

UNIVERSIDADE SÃO FRANCISCO  
Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação

**IRIS APARECIDA CUSTÓDIO**

**O MOVIMENTO DE SIGNIFICAÇÕES NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DE  
GEOMETRIA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Itatiba  
2016

**IRIS APARECIDA CUSTÓDIO – R.A.002201501124**

**O MOVIMENTO DE SIGNIFICAÇÕES NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DE  
GEOMETRIA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco como requisito parcial para a obtenção de título de Mestre em Educação.

Linha de Pesquisa: Educação, Sociedade e Processos Formativos.

Orientadora: Prof.a D.ra Adair Mendes Nacarato.

Itatiba  
2016

371.399.514 Custódio, Iris Aparecida.

C991m

O movimento de significações no processo de ensino e de aprendizagem de geometria nos anos iniciais do ensino fundamental / Iris Aparecida Custódio. -- Itatiba, 2016.  
199 f.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco.  
Orientação: Adair Mendes Nacarato.

1. Ensino e aprendizagem de geometria. 2. Produção de significações. 3. Elaboração conceitual. 4. Anos iniciais do ensino fundamental. 5. Letramento matemático escolar.  
I. Nacarato, Adair Mendes. IV. Título.



UNIVERSIDADE SÃO FRANCISCO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU*  
EM EDUCAÇÃO

Iris Aparecida Custodio defendeu a dissertação "O MOVIMENTO DE SIGNIFICAÇÕES NO PROCESSO DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL" aprovada no Programa de Pós Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco em 20 de dezembro de 2016 pela Banca Examinadora constituída pelos professores:

Profa. Dra. Adair Mendes Nacarato  
Orientadora e Presidente

Profa. Dra. Cármen Lúcia Brancaglion Passos  
Examinadora

Profa. Dra. Ana Paula de Freitas  
Examinadora

Aos professores deste país que lutam por uma  
Educação Pública de qualidade.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Capes pelo apoio financeiro, sem o qual não haveria possibilidade de desenvolver esta pesquisa.

A meus pais, Sebastiana e Samuel, a minha irmã, Iara, e a meus tios, Eunice, Valdevino e Antônio, pelo incentivo, pelo apoio, pelo carinho e pelo amor nos momentos de dificuldade e, principalmente, pela compreensão por todas as ausências ao longo do período de realização do mestrado.

A minha grande amiga, professora e orientadora da graduação, Silvia, por todas as aprendizagens no decorrer de minha formação inicial e pelo incentivo ao ingresso no Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco.

A minha querida orientadora, professora Adair, pelo profissionalismo e pela competência na orientação da presente investigação, por todo carinho e cuidado, pela compreensão, pelo apoio, pelos ensinamentos e pelas trocas no decorrer da construção desta dissertação. Foram meses de muita aprendizagem sobre Educação, Educação Matemática, docência e pesquisa.

À querida professora parceira, Cidinéia, grande amiga e companheira de estudos, por ter aberto as portas de sua sala de aula e ter contribuído para o desenvolvimento desta pesquisa enquanto leitora crítica do trabalho e também pelas contribuições em minha formação como pesquisadora.

Aos colegas Denise e Jónata pela leitura crítica e pelas colaborações ao trabalho.

Aos professores e aos funcionários do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* do *campus* Itatiba da Universidade São Francisco.

Aos colegas do mestrado e dos grupos de estudos e pesquisas Obeduc, Grucomat e Hifopem pelas trocas e pelas aprendizagens.

Às professoras doutoras Ana Paula de Freitas, Carmen Lúcia Brancaglioni Passos e Silvia Maria Medeiros Caporale pela leitura cuidadosa do texto e pelas contribuições no Exame de Qualificação.

Aos professores do Departamento de Ciências Exatas da Universidade Federal de Lavras por todo o incentivo durante e após a conclusão de minha graduação, em especial aos professores: Rosana, José Antônio, Amanda e Mário.

A meus queridos amigos — particularmente, a Paulo Henrique, Janaina, Simone, Zilda e Kátia — pelo apoio, pelo incentivo e pelo colo nos momentos de dificuldade. À querida Niuza pelo auxílio em todo o mestrado, inclusive com minha mudança para Itatiba.

Às colegas de apartamento — Elizabeth, Osileide, Marina e Kellen — pela convivência.

Todo ser humano aprende: se não aprendesse, não se tornaria humano. Aprender; no entanto, não equivale a adquirir um saber, entendido como conteúdo intelectual: a apropriação de um saber-objeto não é senão uma das figuras do aprender. (CHARLOT, 2000, p.65).

CUSTÓDIO, Iris Aparecida. **O movimento de significações no processo de ensino e de aprendizagem de geometria nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2016. 199f. Dissertação (Mestrado em Educação) — Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2016.

## RESUMO

A presente investigação de abordagem qualitativa, em âmbito de mestrado, financiada pela Capes, focaliza as significações produzidas, nas relações sociais, no processo de elaboração conceitual em Geometria em uma sala de aula de 3º ano do Ensino Fundamental, em que a pesquisadora (licenciada em Matemática) assumiu uma parceria com a professora regente da turma, em virtude da participação de ambas em grupos de natureza colaborativa, sendo um deles o Programa Observatório da Educação (Obeduc). Como sustentação teórica, pauta-se em pressupostos da perspectiva histórico-cultural para a discussão sobre a elaboração conceitual e sobre o movimento de significações, aprendizagem e desenvolvimento. Discorre-se ainda sobre a constituição do pensamento geométrico e sobre o letramento matemático escolar. A produção dos dados ocorreu de maio a dezembro de 2015, período em que as aulas foram videogravadas e transcritas em diário de campo da pesquisadora. Tem-se como questão de investigação: “Quais significações são produzidas, por alunos do 3º ano do Ensino Fundamental, quando inseridos em uma prática problematizadora de ensino e aprendizagem de Geometria?”. Como objetivos específicos, busca-se: caracterizar a cultura de sala de aula para o ensino de Geometria e identificar suas contribuições e analisar o movimento de elaboração conceitual, em Geometria, dos alunos e as estratégias potencializadoras dessa elaboração. Em virtude da perspectiva teórico-metodológica assumida, pauta-se na análise microgenética, para a qual foram selecionados recortes de momentos de interação (episódios) nos quais conceitos geométricos estavam em discussão. Esses episódios são organizados em duas unidades de análise: o movimento de significações *nas* e *pelos* relações nas aulas de Geometria e o processo de elaboração de conceitos geométricos mediado pelas linguagens. Os resultados revelam que, em um primeiro contato com modelos (sólidos geométricos) e desenhos (representações gráficas de figuras geométricas), as crianças tentavam articulá-los às vivências anteriores e aos objetos provenientes de seus contextos sociais e culturais. Essas relações estabelecidas se vinculam a conceitos que ainda estão em elaboração ou a conceitos espontâneos, por isso a multiplicidade de significações. Os alunos estabeleceram relações, identificaram características a partir da manipulação e exploração de modelos e de desenhos e concluíram que estes (modelos e desenhos) são formas diferentes de representação de um mesmo conceito. Conseguiram diferenciar superfícies poliédricas de superfícies não poliédricas e perceber que as faces dos poliedros são polígonos. Reconheceram ainda que os poliedros possuem arestas e vértices e que as arestas são formadas pelo encontro de lados dos polígonos que compõem as faces. Compreenderam também que a esfera não possui planificação. Ademais, constataram que os poliedros são composições de faces poligonais e criaram imagens mentais de figuras planas e espaciais, visualizando as transformações resultantes de rotações, translações e planificações de figuras espaciais. Tudo isso foi mediado pelas linguagens que se articulam nas interações entre sujeitos. É possível identificar como os momentos de interação em sala de aula são base para a constituição de significações, potencializadas pela exploração de modelos e viabilizadas por meio de tarefas intencionalmente elaboradas. Por intermédio da mediação semiótica e pedagógica, o professor pode criar um ambiente de investigação propício para que se desencadeie a elaboração conceitual.

**Palavras-chave:** Ensino e aprendizagem de Geometria. Produção de significações. Elaboração conceitual. Anos iniciais do Ensino Fundamental. Letramento matemático escolar. Obeduc.

