estruturais e materializam-se na linguagem.

Compartilhando das ideias de Vigotsky, a autora defende que a conceitualização é decorrente da interação com o outro, da mediação pela prática social, pela palavra. Nesse sentido, o papel da escolarização, sobretudo da mediação pedagógica e dialógica, para o desenvolvimento do aluno, é o de levá-lo a entender, a elaborar conceitos científicos. Partilha também com Bakhtin a respeito da significação, do diálogo, da palavra, da produção de sentidos.

Assim, para Fontana (2000, p. 28), a elaboração conceitual se dá por um processo discursivo “de articulação, pelo confronto, de muitas vozes sócio-historicamente definidas em condições de interação – compreensão/expressão – determinadas”, e nele os sentidos em circulação se transformam pela mediação do outro. Mediado pela linguagem, esse processo de interação leva à apreensão e à elaboração conceitual.

Para elucidar essa afirmação a seguir apresento uma situação, que se refere a minha mediação diante da dúvida de William sobre como saber a medida do lado do terreno, conhecida a sua área. Essa situação desencadeou sucessivas mediações, primeiramente da professora-pesquisadora nesse grupo e, posteriormente, do próprio aluno em outro grupo.

William: Professora, se eu tenho um terreno de 3718 m^2 , no caso eu tenho que fazer a divisão pra saber o lado?

Rô: Tem várias possibilidades pra saber a medida do lado.

William: Quando a gente vai achar a área faz um vezes o outro. No caso eu vou inverter?

Rô: Mas você vai dividir por quanto?

William: Não sei... Por exemplo, se eu pegar um número e dividir o total por ele?

Rô: Pode ser. Mas que formato vai ter o seu terreno?

Maria: Um quadrado.

William: Se for um quadrado, eu vou dividir por 4?

Rô: Dividir por 4?

Maria: Não, porque um lado é igual a todos.

Rô: Mas esse resultado [referindo-se à área de 3718 m^2] é igual a soma desses lados?

Ana: Não, a soma é o perímetro.

Rô: Então, se vocês dividirem por 4, vai estar achando a medida do lado para ter essa área?

Maria: Não.

Rô: Quando vocês têm um quadrado, como vocês fazem para calcular a área desse quadrado?

Maria: Multiplica todos os lados.

Rô: [Vou para lousa e desenho um quadrado] Vamos pensar, então. Isso é um quadrado de... 8 m^2 . Se

eu dividir por 4 vou achar que medida?

William: *Do lado.*

Rô: *8 m² divididos por 4 vai dar...*

William: *2 metros quadrados.*

Rô: *Estou querendo saber o quê?*

William: *O lado. Então não é metros quadrado, é metro.*

Rô: *Ah, então usando o seu raciocínio, aqui mede quanto?* [mostrando na lousa um lado do quadrado]

William: *2 metros.*

Rô: *Agora pensem se fosse o contrário. Se tivesse esse desenho e tivesse que calcular a área, como vocês iam fazer?*

William: *Como é quadrado, eu vou pegar o 2 e fazer vezes 4. Ou não?*

Ana: *Não. Um lado vezes o outro.*

Rô: *Então, quanto daria de área?*

Maria: *4.*

Rô: *Então, para achar o lado, dá certo dividir por 4?*

William: *Não.*

Rô: *Como você vai descobrir o lado então?*

Silêncio.

Rô: *Vamos pensar, então. A Ana disse que pra descobrir a área faz um lado vezes o outro lado.* [colocando na lousa: lado x lado]

William: *Não podia ser $\ell \times \ell$?*

Rô: *Vamos pôr, então, $\ell \times \ell$. Se o lado mede 2, 2×2 dá 4. E se eu tivesse o 4 e quisesse descobrir o lado, o que tinha que fazer?*

William: *4 dividido por 2?*

Rô: *O que é $\ell \times \ell$? Não tem outra maneira de representar $\ell \times \ell$?*

William: *É comprimento vezes largura.*

Rô: *Mas, quando eu tenho um quadrado, o que acontece com o comprimento e a largura?*

William: *São iguais.*

Rô: *E como eu posso representar $\ell \times \ell$?*

Silêncio.

Vinicius: [que nesse momento estava em outro grupo prestando a atenção na nossa conversa, responde] ℓ^2 .

Rô: *Isso, Vinicius.*

William: *Então, quando eu tenho que achar a área de um quadrado, é só fazer o quadrado da medida do lado?*

Rô: *É. Mas, se eu já tenho a resposta e quero saber a medida do lado, o que é que eu faço?*

Maria: *O contrário.*

Rô: *Como o contrário?*

William: *Raiz quadrada.*

Rô: *Isso. Então, para achar a medida do lado do terreno quadrado, temos que tirar a raiz quadrada.*

William: *Raiz quadrada de 3718.*

William: *Professora [depois de fazer os cálculos], para ser um quadrado, isso aqui vai ser o lado dele* [mostrando no caderno 60,9754048]

Rô: *Mas não dá pra arredondar isso?*

William: *Vou tentar.*

(G1, AG, 29/10/2014)

O grupo precisou levantar hipóteses de solução e precisei mediá-las, questionando e dando exemplos. Eu poderia, simplesmente, diante da dúvida de William e sabendo que o terreno seria um quadrado, ter dito que, para encontrar a medida do lado bastava extrair a raiz

quadrada da área. No entanto, busquei levar o aluno a refletir e colocar em movimento o seu pensamento matemático, juntamente com o grupo.

Quando os alunos insistiram na ideia de que para encontrar a medida do lado de um quadrado é necessário dividir a área por 4, decidi propor um exemplo, uma situação que os leva a perceber que esta hipótese não se sustenta.

Algumas vezes, os alunos silenciavam. Talvez estivessem sem resposta ou pensando a respeito. Diante da falta de resposta, pensei em (re)formular a pergunta, mas como Vinicius resolveu ajudar, parece que tudo ficou claro para William, quando disse: “*Então, quando eu tenho que achar a área de um quadrado é só fazer o quadrado da medida do lado?*”. A palavra “então” no início da frase e a interrogação “são indicadores do movimento de apropriação [...] passando pela tentativa de utilização e simultânea verificação da generalização” (FONTANA, 2000, p. 105).

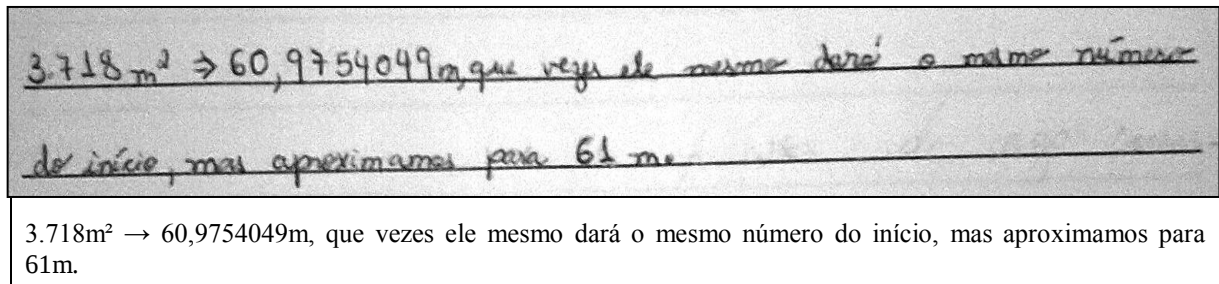
Por outras vezes, tentei conduzi-los ao pensamento, à elaboração de conceitos a partir das problematizações ou dos exemplos criados. Nas relações de ensino, temos que “aprender a esperar o movimento do outro, o seu tempo de elaboração, e a respeitar as elaborações desse outro... Resistir à tentação de impor o caminho que pareça melhor, não só aos nossos próprios objetivos, mas também para o(s) outros(s)” (FONTANA, 2000, p. 38).

Antes de deixar o grupo, propus mais uma problemática para os alunos resolverem, quando questionei sobre a o arredondamento do número obtido, ao extrair a raiz quadrada da área do terreno. Novamente os alunos do grupo tiveram que fazer investigações para obter uma resposta para esse questionamento.

Com base nessas considerações, cremos que a mediação pedagógica deve ser realizada no sentido de “viabilizar o espaço do outro, o dizer do outro e a possibilidade de, nesse mesmo processo, entretecer os dizeres em circulação, questioná-los, redimensioná-los e sistematizá-los” (FONTANA, 2000, p.71). Esse modo de proceder do professor contribui para o estabelecimento de um ambiente de sala de aula favorável à compreensão de conceitos geométricos e de comunicação de ideias.

No caderno de registros fizeram a anotação da área total do terreno, da medida do lado determinada, de como fazer o lado para obter a área e do valor aproximado para o lado do terreno que seria utilizado na construção da casa dos sonhos. Isso evidencia que se apropriaram da forma de determinar a medida do lado de um quadrado conhecida sua área, e de critérios de arredondamento de medidas, uma vez que raiz quadrada de 3718 resultava em número irracional.

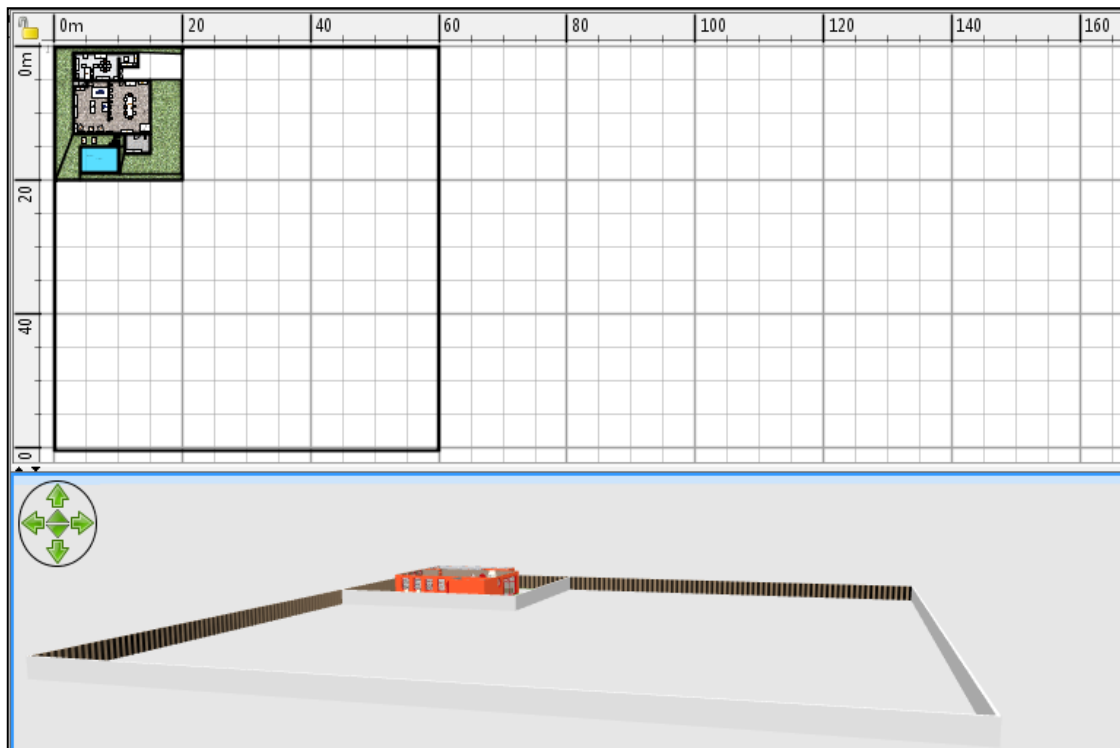
Figura 10: Registro do G1 sobre a casa dos sonhos.



Fonte: G1, CR-RL - A casa dos meus sonhos, 29/10/2014.

Com base nisso, puderam, enfim, demarcar o terreno escolhido em forma de quadrado, com área de 3718 m², cujo lado media aproximadamente 61 m. Em seguida, iniciaram a construção da casa.

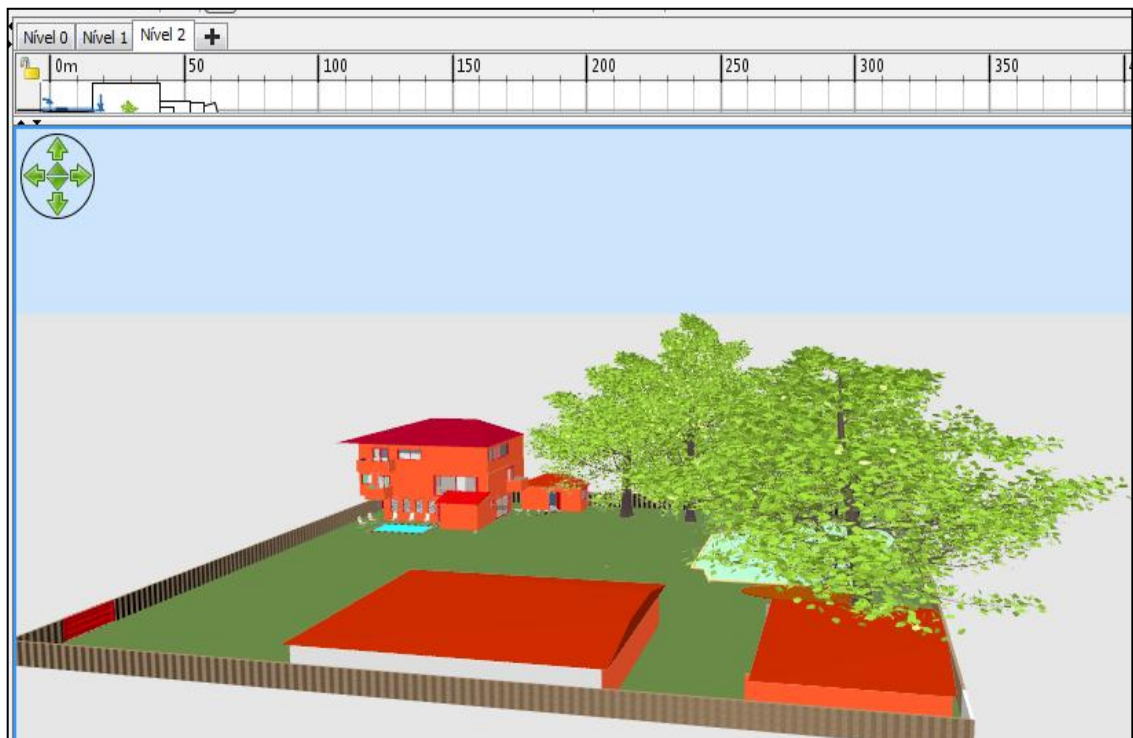
Figura 11: Início da casa dos sonhos projetada pelo G1



Fonte: G1, AC – A casa dos meus sonhos, 29/10/2014.

Além do terreno, a casa também seria grande, como a maioria das casas dos sonhos construídas. Os dados evidenciaram que grande parte dos alunos, cujas famílias em geral são de classe média e apenas algumas vivem em condições mais precárias, sonha em comprar terrenos grandes e construir casas, às vezes até em tamanhos fora do comum, muitas de dois andares, verdadeiras mansões, espaçosas, com suítes, piscinas e garagens amplas.

Figura12: A casa dos sonhos projetada pelo G1



Fonte: G1, AC – A casa dos sonhos, 26/11/2014.

Finalizada a casa dos sonhos idealizada por esse grupo, cujos integrantes – três deles – enfrentam grandes dificuldades na vida familiar, o que se percebe é que realmente fizeram uma casa dos sonhos e que os sonhos são o que os mobiliza a enfrentar os desafios que a vida lhes colocou. Diante dessa exposição, convém abrir um breve parêntese a respeito. Muitas vezes atribuem-se problemas de indisciplina, baixo desempenho escolar e falta de interesse a problemas familiares, mas esses alunos, que por essa lógica tinham tudo para não se envolver com o “Projeto”, pelo contrário, participaram ativamente das tarefas propostas.

Retomando a questão do movimento de mediação, desencadeado pela “casa dos meus sonhos”, William não guardou para si o que aprendeu. O grupo G2 que também queria um terreno quadrado e não havia entendido como fazê-lo, pediu ajuda para William, que foi à lousa e mostrou ter se apropriado do que acabara de aprender. A forma de mediação que ajudou o G1 a solucionar sua dúvida agora era utilizada por ele para ajudar outro grupo.

Figura 13: Parte da explicação dada por William para o G2

The image shows a chalkboard with handwritten mathematical work. On the left, there is a simple sketch of a square with the label 44.7×44.7 and the result 1998.09 written below it. In the center, the calculation $45 \times 45 = 2025$ is written. To the right of this, the square root of 2000 is calculated: $\sqrt{2000} = 44.7213595$. This result is then rounded to 44.72 and used in a multiplication: $44.72 \times 44.72 = 1999.8784$, which is rounded to 1999.88 . On the far right, the area 2000 m^2 is written, with a note below it saying "2000 completa".

Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora.

Além de explicar como deveriam proceder para encontrar a medida do lado do terreno, o aluno expôs as estratégias de arredondamento do valor encontrado, assim como fizera quando questionado pela professora-pesquisadora a respeito disso. Nesse momento, acontecia então, a comunicação de métodos e ideias apropriadas, de conceitos geométricos elaborados e de mediação.

Na imagem, mesmo que meio confusa, iniciada no meio da lousa e continuada no começo dela, são apresentados o resultado obtido com raiz quadrada de 2000, que era a área do terreno escolhido pelo grupo, e algumas tentativas de arredondamento para que o resultado do quadrado da medida do lado chegasse o mais próximo possível de 2000, concluindo que o terreno a ser demarcado deveria ser um quadrado de 44, 72 m de lado.

Após a mediação de William no grupo, foi registrada no caderno a seguinte explicação.

Figura 14: Registro do G2 sobre a casa dos sonhos

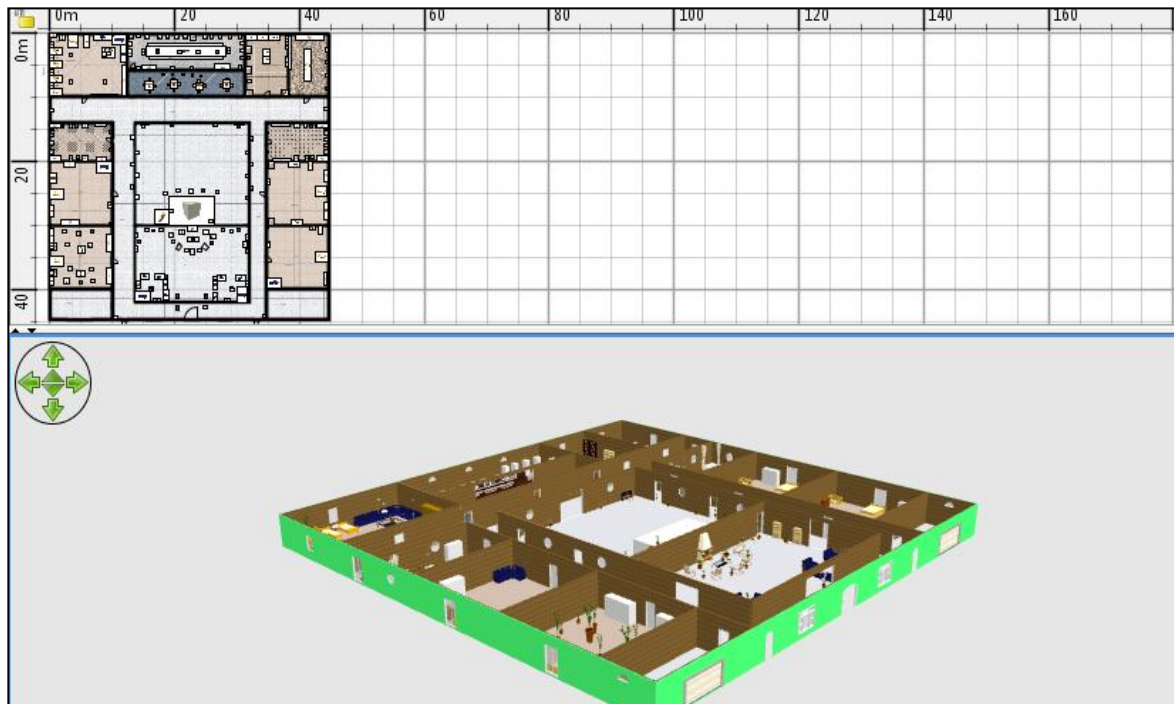
2000 m² = $\sqrt{2000} = 44.7213595$ mais tentamos aproximar dentro de 45x45 que foi igual a 2025 porem não não tivemos chegado a um numero mais exato, entretanto fizemos 44.72x44.72 que foi igual a 1999,88, que foi o número mais próximo que conseguimos, sendo a casa um quadrado.

2000 m² = $\sqrt{2000} = 44,7213595$ mais tentamos aproximar direto de 45x45 que foi igual a 2025 porem não não tivemos chegado a um numero mais exato, entretanto fizemos 44,72x44,72 que foi igual a 1999,88, que foi o número mais próximo que conseguimos, sendo a casa um quadrado.

Fonte: G2, CD-RL- A casa dos sonhos, 29/10/2014.

Desse modo, o G2 indica ter compreendido o procedimento utilizado por William, de como determinar a medida do lado de um terreno quadrado. No final colocam “sendo a casa um quadrado”, porque a casa foi projetada para ocupar todo o terreno, uma vez que queriam uma mansão com direito até a salão de festas com palco.

Figura 15: A casa dos sonhos projetada pelo G2



Fonte: G2, AC – A casa dos meus sonhos, 18/11/2014

No entanto, William não parou por aí. Em outra ocasião, ele, que adora ir à lousa e deixar seus raciocínios para alguma dúvida que surge, me chamou para perguntar novamente sobre a relação entre medida dos lados e área, porém, desta vez, de um retângulo. No mesmo dia, também questionou sobre um quadrado com uma medida em m^3 , colocada no interior da figura. E dessa vez, Elicarlos, que estava perto participou da mediação.

William: *Vamos supor que eu tenha esse número aqui dentro e não tenha esses outros dois [mostrando um retângulo com a indicação $21m^2$, os lados medindo 7m e 3m]... Dá pra descobrir que é 7 e 3?*
 Rô: *Se você só tem essa informação, você não consegue descobrir. Você precisa de mais uma informação.*
 Elicarlos: *Consegue só as possibilidades, não é?*
 Rô: *É. Só as possibilidades. Se você tem um terreno de $21 m^2$ e quer saber a medida dos dois lados... Você sabe que é 7 vezes 3, mas, pra você fazer o contrário, tinha que ter mais uma informação. Tinha que ter, por exemplo, o perímetro... Lembra quando a gente estudou sistemas?*
 William: *Então, eu só consigo as possibilidades? Eu precisava de outra coisa desse terreno. No caso poderia pedir pra descobrir as possibilidades, ou poderia dar um dos lados e pedir pra descobrir o outro.*
 Rô: *É.*
 William: *E se eu falasse que um dos números é primo, por exemplo?*
 Rô: *Diminuiriam as possibilidades.*
 William: *Ou poderia falar também que um lado tem uma quantia a mais que o outro.*
 Rô: *Isso. Se você escrevesse que a área é $21m^2$ e que a medida de um lado é 4 unidades maior que o outro...*
 William: *Daí poderia achar as possibilidades de dar 21 e depois procurar só aquela em que um número fosse 4 maior que o outro?*
 Rô: *Isso mesmo.*
 [...]
 William: *E se eu colocar assim no quadrado? [mostrando um desenho com uma medida em m^3 dentro]*
 Rô: *Isso daí é metro cúbico. O que é metro cúbico mesmo?*
 Elicarlos: *É para três dimensões.*
 Rô: *Então, se você tiver só um quadrado, dá pra descobrir a quantia de metros cúbicos dele?*
 Elicarlos: *Só metro quadrado.*
 Rô: *Pra ser metros cúbicos tem que ter o quê?*
 Elicarlos: *Largura, comprimento e altura.*
 Rô: *Isso. Pra isso eu tenho que ter uma figura espacial, de três dimensões, como por exemplo, essa sala de aula. Se eu quiser enchê-la de areia, eu tenho que saber quantos metros cúbicos cabem aqui.*
 Elicarlos: *Pra saber quanto de água cabe num aquário, eu preciso descobrir o volume de água.*
 Rô: *Isso mesmo.*

(G1, AG, 05/11/2014)

Após esses dois momentos, tentei tirar foto da lousa, mas quando percebeu William apagou, alegando que estava muito feio o que tinha feito. Muitas vezes, por acharem que está feio, que são apenas rabiscos e não servem para nada, os alunos apagam os registros ou rascunhos que fazem, embora sejam muito importantes para que percebamos o pensamento utilizado para resolver um problema.

O diálogo trazido mostra que William queria a partir de uma área dada, achar a medida de dois lados de um retângulo, como fizera para achar o lado do quadrado. Mais uma vez, minha mediação foi importante nesse sentido, assim como a ajuda de Elicarlos. Cabe ao professor, por meio da mediação, criar condições para a compreensão matemática, para a elaboração conceitual, compartilhando com os alunos “informações, indagações, sentidos possíveis, operações intelectuais” (FONTANA, 2000, p. 168). Mas os alunos também podem contribuir nesse processo, com suas informações e conceitos já elaborados. Nesse caso, Elicarlos lembrara-se das aulas sobre sistemas lineares, relacionou os conceitos já elaborados sobre esse conteúdo com a geometria trabalhada desde o início do “Projeto” e contribuiu para que William percebesse também essa relação.

Depois, quando William coloca a medida em m^3 dentro do quadrado, se esquece de que essa é unidade de medida de volume e de que volume é encontrado em figuras tridimensionais – assunto já abordado nas discussões em sala de aula durante o desenvolvimento das tarefas –, mas, com a participação de Elicarlos, após ouvir atentamente nosso diálogo, compreende o equívoco que estava cometendo. Essa situação proporcionou a William a elaboração de mais um conceito, que antes abordado, não fizera sentido para ele.

Vemos as situações de mediação como uma “trama discursiva tecida na sala de aula” (FONTANA, 2000, p. 168), em que se constituem as relações de ensino entre professora-pesquisadora e alunos, envolvendo o ato de ouvir, perguntar, colocar em dúvida, validar afirmações e provocar reflexões. Segundo Fontana (2000), nesse ambiente, os alunos se apropriam não só de conceitos, mas também de formas de interagir, de participar, de negociar, como mostraram William, ao ir à lousa para ajudar o G2; e Elicarlos ao ajudar na comunicação de ideias sobre sistemas lineares.

Do mesmo modo que no trabalho apresentado por Fontana (2000), nesse espaço construíram-se relações de coautoria, ou seja, eu, assumindo os papéis de professora e pesquisadora, e os alunos fomos, de certo modo coautores do processo de ensino e aprendizagem.

3.2.1 Algumas sínteses da seção

No processo de mediação pedagógica, “a palavra do outro evoca, provoca, convoca outras palavras, organiza ou reorganiza as palavras anteriores, induz a novas generalizações” (FONTANA, 2000, p.160). Ela leva os envolvidos a assumirem a palavra alheia e a interiorizá-la.

Na visão de Hiebert et al. (1997), estabelecer uma cultura de sala em que os alunos trabalhem de forma interativa, discutam e reflitam sobre suas ideias e métodos é papel do professor. No entanto, a intervenção que o professor realiza deve ser equilibrada, para que se crie uma comunidade na qual os próprios alunos construam seus conceitos matemáticos, ou seja, as informações fornecidas pelo professor têm que ser dadas na medida certa, para que levem o aluno a pensar, investigar, estabelecer relações, mobilizar alguns conceitos e se apropriar de outros. Além disso, os autores defendem que fazer matemática exige um trabalho colaborativo, isto é, “depende da comunicação e da interação social⁶⁶” (HIEBERT et al., 1997, p. 44, tradução nossa).

Desse modo, em todo ambiente de ensino e aprendizagem faz-se necessária a colaboração, no sentido não de dar a resposta, mas de levar o aluno a refletir para encontrá-la. Entendemos que a colaboração se refira tanto ao professor, quanto ao aluno. Por isso, numa sala de aula em que professor e alunos se ajudam mutuamente, ocorre a aprendizagem matemática com sentido. Isso nos permite afirmar que o papel do outro é fundamental para a produção de significados, para a elaboração conceitual, para a mobilização e a construção de conceitos geométricos.

Alrø e Skovsmose (2010, p. 12) defendem que a qualidade da comunicação na sala de aula tem influência na qualidade da aprendizagem de Matemática:

Aprender é uma experiência pessoal, mas ela ocorre em contextos sociais repletos de relações interpessoais. E, por conseguinte, a aprendizagem depende da qualidade do contato nas relações interpessoais que se manifesta durante a comunicação entre os participantes.

Assim, quanto melhor forem as comunicações, as mediações, os diálogos entre professor e alunos ou entre alunos, mais significativa será a aprendizagem, a compreensão matemática. Para os autores, o contexto em que ocorre a comunicação também interfere na aprendizagem dos envolvidos no processo. Além disso, entendem diálogo como uma conversação que tem em vista a aprendizagem; por isso, ele tem que ter certas qualidades, tal como “construir novos significados em um processo colaborativo de investigação” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 120).

A análise das situações apresentadas nesta seção evidencia a importância do papel do outro, seja ele professor ou aluno, para a compreensão de conceitos geométricos com sentido, para a produção de significados matemáticos. A mediação da professora-pesquisadora foi imprescindível para que o aluno William e seu grupo pudessem encontrar uma solução para o

⁶⁶ “*It depends on communication and social interaction*” (HIEBERT et al., 1997, p. 44).

problema que surgiu ao demarcarem o terreno escolhido em forma de quadrado e também para que pudessem se apropriar dos conceitos geométricos e dos procedimentos de resolução envolvidos, de tal forma que puderam ajudar outro grupo a demarcar o terreno da forma desejada e investigar sobre a melhor forma de arredondamento da medida do lado para chegar o mais próximo possível da área escolhida. Do mesmo modo, a mediação foi importante em outros momentos em que o aluno foi à lousa e fez questionamentos, também com a intervenção do aluno Elicarlos.

No momento das mediações, questionamentos eram suscitados para levar o aluno a pensar e chegar a suas próprias conclusões. Há que se considerar que a cultura de sala de aula estabelecida nesse ambiente de investigação e a natureza das tarefas possibilitaram a comunicação de ideias entre os grupos e o fazer matemática com sentido.

Convém destacar que os conteúdos abordados no desenvolvimento das tarefas são trabalhados no ensino fundamental; no entanto, não fazem sentido para os alunos. Por conta disso, vejo a resolução de problemas juntamente com o envolvimento dos alunos como um caminho para que isso aconteça.

Com base nessas considerações constatamos que a mediação, mais um dos eixos temáticos destacados no movimento de sala de aula provocado pelo “Projeto”, pode contribuir para tornar as aulas de matemática mais significativas, permitindo tanto a compreensão, quanto a elaboração conceitual em geometria e também em outros conteúdos. Mediar está intrinsecamente relacionado com o aprender com sentido. No entanto, isso não basta. Outro recurso do qual não se deve abrir mão é o registro, cuja abordagem realizo na seção seguinte.

3.3 Registros: rompendo com uma cultura de aula de matemática

Rô: Tem que escrever sobre essa parte também.

Roger: Ah, não!

Nathália: Mas nós já estamos falando pra você.

Roger: Já estamos falando, está gravando...

Rô: Mas eu quero que vocês escrevam como vocês pensaram, além do que falaram pra mim e organizem esse pensamento.

(G3, AG, 29/10/2014)

Fez parte do movimento da sala vivenciado por nós a realização de registros escritos. Em muitas ocasiões os alunos reclamavam de terem que escrever. No início, para eles, gravar o áudio era suficiente, dar o resultado do cálculo bastava e registrar pensamentos não era necessário. No entanto, com o passar das aulas, a resistência à escrita foi diminuindo e crenças foram sendo rompidas.

Assim, concordamos com Nacarato e Lopes (2009), quando dizem que no início, essa prática pode ser estranha ao aluno, por romper com uma cultura de aula de matemática em que a escrita se resume à resolução de exercícios; e entendemos que, se bem trabalhada, pode ser uma estratégia valiosa tanto para o processo de ensino e de aprendizagem quanto para a produção de dados da nossa pesquisa. Quanto a isso, Fonseca (2009) também defende que a escrita do aluno requer, muitas vezes, mudanças de posturas e de práticas do professor, pois, segundo a autora, escrever requer tempo do currículo e prática, rompendo crenças que os alunos têm em relação ao ensino e à aprendizagem da matemática.

Nacarato (2013) aborda, como exemplos de possibilidades de registros pelos alunos em aulas de matemática, o desenho na educação infantil; e, nos anos iniciais do ensino fundamental, o texto de abertura⁶⁷, o registro de estratégias de resolução de problemas e o relatório de entrada múltipla⁶⁸. Cita também “a escritura de cartas, a produção de tirinhas e de histórias em quadrinhos, a produção de relatórios, poemas, crônicas, criação de regras de jogo, autobiografias, elaboração de problemas, dentre outros” (NACARATO, 2013, p.78). Tais formas de registros são gêneros textuais e, para cada etapa da Educação Básica, há aqueles que são mais apropriados. Com base nisso, consideramos o ato de registrar, na aula de matemática, como a ação de colocar no papel, quando no movimento de realização de uma tarefa, qualquer rascunho, cálculo, desenho, anotação, frase, texto etc.

Durante o desenvolvimento do então chamado “Projeto”, os alunos foram postos em contato com cinco formas diferentes de registrar. A organização do caderno de registros possibilitou a realização de: registros livres sobre os problemas pré-estabelecidos, registros na tabela de problemas referentes à utilização do *software*, registros provenientes dos problemas propostos, registros envolvendo a formulação de problemas e registro final, os quais serão analisados a seguir. Para isso, adoto como base Barbosa, Nacarato e Penha (2008), Hiebert et al. (1997), Nacarato (2013), Powell e Bairral (2006), entre outros.

⁶⁷ “Pequenos textos que permitem ao professor analisar as concepções (crenças) ou o conhecimento do aluno sobre certo assunto que irá trabalhar” (NACARATO, 2013, p.74).

⁶⁸ “Consiste na divisão de uma folha de papel sulfite em várias colunas. Na primeira delas, o professor coloca uma situação-problema e, nas colunas seguintes, os alunos apresentam suas resoluções” (NACARATO, 2013, p. 76).

3.3.1 Os registros livres

Com relação à escrita livre, no início fiquei preocupada com a forma como escreviam. Não se importavam com ortografia, pontuação, coerência, como evidenciado pelo excerto do diário de campo.

Olhando os registros, vi que estavam um pouco perdidos quanto à organização do texto e da tabela de problemas. Então na próxima aula quando for devolvê-los vou conversar com eles, para que cada grupo preste mais atenção e melhore essas duas formas de registros. Também há muitos erros na escrita e não há em alguns casos, como do grupo do Wellington, parágrafo, ponto final ou vírgula. (DC, 2º C, 17/09/2014)

Por conta de tal preocupação, na aula seguinte passei nos grupos dando orientações, fazendo questionamentos, provocando reflexões com relação à escrita apresentada e incentivando-os a escrever. O papel do professor na análise da escrita “deve ser o de incentivar o escritor, de buscar e de explicitar o entendimento de partes do texto e de instigar o autor com novos questionamentos” (POWELL; BAIRRAL, 2006, p.102).

Rô: Vinicius, Wellington, Rodrigo, ...cadê o caderno de registro? Agora eu vou puxar a orelha de vocês. Como é que a gente lê isso daqui: A cozinha é de... [Continuo a leitura do texto do caderno de registros sem ponto final, nem vírgula]. Ponto final e vírgula não existem?

Vinicius: Mas tem que ter essas coisas?

Rô: Como é que vou entender o que vocês escreveram aqui? Está tudo misturado. Vocês dispararam a escrever aqui. Não é só no texto de português que tem que ter organização. Aí também. Cadê o parágrafo, o ponto final, a vírgula... Não dá pra entender nada assim. Termina de falar de uma coisa põe ponto final, começa de novo... Tem que organizar as informações. Quem escreveu isso daqui?

Vinicius: O Rodrigo.

Rô: Então, né, Rodrigo. Você entrega o texto de Português assim?

Vinicius: Pior que entrega.

Rodrigo: Não.

Rô: Na matemática é a mesma coisa. Tem que organizar isso daí.

Wellington: Tá, professora, a gente vai refazer.

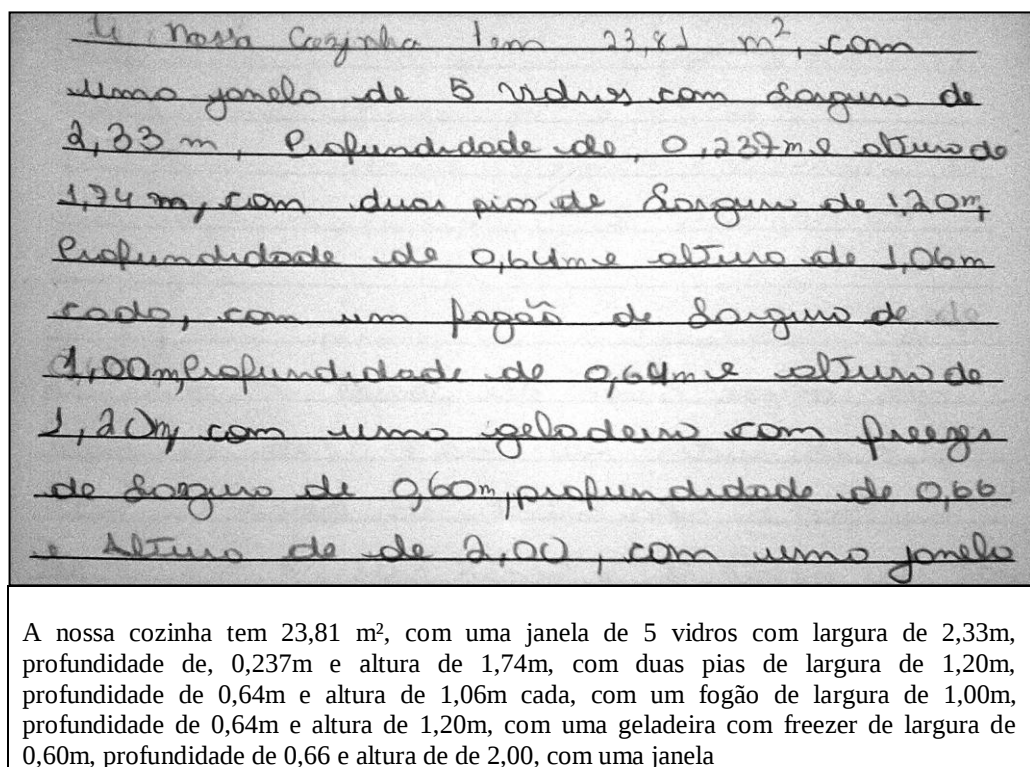
(G5, AG, 19/09/2014)

Agora entendo que as formas que utilizaram para tais registros constitui a verdadeira escrita livre, aquela em que “nunca se pára para olhar para trás, para arriscar alguma coisa, para querer saber como se soletra, para querer saber que palavra ou pensamento usar, ou para pensar sobre o que se está fazendo” (POWELL; BAIRRAL, 2006, p.70). Nesse processo os alunos podem escrever para si mesmos ou para os outros. No nosso caso, os registros livres sobre os problemas preestabelecidos tinham as duas finalidades: escrever o que estavam fazendo, pensando, descobrindo e (re)pensando, para poderem consultar depois e para que eu

pudesse acompanhar suas ações e intervir ou levantar questionamentos na aula seguinte, caso surgisse algo relevante.

No entanto, esses registros eram mais descreviam do que elucidavam pensamentos e descobertas. Assim como Bairral (2001), ao se referir aos diários de aprendizagem, revela que a maioria dos alunos começa realizando uma escrita puramente descritiva, reconhecemos que os alunos sujeitos da pesquisa, também o fizeram no caderno de registros. Trazemos a seguir dois excertos dos cadernos de registros. O primeiro é totalmente descritivo e o segundo, de acordo com a classificação do autor acima citado, se encaixa em textos do tipo misto, quando a parte descritiva é maior que a conceitual.

Figura 16: Registro do G12 sobre a cozinha projetada.



Fonte: G12, CR-RL - Projetando uma cozinha, 24/09/2014.

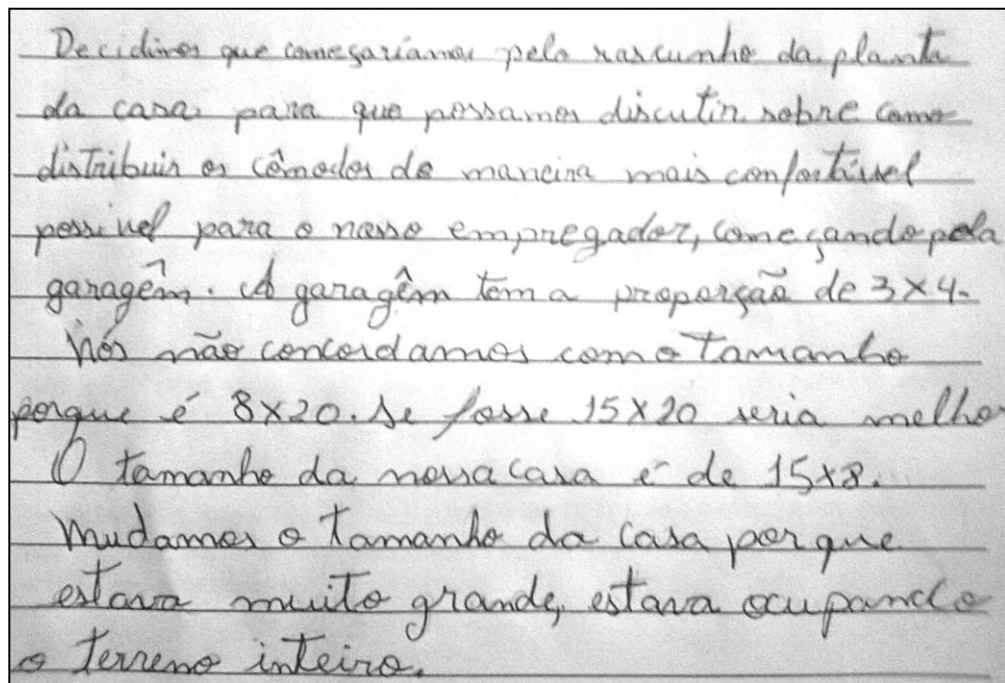
Neste registro é possível notar que não há preocupação com a escrita e nem sempre se colocam as unidades de medidas, mas há descrição das medidas internas da cozinha, as dimensões de portas e janelas e os móveis que foram colocados.

Eu, como professora de matemática dessas classes, já vinha introduzindo a escrita nas aulas, mas não com tanta frequência. Romper com a cultura da sala de aula de que escrever e ler textos não faz parte da aula de matemática não é tarefa fácil, exige tempo, ainda mais

quando, no penúltimo ano da escolaridade básica, se percebe que essa prática nunca fez parte de suas rotinas de aulas de matemática.

No trecho destacado a seguir, temos um exemplo de como os alunos foram se apropriando da forma de fazer os registros durante o desenvolvimento do “Projeto”, o que já se observava no “Problema 2: A casa do cadeirante”.

Figura 17: Registro do G8 sobre a casa do cadeirante.



Decidimos que começaríamos pelo rascunho da planta da casa para que possamos discutir sobre como distribuir os cômodos de maneira mais confortável possível para o nosso empregador, começando pela garagem. A garagem tem a proporção de 3×4 . Nós não concordamos com o tamanho porque é 8×20 . Se fosse 15×20 seria melhor. O tamanho da nossa casa é de 15×8 . Mudamos o tamanho da casa porque estava muito grande, estava ocupando o terreno inteiro.

Decidimos que começaríamos pelo rascunho da planta da casa para que possamos discutir sobre como distribuir os cômodos de maneira mais confortável possível para o nosso empregador, começando pela garagem. A garagem tem a proporção de 3×4 . Nós não concordamos com o tamanho porque é 8×20 . Se fosse 15×20 seria melhor. O tamanho da nossa casa é de 15×8 . Mudamos o tamanho da casa porque estava muito grande, estava ocupando o terreno inteiro.

Fonte: G8, CR-RL - A casa do cadeirante, 02/10/2014.

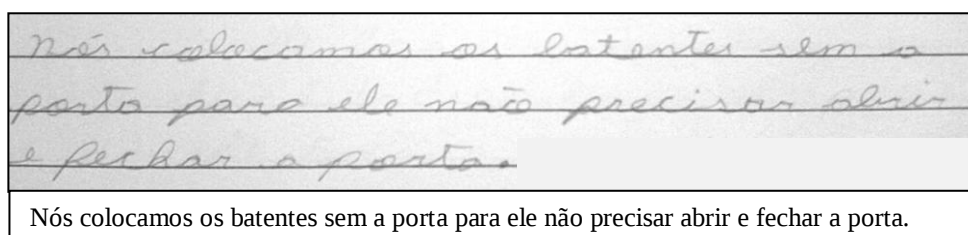
O texto escrito pelo G8 evidencia, além de descrições das ações, algumas decisões, opiniões, justificativas. Inicialmente o grupo registra a decisão tomada para começar a resolução do problema, e as justificativas para isso são dadas como se tivessem assumido o papel de profissionais contratados pelo Senhor Jacinto. Isso se confirma quando utilizam o termo “para o nosso empregador”. Desse modo, mostram-se envolvidos, engajados na resolução do problema.

Em seguida, expressam a opinião com relação às dimensões do terreno. Para eles, se, ao invés de “8 x 20”, o terreno tivesse “15 x 20”, seria mais fácil projetar a casa atendendo às necessidades do cadeirante. Porém, como não tinham escolha, (re)elaboraram suas idéias, de modo que a casa foi construída com dimensões “15x 8” e ainda sobrou um espaço do terreno. Fica claro que para eles o que dificultava era o formato do terreno.

A análise desses dois excertos de registros permite determinar algumas potencialidades da escrita na resolução de problemas, como conhecer o pensamento dos alunos, os caminhos pelos quais passaram até a finalização da resolução, as opiniões com relação às exigências do problema, seus envolvimento com ele, desde que não sejam puramente descritivos. Para Powell e Bairral (2006, p. 102), é importante que, para o desenvolvimento da escrita, o professor peça exemplos, proponha situações de aprendizagens diferentes, instigue associações conceituais, sugira o compartilhamento com outro, ao invés de simplesmente “apresentar tarefas fechadas, respostas prontas e de indicação de erros”.

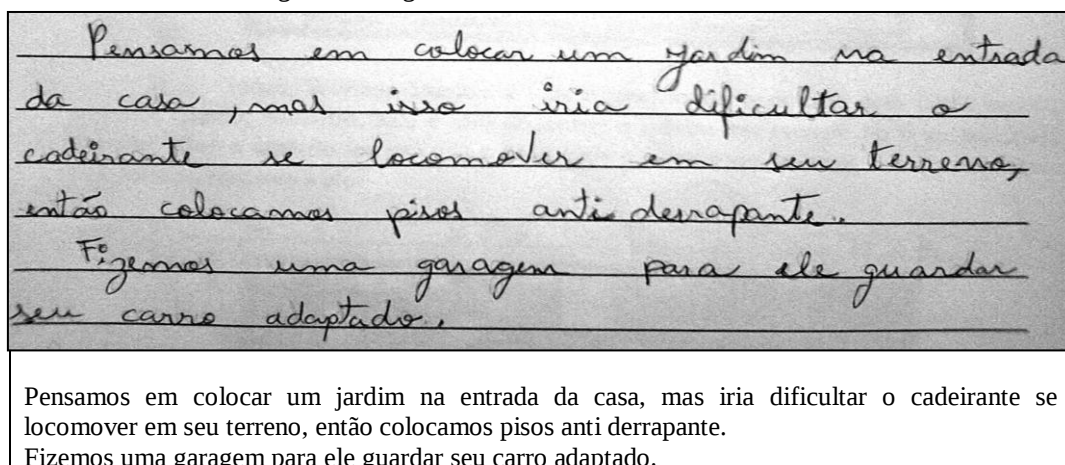
Indícios de reflexões, estratégias e preocupações começaram a ser explicitados na resolução desse mesmo problema, como mostram os vários trechos trazidos na sequência.