## ABSTRACT

The present qualitative study, performed within the scope a Masters research project and financed by Capes, focuses on the meanings produced through social relationships in the process of conceptual elaboration in geometry in a third grade classroom in which the researcher (who has a Bachelors degree in Mathematics) worked in partnership with the teacher, with both participating in collaborative groups, one of which included the Education Observatory Program (Obeduc). From a theoretical approach, the study is based on assumptions of the historical-cultural perspective for a discussion on conceptual elaboration and on the movement of meanings, learning, and development. We also discuss the constitution of geometric thinking and mathematical literacy in school. The production of data occurred from May to December 2015. During this time the classes were video-recorded and transcribed in a field notebook. The research question is: “What meanings are produced by third grade students when inserted into a problematizing practice of teaching and learning geometry?” As specific objectives, we aim to: analyze the classroom culture in the teaching of geometry and identify the contributions of this culture, as well as analyze the movement of conceptual elaboration in geometry of the students and the potentiating strategies of this elaboration. Due to the theoretical-methodological perspective that was used, we base ourselves on microgenetic analysis, for which we selected specific moments of interaction (episodes) in the classroom in which geometric concepts discussed. These episodes are organized into two units of analysis: the movement of creation of meanings *in* and *by* relationships in geometry classes and the process of elaboration of geometric concepts mediated by languages. The results reveal that, in their first contact with the models (geometric solids) and drawings (graphical representations of geometrical figures), the children tried to relate them to their previous experiences and to objects that are part of their social and cultural contexts. The relationships established are linked to concepts that are still in elaboration or to spontaneous concepts; this explains the multiplicity of meanings. The students established relationships and identified characteristics through the manipulation and exploration of models and drawings; they concluded that these models and drawings are different forms of representing a same concept. They were able to differentiate polyhedral surfaces from non-polyhedral surfaces and understand that polyhedron faces are polygons. They also recognized that the polyhedron has edges and vertices and that the edges are formed by the meeting of the sides of the polygons that make up the faces. They also understood that the sphere cannot be flattened. In addition, they found that polyhedrons are compositions of polygonal faces and they created mental images of flat and spatial figures, visualizing the transformations resulting from rotations, translations and planning of spatial figures. All this was mediated through the languages articulated in the interaction between participants. It is possible to identify how moments of interaction in the classroom are the basis for the creation of meanings, potentialized by exploration of the models and made feasible by intentionally elaborated tasks. By means of semiotic and pedagogical mediation, the teacher can create an environment of discovery that is conducive to triggering the process of conceptual elaboration.

**Keywords:** Geometry teaching and learning. Production of meanings. Conceptual elaboration. Initial years of elementary education. Mathematical literacy. Obeduc.

## LISTA DE FOTOS

FOTO 1 – Al comparando a base do modelo cilindro com o desenho do círculo e com o desenho do cilindro .....	110
FOTO 2 – Al rodando o modelo de pirâmide de base hexagonal .....	117
FOTO 3 – Desenho feito por Lu.....	150
FOTO 4 – Desenho de Nad .....	154
FOTO 5 – Desenhos de Nad mostrando as abas da caixa .....	155
FOTO 6 – Nad apontando que a tampa ficou menor.....	156
FOTO 7 – A nova caixa de Nad .....	156
FOTO 8 – Emi gesticula tentando mostrar o movimento de abrir a caixa .....	160
FOTO 9 – Ra mostrando o movimento de planificar .....	161
FOTO 10 – Desenho do retângulo produzido por Ge .....	172
FOTO 11 – A possível planificação do cilindro.....	173
FOTO 12 – Possíveis planificações do cilindro: segunda discussão.....	175

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Material fornecido aos alunos para a realização da tarefa 1 .....	108
FIGURA 2– Corte partindo da altura da pirâmide hexagonal .....	117
FIGURA 3 – Desenhos fornecidos aos alunos .....	122
FIGURA 4 – Tarefa 2: proposta para o reconhecimento das faces que compõem algumas formas poliédricas .....	129
FIGURA 5 – Registro feito por Ge no <i>Mentemático</i> .....	170
FIGURA 6 – Planificação do Vin .....	174

## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - Recorte da escrita de Nad no Mentemático, com transcrições da pesquisadora .....	166
QUADRO 2 - Continuação da escrita de Nad .....	167
QUADRO 3 - Transcrição do registro de Ge .....	170

## SUMÁRIO

<b>1 COMO TUDO COMEÇOU: AS INQUIETAÇÕES INICIAIS.....</b>	<b>9</b>
<b>2 TORNANDO-ME PROFESSORA DE MATEMÁTICA: DA ESCOLA RURAL AO MESTRADO EM EDUCAÇÃO .....</b>	<b>16</b>
2.1 “Nunca vi ninguém viver tão feliz como eu no sertão”: a infância na roça e o início da escolarização... ..	17
2.2 As experiências escolares no Ensino Fundamental II e no Médio .....	21
2.3 O início da vida profissional e a opção pela Licenciatura em Matemática .....	26
2.4 As primeiras experiências como professora de Matemática .....	31
2.5 O ingresso no Mestrado em Educação: os novos desafios... ..	33
<b>3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....</b>	<b>37</b>
3.1 Obeduc – Parcerias que deram certo .....	37
3.2 Atores desta história: os alunos e a escola.....	40
3.3 A professora, as aulas de Geometria e nossa parceria.....	43
3.4 As tarefas .....	45
3.5 A construção metodológica da pesquisa.....	46
3.6 Constituir-se pesquisadora também é um processo... Os instrumentos de produção e os procedimentos de análise dos dados.....	49
<b>4 UMA REFLEXÃO INICIAL: CONTEXTUALIZANDO O ENSINO DE GEOMETRIA NA CONCEITUALIZAÇÃO DE CIÊNCIA E DE MATEMÁTICA</b>	<b>53</b>
4.1 O papel da Matemática na constituição da Ciência Moderna .....	54
4.2 Tendências da pesquisa em Educação e do ensino de Matemática e Geometria no Brasil	57
<b>5 ASPECTOS DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO E ELABORAÇÃO CONCEITUAL EM GEOMETRIA .....</b>	<b>68</b>
5.1 A natureza do pensamento geométrico: alguns elementos históricos de sua constituição .	68
5.2 O processo de elaboração conceitual em Geometria .....	80
5.3 Aspectos da linguagem e suas confluências com os letramentos .....	92
<b>6 SIGNIFICAÇÕES E ELABORAÇÃO DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS: CARACTERIZAÇÃO DE UMA CULTURA DE SALA DE AULA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA .....</b>	<b>106</b>
6.1 “Esse é o telhado da casa...”: significações nas e pelas relações nas aulas de Geometria	107
6.2 A linguagem como signo mediador do processo de elaboração conceitual em Geometria	

<b>7 O AMBIENTE DE PRODUÇÃO DE SIGNIFICAÇÕES: CONSIDERAÇÕES SOBRE O PROCESSO EXPERIENCIADO .....</b>	<b>178</b>
7.1 Significações produzidas: o movimento de elaboração conceitual e a cultura de sala de aula .....	178
7.2 O processo formativo propiciado pela investigação.....	184
7.3 Novas frentes de pesquisa .....	186
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>188</b>
<b>APÊNDICE A .....</b>	<b>195</b>

## 1 COMO TUDO COMEÇOU: AS INQUIETAÇÕES INICIAIS

As questões relativas à Matemática me intrigaram desde a infância, seja quando ouvia meu pai discutir quanto eram três quartos de “uma medida” de café mais “meia medida”, seja quando minha mãe, envolvida nos afazeres da casa, se lançava no preparo de um bolo e dizia a quantidade de cada ingrediente em voz alta para que minha irmã e eu pudéssemos aprender. Questionava-me constantemente sobre o que eram os três quartos e a “meia medida” e sobre como era possível juntar essas quantidades. Mais que aprender a receita do bolo, queria entender o que era uma xícara e meia, três quartos de xícara. Assim, desde cedo surgiu o interesse pela Matemática e por sua utilização cotidiana.

Com o início da vida escolar, detalhada no capítulo seguinte, pensei que as questões que me intrigavam em casa ou na rua seriam desvendadas, mas, na maioria das vezes, elas não eram levadas para a sala de aula, apenas aprendíamos algoritmos que deveriam ser reproduzidos várias vezes, até que fossem memorizados. Quase sempre, eu não conseguia fazer uma conexão entre esses algoritmos e os procedimentos utilizados por meus pais em seus cálculos diários.

Em 2009 ingressei no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Lavras (Ufla) e em 2011 iniciei o período dos estágios supervisionados e a participação no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid), essas indagações continuaram a surgir durante as aulas das quais participava nas escolas de Educação Básica. Geralmente, ouvia os alunos questionarem seus professores sobre os motivos de alguns conceitos matemáticos serem trabalhados em sala de aula e sobre o modo como poderiam ser utilizados na vida cotidiana. Reconheci na vivência desses estudantes a minha: muitas vezes, os algoritmos eram simplesmente reproduzidos até sua memorização, e nenhuma investigação era proposta. Vale destacar que tais práticas, provavelmente, ainda permaneçam de modo paralelo a práticas investigativas e problematizadoras, uma vez que tais discussões ainda são recentes.

Embora na Universidade não tenha aprofundado estudos referentes ao letramento matemático, tive a oportunidade de participar de eventos, como o I Seminário de Escritas e Leituras em Educação Matemática (I Selem) em 2012. Nele, conheci algumas pesquisas, por exemplo: a de Pellatieri (2013), que aborda a questão do letramento matemático, e a de Luvison (2011), que trata da leitura e da escrita em aulas

de Matemática. A partir daí, comecei a refletir sobre minhas experiências com a Matemática ao longo da vida, incluindo o período da graduação e o término desta em 2013, momento em que já atuava como professora. Percebi que muitos desses questionamentos sobre as práticas matemáticas cotidianas estavam relacionados ao letramento e, mais especificamente, ao letramento matemático.

Desde esse momento comecei a me interessar por estudar o assunto, o que foi possibilitado por minha inserção no Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação (Mestrado) do *campus* Itatiba da Universidade São Francisco, na linha de pesquisa “Educação, Sociedade e Processos Formativos”, por minha participação no Programa Observatório da Educação (Obeduc), já que este tem como foco o letramento matemático escolar e a formação docente, e pelas aulas de uma das primeiras disciplinas do Mestrado, cursada no primeiro semestre de 2015, denominada “Estudos sobre letramento” e ministrada pela prof.a d.ra Luzia Bueno. As aulas pautavam-se em discussões sobre as vertentes de pesquisa que abrangem aspectos dos letramentos, sendo que a perspectiva adotada para a disciplina foi embasada nos estudos de Brian Street (2004, 2014).

Embora posteriormente faça uma discussão mais aprofundada sobre as práticas de letramento, julgo oportuno explicitar minhas concepções iniciais. Baseada em Kleiman (1995) e Street (2004, 2014), entendo o letramento como um conjunto de processos que envolvem leitura e escrita como práticas socioculturais. Quando nos referimos ao letramento, não estamos nos limitando à aquisição dos códigos oral e escrito, que também são práticas de letramento, mas considerando-os de maneira mais ampla, de forma a abarcar o âmbito social e o cultural, que não se restringem ao espaço escolar. Desse modo, o letramento não estaria reduzido à escolarização, pois se constitui por práticas sociais e culturais de leitura e escrita, e estas extrapolam os muros da escola.

Partindo dos estudos de Fonseca (2009), Fonseca e Cardoso (2005) e Mendes (2007), definiria o letramento matemático como a tecnologia de aquisição do fazer matemático pautado na dimensão sociocultural. Ele não se restringe ao aprendizado das primeiras noções de matemática ou à matemática escolar, mas se pauta em uma concepção que vai além do domínio de códigos matemáticos, considerando a produção, o uso, o ensino e a aprendizagem de conhecimentos matemáticos como práticas sociais.

Meus pais, por exemplo, não tiveram acesso à escolarização, mas possuíam suas técnicas para fazer cálculos aritméticos. Quando queriam calcular “uma medida” de café mais três quartos da medida, procediam da seguinte forma: a medida de café correspondia a um cesto de bambu de 60 L; portanto, meia medida correspondia a 30 L. Um quarto é metade da meia medida, por conseguinte, 15 L; se quero três quartos, vou pegar três vezes a metade da meia medida, ou seja,  $3 \times 15 = 45$  L. Assim, uma medida mais três quartos desta correspondem a  $60 + 45 = 105$  L. Ainda que não tivessem passado pelo processo de escolarização, meus pais criavam técnicas para realizar cálculos aritméticos e resolver seus problemas cotidianos. Essas práticas emergiam das necessidades diárias e da convivência com outros sujeitos que compartilhavam as técnicas desenvolvidas entre os grupos de trabalhadores do campo. Esses eventos inserem-se no campo do letramento matemático, que, como dito anteriormente, não se restringe ao ambiente escolar.

Apesar do aumento do número de pesquisas sobre essas questões, o conceito de letramento tem recebido críticas, uma vez que, para alguns estudiosos — Stieg (2014), por exemplo —, letramento é o próprio conceito de alfabetização, já amplamente estudada por Paulo Freire na década de 1960 e considerada em suas práticas sociais. Nas concepções de Freire (1996), a educação deve estabelecer uma relação dialética com o contexto social ao qual é destinada. Nesse sentido, a alfabetização transcende o simples domínio mecânico de técnicas de leitura e escrita. Ela é o domínio consciente dessas técnicas e é essa consciência que permite a compreensão do que está sendo lido e a escrita do que se compreende.

Assim, várias foram as inquietações que permearam minhas leituras e meus estudos iniciais no primeiro semestre do mestrado. Elas provinham também das disciplinas cursadas e das discussões com a orientadora desta pesquisa, além dos debates nos grupos de estudo e pesquisa<sup>1</sup> nos quais me inseri.

Um desses grupos, o Obeduc, tem como foco o letramento matemático escolar e a formação docente e elege anualmente um ramo da Matemática para ser trabalhado por meio de estudos teóricos e elaboração, desenvolvimento, socialização e discussões de tarefas. No ano de 2015, a escolha realizada pelos integrantes do grupo foi a Geometria.

Tal escolha acabou caminhando ao encontro de meus interesses pessoais, uma vez que a Geometria é uma das áreas da Matemática pela qual apresento grande

---

<sup>1</sup> Esses grupos serão retomados posteriormente.

afinidade, já que desde a graduação tive experiências com o processo de ensino e aprendizagem desse campo, em virtude dos projetos desenvolvidos no Pibid. Outro fato relevante é a experiência em Geometria da orientadora desta pesquisa. Com isso, a Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental tornou-se o tema norteador desta investigação, que tem como foco as possíveis práticas para o ensino e a aprendizagem de conceitos geométricos.

No Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco, algumas pesquisas já tiveram a Geometria como tema norteador. Uma delas é a de Andrade (2004), que tem como objetivo identificar e analisar as tendências didático-pedagógicas para o ensino de Geometria no Brasil entre os anos de 1987 e 2001. Outra investigação é a de Marquesin (2007), que discute as contribuições de práticas compartilhadas para a aprendizagem docente da Geometria com professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Costa (2008) que trata dos processos de provas e validações com atividades de investigações geométricas. Há também o estudo de Santos (2011), que discorre sobre as potencialidades do registro fotográfico e do processo de escrita dos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental na elaboração conceitual em Geometria. Apesar de não trabalhar com a Geometria, Bagne (2012) trata da questão da elaboração conceitual em Matemática por alunos do 2º ano do Ensino Fundamental, e tal debate é também uma das vertentes desta pesquisa.

O foco de investigação, portanto, consiste em responder a questão: “Quais significações são produzidas por alunos do 3º ano do Ensino Fundamental, quando inseridos em uma prática problematizadora de ensino e aprendizagem de Geometria?”. Como objetivo geral, queremos identificar as significações que vão sendo produzidas, a partir das relações sociais, na dinâmica de uma sala de aula, no processo de elaboração de conceitos geométricos. Friso que essa dinâmica se pauta em pressupostos da perspectiva histórico-cultural. Elencamos como objetivos específicos:

- 1) caracterizar a cultura de sala de aula para o ensino de Geometria e identificar suas contribuições;
- 2) analisar o movimento de elaboração conceitual em Geometria dos alunos e reconhecer as estratégias pedagógicas potencializadoras dessa elaboração.

A presente pesquisa foi desenvolvida em uma escola municipal de Bragança Paulista<sup>2</sup>, caracterizada mais adiante, em parceria com uma professora, também

---

<sup>2</sup> Bragança Paulista é uma cidade do interior do Estado de São Paulo, situada a 90 km da capital e possui

integrante do grupo Obeduc, que atuava no 3º ano do Ensino Fundamental. A turma possuía 32 alunos com idades entre 8 e 9 anos.

Tendo esses objetivos, no segundo semestre de 2015, das três disciplinas cursadas, duas tinham como foco a perspectiva histórico-cultural e os estudos desenvolvidos por Vigotski e seus colaboradores. Foram elas: “Pesquisas no e do cotidiano escolar”— ministrada pela prof.a d.ra Ana Paula de Freitas, pela prof.a d.ra Milena Moretto e pela prof.a d.ra Daniela Dias dos Anjos — e “Tópicos Especiais II: Estudos na perspectiva histórico-cultural”, lecionada pelas prof.as d.ras Adair Mendes Nacarato, Ana Paula Freitas e Daniela Dias dos Anjos.