Figura 18: Registro do G7 sobre a casa do cadeirante.



Fonte: G7- CR-RL - A casa do cadeirante, 02/10/2014.

Figura 19: Registro do G5 sobre a casa do cadeirante.



Fonte: G5, CR-RL - A casa do cadeirante, 07/10/2014.

Figura 20: Registro do G2 sobre a casa do cadeirante.

A casa do senhor Jacinto vai ter coisas especiais para ele. Tivemos a ideia de colocar poucos móveis em casa, para o seu Jacinto se locomover melhor e colocamos cada móvel numa distância razoável para a sua locomoção. Diminuimos os móveis à uma altura e tamanho apto para ele.
A casa do senhor Jacinto vai ter coisas especiais para ele. Tivemos a ideia de colocar poucos móveis em casa, para o seu Jacinto se locomover melhor e colocamos cada móvel numa distância razoável para a sua locomoção. Diminuimos os móveis à uma altura e tamanho apto para ele.

Fonte: G2, CR-RL - A casa do cadeirante, 07/10/2014.

Todos esses trechos de registros livres indicam envolvimento com a resolução do problema da melhor forma possível. Eram muitos detalhes aos quais estavam atentos, elucidando que se assumiram como o profissional contratado para projetar a casa e organizar os móveis. Nesse movimento, tanto os conceitos matemáticos quanto as questões sociais em torno do que era ser um cadeirante iam fazendo sentido para esses alunos.

Além disso, esses registros trazem decisões com base em interpretações feitas por eles das normas da ABNT para cadeirantes⁶⁹. Essas normas foram solicitadas pelos alunos após sentirem necessidade de conhecer mais sobre as especificações para que um cadeirante tivesse uma vida normal. Foram entregues em folhas impressas aos grupos e colocadas dentro do caderno de registros.

Outros grupos demonstram suas preocupações ao longo dos passos dados na construção da casa, como o G9, cujo registro foi organizado em etapas.

⁶⁹ Disponível em:

<http://ong.portoweb.com.br/cgdc/default.php?reg=14&p_secao=21&PHPSESSID=1281b56ab9106beadf6035a43ae6cfa3>

Figura 21: Registro do G9 sobre a casa do cadeirante

Primeira etapa: Criamos um terreno com 8m de largura e 20m de comprimento e as paredes.

Segunda etapa: Colocamos uma porta de garagem na casa e criamos uma parede para dividir a casa, em seguida, colocamos uma folha de porta para quando ele sair do carro já entrar na sala.

Terceira etapa: colocamos uma mesa redonda de apenas uma perna no meio para facilitar a locomoção do cadeirante e apenas duas cadeiras para as visitas.

Quarta etapa: Dividimos os cômodos e colocamos os móveis.

Quinta etapa: Adaptamos as medidas dos móveis para facilitar a acessibilidade e movimentação pelo interior da casa.

Sexta etapa: Fizemos o guarda-roupa e a cômoda na parede com uma elevação de 0,3m para permitir uma aproximação frontal.

A garagem foi substituída por um quarto e um banheiro.

Agora finalizada, a casa tem uma área de 160m² e perímetro de 56m, contando com uma vasta sala e cozinha, como desejadas pelo cliente.

Primeira etapa: Criamos um terreno com 8m de largura e 20 m de comprimento e as paredes.

Segunda etapa: Colocamos uma porta de garagem na casa e criamos uma parede para dividir a casa, em seguida, colocamos uma folha de porta para quando ele sair do carro já entrar na sala.

Terceira etapa: Colocamos uma mesa redonda de apenas uma perna no meio para facilitar a acessibilidade e movimentação pelo interior da casa.

Sexta etapa: Fizemos o guarda-roupa e a cômoda na parede com uma elevação de 0,3m para permitir uma aproximação frontal. A garagem foi substituída por um quarto e um banheiro.

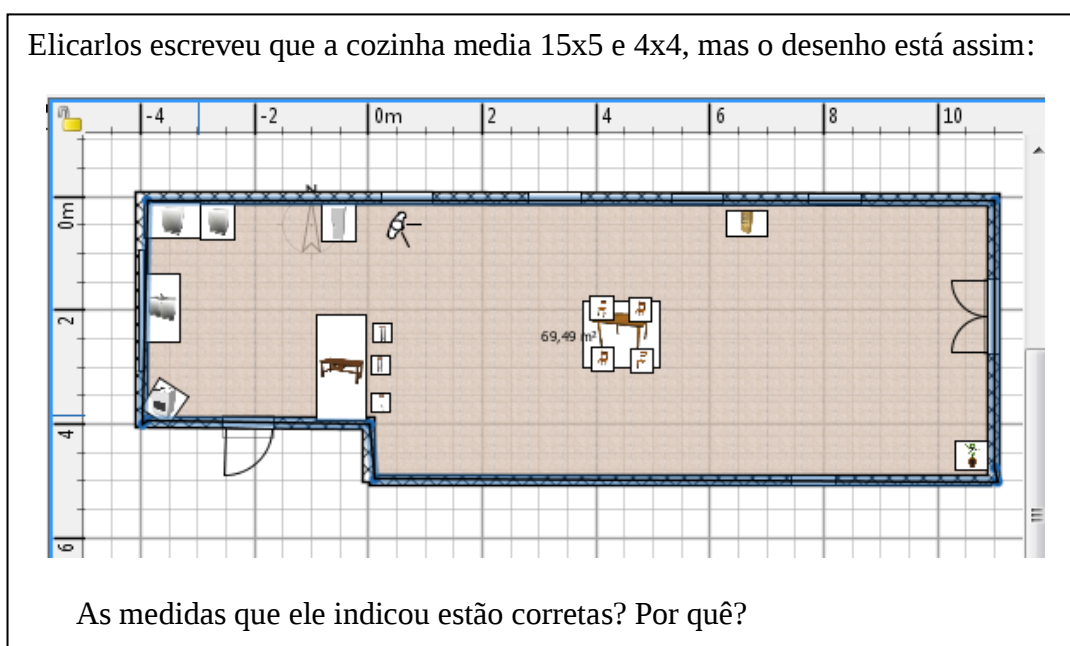
Agora finalizada, a casa tem uma área de 160 m² e perímetro de 56m, contando com uma vasta sala e cozinha, como desejadas pelo cliente.

Fonte: G9, CR-RL – A casa do cadeirante, 21/10/2014.

Este registro, no qual predominam descrições em cada etapa de resolução do problema, pressupõe reflexões, preocupações, decisões e interpretações das normas para cadeirantes e engajamento do grupo em atender as exigências do problema.

Outra situação observada é que alguns grupos, após a apresentação das construções ou a socialização das questões propostas, (re)organizavam seus registros, devido ao que haviam ouvido nesses momentos, o que possibilitava também uma (re)organização do pensamento. Uma das ocasiões em que isso ocorreu refere-se ao momento posterior à socialização de um problema proposto sobre a cozinha projetada.

Figura 22: Problema proposto sobre a cozinha projetada

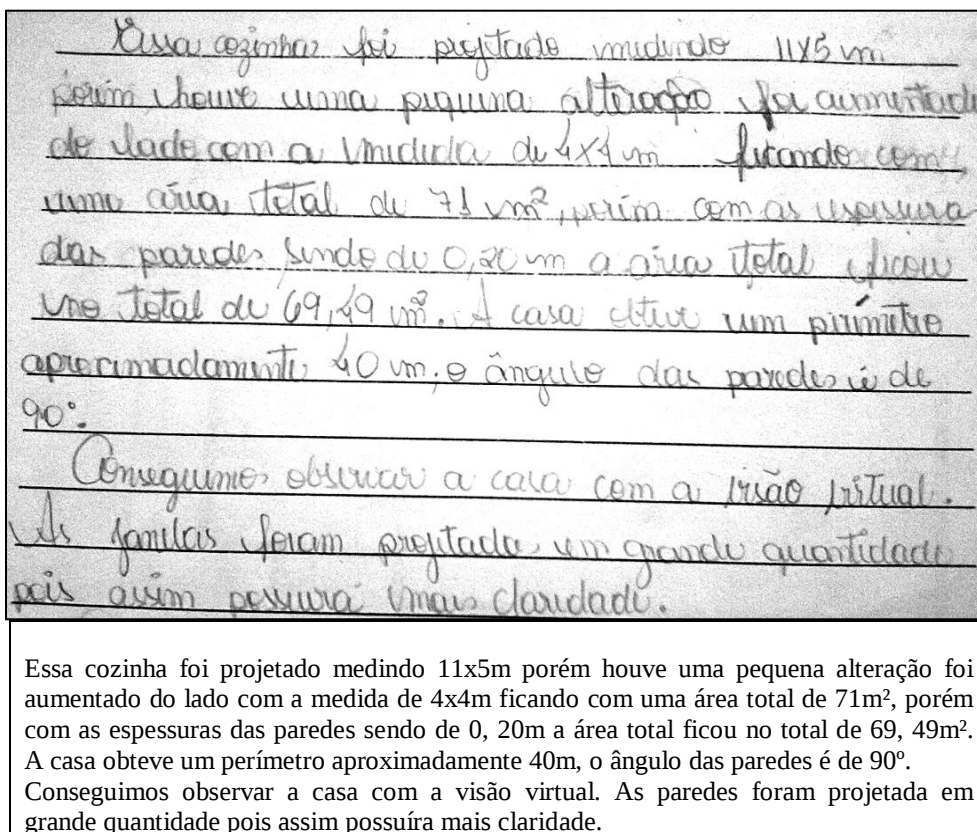


Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora

O grupo ao qual a questão discutida se referia, ao refletir e ouvir os colegas, apagou o registro livre com informações puramente descritivas em forma de tópicos e organizou um pequeno texto, inserindo algumas decisões tomadas, descobertas e resultados observados.

Minha intenção não era apontar os erros e corrigi-los, o que, como dizem Alrø e Skovsmose (2010), é o entendimento comum sobre o que é educação matemática. Minha intenção era fazê-los refletir sobre a resposta dada, ouvir ideias e estratégias de resolução dos colegas e organizar o pensamento. E foi isso que o G1 fez.

Figura 23: Registro do G1 sobre a cozinha projetada.



Fonte: G1, CR-RL - Projetando uma cozinha, 24/09/2014.

Com o texto, o grupo mostra que percebeu que havia se equivocado, ao representar as dimensões do terreno, e que havia se apropriado da discussão sobre perímetro realizada durante a apresentação das cozinhas projetadas e da discussão sobre o fato de a área interna de um cômodo ser menor que a área calculada usando as dimensões externas, devido à espessura das paredes.

Podemos perceber, analisando essa situação, o quanto a comunicação de ideias e estratégias de resolução é importante, uma vez que, após ouvir os colegas, é possível (re)elaborá-las. “Os estudantes, então, necessitam de usar as novas informações de forma adequada. Participantes de pleno direito de uma comunidade de prática matemática são bons ouvintes e usuários sábios⁷⁰” (HIEBERT et al., 1997, p. 48, tradução nossa). Assim, não basta ouvir; é necessário que os alunos saibam aproveitar o que foi ouvido, para (re)elaborar conceitos, corrigir erros, pois “erros são simplesmente resultados de estratégias que necessitam ser melhoradas⁷¹” (HIEBERT et al., 1997, p. 48, tradução nossa). Fazem parte do

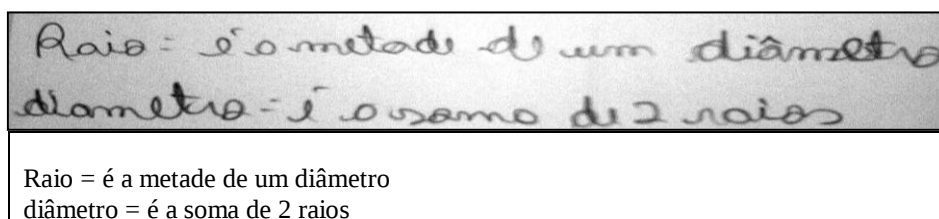
⁷⁰ “Students will then need to use the new information appropriately. Full participants in a community of mathematical practice are good listeners and wise users” (HIEBERT et al., 1997, p.48)

⁷¹ “Mistakes simply are outcomes of methods that need to be improved” (HIEBERT et al., 1997, p. 48).

processo, e os alunos podem aprender com eles, como aconteceu na situação anteriormente descrita.

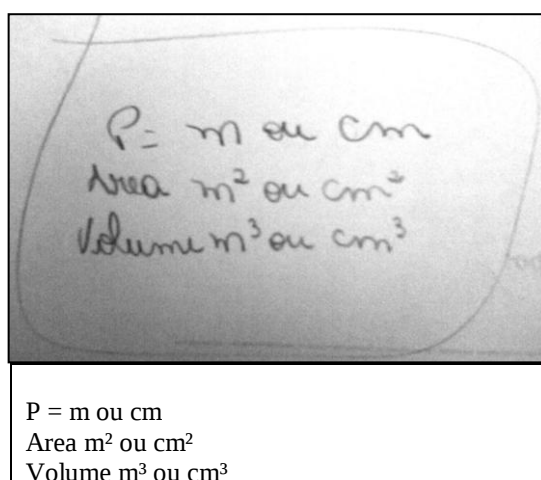
Ainda com relação aos registros livres, em alguns casos se evidencia que eles também podem ser uma anotação, um lembrete para o aluno, como os recortes trazidos a seguir.

Figura 24: Registro do G2 sobre a casa do cadeirante.



Fonte: G2, CR-RL - A casa do cadeirante, 22/10/2014.

Figura 25: Registro do G10 sobre a casa do cadeirante

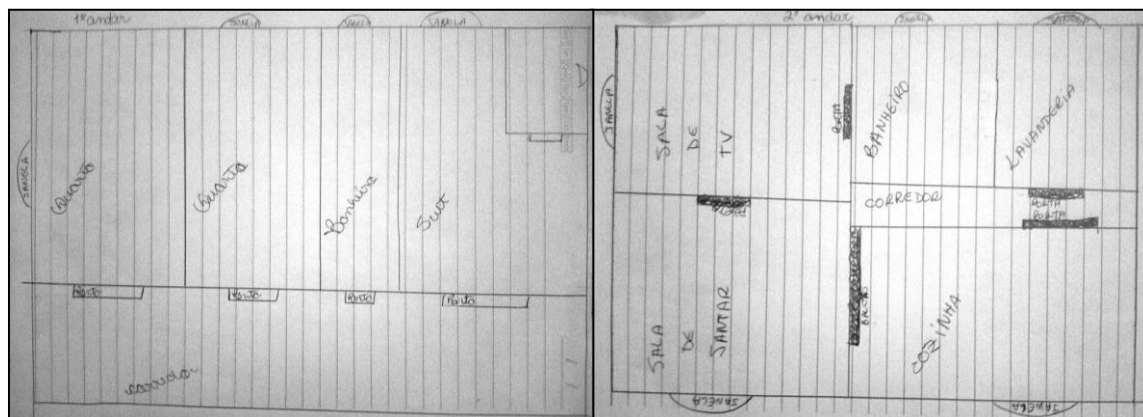


Fonte: G10, CR-RL – A casa do cadeirante, 22/10/2014.

Nesse caso, o primeiro lembrete foi escrito após a socialização de questões propostas sobre a casa do cadeirante, quando se discutiu sobre a relação entre o raio e o diâmetro de um círculo, e mostra o entendimento que os alunos tiveram do que foi discutido. Já o segundo se refere a uma anotação sobre as unidades de medidas a serem utilizadas, de acordo com cada valor calculado – perímetro, área e volume – também após a socialização das questões propostas, quando surgiu o conceito de volume, depois de um aluno ter citado equivocadamente esse termo. Tais registros são exemplos de apropriações suscitadas pela comunicação de ideias durante a socialização dos problemas propostos sobre a casa do cadeirante.

Também foi possível perceber a necessidade que alguns grupos tinham de fazer esboços manuais das plantas idealizadas, antes de fazer no computador.

Figura 26: Registro do G8 sobre a casa da dona Silvia.

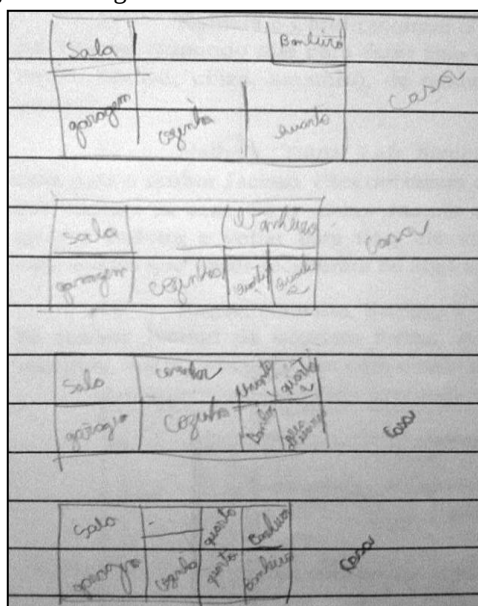


Fonte: G8, CR –RL- A casa da Dona Silvia, 28/10/2014.

Nesse caso, o grupo considerava o computador apenas como uma ferramenta. Sua finalidade era a de representar a ideia já materializada anteriormente no papel e apenas colocar os móveis. Tinham que visualizar antes para passar no *software* depois. Talvez se sentissem inseguros em realizar as manipulações diretamente na tela do *software*.

Outros grupos experimentavam antes as construções no *software* e depois anotavam no caderno de registros os esboços utilizados até a definição final da casa projetada, como o G5.

Figura 27: Registro do G4 sobre a casa do cadeirante.



Fonte: G4, CR-RL- A casa do cadeirante, 01/10/2014.

Já nessa situação, diferentemente da anterior, o computador era utilizado como se fosse uma extensão do corpo. As plantas eram criadas e (re)criadas diretamente no computador, através do *software* e em seguida registradas no caderno como forma de ilustração do movimento realizado desde as primeiras ideias até a projeção final. Os alunos dominavam os recursos tecnológicos de tal modo que não tinham receio de fazer quantas manipulações fossem necessárias para chegar a um produto final.

Isso mostra que cada grupo de alunos tem suas características próprias, que uns dominam mais a tecnologia que outros e, conseqüentemente, fazem diferentes usos dela.

3.3.2 Os registros na tabela de problemas

Outra forma de registro utilizada durante a resolução das tarefas foi a tabela de problemas referentes à utilização do *software*. Tal tabela foi criada de modo que os alunos pudessem organizar as informações nas três colunas da forma que achassem mais conveniente.

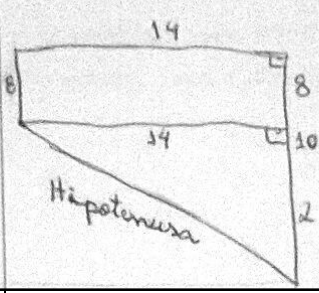
Figura 28: Registro do G4 sobre a cozinha projetada na tabela de problemas.

Problemas encontrados durante a construção	Propostas de solução para o problema	Resultados alcançados
colocar a janela para cima	Quando clica na janela aparece as informações, assim modificando as medidas da janela, mechemos na largura	não obtivemos resultados
	mechemos na profundidade	não obtivemos resultados para o problema
	Localização da janela (elevação), aumentando a elevação. (0,75)	Resolvemos o problema.
Colocar a janela para cima	Quando clica na janela aparece as informações, assim modificando as medidas da janela, mechemos na largura	Não obtivemos resultados
	Mechemos na profundidade	Não obtivemos resultado para o problema
	Localização da janela (elevação), aumentando a elevação. (0,75)	Resolvemos o problema.

Possibilitado pelo uso de recursos tecnológicos computacionais, o método de tentativa e erro fica evidente neste fragmento da tabela do G4. O grupo fez uma boa organização das informações na tabela, registrando que o problema estava sendo “colocar a janela para cima”, para o qual foram dadas três propostas de solução, que testadas uma a uma, levaram à resolução. Nesse episódio, que se refere ao “Problema 1: Projetando uma cozinha”, o que os alunos queriam era colocar a janela sobre a pia, mas, como a altura da pia era maior que a altura em que a janela estava do chão, precisaram encontrar uma solução. Então exploraram as possibilidades de alteração nas medidas da janela e descobriram que deveriam aumentar o valor correspondente à elevação da janela.

Temos também situações em que a tabela de problemas traz investigações geométricas realizadas pelos alunos.

Figura 29: Registro do G5 sobre a casa da Dona Silvia na tabela de problemas.

Problemas encontrados durante a construção	Propostas de solução para o problema	Resultados alcançados
não sabíamos a característica da figura do terreno do problema.	Então fizemos um seguinte rascunho 	Descobrimos o valor utilizando o teorema de Pitágoras
Não sabíamos a característica da figura do terreno do problema.	Então fizemos um seguinte rascunho	Descobrimos o valor utilizando o teorema de Pitágoras.

Fonte: G5, CR-TP- A casa da Dona Silvia, 08/10/2014.

Para registrar o processo utilizado para descobrir a medida desconhecida de um dos lados do trapézio que representava o terreno herdado por Dona Silvia – cujo procedimento se tornou um problema encontrado pelo grupo durante a construção –, os membros valeram-se dessa tabela de problemas, em que, além do esboço da imagem representativa da situação, trazem o Teorema encontrado para chegar à solução.

Após a decomposição do trapézio em um retângulo de medidas 8 m x 14m e um triângulo retângulo de 2m de base e 14m de altura, com a minha mediação, o G5 descobriu

que, se utilizasse o teorema de Pitágoras encontraria a medida do lado desconhecido, que correspondia à hipotenusa e chegou à solução do problema identificado.

Essas tabelas possibilitaram identificar o que os alunos consideravam como problemas durante a realização das tarefas. A intenção era que colocassem problemas referentes apenas à utilização do *software*, como na primeira tabela abordada, mas surgiram também necessidades de cálculos geométricos, considerados, pelos integrantes de alguns grupos, problemas a serem resolvidos, como ilustrado pela segunda tabela apresentada.

3.3.3 Registros provenientes dos problemas propostos

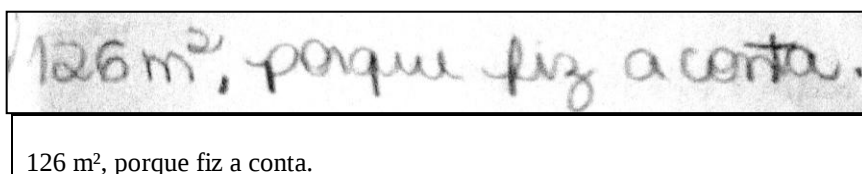
Nos registros referentes aos problemas propostos ao término de cada problema preestabelecido, ficou evidente apenas o resultado, sem a descrição do pensamento utilizado na resolução, o que possivelmente se deve ao fato de não ter sido uma prática muito comum nas séries anteriores o registro escrito de estratégias de resolução. Essas dificuldades perduraram no decorrer de todas as tarefas; no entanto, foram aparecendo em escala menor, à medida que os alunos iam se apropriando da técnica da escrita na resposta matemática. Por isso a minha preocupação, explicitada no diário de campo, datada dos últimos dias de desenvolvimento do “Projeto”.

Alguns alunos ainda têm uma resistência em deixar por escrito a explicação de como pensaram. Vão fazendo contas na calculadora ou com lápis e papel e quando chegam ao final nem se lembram do porquê das primeiras contas que fizeram. (CD, 2º C, 02/12/2014)

A seguir trazemos um excerto do caderno de registros que mostra essa inquietação e se refere à questão: “Como vocês fariam para descobrir a área do terreno que ela herdou?”, relacionada ao “Problema 3: A casa da Dona Silvia”.

Embora a proposta pedisse para explicar o procedimento utilizado ao ser iniciada com “Como vocês fariam...?”, a maioria colocava simplesmente o resultado e, mesmo que eu pedisse para que justificassem tal resultado, davam respostas como a que a Figura 30 revela:

Figura 30: Resposta do G4 para o problema proposto sobre a casa da Dona Silvia.



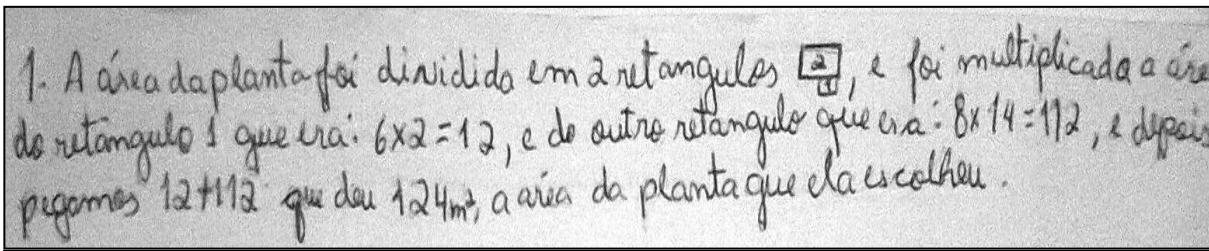
Fonte: G4, CR-PP- A casa da Dona Silvia, 12/11/2014.

A resposta se refere à medida da área do terreno herdado por Dona Silvia. O grupo nem sequer deixou o cálculo no caderno e ainda justificou como quem diz: “É isso porque eu fiz a conta”. Ao analisá-la, entendemos que isso se deve ao paradigma do exercício, descrito por Skovsmose (2007). Na estrutura de aula tradicional de matemática, o que importa é chegar ao resultado correto, sem se preocupar com o método, com as ideias, com o pensamento; esses alunos se habituaram a isso e consideravam suficiente apenas indicar o resultado. Não podemos, com base nessa resposta, captar se conseguiram sistematizar os conceitos mobilizados ou não.

Como comparação, destacamos outra situação, oriunda da questão: “Como vocês fariam para descobrir a área ocupada pela planta que Dona Silvia escolheu?”, decorrente também ao “Problema 3”.

O registro do G2 referente a essa questão, que convida o aluno a explicar o método de resolução, por meio da expressão “Como vocês fariam...?”, pode ser caracterizado como um registro atípico, entre os que surgiram, principalmente, no início do desenvolvimento do “Projeto”.

Figura 31: Resposta do G2 para o problema proposto sobre a casa da Dona Silvia.



1. A área da planta foi dividida em 2 retângulos , e foi multiplicada a área do retângulo 1 que era: $6 \times 2 = 12$, e do outro retângulo que era: $8 \times 14 = 112$, e depois pegamos $12 + 112$ que deu 124m^2 , a área da planta que ela escolheu.

A área da planta foi dividida em 2 retângulos, e foi multiplicada a área do retângulo 1 que era: $6 \times 2 = 12$, e de outro retângulo que era: $8 \times 14 = 112$, e depois pegamos $12 + 112$ que deu 124m^2 , a área da planta que ela escolheu.

Fonte: G2, CR-PP - A casa da Dona Silvia, 12/11/2014.

O grupo explana exatamente como fez para encontrar a área da planta escolhida por Dona Silvia. Seus integrantes registraram, passo a passo, suas ideias e estratégias de resolução, utilizando escrita, desenho e cálculos. Deixaram claro que se apropriaram do procedimento utilizado na resolução da questão, mobilizando conceitos geométricos antes produzidos e sistematizando o pensamento matemático para a determinação de áreas cujas formas não são quadradas ou retangulares. Esses tipos de registros podem ser chamados de “registros de estratégias de resolução de problemas”. Segundo Nacarato (2013), esse tipo de escrita é uma importante ferramenta de explicitação do pensamento matemático dos alunos,

podendo ser feito na forma de desenhos, esquemas, cálculos, entre outros. O que importa é que cada aluno descubra a melhor forma de registrar seus raciocínios matemáticos de acordo com suas possibilidades, ou seja, que cada um consiga expressar seu pensamento de alguma forma.

É importante destacar que havia outras estratégias de resolução e, na socialização, puderam perceber a variedade de procedimentos para decompor a planta escolhida em formas geométricas, cujas áreas soubessem calcular.

Com relação à escrita nas aulas de Matemática, sabemos que:

o aluno, quando solicitado a falar sobre matemática, geralmente fica inseguro, confuso, não sabe se está formulando respostas corretas. A ação de escrever permite que ele tenha tempo para pensar, processar seus raciocínios, corrigir, rever o que escreveu e reestruturar sua escrita. Enfim, há todo um movimento reflexivo, por parte do escritor sobre a sua própria aprendizagem. (NACARATO; LOPES, 2009, p.34)

Assim, o ideal seria que os alunos adquirissem o hábito de escrever nas aulas de matemática, que deixassem as estratégias de resolução das questões propostas registradas, para sistematizar o pensamento, e pudessem comunicá-las aos outros com mais segurança no momento da socialização. Além disso, escrever é importante porque, com a observação da escrita, é possível perceber muito mais sobre o pensamento do aluno do que quando ele faz simplesmente um cálculo ou chega a uma curta resposta, como a dada pelo G4.

Para Barbosa, Nacarato e Penha (2008), a linguagem escrita vem sendo utilizada para diagnosticar a aprendizagem dos alunos, uma vez que, seus escritos permitem ao professor identificar se eles estão se apropriando adequadamente dos conceitos trabalhados e que significados lhes estão atribuindo. Powell e Bairral (2006) apontam que a escrita contribui para o desenvolvimento das ideias matemáticas; possibilita que alunos e professores reflitam sobre aprendizados e experiências; e pode ser usada para entendimento ou ampliação de ideias matemáticas. Desse modo, concordamos com os autores e defendemos que a escrita nas aulas de matemática é fundamental para a consolidação do processo de ensino e aprendizagem.

3.3.4 Registros envolvendo a formulação de problemas

Num ambiente em que o fazer matemática predomina, considero que “a formulação de problemas refere-se quer à criação de novos problemas, quer à reformulação de problemas já existentes” (SILVER, 1998, p. 141). Como ressalta Silver (1998), a pedagogia tradicional

coloca a responsabilidade da formulação de problemas nas mãos de professores ou autores de livros, enquanto o ideal seria atribuir aos alunos a função de formular problemas.

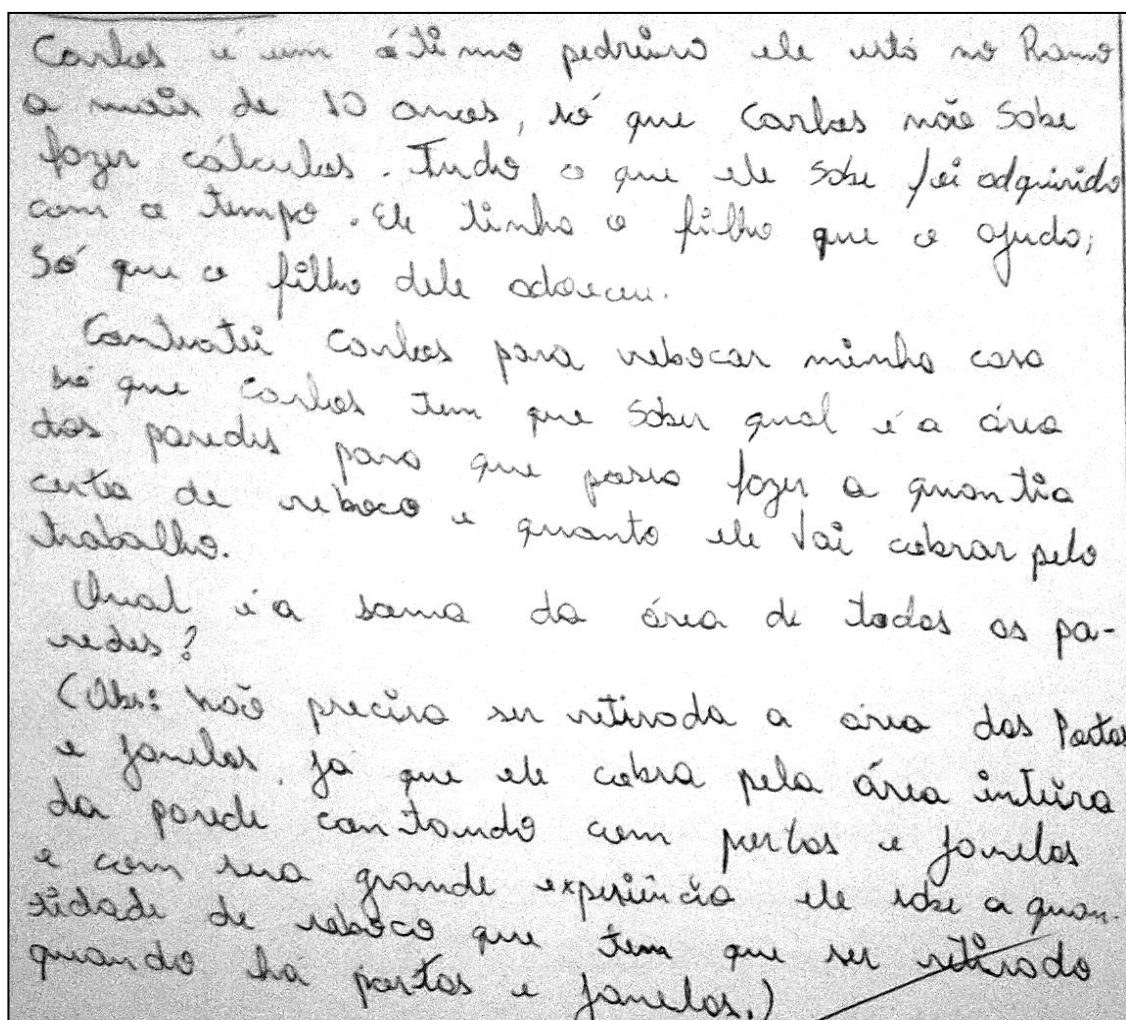
A formulação de problemas está ligada à resolução de problemas, pois todo problema formulado pressupõe uma atividade de exploração e resolução por um “resolvedor” ou pelo próprio “formulador”, seja para testar o que foi criado, seja para verificar se foi resolvido adequadamente pelo “resolvedor” ou não.

Com base em algumas hipóteses de potencialidades da formulação escrita de problemas, levantadas por Silver (1998), entendo que essa prática tem várias potencialidades, como o aperfeiçoamento do ato de resolver problemas, a compreensão de conceitos matemáticos e o relacionamento da matemática com interesses e experiências dos alunos.

Com relação aos problemas formulados pelos participantes do “Projeto”, trabalhamos diretamente com o conceito do gênero textual “problema matemático”. O trabalho com os gêneros poderia ser “uma prática constante nas aulas de Matemática, possibilitando o acesso à sua diversidade, oral e escrita, compreendendo seus estilos, suas variações e a própria linguagem matemática” (LUVISON; GRANDO, 2012, p.160).

A Figura 32 revela que, num primeiro momento, foi possível perceber a preocupação de muitos grupos com a criação de todo um contexto em torno da pergunta que planejavam fazer sobre “a casa dos meus sonhos” projetada.

Figura 32: Problema formulado pelo G5 sobre a casa dos sonhos



Carlos é um ótimo pedreiro ele está no ramo a mais de 10 anos, só que Carlos não sabe fazer cálculos. Tudo o que ele sabe foi adquirido com o tempo. Ele tinha o filho que o ajuda, só que o filho dele adoeceu.

Contratei Carlos para rebocar minha casa só que Carlos tem que saber qual é a área das paredes para que possa fazer a quantidade certa de reboco e quanto ele vai cobrar pelo trabalho.

Qual é a soma da área de todas as paredes?

(Obs: Não precisa ser retirada a área das portas e janelas já que ele cobra pela área inteira da parede contando com portas e janelas e com sua grande experiência ele sabe a quantidade de reboco que tem que ser retirado quando há portas e janelas.)

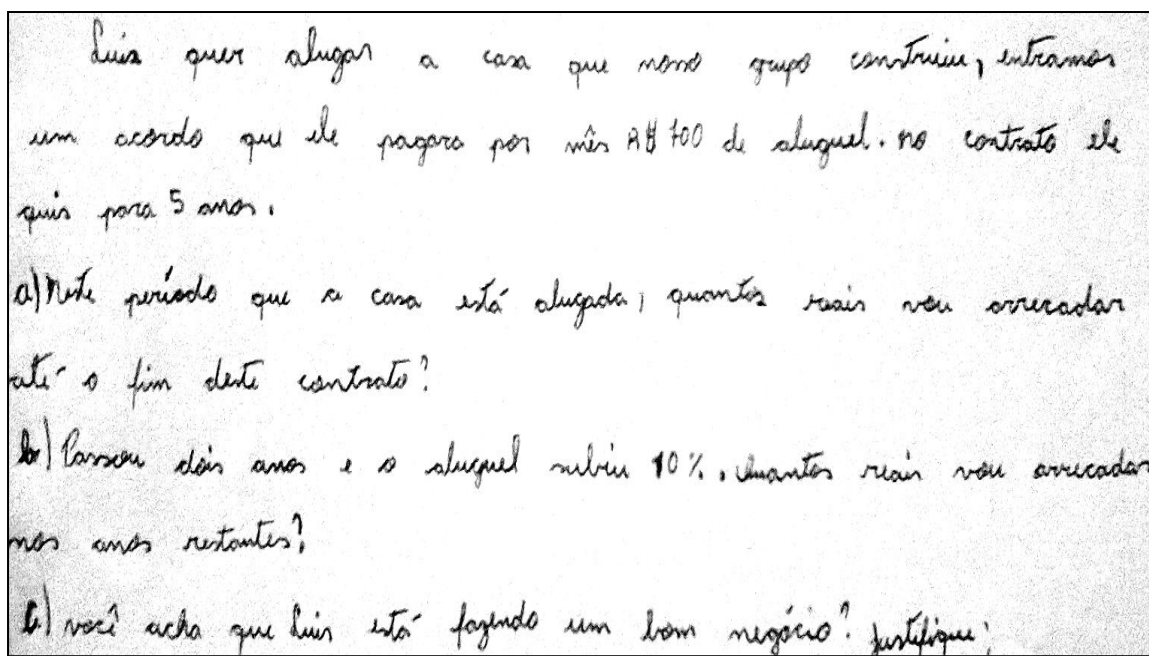
Fonte: G5, CR-PF, 25/11/2014.

O G5 tinha um objetivo em mente e, para isso, além da contextualização, seus membros lançaram mão de observações, de modo a facilitar o trabalho do grupo “resolvedor”, e mostraram com isso que conheciam os procedimentos necessários para fazer o cálculo exigido. Mas o problema, mesmo contextualizado, teria somente uma resposta correta, sendo caracterizado como um problema fechado.

De acordo com Pehkonen (2003 apud ALLEVATO; ONUCHIC; JANH, 2010), problemas fechados são aqueles em que a situação inicial e o objetivo final, que se constitui na resposta do problema, são predeterminados, enquanto nos problemas abertos a situação inicial ou o objetivo final deixam espaços para que o “resolvedor” faça escolhas. Com base nessas considerações, aponto que os problemas fechados são os tipicamente escolares, uma vez que são aplicados com frequência nas aulas de matemática, provenientes de livros didáticos, cadernos do aluno⁷², avaliações externas etc.

Outra característica analisada, com base nesse problema formulado, é a apropriação, pelo grupo, do gênero “problema matemático”. Como já explicitado anteriormente, a formulação de problemas faz parte da minha prática em sala de aula, e esses alunos já vinham tendo contato com a produção escrita desse gênero em alguns momentos, desde o início do ano. Por isso, é evidente a estrutura de organização utilizada por alguns grupos.

Figura 33: Problema formulado pelo G7 sobre a casa dos sonhos.



Luís quer alugar a casa que nosso grupo construiu, entramos um acordo que ele pagara por mês R\$700 de aluguel. no contrato ele quis para 5 anos.

a) Neste período que a casa está alugada, quantos reais vou arrecadar até o fim deste contrato?

b) Passou dois anos e o aluguel subiu 10%. Quantos reais vou arrecadar nos anos restantes?

c) Você acha que Luís está fazendo um bom negócio? Justifique!

Luís quer alugar a casa que nosso grupo construiu, entramos um acordo que ele pagara por mês R\$700 de aluguel. No contrato ele quis para 5 anos.

a) Neste período que a casa está alugada, quantos reais vou arrecadar até o fim deste contrato?

b) Passou dois anos e o aluguel subiu 10%. Quantos reais vou arrecadar nos anos restantes?

c) Você acha que Luís está fazendo um bom negócio? Justifique:

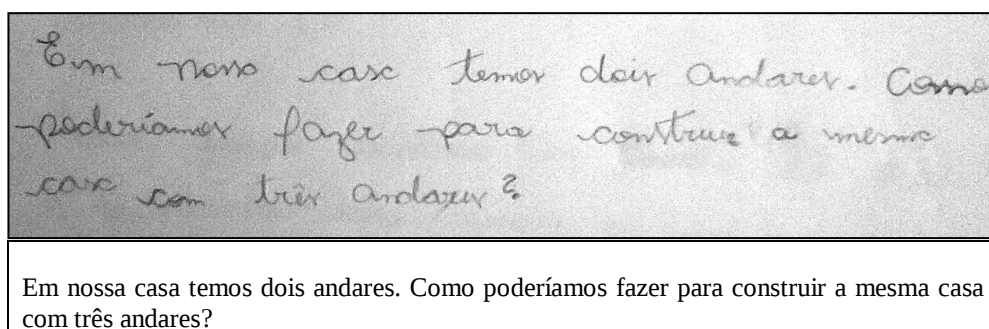
Fonte: G7, CD-PF, 20/11/2014.

⁷² Apostila recebida por cada aluno, semestralmente, adotada pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, contendo textos, exercícios e problemas e seus respectivos espaços para resolução.

Nesse problema, o G7 também criou um contexto e organizou as questões em itens, tomando o cuidado de deixar espaço para cada solução. No último deles, ao invés de exigir um cálculo, pede uma opinião do grupo “resolvedor”. Assim, mescla questões fechadas, com apenas uma resposta correta, e uma questão aberta, com uma variedade de soluções. No entanto, a riqueza da questão depende do grupo que for resolvê-la. Tanto pode ocorrer de a pergunta ser respondida de forma curta e direta, como ser explorada pelo grupo, com o emprego de múltiplas justificativas e opiniões variadas, com relação à situação apresentada. O professor pode auxiliar nesse sentido, incentivando os alunos, fazendo problematizações ou desafiando-os.

Além dos problemas tipicamente escolares, dentre os formulados há problemas abertos e que possibilitam vários caminhos para chegar à solução, como o que trago a seguir.

Figura 34: problema formulado pelo G3 sobre a casa dos sonhos.



Fonte: G3, CR-PF, 25/11/2014.

Este problema elaborado pelo G3 possibilita a exploração de várias estratégias de resolução e não tem um objetivo final predeterminado; pode empregar conceitos geométricos e matemáticos ou não. Pode permitir a utilização de apenas desenhos, de descrição escrita e até do próprio *software Sweet Home 3D* para (re)projetar a casa conforme o problema propõe.

Além disso, a apresentação da solução depende da interpretação dada ao problema, ou seja, o grupo “resolvedor” pode entender que a questão se refere a que procedimentos seguir no software para colocar mais um andar na casa. Cito isso, pois num primeiro momento, o grupo que sorteou esse problema ficou na dúvida e decidiu perguntar ao grupo “formulador”. Como não era esse o objetivo do problema, o G3 explicou qual era a sua intenção ao propô-lo.

Com os registros é possível também perceber o movimento dos alunos na escrita e (re)escrita do problema formulado, desde a primeira ideia colocada no papel até a sua versão final, como aponta o registro a seguir:

Figura 35: Escrita e (re)escrita do problema formulado pelo G7 sobre a casa dos sonhos.

Se fosse para vender a casa

Douglas está vendendo uma casa mobiliada no valor de 150.000,00, sendo que foi pago 80.000 no terreno e na imobiliária ~~está~~ o preço de tabela é de 200.000. Quanto ^{ele vai ter} ~~deve ter~~ de prejuízo se vender neste preço.

Com 150.000 quantos anos dá para pagar de aluguel sendo que o aluguel está R\$625 por mês.

Se eu alugasse esta casa por um ano no valor de 625 R\$ por mês, quanto ~~ter~~ ~~teria~~ mais eu teria no final deste ano.

1. Douglas está vendendo a casa que nós construímos, no valor de R\$150.000, sendo que foi pago R\$ 80.000 no terreno e na imobiliária, o preço de tabela é de R\$ 200.000.

a) Quanto ele vai ter de prejuízo se ele vender neste preço?

b) Com R\$ 150.000 quantos anos ele vai conseguir pagar de aluguel, sendo que o preço do aluguel está R\$ 625,00 por mês?

c) Você concorda com isso? Justifique.

Se fosse para vender a casa

Douglas está vendendo uma casa mobiliada no valor de 150.000,00, sendo que foi pago 80.000 no terreno e na imobiliária o preço de tabela é de 200.000. Quanto ele vai ter de prejuízo se vender neste preço.

Com 150.000 quantos anos dá para pagar de aluguel sendo que o aluguel está R\$625 por

mês.

Se eu alugasse esta casa por um ano no valor de 625R\$ por mês, quantos reais eu teria no final deste ano.

- 1) Douglas está vendendo a casa que nós construímos, no valor de R\$150.000 sendo que foi pago R\$ 80000 no terreno e na imobiliária o preço de tabela é de R\$ 200.000.
- a) Quantos ele vai ter de prejuízo se ele vender neste preço?
- b) Com R\$ 150.000 quantos anos ele vai conseguir pagar de aluguel, sendo que o preço do aluguel está R\$625,00 por mês?
- c) Você concorda com isso? Justifique.

Fonte: G7, CR-PF, 19/11/2014.

Este trecho que acabo de trazer refere-se ao processo de formulação do problema realizado pelo G7. A sua análise só será possível devido ao meu incentivo para que não apagassem os rascunhos que antecederam a versão final. Assim, podemos acompanhar as idas e vindas na organização do pensamento do grupo.

Concordamos que

a escrita, como auxiliar da aprendizagem, permite que o aluno construa significados, manipule seu próprio pensamento; ele pode expandir ou abandonar idéias, influenciando significativamente seu desenvolvimento cognitivo e sua metacognição — permite-lhe pensar e analisar seu próprio processo de aprendizagem. Ao mesmo tempo em que o aluno pensa matematicamente, ele precisa encontrar palavras adequadas, ter um vocabulário rico e funcional para que sua escrita tenha sentido; isso faz com que o aluno use e trabalhe com a língua materna e a linguagem matemática, ampliando e aprimorando seu próprio vocabulário. (BARBOSA; NACARATO; PENHA, 2008, p. 83)

Nesse movimento, o G7 vai organizando seu pensamento e expandindo a ideia de abordar a questão da venda da casa dos sonhos projetada. Tem que, a todo o momento, encontrar palavras adequadas e organizá-las para que expressem exatamente o que o grupo deseja e deem sentido ao problema. Ao final, além de perguntar sobre o prejuízo com a venda da casa pelo valor abaixo da tabela, o G7 questiona sobre uma situação em que o grupo vende a casa e usa o dinheiro para pagar aluguel; e conclui com uma questão aberta sobre a opinião com relação à situação proposta.