As leituras e as discussões suscitadas no decorrer das disciplinas foram fundamentais para que eu pudesse começar a compreender o princípio orientador da perspectiva histórico-cultural, que consiste na dimensão sócio-histórica do funcionamento psicológico humano. Nessa abordagem, são as relações sociais que constituem o homem e o distinguem dos outros animais. O processo de desenvolvimento parte do âmbito social para o individual, no qual a produção cultural (formas de ação e pensamento), constituída social e historicamente, vai sendo reconstruída pelo sujeito. Assim, “é na sua relação com o outro que a criança vai se apropriando das significações socialmente construídas. [...] é o grupo social que, por meio da linguagem e das significações, possibilita o acesso a formas culturais de perceber e estruturar a realidade” (FONTANA; CRUZ, 1997, p.61). Esse movimento de apropriação das formas culturais produzidas socialmente é compreendido na perspectiva vigotskiana como desenvolvimento e é mediado pela linguagem, entendida como “[...] produto histórico e significante da atividade mental dos homens, mobilizada a serviço da comunicação, do conhecimento e da resolução de problemas” (FONTANA; CRUZ, 1997, p.83), que tem a palavra como principal mediadora da elaboração dos conceitos.

Nessa apropriação das formas culturais, a escola se torna o *locus* do desenvolvimento e da aprendizagem, uma vez que possibilita o acesso ao conhecimento de forma sistematizada e organizada, fornecendo as ferramentas necessárias para que a elaboração desse saber possa acontecer. Essas ferramentas fazem parte das práticas de letamentos, que serão retomadas mais adiante.

---

população estimada, em 2015, pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, de 162.435 habitantes (IBGE, 2016). Disponível em:< <http://cidades.ibge.gov.br/v3/cidades/municipio/3507605>>. Acesso: 09 de dezembro de 2016.

Antes de iniciar as discussões a respeito desta investigação, julgo propício apresentar um pouco de minha constituição pessoal e profissional, afinal, as escolhas que hoje faço, a professora e a pesquisadora nas quais venho me constituindo são decorrência de um longo percurso, atravessado por desafios, quedas, escolhas, pessoas, histórias, momentos, fases, aprendizagens e desenvolvimento. Rememorar a trajetória que me levou até o Mestrado em Educação é uma maneira de compreender parte de minhas inquietações e justificar as opções feitas até aqui.

Por isso o segundo capítulo desta investigação constitui-se um recorte de minha história de vida, organizado em um Memorial de Formação<sup>3</sup>. Nesse Memorial reconstruo meu processo de formação, destacando os contextos que influenciaram essa formação e, em especial, minha participação no Pibid/Ufla, no qual produzi meu Memorial de Formação, que se converteu em meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), sob orientação da prof.a d.ra Silvia Maria Medeiros Caporale, na época, doutoranda da USF.

Quero ressaltar ainda que o texto foi escrito na primeira pessoa do singular, embora acredite que minha voz não é solitária, mas fruto de um todo que foi perpassando minha trajetória de formação. O eu explicitado no texto é carregado de vozes que ecoam, provenientes dos educadores que contribuíram para minha formação profissional, de minha orientadora e de meus pais, familiares e amigos, responsáveis por minha formação ética e moral e pela constituição de minha personalidade. Esse “eu” é implicação de discussões em grupos de pesquisas e estudos, de textos lidos, de ideias de pesquisadores, de poesias e obras literárias, de músicas, de filmes, de viagens, de histórias, de pessoas, de memórias. O “eu” que perpassa todo o texto, não é só, mas constituído nas e pelas relações sociais, por isso minha voz e minha escrita não são minhas, mas fruto de todos os vínculos que me constituíram e continuam me constituindo.

No terceiro capítulo apresento o grupo Obeduc. Contextualizo a escola, os alunos, a professora e a parceria estabelecida. Faço um resumo das tarefas trabalhadas no decorrer da pesquisa. Discorro sobre a construção metodológica desta investigação.

---

<sup>3</sup>Para maiores discussões a respeito do Memorial de Formação ver Brabosa e Passeggi (2011) e Prado e Soligo (2005).

Realizo apontamentos sobre a constituição do “ser” pesquisadora. E finalizo com os procedimentos de análise.

Os capítulos quatro e cinco são a base teórica que orienta a pesquisa. No quarto trato do papel da Matemática para a constituição da Ciência Moderna, das tendências para o ensino de Matemática e de suas implicações para as pesquisas em Educação; e finalizo expondo algumas questões históricas sobre o ensino de Geometria no Brasil. No quinto apresento a natureza do pensamento geométrico e o processo de elaboração conceitual em Geometria; e concluo com alguns aspectos da linguagem e suas confluências para os letramentos.

O capítulo seis está organizado em duas unidades de análise. Nelas, exponho: os recortes de momentos da interação feita durante a realização das tarefas propostas, visando analisar a mediação semiótica do material manipulativo; as significações produzidas na interação entre alunos, entre alunos e professora, e entre alunos e pesquisadora; as mediações pedagógicas; a linguagem como signo mediador do processo de elaboração conceitual em Geometria; e a questão das práticas de letramento que perpassam todo o processo de elaboração conceitual.

A última seção textual encerra esta pesquisa e sugere novos caminhos que podem ser tomados a partir deste estudo. Nela faço algumas colocações sobre o movimento experienciado.

## **2 TORNANDO-ME PROFESSORA DE MATEMÁTICA: DA ESCOLA RURAL AO MESTRADO EM EDUCAÇÃO**

Aquilo que cada um se torna é atravessado pela presença de todos aqueles de que se recorda. Na narrativa biográfica, todos os que são citados fazem parte do processo de formação. (DOMINICÉ, 2010, p.56).

Neste capítulo apresento minha trajetória pessoal e profissional. Isso porque concordo com Dominicé (2010) quando sinaliza que nosso processo de formação é atravessado pelos que fizeram parte de nossa constituição, seja ela pessoal ou profissional.

Acredito que as posturas que hoje assumo, minha identidade profissional, meus preceitos morais e éticos, minhas crenças e meu perfil enquanto professora e pesquisadora se constituíram e continuam se constituindo a partir das experiências que, no decorrer de minha vida, pude vivenciar – sejam elas profissionais ou pessoais. Creio que não há motivos para separar o plano pessoal do profissional, uma vez que não há uma dicotomia, mas sim um diálogo, que permite que um afete, modifique e constitua o outro, simultaneamente. Nisso reside a importância do Memorial de Formação, que – além de ser um instrumento de formação, com o qual tive o contato inicial em 2011, ainda na graduação – é um veículo de identificação daquele que escreve, mostrando quem é o narrador, de onde fala e o porquê fala. As escolhas que hoje faço, os caminhos que assumi trilhar e inclusive meu olhar, minha interpretação para os dados produzidos para a pesquisa são implicações de todas as relações que perpassam minha história de vida. Sou professora, professora de Matemática, que se constituiu e continua se constituindo em um processo intenso e contínuo.

Acredito que olhar para nossa trajetória de vida não seja um movimento fácil, pois nossas histórias são formadas por inúmeras experiências, muitas delas dolorosas, frustrantes, desafiadoras. Mas concordo que, “ao recordar, passamos a refletir sobre como compreendemos nossa própria história e a dos que nos cercam” (PRADO; SOLIGO, 2005, p.6). Ao recordar, entramos no processo de ressignificação das experiências.

O fato é que quando escrevemos reflexivamente, é preciso combinar em nosso mundo interior as percepções que recolhemos do mundo

exterior, dando forma às nossas idéias e pensamentos. Então, pensar pode ser isso: uma auto-reflexão sobre o todo do mundo tal qual se apresenta para nós, um jeito de contá-lo a nós mesmo. (PRADO; SOLIGO, 2005, p.8).

Nas linhas que se seguem, tentarei rememorar algumas experiências, talvez aquelas que neste momento se apresentem mais relevantes...

## **2.1 “Nunca vi ninguém viver tão feliz como eu no sertão”: a infância na roça e o início da escolarização...**

Tudo começou em maio de 1990... Sou a filha mais velha de um casal de trabalhadores rurais mineiros que tiveram pouco acesso à escolarização. Minha mãe, vinda de uma família numerosa, precisou, desde muito cedo, trabalhar para ajudar nas despesas da casa, não tendo, por isso, a oportunidade de priorizar os estudos. Frequentou a escola durante uma semana e acabou desistindo por falta de estímulos, aprendeu a ler e escrever com meu avô e com a filha de sua patroa. Meu pai, também proveniente de uma família numerosa, não pôde priorizar os estudos, mas, diferentemente de minha mãe, conseguiu concluir o que hoje chamamos de Ensino Fundamental I.

Apesar das dificuldades de ambos, da falta de oportunidades, lembro-me que educação escolar sempre foi o foco dentro de minha casa. Acredito que eles queriam que as filhas conseguissem o que eles não conseguiram — formar-se, ter uma profissão que não fosse do meio rural —, pois eles sabiam das dificuldades enfrentadas pelos trabalhadores do campo. Mesmo tendo orgulho do que faziam, do trabalho que realizavam, meus pais queriam outras oportunidades para suas filhas.

Desde muito novas, minha irmã e eu, tivemos acesso a livros e revistas. Minha mãe adorava contar histórias para nós. Na maioria das vezes eram histórias que ela rememorava, histórias que ouviu enquanto criança ou famosos “causos” típicos das cidades mineiras, mas às vezes ela lia algumas de livros que tínhamos em casa. Isso ajudava a melhorar sua proximidade com as palavras.

Sempre tivemos dificuldades financeiras em casa, mas nunca nos faltou nada. Meus pais foram e continuam sendo guerreiros. Sustentaram-nos e educaram-nos com seu suor, literalmente. Suor que descia pelo rosto ao passar o dia todo embaixo do sol, enfrentando poeira, calor, às vezes chuva, frio. Mesmo o dinheiro sendo sempre

“contado”, expressão que usavam para dizer que o dinheiro era pouco para tantas despesas, não me lembro de não ter lido os livros que tive vontade; minha mãe sempre juntava algum dinheiro e guardava para quando aparecesse um livro que quiséssemos ler. Quando não podia comprar, ela conseguia emprestado.

Nosso material escolar sempre foi completo, minha mãe fazia questão de comprar os cadernos e os lápis mais coloridos, as canetinhas, a mochila, tudo para nos incentivar a querer ir à escola. Lembro que várias vezes meus pais deixaram de comprar algo necessário, como um remédio, para poder comprar um caderno que havíamos gostado. Não com o intuito de nos mimar, mas para nos incentivar a estudar!

Recordo-me bem o quanto minha mãe batalhou para pagar um curso de informática para nós. Ela fazia doces para vender no restaurante que ficava próximo a nossa casa, lavava as roupas da dona da fazenda onde meu pai trabalhava, fazia peças de crochê e ainda plantava feijão e outros grãos, tudo para conseguir algum dinheiro extra.

Meu primeiro dia de aula foi inesquecível. Minha mãe colocou meu material em uma mochila linda que havia comprado, junto com os cadernos e os lápis, colocou uma saia e um chinelinho, porque ficou com medo que eu sentisse calor na escola, preparou minha lancheira com muito carinho, colocou suco, bolo, tudo para não sentir fome até retornar para casa. Pensou em todos os detalhes, sou capaz de fechar os olhos e sentir os cheiros e as sensações daquele dia.

Morávamos na zona rural da cidade de Nepomuceno/MG<sup>4</sup>, mas a fazenda, mesmo sendo parte do município de Nepomuceno, ficava mais próxima à cidade de Carmo da Cachoeira/MG, por isso os alunos precisavam se locomover para uma escola que ficava na entrada desta última cidade. O ônibus vinha nos buscar na Rodovia Fernão Dias, lembro-me que na época, 1996, ela ainda não era duplicada nesse trecho e o local onde esperávamos o ônibus era muito perigoso. Minha mãe me levava e buscava todos os dias no ponto.

Lembro-me das lágrimas lavando seu rosto quando me viu entrar no transporte escolar pela primeira vez. Sua menina de 5 anos saía de casa pela primeira vez sozinha

---

<sup>4</sup>Nepomuceno é uma cidade basicamente agropecuária, situada no sul de Minas Gerais, com população estimada em 2016, pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2016), em 26.977 habitantes. A cidade encontra-se a 11 km da Rodovia Fernão Dias, BR 381, que liga os Estados de Minas Gerais e São Paulo, possuindo, dessa forma, ligação por intermédio de rodovias pavimentadas com as principais capitais do país e cidades vizinhas. Disponível em: <<http://cidades.ibge.gov.br/v3/cidades/municipio/3144607>>. Acesso: 09 de dezembro de 2016.

para enfrentar uma viagem de uns 20 minutos para seu primeiro dia de aula. Posso imaginar quanta coisa se passou naquele coração de mãe...

Fiquei muito animada com a nova rotina e, ao mesmo tempo, assustada, pois o ônibus ia lotado de crianças, todas muito mais velhas que eu. Sei que minha mãe ficava em casa com o coração apertado em ter que me deixar ir sozinha, mas era necessário... Hoje, já professora, penso nas condições de risco em que estão sujeitas as crianças e os adolescentes que necessitam de transporte escolar. Utilizei o transporte durante muitos anos, e quase sempre alunos viajavam em pé, por falta de bancos vazios. Não havia cintos de segurança nos bancos e a manutenção dos ônibus era realmente precária, havia bancos soltos, janelas quebradas, muitas vezes remendadas com papelão, piso e teto furados. Sem contar que o trajeto do ônibus incluía vias asfaltadas e não asfaltadas, fazendo com que a viagem demorasse mais do que o necessário.

A escola ficava na entrada da cidade de Carmo da Cachoeira, como já disse. Era rural e recebia todas as crianças dos municípios rurais da região que não possuíam escola. Adorava ir para lá e participar das aulas. No entanto, não cheguei a cursar a Educação Infantil.

Tive um professor no primário, não consigo me recordar seu nome nem sua fisionomia, mas lembro-me perfeitamente de dois fatos muito marcantes. O primeiro deles ocorreu em um dia em que o transporte escolar não chegou para que pudéssemos retornar para nossas casas. O professor ficou na escola por horas conosco, não sei quanto tempo ficamos esperando, tenho claro em minha memória que o motorista avisou que o atraso ocorrera em virtude de reparos no veículo. O professor, preocupado com toda aquela espera, entrou no ônibus e nos acompanhou durante a viagem para casa, desceu em cada ponto para explicar aos pais o porquê de tanta demora para retornarmos.

Outro fato muito marcante foi sua última atividade do ano letivo. A escola ia ser fechada, e os alunos seriam remanejados para escolas da zona urbana. Ele propôs, como última tarefa, que deixássemos marcada nossa passagem por aquele local. Primeiro fizemos o carimbo de nossos pés e de nossas mãos no caderno de artes. Em seguida, ele sugeriu que escolhêssemos nossa cor favorita, pintássemos as mãos e deixássemos na parede da sala de aula nossa marca, carimbando-a. Até pouco tempo, as marcas ainda estavam lá naquela pequena escola, hoje abandonada, com algumas paredes caídas.

Eram diversas mãozinhas coloridas, todas carimbadas na parede de nossa sala de aula. O caderno com o carimbo de meus pés e de minhas mãos tenho até hoje...

Assim que terminei o primário, final de 1996, ano em que foi promulgada a Lei nº 9.394/96 — Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) —, meus pais resolveram se mudar para outra fazenda, que ficava mais próxima da cidade de Nepomuceno. Lá havia uma escola municipal que atendia as crianças da fazenda, chamava-se Escola Municipal Levy Veiga, levava o nome do proprietário do local onde foi construída. Foi ali que terminei o Ensino Fundamental I.

Apesar de bem pequena, a escola era muito organizada. Possuía duas salas de aula, onde se dividiam as séries do primário: 1ª e 2ª na sala 1 e 3ª e 4ª na sala 2. Nesta última, havia uma prateleira cheia de livros, era nossa biblioteca. Ao lado da sala 2, ficavam a cantina e os sanitários.

Minha mãe sempre foi presente na escola. Mesmo esta sendo muito próxima a nossa residência, ela fazia questão de nos levar e buscar, pois gostava de conversar com as professoras sobre nossas aprendizagens e nosso comportamento durante as aulas. Lembro que ela resolveu fazer um jardim na frente da escola e uma horta nos fundos, desde então a merenda ficou muito mais saborosa. Era ela quem cuidava do plantio e da manutenção das hortaliças. Cultivava, regava, retirava as ervas e a grama que nasciam nos canteiros e colhia para que a merendeira pudesse prepará-las.

Apesar das dificuldades enfrentadas, tenho boas lembranças desse período. As turmas eram multisseriadas, situação comum até hoje em escolas rurais. Era muito difícil se concentrar na lição com a professora falando sobre outro assunto com as outras turmas, mas foi ali que fui alfabetizada e que nasceu o gosto pela Matemática. Sempre pedia para que a professora passasse mais “continhas” para que eu fizesse em casa, adorava ser desafiada com cálculos e problemas.