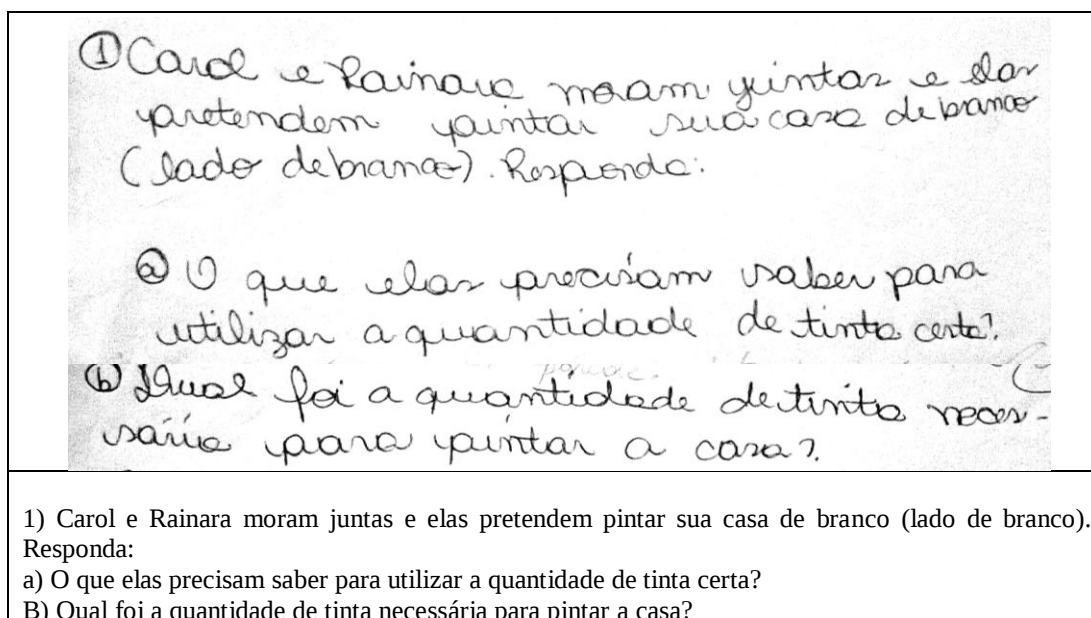
Desse modo, é possível perceber que no percurso adotado para a escrita do problema, o grupo passou por um processo de “escrita<<reflexão<<(re)escrita<<reflexão” (POWELL; BAIRRAL, 2006, p.83). Essa dinâmica

é imprescindível para que os interlocutores tenham consciência das dificuldades inerentes ao aprendizado e, ao mesmo tempo, conscientizem-se de que esse processo necessita amadurecimento, envolvimento crítico na reconstrução da escrita-tarefas e contínuos intercâmbios colaborativos com os colegas (POWELL; BAIRRAL, 2006, p.83)

Acredito que esse procedimento propiciou não só envolvimento crítico e colaborativo dos integrantes do grupo, mas também deixou encaminhamentos para a reflexão crítica do grupo que resolveu o problema.

Em se tratando dos registros para percepção da análise crítica que os alunos fazem dos problemas formulados por outros grupos, tomo como exemplo o problema formulado pelo G6, o qual gerou esse tipo de situação.

Figura 36: Problema formulado pelo G6 sobre a casa dos sonhos.



① Carol e Rainara moram juntas e elas pretendem pintar sua casa de branco (lado de branco). Responda:

② O que elas precisam saber para utilizar a quantidade de tinta certa?

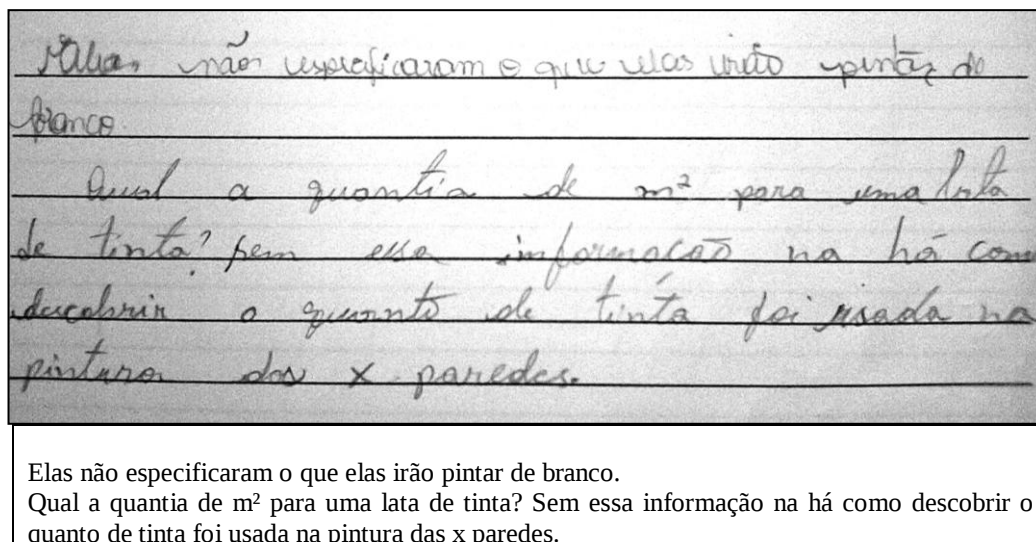
③ Qual foi a quantidade de tinta necessária para pintar a casa?

1) Carol e Rainara moram juntas e elas pretendem pintar sua casa de branco (lado de branco). Responda:
a) O que elas precisam saber para utilizar a quantidade de tinta certa?
B) Qual foi a quantidade de tinta necessária para pintar a casa?

Fonte: G6, CR- PF, 28/11/2014.

Este problema dá margem a várias interpretações: talvez a intenção do grupo fosse a pintura de todas as paredes da casa ou somente as paredes internas ou, ainda, somente as paredes externas. Não é um problema convencional, em que todas as informações necessárias estão no texto do problema. Nesse momento não atentei para essa questão, senão poderia ter questionado as alunas, a fim de identificar se tinham um objetivo em mente e se sabiam o que estavam propondo. Pode ser que tivesse sido proposital ou tivessem se esquecido de tais informações ou até que não soubessem o que era necessário saber para calcular a quantidade de tinta utilizada, como colocaram em forma de questão no item “a”. No item seguinte propuseram o cálculo dessa quantidade de tinta. Quando o problema foi entregue ao G1 que o sorteou, surgiram as críticas e os questionamentos.

Figura 37: Registro do G1 sobre o problema formulado pelo G6.



Fonte: G1, CR-PF, 02/12/2014.

Nesse trecho, o G1 registra duas considerações sobre o enunciado, após a leitura do problema. A primeira refere-se à falta da especificação do que seria pintado. Já a segunda, precedida por um questionamento, trata da impossibilidade de resolução devido à falta da informação da quantia de metros quadrados a serem pintados com uma lata de tinta.

Para Silver (1998, p.148), “os problemas mal estruturados fornecem um palco no qual se pode estudar a actividade cognitiva complexa tal como a formulação de problemas”. A análise que faço é que este problema não estava mal estruturado, a não ser sob a ótica do paradigma do exercício, apenas que exigiu maior dedicação a sua exploração por parte do grupo “resolvedor”, para que investigasse quantos metros quadrados uma lata de tinta faz, encontrasse uma ou mais soluções, fizesse uma verdadeira análise crítica do enunciado do problema e, se necessário, elaborasse propostas de (re)formulação.

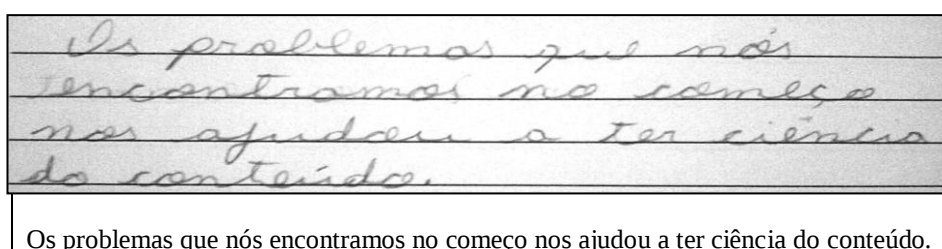
O G1, após fazer a primeira consideração, poderia ter elencado as possibilidades ou ter questionado o grupo “formulador” para saber o que pretendiam com o problema. Quanto à questão: “Qual a quantia de m^2 para uma lata de tinta?” os próprios alunos desse grupo poderiam ter buscado a resposta. Assim teriam condições para solucionar os dois itens do problema. No entanto, não o fizeram provavelmente porque estavam acostumados com o paradigma do exercício, em que toda informação necessária e suficiente para a resolução é apresentada no enunciado do problema.

3.3.5 Registro final

No último tipo de registro utilizado – o Registro Final –, os alunos foram convidados a escrever algumas considerações finais sobre o “Projeto”. Tais registros foram utilizados para minhas reflexões, mais como professora do que como pesquisadora. O que predominou nesses registros foram avaliações, descrições do que aprenderam, de crenças, dificuldades, citações do fato de não terem sido “aulas normais de matemática”, aprendizados e críticas à demora do término do projeto, como aponto no decorrer dessa seção.

No trecho seguinte, o G7 faz uma reflexão sobre sua atuação no “Projeto”.

Figura 38: Registro final do G7.



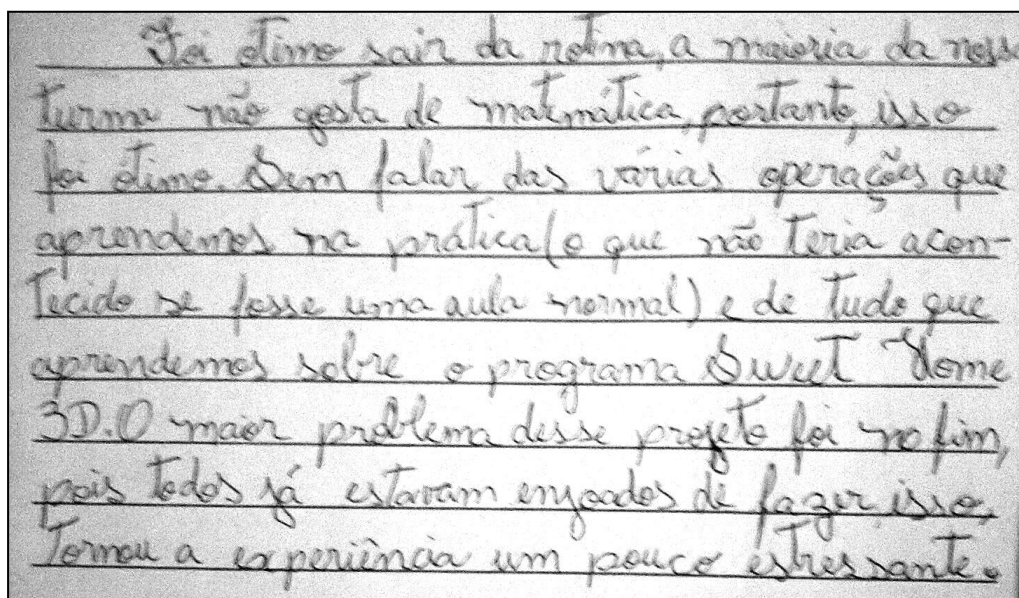
Fonte: G7, CR-RF, 04/12/2014.

O grupo expressa que, no início, eles tiveram que enfrentar problemas e reconhecem que isso possibilitou a aprendizagem, a compreensão do conteúdo que estava inserido nas tarefas realizadas. Provavelmente isso se deve à dificuldade que tinham com geometria plana, mesmo estando no 2º ano do Ensino Médio, quando já deveriam dominar esses conceitos. Conforme Hiebert et al. (1997), para que haja compreensão conceitual, os conteúdos têm que fazer sentido para o aluno. No entanto, parece que, no decorrer da escolaridade, esses conceitos foram simplesmente “passados”, aplicados em exercícios do tipo “siga o modelo”, memorizados para a prova e não fizeram sentido algum. Só agora, quando precisaram utilizá-los em situações de resolução de problema na qual estavam engajados, é que isso aconteceu.

Considerando que “a escrita força os interlocutores a refletir, diferentemente, sobre sua experiência matemática” e que ela é “um instrumento poderoso de reflexão sobre o pensamento” (POWELL; BAIRRAL, 2006, p. 26 e p.50), com a análise deste trecho do registro final do G7, entendo que, para escrevê-lo, seus integrantes tiveram que refletir sobre suas ações, dificuldades e compreensões, comparando o início da experiência com o “Projeto” e o seu término.

Também há casos em que o grupo faz avaliações sobre o “Projeto”, apontando o que foi bom e o que não foi.

Figura 39: Registro final do G9.



Foi ótimo sair da rotina, a maioria da nossa turma não gosta de matemática, portanto, isso foi ótimo. Sem falar das várias operações que aprendemos na prática (o que não teria acontecido se fosse uma aula normal) e de tudo que aprendemos sobre o programa Sweet Home 3D. O maior problema desse projeto foi no fim, pois todos já estavam enjoados de fazer isso. Tornou a experiência um pouco estressante.

Foi ótimo sair da rotina, a maioria da nossa turma não gosta de matemática, portanto, isso foi ótimo. Sem falar das várias operações que aprendemos na prática (o que não teria acontecido se fosse uma aula normal) e de tudo que aprendemos sobre o programa Sweet Home 3D. O maior problema desse projeto foi no fim, pois todos já estavam enjoados de fazer isso, tornou a experiência um pouco estressante.

Fonte: G9, CR-RF, 04/12/2014

Nesse registro, o G9 expressa duas avaliações: a primeira, dizendo ter sido ótimo porque fugiram de uma rotina de aula de matemática, aprenderam algo que não aprenderiam nas aulas normais e que, certamente por isso, a sala não gostava da disciplina; depois, desabafando que, ao final já haviam cansado pela demora na finalização, e a experiência se tornou estressante.

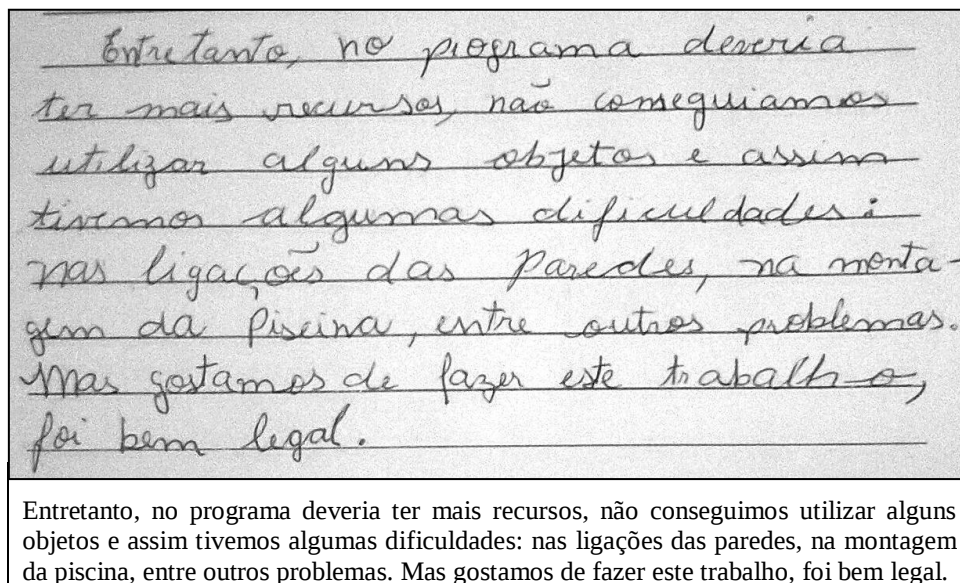
Entendemos “aulas normais” e “rotina” como referência às aulas tradicionais de matemática, como descritas por Skovsmose (2007; 2008) e Alrø e Skovsmose (2010). Essas aulas mantêm uma tradição em que o professor tem o papel de expor os conteúdos e as técnicas de resolução, e os alunos fazem exercícios de livros-texto, aplicando diretamente as técnicas apresentadas, na sala e, depois, como lição de casa. Esses exercícios são na maioria das vezes, realizados individualmente, corrigidos posteriormente e apresentam somente uma solução correta. Não há espaço para socializações, trabalhos em grupos, problematizações, investigações, resoluções de problemas etc. É uma aula baseada no paradigma do exercício e na “lousa e giz”.

O grupo em questão, ao mesmo tempo em que vivenciava uma nova estrutura de aula de matemática, em que tinha autonomia, explorava situações novas, via significados nos conceitos trabalhados, encontrava diferentes formas de solução para um mesmo problema – o

que fazia os alunos passarem a gostar de matemática –, acabou se cansando, pois as tarefas exigiam mais dos membros do grupo.. Alguns grupos chegaram a explicitar que queriam voltar para as aulas de “contas”.

Em outros casos, fazem algumas críticas ao *software* utilizado, como no registro a seguir:

Figura 40: Registro final do G6.



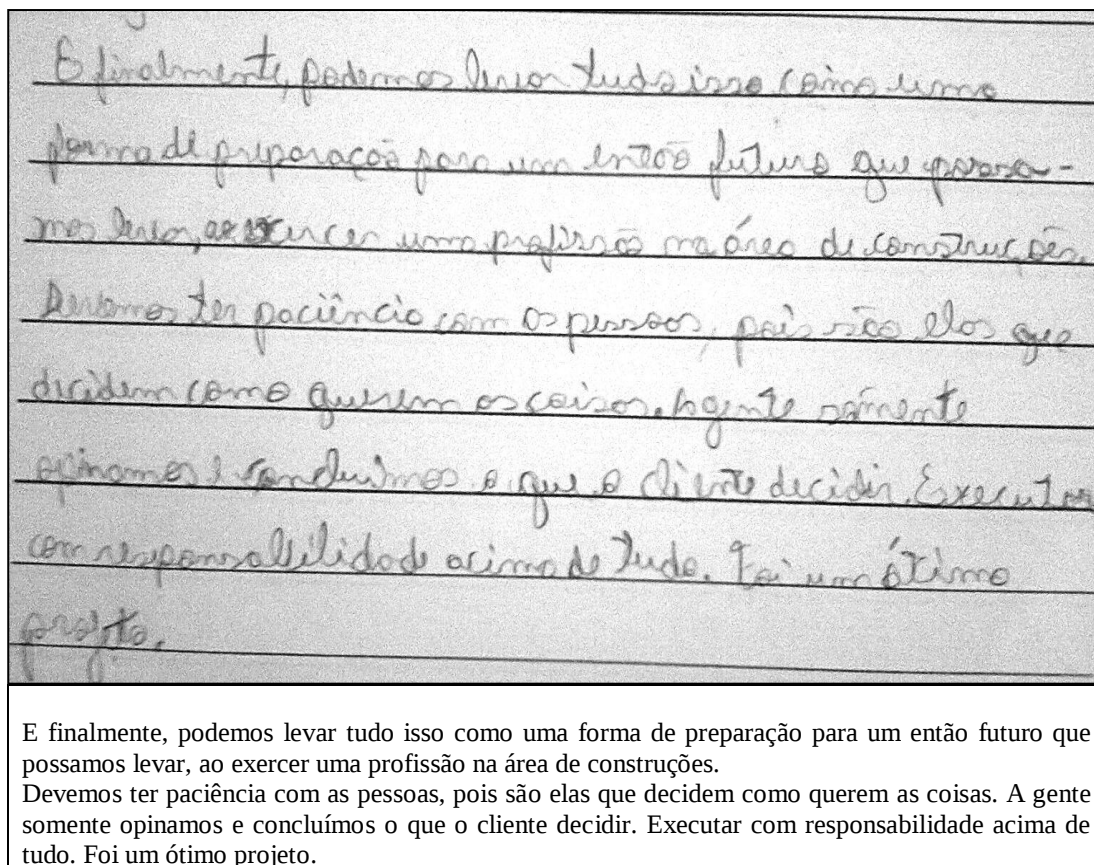
Fonte: G6, CR-RF, 05/12/2014.

O G6 elenca alguns itens que entendem ter atrapalhado a concretização das construções de forma satisfatória: a dificuldade de utilização de alguns objetos disponíveis; as complicações na ligação de duas paredes, ficando às vezes um espaço entre elas; e a falta de uma piscina tridimensional para ser adicionada à construção, uma vez que a única maneira de desenhá-la era criar um cômodo com as paredes com pouca espessura e colorir o chão de azul. Na opinião deles, o programa deveria ter mais recursos e não deveria apresentar problemas.

Sei que as críticas são necessárias para a reflexão, que é importante dar voz aos alunos e ouvi-los e, neste trabalho, penso que isso aconteceu. No entanto, analisando a situação, vejo que, se, por um lado, esses empecilhos não permitiram que as construções saíssem a contento e demandaram mais tempo de dedicação para resolvê-los, por outro, penso que possibilitaram o crescimento desses alunos, na medida em que, buscando perfeição e satisfação, investigavam propostas de soluções, testavam-nas, utilizavam a criatividade e improvisavam.

Outros grupos, como o G2, apresentam crenças no registro final.

Figura 41: Registro final do G2.



Fonte: G2, CR-RF, 05/12/2014.

No caso desse grupo, há evidências da crença na matemática como ferramenta para o futuro, conforme apontam Barbosa, Nacarato e Penha (2008). Corroboramos a afirmação de Vila e Callejo (2006, p. 44) que “crenças são uma forma de conhecimento pessoal e subjetivo, que está mais profunda e fortemente arraigado que uma opinião; constroem-se por meio de experiências, informações, percepções, etc, e delas se desprendem algumas práticas”. Assim, certamente, de tanto ouvirem de seus professores que a matemática é importante para o futuro, para cursar a faculdade e arrumar um emprego, passam a acreditar nisso.

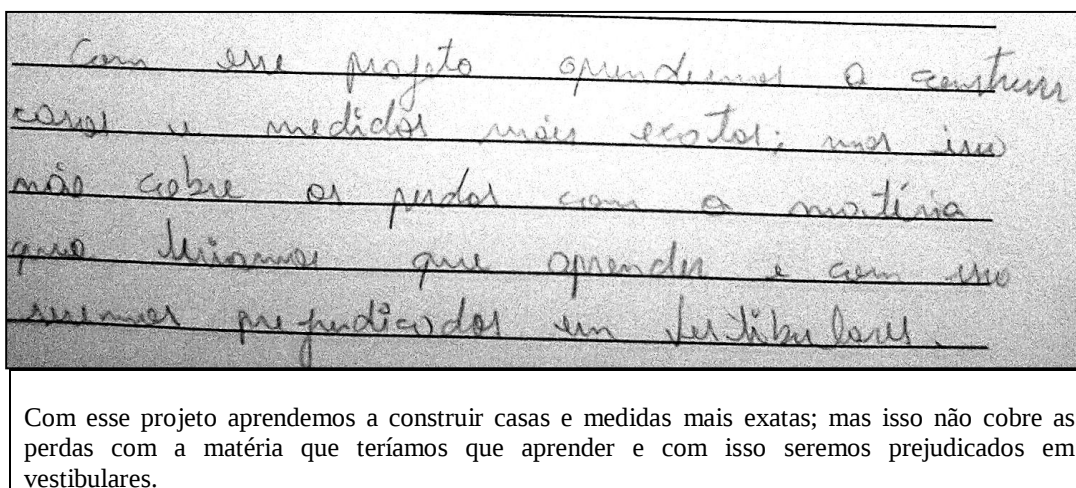
Esses alunos veem a experiência com o “Projeto” como algo útil para exercerem uma profissão na área da construção futuramente. Além disso, implicitamente, relatam sobre o “lidar com pessoas” e explicitam sobre a necessidade de ter paciência, respeitar a decisão das pessoas, ou seja, pensam que “o cliente sempre tem razão” e que a função deles vai ser “executar com responsabilidade”.

Talvez o trabalho em grupo e a resolução de problemas tenham proporcionado essas conclusões, afinal tiveram que aprender a ser pacientes uns com os outros dentro do próprio

grupo, a ouvir as diferentes opiniões e deviam resolver os problemas, respeitando as exigências dos clientes.

Dentre outras características a serem discutidas sobre esses registros, encerramos com uma crítica ao “Projeto”, feita pelo G5.

Figura 42: Registro final do G5.



Fonte: G5, CR – RF, 05/12/2014.

O grupo, ao mesmo tempo em que escreve ter aprendido algo, traz a afirmação de perdas obtidas e da consequência: serão prejudicados em vestibulares. Mais uma vez, dando voz a esses alunos e ouvindo-os, pudemos refletir sobre algumas crenças e visões que eles têm com relação à matemática, certamente pela experiência de aulas dessa disciplina que vivenciaram até então.

Novamente, abordando a tradição em aulas de matemática, entendo que essa fala está relacionada ao paradigma do exercício com o qual estavam acostumados no decorrer dos anos da escolaridade até o momento. A visão de uma aula de matemática em que só se aprende com exercícios, ou até mesmos, de aulas de matemática em que a geometria não é conteúdo, por nunca se chegar a ela, talvez seja o motivo pelo qual o grupo pensava estar sendo prejudicado. Essa fala revela também que a escola é vista por alguns alunos apenas como preparação para o vestibular, como um local de “treinamento” mecânico de resolução de exercícios através de fórmulas decoradas. Mostraram assim, que o “Projeto” desencadeou uma ruptura da cultura de aula de matemática.

Com base nessas considerações, é fato que, se esse tipo de registro não tivesse sido proposto aos alunos envolvidos no projeto, não saberíamos como os alunos o avaliavam, quais as críticas, os aprendizados, as crenças. Não poderíamos levar os alunos a refletir sobre

suas realizações e também não poderíamos conhecê-las. Desse modo, concordo com Barbosa, Nacarato e Penha (2008), quando apontam a escrita nas aulas de matemática como possibilitadora de reflexões – aos alunos sobre seu processo de aprendizagem, e ao professor, no que diz respeito a sua prática pedagógica. Para os autores “ambos aprendem de forma colaborativa e produzem significados para o que fazem – os alunos produzem significados à matemática escolar; o professor produz significados para a sua prática docente” (BARBOSA; NACARATO; PENHA, 2008, p.94). No meu caso, produzi não só significados para a minha prática docente, mas também para a minha prática como pesquisadora.

3.3.6 Algumas sínteses da seção

A escrita deve ser considerada como “uma ferramenta importante para desenvolver e fomentar o aprendizado matemático” (POWELL; BAIRRAL, 2006, p.101) ou, como destacam os autores, como mais um veículo potencializador de aprendizagens. Ela pode ser utilizada com várias finalidades, como por exemplo, fonte da avaliação do aprendizado do aluno e, no nosso caso, também como fonte de dados, auxiliar no resgate de experiências, propiciadora de comunicação e reflexão, entre outras.

Sabemos que “a escrita ajuda o aluno a pensar matematicamente, pois a ação de escrever permite-lhe tempo para pensar, processar seus raciocínios, corrigir, rever o que escreveu e reestruturar sua escrita. Há um movimento reflexivo que contribui para a matematização” (NACARATO, 2013, p.70). Nesse sentido, matematizar, segundo Bairral (2001), é um processo de interação entre os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem, em que ocorrem significações de ideias matemáticas a partir de gestos, desenhos ou qualquer outra forma de representação e comunicação dessas ideias. Assim, a escrita pode ser um meio para a matematização. Vale ressaltar que entendo a matematização como uma forma de compreender a matemática com sentido.

Quanto à comunicação na aula de matemática, seja ela oral ou escrita, possibilita que vejamos os diferentes modos pelos quais cada um compreende e vê a matemática. Por isso, os registros realizados pelos alunos, de diferentes formas e em diferentes momentos, constituíram-se em uma forma de comunicar as ideias matemáticas envolvidas no desenvolvimento do “Projeto”. Foram registros livres, registros em tabelas de problemas, provenientes de problemas propostos, registros na formulação de problemas e registros finais.

Com relação aos registros livres constatei que passaram de descritivos a mistos, no decorrer do projeto. Apresentaram-se das mais variadas formas: lembretes, desenhos das

plantas antes e depois da projeção no *software*, divididos em etapas ou como texto corrido e como (re)organização das ideias após a realização da socialização. Apesar de, num primeiro momento, os alunos se mostrarem resistentes a essa prática, embora já trabalhada durante algumas aulas no decorrer do ano, eles cumpriram a proposta. Seus escritos possibilitaram a percepção de suas intenções, a organização de seus pensamentos, suas preocupações em atender as exigências dos problemas, suas interpretações a respeito das normas disponibilizadas, suas apropriações, suas diferenças de habilidades com a manipulação do *software* etc.

Quanto às tabelas de problemas, ficaram evidentes a utilização do método da “tentativa e erro” e o registro de investigações geométricas realizadas. Sem elas, não teríamos percebido o movimento de levantamento e teste de hipóteses de solução para os problemas e tampouco saberíamos quais as situações que consideravam como problemas.

Nos registros provenientes dos problemas propostos, pude analisar os tipos de soluções apresentadas; predominaram as respostas curtas e sem explicitação do método utilizado. Tais características indicam o prevalecimento do paradigma do exercício, em que o que importa é exibir uma resposta correta, e não deixar claro o pensamento matemático do aluno.

Os registros envolvendo a formulação de problemas, por sua vez, permitiram notar o quanto os alunos se apropriaram do gênero textual “problema matemático” – já trabalhado desde o início do ano – devido à preocupação que tinham com o contexto e a estrutura de organização utilizada. Percebemos também a predominância de problemas escolares fechados com indícios da elaboração de problemas abertos. Além disso, evidenciamos o movimento de escrita e (re)escrita dos problemas, a análise crítica realizada pelos grupos “resolvedores” e a possibilidade de maior exploração desses problemas. No entanto, a compreensão matemática com sentido não acontece quanto prevalece nas aulas a crença de que problema matemático tem que trazer todas as informações necessárias e suficientes a sua resolução, sustentada pelo paradigma do exercício.

E, por fim, a análise dos registros finais possibilitou conhecer reflexões dos alunos sobre seu aprendizado, avaliações a respeito do “Projeto”, críticas com relação ao *software* ou ao próprio “Projeto” e crenças com relação à matemática como ferramenta para o futuro. Tais registros, além de possibilitarem reflexões dos alunos, desencadearam reflexões da minha parte, tanto como professora quanto como pesquisadora.

De acordo com Hiebert et al. (1997), é importante a utilização de ferramentas como suporte de aprendizagem, que podem ser a linguagem, os materiais e os símbolos, os quais

são empregados para resolver problemas. Assim, compreendo que a escrita é uma ferramenta que favorece o aprendizado, a reflexão e a organização das ideias em torno da resolução de problemas.

As potencialidades dos registros completam o conjunto de eixos temáticos que fizeram parte do movimento da sala de aula durante a realização do “Projeto” e que contribuíram para a compreensão geométrica com sentido.

3.4 Considerações sobre o capítulo

Neste capítulo, buscamos evidenciar o movimento de sala de aula desencadeado pelo “Projeto” desenvolvido.

A sala de aula, reportando ao fato de Fontana (2000) compreendê-la como uma coreografia, passa a ideia de movimento. Não faz mais sentido pensar em uma sala de aula estática, com um professor detentor do saber e com alunos atentos à explicação e dedicados à resolução de exercícios de forma mecânica. É a uma dinâmica de aula contrária a essa que estamos nos referindo nesse capítulo.

Falar de movimento da sala de aula pressupõe ações que vão acontecendo de forma não linear e a todo o momento, em que seus participantes – muitos alunos e um professor – mobilizam-se de forma a constituir um ambiente favorável à aprendizagem com compreensão e sentido. Incluímos aqui, tanto as ações que levaram a resultados positivos quanto as que não foram bem-sucedidas, mas que fazem parte do processo de constituição de um ambiente favorável à aprendizagem com sentido.

Esse movimento envolve diálogo, interação com o outro, exposição de conhecimentos da vida cotidiana, troca de conhecimentos, comunicação de ideias, reflexões, organização do pensamento, exploração das tarefas, utilização de ferramentas, definição de estratégias, levantamento de hipóteses, descobertas, idas e vindas, progressos e retrocessos, elaborações conceituais, apropriações, (re)significações, criações, levantamento e esclarecimento de dúvidas, negociações, conflitos, escrita, organização da sala de aula – enfim, diversas outras características, dentre as quais destacamos, em especial, neste trabalho, as problematizações, as mediações e os registros.

Tendo em vista que, no decorrer do capítulo, apresentamos separadamente a análise de cada um dos três eixos temáticos de destaque na composição do movimento vivenciado, trataremos aqui algumas considerações sobre ele. Para isso retomamos algumas evidências.

Ressaltamos a importância de que professor seja observador e problematizador, que coloque perguntas geradoras, que provoque os alunos para que haja a mobilização de saberes matemáticos escolares ou não, possibilitando diálogos de natureza crítica. Entendemos que os questionamentos funcionam como disparadores da aprendizagem, a partir dos quais os alunos “elaboram reflexões, fazem levantamento de novas estratégias e direcionam as ações sobre determinadas situações, antecipando-as e, por conseguinte, promovendo o desenvolvimento cognitivo” (BAGNE, 2012, p. 62). A problematização, segundo Bagne (2012), possibilita que os desafios passem a ter significado e que a tarefa deixe de ser reduzida a simples apresentação de um resultado ao final de um algoritmo.

Além disso, as informações que o professor fornece têm que ser equilibradas, colaborando para que os alunos avancem. Concordamos com Fontana (2000) que a mediação do professor é fundamental para a circulação de significados na sala de aula, para a elaboração e (re)elaboração de argumentos e estratégias e para a criação de condições para que os alunos formem conceitos.

Assim, é indispensável o papel do outro, seja ele professor ou aluno, para compreensão com sentido. O diálogo, presente tanto nas mediações quanto nas problematizações, é imprescindível, pois proporciona a produção de significados e, por isso, há que se considerar que “as qualidades da comunicação na sala de aula influenciam as qualidades da aprendizagem matemática” (ALRO; SKOVSMOSE, 2010, p. 11).

A escrita, por sua vez, utilizada nesse trabalho sob a forma de diferentes tipos de registros e em diferentes momentos, é considerada outra forma de elaboração conceitual. Segundo Powell e Bairral (2006), ela tem grande potencial no desenvolvimento da cognição matemática, forçando os alunos a refletir e ajudando na aquisição de vocabulário à medida que a utilizam para explicitar compreensões matemáticas. Favorece o aprendizado, a reflexão e a organização das ideias em torno da resolução de problemas. Além disso, permite ao professor analisar o desenvolvimento do pensamento matemático de seus alunos e, ao pesquisador, ampliar a sua fonte de dados. Além disso, propicia reflexões de ambos, sobre o processo de ensinar e o aprender matemática.

Assim, registros e diálogos fizeram parte desse movimento. Com base nessas considerações, destacamos a importância da linguagem, tanto escrita, quanto falada.

De tal modo, as problematizações, as mediações e os registros escritos influenciam na aprendizagem matemática. Portanto, foram indispensáveis para a constituição do movimento de sala de aula vivenciado, em que participaram ativamente alunos e professora-pesquisadora. Movimento este evidenciado também pelo envolvimento dos alunos com as tarefas, expresso

pelas perguntas que fizeram, pelas questões cotidianas que trouxeram para as discussões realizadas e pelas anotações e reflexões que deixaram em seus cadernos de registros.

A ocorrência simultânea dessas ações, como a de tantas outras, é o que justamente nos permitiu caracterizar essa experiência na sala de aula como um movimento. Ao mesmo tempo em que se lançava uma problematização, se faziam necessárias mediações, os alunos ouviam e faziam seus registros, suas reflexões eram utilizadas em novos diálogos, em momentos quer de mediação, quer de problematizações, que acarretavam novos questionamentos, novos registros, novas mediações – enfim, as estratégias aconteciam entrelaçadas umas às outras de modo infundável, nos diferentes grupos, permeando o desenvolvimento das tarefas e propiciando, sobretudo, elaboração e (re)significação de conceitos. E assim, em meio a esse entrelaçamento fomos constituindo o processo característico do nosso “Projeto”.

Em suma, a partir desse movimento de problematizações, mediações e registros, influenciado pelo papel do professor e pela natureza das tarefas ancoradas na resolução de problemas e na utilização do *software* com o recurso dos *notebooks*, estabelecemos uma cultura de sala de aula diferente, conforme descrita por Hiebert et al. (1997), em que ocorreu a valorização de ideias e estratégias de resolução, seu compartilhamento e a utilização dos erros como problematizações, favorecendo o encontro de argumentos para correções. Buscamos também garantir a equidade e a acessibilidade, na medida em que todos os alunos eram ouvidos e as tarefas eram acessíveis a todos eles.

Encerrando as discussões neste capítulo, prossigo, no capítulo a seguir, com a análise dos conceitos mobilizados e construídos durante todo esse movimento.

CAPÍTULO 4:

“... APRENDEMOS A CALCULAR QUADRADOS E CÚBICOS, A CALCULAR PAREDES (ALTURA E LARGURA) ...⁷³”: CONCEITOS MOBILIZADOS E CONSTRUÍDOS DURANTE A REALIZAÇÃO DO “PROJETO”

Após a apresentação do movimento de sala de aula suscitado pela proposta da pesquisa, neste capítulo abordo os principais conceitos evidenciados durante o desenvolvimento das tarefas do então denominado “Projeto”. Optei por explicitar apenas os que estavam diretamente relacionados a ele, o que permite constatar que foram envolvidas questões para além da matemática escolar.

A princípio, na primeira exploração do *software*, ficou evidente a questão das medidas de comprimento, que entendo, como diretamente relacionada à geometria plana. Isso porque de acordo com o PCN+⁷⁴ (BRASIL, 2002, p.124), “parte do trabalho com Geometria está estritamente ligada às medidas que fazem a ponte entre o estudo das formas geométricas e os números que quantificam determinadas grandezas”. Assim no ensino médio, de acordo com o mesmo documento, um dos eixos estruturadores da matemática refere-se à geometria e às medidas.

Logo, essa questão passou a dividir espaço com a geometria plana, a base para a compreensão da geometria espacial, uma vez que o trabalho com geometria envolve, entre outros objetivos, “estabelecer relações entre figuras espaciais e planas em sólidos geométricos; [...] análise de diferentes representações das figuras planas e espaciais, tais como desenho, planificações e construções com instrumentos” (BRASIL, 2002, p.123). Por fim, emergiram alguns elementos da geometria espacial, porém sem grandes avanços por parte dos alunos. Isso se deve, possivelmente à dificuldade com os conceitos da geometria plana e não ao fato de o *software* não permitir um aprofundamento.

4.1 (Re)significando conceitos de medidas de comprimento

Rô: 3? O que você falou Nathaly? 3 centímetros ou 3 metros?

Nathaly: A espessura é centímetros, não é?

Rô: O que seriam 3 centímetros?

Nathaly: Mas não está bom?

Elicarlos: A parede vai cair.

⁷³ G8 (CR-RF, 04/12/2014)

⁷⁴ Documento brasileiro produzido pelo Ministério da Educação, traz Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN.

Laís S: Por quê?

Elicarlos: Porque é muito fininho [mostrando com a mão a medida aproximada de três centímetros].

(G1 e G4, AG, 24/09/2014)

No desenvolvimento do “Projeto”, as questões sobre medidas de comprimento sobressaíram logo no início da primeira construção. Muitos não sabiam que unidades de medida utilizar, pois não tinham noção do que elas representavam. Tinham dúvidas sobre espessura e altura ideais para uma parede, sobre transformações de unidades de medidas, sobre estimativa de dimensões para um cômodo e sentiam dificuldades na tomada de decisões sobre localização de um móvel, uma janela, uma porta – enfim, foi um assunto que se mostrou relevante.

Foi, desse modo, a minha primeira preocupação como professora e como pesquisadora.

Observando as construções notei que estão fazendo cozinhas enormes e não têm noção de medidas [...] É lógico que nesse primeiro problema a construção era simplesmente de uma cozinha, não estando determinada uma medida, mas acho que eles estão exagerando. (DC-2º C-17/09/2014)

A esse respeito, convém enunciar que assumimos, de acordo com o Currículo do Estado de São Paulo, que medir é “comparar uma grandeza com um padrão e expressar o resultado da comparação por meio de um número” (SÃO PAULO, 2010, p.43). Tal definição remete à dada por Caraça (1951, p. 29, grifo do autor) “*comparar* duas grandezas de mesma espécie”.

Além disso, concordamos com Bagne (2012) que cabe à escola possibilitar ao aluno a (re)significação do conceito de medida, relacionando-o à questões cotidianas.

Na visão de Manechine (2006, p.91), com relação à abordagem do assunto nas aulas de matemática, “o ato de medir vinculado a uma situação-problema poderá possibilitar ao aluno ir além de ler um valor a partir de um instrumento e uma unidade padrão previamente denotados para aquela aferição”. Por conta disso, considero que o trabalho com medidas exige não só estar relacionado com a resolução de problemas, como também proporcionar a significação, ou seja, a natureza das tarefas precisa permitir a atribuição de sentido àquilo que está sendo abordado.

Pelo fato de surgirem vários indícios de que os alunos envolvidos no “Projeto” não tinham noção do tamanho com que estavam projetando suas cozinhas, tampouco de medidas ideais para altura e espessura das paredes e de tais noções aparecerem em situações

posteriores e se referirem às manipulações necessárias na resolução dos problemas, subdivido a análise nesta seção em duas partes, conforme mostram as subseções 4.1.1 e 4.1.2.

4.1.1 “*Prô, 5 metros é muito ou é pouco?*”⁷⁵: As primeiras significações sobre medidas

Durante as construções, presenciei inúmeros momentos de questionamentos dos alunos, ao se depararem com situações em que não tinham noção da medida que representava uma grandeza e também não sabiam como realizar transformações de unidades de medidas, como no trecho trazido a seguir:

Laís S: *O prô, 5 metros de altura é muito ou é pouco?*

Rô: *Vocês é que vão pensar. Se vocês têm uma régua de 30 cm, quantas réguas vão para dar 1 metro?*

Tainá: *Não sei.*

Rô: *Quantos centímetros tem 1 metro?*

[Silêncio].

Rô: *Que altura você tem, Tainá?*

Tainá: *1,58.*

Rô: *Então compara você com a parede. Cinco metros é muito ou é pouco?*

[Ela levantou e ficou encostada na parede para comparar].

Nathaly: *Tem 4?*

Tainá: *Não. Acho que 3.*

Rô: *Isso, mas vocês não responderam a minha pergunta. Pensem. Quantos centímetros tem 1 metro?*

(G4, AG, 17/09/2014)

Nesse trecho é possível perceber que a comparação com medidas conhecidas possibilita a estimativa de outras. A minha primeira tentativa de levar o grupo a essa comparação, para chegarem a uma resposta para o questionamento da aluna Laís S, não trouxe resultados, uma vez que o objeto de comparação era medido em centímetros, e não sabiam dizer a quantos centímetros correspondia um metro.

A intenção era de que, se construíssem a imagem mental do que seria um metro, pudessem estimar a altura da parede da sala de aula e chegar a uma resposta. No entanto, percebido o silêncio do grupo após a pergunta, foi necessário elaborar outro questionamento que permitisse a comparação com a altura da parede e levasse à estimativa da altura ideal. Como imaginei que Tainá soubesse a sua altura, resolvi propor a ela que comparasse a si própria com a parede da sala; a partir disso o grupo pôde chegar a uma conclusão sobre a altura ideal de uma parede. No final, ainda as provoqueei a pensar sobre a quantidade de centímetros correspondente a um metro.

⁷⁵ Laís S - G4 (AG, 17/09/2014).

Para Manechine (2006), o homem, desde a Antiguidade, já tinha a necessidade de medir e comparar grandezas e para isso utilizava o corpo na construção de uma unidade padrão de comprimento, como, por exemplo, o pé, a mão, o polegar, o braço ou o passo.

Segundo Pais (1996), a formação de imagens mentais necessita do trabalho com desenhos e objetos. No episódio abordado, o grupo precisou de um objeto – no caso, a própria Tainá – para a formação de uma imagem mental do comprimento de um metro.

Com relação a essa dificuldade que os alunos apresentaram concordamos que:

comumente as questões de medida, ainda hoje, são trabalhadas na escola de maneira mecanizada, recheada de “modelos” que atendem exclusivamente às conversões de unidades, afastando tanto aluno quanto professor de possíveis questionamentos referentes à diversidade de assuntos que podem ser abordados, bem como da aproximação dos conhecimentos matemáticos à vida do aluno (BAGNE, 2012, p. 115).

Dessa forma, não há elaboração conceitual do conceito de medidas, isto é, a ideia que o aluno interioriza é de que o trabalho com medidas é apenas mais uma regra a ser memorizada para a prova ou os exercícios de aplicação. Assim, somente quando esses alunos se viram em situações em que necessitavam de tal conceito para a resolução de um problema é que passaram a atribuir sentido a ele; ou seja, o desenvolvimento da sequência de tarefas, devido a sua natureza, os mobilizou a iniciar um processo de (re)significação do conceito de medidas que traziam de etapas anteriores da escolaridade.

Apesar de conseguir fazer estimativas usando o corpo da Tainá como medida, o G4, após esse episódio, ainda não havia encontrado a correspondência entre metro e centímetros. Isso se evidencia em outra ocasião, em que presenciei o mesmo grupo em dúvida sobre a representação, em centímetros, da espessura da parede, que estava em metros. Os integrantes precisavam descobrir a medida da espessura em centímetros para saber se estavam na medida certa ou não, uma vez que havíamos acabado de discutir sobre isso.

Lais S: *Oh, prô, a espessura está em metros aqui. Olha aqui, professora [referindo-se à espessura igual a 0,075m].*
 Rô: *0,075m são quantos centímetros?*
 Nathaly: *Não sei.*
 Rô: *Quantos centímetros tem 1 metro?*
 Nathaly: *Não sei.*
 Rô: *Eu já fiz essa pergunta outro dia. Vocês pensaram na resposta?*
 Nathaly: *Não me lembro.*
 Lais S: *100.*
 Rô: *100. Muito bem! E se aqui está 0,075m, quantos centímetros será que são? Como é que vocês podem descobrir isso?*
 Lais S: *Tem conta para fazer?*
 Rô: *Você pode fazer. Como é que vocês vão fazer? Pensem...*

[...]

Lais S: *Prô, olha a conta que eu fiz aqui. Vem ver o que deu.*

Rô: *Aí você dividiu por 100. Será que é dividido mesmo? O que você fez?*

Lais S: *Vezes acho que não é.*

Rô: *Um metro corresponde...*

Lais S: *A 100 centímetros.*

Rô: *Se 0,075 está em metros, o que você vai fazer?*

Lais S: *Trocar de lugar.*

Rô: *Então faça de novo. Deixe essa “conta” aí e escreva por que você teve que fazê-la. Põe uma anotação aqui, pra gente lembrar.*

Lais: *Deu 7,5 centímetros. Vai ter que aumentar a espessura.*

(G4, AG, 19/09/2014)

Para que iniciassem a busca pela resposta à pergunta que acabavam de fazer, indaguei sobre quantos centímetros representavam um metro e lembrei-os de que, na outra aula, havia deixado essa pergunta para que respondessem. Nathaly não se lembrou, mas Laís S. já tinha a resposta: disse que um metro correspondia “a 100 centímetros”. Depois as provoquei a pensar no cálculo a fazer para descobrir quanto seria 0,075 m em centímetros. Um tempo depois, Laís S. chamou e mostrou ter dividido por 100 depois de montar uma regra de três. Refazendo o cálculo, chegou a 7,5 cm como solução e percebeu que a espessura da parede tinha que ser maior. Isso mostra a dificuldade que têm com transformação de unidades de medida e a predominância da regra de três nas resoluções.

Novamente, essa situação ilustra que os alunos, certamente, não conseguem relacionar diferentes unidades de medidas, devido à não formação desse conceito anteriormente. Mais especificamente, penso que isso se deve ao trabalho mecânico que foi “ensinado” em alguma série anterior, em que predominavam as regras para transformação de unidades de medidas, e as situações em que isso ocorria eram desprovidas de sentido. Além disso, não conseguiram nem relacionar as palavras “metro” e “centímetro” por meio de seus significados.

Quando, finalmente, Laís S. afirma que são 7,5, o método adotado para alcançar a resposta é também uma regra: a regra de três. A aluna, que estava frequentando um curso técnico em contabilidade na ETEC⁷⁶, já havia mencionado estar estudando resolução de exercícios com essa regra e adquiriu o hábito de utilizá-la em qualquer situação. Mais uma vez, o processo mecânico de resolução de problemas era reforçado. No entanto, o fato de chegar ao valor 7,5 cm possibilitou a tomada de decisão sobre a espessura da parede da cozinha projetada. O conceito de medidas começava a fazer sentido para o grupo.