Um dos períodos mais difíceis aconteceu no ano de 1999, quando eu estava na 4ª série. Fernando Henrique Cardoso havia sido reeleito para o governo do país e Itamar Franco assumia o governo do estado de Minas Gerais, o país estava mergulhado em uma recessão econômica, e as dificuldades atingiram também as escolas, inclusive a minha. Uma das professoras acabou se afastando do cargo, pois não aguentava mais a falta de condições de trabalho. Elas moravam em Nepomuceno e tinham que pegar carona para chegar à escola, pois a prefeitura não fornecia transporte, o que veio a ocorrer somente mais tarde. Foi um período extremamente difícil, em que as cinco

séries tiveram o auxílio de apenas uma professora. Ela passava a lição em uma sala e corria para a outra, durante a manhã toda.

Sempre tive muita facilidade com a Matemática, por isso ela solicitava que eu ajudasse os alunos da 1ª e da 2ª série. Fazia minhas lições bem rapidamente e ia para a outra sala para ajudá-los, enquanto ela ficava com as outras turmas. Acredito que nesse período tenha surgido meu interesse pela carreira docente, intrigava-me aquele cuidado e zelo que ela tinha pelas crianças; além disso, gostava muito de explicar a lição para os colegas. Lembro-me que a situação se estendeu por um bom tempo, pois nenhuma professora queria assumir aquele cargo.

Essa escola ainda existe, mas não funciona por falta de alunos. Fico triste quando retorno lá e vejo o mato encobrindo suas paredes. Boa parte de minha infância passei lá, são boas as lembranças desses momentos...

## **2.2 As experiências escolares no Ensino Fundamental II e no Médio**

Em 2001, ingressei no Ensino Fundamental II. Como a escola em que eu estudava não atendia alunos dessa fase de ensino, fui transferida para a cidade. A prefeitura de Nepomuceno não fornecia transporte para os alunos de nossa região, apesar de fazermos parte do município; a crise econômica enfrentada pelo país continuava, mesmo em pequenos municípios como o que eu residia. Embora, nesse período, já houvesse a obrigatoriedade do ensino, garantida pela LDB de 1996 (Lei nº 9.394/96), os municípios ainda negligenciavam o investimento na Educação Básica. O descaso era sentido principalmente pelos alunos que residiam em áreas rurais, os quais, pela falta de transporte, acabavam abandonando a escola. A solução encontrada por alguns estudantes era migrar para escolas de cidades vizinhas, que forneciam o transporte.

No meu caso, a opção era escolher entre as cidades de Carmo da Cachoeira e Lavras, que, apesar de não se responsabilizarem pelas comunidades rurais da região em que residia, forneciam o transporte escolar, pois seus municípios faziam fronteira com nossa comunidade. Como a cidade de Carmo da Cachoeira era mais próxima do que a de Lavras, foi lá que concluí a Educação Básica, na “Escola Estadual Professor Wanderley Ferreira de Rezende”. Esse era um dos melhores colégios da região, tanto em relação à estrutura quanto aos profissionais.

Assustei-me um pouco quando ingressei na escola, pois não estava acostumada com tantos alunos. Ela possuía: no período vespertino, duas turmas de cada série do Ensino Fundamental II; no matutino uma de cada série do Ensino Fundamental II e três de cada série do Ensino Médio; e no noturno, as turmas de EJA e de ensino regular.

Como era aluna de escola rural fui matriculada na 5ª série C, sala destinada aos alunos com mais dificuldade e aos provenientes de escolas rurais, mas, como essa turma funcionava no período matutino e o transporte era vespertino, fui remanejada para a 5ª série B. Uma aluna de escola rural não podia ser colocada em uma turma A, esta era reservada para alunos provenientes de escolas particulares e estudantes com excelentes notas de escolas públicas. Como destaca Najmanovich (2001, p.127), “com a padronização das práticas cognitivas através do ensino disciplinador da modernidade, foram revelados os valores de homogeneidade, uniformização, seriação, sistematização em ordens não lineares, precisão e exatidão”.

Além da dificuldade com o ambiente e com essas classificações que segregavam, tentando fazer uma uniformização, esbarrei com as falhas provenientes de minha alfabetização. Apesar de sempre gostar de ler, tinha muita dificuldade com leitura e escrita, esquecia letras, algumas palavras, minhas frases eram sempre incompletas e confusas. Na Matemática não, sempre fui muito bem!

Mas, em decorrência dessas dificuldades de leitura e escrita, fui encaminhada para as aulas de reforço que aconteciam no mesmo horário das aulas regulares. Sentia-me muito mal sabendo que estava saindo da aula para ir para outra sala, porque eu apresentava dificuldades, aquela situação era, no mínimo, humilhante, afinal todos ficavam olhando a saída dos alunos com “dificuldade”. Entretanto, esse foi um dos motivos que me incentivaram a ler cada vez mais. Eu era assídua na biblioteca da escola, pegava livros toda semana, fazia leituras em casa, no ônibus e no pátio no horário do intervalo, pois tinha como propósito sair daquele reforço e nunca mais voltar para lá. Os resultados foram aparecendo rapidamente, já no fim do terceiro bimestre minhas notas em Língua Portuguesa passaram de C para B.

Ao recordar desse fato, penso o quanto essas recuperações, feitas no mesmo horário da aula, são formas de segregação. Consegui superar meus problemas com a leitura e a escrita, mas quantas são as barreiras, as marcas deixadas durante toda escolarização? O quanto nossos alunos são marcados pelos rótulos de fracasso, em

Língua Portuguesa, em Matemática ou em qualquer outra disciplina escolar? Como defende Charlot (2000, p.17-18),

[...] a experiência escolar do aluno em situação de fracasso traz a marca da diferença e da falta: ele encontra dificuldades em certas situações, ou orientações que lhe são impostas, ele constrói uma imagem desvalorizada de si ou, ao contrário, consegue acalmar esse sofrimento narcísico que é o fracasso, etc.

Consegui superar a dificuldade com a leitura e a escrita, mas quantos são os alunos que não conseguem e, ao sentirem-se constrangidos diante de situações como a que vivi, acabam criando barreiras que os impendem de avançar no processo de ensino e aprendizagem, acarretando até mesmo uma possível evasão escolar.

No fim do ano, fui remanejada para a 6ª série A, pois fechei todas as disciplinas com conceito A. Foi minha primeira grande vitória. Havia sido colocada em uma classe que, inicialmente, não era aberta a alunos como eu, provenientes de escolas rurais. Em pouco tempo fui me destacando e já no 1º ano do Ensino Médio cheguei à 2ª fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP)<sup>5</sup>.

Sempre fui muito questionadora, gostava de participar das aulas, principalmente na disciplina de Matemática. Apesar da timidez, não hesitava nas participações. Foi então que sofri meu trauma com a Matemática...

Durante alguns anos, convivi com uma professora que tinha uma proposta didática que se assemelhava à pedagogia tradicional. Ela utilizava o medo para forçar a aprendizagem, ou melhor, para induzir uma fixação de conteúdos. Na época me indagava: será que todo professor de Matemática é assim tão duro com seus alunos? Hoje vejo que, mesmo não sendo a maneira mais adequada de ensinar, foi assim que ela aprendeu e era como conseguia conduzir suas aulas e obter o respeito da turma.

Como gostava muito de Matemática, sempre pedia para resolver os exercícios na lousa; quando não havia conseguido fazer a tarefa, não me manifestava durante a aula; e isso fazia com que a professora percebesse que eu não sabia a resolução. Era sempre quando eu não sabia que ela me pedia para ir à lousa. Uma das experiências que me marcou muito e que está relacionada a esse fato, foi quando, ao responder que não sabia

---

<sup>5</sup>A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) é uma realização do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (Impa) e tem como objetivos estimular o estudo da Matemática e revelar talentos na área. Sua primeira edição ocorreu em 2005, tendo a participação de 31.031 escolas públicas (OBMEP, 2016). Disponível em: <<http://www.obmep.org.br/apresentacao.htm>>; <<http://www.obmep.org.br/em-numeros.htm>>. Acesso: 13 de setembro de 2016.

solucionar uma das propostas, ela pediu que eu fosse à lousa e o fizesse lá. Sem nenhuma ajuda, deixou-me alguns minutos parada em frente ao quadro e somente depois me auxiliou. Esse episódio causou-me muito constrangimento, uma vez que a turma toda ria da circunstância, aumentando ainda mais minha timidez e minha inibição. Por muito tempo tive medo de manifestar minhas ideias, minhas dúvidas e meus questionamentos durante as aulas.

Ao experienciar essa situação, percebi que, muitas vezes, agimos por impulso e não fazemos uma reflexão a respeito das circunstâncias e dos fatos que nos rodeiam. O professor deve tomar muito cuidado ao responder questionamentos dos alunos, ao fazê-los vivenciar certas situações, pois, dependendo do contexto, suas palavras e suas atitudes podem proporcionar traumas gravíssimos, podendo até mesmo criar barreiras que dificultarão o processo de ensino e aprendizagem. Isso porque “marcas deixadas pelas pessoas em nossa trajetória de vida, de alguma maneira, impactam em nossas escolhas, atitudes e tomadas de decisões, e podem ser vistas em nossas ações” (MOURA, 2015, p. 105).