A partir dessas duas situações, senti a necessidade de colocar a questão das unidades de medidas em discussão na sala e posteriormente sistematizar algumas relações entre elas. Porém, para alguns grupos que não tinham vivenciado essas experiências ainda, a atribuição

⁷⁶ Escola Técnica Estadual de São Paulo

de sentido não ocorreu e a falta de noção sobre medidas continuou, como observei no G6 que contou com a participação de Rodrigo, do G5, que trouxe novamente conhecimentos usados no cotidiano para o contexto escolar.

Rainara: *Prô, você acha que está pequeno?*

Carol: *Está bom, não está?*

Rainara: *3 metros dá até onde mais ou menos?*

Rô: *Imagine 1 metro.*

Carol: *É isso daqui.* [mostrando com as mãos]

Rô: *Será que é isso? Rainara, quanto você mede?*

Rainara: *1, 56.*

Rô: *Quantas de você precisam para dar 3 metros?*

Rainara: *Duas.*

Rô: *Então, até onde vai dar mais uma Rainara?*

Carol: *Acho que está bom 3 metros.*

Rodrigo: *Um metro não é no umbigo?*

Rô: *Depende da sua altura. Mas para quem é mais alto, até chegar ao umbigo passou de um metro e para quem é mais baixinho...*

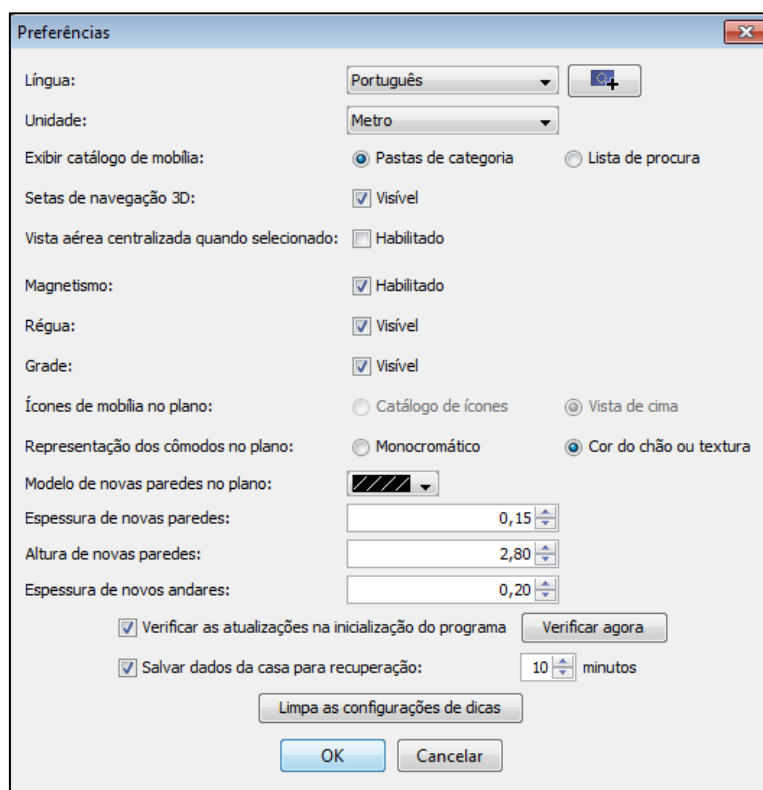
Carol: *É o caso da Rainara. Até o umbigo dela não vai ter um metro nunca.*

(G6 e G5, AG, 24/09/2014)

Neste caso, novamente surge a necessidade de levar as meninas do grupo a imaginar quanto seria um metro, para que chegassem a um consenso sobre a largura da cozinha que faziam. Além disso, o excerto traz a interrupção de Rodrigo, com uma pergunta sobre o que se costuma fazer, principalmente na zona rural, para medir um metro, que é a convenção de parte do corpo como uma medida: a altura até o umbigo corresponde a um metro. Logo, numa frase interrompida, comecei a dar uma explicação, a qual tinha a intenção de finalizar, questionando-os se essa comparação poderia ser utilizada por todas as pessoas. No entanto, Carol, com piadinhas sobre a altura da colega – “*É o caso da Rainara. Até o umbigo dela não vai ter um metro nunca.*” – cortou o assunto, o que, contudo, revelou que havia entendido a explicação.

Essa necessidade de saber as medidas ideais explicitadas nos momentos anteriores origina-se da janela “Preferências” do *software*, em que as medidas da altura e da espessura das paredes, bem como a unidade de medida, aparência e outras configurações, podem ser predefinidas de acordo com o que se pretende utilizar na construção a ser feita.

Figura 43: Janela “Preferências”



Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora

Essa janela também permite definir a unidade de medida a ser utilizada durante a projeção. Assim, se a escolha for “metro”, a espessura das paredes, a altura e a espessura dos andares será apresentada nessa unidade; o mesmo acontece se “centímetro” for selecionado.

Para mim, ficou claro após a análise desses momentos, que, para que a noção de diferentes medidas e a relação entre elas pudessem fazer sentido para um grupo, precisavam vivenciar experiências que exigissem a sua utilização para solucionar os problemas nos quais estavam engajados. Esses episódios também marcam o surgimento de situações em que se evidenciam experiências do contexto de vida desses alunos, trazidas para o contexto escolar. No entanto, quando isso acontece, o professor pode colocar em discussão esses conhecimentos ou colocar os alunos a refletir e desencadear um processo de validações ou refutações, como no caso da fala de Rodrigo com relação ao estabelecimento de que a altura de um metro se determina pela altura da pessoa até o umbigo. Com a minha explicação e com a piadinha de Carol, puderam perceber que essa convenção não é válida para todos, que há variáveis envolvidas, como a altura da pessoa.

4.1.2 “Nós já mexemos nessas três medidas aqui”⁷⁷: Situações de medição durante a resolução dos problemas

Após os primeiros contatos dos alunos com as unidades de medidas de comprimento, nos momentos de organização da mobília e de acessórios das construções, eles se viram diante de situações em que precisaram manipulá-las, ou seja, fazer alterações nas informações fornecidas a respeito de cada acessório ou mobília, como, por exemplo, na projeção da cozinha pelo G4.

Lais S: *Prô, ficou muito feio.*

Rô: *Por quê?*

Nathaly: *Porque a janela tem que ser mais pra cima, e a gente não tá conseguindo.*

Rô: *Ah! Então, muito bem! Nós temos um problema aqui?*

Lais S: *É. Não quero mais a pia embaixo da janela.*

Rô: *Cadê aquela tabela de problemas? Qual é o problema? O que vocês querem fazer?*

Lais S: *Acertar a janela pra cima.*

Rô: *Ah, tá. Quando você clica na janela aparecem as informações dela?*

Nathaly: *Ah, é!*

Rô: *E se você mexer em alguma medida dela aí?*

Lais S: *Não sei.*

Rô: *Uma das propostas de solução é fazer o quê? Pensem.*

Lais S: *Altura, largura...*

Rô: *Tentem modificar alguma coisa aí.*

[Silêncio.]

Rô: *Vocês querem mexer no quê?*

Lais S: *Na janela.*

Nathaly: *Na altura da janela.*

Rô: *Na altura. Vejam onde que vocês vão mexer.*

Lais S: *Eu tenho que subir ela.*

Rô: *Então onde você vai ter que mexer? Será que aí resolve? Dá “ok” pra ver.*

Tainá: *Aumentou só.*

Rô: *Então vocês vão ter que ver em outro lugar. Uma proposta foi mexer na altura. Deu certo?*

[Balançam a cabeça que não]

Rô: *Então, qual é a outra proposta? Vocês vão mexer no quê?*

[Mexem na profundidade]

Rô: *O que será que é profundidade?*

Lais S: *Sei lá.*

Tainá: *Nossa! [depois de ter aumentado a profundidade] Ela aumentou assim, olha.*

[Risos]

Rô: *Então, resolveu? Então o que é profundidade? Qual é a profundidade dessa porta aqui?*

Lais S: *É assim, olha. [mostra na porta]*

Rô: *Então, olha o que vocês colocaram. A janela tem 100m de profundidade. Imagine onde ela vai parar.*

Tainá: *Minha profundidade foi além da... [risos]*

Rô: *Vão lá e tentem de novo. A janela pode ficar assim? O que vocês têm que fazer? Vocês falaram que tem que subi-la. Então, será que vocês estão mexendo no lugar certo?*

[...]

⁷⁷ Tainá - G4 (AG, 17/09/2014)

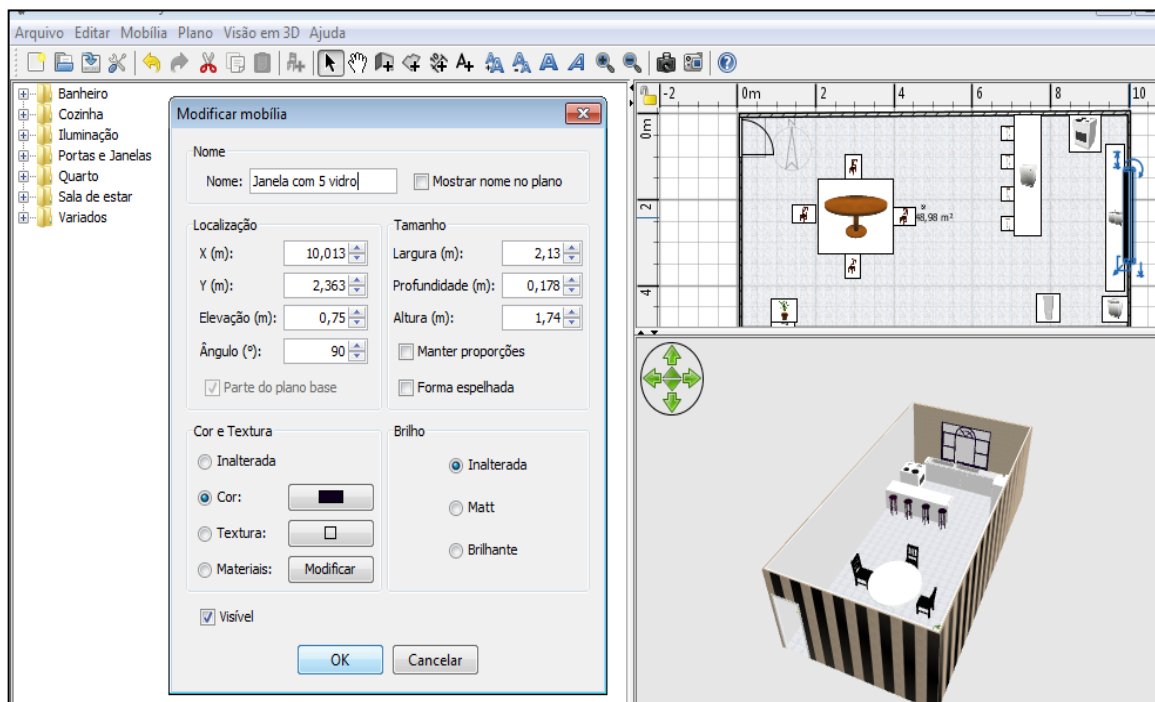
Rô: *Depois volta lá naquela janela. Tem que arrumar, né?*
 Nathaly: *Mas eu não sei.*
 Rô: *Volta lá, então. Vamos olhar de novo.*
 Tainá: *Nós já mexemos nessas três medidas aqui [referindo-se à altura, largura, profundidade].*
 Rô: *Tá, mas não deu certo. Então, no que vocês vão ter que mexer?*
 Nathaly: *Você sabe onde é?*
 Rô: *Sei, mas não posso falar. Vocês têm que pensar. Você não queria mexer no tamanho. Você queria mexer no quê?*
 Nathaly: *Eu quero que ela suba.*
 Rô: *Então?*
 Nathaly: *Será que é na localização?*
 Rô: *Tenta. Troca os números.*
 Lais S: *Aí, olha. Foi pra lá um pouco.*
 Rô: *Então, é na localização?*
 Tainá: *Elevação?*
 Rô: *Você falou de elevação, então tenta. Elevação você entende que é o quê?*
 [Tainá fez um gesto que era pra subir].
 Nathaly: *Tem que diminuir? Mas não foi, olha.*
 Rô: *Tenta de novo.*
 Nathaly: *Tem que ir aumentando?*
 Rô: *Tenta.*
 Nathaly: *Ela subiu!*
 Rô: *Então, onde você tinha que mexer?*
 Nathaly: *Na elevação.*
 Rô: *E ficou do tamanho que você queria?*
 Nathaly: *Ficou.*
 Rô: *Então, esse é um problema que vocês tinham e agora escrevam. Deu certo ou não deu?*

(G4, AG, 17/09/2014)

Nessa situação, o grupo queria colocar uma janela sobre a pia. O *software* disponibilizava essa possibilidade, mas eram necessárias alterações nas medidas, para que isso se desse de maneira adequada. Desse modo, somente se apropriar dos recursos do *software* não bastava; era inevitável manipular as medidas.

É notória também a possibilidade que o *Sweet Home 3D* oferece para que os alunos explorem as soluções através da “tentativa e erro”. Incomodadas com a visualização tridimensional da cozinha, as integrantes do grupo G4, incentivadas por minha mediação, fizeram alterações em vários campos da janela “Modificar mobília”, que se abre ao clicar em um item qualquer da visão plana, até conseguirem o resultado desejado.

Figura 44: A cozinha projetada pelo G4 e as especificações da janela.



Fonte: G4, AC- Projetando uma cozinha, 23/09/2014.

Essa janela traz as coordenadas da localização do ponto central da mobília ou do acessório, a elevação com relação ao chão, o ângulo de inclinação com relação ao chão, a largura, a profundidade e a altura em metros – caso a unidade de medida seja inicialmente selecionada em metros –, podendo também ser apresentada em centímetros. Dentre essas possibilidades testadas pelo grupo, a mudança da elevação foi a que trouxe resultados positivos comemorados euforicamente por Nathaly. Nesse momento se apropriaram de um método necessário para organização dos móveis e dos acessórios da construção.

No episódio, não bastava simplesmente terem noção de medidas e da relação entre diferentes unidades; precisavam tomar decisões explorando e manipulando as informações fornecidas pelos *softwares* referentes a cada objeto ou acessório. Resolver o problema, além de ser uma questão que proporcionou a mobilização do pensamento matemático e do conhecimento dos alunos do que seria o correto em uma casa, permitiu a apropriação de algo com o que constantemente iriam se deparar nas próximas construções com o *software* e cuja utilização atendia a uma questão estética, ou seja, o cômodo ou a casa tinham que ficar perfeitos e bonitos.

Outro exemplo referente à manipulação das medidas para a construção desejada é representado pela situação que envolve o G6, também no “Problema 1”.

Carol: *Prô, eu coloquei um buraco, mas ele não está aparecendo.*

Rô: *Pra ser um buraco ele vai ter que pegar o quê?*

Carol: *A parede.*

Rô: *E ele está bem do tamanho da parede? Esse então é um problema que vocês vão escrever aqui. Qual é o problema?*

Carol: *Não conseguimos colocar o buraco na parede.*

Rô: *Você colocou, mas ele não apareceu. Então vamos pensar. Você já tinha feito a parede. Você quer fazer um buraco naquela parede. Então o buraco vai ter que ter o quê?*

Carol: *Tem que ver a espessura dele.*

Rô: *Ah, tá. E com a espessura dele tem que acontecer o quê?*

Carol: *Tem que ficar maior que a da parede. Não. Maior não. Tem que ficar na espessura da parede.*

Rô: *Ah, tá. Mas ela está igual à da parede? Então, qual é a solução?*

Rainara: *Que tem que mudar a profundidade do buraco.*

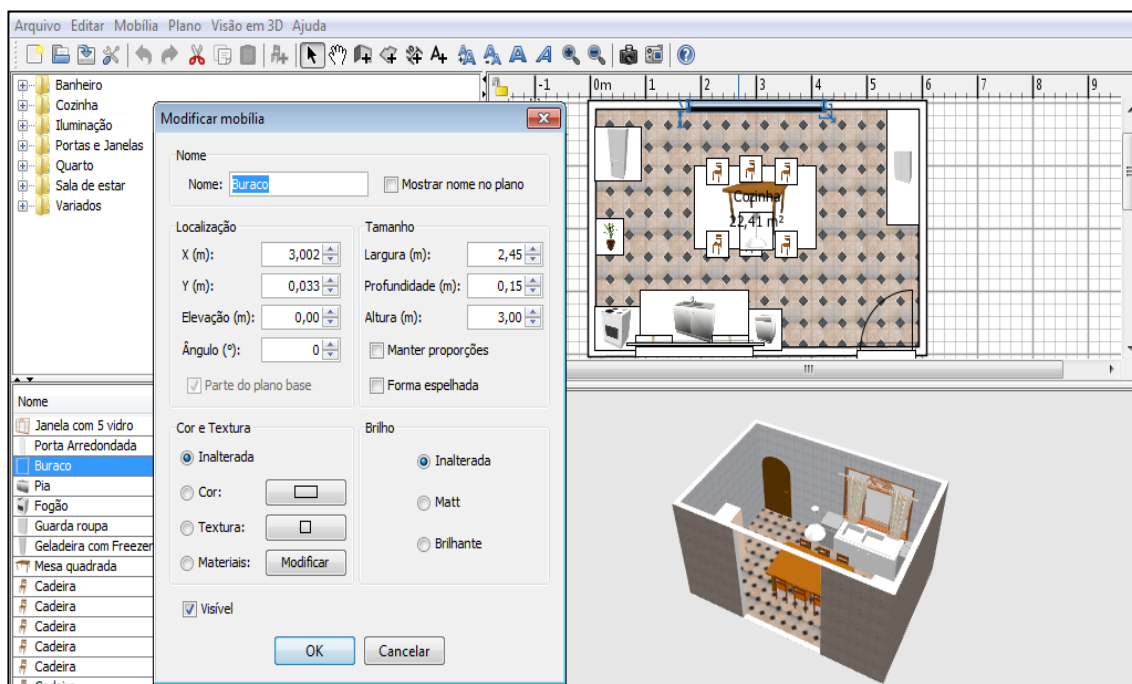
Rô: *Então, se vocês acham que a solução vai ser isso... digam se deu certo ou não.*

(G6, AG, 17/09/2014)

No trecho, as meninas do grupo queriam colocar um “buraco” como passagem da cozinha para outro cômodo que ficasse ao seu lado. O *software* continha esse acessório, mas sua colocação dependia do ajuste da sua profundidade de acordo com a espessura da parede. Do contrário a passagem não ficava visível.

A situação traz, após alguns questionamentos, Carol dando uma resposta, e ao mesmo tempo, (re)formulando-a de acordo com seu pensamento matemático mobilizado pelas questões levantadas. Neste momento, ressalto que as perguntas que fiz foram decisivas para que chegassem a uma solução. Nesse movimento que fazia parte da cultura de sala de aula criada no decorrer das tarefas, veio à tona a conclusão de que, para o “buraco” aparecer, como estava sobreposto à parede, teria que estar com a profundidade igual à espessura da parede. Dessa forma, o grupo solucionou o problema e a cozinha planejada pôde ser concretizada.

Figura 45: A cozinha projetada pelo G6 e as especificações do “buraco”.



Fonte: G6, AC – Projetando uma cozinha, 30/09/2014.

Mas, para que isso pudesse acontecer, o grupo, mesmo deixando “buraco” e parede com a mesma profundidade, tiveram que modificar a altura do tal “buraco” e fizeram questão de centralizá-lo naquela parede, atentando para as medidas que aparecem na representação plana, quando se pretende acomodar algum móvel ou acessório. Se queriam um “buraco” centralizado, tinham que fazer com que suas laterais ficassem equidistantes do início e do término daquela parede. No momento dessa ação, quando eu não estava acompanhando o grupo, as meninas fizeram escolhas, mostrando autonomia e apropriação de pensamentos sobre medidas, bem como a respeito de suas comparações e manipulações na projeção da cozinha.

Mais tarde, no âmbito da projeção da casa do cadeirante, esse trabalho com medidas não foi relacionado apenas com a utilização do *software*, mas como parte da resolução do problema em si, uma vez que, de posse de normas da ABNT para cadeirantes, os alunos tinham que projetar a casa e mobiliá-la, de modo a facilitar sua locomoção. O excerto abaixo elucida o movimento dos alunos de dois grupos – G11 e G12, que, como explicitado anteriormente, ficavam juntos durante a realização das tarefas – para adequação do ambiente às condições físicas do senhor Jacinto.

Murilo: *Vamos fazer a parede com 3 m de altura.*

Thiago: *Vamos colocar uma banheira no banheiro?*

Pedro: *Pode ser. O que fala aí?*

Thiago: *Fala que tem que ter apoio lateral... pode ser um banco, no mesmo nível de sua cadeira.*

Murilo: *Largura de 1 metro na porta está bom, né, professora? Porque aqui fala que a cadeira pode ter até 90 centímetros.*

Rô: *Vocês é que vão pensar.*

Thiago: *Só tem esse banco pra pôr do lado da banheira. Tem que ter um no mesmo nível da cabeceira dela.*

Rô: *E o que quer dizer no mesmo nível?*

Thiago: *Na mesma altura?*

Rô: *Está no mesmo nível?*

Thiago: *Não, mas é só a gente mexer na altura do banco.*

Eduardo: *Será que o nosso tamanho do banheiro está bom?*

Murilo: *Não sei. Aqui só fala o tamanho das coisas.*

Eduardo: *Tem que ter barra de apoio também.*

Murilo: *É pra fazer também uma garagem?*

Rô: *Só se vocês quiserem.*

Eduardo: *Mas a cadeira não passa nessa porta.*

Murilo: *Passa. Tem 1 metro.*

Thiago: *A altura da banheira deve estar a 45 cm do piso.*

Pedro: *Não está pequena?*

Thiago: *É o que está falando aqui.*

Murilo: *Não tem altura do vaso?*

Eduardo: *Não tem a altura da cadeira? É só colocar a mesma altura.*

Murilo: *Por que a banheira ficou flutuando?*

Eduardo: *Porque você mexeu na elevação.*

Thiago: *O vaso ficou muito pequeno, prô.*

Rô: *Mas você não colocou a mesma altura da cadeira de rodas?*

Thiago: *Aqui não fala, vamos pôr uns 48 centímetros.*

Pedro: *E no lavatório vamos pôr uns 60, professora.*

Thiago: *Vou deixar sobrando uns 60 cm da cadeira. Se a cadeira tem 60, a porta vai ter 1 metro e 20.*

Eduardo: *Professora, onde tem barra pra pôr?*

Rô: *Não tem. Vocês vão ter que improvisar.*

Murilo: *Deixe eu procurar em “Variados”.*

Eduardo: *Olha, esse parece barra. É o varão de cortina.*

Murilo: *Mas não está aparecendo...*

Eduardo: *Está aqui em cima. Diminui a elevação. Deixa na mesma altura da banheira.*

Murilo: *Não. Põe uns 20 centímetros mais pra cima.*

[...]

Murilo: *Deixa eu ver agora o que tem no quarto.*

Eduardo: *A cama tem que ter 46 centímetros de altura do piso... Ich! A prô pôs umas coisas aqui que não é do meu vocabulário, mas eu entendi que tem que ser com 46 de altura.*

Murilo: *Põe poltrona?*

Eduardo: *Põe... na mesma altura.*

Murilo: *Vou pôr TV, guarda roupa...*

Murilo: *Na sala tem alguma coisa.*

Eduardo: *Não.*

Rô: *Tem espaço pra ele passar aí do lado da cama?*

Thiago: *Acho que tem.*

Rô: *Então vai lá em “criar dimensões” e mede.*

Thiago: *Tem 83 centímetros.*

Rô: *Dá pra ele passar?*

Thiago: *A cadeira tem de 75 a 90. Então pode ser que não dê.*

Eduardo: *A geladeira é 46 também?*

Murilo: *Não, né? Olha aí.*

Eduardo: *E a altura da pia? 1 metro está bom?*

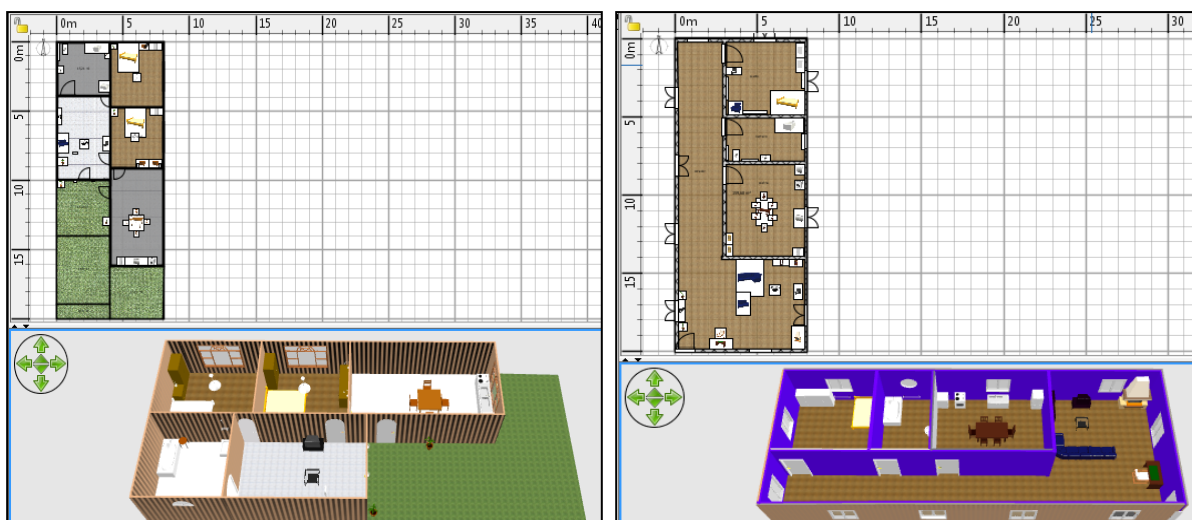
Rô: *Se você puser uma geladeira muito alta ele vai alcançar?*
 Murilo: *Mas não fala a altura da geladeira. Só fala de armários... a 30 centímetros do piso.*
 Eduardo: *Como assim, 30 centímetros do piso? De altura?*
 Rô: *Será que o armário vai ter só 30 centímetros de altura?*
 Thiago: *Não. Tem que ter essa elevação.*
 Rô: *Isso.*
 Eduardo: *Mas a pia não, né? Mas a geladeira pode ter 1 metro e 20?*
 Rô: *O que vocês acham? Pensem.*
 [...]
 Murilo: *Então, se tudo não pode passar de 1 e 20 de altura e tem 30 de elevação, vou ter que pôr aqui 90 de altura.*
 Eduardo: *O Prô, tem que elevar tudo mesmo? Fica tudo parecendo que está flutuando.*
 Rô: *Fica. Você nunca reparou que quando a pessoa está na cadeira de rodas o pé fica pra frente?*
 Eduardo: *Ah, daí tem que pregar na parede.*

(G11 e G12, AG, 07 e 08/10/2014)

O excerto mostra a preocupação com o bem-estar do cadeirante e em dar a ele facilidade de acesso, conforme dizia o “Problema 2”, com a interpretação das normas de que dispunham e da manipulação que faziam das medidas a partir dessa interpretação. Houve ainda, a necessidade de compreender o significado de algumas expressões, como, por exemplo, “*no mesmo nível*”. Até precisaram fazer improvisos para mobiliar o banheiro adequadamente e levantaram questões que eram resolvidas pelo próprio grupo, algumas vezes com a minha mediação, outras não, como “*Por que a banheira ficou flutuando?*”. Percebe-se também o envolvimento dos alunos de ambos os grupos na realização da tarefa e o quanto um grupo auxiliou o outro, mesmo que cada um estivesse a fazer a sua construção, diferentes umas das outras. Nesse percurso, os alunos compartilharam ideias e entendimentos, cuja característica é defendida por Hiebert et al. (1997) como pertencente a uma cultura de sala de aula que visa à compreensão.

É importante lembrar que as normas foram solicitadas pelos alunos, pois esse movimento de alteração das medidas não aconteceria, se não tivessem em que se basear. Colocariam medidas estimadas e não fariam tantas adequações na mobília. Conforme a figura a seguir, nota-se também a preocupação com os espaços de circulação entre os móveis e com o tamanho dos cômodos.

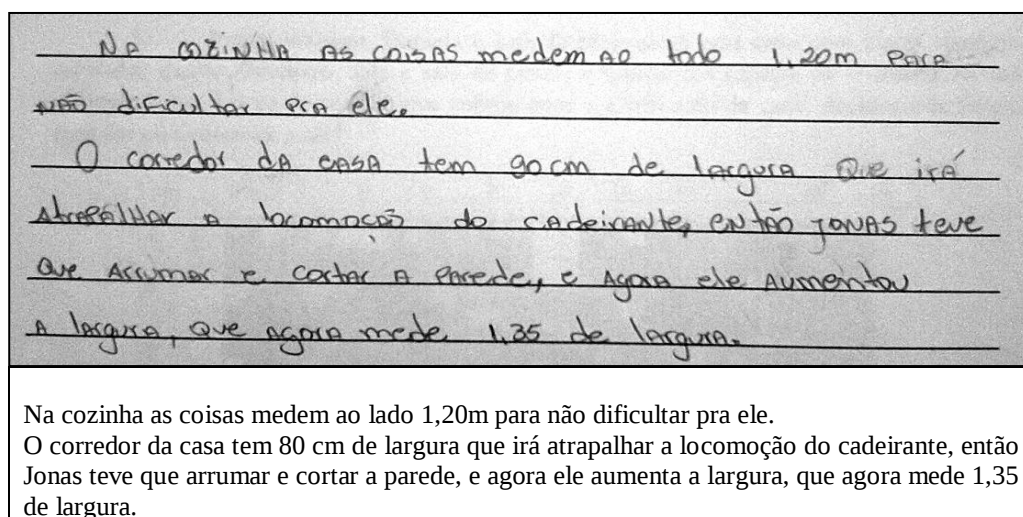
Figura 46: A casa do cadeirante projetada pelo G11 e pelo G12



Fonte: G11e G12, AC – A casa do cadeirante, 08/10/2014 e 22/10/2014

Tais preocupações com as medidas também ficam evidentes nos registros livres que os grupos iam apresentando durante a tarefa no caderno de registros.

Figura 47: Registro do G2 sobre a casa do cadeirante.



(G2, CR-TP- A casa do cadeirante, 01/10/2014)

Aqui, o G2 expressa, primeiramente a preocupação com a altura dos móveis da cozinha, para possibilitar uma aproximação frontal do cadeirante, e, depois, uma (re)organização da construção realizada em função da largura do corredor, para facilitar a locomoção do senhor Jacinto.

No decorrer das tarefas, de modo geral, foram se apropriando das alterações necessárias para cada situação, bem como da noção das medidas adequadas ou estimadas para dimensões de cômodos, móveis e acessórios.

4.1.3 Algumas sínteses da seção

Nesta seção tratei da questão das medidas de comprimento, que sobressaiu logo no início do desenvolvimento das tarefas. Pela lógica, considerando que esses alunos estão no 2º ano do Ensino Médio, era de se esperar que tais questões não se mostrassem relevantes. No entanto, com a organização dos dados, este foi um dos eixos temáticos evidenciados e considerados para a análise.

O tema “grandezas e medidas” é parte integrante do ensino básico brasileiro desde os anos iniciais, conforme descrito pelos Parâmetros Curriculares Nacionais. O Currículo do Estado de São Paulo (2010) também aponta o trabalho com medidas como componente de um dos blocos temáticos nos quais os conteúdos estão organizados tanto no Ensino Fundamental, quanto no Médio. Então, como é possível esses alunos terem chegado até o 2º ano sem dominar esse assunto?

Nesse processo, os alunos precisaram inicialmente fazer comparações com medidas conhecidas, usando o corpo, e identificar relações entre diferentes unidades. Em seguida, manipularam as medidas especificadas nas janelas, referentes aos acessórios ou móveis que desejavam adicionar às construções, para que ficassem na forma mais apresentável possível. E ainda, utilizaram as medidas, as comparações e as relações entre as unidades, de modo a resolver o problema, com base em interpretações de informações e em preocupações devidas ao envolvimento com a situação.

Com base em todas as situações antes analisadas, infiro que os conceitos de medidas de comprimento, provavelmente trabalhados por meio de regras e memorizações em anos anteriores, passam a fazer sentido e ser (re)significados quando mobilizados pela resolução de problemas, pela natureza das tarefas, pelo papel do professor, pela cultura da sala de aula, pelas ferramentas como suporte para a aprendizagem, pela acessibilidade e equidade, cujas dimensões são descritas por Hiebert et al. (1997). Assim, tais aspectos favorecem a compreensão geométrica.

Pelo fato de a apropriação do conceito de medidas de comprimento contribuir para a construção de conceitos geométricos, analiso a seguir situações em que se deu a exploração de tais conceitos relacionados às grandezas, durante a realização do “Projeto”.

4.2 Explorando conceitos e grandezas geométricas

Vamos dividir o espaço em dois, um retângulo e um quase quadrado, calcular a área de ambos e somá-las.
(G8, CR-PP-A casa do cadeirante, 22/10/2014)

Rô: E essa é a visão espacial.

Gabriel: Espacial? Vem do espaço agora? Não é 3D não?

Rô: Espacial, 3D, tridimensional... É a mesma coisa.

Roger: 3D é de três dimensões.

Rô: E a parte da Geometria que estuda as figuras em três dimensões, é a Geometria Espacial, por isso que estou dizendo que essa é a visão espacial.

Gabriel: Ah, tá.

(2º C, AG, 14/11/2014)

Muitas eram as dificuldades apresentadas com relação aos conceitos tanto da geometria plana quanto da espacial. Muitos alunos não conseguiam nomear as figuras geométricas por suas características, ou seja, certos termos ou denominações não lhes eram familiares. Além disso, não dominavam procedimentos de determinação de grandezas geométricas. Desse modo, assim como a questão das medidas, os conceitos e as grandezas geométricas foram sendo explorados e (re)significados no decorrer do “Projeto”.

Vale ressaltar que adoto o termo “grandezas geométricas” com base em Figueiredo e Morais (2012), Lima e Bellemain (2010), Lima e Carvalho (2010). Esses autores se referem ao perímetro, à área e ao volume como sendo parte das grandezas geométricas, cujo estudo promove a ligação entre o campo da geometria e o das grandezas.

A geometria, que “surgiu de necessidades práticas do uso de espaços e ainda é grande a sua utilização em diferentes áreas do conhecimento, como a engenharia, tecnologia, agricultura, arquitetura, astronomia, arte e geografia” exerce “um papel integrador entre as diversas partes da matemática, além de ser um campo fértil para o exercício de aprender e fazer e aprender a pensar” (FAINGUELERNT; NUNES, 2012, p. 113-114). Do mesmo modo, entendo que sua compreensão é importante para descrever figuras, representar, medir e ter noção de dimensão, de espacialidade. Afinal, vivemos em um mundo cercado de formas geométricas. Portanto, é um conteúdo que requer atenção especial.

De acordo com os documentos oficiais da educação brasileira, o estudo da geometria deve contemplar as “formas planas e tridimensionais e suas representações em desenhos, planificações, modelos e objetos do mundo concreto” (BRASIL, 2002, p.123). Para os PCN+ (BRASIL, 2002), o ensino da geometria na escolaridade básica deve possibilitar que questões que envolvem o mundo real surjam e possam ser discutidas e analisadas pelos alunos,

levando-os a desenvolver a visualização, o desenho, a argumentação lógica e a utilização na resolução de problemas, os quais devem ser aprofundados e sistematizados no Ensino Médio. Além disso, os conhecimentos sobre perímetros, áreas e volumes devem ser aplicados na resolução de situações-problemas. Desse modo, entendo que a geometria trata de dois tipos de propriedades,

associadas à posição relativa das formas e associadas às medidas. Isso dá origem a duas maneiras diferentes de pensar em Geometria, a primeira delas marcada pela identificação de propriedades relativas a paralelismo, perpendicularismo, interseção e composição de diferentes formas e a segunda, que tem como foco quantificar comprimentos, áreas e volumes (BRASIL, 2002, p.123).

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2008) apontam também que o estudo da Geometria deve ocorrer no sentido de consolidar conceitos aprendidos em séries anteriores, como, por exemplo, perímetro, área e volume, a partir de situações-problemas propostas aos alunos, ao invés de seguir o padrão tradicional de ensino. Nesse caso, a construção do conhecimento matemático pelo aluno seria mediada pelo professor.

O Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2010) considera que a geometria deve ser trabalhada ao longo de todos os anos, na forma espiralada, em que a diferença na abordagem é apenas o nível de tratamento do tema. O conhecimento geométrico, segundo o documento, passa por quatro fases – percepção, concepção, construção e representação – interligadas umas às outras como se formassem os vértices de um tetraedro.

Contudo, apesar de estar presente nesses documentos, “pesquisas continuam apontando para o fato de que a Geometria ainda está bastante ausente das salas de aula, principalmente na Educação Infantil e séries iniciais do Ensino Fundamental” (ANDRADE; NACARATO, 2004, p. 15). Diante disso, se esta ausência se mantém nessas duas etapas da escolaridade, vem à tona uma indagação: o professor do Ensino Médio consegue dar conta de proporcionar a esses alunos uma compreensão geométrica de qualidade?

Nesse cenário, trago a seguir a análise de alguns conhecimentos geométricos aflorados durante a realização do “Projeto”, os quais entendo que envolvam também o conhecimento métrico e estejam associados às grandezas geométricas. Para análise, optei pela organização em cinco subseções.

4.2.1 “Só com a trena, professora⁷⁸”: Da estimativa da área da sala de aula à caracterização do quadrado

Concomitante à preocupação com o exagero em relação às medidas das cozinhas que estavam construindo, ressoou, no início do desenvolvimento da primeira tarefa, a necessidade de problematizar sobre a área da sala de aula.

Rô: *Pessoal, tem gente fazendo, por exemplo, a cozinha de 10 m por 5m. O que vocês acham desse tamanho? Está grande ou pequena?*
 Murilo: *50 metros quadrados.*
 Rô: *Isso, Murilo. E essa sala de aula, quanto mais ou menos tem?*
 Luis: *14 por 14.*
 Douglas: *Só com a trena, professora.*
 Rô: *Mas não dá para calcular aproximadamente? O que vocês acham?*
 Murilo: *12 por 8.*
 Odair: *7 por 5.*
 Rô: *O Odair, acho que foi o que se aproximou mais, não é?*
 [Gustavo começa a medir a sala com passos.]
 Luís: [Espantado com a atitude de Gustavo] *O que ele está fazendo?*
 Rô: *Acho que esse seu passo não dá 1 metro, Gustavo. Quanto mais ou menos é um metro?*
 [Alunos mostram distâncias diversas com os braços.]
 Rô: *Isso é um metro, Luis? Pega uma régua de 30 cm e meça.*
 Murilo: *1, 2, 3, ...* [Levantou, pegou uma régua, colocou sobre um dos pisos quadrados e viu que media 30 centímetros de lado aproximadamente, com a intenção de representar 1 metro].
 Rô: *Quanto dá cada quadradinho desses?*
 Murilo: *Uns 30 centímetros.*
 Rô: *E um metro tem quantos centímetros?*
 Murilo: *100.*
 Rô: *Se cada piso mede 30...*
 Luís: *3 dá 90 e faltam 10.*
 Murilo: *Tem mais ou menos 5 de largura, professora.*
 Rô: *E de comprimento?*
 Gustavo: *Tem uns 7 metros.*
 Rô: *Então, essa sala tem 5 por 7?*
 Douglas: *Tem 35 metros quadrados.*
 Rô: *Tem gente que está fazendo a cozinha de 5 por 10 que dá 50 metros quadrados e vocês disseram que essa sala tem ...*
 Douglas: *35.*
 Rô: *Então, está saindo pequena ou grande a cozinha de alguns?*
 Murilo: *Está um “pouquinho” grande demais, né, professora?*
 José: *Então, está errado.*
 Rô: *Não é que está errado. Eu só estou falando pra vocês prestarem mais atenção da próxima vez.*

(2º B, AG, 25/09/2014)

O questionamento sobre a área da sala de aula mobilizou os alunos a realizarem imediatamente uma investigação para estimá-la. Digo “estimá-la”, porque começaram com estimativas, partiram para medições, mas finalizaram por fazer estimativas a partir das

⁷⁸ Douglas (AG, 25/09/2014).

medições feitas. Concorde, então, com Abrantes (1999), que a geometria é uma área favorável à realização de investigações por parte dos alunos.

Analisando as falas deles, nesse episódio, fica evidente que alguns não tinham sequer ideia de quais seriam as dimensões, como quando Luis diz ter “14 por 14”. Já outros achavam que só dava para saber medindo, ao dizer “*Só com a trena, professora*”. Para o espanto de Luis, Gustavo começou a medir a sala com passos, mas a distância deixada a cada um deles não correspondia a um metro, e achei melhor questioná-los a respeito. Como a distância indicada por Luis era pequena demais, pedi que medisse com a régua.

Manechine (2006, p. 94) defende a importância da intervenção do professor. Para ela, é necessário “trabalhar a estimativa e/ou o resultado de uma medida emitida pelo aluno como pontos de questionamentos para refletir a significação dos valores emitidos em busca de uma maior aproximação da medida quantificadora desejável”.

Em seguida, Murilo começou a medir os pisos quadrados do chão. Mediu somente alguns e deu uma estimativa da largura da sala, sem terminar a investigação. Além das dimensões, apontaram a área ocupada pela sala.

Com base nesse episódio, vi a possibilidade de retomar essa situação na próxima aula por meio dos problemas propostos, a fim de determinar a largura exata da sala de aula, já que Murilo, se baseando na quantidade de pisos necessários para dar um metro, fez apenas uma estimativa. Entendo que o trabalho com “geometria na perspectiva das medidas, pode se estruturar de modo a garantir que os alunos aprendam a efetuar medições em situações reais com a precisão requerida ou estimando a margem de erro” (BRASIL, 2002, p.124). Propor o problema para a sala toda foi uma maneira que considerei necessária para que os alunos determinassem com precisão a medida estimada por Murilo. Assim, propus a seguinte questão: “Na aula passada, Murilo, tentando descobrir a medida correspondente a 1m, mediu primeiro o comprimento de um dos quadrados do piso da sala de aula e disse que deu 30 cm. Se ele contou 19 quadrados de um lado a outro da sala, qual é, então, a largura dessa sala de aula em metros?”.

Primeiramente, os integrantes de cada grupo discutiram entre si e registraram suas conclusões. Chegado o momento da socialização, após a leitura desse problema, resolvi lançar uma nova questão, como mostra o excerto a seguir.

Rô: Lembrando que... Um quadrado tem...?

Benjamim: Lados iguais.

Rô: Lados iguais. Será que é só isso que tem no quadrado?

Gustavo: Como assim, professora?

Rô: Se eu fizer isso daqui [Desenhando na lousa um losango com as medidas dos lados iguais]. Aqui

mede 3 cm, 3, 3 e 3. Isso aqui tem 3 cm de cada lado. É um quadrado?

José: Não.

Gustavo: É.

Murilo: É e não é.

Rô: Como assim?

Gustavo: É um losango.

Rô: Muito bem. E você, Murilo? Isso é um quadrado?

Murilo: Não.

Rô: E para ser um quadrado tem que ter só os lados de medidas iguais?

Murilo: Não?

Rô: Além de ter os quatro lados de medidas iguais, o que um quadrado precisa ter?

Benjamim: Vertical e horizontal.

Rô: Mas eu não poderia desenhar um quadrado assim [Desenhando na lousa um quadrado um pouco inclinado, ou seja, sem que um dos lados estivesse na horizontal]? Essa figura não está na horizontal e vertical e está diferente dessa outra [Mostrando o losango].

Gustavo: Mas esse é quadrado.

Rô: E o outro?

Benjamim: Não.

Rô: Então, o que está acontecendo aqui?

Gustavo: Está diferente.

Rô: Mas por quê? Além de medida dos lados iguais, o que um quadrado tem?

Gustavo: Ângulos de 90 graus?

Rô: Isso, Gustavo. Essa figura tem ângulos de 90 graus [Referindo-se ao losango]?

Alunos: Não.

Rô: Por quê? Como é um ângulo de 90 graus?

Gustavo: Reto assim [Mostrando com as mãos].

Rô: Nessa sala de aula, por exemplo, a lousa tem essas duas madeiras que formam o quê?

Luis: Ângulo de 90 graus.

Rô: Então, o Murilo descobriu que cada quadrado tem 30 cm e não calculou certinho quantos metros de largura tinha a sala. Mas quantos metros então, tem, e como vocês fizeram?

Gustavo: 30 vezes 19.

Rô: E deu quanto?

Gustavo: 570 centímetros.

Rô: Mas aqui está pedindo em quê?

Gustavo: Metros.

Rô: E se eu quiser saber quanto dá 570 cm em metros eu faço o quê?

Gustavo: Anda com a vírgula duas casas e dá 5 e 70.

Rô: Então, se nesse dia vocês disseram que tinha 5m, a estimativa estava certa?

Luis: Mais ou menos.

(2º B, AG, 01/10/2014)

Com isso, foi possível abordar o que caracteriza um quadrado, a diferença entre um quadrado e um losango, o que entendem como um ângulo de 90° e a transformação de unidades medidas de comprimento, já trabalhada por esses alunos nas primeiras construções.

A primeira definição dada por eles é a de que um quadrado tem “*Todos os lados iguais*”. Provavelmente seja essa a imagem mental que eles tenham de um quadrado: uma figura de quatro lados com a mesma medida. Segundo Gravina (1996), isso acontece devido a um desequilíbrio entre os componentes figural e conceitual do objeto, ou seja, os alunos guardam a definição de quadrado sem informações sobre os ângulos.

Ao questionar se eram só os lados iguais que caracterizavam um quadrado, percebendo que não obteria resposta, fui até a lousa e desenhei um losango com os lados de mesma medida. Quando perguntei se era um quadrado, ficaram indecisos, até que Gustavo disse que a figura era um losango. Novamente perguntando sobre as características de um quadrado, Benjamim disse que quadrado tem que ter “*Horizontal e vertical*”. Certamente se referia à ideia que tinha de um quadrado: uma figura de quatro lados de medidas iguais, em que seus lados são paralelos à borda da folha do caderno.

Há, no ensino da Geometria, tradição pedagógica de apresentar aos alunos as figuras geométricas sempre nas mesmas posições. Assim, o quadrado sempre é apresentado de forma que seus lados sejam paralelos às bordas da folha de papel [...] Essa tradição acaba por criar dificuldades ao aluno de compreender as propriedades das figuras geométricas (NACARATO; GOMES; GRANDO, 2008, p. 29-30).

Quanto a essa fixação de uma posição particular das figuras geométricas, Pais (2000) entende que pode tornar-se um obstáculo para o desenvolvimento da aprendizagem do conceito, o que não quer dizer que essas figuras não sejam importantes na parte operacional da aprendizagem geométrica.

Quando desenhei um quadrado com as laterais não paralelas às bordas da lousa, devido à fala de Benjamin, Gustavo logo constatou que era diferente da primeira figura desenhada. Mais uma vez, perguntando sobre a existência de outra característica de um quadrado, esse aluno disse: “*Ângulos de 90 graus?*”. Isso indica que pensava ser isso, mas precisava de uma confirmação. Era como se, ao mesmo tempo em que dava a resposta, perguntasse: “*Estou certo?*”. Dando essa confirmação, voltei-me ao losango e questionei se seus ângulos mediam 90° e também indaguei sobre como seria um ângulo com essa medida, ao que, como resposta, obtive de Gustavo uma representação com as mãos. Assim, pudemos concluir a socialização da questão proposta, sendo necessária a transformação de unidades de medidas para que pudéssemos verificar a margem de erro da estimativa feita por Murilo para a largura da sala de aula.

Esse episódio reforça a noção de conceito figural na geometria (FISCHBEIN, 1993 apud NACARATO; PASSOS, 2003). O conceito geométrico é dado pela sua representação, mas também pela definição, evidenciando suas propriedades.

Nesta ocasião, poderia também ter questionado sobre a área estimada da sala, naquele episódio que levou à proposição da questão para todos os grupos, mas não me ocorreu no momento a ideia de fazer isso. Foi algo que passou despercebido. Do mesmo modo que o professor, muitas vezes, acerta o momento de fazer perguntas para mobilizar os alunos, em outras corre o risco de não as fazer e perder oportunidades de demais discussões.

4.2.2 “Diâmetro são 2 raios”⁷⁹: Explorando o círculo com a casa do cadeirante

Quando se envolveram com a construção da “casa do cadeirante”, além de lidar com conhecimentos sobre medidas, os alunos mobilizaram conhecimentos sobre ângulos e sobre relações entre raio e diâmetro de um círculo.

Gabriel: *Prô, aqui fala que o quarto tem que ter 1,5 de diâmetro.*
 Rô: *O que é diâmetro?*
 Gabriel: *O que é diâmetro?*
 Rô: *Eu é que pergunto.*
 Gabriel: *Diâmetro não é a área?*
 Rô: *Olha como está escrito aí!*
 Gabriel: *360 ° é isso aqui, olha. [fazendo com a mão um círculo no ar]*
 Rô: *É, se aqui fala que é um círculo com 1,5 de diâmetro, o que significa 1,5 de diâmetro?*
 Gabriel: *É a medida dele.*
 Rô: *Então, desenha um círculo pra mim e mostra onde está o diâmetro.*
 Gabriel: *É essa medida aqui de dentro, não é? [mostrando a linha desenhada dentro da circunferência].*
 Rô: *Então, essa medida tem que ser de...*
 Gabriel: *1 e 50.*
 Rô: *1 e 50 onde?*
 Gabriel: *No quarto. Tem que ser livre. E como eu meço aqui?*
 Rô: *Quando você for fazendo, vai aparecendo a medida, não vai?*
 Gabriel: *Vai.*
 Nathaly: *Como assim, professora? Onde vai ter 1 e meio?*
 Gabriel: *No cômodo.*
 Laís S: *Do lado da cama...*

(G4, AG, 30/09/2014)

No trecho transcrito, Gabriel não compreende como o quarto vai ter 1,50m de diâmetro, mas, sendo levado a ler novamente as normas para cadeirantes, chega a tal compreensão, recordando o que é diâmetro e aplicando à construção da casa do Senhor Jacinto.

⁷⁹ Wellington (AG, 22/10/2014).

Figura 48: A casa do cadeirante projetada pelo G4.



Fonte: G4, AC – A casa do cadeirante, 08/10/2014.

Com base nessa situação, propus para toda a sala uma questão relacionada ao assunto. No entanto, com o objetivo de verificar se o G4 havia se apropriado da informação discutida no trecho anteriormente citado, ao invés de abordar o espaço de circulação do cadeirante no quarto, propus uma análise referente ao espaço correspondente ao corredor gramado deixado em dois dos lados da casa projetada:

Nathaly, Tainá, Laís S e Gabriel não ocuparam o terreno inteiro com a casa para o senhor Jacinto. Eles deixaram um corredor gramado de 150 cm de largura em duas das laterais da casa. Se o senhor Jacinto estiver passando por uma dessas laterais e resolver girar a cadeira e voltar para trás, ele vai conseguir? Por quê? Na folha de normas para cadeirantes que vocês receberam há algo sobre isso?

No momento da socialização, após a leitura do problema, achei conveniente iniciar questionando sobre o entendimento que tinham sobre giros; e finalizamos com a relação entre raio e diâmetro.

Rô: *O que significa girar a cadeira e voltar para trás?*

Jonas: *Dar uma volta de 360°.*

Rô: *Então, se eu estiver aqui, olhando para frente e quiser dar uma volta de 360° eu vou parar onde?*
[Faz movimentos com o corpo para ilustrar a situação]

Jonas: *Ao contrário.*

William: *Virado pra lá. Não... se virar 360°, paro no mesmo lugar.*

Rainara: *No mesmo lugar, né, professora?*

Rô: *Se eu fizer isso daqui, quantos graus eu girei?*

Alguns alunos: 180.
 Rô: *Se eu estiver aqui e girar pra cá?*
 Alunos: 90.
 Rô: *Se eu girar pra cá?*
 Alunos: 180.
 Rô: *E se eu girar pra cá?*
 Alunos: 270.
 Rô: *Se eu voltar pro mesmo lugar?*
 Alunos: 360.
 Rô: *Então, pense no que você me respondeu, Jonas. Se o senhor Jacinto estiver passando pelo corredor e quiser voltar para trás ele vai dar uma volta de 360°?*
 Jonas: Não. É 180.
 Rô: *E na folha de normas fala sobre isso?*
 Alunos: Sim.
 Wellington: *Fala que os lugares têm que ter 1 metro e 50 de diâmetro.*
 Rô: *Então, se eles deixaram 150 cm está dentro das normas.*
 Jonas: *Está, porque 150 cm é 1 metro e meio. Eu coloquei que está, mas podia ser menos porque a cadeira tem só 70 cm.*
 Rô: *Mas será que se fosse menos dava pra ele girar a cadeira para ele voltar para trás? Se fossem, por exemplo, só 70 cm de largura do corredor, dava pra ele girar?*
 Roger: *Não, tem que ter mais ou menos o dobro do comprimento da cadeira, porque, quando virar, vai ficar assim [mostrando com movimentos dos braços].*
 Rô: *Ah! Porque, quando eu giro assim, eu estou formando o quê? [mostrando na lousa com o giz rascunhando uma cadeira]*
 Elicarlos: *Um círculo.*
 Rô: *E quando eu olho só esta medida, o nome é...? [indicando o raio do círculo]*
 Jonas: *A medida do raio.*
 Rô: *E quando eu junto um raio com outro?*
 William: *2 raios, 2 r.*
 Rô: *Isso. Só que 2 raios têm um nome. Qual é?*
 Jonas: *Diâmetro.*
 Rô: *Então o que significa diâmetro?*
 Wellington: *Diâmetro são 2 raios.*

(2°C, AG, 22/10/2014)

Logo que questionei sobre o que significava girar a cadeira e voltar para trás, Jonas respondeu que significava “*dar uma volta de 360°*”. Aproveitando a sua fala, a fim de fazê-lo refletir sobre o que respondeu, fiz uma nova pergunta a respeito de onde eu iria parar se desse uma volta de 360° com relação à posição em que estava. Mesmo assim, para ele eu ficaria com o corpo virado para o lado contrário. William inicialmente concordou com o colega, mas rapidamente mudou de opinião. Em seguida, comecei a me movimentar em frente à lousa e fui interrogando sobre os ângulos correspondentes a cada giro dado.

Desse modo, o conceito de ângulo suscitado nesse contexto foi o relacionado à rotação, uma vez que “a definição de ângulo como rotação modela o contexto de ‘virar/girar’, a definição de reunião de 2 semi-rectas modela o contexto de ‘intersecção’ e a definição de região do plano modela o contexto de ‘canto’” (GOMES; RALHA, 2005, p.10)

Novamente me voltei para Jonas e repeti, em forma de questão, a sua última afirmação, para verificar se tinha compreendido e (re)formulado sua resposta. Pensei que tivesse entendido. Prosseguindo, resolvi verificar se haviam lido e interpretado as normas para cadeirantes e também se tinham entendido o porquê de os espaços terem 1,5 m de diâmetro. No entanto, Jonas demonstrou que ainda não tinha se apropriado significativamente da situação, pois afirmou que o espaço poderia ser menor, porque a cadeira tinha apenas 70 cm. Roger explicou a ele o que deveria acontecer. A constatação obtida foi de que a largura do espaço deveria ser igual ao dobro do comprimento da cadeira para que ele pudesse girar em torno do seu próprio eixo, de acordo com o movimento de braços feito por Roger, identificando como círculo a figura formada com esse movimento.

Com base nisso, desenhei um círculo na lousa e provoqueei-os sobre o raio e o diâmetro, culminando na exposição da relação entre as duas medidas, dada por Wellington: “*Diâmetro são 2 raios*”.

Agora, analisando essa situação, penso que poderia ter aproveitado o momento para discutir sobre a área ocupada por esse círculo e sobre o comprimento da circunferência que o determina, mas não tive essa ideia.

A questão do cálculo de área do círculo surgiu posteriormente, em um dos grupos - o G3 – que, ao resolver um dos problemas propostos sobre “*A casa da Dona Silvia*”, em que o desafio era encontrar a área das paredes de um dos cômodos, escolheu um que possuía janelas redondas. Como precisava saber a área ocupada por elas para descobrir a medida da área ocupada somente pelas paredes do cômodo, resolveram pesquisar e encontraram a fórmula $A = \pi \cdot \text{raio}^2$, a qual utilizaram, uma vez que já conheciam o valor de “pi”. Na socialização expuseram essa fórmula para os demais grupos.

4.2.3 “A medida que meu pai fazia para saber quanto de concreto ia nas ferragens⁸⁰”: Dialogando sobre volume

No momento da apresentação das casas do cadeirante, no 2º C, como já havíamos falado sobre perímetro e área, comecei uma série de questionamentos para ver se conseguiam avançar um pouco mais e chegavam ao conceito de volume ou a procedimentos para o seu cálculo.

Rô: <i>Pessoal, então a gente já viu perímetro... O que é perímetro mesmo?</i> Elicarlos: <i>É a soma dos lados.</i>
--

⁸⁰ Elicarlos (AG, 24/10/2014).

Rô: ...Já vimos área. Como faz para achar a área?
 Rainara: Base vezes altura.
 Gabriel: Lado vezes lado.
 Rô: Isso para figuras que são quadradas ou...
 Gabriel: Retangulares.
 Rô: Mas eu posso fazer outras medidas, além de perímetro e área?
 Maria: Diâmetro?
 Rô: Diâmetro é quando a gente tem...
 Gabriel: Um círculo.
 Rô: Se a gente estiver medindo perímetro, eu uso metro, por exemplo. Se tiver medindo área, eu uso...
 Alunos: Metro quadrado.
 Vinicius: E metro cúbico?
 Rô: Vocês já ouviram falar em metro cúbico?
 Alunos: Já.
 Rô: E metro cúbico é medida do quê?
 Elicarlos: É para saber... eu não sei explicar, professora. Eu sei que era a medida que meu pai fazia para saber o quanto de concreto que ia nas ferragens.
 Rô: Olha o que o Elicarlos falou. Mas como é que calcula?
 Elicarlos: É o metro cúbico.
 Rô: Mas como é que eu descubro a quantia de metros cúbicos?
 Elicarlos: Tem que usar três dimensões, não é?
 Rô: Isso. A área tem duas: largura e comprimento. Quando eu tenho três, que se chama volume, como eu faço para calcular?
 Maria: Comprimento vezes largura...
 Elicarlos: Vezes a altura. É comprimento vezes largura vezes altura.
 Rô: Será que é isso?
 Vinicius: Acho que sim. É a única que faz sentido.
 Rô: Largura vezes comprimento é área, não é isso?
 Alunos: É.
 Rô: Quando eu pego essa área e multiplico pela altura, eu tenho...
 Maria: Metros cúbicos.
 Rô: Que se chama?
 Rainara: Volume.
 Rô: Então, se eu pedisse pra vocês calcularem o volume de uma parede, o que precisavam saber?
 Elicarlos: Espessura.
 Rainara: Largura e comprimento.
 Rô: A largura da parede, que é a espessura, o comprimento e...
 Gabriel: A altura.

(2º C, AG, 24/10/2014)

Do modo como as questões foram conduzidas, rapidamente Vinicius perguntou sobre o metro cúbico, expressão que ainda não havia aparecido durante a realização do “Projeto” até o momento. Então, devolvi a pergunta à sala para verificar o que surgiria. Elicarlos logo relacionou o termo a um conhecimento não escolarizado, apontando que o pai usava para calcular a quantidade de concreto.

As mediações que fui fazendo eram no sentido de fazê-los chegar a uma forma para calcular o volume de um prisma de base quadrada ou retangular, cujas formas eram as comuns no contexto em que estávamos trabalhando. Partindo do significado de metro cúbico, informei que se tratava do volume, e negociamos para chegar a uma forma de generalizar o

cálculo dessa medida. É interessante notar a fala de Vinicius: “*É a única que faz sentido*”. Para ele, já que multiplicar a medida do comprimento pela da largura resultava na medida da área; se multiplicasse essas duas medidas pela medida da altura, uma vez que havia surgido no diálogo que se tratava de algo em que se considerariam três dimensões, teria a medida do volume.

Com base em alguns momentos desse diálogo, vale enfatizar o reducionismo da linguagem utilizado por mim para que os alunos compreendessem o procedimento para o cálculo de volume no referido contexto, bem como para que percebessem a diferença entre os procedimentos necessários para a determinação do perímetro de uma figura na forma de polígono, da medida da área de uma figura retangular e do volume de um prisma, cujas formas geométricas eram as encontradas nas construções realizadas por eles. Isso é notável, por exemplo, na fala “*quando eu pego a área e multiplico pela altura...*”, uma forma reducionista de conduzir os alunos a entenderem que a medida da área da base multiplicada pela medida da altura seria o procedimento a ser realizado para o cálculo do volume de um prisma, cuja forma geométrica representa um cômodo ou uma parede. Além disso, quando Elicarlos diz que perímetro é “*a soma dos lados*”, está se referindo, não a uma definição, mas a um procedimento para o cálculo do perímetro de um polígono, cujo formato foi trabalhado nas construções. Acredito que esse não fosse o momento de propor generalizações para formas geométricas para além das envolvidas nas tarefas. No entanto, deveria tê-los informado de que tais procedimentos não valiam para quaisquer formas.

Em seguida propus a situação do cálculo do volume da sala de aula e de uma parede, a fim de verificar se tinham se apropriado do que fora discutido.

Na outra sala, o termo “volume” surgiu primeiramente de uma dúvida de Murilo sobre o cálculo da área ocupada por uma coisa redonda, à qual dei uma resposta conduzindo ao levantamento de hipóteses pelos alunos, o que culminou na necessidade de outro questionamento, que foi interrompido pelas respostas antecipadas de Thiago e Murilo.

Murilo: <i>Mas não dá pra calcular a área de uma coisa redonda?</i> [Fez gestos dando a entender que se referia a uma esfera] Rô: <i>Dá pra calcular a área do seu contorno, quer dizer da superfície.</i> [Fazendo gestos com a mão ao que me referia]. <i>Mas o espaço que essa coisa redonda inteira ocupa não recebe o nome de área.</i> Murilo: <i>Como é então?</i> Lucas: <i>Diâmetro?</i> Rô: <i>Não. Vamos pensar. Se você for comprar areia para uma construção...</i> Thiago: <i>Metro cúbico.</i> Murilo: <i>Volume.</i> Rô: <i>Isso. E o diâmetro é algo que eu preciso saber para calcular isso.</i>
--

(G11 e G12, AG, 22/10/2014)

A intenção era de que, com esse problema, os alunos se familiarizassem com o cálculo de áreas laterais de figuras tridimensionais, e a conversa tomou como rumo o cálculo do volume.

Rô: *Então a área só de parede a ser pintada seria?*

José: 9.

Rô: 9 o quê?

Luis: *Metros quadrados.*

Rô: *E se eu quisesse saber a quantia de tinta eu teria que saber o quê?*

Luis: *O metro cúbico.*

Douglas: *Precisava saber com 1 litro quantos metros quadrados dá pra pintar.*

Rô: *Isso. Primeiro eu precisava ter essa informação. O Luis falou de metros cúbicos. Quem sabe me dizer o que é metro cúbico?*

Douglas: *Base vezes altura?*

Rô: *Mas fazendo base vezes altura eu estou medindo o quê?*

Murilo: *Área.*

Rô: *E com metro cúbico eu vou medir o quê?*

Murilo: *Areia.*

Rô: *Ah tá. E se, por exemplo, eu quiser encher essa sala de aula com areia, como eu descubro quanto de areia vai aqui?*

Douglas: *Primeiro você tem que medir a área da sala.*

Rô: *E como é que calcula a área da sala, Douglas?*

Douglas: *Base vezes altura.*

José: *Largura vezes comprimento.*

Rô: *Assim eu vou ter a área do chão, mas, pra saber o volume, o que será que eu tenho que fazer?*

Gustavo: *Eu acho que tem que achar a altura e fazer vezes a área.*

Rô: *Será que é isso, gente? Quantas medidas eu estarei multiplicando, então?*

Douglas: *Altura, largura e comprimento.*

Rô: *Então, vamos calcular o volume desta sala. Quais vocês acham que são as medidas da sala?*

Luis: *Uns 3 metros de altura, uns 7 de comprimento e ... uns 4 de largura.*

Rô: *E o que eu faço com essas medidas?*

Douglas: *Multiplica 3 vezes 7 que dá 21 e 21 vezes 4 vai dar...*

Murilo: *84 metros cúbicos.*

Rô: *Então, esse é o volume da sala?*

Alunos: *É.*

Rô: *E se eu quiser saber o volume de uma parede, o que eu faço?*

Alunos: *Altura, largura, comprimento.*

Rô: *Mas largura, no programa, tinha que nome?*

Benjamin: *Espessura.*

Rô: *Então, pra calcular o volume da parede eu preciso saber...*

Benjamin: *Da altura, do comprimento e da espessura.*

Rô: *Então, quando eu quero saber o perímetro, dessa sala, por exemplo, eu uso?*

Benjamin: *Metro.*

Rô: *Na área também?*

Douglas: *Não. É metro quadrado.*

Rô: *Então, eu uso duas medidas. E no volume?*

Odair: *Metro cúbico.*

Rô: *E eu uso...*

Odair: *Três medidas.*

Quando perguntei o que teria que saber para calcular a quantidade de tinta, Luís disse: “o metro cúbico”. Talvez nesse momento ele tivesse se enganado ou realmente se referia ao volume de uma lata de tinta, mas não perguntei sobre o que estava pensando. Apenas indaguei à sala quem sabia o que era metro cúbico. Murilo, lembrando-se da situação mencionada antes, em que perguntou sobre a área de uma coisa redonda, deu como resposta aquilo que havia interiorizado daquele momento: o metro cúbico era utilizado para medir areia.

Aproveitando a situação, perguntei sobre a quantia de areia para encher a sala de aula, do que emergiram hipóteses de solução. A primeira, de Douglas, era: “*Primeiro você tem que medir a área da sala*”. A segunda, vinda de Gustavo, se referia a: “*achar a altura e fazer vezes a área*”. Até que chegaram à conclusão de que as medidas que devem ser multiplicadas para encontrar o volume da sala de aula são: “*altura, largura e comprimento*”. Desse modo, puderam estimar as dimensões da sala de aula e calcular o volume. Ao dar a resposta: “84 metros cúbicos”, Murilo indicou que também se apropriou do termo referente à unidade de medida do volume, da nossa conversa da semana anterior.

Figueiredo e Morais (2012) destacam que a construção de um conceito de grandeza geométrica possibilita relações entre o campo dos números, da geometria e das grandezas. Assim, “ao medir o volume de um objeto, será necessário atribuir um número que irá compor o campo numérico e uma unidade de medida escolhida para a medição que irá compor o campo das grandezas geométricas” (FIGUEIREDO; MORAIS, 2012, p.3), tal como aconteceu nesse episódio. Ao estimar o volume da sala de aula, foi necessário identificar a sua forma geométrica, atribuir um número às suas dimensões e, ao final, representar o resultado do cálculo com esses números, associado a uma unidade de medida, que no caso era o metro cúbico.

Além disso, questionei sobre o volume da parede da sala, e Benjamin apontou que para isso precisávamos “*da altura, do comprimento e da espessura*”. Ao final, fizemos um apanhado dos procedimentos para o cálculo do perímetro, da área e do volume e da quantidade de medidas necessárias para o cálculo de cada uma dessas grandezas. Novamente, aponto que tais procedimentos se referiam às formas geométricas comuns nas construções realizadas – polígonos, quadrados e retângulos e prismas.

Com base nesses episódios, é importante considerar que tanto as perguntas feitas pelos alunos quanto as propostas pelo professor podem gerar diálogos de aprendizagem. Também é válido lembrar, com base em Hiebert et al. (1997), que a natureza das tarefas, a cultura de sala de aula estabelecida e o professor são primordiais para que isso aconteça. O termo “volume”, algo ainda não mencionado em nenhum momento do desenvolvimento das tarefas e também

não apresentado pelo *software*, emergiu dos próprios alunos; e eles mesmos, com o auxílio da minha mediação, foram elaborando procedimentos para o seu cálculo, produzindo significados e se apropriando de ambos no decorrer do “Projeto”.

4.2.4 “Essa parte vai ser reta, esquadrejada, e essa não⁸¹”: Investigações geradas pelo formato do terreno da Dona Silvia

O “Problema 3: A casa da dona Silvia” possibilitou, devido ao formato do terreno proposto, a exploração de muitas questões geométricas.

O G5, por exemplo, ao descobrir o formato do terreno – um quadrilátero, um trapézio retângulo de bases medindo 8 e 10 metros de comprimento e cuja altura media 14 metros –, sentiu necessidade de descobrir a medida que ainda não conhecia.

Rô: *Então você quer descobrir quanto mede aqui. Essa figura não pode ser dividida em duas partes?*
 Wellington: *Pode. Em dois triângulos, assim olha.* [mostrando no desenho]
 Rô: *E não tem uma maneira diferente?*
 [Wellington pega um papel e desenha o trapézio retângulo]
 Vinicius: *Aqui tem 8, aqui tem 10 e aqui tem 14. E aqui?*
 Rô: *Você não consegue ver relação nenhuma desse lado com esse?* [mostrando o lado de medida 8m e o de 10m]
 Vinicius: *Esse é menor.*
 Rô: *Quanto ele é menor?*
 Vinicius: *2 metros.*
 Rô: *E se você fizer uma divisão aí, vai formar o quê?*
 Vinicius: *Um retângulo.*
 Rô: *Então faça o retângulo. Quanto mede os seus lados?*
 Vinicius: *Esse é 14 também.*
 Rô: *E esse pedaço que sobrou?*
 Vinicius: *Fica 2.*
 Rô: *Essa figura é um retângulo. E essa?*
 Vinicius: *Triângulo.*
 Rô: *E nesse triângulo, quando se sabe duas medidas e quer saber a terceira, o que se faz?*
 Vinicius: *Base vezes altura.*
 Rô: *Mas você não quer saber a área. E se fosse não era só base vezes altura.*
 Wellington: *Esses lados são iguais, não são?*
 Rô: *São iguais? Que tipo de triângulo é esse? O terreno era um trapézio retângulo. Tudo que a gente fala que é retângulo tem o quê?*
 Wellington: *Ângulo de 90°.*
 Rô: *Então aqui mede...?* [mostrando no desenho]
 Vinicius: *90°.*
 Rô: *E vocês não se lembram de nenhuma relação nesse tipo de triângulo?*
 Wellington: *Seno e cosseno.*
 Rô: *Mas não tem outra que dê pra achar a medida que falta?*
 [Nesse momento vão procurar na Internet “relação em triângulo retângulo”]
 Wellington: *Achamos. Essa é a hipotenusa e esses são os catetos.*

⁸¹ Roger (AG, 07/10/2014).

Rô: *E a relação entre eles?*
 Vinicius: *Tem uma formulinha?*
 Rô: *Não sei. Pesquisem, pensem.*
 Wellington: *É o Teorema de Pitágoras, não é?*
 Rô: *E como é o Teorema de Pitágoras?*
 Wellington: *A soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.*
 Rô: *Quais são os catetos?*
 Wellington: *14 e 2.*
 Rô: *E daí?*
 Vinicius: *14 vezes 14 mais 2 vezes 2... [pausa para o cálculo] dá 200.*
 Rô: *E esse lado mede 200 metros? [mostrando a hipotenusa do triângulo retângulo]*
 Wellington: *200 é o quadrado da hipotenusa, então faço raiz quadrada de 200.*
 Rô: *Então quanto dá?*
 Wellington: *14,14.*

(G5, AG, 08/10/2014)

O grupo, questionado sobre a divisão do trapézio em figuras conhecidas, começou a explorar as possibilidades para o esclarecimento de suas dúvidas. Primeiro disseram que o trapézio poderia ser dividido em triângulos, depois, quando fizeram o desenho em uma folha de caderno, com minhas mediações, perceberam que a diferença entre as medidas dos dois lados paralelos era de 2m e, assim, propus outra forma de decompor o trapézio. Chegaram a uma decomposição desse trapézio em um retângulo, cujas medidas conheciam e um triângulo retângulo, em que faltava a medida da hipotenusa.

Com isso, perguntei sobre a existência de alguma relação entre as medidas dos lados de um triângulo retângulo e, como não se lembravam de nenhuma, utilizaram a internet do celular como instrumento de pesquisa. Nesse momento, pensei o quanto poderia ser mais significativo o “Projeto”, se todos os alunos tivessem acesso à internet para pesquisar e utilizar outros recursos do *software*.

Nessa busca, descobriram que os lados eram denominados de hipotenusa e catetos. Perguntei, então, sobre a relação entre eles, e a primeira reação de Vinicius foi perguntar: “*Tem uma formulinha?*”. Isso ilustra o quanto o paradigma do exercício descrito por Skovsmose (2007, 2008) se encontra impregnado no pensamento desses alunos, levando-os a acreditar que a maneira mecânica é a única para resolver algum problema matemático: aplica-se simplesmente uma fórmula, sem entender o conceito, o significado, sem fazer sentido.

Quando, em resposta à pergunta de Vinicius, incentivei-os a investigar para encontrar uma solução, dizendo: “*Não sei. Pesquisem, pensem*”, Wellington se recordou do Teorema de Pitágoras: “*A soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa*”. Em seguida, ao contrário do que eu pensava – que iriam colocar a fórmula no caderno e segui-la passo a passo –, ao perguntar quais os catetos e saber a resposta e dizer: “*E daí?*”, Vinicius foi explicitando seus cálculos, mostrando que havia entendido o significado do Teorema

enunciado por Wellington. Por fim, com a intenção de confirmar se ele realmente tinha interpretado de maneira correta, lancei mais uma pergunta: “*E esse lado mede 200 metros?*”, fazendo referência à hipotenusa. Wellington, então, explicou que 200 era o valor do quadrado da hipotenusa e, conseqüentemente, extraindo a raiz quadrada, daria 14,14 m.

Como, em um projeto, os caminhos de resolução podem ser diferentes, porque os interesses, as experiências e os conhecimentos trazidos de fora da escola podem não ser os mesmos, outros grupos não manifestaram preocupação em investigar a medida desconhecida de um dos lados do terreno herdado por Dona Silvia.

Quanto ao formato do terreno, alguns grupos descobriram o que seria um trapézio, pesquisando na Internet do celular; e outros – como o G3 – deduziram com base nas informações dadas, para que pudessem planejar a resolução do problema.

Roger: *Professora, o terreno dela tem 8 por 10. Tem 8 de fundo e 10 de frente.*

Rô: *Você viu o formato desse terreno?*

Roger: *Isso que estou falando pra você. Se for assim, ele não vai ser reto. Não vai ser bem esquadrejadinho. Essa parte vai ser reta, esquadrejada, e essa não.* [fazendo um rascunho num pedaço de folha, de um trapézio retângulo]

Rô: *Ah, tá.*

Roger: *E a garagem dela não está na frente. Está nos fundos: 8 de fundo e 10 de frente. Aqui é a frente. Como que eu vou fazer a garagem desse jeito? Só se eu entrar pelo terreno do vizinho.*

Rô: *Vocês é que têm que ver a melhor maneira. O que diz é que esse é o terreno dela e esta era a planta que ela queria. Vocês é que vão adaptá-la ao terreno e vão responder: por que será que ela pensou em usar essa planta?*

Roger: *A metragem é igual à do terreno, mas o jeito é diferente do terreno que ela tem.*

Rô: *Então explique direitinho do jeito que vocês estão pensando.*

[...]

Roger: *Já respondemos. A frente do terreno vai ter um lado esquadrejado e vai ser afunilado. Ele afunila. E aqui é só tirar essa cozinha e a área de serviço. E o resto da planta dá pra aproveitar.*

Rô: *Mas vocês vão tirar a área de serviço e a cozinha e vão pôr onde?*

Roger: *A cozinha eu posso colocar na garagem, porque ela está do lado errado, e esse pedaço que sobrar aqui atrás, essa tirinha, é a área de serviço.*

Rô: *E a garagem?*

Roger: *Não vai ter garagem.*

Rô: *Mas e se ela escolheu essa planta porque tinha garagem?*

Roger: *Então tira um quarto.*

Rô: *Mas ela tem três filhos.*

Roger: *Ah, professora. Não dá pra aproveitar essa planta. Se fosse eu, pegaria outra planta.*

Rô: *Mas não dá pra adaptar essa planta? Vocês vão ter que decidir o que vocês podem fazer.*

Roger: *Não dá pra fazer casa de dois andares?*

Rô: *Dá. É uma opção.*

Roger: *Embaixo faz uma garagem que cabem três carros, porque eles têm três filhos... na parte de trás que é menor, uma cozinha grande, e ... em cima os quartos com a sala.*

Rô: *Então, pensem como vocês vão fazer, por onde vocês vão começar, ...*

Roger: *Pela parte de baixo, é claro. A garagem, a cozinha no fundo, uma escada pra subir, ...*

No trecho transcrito, inicialmente, o grupo, que não sabia representar um trapézio e, pelo que se percebe, não tinha um conceito figural formado sobre esse quadrilátero, utilizou a lógica para definir o formato do terreno, a partir de uma análise das informações fornecidas. Seus integrantes deduziram que, se o terreno tinha 10m de frente, 8m de fundo e 14m de comprimento, não seria “esquadrejado”, ou seja, iria se afunilar, como mostra a fala de Roger: *“Se for assim ele não vai ser reto. Não vai ser bem esquadrejadinho. Essa parte vai ser reta, esquadrejada, e essa não”*.

A definição dada por ele para o formato do terreno em forma de trapézio retângulo, o qual havia deduzido, fazia sentido. Vale ressaltar que algo está esquadrejado quando foi cortado, medido ou construído de modo a formar ângulos de 90°. Assim, ao dizer que uma parte iria ser esquadrejada, estava se referindo aos ângulos de 90° formados entre o comprimento e a frente e entre o comprimento e os fundos do terreno, característica que o define como um trapézio retângulo. A outra parte não seria esquadrejada, porque os dois ângulos formados não mediriam 90°. Desse modo, possivelmente, para este grupo, o conceito de trapézio retângulo formado é o de uma figura de quatro lados, em que um dos lados é esquadrejado e o outro não.

Para o grupo, o formato do terreno era um empecilho para a construção da planta escolhida por Dona Silvia. Os alunos pensaram, a princípio, em fazer algumas adaptações na planta e chegaram a achar que não dava para aproveitá-la, até que Roger teve a ideia: *“Não dá pra fazer casa de dois andares?”*, como se, ao mesmo tempo, dissesse que era uma solução e perguntasse se era possível fazer isso com o *software Sweet Home 3D*. Como a minha resposta foi positiva, (re)estruturaram a primeira proposta de solução para o problema.

Para a construção de dois ou mais andares, no *software*, bastava que, no painel de visualização da planta baixa clicassem com o botão do direito do *mouse* e selecionasse a opção “Adicionar nível”, a cada vez que quisessem projetar um novo andar.

No entanto, quando foram demarcar o terreno, ou seja, construir o muro que o contornava, encontraram um problema, pois não conseguiam deixá-lo afunilado.

Roger: Professora, não dá pra desenhar o terreno, olha. Tem que ficar afunilado, mas não fica. Essa linha não chega no 8.

Rô: Deixa eu ver.

Roger: Vai até o 14, desce e vai até o 10. Depois eu venho pra cá ele para ou no 10, que fica reto, ou só no 12. No 8 não.

Rô: E agora?

Roger: Deixa eu voltar.

Rô: E se você fizer de novo essa parede?

Roger: Deixa eu fazer de novo. Aqui vem até o 14, desce até o 10, só que ...

Rô: *Para ela aí, clica e seleciona “Modificar paredes”. Será que não dá pra mexer em nada aqui nessa janela?*

Roger: *Aqui... não adianta. Aqui também não. Só se for aqui, no ponto inicial. Ela começa no eixo x aqui, de lá pra cá... não dá, professora.*

Rô: *Vamos pensar juntos. Volta, ... olha onde você quer que comece e que termine a parede. Clica em modificar paredes e pensem no que vocês podem fazer.*

[...]

Roger: *Consegui. Tem que deixar 14 e 10 no ponto final...*

(G3, AG, 07/10/2014)

Isso não aconteceu com a maioria dos grupos, pois percebendo que o *software* não possibilitava a demarcação na medida desejada, eles optaram pela criação apenas do chão do terreno na forma de trapézio ou decomposto em dois triângulos e não fizeram o muro para fechar a área que sobrava da casa, uma vez que a construíram na forma retangular. Isso era possível porque o problema ocorria apenas no momento de criar as paredes que não eram esquadrejadas.

Não era possível fazer a parede – ou o muro – sobre a linha inclinada do trapézio que representava o terreno porque o *software* só permitia a formação de ângulos múltiplos de 15° e, de acordo com as medidas fornecidas, os ângulos formados do lado não esquadrejado mediam aproximadamente $81,87^\circ$ e $98,13^\circ$. Como eu já havia investigado isso, no momento de elaboração da tarefa, quando enfrentei o mesmo problema, pude conduzi-los para que conseguissem desenhar essa parede. Para isso, era necessário alterar as coordenadas x e y do “Ponto inicial” ou do “Ponto final”, na janela “Modificar paredes”.

Figura 50: Janela “Modificar paredes”

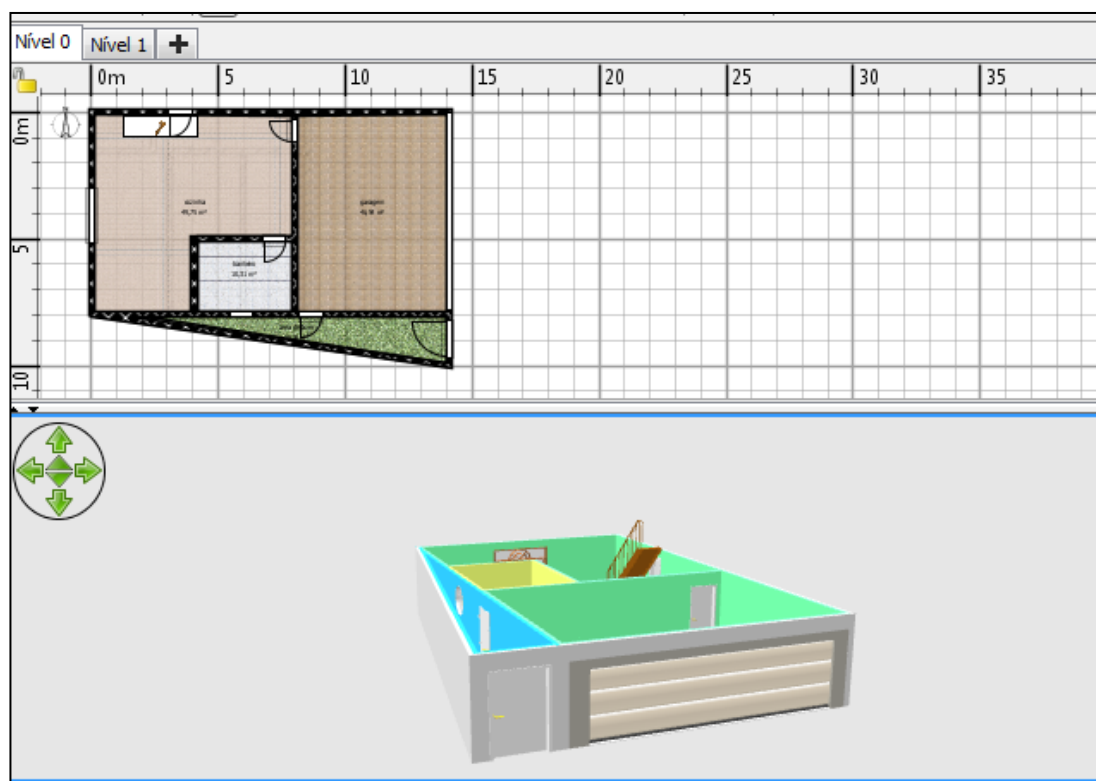
Fonte: G3, AC – A casa da dona Silvia, 21/10/2014.

Nessa janela, bastava ajustar as coordenadas do começo e do fim da parede desejada, o que o G3 conseguiu fazer no momento em que o deixei explorando a situação para atender outro grupo. Como haviam começado a parede no ponto de coordenadas $x = 0$ e $y = 8$, para que ela se interceptasse com a parede da frente que media 10m, teriam que chegar até as coordenadas $x = 10$ e $y = 14$, construindo assim a parede de medida 14, 142 m, cujo valor havia sido determinado também pelo G5.

Esse episódio mostra que o *software* também possibilitava o trabalho com coordenadas no plano, mas nem todos os grupos exploraram esse conceito na resolução do problema, pois cada um, num projeto, utiliza uma estratégia diferente.

Após várias tentativas e erros, o G3 pôde iniciar o projeto da casa da Dona Silvia como seus membros haviam planejado.

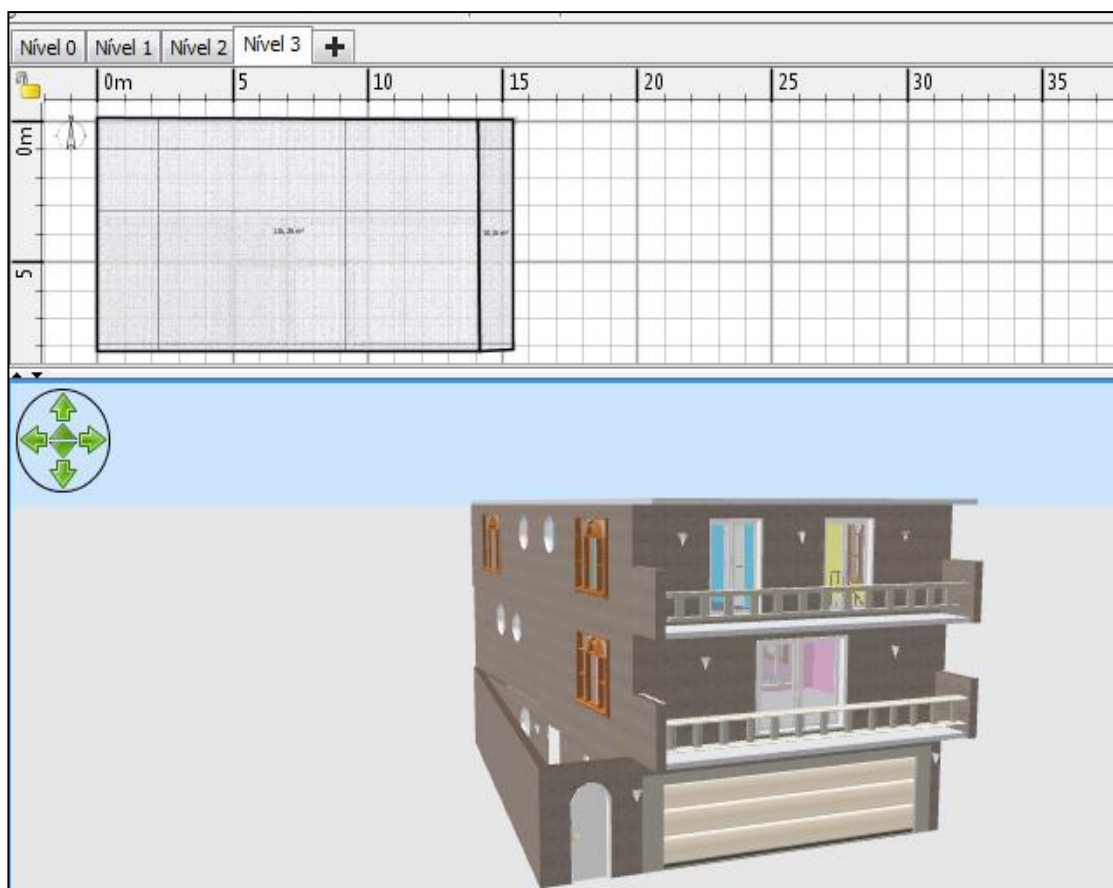
Figura 51: Início da construção da casa da Dona Silvia pelo G3



Fonte: G3, AC – A casa da dona Silvia, 21/10/2014.

Depois de algumas aulas, a lidar com alguns problemas, dialogar, tomar decisões, manipular algumas medidas, o grupo concluiu o que havia planejado com relação à adaptação da planta ao terreno, porém, ao invés de dois andares, projetaram a casa com os cômodos dispostos em três.

Figura 52: A casa da Dona Silvia projetada pelo G3



Fonte: G3, AC – A casa da dona Silvia, 05/11/2014

Em se tratando da adequação da planta ao terreno, este grupo optou pela distribuição dos cômodos em dois andares. Outros praticamente não alteraram a localização da maioria dos cômodos e só inverteram seus lugares ou diminuíram alguns deles. Outros ainda mudaram toda sua distribuição além de diminuÍ-los. No entanto, nenhum dos grupos utilizou escala ou proporcionalidade para essa (re)estruturação da planta. Esperando que isso aparecesse como forma de solucionar o problema, questionei alguns alunos a respeito, perguntando se as medidas dos cômodos não precisavam ser proporcionais às da planta, e eles disseram que o problema não o exigia e, por isso, não utilizariam a proporcionalidade. Estavam certos, pois, afinal em problemas abertos há diferentes formas de solução, e temos que aceitar aquela que escolherem.

Visto que alguns grupos de alunos haviam explorado a decomposição do terreno em forma de trapézio retângulo, optei por sugerir o cálculo da sua área no momento da resolução dos problemas propostos sobre a casa da Dona Silvia, por meio da questão: “Como vocês fariam para descobrir a área do terreno que ela herdou?”

A maioria dos grupos decompôs o terreno em um retângulo e um triângulo retângulo, como fizera o G5 para descobrir a medida desconhecida de um dos lados. No entanto, o G8 encontrou como solução a decomposição em dois triângulos.

Benjamin: *Como que eu acho área desse terreno?*
 Rô: *Você sabe calcular a área de um terreno em que formato?*
 Benjamin: *Quadrado, retângulo...*
 Rô: *E esse terreno é um quadrado ou um retângulo?*
 Antonio: *Não. É um trapézio retângulo.*
 Rô: *E vocês podem dividir esse terreno em partes que vocês sabem calcular a área?*
 Benjamin: *Posso dividir em triângulos.*
 Rô: *Mas será que você vai saber calcular a área, ou é melhor tentar dividir em quadrados ou retângulos?*
 [...]
 Benjamin: *Professora, eu dividi assim [em dois triângulos].*
 Rô: *Mas como vocês vão calcular a área desses triângulos?*
 [Silêncio].
 Rô: *E não tem outra maneira de dividir essa figura? Só em triângulos?*
 Benjamin: *Acho que sim.*
 Rô: *Então, vamos pensar: quais são as medidas desses lados [mostrando no trapézio]?*
 Benjamin: *Aqui é 14, 10, 8 e 14 [se referindo neste último, ao lado inclinado].*
 Rô: *Aqui também é 14? Tem a mesma medida que este lado [mostrando o de medida 14m]?*
 Antonio: *Não. Se ele está inclinado assim, é maior do que 14.*
 Rô: *Como será então que se calcula a área de um triângulo?*
 Benjamin: *Não sei.*
 Rô: *Será que o triângulo não pode ser representado como parte de outra figura?*
 Antonio: *De um retângulo ou de um quadrado?*
 Rô: *E será que esses triângulos são alguma parte de um quadrado ou um retângulo?*
 Benjamin: *O canto?*
 Rô: *Desenha um retângulo e mostra pra mim esse triângulo.*
 Benjamin: *É só fazer assim... e fazer uma linha no meio [mostrando uma diagonal do retângulo desenhado].*
 Rô: *Ah, então você pode dizer que o triângulo é o que de um retângulo?*
 Antonio: *Metade.*
 Rô: *Então suponha que essa parte fosse um retângulo, como você calcularia a área dele?*
 Benjamin: *8 vezes 14.*
 Rô: *Mas, se você quer saber só a área dessa parte que é um triângulo, o que teria que fazer?*
 Antonio: *Achar a metade... Dividir por 2.*
 Rô: *Ah, então toda vez que você quiser saber a área de um triângulo, terá que fazer o quê?*
 Benjamin: *Multiplicar a vertical pela horizontal e dividir o resultado por 2.*

(G8, AG, 11/11/2014)

Esse excerto ilustra, primeiramente, que o grupo não sabia como proceder para determinar a área do trapézio. Questionados, disseram saber calcular a área de quadrados e retângulos, mas Benjamin demonstrou querer decompor a figura em triângulos. Pelo momento de silêncio, também percebi que não tinham ideia de como calcular a área de um triângulo, e minha mediação se deu no sentido de levá-los a constatar que um triângulo poderia corresponder à metade de um retângulo ou de um quadrado, como na questão: “*E será que esses triângulos são alguma parte de um quadrado ou um retângulo?*”. A resposta

veio na forma de pergunta: “O canto?”, o que indica que Benjamin esperava uma confirmação.

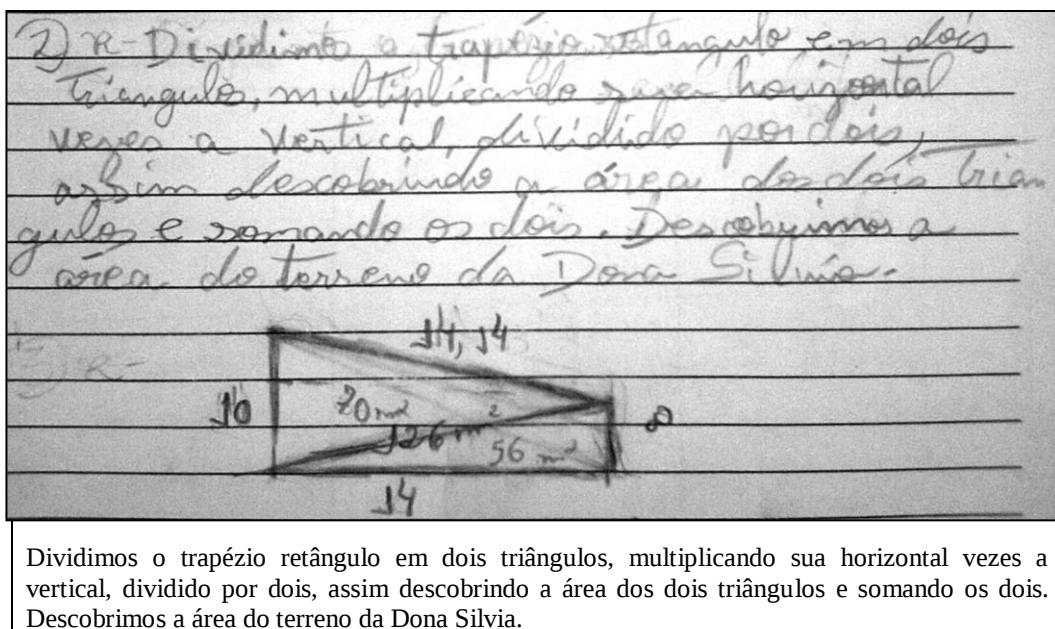
Como eu não tinha certeza do que ele estava caracterizando como canto, pedi que desenhasse a figura e mostrasse o que havia dito. Foi o que fez: desenhou um retângulo e traçou uma de suas diagonais. Perguntei, então, sobre a relação entre a área do triângulo e a do retângulo, e disseram ser a metade.