Passei por algumas experiências com professores na escola, participei de discussões nas disciplinas da área de Educação Matemática e tive minhas próprias vivências enquanto professora de Matemática. Com isso, percebi que muitos fatos referentes à postura e à didática dos professores provêm de seu processo de formação e das próprias condições de trabalho.

Foi somente na 7ª série que comecei a vencer o obstáculo que fora criado naquelas aulas. A batalha contra a timidez e contra a limitação criada com a Matemática deu-se devido à nova professora, que mudaria minha maneira de enxergar tal campo do conhecimento. Seu jeito distinto e atencioso reconstruiu meu modo de pensar e até mesmo de ser.

As aulas da nova professora eram realizadas de uma maneira bem diferente do que eu estava acostumada. Ela sempre começava o conteúdo por casos particulares e não pelas generalizações, o que favorecia bastante o processo de aprendizagem; eram os alunos que, no desenvolvimento das tarefas e em seus questionamentos, iam percebendo as características, criando as hipóteses e, ao final, as generalizações. Abandonávamos a posição passiva de meros assimiladores de conteúdos e passávamos à condição ativa nas relações estabelecidas em sala de aula (entre alunos e entre alunos e professora), tornávamo-nos construtores de nosso próprio conhecimento.

Outro fato muito interessante é que, sempre que possível, a docente levava elementos diferentes para sua aula, como materiais manipuláveis e músicas. Não estava acostumada a aulas que se apoiavam em outros recursos, além de lousa e giz ou exercícios repetitivos. Recordo-me que o aprendizado do teorema de Pitágoras foi feito por meio de uma música, ela levou seu violão e, cantando, ensinou-nos esse conteúdo. Isso também aconteceu com alguns conteúdos referentes à Geometria. Enfim, sua maneira de ensinar contagiava até mesmo aqueles que não gostavam de Matemática e, nesse contexto, conseguia atingir boa parte da turma.

Acredito que, quando o aluno se depara com algo em que encontra sentido, passa a ter um novo olhar. Pode ser que nem todos gostassem de música, mas o fato de ser algo diferente das rotineiras aulas de Matemática, das intermináveis listas de exercícios e da memorização de algoritmos, fez com que os alunos se envolvessem.

Hoje vejo que o contato com esses dois extremos de professoras me auxiliou muito. Percebendo e vivenciando dois tipos distintos de aulas e de personalidades, aprendi que não é se tornando igual ou oposto a alguém que poderia me constituir uma boa profissional, mas sim construindo minha própria identidade profissional, que é proveniente de todos os espaços de formação nos quais me inseri pessoal e profissionalmente.

Em todo meu Ensino Médio tive o auxílio daquela professora, até mesmo na decisão certa de ser professora de Matemática. Sua didática e sua paixão pela profissão cada vez mais me contagiavam, e eu via que era possível ser uma boa professora e uma profissional realizada, mesmo trabalhando em uma área que acredito ainda ser tão desvalorizada. O segredo está em fazer o que se gosta e fazê-lo com carinho, dedicação e profissionalismo. Tenho certeza de que ela não faz ideia de como foi importante na escolha de minha profissão,

às vezes, mal se imagina o que pode passar a representar na vida de um aluno um simples gesto do professor. O que pode um gesto aparentemente insignificante valer como força formadora ou como contribuição à do educando por si mesmo. (FREIRE, 1996, p.24).

Hoje, somos, nós duas, professoras de Matemática...

### **2.3 O início da vida profissional e a opção pela Licenciatura em Matemática**

Com a maturidade, pude definir realmente qual seria minha escolha. Concluí o Ensino Médio no ano de 2007 e, logo em seguida, prestei vestibular pela primeira vez na Universidade Federal de Lavras (Ufla). Mas não obtive muito sucesso. Fiquei extremamente nervosa ao me deparar com tantos concorrentes, ouvia nos corredores da Universidade, no dia do vestibular, quanto tempo o pessoal passava estudando e fazendo cursinho para se preparar para o exame. Aquilo me travou e não conseguia raciocinar durante a prova. Acredito que, naquele momento, a Universidade e um curso superior ainda soavam muito estranhos e distantes para mim.

Decidi que iria me mudar para Nepomuceno, pois até então morava com meus pais ainda na zona rural. Meu intuito era trabalhar e me preparar para o próximo vestibular. Sabia que, se fosse aprovada, teria muitos gastos com livros e apostilas, e meus pais não teriam condições de me auxiliar, apesar de quererem muito ter condições para isso.

Mudei-me para casa de minha tia, onde morei por quase quatro anos. Consegui um emprego como vendedora em uma loja, na época ainda tinha 17 anos, e ninguém queria me contratar por conta da idade. Na loja, eles aceitaram, desde que meus pais assinassem um termo de consentimento. Trabalhei lá boa parte do ano de 2008 e acabei não estudando para o vestibular, por conta da carga extensiva de trabalho. Tinha certeza de que não ia dar conta do vestibular... Mas, para minha surpresa, fui aprovada e deveria ingressar no curso no primeiro semestre de 2009.

Quando contei a minha patroa que havia sido aprovada no vestibular, ela me disse que, se eu quisesse continuar trabalhando, deveria desistir do curso. Então, pedi demissão, pois já havia conseguido fazer uma poupança nesse ano de trabalho e não iria desistir ou adiar meu sonho de ser professora. Fiquei alguns meses sem trabalhar, mas pouco antes do início do curso consegui um novo emprego, das 7h às 17h, pegava o ônibus para ir à Universidade às 18h. Fiz isso os primeiros seis meses de curso, chegava à Universidade depois das 19h e retornava para casa meia-noite. Vendo que não estava aguentando a carga horária e que não tinha tempo para os estudos, solicitei a meu patrão que trabalhasse meio período, e ele aceitou a proposta.

Foi um ano muito difícil, pois a adaptação na Universidade já não era um processo fácil para quem se dedicava exclusivamente, imagina para alguém que

precisava trabalhar e ainda por cima chegava atrasada em todas as primeiras aulas, pois o ponto de ônibus da Ufla era o último da linha. Minhas primeiras aulas eram de Cálculo I e sempre perdia o início; quando chegava, parecia que estava lendo tudo em grego, não entendia absolutamente nada. Várias vezes pensei em desistir, principalmente depois que não atingi a média na primeira avaliação, mas meu desejo de ser professora de Matemática sempre falou mais alto e nunca tive coragem de desistir. Sabia o quanto era importante para mim e para as pessoas que amo a conclusão do curso.

Sofri, chorei muito com as dificuldades enfrentadas, mas aprendi demais também. Fiquei em recuperação em Cálculo I e tive que fazer a prova final, que na Ufla é chamada de prova substitutiva, mas meu desejo de vencer era tão grande que estudei o conteúdo do semestre inteiro em alguns dias e consegui fechar a avaliação final. Sabia que continuar e concluir o curso não seria nada fácil, mas lutei, mesmo com minhas dificuldades, encontrei caminhos e continuei a história de minha formação profissional.

Enfrentei muitas dificuldades no início do curso. Conciliar o trabalho com as atividades da graduação não era tarefa fácil, o tempo para os estudos restringia-se aos momentos da viagem de minha cidade até a Universidade e aos finais de semana. Foi quando decidi prestar a prova para monitoria, já que a Universidade oferecia vagas de monitor para algumas disciplinas dos diversos cursos ofertados. Prestei a prova para monitoria de Estatística Básica, pois adorei cursar a disciplina. Eram duas vagas disponíveis e consegui uma delas. Meu intuito era abandonar meu emprego e ficar somente com a monitoria, passei vários meses trabalhando de manhã e monitorando à tarde, pois queria ter certeza de que poderia deixar o emprego.

Como até o momento não havia tido nenhuma disciplina da área de Educação Matemática, acabei me aproximando e gostando muito da Matemática Aplicada. Iria fazer meu Trabalho de Conclusão de Curso na área de Estatística, fiz inclusive a disciplina eletiva<sup>6</sup> de Estatística Experimental, estava decidida a investir nessa área. Foi quando saiu o edital para o Pibid; na época o governo estava ampliando os programas de incentivo à docência e oferecendo mais bolsas aos alunos das diversas licenciaturas. Fiquei intrigada com aquele edital, tinha alguns amigos que eram bolsistas do programa e que falavam muito bem dele. Decidi participar da seleção, achei que seria interessante

---

<sup>6</sup> Na Licenciatura em Matemática uma porcentagem da grade do curso é reservada às disciplinas eletivas, em que os alunos têm liberdade de selecionar quais serão as disciplinas cursadas para o cumprimento dessa porcentagem.

fazer algo que de fato estivesse ligado à licenciatura, para depois decidir se me dedicaria realmente à Matemática Aplicada.