Voltando ao trapézio, eu quis saber como fariam para calcular a área de um dos triângulos nos quais foi dividido, e explicitaram uma generalização para o cálculo da área de um triângulo: “Multiplicar a vertical pela horizontal e dividir por 2”.

De acordo os PCN+ (BRASIL, 2002), as propriedades métricas envolvidas no cálculo de áreas, volumes, distâncias são apenas parte do trabalho que pode ser desenvolvido em geometria. Por isso, as relações geométricas entre si não podem ser ignoradas. Nessa situação, o grupo estava explorando não só as medidas da figura e suas áreas, mas também a composição e a decomposição de figuras, o que necessariamente abrange relações tanto entre as medidas, quanto entre as figuras.

Em seguida, deixei-os sozinhos para realizarem os cálculos, e no caderno de registros explicaram o caminho percorrido para chegar à solução, mostrando terem se apropriado da estratégia utilizada para o cálculo da área do triângulo abordada anteriormente, no final do nosso diálogo.

Figura 53: Resposta do G8 para o problema proposto sobre a casa da Dona Silvia.



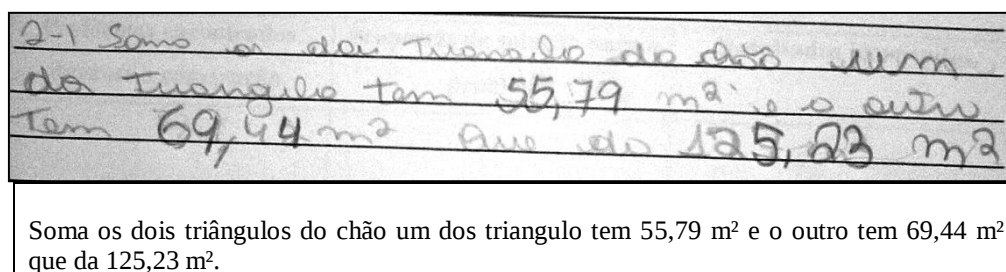
Fonte: G8, CR-PP - A casa do cadeirante, 11/11/2014.

Para Miguel et al. (2009), a composição e a decomposição de figuras, muito usada pelas antigas civilizações, possibilita situações que permitem verificar aspectos relevantes a respeito do conceito de área. O primeiro deles seria a relação entre dimensões lineares e área da figura.

Além disso, os PCN+ (BRASIL, 2002) sugerem a utilização da composição e da decomposição de figuras para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes, relacionados tanto às figuras planas quanto às espaciais.

Entre as estratégias de resolução apresentadas por outros grupos, sobressaíram aquelas baseadas na decomposição do trapézio em um triângulo retângulo e em um retângulo. Além disso, aqueles procedimentos que utilizaram dois triângulos para formar o terreno exigido no problema, simplesmente tomaram do arquivo as áreas de ambos e as somaram.

Figura 54: Resposta do G12 para o problema proposto sobre a casa da Dona Silvia.



Fonte: G12, CR-PP- A casa da Dona Silvia, 11/11/2014.

Nesse caso, houve uma diferença na área total encontrada, devido a um pequeno espaço deixado entre os dois triângulos, no momento da criação do terreno com o *software*. Desse modo, fica evidente que os grupos utilizavam diferentes estratégias para solucionar a questão.

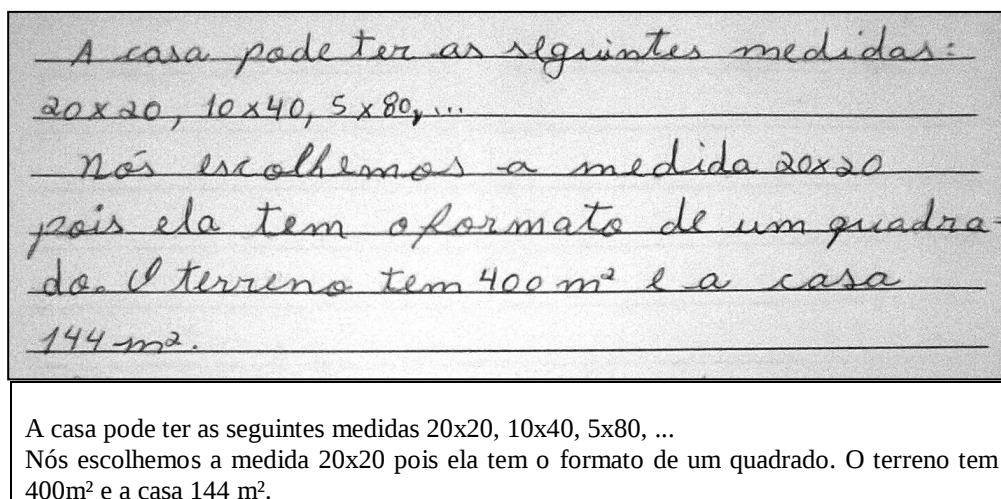
4.2.5 Conceitos mobilizados e produzidos a partir da construção da casa dos sonhos e da formulação de problemas

Chegando à construção da casa dos sonhos, os principais conceitos que emergiram estavam relacionados à identificação das dimensões do terreno, para que sua área correspondesse ao tamanho indicado nos anúncios consultados para a escolha do terreno. Esse procedimento era necessário, uma vez que, na maioria dos terrenos à venda, as informações contemplavam apenas a medida da área e não traziam suas respectivas medidas de largura e comprimento.

Desse modo, os alunos é que determinavam as medidas e o formato desejado, desde que correspondessem à área do terreno escolhido. Diferentes estratégias foram utilizadas pelos grupos nesse momento. Alguns simplesmente iam, pela “tentativa e erro”, utilizando o recurso “Criar cômodos” do *software*, para desenhar o terreno com a área indicada. Outros levantavam apenas uma hipótese para as dimensões, pensando na multiplicação de dois números que resultaria na medida da área comprada, e a colocava em prática. Na maioria dos casos, essas estratégias resultaram em terrenos de formatos retangulares.

No que se refere aos terrenos desenhados no formato de quadrados, já destaquei o procedimento utilizado pelo G1 e G2 na seção 3.2. Esses grupos descobriram as medidas dos lados do terreno, de modo que ele se constituísse em um quadrado, extraindo a raiz quadrada da medida da área do terreno. Entretanto, apenas um dos grupos investigou algumas das possibilidades de desenhar o terreno, para, depois, escolher uma delas, conforme evidencia o trecho do caderno de registros trazido a seguir.

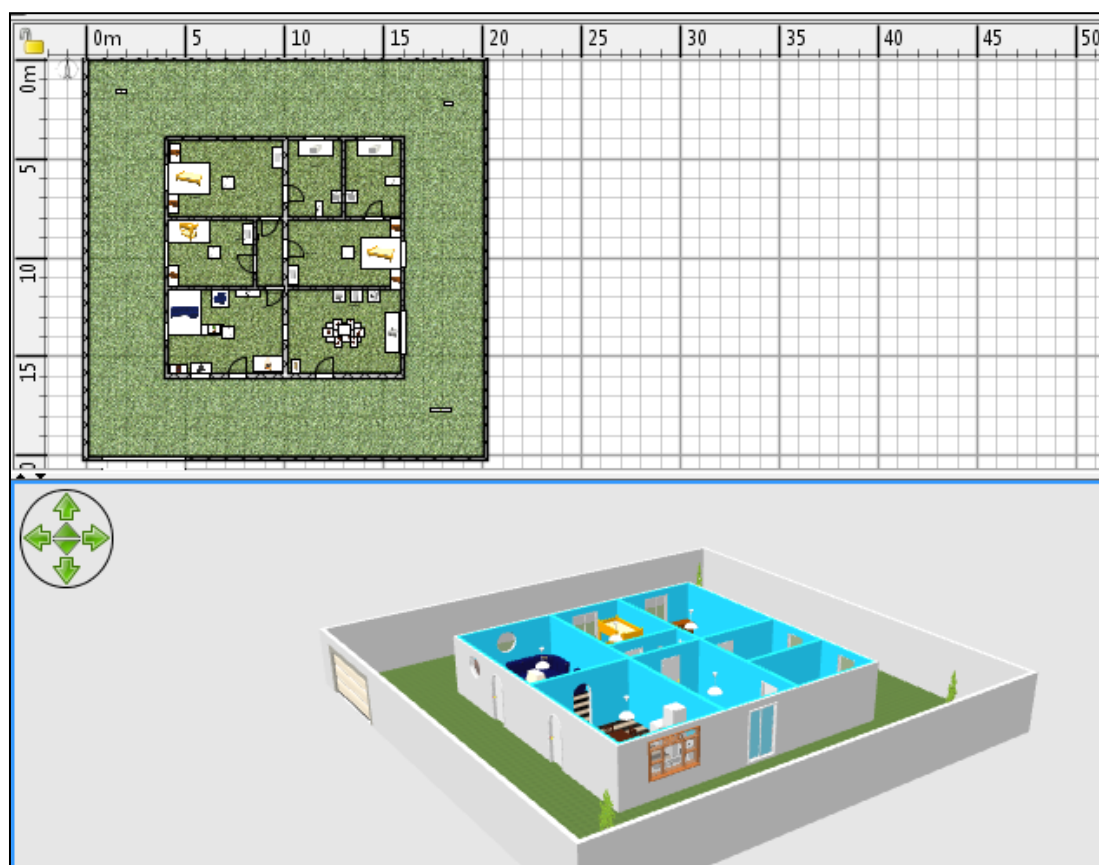
Figura 55: Registro do G7 sobre a casa dos sonhos.



Fonte: G7, CR-RL- A casa dos meus sonhos, 05/11/2014.

Nesse caso, além de algumas possibilidades de medidas para o terreno escolhido, deixam claro as medidas que selecionaram, o seu formato e complementaram com a área do terreno e a área da casa, que, por sua vez também tem o chão quadrado e está localizada bem no centro do terreno.

Figura 56: A casa dos sonhos projetada pelo G7



Fonte: G7, AC – A casa dos meus sonhos, 19/11/2014.

Eles tomaram o cuidado de construir as paredes externas da casa exatamente equidistantes ao muro que cerca o terreno e, assim, deram a ela a forma de um quadrado, que ocupa uma área de 144m^2 .

Logo que me deparei com essa situação, evidenciei que ela possibilita a exploração do conceito de semelhança de figuras. No entanto, não havia tempo, nesse momento, para essa abordagem, uma vez que o ano letivo estava terminando. Poderia tê-los desafiado a calcular a razão entre a medida do lado dos dois quadrados, entre seus respectivos perímetros, entre suas áreas ocupadas e, até mesmo, entre os volumes das figuras tridimensionais determinadas pelo muro ou pela casa, a fim de que percebessem relações entre elas. O grupo também não abordou nada relacionado a essas questões na elaboração dos problemas, mas penso ser interessante destacar a existência dessa possibilidade.

Uma preocupação de seus integrantes, diferentemente dos demais grupos, era relacionada ao tamanho da casa, ao terminá-la.

José: *A nossa casa não ficou grande demais, professora?*

Rô: *Vamos pensar, ela tem...*

José: *144 m².*

Rô: *Essa sala de aula tem quanto mais ou menos?*

Douglas: *Mais ou menos 7 por 5.*

Rô: *E vai dar quanto de área?*

Odair: *35 metros quadrados.*

Rô: *E a casa de vocês está dando 144. Mas vocês estão fazendo uma casa, não uma sala. Vocês é que têm que pensar se querem uma casa grande, pequena, com bastante cômodos ou não.*

José: *Vai ter 7 cômodos.*

Rô: *Se a sala tiver 35 e a casa 144, a casa dá quantas vezes a sala?*

Douglas: *É só fazer 144 dividido por 35. Dá 4 ponto 11. Dá aproximadamente 4 casas.*

José: *Não. Tem quatro cômodos desse tamanho na casa.*

Rô: *E desse tamanho está grande ou pequena?*

José: *Acho que está bom, porque tem 3 quartos, sala, cozinha, ...*

(G7, AG, 05/11/2014)

Diante da dúvida colocada pelo grupo, novamente propus uma comparação com a área da sala de aula, e puderam perceber que não estava grande demais. Parecia haver uma preocupação com a construção de uma casa que não estivesse fora da realidade, talvez influenciada pelos diálogos do início do projeto de que era importante ter noção das medidas ideais nas projeções. Talvez, ainda, por outras experiências trazidas do cotidiano, como, por exemplo, a noção de que quanto maior fosse a casa, o gasto também seria maior, entre outros motivos.

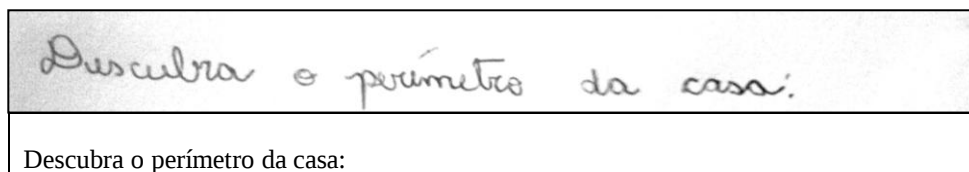
Não surgiram tantas questões relevantes que chegassem a mobilizar novos conceitos, pois a construção sendo livre, não havia exigências a cumprir. No entanto, o que mais surgiu foram dúvidas sobre procedimentos com o *software* para deixar a casa como desejavam. Como exemplo, cito as estratégias utilizadas para colocar piscinas, fazer casas com mais de um andar, alterar medidas de móveis e acessórios, elevar objetos para serem colocados uns sobre outros, mudar o ângulo de inclinação de alguns objetos, alterar o ângulo de visão da câmera que permitia a “vista virtual” pelo interior da casa – enfim, situações que já haviam sido exploradas anteriormente por algum outro grupo.

Surgiram também críticas à falta de alguns recursos do *software*, que só poderiam ser utilizados se tivéssemos a internet disponível para importá-los.

Os conceitos trabalhados durante o desenvolvimento das tarefas, envolvendo geometria e medidas, apareceram com mais ênfase no momento da formulação de problemas sobre as casas projetadas.

Primeiro trago uma questão proposta pelo G4 que gerou certo desentendimento entre o grupo “formulador” e o “resolvedor”, pois não chegavam a um consenso.

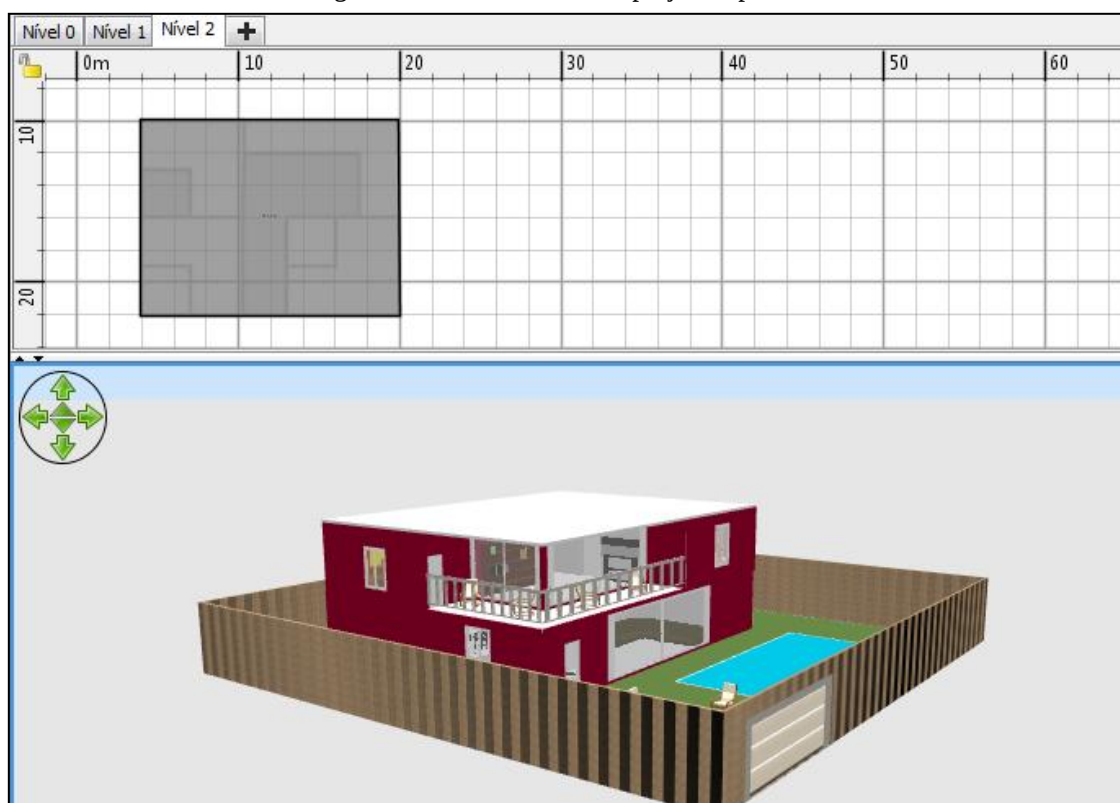
Figura 57: Problema formulado pelo G4 sobre a casa dos sonhos.



Fonte: G4, CR – PF, 26/11/2014.

Este simples exercício matemático escolar, fechado, que parecia não ter relevância considerável para a circulação de significados, rendeu. O motivo fica mais evidente com a observação da casa dos sonhos que projetaram.

Figura 58: A casa dos sonhos projetada pelo G4



Fonte: G4, AC – A casa dos meus sonhos, 26/11/2014

Era uma casa de dois andares, e essa foi a razão do desacordo entre os dois grupos. De posse do arquivo, o G3 apresentou a resolução. Em seguida, o G4 fez a correção e, com base na observação registrada, o G3 (re)fez a resolução, mas, de acordo com o G4, ainda estava errada.

Figura 59: Resolução do G3 e correção do G4 ao problema formulado.

$L: 8 \times 2 = 16 \times 2 = 32$
 $C: 6 \times 2 = 12 \times 2 = 24$
 $\underline{\hspace{1cm}}$
 56 metros

O resultado está certo. Só não entendemos o
 porque de 6 e 8.
 Fiz errado tudo.

$\checkmark$
 $12 \times 2 = 24 \times 2 = 48$
 $16 \times 2 = 32 \times 2 = 64$
 $\underline{\hspace{1cm}}$
 112 metros

está errado, pois o perímetro é apenas a soma dos lados, porque
 é apenas uma vez que calcula.

G4: O resultado está certo. Só não entendemos o porque de 6 e 8.
 G3: Fiz errado tudo.
 G4: Está errado, pois o perímetro é apenas a soma dos lados, porque é apenas uma
 vez que calcula.

Fonte: G4 e G3, PF- Resolução, 05/12/2014.

O que aconteceu, a princípio, foi que o grupo “resolvedor” se enganou, ao identificar a medida dos lados da casa, achando que cada unidade da malha quadriculada correspondia a um metro, mas na verdade, correspondia a dois metros. Desse modo, sabendo que o perímetro é determinado pela soma da medida dos comprimentos dos lados de uma figura, quando se trata de um polígono, assunto já discutido no início do “Projeto”, multiplicaram 8 por 2 e 6 por 2 por ter a planificação da casa formato retangular. Mas, novamente multiplicando cada resultado obtido por 2 e somando-os, chegou-se a 56 metros, que era o resultado esperado por G4.

Olhando na figura, na representação plana da casa, pode-se pensar que multiplicaram 8 por 2 e 6 por 2 porque cada unidade da malha correspondia a 2m, mas, segundo o grupo, não foi nisso que pensaram. Quando o G4 colocou a observação de que não tinham entendido “o porquê de 6 e 8”, o G3, abriu o arquivo novamente e percebeu que a casa media 12m por

16m. Multiplicaram os resultados por 2, depois por 2 mais uma vez e somaram, resultando no dobro da quantia anterior obtida.

Vendo essa resolução, o grupo “formulador” percebeu que o G3 estava considerando para o cálculo do perímetro os dois andares da casa e justificou dizendo que perímetro “*é apenas uma vez que calcula*”, ou seja, é apenas o contorno do espaço ocupado pela casa. Ao final do diálogo entre os dois grupos envolvidos, o G4 conseguiu convencer o G3 de que estava certo.

Ao me deparar com essa situação, num primeiro momento fiquei com dúvida sobre o assunto, o que mostra que, na formulação de problemas pelos alunos, podem ocorrer situações imprevisíveis, fora do controle do professor, que exigem reflexões e tomadas de decisões repentinas. Com relação aos grupos envolvidos, a situação possibilitou, além de uma exploração do conceito de perímetro anteriormente trabalhado, a mobilização de estratégias em defesa de suas hipóteses.

No entanto, se dispuséssemos de mais tempo, um questionamento poderia ser levantado para ampliarmos a discussão: Qual o sentido de calcular o perímetro de uma casa? Definida a finalidade desse cálculo, até mesmo a hipótese de calcular o perímetro de cada um dos andares dessa casa construída pelo G4 poderia ser considerada, conforme fizera o G3 na resolução do problema, ao considerar que o perímetro de uma casa de dois andares seria dado pela soma do perímetro de cada um deles. Mas essa etapa das tarefas ocorreu nos últimos dias de aula, e precisávamos finalizar o “Projeto”,

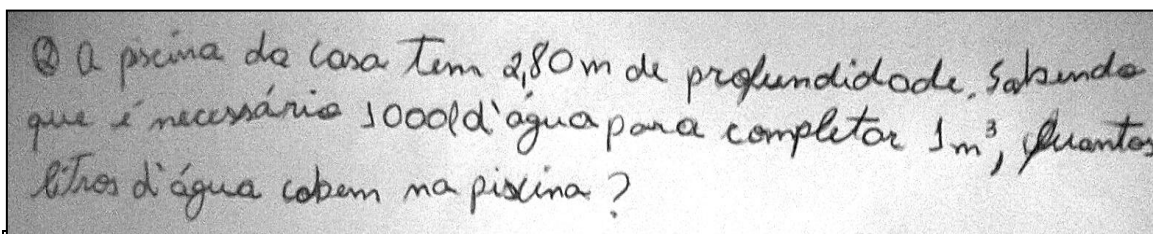
O próprio G4 poderia ter desenvolvido mais o problema, criando um contexto relacionado à questão que queria colocar para ser resolvida. Por exemplo, poderia informar que esse cálculo seria necessário para a colocação de rodapé – o que também não faria muito sentido, pois ele é colocado no contorno de cada cômodo – e não apenas no contorno da casa; a quantia de metros que alguém andaria se desse uma volta ao redor da casa; o comprimento de alguma faixa decorativa colocada em torno dela, entre outros. Então, dependendo do que fosse considerado nesse contexto, a solução inicial dada pelo G3 poderia estar correta. Haveria ainda a possibilidade de que o G3, ao se deparar com o enunciado, questionasse o grupo “formulador” ou fizesse uma discussão crítica a respeito. Assim, a situação tornar-se-ia ainda mais rica e possibilitadora de aprendizagens.

Tais considerações também remetem para a complexidade de uma sala de aula e para a importância do registro das práticas. Só foi possível identificar essa problemática porque havia dados registrados e porque houve o distanciamento da pesquisadora em relação à sua

prática, como professora. Esse distanciamento é que possibilita essa análise do vivido em sala de aula.

Fica evidente, que nesse momento de formulação dos problemas, muitas vezes, os grupos retomavam conceitos trabalhados anteriormente, como o G8, que abordou o conceito de volume, também já discutido, mas com objetivos diferentes.

Figura 60: Problema formulado pelo G8 sobre a casa dos sonhos.

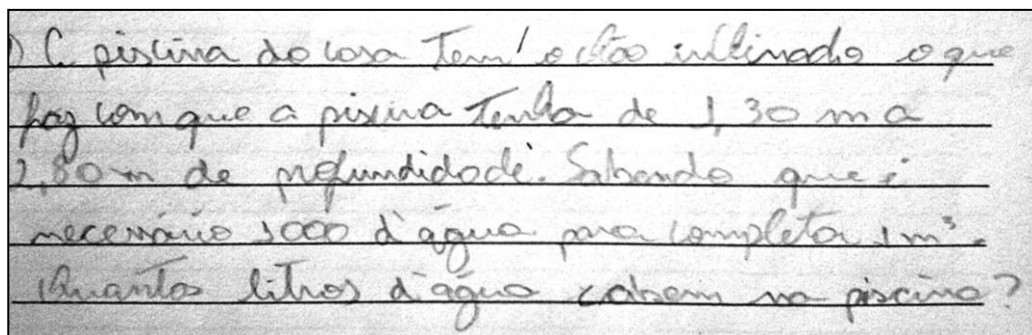


1) A piscina da casa tem 2,80m de profundidade. Sabendo que é necessário 1000ℓ d'água para completar 1 m³, quantos litros d'água cabem na piscina?

Fonte: G8, CR-PF, 26/11/2014.

Além do conceito de volume, para a elaboração do problema, os integrantes do grupo incluíram uma informação sobre a quantidade de água contida em 1 m³, relacionando o conceito de volume em m³ com o de unidades de medida de capacidades em litros. Essa informação foi trazida de casa pelos alunos e acrescentada ao problema inicialmente formulado, que só envolvia o cálculo do volume em m³. Desse modo, a primeira versão do problema ficou assim:

Figura 61: Primeira versão do problema formulado pelo G8.

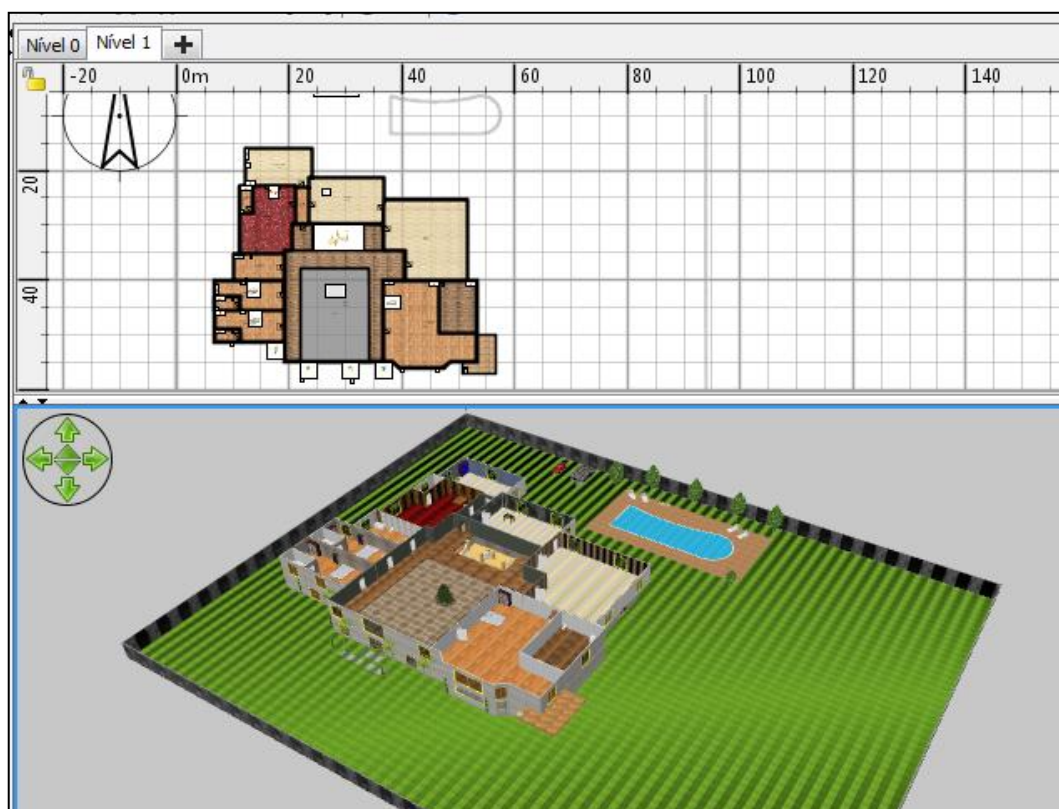


A piscina da casa tem o chão inclinado o que faz com que a piscina tenha de 1,30m a 2,80m de profundidade. Sabendo que é necessário 1000ℓ d'água para completar 1 m³. Quantos litros d'água cabem na piscina?

Fonte: G8, CR- PF, 26/11/2014.

Era uma piscina em formato de um prisma trapezoidal reto, cuja base era representada pelas laterais de maior comprimento da piscina. Quiseram saber o nome dessa figura e, quando disse a eles, acharam “*muito esquisito*”. Mais tarde, voltando ao grupo, informaram que haviam mudado de ideia, que haviam removido a questão da inclinação do chão da piscina e mudado o seu formato. Alegaram que não saberiam calcular o seu volume. Insisti para que mantivessem o problema, mas não quiseram, uma vez que fugia dos problemas trabalhados na escola, exigindo mais do aluno. Sendo assim, a piscina ficou com o formato indicado na figura a seguir.

Figura 62: A casa dos sonhos projetada pelo G8



Fonte: G8, AC - A casa dos meus sonhos, 25/11/2014.

O grupo a sortear o problema para resolver foi o G10, cuja resolução e observações que foram sendo necessárias, trago na sequência.

Figura 63: Resolução do G10 e correção do G8 ao problema formulado.

A área da piscina é 113,38 m².

$$113,38 \times 280 = 31,746,4 \text{ m}^3$$

$$31,746,4 \rightarrow x$$

$$1 \rightarrow 1000$$

$$1 x = 31,746,400$$

$$x = 31,746,400$$

1

$$x = 31,746,400$$

Cabem na piscina 31,746.400 litros

Está errado por causa da vírgula que não foi posta no 2,80 (280) que é a profundidade da piscina.

— " —

Está certa a correção, eu que fiz o cálculo errado, é 317,464 litros.

G10: A área da piscina é de 113,38 m².
 Cabem na piscina 31.746.400 litros
 G8: Está errado por causa da vírgula que não foi posta no 2,80 (280) que é a profundidade da piscina.
 G10: Está certa a correção, eu que fiz o cálculo errado, é 317,464 litros.

Fonte: G8 e G10, PF - Resolução, 04/12/2014.

Na resolução se evidencia que a interpretação do problema foi adequada. Primeiro a determinação do volume e, depois a da quantidade de litros de água, porém a falta de uma vírgula na montagem do cálculo prejudicou a determinação do resultado correto. Predomina, assim como em outros casos, a regra de três para a resolução de problemas, uma característica trazida pelos alunos das séries anteriores e que, nesse caso, era totalmente desnecessária. Isso evidencia a força dos procedimentos algorítmicos.

O G8, ao perceber o erro, indicou-o, e o G10, refazendo o cálculo, apresentou um novo resultado, agora correto.

Com base nessa situação, acredito que, se o G8 tivesse mantido a versão anterior do problema, muitas outras questões teriam sido mobilizadas, tanto pela resolução no próprio

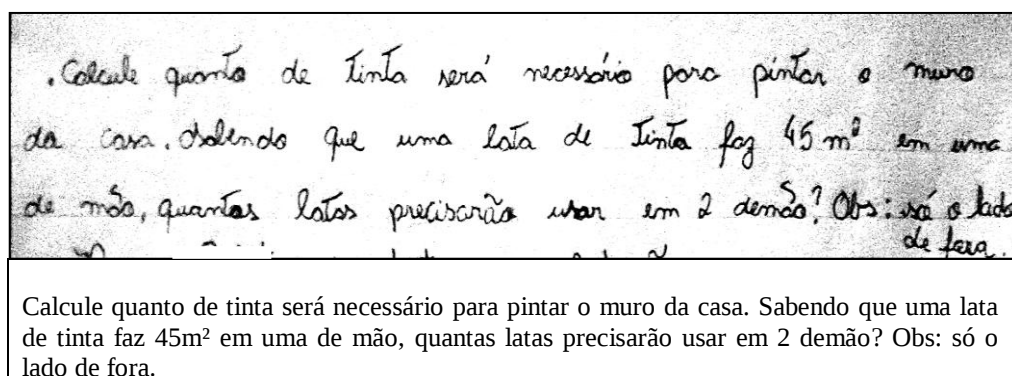
grupo, quanto pelo grupo “resolvedor”. Também vejo a formulação de problemas como uma prática que possibilita a exploração de múltiplos conceitos. No entanto, isso depende dos grupos envolvidos: se o grupo “formulador” não mantiver o espírito investigativo para enfrentar o desafio que ele próprio criou, não trata resultados relevantes, nem diálogos significativos para a aprendizagem.

Inclusive, a formulação de problemas relacionando geometria e medidas tem um grande potencial, uma vez que, em geometria

há um imenso campo para a escolha de tarefas de natureza exploratória e investigativa, que podem ser desenvolvidas na sala de aula, sem necessidade de um grande número de pré-requisitos e evitando, sem grande dificuldade, uma visão da Matemática centrada na execução de algoritmos e em “receitas” para resolver exercícios-tipo. (ABRANTES, 1999, p.4, grifo do autor)

Além do volume, outro assunto abordado nos problemas formulados foi o cálculo de área lateral de figuras tridimensionais, tal como fez o G11.

Figura 64: Registro formulado pelo G11 sobre a casa dos sonhos⁸²

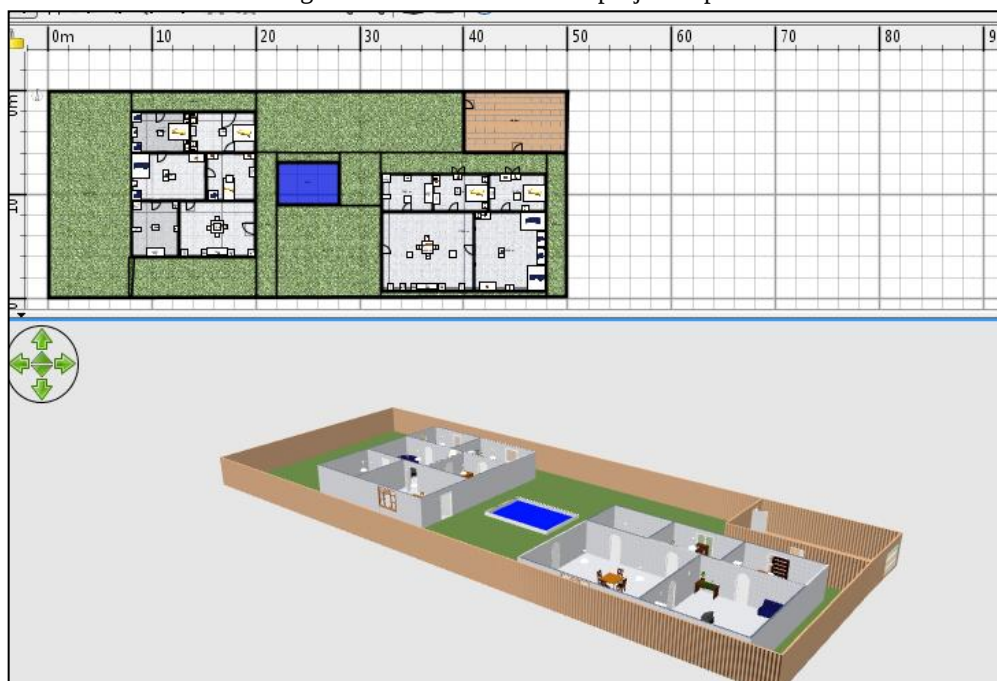


Fonte: G11, CD-PF, 25/11/2014.

O problema relacionava a questão do cálculo da medida da área lateral de prismas com proporcionalidade. Embora também fosse fechado e tipicamente escolarizado, trouxe aspectos relevantes, quando entraram em conflito as ideias do grupo com as do G7. O G11, ao invés de uma, construiu duas casas no terreno escolhido, como está ilustrado a seguir.

⁸² Nesse registro, o termo “demão” corresponde à camada de tinta aplicada a uma superfície.

Figura 65: A casa dos sonhos projetada pelo G11



Fonte: G11, AC – A casa dos meus sonhos, 19/11/2014.

Para a resolução, de posse do arquivo, o G7 identificou as medidas do muro, dividiu pela quantidade de m² pintados com uma lata, ao invés de usar regra de três, e descobriu a quantidade de latas de tinta a serem utilizadas.

Figura 66: Resolução do G7 e correção do G11 ao problema formulado

Resp: 8 latas de tinta em 2 demão.

A correção está errada, pois 2 demão era 16 latas.

Parede:
$$\begin{array}{r} 19,886 \\ \times 2,5 \\ \hline 49,715 \\ \times 2 \\ \hline 99,43 \end{array}$$

$$\frac{99,43}{45} = 2,21$$

$$\begin{array}{r} 5,53 \\ + 2,21 \\ \hline 7,74 \text{ latas} \end{array}$$

que arredondamos para 8.

(Uma demão $\Rightarrow$ 8 latas, 2 demão $\Rightarrow$ 16 latas de tinta)

Parede:
$$\begin{array}{r} 49,781 \\ + 2,50 \\ \hline 124,4525 \\ \times 2 \\ \hline 248,905 \end{array}$$

5,53

G7: Resp: 8 latas de tinta em 2 demão
 G7: A correção está errada, pois 2 demão era 16 latas.
 G7: (Uma demão $\rightarrow$ 8 latas, 2 demão $\rightarrow$ 16 latas de tinta)

Fonte: G7 e G11, PF- Resolução, 02/12/2014.

Num primeiro momento, o grupo “resolvedor” realizou os cálculos necessários e indicou como solução que seriam utilizadas 8 latas de tinta em 2 demãos. Para obter essa quantidade, classificou as partes do muro como sendo paredes na vertical, para as que representavam a largura do terreno e, paredes na horizontal, para as que correspondiam ao seu comprimento. Seus integrantes calcularam a área da parede na vertical e multiplicaram por 2, uma vez que o muro era constituído por duas delas. Depois calcularam a área da parede na horizontal e multiplicaram por 2, porque também o muro era formado por duas delas. Utilizando a proporcionalidade, dividiram o primeiro e depois o segundo resultado por 45, pois sabiam que cada lata era suficiente para pintar 45m^2 . Obtiveram assim, o número de latas para cada tipo de parede e as somaram. Como o resultado não era um número inteiro e sabiam que teriam comprar sempre latas cheias, disseram que seriam 8 latas.

No momento da correção, segundo o G11, a resposta dada estava correta, mas o próprio G7, ao receber o problema corrigido percebeu que haviam se esquecido de multiplicar por 2, porque se tratava de duas demãos de tinta. Assim, para resolução do problema, além do conceito de área, foi necessário o entendimento de termos comuns na construção civil, como a palavra “demão”.

A situação permitiu evidenciar que nem sempre quem formula o problema domina aquilo que propôs, e esse movimento de trocas entre uma dupla e outra pode favorecer o aprendizado não só da dupla que resolve como também da que formula o problema. Além disso, a estratégia de resolução utilizada pelo G7 possibilitou a elaboração do conceito de área lateral de prismas e o desenvolvimento de um procedimento de resolução sem a necessidade de utilização mecânica de fórmulas, promovendo uma aprendizagem com sentido para os alunos.

Fainguelernt e Nunes (2012, p. 115) apontam que para a compreensão geométrica espacial, é necessária a conexão entre imagem mental, raciocínio visual e visualização geométrico-espacial. Sem o desenvolvimento dessas habilidades, o aluno

imagina que estudar geometria espacial se reduz apenas a decorar fórmulas, substituir os dados inseridos no problema e calcular. Não há preocupação com a interpretação do problema em si, e o aluno não tenta esboçar a situação nele proposta para tentar resolvê-lo através de um caminho mais lógico, que valoriza sua criatividade e a descoberta, por meio do qual possa expor sua lógica e, quando necessário, debatê-la com os colegas.

Nesse sentido, esse problema é um caminho para a compreensão geométrica espacial, uma vez que o aluno mentaliza a situação do muro, observa as informações de que dispõe e visualiza a figura com uma altura, além das outras dimensões. E fazendo conexões com os

conceitos formados, passa a ver sentido nas propriedades geométricas e métricas de tais figuras.

4.2.6 Algumas sínteses da seção

Apesar de ser recomendada pelos documentos oficiais – PCN+ (2002), Orientações Curriculares (BRASIL, 2008), Currículo do Estado de São Paulo (2010) –, a geometria, segundo revelam as pesquisas, continua ausente das salas de aulas do Ensino Infantil e Fundamental, de acordo com Andrade e Nacarato (2004).

Respondendo a nossa indagação do início desta seção, evidenciamos que no Ensino Médio, o professor pode não dar conta de proporcionar a elaboração e a (re)significação de todos os conceitos geométricos, mas pode, sim, estabelecer um ambiente de ensino e aprendizagem pautado nas dimensões de Hiebert et al. (1997), que favoreça a compreensão geométrica com sentido, através do fazer matemática, da resolução de problemas e, até mesmo, com o apoio de ferramentas tecnológicas.

Nesse sentido, o mais conveniente seria ter a geometria como um conteúdo trabalhado “desde cedo e continuar, de forma apropriada, por todo o currículo de matemática” (FAINGUELERNT; NUNES, 2012, p.115).

Ao apoiar a ideia de que o ensino da geometria deva continuar por todo o currículo de forma apropriada, também considero que as grandezas geométricas façam parte dessa abordagem e entendo que ela exija uma organização, de modo a atribuir sentido para os conceitos trabalhados. Para isso, me oponho a um ensino da geometria e suas grandezas de forma mecânica, por meio de fórmulas que devem ser memorizadas e aplicadas em exercícios, pois:

o aluno pode ter estudado o conteúdo, ter lido, resolvido exercícios e realizado provas, porém a informação não faz sentido para ele. Ele não se relaciona com ela e, por isso, é rapidamente esquecida. Ou mesmo, é possível que o aluno atribua um sentido próprio a um conceito, muito diferente do que aquele que o professor desenvolveu. Assim, a memorização e reprodução em provas e avaliações não garantem a aprendizagem do conceito de forma adequada (COSTA, 2008a, p.12).

Na visão de Fainguelernt e Nunes (2012), no ensino da geometria há um imenso espaço para a utilização de diversas tarefas de natureza exploratória e investigativa, mas isso ainda não tem feito parte da rotina na maioria das aulas de matemática. Para as autoras, isso acontece porque

a geometria tem sido ministrada às pressas e apresentada aos alunos como um apanhado de fórmulas e regras que devem ser decoradas, sem dar a eles a oportunidade de descoberta. Os alunos têm tido contato com uma geometria desligada da realidade, não integrada a outras áreas do conhecimento, e até mesmo

não conectada a outros campos da matemática como a aritmética, análise e álgebra. (FAINGUELERNT; NUNES, 2012, p.114)

Assim como Abrantes (1999, p. 14), penso na geometria como uma área que possibilita uma variedade de abordagens e tipos de tarefas. Segundo ele, “a sua riqueza e variedade em objectos e tipos de problemas, a sua ligação natural à realidade e a possibilidade de todos os alunos, em diferentes níveis, se envolverem em interessantes explorações e investigações geométricas”.

Desse modo, o trabalho com geometria dissociada de grandezas geométricas e restrita ao paradigma do exercício prejudica a elaboração conceitual em geometria. Nesse processo, conforme aponta Pais (1996, p. 73), “acaba predominando uma influência significativa das representações do conhecimento quer seja por um objeto, por um desenho ou por uma imagem mental”. Assim, para que um aluno consiga a abstração e a generalização geométrica demanda tempo, ou seja, os conceitos geométricos são construídos aos poucos, numa relação dialética entre mundo físico, modelos e reflexão sobre eles, o que acredito ter ocorrido no decorrer desse “Projeto”.

4.3 Considerações sobre o capítulo

Iniciei este capítulo, abordando que o trabalho com Geometria, cujo conteúdo era o foco principal desta pesquisa, está ligado com medidas, concordando com o que afirmam alguns documentos oficiais e com Manechine (2006), que aponta ser pertinente relacionar as noções geométricas aos conceitos de medidas.

Tal relação também é indicada por Caraça (1951), que aponta que circunstâncias que envolvem a Geometria dependem da medida de certas dimensões. Essa abordagem se justifica pelo fato de que uma análise prévia dos dados evidenciou a necessidade de tratarmos da questão das medidas de comprimento.

Convém ressaltar que neste capítulo citei a dificuldade dos alunos envolvidos no desenvolvimento da pesquisa com relação a geometria e às medidas. No entanto, não é nossa intenção, aqui, procurar culpados para essa situação, mas, sim, provocar reflexões a respeito do ensino em geral e mostrar um possível caminho de superação para o cenário atual da Educação. Um caminho repleto de obstáculos, com suas especificidades, mas que pode ser percorrido. Basta querer fazer a diferença.

Com base nessas considerações e nas evidências afluídas durante o desenvolvimento do “Projeto”, como ilustradas nas situações apresentadas e analisadas neste capítulo, acredito

que o ensino da geometria concomitante ao das medidas de comprimento e de grandezas geométricas, desencadeadas pela utilização do *software* e pela resolução de problemas, oportunizou, num movimento de sala de aula pautado na mediação, na problematização e na utilização de diferentes formas de registros, a elaboração conceitual com sentido e a apropriação de procedimentos de resolução.

Nesse processo, os alunos sentiram necessidade de utilizar objetos ou desenhos como recursos materiais auxiliares nas investigações e nas apropriações. Também mobilizaram imagens mentais já formadas, e novas imagens mentais foram constituídas, em decorrência das situações enfrentadas. Por conta disso, combinando os aspectos experimental e intuitivo do conhecimento geométrico, conforme apontado por Pais (1996), há indícios de que o conhecimento teórico tenha sido mobilizado e construído pelos alunos envolvidos, no decorrer do desenvolvimento da sequência de tarefas.

Além disso, em se tratando de uma pesquisa realizada em minha própria prática, não posso deixar de destacar que, muitas vezes, me equivoquei em minhas ações diante das situações suscitadas pelo desenvolvimento das tarefas. No entanto, não percebi, em meio àquela euforia proveniente da dinâmica de sala de aula. Afinal, em cada uma das turmas participantes, eram seis grupos falando ao mesmo tempo, munidos de seus *notebooks*, ansiosos por resolver um problema e passar para o próximo. Em alguns momentos, assumindo o papel de professora, eu deveria ter fornecido informações essenciais, conforme apontam Hiebert et al. (1997), ou poderia ter feito as perguntas certas, que ajudassem o aluno no sentido tanto de quebrar um conceito equivocado, quanto de produzir novos.

Ressalto ainda que esse é um processo contínuo de aprendizagem e que é altamente potencializado pelos registros da prática. Essas constatações só foram possíveis posteriormente, mediante a análise do material produzido com a pesquisa – registros, audiograções. Tal análise permitiu um olhar crítico sobre o que foi vivenciado.

Muitas vezes, nas questões que envolviam medidas de comprimento, nos diálogos com os alunos, o que eu enfatizei foram os procedimentos para a transformação de unidades de medidas, ao invés de investir em maneiras de trabalhar com eles para desenvolver o conceito que eles tinham e proporcionar um entendimento mais conceitual. É fato que a escola se preocupa com a apropriação de procedimentos, ao invés de priorizar a formação de conceitos, mas penso que é preciso mudar essa tradição. Investir para que os alunos construam ou (re)signifiquem conceitos possibilita a aprendizagem com sentido.

Uma opção para esse trabalho seria, a exemplo de Moura e Lorenzato (2001), criar situações que provocassem ações referentes à “*escolha da unidade; comparação com a*

unidade; *expressão* do resultado dessa comparação por um número” (CARAÇA, 1951, p. 30, grifos do autor), no entanto, adaptadas ao nível de ensino em questão – o Ensino Médio.

Poderia ter partido do questionamento sobre o que entendiam por medir, por metro e por centímetro – uma vez que essas eram as unidades que foram utilizadas no *software* – e ter trabalhado com eles o sentido dessas palavras. Mas é claro que, antes, a imagem mental do metro necessitaria estar formada e, para isso, seria necessário ter contato com a representação física desse padrão de medida, o que constituiria uma forma de representação primária de um conceito, conforme apontado por Pais (1996), no que se refere ao conceito geométrico. Considerando que as medidas de comprimento que utilizamos foram definidas tomando o metro como referência, o entendimento da formação das palavras que as definem poderia possibilitar a compreensão das diferentes unidades. Nessa relação, um **decímetro** corresponde à **décima parte** do metro; um **centímetro**, à **centésima parte** do metro; um **milímetro**, à **milésima parte** do metro, um **quilômetro**, a **mil vezes** o metro; e assim por diante.

Segundo Caraça (1951, p. 31), existem várias unidades de medida de uma mesma grandeza, e, além disso, “o número que há de vir a obter-se como resultado da medição condiciona a escolha da unidade”. Assim, seria conveniente problematizar a respeito de que unidade de comprimento seria mais apropriada para medir o diâmetro de um fio, a largura de uma carteira, o comprimento da lousa, a distância entre duas cidades etc.

Outra alternativa seria propor que investigassem as correspondências entre as unidades de medida, uma vez que o *software* possibilitava a escolha da unidade desejada – metro, centímetro ou milímetro. Para isso seria necessário selecionar na janela “Preferências”, uma dessas unidades e desenhar uma parede. Em seguida, repetir-se-ia o mesmo procedimento, porém escolhendo outra unidade e, voltando para a representação plana da parede desenhada, medi-la. E assim se faria novamente com outra opção de unidade. Ao final, os grupos levantariam suas conclusões e, em um momento de socialização, mediante minhas mediações ou problematizações, penso que talvez pudessem compreender o sentido das escolhas das unidades adequadas para as medições, bem como conceituar o que é medir.

É importante destacar que os conceitos de área e de volume foram trabalhados em certo momento, mas isso não foi trazido para a análise; contudo, convém acrescentar aqui esta observação. Houve ocasiões vivenciadas pelos alunos em que foram enfatizadas as noções de que a área seria o preenchimento de uma superfície com unidades de área (u^2) e de que o volume seria o preenchimento de espaço com unidades de volume (u^3). Assim como medir comprimento implica compará-lo com unidades de comprimento, medir a área de uma

superfície significa compará-la à área de outra superfície, e medir o volume de um espaço significa compará-lo ao volume de outro espaço.

Desse modo, saliento que, no que se refere a compreensão do conceito de área como preenchimento de uma superfície, a todo momento, na utilização do *software* para criar um cômodo, os alunos tinham que selecionar a região do plano que seria ocupada por ele e, automaticamente, sobre a área selecionada aparecia a medida correspondente, acompanhada do quadrado da unidade escolhida. Isso nos dá indícios da percepção de área como sendo a medida de uma superfície. Além disso, durante a socialização de um dos problemas propostos, senti a necessidade de levá-los à verificação de que uma superfície, quadrada ou retangular, pode ser preenchida com quadradinhos de uma unidade de área, e a contagem de tais quadradinhos corresponde à medida dessa superfície.

Quanto ao conceito de volume, o surgimento da questão sobre a quantia de concreto nas ferragens ou sobre o enchimento da sala de aula com areia, é indício de que ficou para eles a noção de volume como preenchimento de um espaço com algo, e isso foi sistematizado quando, em uma situação posterior, a partir de um breve desenho na lousa, comentei que o volume seria determinado pela quantidade de cubinhos de $1u^3$, necessários para encher um prisma de base retangular, uma vez que esse era o formato mais comum nas construções feitas.

Assim, além do entendimento de procedimentos para o cálculo de áreas de diferentes figuras planas e o volume de prismas de base retangular, os alunos tiveram contato com o conceito de área e volume. Igualmente ocorreu com o perímetro.

De modo geral, neste capítulo, evidenciamos que as medidas de comprimento, alguns assuntos da geometria e as grandezas geométricas, provavelmente trabalhados por meio de regras e memorizações em anos anteriores, passaram a fazer sentido e a ser (re)significados nas tarefas propostas na perspectiva da resolução de problemas, cuja cultura de sala de aula estabelecida se apoiava nas dimensões descritas por Hiebert et al. (1997). Desse modo, entendemos que a compreensão a respeito da utilização de medidas de comprimento possibilitou a compreensão de conceitos e grandezas geométricas.

Acreditamos, então, na realização de um trabalho em sala de aula que se oponha ao ensino da geometria e suas grandezas de forma mecânica, com a memorização de fórmulas e exercícios de aplicação, já que há diversas formas de sair dessa rotina – e a utilização da tecnologia computacional, aliada à resolução de problemas, é uma delas.

Mediante essas considerações, ressaltamos que todo o trabalho desenvolvido com esses alunos foi permeado por momentos de reflexões. Por conta disso, trago, no capítulo

seguinte, o movimento reflexivo vivenciado por mim, como professora de matemática das salas envolvidas e como pesquisadora de um programa de Mestrado em Educação.

CAPÍTULO 5:
**“É PENSANDO CRITICAMENTE A PRÁTICA DE HOJE OU DE ONTEM QUE SE
 PODE MELHORAR A PRÓXIMA PRÁTICA”⁸³”: AS REFLEXÕES DA
 PROFESSORA-PESQUISADORA**

Se esse é o movimento de pesquisa, pensei, então minhas reflexões começam desde já, desde esses episódios de incerteza, de preocupação, não só de que a pesquisa dê certo, mas de que esses alunos tenham contato com algo inovador, algo que não se faz nessa escola, e que talvez seja a única experiência que eles terão ao “passar” por ela (a escola). Quando não se faz algo significativo, que os mobilize, que os envolva, que dê valor as suas produções, algo que não lhes permita avançar, é como se eles simplesmente “passassem” pela escola. (DC-17/06/2014)

Em um primeiro momento, acreditei que as minhas reflexões como professora e pesquisadora tinham que começar a partir da organização do desenvolvimento da pesquisa, quando obstáculos foram aparecendo, mas a vontade de fazer a diferença na trajetória escolar desses alunos era mais forte. No entanto, o movimento da pesquisa envolve todo um processo anterior de reflexões que se iniciaram a partir da entrada no mestrado.

Logo, neste capítulo serão analisadas as minhas reflexões como professora e pesquisadora em diferentes momentos. Em se tratando de uma pesquisa na própria prática, considero indispensável este momento. Para isso, partilho principalmente das ideias de Freire (1996).

Trilhei um caminho de intensas reflexões. Estas, partindo da entrada como aluna especial no programa de mestrado, perpassaram pelo período que envolveu a participação nas disciplinas, a elaboração do projeto de pesquisa, sua adequação e seu desenvolvimento, e chegaram à ocasião posterior, ao término do seu desenvolvimento, que coincide com a análise dos dados e a escrita desta dissertação.

Nesse sentido, como ilustra o título deste capítulo, considero que “é pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem que se pode melhorar a próxima prática” (FREIRE, 1996, p.43-44) e estou convencida de que se faz necessária “uma reflexão crítica permanente sobre minha prática através da qual vou fazendo a avaliação do meu próprio fazer com os educandos” (FREIRE, 1996, p.71).

Sempre fui uma professora que gosta de inovar, buscar diversificar suas aulas, que consegue muito dos alunos, mas sempre com um “pé” no método de ensino tradicional. Por

⁸³ Freire (1996, p.43-44).

mais que tente não fazê-lo, ainda preciso utilizar algumas metodologias tradicionais em certas ocasiões. Afinal, sou professora de uma rede, guiada por um currículo, por situações de aprendizagens com atividades já sugeridas, pertencendo ao grupo docente subordinado a gestores e superiores, convivo com profissionais com visões diferenciadas. Passei por uma escolaridade básica baseada em ações tradicionalistas, me graduei sem conhecer outros métodos de ensino. Mudanças levam tempo, e precisamos dar um passo de cada vez. Um saber fundamental para a prática educativa é que “mudar é difícil, mas é possível” (FREIRE, 1996, p. 88). Por isso, atualmente, vejo a educação com outro olhar.

É indispensável abordar a transformação ocorrida na minha prática de sala de aula após o ingresso no curso de mestrado em Educação, a começar pelo período que cursei como aluna especial. Essa abordagem é importante, pois as disciplinas ali cursadas constituem o impulso fundamental para o processo de repensar minha prática como professora e constituir-me como pesquisadora.

A entrada no programa como aluna especial foi o momento de provocação inicial. Minhas crenças, minhas ideias, minhas práticas pedagógicas foram passando por um processo de reflexão profunda e de apropriação. Muitos questionamentos foram suscitados. “Será que estou certa ou devo mudar a minha prática?”, “Estou conseguindo atingir os meus alunos e lhes proporcionando uma aprendizagem significativa?”, “Por que não pensei nisso antes?”

Chegado o primeiro dia de aula como aluna especial, estava carregada de expectativas, incertezas, estranhamentos, medo, receio. Enfim, era outro ambiente, outra universidade, outros colegas de aula, outro diálogo. Estava certa de que era isso que eu queria e, por esse motivo, não podia desistir. Confesso que não foi fácil, mas concluir o mestrado era a minha meta.

A primeira disciplina que cursei como aluna especial, no primeiro semestre de 2013, recebia o nome de *Tendências em Educação Matemática*. Visava caracterizar a área da Educação Matemática e identificar as características das linhas de investigação nela presentes. As tendências estudadas foram: tecnologia, resolução de problemas, letramento matemático, formação de professores e história da matemática. Nessa disciplina, além de ter o primeiro contato com a leitura de dissertações, comecei a atentar para suas formas de organização. Pude, então, repensar minha ideia sobre o que seria escrever uma dissertação a respeito de uma pesquisa em sala de aula. Naquele momento, apesar de surpreender-me com tanta informação nova, não me senti seduzida por nenhuma delas a ponto de focá-las em meu projeto de pesquisa.

No segundo semestre do mesmo ano, freqüentei, novamente como aluna especial, as aulas da disciplina *Processos de produção e análise de pesquisas em Educação*, cujos objetivos eram a discussão e a análise de como se davam as produções de teses e dissertações, bem como o debate sobre a importância da revisão teórica e bibliográfica e o conhecimento das diferentes modalidades de pesquisa, atentando para a metodologia utilizada. Como, ao final, teríamos que apresentar o capítulo metodológico, comecei a me preocupar mais com o projeto que apresentaria no processo seletivo para ingresso como aluna regular, que aconteceria no final do ano. Muitos questionamentos foram surgindo, e, como explicitado na Introdução, fui amadurecendo algumas ideias que culminaram na reconstrução da minha proposta inicial de investigação, além de mudanças na minha prática em sala de aula.

Nesse momento, passaram a fazer mais sentido duas das tendências estudadas no semestre anterior: tecnologia e resolução de problemas. Chegado o momento da entrega tanto do capítulo metodológico na disciplina quanto do projeto para o processo seletivo para ingresso como aluna regular, eu já havia definido o que iria desenvolver na minha sala de aula e como fazê-lo. Mal sabia que ainda muitas indecisões, adaptações e incertezas estariam por vir.

Regularmente matriculada no Mestrado em Educação, no primeiro semestre de 2014, a mim competia frequentar duas disciplinas, uma das quais denominada *Pesquisa em práticas escolares* e outra, *Linguagem, pensamento e educação*.

A primeira visava promover estudo e debate sobre práticas escolares, distinguindo-as das não escolares, analisar diferentes abordagens teóricas e metodológicas de pesquisas em sala de aula e discutir sobre questões éticas envolvidas na sua realização. Além de estar ali como aluna regular, já mais acostumada com os assuntos e as leituras acadêmicas, ter um projeto em mente para desenvolver, também passei pela experiência de conviver com alunos do Doutorado, o que despertou, inclusive, a vontade de enfrentar mais esse desafio após a defesa da minha dissertação.

A segunda disciplina, ministrada por professores de outras linhas de pesquisa (Linguagem e História), tinha como objetivos, além de introduzir concepções de pensamento e linguagem e suas relações, abordar o desenvolvimento, o pensamento, a linguagem e a educação no âmbito histórico-cultural, a linguagem na constituição social das funções psicológicas e os processos de significação e apropriação de práticas sociais. Confesso que, no começo, não fazia para mim nenhum sentido estar ali, ler sobre Marx, falar sobre capitalismo. Mas, com o decorrer do tempo, com o início dos textos sobre Vigotski e depois

sobre Bakhtin, o que antes era desgostoso passou a ter significado, a ter alguma relação com a pesquisa e o trabalho em sala de aula.

Ao fim do semestre, já era perceptível que as coisas que ouvia, que aprendia, com que me deparava, estavam fazendo a diferença. Meu olhar para a educação passou a ser outro, se comparado ao primeiro dia que frequentei uma aula do Mestrado. Vejo diferente, penso diferente, atuo diferente, educo diferente.

Chegado o quarto e último semestre, frequentei a disciplina intitulada *Discurso, sujeito e práticas educativas*, novamente na linha de Linguagem e a denominada *O pensamento de Paulo Freire e a educação*.

A disciplina oferecida pela linha de Linguagem envolvia relações entre pensamento e linguagem, concepções de sujeito, linguagem e discurso e aspectos da prática pedagógica e da produção de conhecimento, enfocando a constituição recíproca do sujeito e da linguagem. Como contribuições, esta disciplina proporcionou aprendizado sobre como interpretar e escrever um texto, o que é indispensável para a análise dos dados e para a escrita da dissertação.

A outra consistia em abordar os principais eixos teóricos da obra de Paulo Freire e sua irradiação no campo educacional, centrando-se nas obras originais do autor e de estudiosos de sua obra. Esta foi uma disciplina que provocou reflexões sobre a educação, mas também possibilitou atingir um caráter mais amplo. Conhecer efetivamente o pensamento de Paulo Freire foi um encaminhamento para refletir sobre o ontem, o hoje e o amanhã, referente tanto à prática educativa e ao desenvolvimento do projeto de pesquisa, quanto à vida cotidiana. O mergulho em seu pensamento deixou marcas que permanentemente se farão presentes em minhas práticas educativas e práticas sociais, pois parece impossível abandoná-las, uma vez conhecidas.

Desde o momento de ingresso como aluna regular, emergiram mais reflexões, mais questionamentos e, mais uma vez, a proposta de investigação foi sofrendo alguns ajustes, o que faz parte do próprio movimento de pesquisa. No decorrer desse período, determinados ajustes foram incitados pela apropriação nas disciplinas, nos grupos (GRUCOMAT⁸⁴ e no grupo de orientandos), na participação em eventos, nas conversas informais com colegas e professores na Universidade. Outros ajustes surgiram de necessidades de adequação à realidade da escola que se constituiria o ambiente de investigação.

⁸⁴ Grupo Colaborativo de Educação Matemática da Universidade São Francisco.

Por conta das situações que envolveram esses ajustes, vieram as angústias, as incertezas de uma professora-pesquisadora, que, nessa justaposição de papéis, almejava que tudo ocorresse como planejado. A seguir destaco alguns trechos do diário de campo que exemplificam tais situações, trazendo as reflexões realizadas.

Como tudo na escola é imprevisível, não deu certo o que eu havia planejado. Pensei: e agora? Vou ter que mudar o que havia planejado. Não deu certo o “plano A”, será que vou ter que procurar por um “plano B”? Fiquei sem “chão”. Passei a tarde de sábado procurando outro *software* com a mesma finalidade, *online*... mas não obtive sucesso. Resolvi ligar para a D.E. na terça feira e falar com o PCOP responsável pelo Acesso para ver se tem como liberar o uso do *software* e a atualização do Java. Se isso também não der certo não sei o que fazer. Como é complicado querer e não poder fazer. (DC- 06/06/2014)

Pensar no plano B... e se não der certo também? Estas são algumas das minhas angústias, mas como disse a professora Regina, faz parte do movimento de pesquisa. Como é difícil ficar nessa incerteza! Planejar ou não as tarefas? Aproveito as férias para elaborar as tarefas ou para pensar no plano B? Quantas dúvidas! ... (DC-10/06/2014)

Mas ainda continuo preocupada: Será que eles têm *notebook*? Será que assim vai funcionar? (DC-17/06/2014)

Já que não deu certo o “plano A”, vamos para o “B”. Tenho 3 *notebooks*, mais o da escola, mais os deles. Para o 2ºC é suficiente, mas para o B não. E agora? Fazer com eles, ou não? Formar grupos com mais integrantes? Não. Vai ficar muito. O número adequado seria 3 alunos por computador. Como sempre, se resolve um problema e aparece outro. (DC- 03/09/2014)

Estes excertos referem-se a momentos de reflexão sobre o *software* que não rodava nos computadores do Acesso Escola e a desestabilização que isso provocou e explicitam a busca por uma tentativa de solução para que o desenvolvimento da pesquisa fosse possível. O “plano B” citado corresponde ao uso dos *notebooks*. Os registros também trazem as angústias vividas enquanto aguardava uma resposta e o medo de que esse plano não desse certo e retratam a compreensão de que isso fazia parte do movimento de pesquisa.

Além disso, indicam a preocupação, respectivamente, com ao uso dos *notebooks* e com o número deles, disponibilizado para cada sala, o que implicaria na formação dos grupos e, conseqüentemente, poderia dificultar a participação de todos na realização das tarefas, pois seria inviável ter muitos alunos utilizando o mesmo aparelho.

Como aponta Lima (2006), os fatores externos implicam na realização de uma prática entre o ideal e o possível. A sala de aula, a escola, a rede de ensino são muito complexas. Nem sempre é possível realizar o que é planejado. Muitas vezes, o que seria ideal não pode ser feito, devido a regras, currículo oficial, hierarquia, determinações de instâncias superiores,

problemas de ordem organizacional ou burocrática – enfim, a prática do professor requer estar preparado para fazer adaptações e nunca perder as esperanças, como defende Freire (1996).

Às vezes, no movimento da sala de aula, há situações que nos obrigam a tomar decisões repentinamente. Temos que agir sem ter planejado previamente, como mostra o trecho abaixo:

Entusiasmados, pediram para irem no mesmo dia, já que eram duas aulas e só tinha passado uma ainda. Queria deixar para o dia seguinte, afinal eu nem tinha pensado como faria a apresentação do *software*, o que falaria e o que deixaria para eles descobrirem sozinhos. Mas pensei que deveria aproveitar a empolgação e se deixasse para o próximo dia pudessem perder o interesse. Prontamente, pedi que alguns alunos pegassem a chave da sala de vídeo e fossem ligando o *datashow*. Fui em seguida ver se estava pronto e chamei o restante da sala. (DC- 2º C- 16/09/2014)

Nesse caso, os alunos do 2º C, após verem o *software* nos *notebooks* que os colegas haviam levado para que eu fizesse a instalação, quiseram ir para a sala de vídeo para saberem como funcionava, pois eu comentara que, na aula seguinte, iríamos explorá-lo usando o *datashow*. Estavam curiosos. De acordo com Freire (1996), os computadores instigam a curiosidade. Embora ele afirme não ser apreciador da tecnologia, reconhece o “enorme potencial de estímulos e desafios à curiosidade que a tecnologia põe a serviço das crianças e dos adolescentes...” (FREIRE, 1996, p.98).

Não era isso que eu tinha planejado, mas senti que aquele era o momento mais oportuno e não podia deixar passar – afinal, “o trabalho do professor é o trabalho do professor com os alunos e não do professor consigo mesmo” (FREIRE, 1996, p.71), por isso é importante considerar suas vontades, sugestões, avaliações.

Essa situação elucida que o professor tem que saber lidar com situações que requeiram o improviso em sua prática educativa.

Outra qualidade do professor é refletir sobre os imprevistos e sobre as situações em sala de aula, que podem dificultar⁸⁵ o movimento de ensino e aprendizagem; e saber administrá-los ou negociá-los, como exemplificam os próximos excertos: empecilhos.

A aula acaba muito rápido, pois só tem 40 minutos, uma vez que é a aula anterior ao intervalo. Até organizar a sala, verificar se está tudo funcionando, distribuir os cadernos de registros já se foi uma parte da aula que logo chega ao fim. Além disso, os alunos estão preocupados com a merenda e não veem a hora de bater o sinal. Tomara que o Marcelo consiga mudar o horário e o diretor aprove como um acordo com a Adriana. (DC- 2º B-25/09/2014)

⁸⁵ É claro que os imprevistos podem levar à criação de novas possibilidades, mas no referido contexto eram vistos como obstáculos para o andamento do “Projeto”.

Talvez tivesse sido mais bem aproveitada a aula se não precisasse ter parado para resolver conflitos, se não fosse a aula anterior ao intervalo e mais curta, se não tivesse que buscar a extensão com os alunos do grêmio, sendo que já tinha deixado tudo arrumado antes da aula....Realmente tudo é imprevisível. Por mais que planejem sempre pode dar algo errado e então, cabe a nós improvisar, ou contornar a situação assumindo a postura de profissionais responsáveis e preocupados com o saber do aluno. (DC-2º B-30/10/2014)

O grupo do Pedro e do Murilo, já tendo terminado a casa dos sonhos, não estavam a fim de nada. Depois, a muito custo, elaboraram uns problemas simples demais. O que fazer? Como despertar o interesse? (DC-2º B-19/11/2014)

Tais trechos evidenciam, entre outros, uma preocupação com o aproveitamento da aula e a necessidade de negociação para reorganização do horário, de modo a resolver o problema. Também explicitam reflexões acerca de imprevistos no decorrer de uma aula, que prejudicaram seu andamento; expressam a necessidade de agir como professora; e suscitam reflexões sobre o desinteresse de alguns alunos em determinado dia e a preocupação com soluções para o fato. Creio que “ninguém pode conhecer por mim assim como não posso conhecer pelo aluno. O que posso e o que devo fazer é, [...] desafiá-lo a que se vá percebendo na e pela própria prática, sujeito capaz de saber” (FREIRE, 1996, p.140).

Concordo que “quanto mais penso sobre a prática educativa, reconhecendo a responsabilidade que ela exige de nós, tanto mais me convenço do dever nosso de lutar no sentido de que ela seja realmente respeitada” (FREIRE, 1996, p.107). Afinal, não é uma tarefa fácil. São muitos conflitos, muitas situações diferenciadas, muitos imprevistos, muitas decisões a tomar, muitas preocupações etc.

Como se não bastassem os obstáculos já citados, quando nos propomos a realizar uma prática diferenciada da qual os alunos não estão acostumados a participar, enfrentamos resistências deles próprios e, até, de outros profissionais da escola.

Eles parecem não gostar de escrever e acham que matemática não precisa disso. Se eles estivessem acostumados seria bem mais fácil. Também, passaram o tempo de escola todo até agora sem escrever e não é agora em um ano que vou conseguir mudar isso. Comentando com o Marcelo sobre isso ele me fez refletir sobre. Ele disse que é aos poucos e que do mesmo modo como eu mudei parte da minha prática só depois de entrar no programa, os outros professores também não pensam como eu, não têm a mesma visão. Isso acontece por um processo lento. É realmente isso que acontece: eles não estão habituados a esses tipos de aula, mas não posso criticar os professores anteriores, pois se eles não tiveram isso na formação, não tiveram a oportunidade de participar de cursos de formação que visassem essa prática, é difícil ter essa visão. Mas também é difícil, eu, no penúltimo ano da educação básica, conseguir uma mudança. Se eu conseguir

pelo menos provocá-los um pouco, já será uma grande coisa. (DC- 2º B-02/10/2014)

Conforme eles pediram, entreguei uma cópia de informações sobre as dimensões para um cadeirante, segundo a ABNT. A maioria achou muita coisa para ler. Para eles, matemática não precisa de leitura. Estão acostumados, provavelmente, desde o início do ensino fundamental a simplesmente resolver exercícios e não é agora, em 7 meses de aula comigo insistindo para lerem, que vão mudar essa postura. Penso que isso deveria ser incentivado desde o ensino fundamental. (DC-2º C- 24/09/2014)

O que eu achei interessante foi que alguns alunos disseram que queriam voltar para a aula de “contas”. Como pode? Quando estão a resolver problemas ou exercícios no caderno querem aulas diferentes. Quando têm aulas diferentes, se cansam e querem voltar para as de problemas e exercícios no caderno! Estão querendo saber se está acabando, se vai até o final do ano... Por essa eu não esperava! (DC-2ºC-22/10/2014)

... o diretor havia pedido para colocar os alunos perfilados porque eles iriam passar nas salas. Falei então que não iria colocar em fila porque estavam fazendo trabalho em grupo e que podia avisar o diretor disso. Pensei: por que em fila? Aula só pode ser com alunos em fila? Não estamos mais na educação bancária, apesar de alguns manterem esse modelo. (CD- 2º B-12/11/2014)

Esses excertos trazem primeiramente reflexões sobre a dificuldade de convencer os alunos a fazerem registros durante as tarefas e ilustram o desabafo necessário com um colega de trabalho para a compreensão de que não devia encontrar culpados, mas, sim, tentar pelo menos provocar esses alunos para a mudança. Além disso, expressam minha inquietação com o fato de os alunos reclamarem da quantidade de páginas que teriam que ler para obter informações necessárias para a construção da casa do cadeirante, as quais eles próprios tinham pedido. Retratam também a reflexão sobre o quanto ainda é forte nos alunos a ideia de que, em matemática, não é necessário ler, o que talvez pudesse ser revertido, se a leitura e a escrita fizessem parte dos currículos da escola básica de forma mais expressiva.

Outra característica que se destaca é que exponho minha indignação quando alguns grupos pedem para voltar a fazer contas no caderno, o que retrata o paradigma do exercício, cuja premissa, de acordo com Skovsmose (2007, 2008), é que existe apenas uma resposta correta, por se tratar de exercícios preestabelecidos por livro-texto e que limitam a atividade do aluno. Na visão de Alrø e Skovsmose (2010), esse paradigma tem grande influência na organização das aulas, no tipo de comunicação entre professor e aluno e também no papel que a matemática desempenha na sociedade. E para mudar esse panorama, a resolução e a proposição de problemas, assim como o trabalho com projetos, devem entrar em cena. Quando fizemos isso, os alunos, estando tão habituados a esse tipo de aula, não demoraram em querer voltar para os exercícios. Tais aulas, diferentes até mesmo das que eu vinha

ministrando no decorrer do ano, parece que estavam exigindo muito deles, que, acomodados, resolveram manifestar a resistência à mudança.

Não com menos ênfase, refiro-me a um episódio em que havia algumas pessoas da Diretoria de Ensino na escola, devido à prova do Saresp, e o diretor pediu para um funcionário avisar que era para todos os alunos ficarem em fila e comportados, pois iriam passar nas salas. Prontamente discordei e disse que não iria fazer isso, pois estávamos trabalhando em grupos e assim continuaríamos. Mais uma vez sobressaiu a resistência às mudanças, e as reflexões continuaram.

Penso que, como defende Freire (1996), ensinar exige riscos, exige aceitação do novo, mas parece que a escola tanto não aceita mudanças, não abandona as marcas da tradição, quanto não quer correr riscos. Enquanto alunos, professores e escola como um todo insistirem em resistir às mudanças, não reverteremos o quadro atual da educação.

Voltando ao movimento da pesquisa, às vezes, o fazer pedagógico incita a tomada de decisões, como o ocorrido durante a realização das tarefas. Na posição de professora da sala, senti a necessidade de propor novos problemas ao final da resolução de cada problema previamente estabelecido.

Analizando as questões que foram surgindo na aula e os registros e construções dos grupos achei que seria conveniente propor algumas questões para que todos resolvam na próxima aula. Tomei o cuidado de colocar uma questão relacionada a cada grupo ou a um de seus integrantes. São 7 questões que irei imprimir e entregar para cada grupo, para que sejam resolvidas antes de continuarem a resolução dos problemas. Em seguida farei uma breve socialização. (DC-2º C-19/09/2014)

Olhando os registros (escritos e nos arquivos com as construções) sobre a casa do cadeirante, acho que seria interessante novamente propor algumas questões impressas para os grupos pensarem e depois socializar, sendo um problema referente a cada grupo. (DC-2º C-08/10/2014)

Ambos os trechos mostram o planejamento das questões a serem utilizadas a fim de explorar mais os conteúdos envolvidos em cada problema previamente elaborado. Ousei fazer isso porque percebi que havia a possibilidade de aprofundar outros assuntos, para além dos conceitos matemáticos envolvidos, que pudessem fazer esses alunos pensarem, ouvirem as opiniões dos outros, criticarem. Afinal, faz parte da “tarefa docente não apenas ensinar os conteúdos mas também ensinar a pensar certo” (FREIRE, 1996, p.29).

Ao passo que realizava essas reflexões e ousava colocar em prática as ações, também aprendia, pois, conforme a ótica de Freire (1996, p.77, grifos do autor), aprender “*é construir*,

reconstruir, *constatar para mudar*, o que não se faz sem abertura ao risco e à aventura do espírito”

Segundo (FREIRE, 1996, p.25), “quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender”, como mostram os excertos abaixo:

O Pedro estava reclamando que não estava conseguindo acertar a visão 3D para ver como estava ficando de perto os cômodos e não consegui ajudá-lo, ou seja, tentei várias coisas, mas não deu certo. Agora em casa, abri o arquivo e mexendo descobri que era só clicar na flecha verde virada para baixo. Isso mostra que também não sabemos tudo. Às vezes, a dúvida do aluno nos leva a aprender. (DC- 2º B-02/10/2014)

Não são só os alunos que têm problemas a resolver. Eu também tenho. Tenho que propor soluções para o erro de renderização 3D e para que os arquivos que eles salvam em seus *notebooks* abram direto e dizer qual foi o resultado. Mexendo, pesquisando, descobri que o arquivo não abre nos computadores onde o *software* não está instalado, mas apenas copiado. Que bom! Achei a solução para esse problema. Vou copiar o *Setup* de instalação no *pen drive* e instalar o *software* nos *notebooks* deles. Por que não pensei nisso antes? (DC -2º B – 24/09/2014)

Os dois momentos exemplificam situações em que ocorreu a minha aprendizagem também. Precisei pesquisar para resolver problemas que os alunos estavam tendo com o uso do *software*, o que, para Freire (1996), faz parte do ensino. Além de se assumir como pesquisador, o educador necessita da curiosidade. “Como professor devo saber que sem a curiosidade que me move, que me inquieta, que me insere na busca, não *aprendo* nem *ensino*” (FREIRE, 1996, p.95).

Além disso, de acordo com o autor, o professor, devendo estar comprometido com o processo de ensino e aprendizagem, não deve esconder quando não sabe algo. Deve fazer o que diz e ser o que é. Por isso, nos momentos em que os problemas desconhecidos surgiam, dizia que procuraria resolvê-los e realmente procurava. Caso não encontrasse solução, dizia que não tinha conseguido.

Apesar das resistências, outras reflexões foram suscitadas no movimento da sala de aula durante a realização da investigação, incluindo as impressões e as constatações.

A impressão foi de que eles acharam interessante. Espero que dê certo, que eu esteja fazendo uma coisa que desperte mais interesse, pois ultimamente é o que a sala menos tem tido nas aulas. (DC-2º B-18/09/2014)

Quando cheguei na sala, todos já estavam formando os grupos, ligando os computadores, foram pedindo os outros *notebooks* para mim... Que pressa! É difícil ver uma sala com tanta sede de aprender... ou será que é sede de mexer no computador? (DC-2º C- 23/09/2014)

Mas será que realmente os alunos estão aprendendo? Fico com medo, às vezes, de estar fazendo algo que está tomando um tempo enorme e que isso

não surta efeito para esses alunos. Penso também que podia ter avançado mais, mas se eles não sabiam sequer o básico... (DC-2º B-06/11/2014)

Estive reparando o quanto correspondem quando depositamos confiança neles, pois deixo para eles ligarem o gravador, salvar a gravação, salvar os arquivos com as construções do dia, deixo o *pen drive* na mão de quem traz o seu *notebook*, deixo os *notebooks* com eles na hora do intervalo, enfim, são responsáveis sim, e para perceber isso, só dando a eles oportunidade. (CD-2º C-18/11/2014)

...percebi que estão tão acostumados com o *software* e já lidam muito bem com as medidas, como por exemplo, com elevação para um vaso ficar em cima da mesa, já têm melhor a noção de quanto as coisas medem aproximadamente, de altura dos móveis um proporcional ao outro etc. (CD-2º C-18/11/2014)

Penso que além do trabalho com geometria, estão aprendendo a salvar arquivos em diferentes ambientes, a manipular um *notebook*, a usar o gravador de som que muitos nem conheciam, a ajustar volumes, datas, horas, a buscar arquivos quando não se lembram onde salvaram. Penso que está sendo uma aula de inclusão digital para muitos, de ambas as salas. (CD- 2ºB-18/11/2014)

Nesses relatos, expresso a minha impressão de que o interesse dos alunos foi despertado pela proposta – a sala andava meio indiferente ultimamente –, assim como a minha surpresa, ao chegar à outra sala e ver os alunos se organizando sozinhos para o trabalho com tanta empolgação. Explicito também a confiança depositada por mim nesses alunos em diversos momentos. Na verdade, criamos um espaço de responsabilidade e comprometimento, proporcionando a criação de um verdadeiro espaço pedagógico formador, num “clima de respeito que nasce de relações justas, sérias, humildes, generosas, em que a autoridade docente e as liberdades dos alunos se assumem eticamente” (FREIRE, 1996, p.103). Pelo fato de criarmos um espaço assim, segundo Freire (1996), surgem possibilidades de uma aprendizagem democrática, em que reina a solidariedade entre educador e educando.

Além disso, é ressaltado o crescimento dos alunos em relação às primeiras experiências com o *software*, indicando que adquiriram autonomia, que tomam as decisões sozinhos, que criamos (eu e os alunos) um ambiente de verdadeira aprendizagem, em que, de acordo com Freire (1996), esses educandos vão se transformando em sujeitos do processo vivenciado. São trazidas também as reflexões em torno do que os alunos estão aprendendo ao explorar o *notebook*, e pondero que vão além dos conteúdos matemáticos. Com isso, penso estar criando possibilidades para que, conforme defende Freire (1996), ocorram a produção ou a construção de conhecimentos, ao invés de sua transferência. São aprendizados básicos, referentes à manipulação do computador, de programas e dispositivos móveis que muitos não conheciam.

Considero, como Freire, que “o espaço pedagógico é um *texto* para ser constantemente ‘lido’, interpretado, ‘escrito’ e ‘reescrito’” (FREIRE, 1996, p.121), que possibilita muitas oportunidades para educadores e educandos.

Diante de tais reflexões, não poderiam faltar aquelas relacionadas às opiniões dos alunos. Afinal ensinar exige ouvi-los, o que “significa a disponibilidade permanente por parte do sujeito que escuta para a abertura à fala do outro, ao gesto do outro, às diferenças do outro” (FREIRE, 1996, p.135).

Vendo os registros que começaram a fazer fiquei chateada e com dúvidas ao ler o registro do grupo do Wellington. Para variar reclamaram do gravador e escreveram: “[...] perdemos muita matéria com esse trabalho”, “[...] com isso seremos prejudicados em vestibulares”. Questionei-os sobre isso e disseram que achavam que ficaram muito tempo nesses exercícios de perímetro, área e volume e deixaram de aprender outras coisas. Será que esse projeto foi uma perda de tempo? Ou será que eles não conseguem mudar a visão tradicional que têm da escola: conteúdo, exercícios, correção, conteúdo, exercício, correção, ...? Será que eu atrasei o aprendizado desses alunos, ou será que embora não tenham percebido agora, isso os ajudará bastante em situações futuras em que tenham que registrar, ler, pensar, explorar um software, resolver problemas...? (CD-2º C- 03/12/2014)

Quanto aos cadernos de registros, mais nenhum grupo colocou que o projeto foi uma perda de tempo. Ainda estou chateada com essa afirmação. Levou-me a refletir bastante. Muitos alunos dizem que estavam enjoados das atividades no *notebook*. Precisaria ter levado menos tempo no seu desenvolvimento? Quem sabe da próxima vez! (CD-2º C-05/11/2014)

Nesses registros mostro a minha reflexão, ao ler o registro final do grupo de alunos. É importante escutar os alunos, mas, como mencionado por Freire (1996), isso não tira o direito de discordar, me opor e me posicionar. Assim, ouvi, refleti e penso que eles não estejam certos em suas afirmações, pois por trás delas estão questões como a visão de uma aula de matemática em que só se aprende com exercícios, ou até mesmo, de aulas de matemática em que a geometria não é conteúdo, por nunca se chegar a ela, talvez. Eu não tirei o tempo deles; apenas fui contrária ao paradigma do exercício.

Sem dúvida, romper com esse modelo é um processo longo e complexo, com muitas questões envolvidas, como políticas públicas, formação, crenças, etc. Porém, me incomoda o fato de estarem no 2º ano do Ensino Médio e ainda pensarem assim. A visão de que simplesmente cumprir um currículo garante que o aluno se dê bem tanto no vestibular quanto na carreira estudantil é algo ainda muito forte nas escolas. Valoriza-se quantidade, enquanto, na verdade, o que deveria ser mais valorizado é a qualidade, o desenvolvimento de experiências que façam sentido para os alunos e de práticas dos professores que promovam

tais experiências. Além disso, muitas vezes o currículo, assim como as cobranças em avaliações externas, é imposto de tal forma que não respeita o tempo do aluno.

Possivelmente, eles nunca tiveram tempo, efetivamente, para a apropriação de conhecimentos, para a produção, para escolhas nas aulas de matemática. Acredito que as práticas escolares com as quais estavam acostumados chocaram-se com as que eu utilizei. E talvez tenham pensado: “Se antes a fórmula estava dando certo, por que agora essa professora resolveu mudar?”.

Explicito também o fato de os alunos estarem cansados das atividades com o *notebook*. Quem sabe o projeto tenha se estendido por muito tempo, e além disso, por ser o final do ano, os alunos já estavam esgotados. Mas um projeto é assim mesmo. É demorado, e os alunos de hoje estão acostumados com o imediatismo, com tudo muito rápido. Como, então, conciliar o trabalho com projetos com o imediatismo dessa geração da sociedade da informação?

5.1 Reflexões sobre minha aprendizagem com a pesquisa

Acreditando nas palavras de Freire (1994), trago as mudanças na minha prática atual, com o pensamento crítico sobre a prática antes e durante a pesquisa.

É fato que esta pesquisa me ensinou muito, tanto como pesquisadora quanto como professora. Aprendi com os alunos, com os obstáculos que foram aparecendo nesse caminho trilhado, com a análise dos dados, com os referenciais teóricos, com as contribuições das professoras orientadoras⁸⁶.

Ao desenvolver o “Projeto” com meus alunos, acho até que aprendi mais do que ensinei, afinal “não existe *ensinar* sem *aprender*” (FREIRE, 1994, p.27, grifos do autor). Acredito nisso, porque procurei envolver-me “com a curiosidade dos alunos e os diferentes caminhos e veredas que ela os faz percorrer” (FREIRE, 1994, p.27).

Aprendi a não desistir de mudar, de reinventar, de sonhar. Crendo que “cabe ao professor tentar mobilizar recursos didáticos, estratégias e metodologias que permitam envolver o aluno de tal forma que este mobilize ao máximo seus conhecimentos” (COSTA, 2008b, p.150), foi isso que busquei no desenvolvimento desse “Projeto”, propondo uma sequência de tarefas abertas que não se limitaram ao paradigma do exercício, que utilizaram a

⁸⁶ Uso o plural porque, no início do trabalho, fui orientada pela Profª Regina, depois recebi algumas sugestões da Profª Adair e, por fim, fui orientada pela Profª Daniela.

tecnologia, tendo o *software Sweet Home 3D* como base, e envolveram os alunos num movimento de sala de aula de aprendizagem com sentido.

Em vez de, conforme Freire (1982), a professora falar e os alunos escutarem; a professora saber tudo e os alunos não saberem nada; a professora ensinar e os alunos serem ensinados; a professora pensar para si e para os alunos; a professora escolher e os alunos se submeterem; a professora escolher o conteúdo e os alunos se adaptarem; a professora atuar e os alunos acharem que atuaram; a professora ser sujeito, enquanto os alunos são simples objetos; a professora estabelecer a disciplina e os alunos serem disciplinados, neste trabalho rompemos com essa cultura bancária de sala de aula e criamos um ambiente de aprendizagem conjunta, de autoria, de diálogo, de negociações, de investigações, de descobertas, de criatividade, de produção de significados, de fazer matemática. Um ambiente de aprendizagem com sentido não só para os alunos, mas para mim também.

Além disso, como o ser humano está sujeito a falhas, algumas vezes, durante o desenvolvimento das tarefas e diálogos com os alunos em sala de aula, deixei passar algumas situações ou falas que poderiam ter sido mais bem exploradas, mais aprofundadas e utilizadas como disparador para a abordagem de outros conceitos. Contudo, vejo isso, não como algo negativo, mas como um possibilitador de novas reflexões sobre a minha prática como professora e também como pesquisadora. Essas reflexões constituem-se contribuições para o meu aprendizado.

Tal aprendizagem se reflete na minha prática atual. Vejo agora – não que antes não visse – mais sentido no que é ser professora. Meu olhar para com os alunos é outro. Presto mais atenção às suas falas e aos seus registros, procuro problematizar sempre que algo dito ou escrito se mostra relevante para uma discussão crítica, respeito mais o tempo dos alunos, sua autonomia, suas experiências prévias trazidas do cotidiano para a sala de aula. Esse movimento do professor de encontrar pontos relevantes e questionar a respeito, envolvendo a sala toda, possibilita momentos ricos de aprendizagem. Embora esse olhar já careça fazer parte da prática do professor, muitos fatores impedem a sua efetivação, como sobrecarga de trabalho do professor, salas de aula superlotadas, entre outros.

Além disso, com relação ao uso da tecnologia computacional, adotei o trabalho com *notebooks* na sala de aula como uma prática alternativa sempre que necessário. Assim, na impossibilidade de uso da sala de informática, combino com os alunos que há disponibilidade de levar esse aparelho à aula, preparo os que possuo e trabalhamos em grupos.

Com as experiências suscitadas pelo desenvolvimento do “Projeto”, aprendi a superar muitos dos empecilhos comuns ao trabalho docente, a encarar o novo, a criar condições para

uma cultura de sala de aula voltada para a aprendizagem e a não desistir daquilo que, embora não fosse o meu sonho anteriormente, me propus a fazer: **SER professora.**

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No geral gostamos, apesar de ser um pouco cansativo, mas já sabíamos que não seria fácil. Esperamos que novos modos de aprender como esses sejam mais utilizados aqui... Quem sabe no ano que vem de novo...
(G8, RF, 04/12/2014)

Realmente sabíamos, tanto eu quanto meus alunos, que não seria fácil, mas não medimos esforços para concretizar o nosso “Projeto”. Sua efetivação abrangeu todo um processo em que, além de termos um objetivo e nos comprometermos com aquilo que nos propusemos a fazer, envolveu o domínio de conhecimentos específicos da disciplina, a utilização de diferentes formas de mediação pedagógica, o modo de organização, as condições oportunizadas e um intenso movimento de registros e reflexões, realizado por mim e pelos alunos. Foi um trabalho árduo, mas gratificante. Sua finalização trouxe várias expectativas, ao mostrar que é possível fazer a diferença na área da Educação.

Ao iniciar o presente trabalho, tínhamos como problema de pesquisa: “Como e quais conceitos geométricos são mobilizados e construídos em uma sequência de tarefas envolvendo a geometria articulada ao uso do *software Sweet Home 3D* com alunos do 2º ano do Ensino Médio?”. Nossos objetivos envolviam a análise do movimento da sala de aula, dos alunos e da professora-pesquisadora, durante o desenvolvimento das tarefas com a geometria articulada ao uso de *software* e a com identificação dos conceitos geométricos mobilizados e construídos à luz desse movimento.

Consideramos como eixo central a matemática com compreensão e sentido, baseada em Hiebert et al. (1997), a que, de acordo com os autores se baseia em cinco dimensões: a natureza das tarefas, o papel do professor, a cultura da sala de aula, as ferramentas como suporte da aprendizagem e a equidade e acessibilidade. Mediante essas dimensões, há de se considerar que ocorreu a criação de um ambiente favorável à aprendizagem com compreensão.

Com relação à natureza das tarefas, trabalhei com aquelas que permitiam um movimento de autoria, pois envolviam situações de produção por parte dos alunos. Também se tornaram disparadoras de problematizações e conexões com conceitos que os alunos traziam da vida cotidiana e conceitos novos, que levaram ao movimento de “fazer matemática”.

No que se refere ao meu papel como professora, além de selecionar tarefas abertas, planejadas com o objetivo de viabilizar a reflexão e a comunicação indispensáveis para o avanço dos alunos, provoqueei-os, incentivei-os e realizei mediações, compartilhando

informações necessárias em determinados momentos. Até mesmo cuidei para que desenvolvessem autonomia, respeitei o tempo deles e, assim, possibilitei o estabelecimento de uma cultura de sala de aula diferente.

Com a criação dessa nova cultura de sala de aula, valorizei as idéias e as estratégias de resolução de cada grupo, possibilitei a socialização dessas estratégias entre eles, coloquei os erros como problematizações para que todos pudessem refletir e argumentar, a fim de que aprendessem com eles e fizessem correções. Nesse ambiente, os alunos aprenderam a trabalhar em grupo e a tomar decisões coletivamente.

Em se tratando das ferramentas matemáticas, cada grupo utilizou as que considerou mais convenientes para dar suporte a sua aprendizagem, para resolver os problemas, para pensar e depois comunicar suas ideias. Utilizaram lembretes, desenhos, rascunhos, réguas, as ferramentas do próprio *software*, o próprio corpo, a sala de aula, a internet, material com normas da ABNT para cadeirantes, fórmulas – enfim, fizeram uso da linguagem, de materiais e de símbolos.

Por fim, em relação à equidade e à acessibilidade, todos os grupos tiveram condições de resolver as tarefas, foram ouvidos e participaram ativamente, contribuindo da melhor forma possível para a concretização do “Projeto”.

Voltando ao nosso problema de investigação, uma vez que ele envolve duas questões – como e quais – a respeito dos conceitos geométricos mobilizados ou construídos no desenvolvimento das tarefas, pudemos perceber nos três capítulos de análise,⁸⁷ que muitos foram os achados da pesquisa.

Procurando responder a primeira dessas questões, é notório que, para a construção e a mobilização de conceitos geométricos, é indispensável o estabelecimento de um ambiente favorável à matemática com sentido, conforme as dimensões defendidas por Hiebert et al. (1997). Isso implica a criação de um movimento de sala de aula, em que, dentre suas características principais, se entrelaçam a problematização, a mediação e a utilização de registros. Temos muitos indícios de que a cultura estabelecida na sala de aula possibilitou um movimento dos alunos e meu também.

Evidenciamos que, nesse movimento, o professor pode investir em problematizações. Para isso, é necessário observar atentamente tudo o que acontece na sala de aula: falas, escritos e gestos possibilitam situações significativas para o trabalho do professor. Cabe a ele saber aproveitá-las para promover discussões e suscitar que os alunos tragam conhecimentos

⁸⁷ Capítulos 3, 4 e 5.

da vida prática, a fim de enriquecê-las. Além disso, as problematizações também podem partir dos alunos e desencadear situações potencializadoras de aprendizagem.

As mediações são indispensáveis nesse processo. No entanto, deve-se atentar para que, ao invés de dar apenas a resposta, elas sejam feitas no sentido de levar o aluno a refletir e chegar a suas próprias conclusões. Muitas vezes, os próprios alunos podem ser mediadores, promovendo a aprendizagem de seus colegas. Dessa forma, o papel do outro, seja ele professor ou aluno, é muito importante para elaborações e (re)significações, assim como o diálogo estabelecido nesse contato com o outro.

Já a prática do registro, confirmamos, tem um potencial muito grande nas aulas de matemática: proporciona ao professor conhecer o pensamento do aluno, ao mesmo tempo em que permite a este refletir sobre seu aprendizado e (re)elaborar suas estratégias, trabalhando com diversos tipos de escrita, inclusive com o gênero problema matemático. Também é uma prática relevante para a reflexão da professora e da pesquisadora, cujo duplo papel assumi. Diante disso, é necessário romper com uma cultura em que a escrita é vista como algo que não faz parte da aula de matemática.

Desse modo, o movimento que objetivamos analisar refere-se às ações envolvidas no desenvolvimento do “Projeto”, as quais possibilitaram a aprendizagem de conceitos que, embora já trabalhados na escola, não foram produzidos com compreensão pelos alunos.

Com relação à segunda questão – quais conceitos relacionados à geometria, no que incluímos também as grandezas geométricas, foram trabalhados no desenvolvimento das tarefas –, listamos: o conceito de quadrado, de trapézio retângulo, de decomposição de figuras planas, de perímetro, de área, de volume, de ângulos como rotação, de raio, de diâmetro, de área lateral de prismas.

Além disso, o movimento de sala de aula criado possibilitou que os alunos pudessem fazer comparações, estimativas e constatações; ter contato com vocabulário diferenciado, desencadeado pelas discussões ou pelas exigências das ferramentas utilizadas – *software*, normas para cadeirantes; e sistematizar procedimentos referentes à transformação de unidades de medidas, determinação do perímetro de polígonos, de áreas de figuras planas, usando ou não a decomposição, do volume de prismas de base retangular, de dimensões possíveis para uma figura plana conhecida sua área etc.

É importante salientar que, à medida que alguns conceitos ou procedimentos eram trabalhados e apropriados pelos alunos, serviam de sustentação para a elaboração de novos conceitos ou procedimentos. Podemos elencar que: o conceito de decomposição de figuras planas foi fundamental para a formação do conceito de trapézio retângulo; o conceito de área

contribuiu para a compreensão do conceito de área lateral de prismas, assim como para a assimilação do procedimento para o cálculo do volume; os procedimentos para o cálculo da área de triângulos e retângulos permitiram a sistematização de procedimentos para o cálculo da área do trapézio retângulo, entre outros.

No entanto, vale destacar que, no processo por nós vivenciado, embora o segundo objetivo fosse identificar os conceitos de caráter geométrico, mobilizados e construídos, muitos outros foram trabalhados, ultrapassando os fins propostos. Houve grupos que trabalharam com critérios de arredondamentos de números, Teorema de Pitágoras, proporcionalidade, sistemas de equações, porcentagem e localização de pontos no plano cartesiano.

Pressupúnhamos que o *software* possibilitasse a aprendizagem geométrica, e, no entanto, a partir das tarefas propostas e do movimento desencadeado pelo “Projeto”, pudemos – e poderíamos ainda mais, se disponibilizássemos de mais tempo – avançar para outros campos da matemática, como o da álgebra, da probabilidade, da combinatória e de muitos outros não abordados no decorrer da escrita deste trabalho, por se tratar uma vasta quantidade de dados produzidos. Sem contar as muitas discussões para além da matemática, de âmbito social, cotidiano, de outras disciplinas, que surgiram e poderiam ter sido mais aprofundadas, destacando também as habilidades desenvolvidas com relação ao uso da tecnologia computacional.

Juntamente com o movimento de sala de aula vivenciado e os conceitos aflorados a partir desse movimento, e até mesmo nos momentos que antecederam a pesquisa, vieram as reflexões. Elas revelaram que, do movimento de pesquisa da própria prática, fazem parte angústias, preocupações, incertezas, decisões repentinas, imprevistos, situações que necessitam ser administradas e negociadas, enfrentamento das resistências, planejamentos, aprendizados, impressões, constatações e reflexões decorrentes das opiniões dos alunos. Saber lidar com todas essas questões faz parte da prática docente.

Também é fato que aprendi muito com os alunos e com esse movimento da pesquisa, o que se reflete na minha prática atual. Apesar disso, como o ser humano é suscetível a falhas, reconheço que muitas vezes me equivoquei, deixei passar situações relevantes e não fiz boas perguntas, que ajudassem os alunos a avançar. Portanto, (re)pensar sobre a prática, por mais doloroso que seja, é também um aprendizado.

Acreditamos, com base nos dados, que esse “Projeto” tenha possibilitado não apenas a mobilização e a construção de saberes matemáticos escolares, mas também, de outros saberes não escolarizados, trazidos pelos alunos nas discussões e que as enriqueceram, uma vez que

permitiram uma reflexão crítica da realidade. Consideramos também importante que a escola saiba acolher o conhecimento não escolarizado que o aluno traz de experiências cotidianas e, a partir dele, possibilite tanto a transformação dessa experiência quanto a apropriação de novos conhecimentos.

Contudo, ressaltamos que se essa pesquisa fosse realizada em uma escola constituída predominantemente por alunos do centro urbano, em que eles tivessem outras experiências e não tivessem contato nenhum com as questões afloradas durante o desenvolvimento das tarefas – divisa, tijolo de meia, reboco, à meia, demão, concreto que iria nas ferragens, esquadreamento, empréstimo no banco etc. –, os resultados e, talvez, os sentidos produzidos fossem outros, ou até mesmo, não tivessem significado algum. Afinal, cada escola tem sua particularidade, sua identidade, se constrói histórico-socialmente e é formada por sujeitos que possuem “práticas e saberes dos quais se apropriaram em diferentes momentos e contextos de vida” (EZPELETA; ROCKWELL, 1989, p.18). A diversidade de termos e conhecimentos, os quais fazem parte das práticas sociais dos alunos envolvidos, garantiram a riqueza do movimento de sala de aula vivenciado e proporcionaram apropriações e (re)significações. A realidade bastante diferenciada desses alunos influenciou diretamente nas potencialidades das tarefas propostas. Isso também evidencia o papel que o professor precisa ter na seleção das tarefas para o público particular com o qual irá trabalhar.

Outro aspecto a destacar é que pudemos perceber qual é a escola que temos hoje e como os alunos estão chegando ao final do Ensino Médio. Uma escola que não acompanha as mudanças da sociedade, pautada no paradigma do exercício e não na produção de sentidos, em que conceitos básicos não fazem parte dos saberes dos alunos ao chegarem à última etapa da escolarização básica, e em que estes, muitas vezes, saem da escola sem tê-los aprendido com compreensão. Mas, diante desse cenário, após anos vivenciando um modelo de aula de matemática, a pesquisa revela como é possível que uma professora tente fazer a diferença com esses alunos. Não é nossa intenção atribuir culpas, mas destacar que, embora seja difícil, é possível mudar, conforme aponta Freire (1996). Para o autor, intervir na realidade é indispensável à prática educativa e, além disso, constitui-se uma tarefa muito mais complexa e gera muito mais saberes do que adaptar-se a ela.

Salientamos também as condições e o esforço feito para que o trabalho pudesse ser realizado. Durante o desenvolvimento da pesquisa, superei problemas técnicos e de acesso aos computadores, além de outros obstáculos; me deparei com a falta de conhecimentos de medidas e de geometria, com concepções enraizadas nas aulas tradicionais, entre outros desafios. Os resultados evidenciam que, quando há intencionalidade, persistência na busca de

ferramentas, disponibilidade por parte do professor; e quando ele acredita e investe no trabalho do aluno, os conflitos são superados e a aprendizagem acontece. Como “nem tudo são flores”, além dos obstáculos enfrentados, muitas vezes precisei dar broncas, mediar conflitos, convencer alguns grupos a realizarem as tarefas propostas, enfim, resolver problemas comuns à sala de aula. No entanto, com menos ou mais empenho, todos se dispuseram a realizar as tarefas propostas.

Assim como a resolução de problemas, também a utilização do *notebook* na sala de aula é um instrumento motivador para o envolvimento dos alunos com as tarefas. Por um lado, anteriormente, a não utilização da sala de informática parecia um obstáculo para a realização da pesquisa, pelo fato de a quantidade de grupos ser maior do que o número de *notebooks* disponíveis e também pela falta de internet para esclarecimento de dúvidas e curiosidades que os grupos viessem a ter. Porém, agora, esse acontecimento é visto como um fato que evitou transtornos e indisposições com os demais membros da comunidade escolar; uma vez que eu iria “me apossar” da agenda da sala de informática durante os meses da pesquisa, e os alunos teriam que se deslocar entre as duas salas – a de aula e a de informática – várias vezes no período. Com a impossibilidade de pôr em prática esse primeiro esquema de trabalho, pudemos trabalhar com algo inovador para esses alunos e para essa escola.

Não podemos deixar de assinalar que o *software* foi fundamental para criar todo o movimento destacado na pesquisa. Possibilitou investigações, descobertas por “tentativa e erro”, autoria e, até mesmo, produção de conhecimentos básicos referentes ao uso do computador, o que muitos não possuíam. Os mesmos problemas, propostos sem a sua utilização, não despertariam interesse, não mobilizariam os alunos, não provocariam interações entre eles e não possibilitariam uma aprendizagem com sentido. A compreensão de alguns conceitos e procedimentos de resolução seria impossível ou difícil de acontecer – com ou sem a utilização de *software* –, caso os alunos trabalhassem apenas no plano. Assim, uma das vantagens do *Sweet Home 3D* é permitir a movimentação e a visualização tridimensional. Em consequência disso, proporcionou o entendimento em diversas circunstâncias vivenciadas, como, por exemplo, na questão da área da parede ou do volume, nas situações de medição envolvidas na colocação dos móveis, entre outras.

É fato que a escola ainda não sabe lidar muito bem com o avanço tecnológico. “Embora as TIC e, especificamente, o computador, sejam elementos presentes no dia a dia das pessoas em geral e, em particular, de muitos professores, sua efetiva integração na sala de aula é, ainda, demasiadamente tímida” (ALLEVATO; ONUCHIC; JAHN, 2010, p. 206). Pensa-se, na maioria das vezes, que utilizar tecnologia no processo de aprendizagem é

simplesmente trocar o livro, o caderno e o lápis, a lousa e o giz, por uma lousa digital e um computador ou *tablet* para cada aluno. Introduzir os recursos tecnológicos no ambiente escolar não se resume a utilizá-los como meros reprodutores de conteúdos, sem espaço para a construção do conhecimento. De acordo com Allevato, Onuchic e Janh (2010), ao utilizar o computador como ferramenta de resolução de problema, deve-se adequar o problema ao objetivo que se pretende alcançar, utilizar problemas abertos que permitam a construção e a amarração entre conhecimentos matemáticos.

Nesse sentido, concordamos que a Educação deve acompanhar o avanço tecnológico, a fim de que “os alunos possam vivenciar ambientes significativos de aprendizagem, nos quais as novas tecnologias estejam presentes, possibilitando-lhes desenvolverem novas maneiras de gerar e disseminar o conhecimento” (MISKULIN, 1999, p. 50). Para isso, o professor precisa compreender que, embora seja algo trabalhoso, permeado de obstáculos, de problemas técnicos e que exige estudo e dedicação da sua parte, o trabalho com a tecnologia é vantajoso e gratificante; por isso vale a pena ser adotado em sua prática.

Vale também enfatizar que os conceitos envolvidos nos diálogos e nas tarefas, embora constituam o currículo de anos anteriores, neste trabalho puderam ser abordados de forma a possibilitar sua compreensão com sentido. Reconhecemos, assim, a necessidade de que a aprendizagem faça sentido para o aluno desde o início da escolaridade, e, para isso, entendemos que sejam indispensáveis, ainda, muitas mudanças.

Acreditamos que, enquanto a escola ficar parada no tempo e não trabalhar de maneira que os conteúdos tenham significado para os alunos, não teremos uma educação matemática de qualidade, com a formação de alunos que, reportando ao conceito de matemática apontada por Skovsmose (2007), saibam lidar com noções matemáticas, aplicá-las em diferentes contextos e refletir sobre essas aplicações.

Esperamos ter deixado contribuições tanto para o campo da Educação Matemática – pesquisa, ensino e formação de professores – como para o da Educação em geral.

Quanto ao que me referi na Introdução como sendo o meu “sonho não alcançado” de ser arquiteta ou engenheira, acredito que este trabalho me proporcionou uma grande satisfação. Embora não o tenha suprido, trouxe uma significação daquilo de que eu gostava tanto e que por circunstâncias da vida, não se concretizou. Foi uma forma de unir a minha “paixão adquirida” por Geometria, o meu sonho de trabalhar com construções, o movimento de ensino e aprendizagem e o projeto de mestrado.

E assim encerramos este trabalho, acreditando que ele não seja o fim, mas o começo de uma nova etapa: a luta por um ensino mais significativo.

REFERÊNCIAS

ABRANTES, Paulo. Investigações em Geometria na sala de aula. In: VELOSO, E. et al.(Org.). **Ensino da Geometria no virar do milênio**. Lisboa: DEFCUL, 1999. Disponível em:

<http://www.nre.seed.pr.gov.br/umarama/arquivos/File/educ_esp/texto_paulo_abrantes.pdf>

Acesso em: 15 abr. 2015.

ALLEVATO, Norma; ONUCHIC, Lourdes R.; JAHN, Ana Paula. O computador no ensino-aprendizagem-avaliação de matemática: reflexões sob a perspectiva da resolução de problemas. In: JAHN, Ana Paula; ALLEVATO, Norma S. G. (Org.). **Tecnologias e Educação Matemática: ensino, aprendizagem e formação de professores**. Recife: SEBEM, 2010.

ALRØ, Helle; SKOVSMOSE, Ole. **Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

ANDRADE, José Antonio Araújo; NACARATO, Adair Mendes. **Tendências didático-pedagógicas para o ensino de geometria**. In: REUNIÃO DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO (ANPED), 27., 2004. Disponível em: <<http://27reuniao.anped.org.br/gt19/t197.pdf>> Acesso em: 01 abr. 2015.

BAGNE, Juliana. **A elaboração conceitual em matemática por alunos do 2º ano do ensino fundamental: movimento possibilitado por práticas interativas em sala de aula**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade São Francisco (USF), 2012. 206 p.

BAIRRAL, Marcelo. Movendo discos, construindo torres, matematizando com futuros professores. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, nº 38, p. 95-110, 2001. Disponível em:<<http://www.ufrj.br/SEER/index.php?journal=gepem&page=issue&op=view&path%5B%5D=67>> Acesso em: 20 jan.2015.

BARBOSA, Kelly C. Beterelli A.; NACARATO, Adair Mendes; PENHA, Paulo César. A escrita nas aulas de matemática revelando crenças e produção de significados pelos alunos. **Série-Estudos - Periódico do Mestrado em Educação da UCDB**. Campo Grande-MS, n. 26, p. 79-95, jul./dez. 2008. Disponível em: <<http://www.serie-estudos.ucdb.br/index.php/serie-estudos/article/view/218>> Acesso em: 20 jan.2015.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto, 1994. p. 150-182.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Secretaria de Educação Média e Tecnológica (Semtec). **PCN + Ensino médio**: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ciências da Natureza, Matemática suas Tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Secretaria da Educação Básica (SEB). **Orientações curriculares do Ensino Médio**: Ciências da natureza, matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEB, 2008.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Tipografia Matemática, 1951.

COSTA, Jorge Luís. **Provas e validações em geometria em um grupo de dimensão colaborativa**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade São Francisco (USF), Itatiba, 2008a.166 p.

COSTA, Jorge Luís. Uma caixa geradora de conhecimentos. In: NACARATO, Adair Mendes; GOMES, Adriana Aparecida Molina; GRANDO, Regina Célia (Org.). **Geometria na escola básica**: narrativas de professores em (trans)formação. São Carlos: Pedro & João Editores, 2008b.

ERNEST, Paul. Investigações, resolução de problemas e Pedagogia. In: ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; PONTE, J. P. (Org.). **Investigar para aprender matemática**: textos selecionados. Lisboa: Projeto MPT; APM, 1998.

EZPELETA, Justa; ROCKWELL, Elsie. A escola: relato de um processo inacabado e construção. In: EZPELETA, Justa; ROCKWELL, Elsie. **Pesquisa participante**. 2. ed. São Paulo: Autores Associados, 1989.

FAINGUELERNT, Estela K.; NUNES, Kátia Regina A. **Matemática**: práticas pedagógicas para o ensino médio. Porto Alegre: Penso, 2012.

FIGUEIREDO, Ana Paula Nunes Braz; MORAIS, Leonardo Bernardo de. A compreensão do conceito de volume como grandeza no ensino médio. In: ENCONTRO PARAIBANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (EPBEM), 7., 2012. **Anais...** Disponível

em:<http://editorarealize.com.br/revistas/epbem/trabalhos/Comunicacao_336.pdf> Acesso em: 18 abr. 2015.

FLICK, Uwe. **Introdução à pesquisa qualitativa**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

FONSECA, Maria da Conceição F. R. Conceito(s) de numeramento e relações com o letramento. In: LOPES, Celi A. E.; NACARATO, Adair M. (Org.). **Educação Matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidade**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2009. p. 47-60.

FONTANA, Roseli Ap. Cação. **Mediação pedagógica na sala de aula**. Campinas, SP: Autores Associados, 2000.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1982.

FREIRE, Paulo. **Professora sim, tia não: cartas a quem ousa ensinar**. São Paulo: Olho d'água, 1994.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GOMES, Alexandra; RALHA, Eufrida. O conceito de ângulo: experiências e reflexões sobre o conhecimento matemático de (futuros) professores do 1.º ciclo. **Quadrante** – APM, v. 16, n. 1, 2005. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/1822/7018>> Acesso em: 17 abr. 2015.

GRAVINA, Maria Alice. Geometria dinâmica uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 7., nov. 1996, Belo Horizonte, Brasil. **Anais...** p.1-13, Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/EDUCACAO_E_TECNOLOGIA/GEODINAMICA.PDF> Acesso em: 18 fev. 2015.

HIEBERT, James et al. **Making sense: teaching and learning mathematics with understanding**. Portsmouth: Heinemann, 1997.

LIMA, Claudia Neves do Monte Freitas de. **Investigação da própria prática docente utilizando tarefas exploratório-investigativas em um ambiente de comunicação de ideias Matemáticas no Ensino Médio**. (Dissertação de Mestrado) – Programa de Pós-Graduação *Scripto Sensu* em Educação. Universidade São Francisco, Itatiba, SP, 2006. 204p.

LIMA, Paulo Figueiredo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. Grandezas e medidas. In: BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Secretaria da Educação Básica (SEB). **Matemática: Ensino Fundamental**. Brasília, MEC/SEB: 2010. (Coleção Explorando o Ensino, v.17).

LIMA, Paulo Figueiredo; CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes de. Geometria. In: BRASIL. Ministério da Educação (MEC). Secretaria da Educação Básica (SEB). **Matemática: Ensino Fundamental**. Brasília, MEC/SEB: 2010. (Coleção Explorando o Ensino, v.17).

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo, SP: EPU, 1986.

LUVISON, Cidinéia da Costa; GRANDO, Regina Célia. Gêneros textuais e a matemática: uma articulação possível no contexto da sala de aula. **Reflexão e Ação**, Santa Cruz do Sul, v.20, n.2, p.154-185, jul./dez.2012. Disponível em: <<http://online.unisc.br/seer/index.php/reflex/article/view/3035>> Acesso em: 25 mar. 2015.

MANECHINE, Selma Rosana Santiago. **Construção de signos matemáticos: uma proposta didático-metodológica para as séries iniciais do ensino fundamental**. 2006. 304 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência, Área de Concentração: Ensino de Ciências) – Curso de Pós-Graduação em Educação para a Ciência, Universidade Estadual Paulista, Bauru, SP.

MENDONÇA, Maria do Carmo D. **Problemática: um caminho a ser percorrido em educação matemática**. 1993. 307 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, 1993.

MIGUEL, Antonio et al. **História da matemática em atividades didáticas**. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MISKULIN, Rosana G. S. **Concepções teórico-metodológicas sobre a introdução e a utilização de computadores no processo ensino/aprendizagem da geometria**. Tese (Doutorado), Universidade de Campinas (Unicamp), Campinas, 1999.

MOURA, Anna Regina Lanner de; LORENZATO, Sergio. O medir de crianças pré-escolares. **Zetetiké**, Campinas, SP, v.9, n. 15-16, p. 7-42, jan./dez. 2001.

NACARATO, Adair Mendes. A escrita nas aulas de matemática: diversidade de registros e suas potencialidades. **Leitura: Teoria & Prática**, Campinas, v.31, n.61, p.63-79, nov. 2013. Disponível em: <<http://ltp.emnuvens.com.br/ltp/article/view/196>> Acesso em: 21 jan. 2015.

NACARATO, Adair Mendes; GOMES, Adriana Aparecida Molina; GRANDO, Regina Célia (Org.). **Geometria na escola básica: narrativas de professores em (trans)formação**. São Carlos: Pedro & João Editores, 2008.

NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi A. Espasandin. Práticas de leitura e escrita em Educação Matemática: tendências e perspectivas a partir do Seminário de Educação Matemática do COLE. In: LOPES, Celi A. E.; NACARATO, Adair M. (Org.) **Educação Matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidade**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2009.

NACARATO, Adair Mendes; PASSOS, Carmem Lúcia Brancaglioni. **A geometria nas séries iniciais: uma análise da prática pedagógica e da formação de professores**. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

PACHECO, Mirela Stefânia. **Geometria plana e inclusão digital: uma experiência a partir do cotidiano dos alunos EJA**. 2009, 120 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS.

PAIS, Luis Carlos. Intuição, experiência e teoria geométrica. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 4, n. 6, p. 65-74, jul-dez. 1996.

PAIS, Luis Carlos. **Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria**. In: REUNIÃO DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO (ANPED), 23., 2000. Disponível em: <<http://23reuniao.anped.org.br/textos/1919t.PDF>> Acesso em: 11 dez. 2014.

PINHEIRO, Sandra; VALE, Isabel. **Formulação de problemas e criatividade na aula de matemática**. In: FERNANDES, J. A. et al. (Org.). In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 24., 2013. **Atas...** Braga: APM; CIEd da Universidade do Minho, 2013. Disponível em: <http://www.apm.pt/files/S5-C1-Pinheiro_529d2b8e136d7.pdf>. Acesso em: 04 abr. 2015.

PORTO, Tânia Maria Esperon. As tecnologias de comunicação e informação na escola; relações possíveis... relações construídas. **Revista Brasileira de Educação**, v. 11, n. 31, jan./abr. 2006. Campinas, SP: Autores Associados; Anped.

POWELL, Arthur; BAIRRAL, Marcelo. **A escrita e o pensamento matemático**: interações e potencialidades. Campinas, SP: Papyrus, 2006.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Caderno do professor**: Matemática, Ensino Médio – 2ª série, volume 4. São Paulo: SEE, 2009.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo**: Matemática e suas Tecnologias. São Paulo: SEE, 2010.

SILVA, Rodrigo Gabriel da. **Explorando o terreno das pesquisas**: panorama das pesquisas brasileiras desenvolvidas na Educação Básica com abordagem em Geometria mediada pelas tecnologias digitais. 2011, 172 p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP.

SILVER, Edward. Acerca da formulação de problemas de matemática. In: ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; PONTE, J. P. (Org.). **Investigar para aprender matemática**: textos selecionados. Lisboa: Projeto MPT e APM, 1998.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação crítica**: incerteza, matemática e responsabilidade. Tradução de Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Tradução de Orlando Carlos Figueiredo e Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas, SP: Papyrus, 2008.

VILA, Antoni; CALLEJO, Maria Luz. **Matemática para aprender a pensar**: o papel das crenças na resolução de problemas. Porto Alegre: Artmed, 2006.

ANEXOS

ANEXO I:

Quadro de organização da pesquisa

Data	2º B		2º C	
	Nº de aulas	Tarefas desenvolvidas	Nº de aulas	Tarefas desenvolvidas
16/09			2	Instalação do software nos notebooks; Organização dos grupos; Escolha do nome para o caderno de registros; Apresentação do software.
17/09	1	Organização dos grupos; Escolha do nome para o caderno de registros;	2	Problema 1: Planejando uma cozinha
19/09	1	Instalação do software; Apresentação do software	1	Problema 1: Planejando uma cozinha
23/09	2	Problema 1: Planejando uma cozinha	2	Problema 1: Planejando uma cozinha; Resolução dos problemas propostos sobre a cozinha projetada;
24/09	1	Problema 1: Planejando uma cozinha	2	Socialização dos problemas propostos sobre a cozinha projetada; Problema 2: A casa do cadeirante
25/09	1	Problema 1: Planejando uma cozinha		
26/09	1	Problema 1: Planejando uma cozinha	1	Socialização das cozinhas
30/09	2	Problema 1: Planejando uma cozinha; Resolução dos problemas propostos sobre a cozinha projetada	2	Problema 2: A casa do cadeirante
01/10	1	Socialização dos problemas propostos sobre a cozinha projetada;	2	Problema 2: A casa do cadeirante

		Socialização das cozinhas		
02/10	1	Problema 2: A casa do cadeirante		
07/10	2	Problema 2: A casa do cadeirante	2	Problema 2: A casa do cadeirante; Problema 3: A casa da dona Silvia
08/10	1	Problema 2: A casa do cadeirante	2	Problema 2: A casa do cadeirante; Problema 3: A casa da dona Silvia
09/10	1	Problema 2: A casa do cadeirante		
21/10 ⁸⁸	2	Problema 2: A casa do cadeirante; Problema 3: A casa da dona Silvia	2	Resolução dos problemas propostos sobre a casa do cadeirante;
22/10	2 ⁸⁹	Resolução dos problemas propostos sobre a casa do cadeirante;	2	Socialização dos problemas propostos sobre a casa do cadeirante;
23/10	1	Socialização dos problemas propostos sobre a casa do cadeirante;		
24/10			1	Socialização das casas do cadeirante
28/10	2	Problema 3: A casa da dona Silvia	2	Socialização das casas do cadeirante; Problema 3: A casa da dona Silvia; A casa dos sonhos
29/10	2	Problema 3: A casa da dona Silvia; A casa dos sonhos	2	Problema 3: A casa da dona Silvia; A casa dos sonhos
30/10	1	Socialização das casas do cadeirante		
31/10			1	Problema 3: A casa da dona Silvia; A casa dos sonhos
04/11	2	Problema 3: A casa da dona Silvia; A casa dos sonhos	2	Problema 3: A casa da dona Silvia; A casa dos sonhos

⁸⁸ Esse espaçamento de datas se refere ao período de recesso previsto no calendário das escolas da rede pública estadual.

⁸⁹ Após esse período vigorou um horário adaptado, que consegui junto à direção da escola para ficar com dois dias da semana com aula dupla nessa sala, visando melhor desenvolvimento do projeto.

05/11	2	Problema 3: A casa da dona Silvia; A casa dos sonhos	2	A casa dos sonhos; Resolução dos problemas propostos sobre a casa da dona Silvia
06/11	1	A casa dos sonhos		
07/11			1	Resolução dos problemas propostos sobre a casa da dona Silvia
11/11	2	Resolução dos problemas propostos sobre a casa da dona Silvia	2	Resolução dos problemas propostos sobre a casa da dona Silvia; A casa dos sonhos
12/11 ⁹⁰	3	Resolução dos problemas propostos sobre a casa da dona Silvia; A casa dos sonhos	3	Resolução dos problemas propostos sobre a casa da dona Silvia; A casa dos sonhos
13/11	1	Socialização da casa da dona Silvia		
14/11			1	Socialização da casa da dona Silvia
18/11	2	Socialização dos problemas propostos sobre a casa da dona Silvia; A casa dos sonhos	2	Socialização dos problemas propostos sobre a casa da dona Silvia; A casa dos sonhos
19/11	2	A casa dos sonhos; Formulação dos problemas	2	A casa dos sonhos; Formulação dos problemas
20/11	1	A casa dos sonhos; Formulação dos problemas		
25/11	2	A casa dos sonhos; Formulação dos problemas	2	A casa dos sonhos; Formulação dos problemas
26/11	2	A casa dos sonhos; Formulação dos problemas	2	A casa dos sonhos; Formulação dos problemas
27/11	1	Socialização das casas dos sonhos		
28/11			1	Socialização das casas dos sonhos

⁹⁰ Nessa data fiquei três aulas em cada uma das salas devido à ausência de professores que estavam aplicando a prova do SARESP (Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo) em outra unidade escolar.

02/12	2	Resolução dos problemas formulados	2	Resolução dos problemas formulados
03/12	2	Correção dos problemas formulados; Registro Final	2	Correção dos problemas formulados; Registro Final
04/12	1	Devolução dos problemas formulados corrigidos; Registro Final		
05/12			1	Devolução dos problemas formulados corrigidos; Registro Final

ANEXO II:
Caderno de registros

Caderno de Registros



2º C:

Projetando Sonhos

Grupo:

Caderno de Registros



#Projeto2ºB

Grupo:

Sumário

<i>Etapa I: Resolvendo problemas</i>	3
Problema 1: Planejando uma cozinha	3
Registros sobre o Problema 1	3
Quadro de registros de problemas encontrados durante a utilização do <i>Sweet Home 3D</i>	5
Problemas 2: A casa do cadeirante	6
Registros sobre o Problema 2	6
Quadro de registros de problemas encontrados durante a utilização do <i>Sweet Home 3D</i>	8
Problema 3: A casa da Dona Silvia	9
Registros sobre o Problema 3	10
Quadro de registros de problemas encontrados durante a utilização do <i>Sweet Home 3D</i>	12
<i>Etapa II: Construindo a casa dos meus sonhos</i>	13
1º Passo: Escolhendo o terreno	13
2º Passo: Caracterizando a família	17
3º Passo: Projetando a casa	18
Registros	18
Quadro de registros de problemas encontrados durante a utilização do <i>Sweet Home 3D</i>	20
<i>Etapa III: Formulando problemas</i>	21
1º Momento: Formulação dos problemas	21
Problema 1	21
Problema 2	23
2º Momento: Resolução dos problemas	25
Problema 1	25
Problema 2	26
3º Momento: Correção dos problemas	27
Problema 1	27
Problema 2	28
4º Momento: Devolução dos problemas corrigidos	29
Problema 1	29
Problema 2	30
<i>Registro Final</i>	31

Parte I: Resolvendo problemas

Problema 1: Projetando uma cozinha

Para começar a familiarização com o *software Sweet Home 3D* pensem em uma cozinha. Pode ser a da casa de vocês, a que vocês viram em algum lugar ou a que vocês sonham em ter. Vocês escolhem.

Como vocês projetariam essa cozinha?

Registros sobre o Problema 1:

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Quadro de registros sobre os problemas encontrados durante a utilização do *Sweet Home 3D*:

Problemas encontrados durante a construção	Propostas de solução para o problema	Resultados alcançados

Problema 2: A casa do cadeirante

O senhor Jacinto morava apenas com sua esposa em uma bela casa de dois andares. Certo dia, ele se envolveu em um acidente de trânsito que mudou sua vida completamente. Além de perder a esposa, ficou dependente de uma cadeira de rodas para se locomover.

Diante dessa situação, decidiu construir uma casa nova e mobiliá-la de modo que tivesse mais facilidade de acesso aos cômodos e de locomoção.

O terreno ele já possui. É plano e tem 8 m de largura por 20 m de comprimento. Agora ele precisa contratar um profissional para projetar a sua futura casa e para orientá-lo sobre a melhor forma de organizar os móveis.

Coloquem-se na posição do profissional contratado pelo senhor Jacinto e projetem a sua futura casa.

Registros sobre o Problema 2:

[illegible]

Quadro de registros sobre os problemas encontrados durante a utilização do *Sweet Home 3D*:

Problemas encontrados durante a construção	Propostas de solução para o problema	Resultados alcançados

Quadro de registros sobre os problemas encontrados durante a utilização do *Sweet Home 3D*:

Problemas encontrados durante a construção	Propostas de solução para o problema	Resultados alcançados

Parte II: Construindo a casa dos meus sonhos

Imagine agora que vocês, depois de muito economizarem, conseguiram juntar uma quantia em dinheiro e finalmente vão realizar um sonho: Comprar um terreno e construir a casa própria.

1º passo: Escolhendo o terreno

Para procurar o terreno, vocês têm duas opções: páginas de *sites* de imobiliárias da região (Amparo, Pinhalzinho, Tuiuti e Morungaba) e folha de classificados de um Jornal de Bragança Paulista.

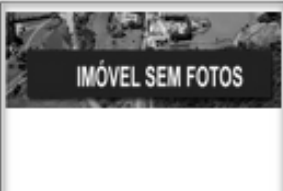
Terrenos em Amparo- SP

	Terreno Ref.:80 150 m²	PARQUE RODRIGUES AMPARO - SP			R\$ 120.000,00	R\$ 0,00
	Terreno Ref.:181 150 m²	VALE VERDE AMPARO - SP			R\$ 70.000,00	R\$ 0,00
	Terreno Ref.:106 300 m²	JARDIM PAULISTANO AMPARO - SP	0	0	R\$ 300.000,00	R\$ 0,00
	Terreno Ref.:242 160 m²	CENTRO AMPARO - SP	0	0	R\$ 230.000,00	R\$ 0,00
	Terreno Ref.:249 600 m²	VILA RICA AMPARO - SP	0	0	R\$ 500.000,00	R\$ 0,00

Terrenos em Pinhalzinho – SP

 Terrenos Finalidade: Venda 7000 m² · Bairro: · Cidade: Pinhalzinho · Garagens: · Quartos: R\$ 400.000,00 + detalhes	 Terrenos Finalidade: Venda 250 m² · Bairro: · Cidade: Pinhalzinho · Garagens: · Quartos: R\$ 65.000,00 + detalhes	 Terrenos Finalidade: Venda 300 m² · Bairro: · Cidade: Pinhalzinho · Garagens: · Quartos: R\$ 85.000,00 + detalhes
 Terrenos Finalidade: Venda 200 m² · Bairro: · Cidade: Pinhalzinho · Garagens: · Quartos: R\$ 60.000,00 + detalhes	 Terrenos Finalidade: Venda 1000 m² · Bairro: · Cidade: Pinhalzinho · Garagens: · Quartos: R\$ 400.000,00 + detalhes	 Terrenos Finalidade: Venda 400 m² · Bairro: · Cidade: Pinhalzinho · Garagens: · Quartos: R\$ 70.000,00 + detalhes

Terrenos em Tuiuti – SP

 Terreno com 1 alqueire- T18 Dormitórios: Suites: Finalidade: Venda R\$ 110.000,00	 Terreno com 3.713m²- T49 Dormitórios: Suites: Finalidade: Venda R\$ 100.000,00	 Imobiliária Nova Tuiuti Belíssimo terreno com 1.000m²- T03 Dormitórios: Suites: Finalidade: Venda R\$ 80.000,00
 Imobiliária Nova Tuiuti Terreno com 3.018m²- T04 Dormitórios: Suites: Finalidade: Venda/ Permuta R\$ 90.000,00	 IMÓVEL SEM FOTOS Excelente Terreno com 1.000m²- T37 Dormitórios: Suites: Finalidade: <u>Venda</u> R\$ Pequena entrada + parcelas fixas	 Imobiliária Nova Tuiuti Terreno com 300m²- T02 Dormitórios: Suites: Finalidade: a vista R\$ 100.000,00

Terrenos em Morungaba – SP



Ótimo terreno c 640m² bairro nobre. - (04-B)
terreno c/ 640 m² Jardim Flaibam uma **ótimo** localização excelente
 prego , uma (chácara **centro da cidade**). ...

↳ R\$ 120.000,00



Ver mais
detalhes

Formulário
de contato

Adicionar à
lista de favoritos



Ótimo terreno 710m² lugar privilegiado - (03-B)
 terreno c 710m² **Jardim** Flaibam c/ ótima **localização** e
 prego, próximo ao centro da cidade. ...

↳ R\$ 130.000,00



Ver mais
detalhes

Formulário
de contato

Adicionar à
lista de favoritos



T602

Terreno em Morungaba

400 m²

R\$ 80.000,00



AT030

Terreno em Morungaba

630,49 m²

R\$ 150.000,00



AT029

Terreno em Morungaba

702 m²

R\$ 180.000,00



T604

Terreno em Morungaba

250 m²

R\$ 70.000,00

Terrenos em Bragança Paulista - SP

Bragança Paulista, 6 de Setembro de 2014

BRAGANÇA-JORNAL DIÁRIO

CLASSIFICADOS BJD: 4034-0490

CLASSIFICADOS BJD: 4034-0490

CLASSIFICADOS

IMÓVEIS

ALUGAM-SE

* Casa Jd. Laranjeiras, 3d. (1 s.), gar. 2a., R\$ 1.300,
* Casa Jd. América III, 3d. (1 s.), gar. 2a., R\$ 1.800.,
F.: 99795-0855 (partic.).

RESIDENCIAL QUINTA DOS VINHEDOS

Excelente casa com ótima localização em condomínio. Imóvel novo c/ acabamento de 1ª. R\$ 224.000,00 Mil. Cod. 7981 (11) 3404-0000 9.8963-5831 Creci: 56.735

VEREDA AMÉRICA

Vendo/troco terreno de 537,70 m², em suave declive, cercado de casas, face Norte. Tratar: 4034-1110 / 99989-1110. Creci 36905.

COND. TERRAS DE SANTA CRUZ

Excelentes terrenos em condomínio de alto padrão. Lote com 600m², 100 Mil Lote com 700m², 115 Mil Cod. 0188 (11) 3404-0000 9.9298-8186 Creci: 56.735

COL. SÃO FRANCISCO

Excelente terreno de 565,62 m², active, frente p/ área verde. R\$ 280.000., Tratar: 4034-1110 / 99989-1110. Creci 36905.

CAMPOS DO CONDE

455m² em cond. fechado de alto padrão. Excel. oportunidade em local nobre, próximo ao centro da cidade. R\$ 117.000,00 Mil. Cod. 7800 (11) 3404-0000 9.9299-9390 Creci: 70.858

APTO. R\$ 150 MIL OPORTUNIDADE!

2 qts. (1 c/ arm. emb.), coz. c/ arm., sala, banh. c/ Box, área útil 50 m², excelente acabo.,

CASA SÃO MIGUEL

* 2q, sl, coz, wc, gar, R\$ 115 mil;
* casa na Fraternidade, 2q, sl, coz, wc, + 3 cômodos fds, R\$ 100 mil;
* Apto. no CDHU, todo reform., c/ acbto no gesso, R\$ 65 mil;
* Casa Águas Claras, 5 cômodos, R\$ 180 mil;
* Apto. Elias Barbari, 2q, sl, coz, wc, todo reformado, R\$ 130 mil. F.: 97114-4912.

VENDE-SE

Direto c/ proprietário, terreno no Condomínio Campos do Conde, 509 m². R\$ 30 mil de sinal + parcelas. F.: 99913-3292.

VENDO 2 LOTES

Vem Viver, Q. S. L. 4 e 5, feito terraplanagem. R\$ 75 mil cada, quitado e c/ escr. reg. F.: (11) 2466-7044 / (11) 99432-2542.

JARDIM DO TREVO

Chácara c/ áreas de 2.000 m², c/ vista panorâmica, excelente local. R\$ 70,00 o m². Tratar: 4034-1110 / 99989-1110. Creci 36905.

ALUGA-SE APTO.

Centro, 1 ste., 2 dorm., sala, coz., lavabo, lav., qtal. e vaga p/ 2 autos. Tel. (11) 97378-6076.

PORTAL DE BRAGANÇA

Terreno 448 m², suave declive, parte alta do loteamento, R\$ 250.000. Terreno 699,30 m², suave declive, parte alta do loteamento, R\$ 340.000., Tratar: 4034-1110 / 99989-1110. Creci 36905.

TROCA-SE DIR. PROPR.

IMÓVEL COML. ALUGA-SE 400 m² - Centro

Amplio salão seminovo, sem divisórias, facilitando adaptações p/ uso, banheiros p/ clientes e p/ funcionários, pisos frios, frente envidraçada, no melhor ponto da Av. Ant. Pires Pimentel, 736 (piso superior). Oportunidade p/ iniciar novos negócios ou expandir atividades. Tel. 99916-5363.

CENTRO

Casa térrea, 3 dorms. living, coz, lavanderia, dep. de empregada, porão e quintal. Excel. localização, próx. a escola e supermercado. Ac. financ. Só 290 mil. Imperdível. Coc. 4698 (11) 3404-0000 (11) 9.9627-5532 Creci: 70.858

APTO. CDHU

Vendo, todo reformado, c/ garagem, ót. bloco, excelente localização, várias opções de compra. Ligue e confira! Direto c/ proprietário. F.: 97343-5838 (V).

KITNET NO CENTRO

Com garagem, linda vista. R\$ 130.000. F.: 97264-0239 (Vivo).

CASA NOVA

Rec. dos Ipês, 3dorms. (1 ste.), á. constr. 97 m², terr. 265 m². F.: 4035-1857 / 99889-1509 / 99842-3206.

ÚLTIMAS UNIDADES

Minha Casa Minha Vida Planejada III, por R\$ 120 mil. Tel. 97449-3959.

IMPERDÍVEL

Planejada I, terr. 250 m², ótimo p/ construir (active). R\$ 105 mil. Tel. 97449-3959.

VENDO TERRENO

Vem Viver, terr. esquina, 175 m², R\$ 32 mil de entr. + 100 x R\$ 480. Tel. 97449-3959.

JD. SÃO MIGUEL

Vendo terreno, ½ lote, 125 m², pronto p/ construir, não desmembrado, p/cond., R\$ 30.000. F.: 4032-9134 / 99674-6550.

ALUGO CASA

Res. das Ilhas, 3d(1ste), sala, coz, banh., lavabo, gar. 2a. F.: 98184-5759 / 98227-5129.

ALUGO CASA

São Lourenço, 3 dorm, sl, coz,

APTO CDHU VDO

Ót. bloco, refor. c/ móveis plan., R\$ 55 mil. F.: 99791-1608.

VENDO TERRENO

1.000 m², B. Boa Vista, próx. campo São João, 800 m do asfalto. F.: 97314-8572 Janaina / 97448-9713 Evandro.

2 CASAS V. APDA.

2d, gar, R\$ 200.000 cd., financiã; 3 casas Jd. São José, todas c/3d., sl, gar., etc., R\$ 430 mil, R\$ 400 mil e R\$ 350 mil; terreno Hípica Jaguari, 430 m², R\$ 130.000; terreno Alzira de Oliveira, 260 m², R\$ 85.000; casa R. Sto. Antonio - Lavapés, 2d, etc, R\$ 140.000; barracão, 130 m², R\$ 200.000, est. p/ outro andar. F.: 99682-5937 / 99889-8755.

VEM VIVER

Na entrada do loteamento, área comercial, R\$ 85.000. F.: (11) 97242-8096.

VEM VIVER

Casas c/3 dorms, piso em porcelanato, R\$ 180.000. F.: (11) 97242-8096.

VEM VIVER

Lote c/ 140 m², R\$ 135.000 + dívidas. F.: (11) 97242-8096.

ÁGUAS CLARAS É PLANEJADA I

Sobrados MCMV, últimas unidades. F.: (11) 97242-8096.

RECANTO DOS YPÊS

Casa 3 dorms, c/ instalação para ar condicionado, porcelanato. F.: (11) 97242-8096.

MCMV

Sobrados 2d, sl, coz, wc, Planejada, São Miguel, Águas Claras, Vila Davi. F.: 4032-1084 / 97194-7172.

VISTA ALEGRE

Casa 3d(1ste), sl, coz., gar. 2 autos, a partir de R\$ 280.000. F.: 4032-1084 / 97194-7172.

APTO. V. BERNADETE

2d, sl, coz, wc, vg p/1 auto, a partir de R\$ 165.000. F.: 4032-1084 / 97194-7172.

SUPREMA IMÓVEIS

Aluga, Pq. Brasil, R\$ 770, 3 dorms., sl, coz, wc, gar.1a. F.: 2473-2948 / 97252-1525 / C. 147.727. www.suprema7.com.br

SUPREMA IMÓVEIS

Ponto coml., João Franco, 160 m², wc, R\$ 1.350. F.: 2473-2948 / 97252-1525 / C. 147.727. www.suprema7.com.br

VENDE OU TROCA

Barracão, semi acabado. F.: (11) 4033-4750 / (11) 99594-1675.

TERRENO 250 m²

Dentro da cidade, apenas R\$ 48 mil, ac. auto. F.: (11) 4033-4750 / (11) 99594-1675.

TERRENO P/ CHÁCARA

1.000 m², com escritura, só R\$ 65 mil. F.: (11) 4033-4750 / (11) 97355-7780.

400 m² ESQUINA

Ideal p/construção casas MCMV. Consulte-nos! F.: (11) 4033-4750 / (11) 97355-7780.

LOTES EM JARINU - SP

Doc. ok, só R\$ 25 mil, ac. auto. F.: (11) 4033-4750 / (11) 97355-7780.

TERRENOS

Água Comprida, bela vista, plano, c/água, luz(aprova), 1.067 m², limpo, ao lado da represa, 12 km do Centro, exc. p/chác/invest, apenas R\$ 40.000, tenho + terrenos. F.: 2277-4543 / 97305-3843.

ALUGO CASA

Jd. Anchieta, térrea, plana, sem escadas, ótimo local, 4 dorms (ste master), sl, coz, escrit., gar. 4 autos, R\$ 1.600, aceita caução e oferta. F.: 2277-4543 / 97305-3843.

ALUGA-SE CASA

2 dorms, sl, coz, wc, lav., gar. 2 autos, R. Catanduva, 276, Jd. Recreio, R\$ 800. F.: 99939-9021 / 4603-1532.

VENDO OU TROCO

Apto. Res. Colibri. F.: 99841-2263 c/ Edson.

SÃO MIGUEL R\$ 38 MIL

Mais parc., dir. prop., terreno declive, com casa muito simples, ac. tr. F.: 94144-5726.

ALUGAM-SE QUARTOS

Mob., próx. Centro. F.: 97478-5402.

TERRENO VEM VIVER

R\$ 33.000 + parcelas de R\$ 347, aceito carro. F.: 96185-1658.

ALUGO -

3d,s,c,wc,gar, 1390 / 97465

PLAN

Financiã. 2 c gar. 2 auto F.: 99646-1

ÁGUA

Lindos sobr coz., wc, qts F.: 99646-1

MIN

Parcelas a pe seu FGTS p simulação. F.

Jd. S/ Sobrados 2d gar. R\$ 120 r

TERR. ½ lote, R\$ 50

2l Menin.

ED. I 2 dorm., gar.

NO Prédio c/ 3 cada. F.: 99

LC CO

- Centro: si Zecchin Jr.,

- Planejada R. Eriberto

- Planejada Dr. Arnal

Cerdeira, p 1.300, e pa

R\$ 1.500., F.: 99831-4

LC RES

- Planejada 2 carros, R

- Planejada dos Santo

qts., gar. : - Planejada

1 carros, R

- Planejada 1 carros, R

- Planejada 1 carros, R

F.: 99831-4

FRA

Casa 2 qts. Morales, R\$

e saldo em F.: 99831-4

FRA

Casa 3 qts R\$ 130.000

Por que vocês escolheram esse terreno?

[illegible]

2º passo: Caracterizando a família

Agora que vocês já escolheram o terreno, façam a caracterização da família que vai morar nessa casa.

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

3º passo: Projetando a casa

Mãos à obra! Projetem a casa dos seus sonhos.

Registros:

[illegible]

Quadro de registros sobre os problemas encontrados durante a utilização do *Sweet Home 3D*:

Problemas encontrados durante a construção	Propostas de solução para o problema	Resultados alcançados

Parte III: Formulando problemas

1º Momento: Formulação dos problemas

Com base na casa construída na Parte III, agora vocês vão formular 2 problemas para que outro grupo resolva, posteriormente.

Problema 1:

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Problema 2:

[illegible]

2º Momento: Resolução dos Problemas

Agora, resolvam os problemas que seus colegas formularam e registrem as observações e ponderações que queiram com relação a tais problemas:

Problema 1:

[illegible]

Problema 2:

[illegible]

3º Momento: Correção dos problemas

Analise as resoluções apresentadas aos problemas que vocês formularam e registrem suas observações.

Problema 1:

[illegible]

Problema 2:

[illegible]

4º Momento: Devolução dos problemas corrigidos

Agora avaliem as análises realizadas sobre as soluções que vocês apresentaram aos problemas.

Problema 1:

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Problema 2:

[illegible]

Registro Final

Pensem em tudo o que vocês fizeram durante a realização do Projeto e escrevam algumas considerações finais.

[illegible]