Novamente, não acreditei que poderia conseguir uma das vagas, já que havia muitos concorrentes. No entanto, para minha surpresa, fui selecionada e decidi abandonar a monitoria de Estatística e entrar no Pibid. Foi nesse período que se iniciaram os estágios supervisionados e também as disciplinas da área de Educação Matemática.

Mudei-me para a cidade de Lavras e fui morar com uma amiga, que também era de Nepomuceno e havia conseguido a vaga no Pibid. Alugamos uma casa pequena, que ficava bem próxima à Universidade, e decidimos nos dedicar exclusivamente ao curso. Foi nesse período que comecei a sentir que estava em um curso de Licenciatura. Passava o dia todo na Universidade, estudava para as disciplinas, participava das reuniões do Pibid, ia às monitorias, enfim me dedicava plenamente à faculdade. Foi um período de extremo aprendizado.

Permaneci no Pibid por dois anos e meio. Foi a inserção no programa que despertou novamente o gosto pela docência. Foi por meio do programa que decidi fazer meu Trabalho de Conclusão de Curso na área de Educação Matemática e foi por meio dele que conheci minha orientadora, que era também a orientadora de meu subgrupo do Pibid. O programa era composto, inicialmente, por 18 bolsistas, divididos em três subgrupos. Cada subgrupo possuía um supervisor, que era professor da Educação Básica, e um orientador, que era professor da área de Educação Matemática na Universidade<sup>7</sup>.

Nesse período o estágio estava passando por uma reestruturação, os relatórios de estágio estavam sendo reformulados. A professora Silvia, que fora minha orientadora, havia acabado de ingressar como docente na Universidade, e sua sugestão era que o relatório de estágio fosse substituído pelo Memorial de Formação. Minha turma foi a primeira a elaborar o Memorial.

Foi um processo muito difícil e mesmo doloroso, não estávamos acostumados a escrever, muito menos a escrever sobre nossas experiências pessoais e profissionais. Lembro-me da resistência dos alunos nas primeiras tentativas de escrita e não me excluo dessa dificuldade. Sempre surgiam comentários nos corredores, como: “Somos alunos

---

<sup>7</sup>Para mais informações sobre a dinâmica do Pibid/Matemática na UFLA, conferir: Caporale (2016) e Mendes (2013).

da Matemática, não faz sentido ficar contando história!”. Foi assim que fomos acostumados desde o início do curso, pois nos primeiros dois anos só tínhamos acesso às disciplinas da Matemática Pura, da Aplicada e da Física. Realmente, para quem ficou dois anos resolvendo limites, derivadas, integrais, provando teoremas de Álgebra e Geometria Analítica ou trabalhando com a Mecânica e o Eletromagnetismo, não fazia sentido escrever sobre sua história de vida e formação. À primeira vista, parecia algo sem sentindo algum.

Fiquei muito revoltada quando, em nossa primeira aula de supervisão de estágio, foi solicitado que escrevêssemos uma autobiografia. Tínhamos acabado de ingressar nos estágios, não tínhamos noção do que fazer em sala de aula e nos pediam para escrever uma autobiografia? Para mim, aquilo era um absurdo. Eles deveriam nos ensinar o que fazer durante as aulas do estágio e não orientar para que escrevêssemos.

Após compor a autobiografia, devíamos escolher um trecho que achássemos interessante para compartilhar com os colegas durante a aula de supervisão. Esse primeiro momento foi de extrema importância, pois, a cada história contada, passávamos a olhar para o outro de forma diferente, comecei a perceber a importância da “escrita de si”<sup>8</sup>. Depois desse movimento, nossa orientadora de estágio solicitou que fôssemos acrescentando à autobiografia nossas experiências com o estágio e que tentássemos fazer o movimento de pensar reflexivamente sobre elas: por que elas foram importantes? O que pensávamos sobre elas? E o movimento de partilha das escritas continuava, sempre fazíamos as leituras conjuntas durante as aulas de Aspectos Didáticos e Pedagógicos do Ensino de Matemática, disciplina que auxiliava na supervisão dos estágios.

Foi então que comecei a perceber o quanto era importante escrever reflexivamente e compartilhar aquelas escritas, o quanto o olhar para nossas experiências constituía um processo de formação e (auto)formação. Além disso, comecei a entender que

a experiência, a possibilidade de que algo nos aconteça ou nos toque, requer um gesto de interrupção, um gesto que é quase impossível nos tempos que correm: requer parar para pensar, parar para olhar, parar para escutar, pensar mais devagar, olhar mais devagar, e escutar mais devagar; parar para sentir, sentir mais devagar, demorar-se nos

---

<sup>8</sup>Para maiores discussões sobre “a escrita de si”, ver Nacarato (2010).

detalhes, suspender a opinião, suspender o juízo, suspender a vontade, suspender o automatismo da ação, cultivar a atenção e a delicadeza, abrir os olhos e os ouvidos, falar sobre o que nos acontece, aprender a lentidão, escutar aos outros, cultivar a arte do encontro, calar muito, ter paciência e dar-se tempo e espaço. (LARROSA, 2002, p.24).

Foi percebendo o quanto a escrita do Memorial estava contribuindo para minha formação que optei por me aprofundar nos estudos sobre esse tipo de pesquisa. Assim, nasce minha parceria com minha orientadora e agora amiga prof.a d.ra Silvia Maria Medeiros Caporale. Como sua área de atuação era a formação de professores e era ela quem trabalhava com as pesquisas com Memoriais de Formação, fui orientada pela Rosana, nossa orientadora de estágios, a procurá-la. Foi então que decidi que meu Memorial de Formação seria meu Trabalho de Conclusão de Curso. Fiz muitas leituras sobre as escritas biográficas e (auto)biográficas, sobre a experiência e sobre o Memorial de Formação enquanto instrumento de formação e (auto)formação.

Paralelamente à elaboração de meu Memorial continuava a participação no Pibid. E, como já mencionei, tenho certeza de que foi a atuação no programa que despertou novamente meu interesse pela docência.

O auxílio do outro era fundamental para a elaboração dos projetos e das tarefas que iam ser desenvolvidas em sala de aula. A parceria com o professor supervisor e com o orientador da Universidade era de extrema importância, pois contávamos com a experiência de sala de aula e com o aporte teórico. Podíamos ver como teoria e prática se articulavam no pensar e no repensar as tarefas para que alcançássemos os objetivos traçados.

O Pibid contribui muito mais para minha formação enquanto professora que os estágios, já que nos estágios nossa participação em sala de aula era mais passiva. Não tínhamos tempo suficiente para participar da elaboração de tarefas e planos de aula em conjunto com o professor supervisor, como no Pibid. Infelizmente, o que fazíamos era cumprir horário na escola e, às vezes, desenvolver alguma tarefa com os alunos, mas isso não nos integrava àquele movimento, àquele ambiente, sentia-me muito deslocada em sala de aula.

Hoje, estou formada há três anos e tenho a vivência de ter trabalhado em sala de aula, percebo que o Pibid foi essencial para minha formação. Foi lá que descobri como elaborar uma tarefa e um plano de aula, escrever narrativas sobre as aulas desenvolvidas e refletir sobre elas, além de ter aprendido muito com a postura da professora Zilda,

minha supervisora, que acompanhei esses dois anos e meio no programa. Sei também que somente a participação nesses programas não é suficiente para nossa formação enquanto docentes, mas eles são, sem dúvida alguma, primordiais para a formação inicial do professor.

#### **2.4 As primeiras experiências como professora de Matemática**

Meu primeiro contato como professora de sala de aula foi, ao mesmo tempo, muito prazeroso e assustador. Passava por um momento extremamente delicado: o término do curso implicou em muitos medos, muitas angústias, muitas cobranças.

Foi então que meu tio, que também é professor, avisou-me que havia um edital aberto para uma substituição de Matemática<sup>9</sup> na escola em que lecionava. Não me senti nem um pouco animada com a notícia, pois não estava em meus planos iniciar a carreira tão logo, não me sentia preparada emocionalmente para tal passo. Ainda assim, acabei participando do edital e consegui a vaga, pois era a primeira da listagem, já que estava bem colocada no concurso do estado que havia prestado ainda durante a graduação. Não queria assumir a vaga, mas fui muito cobrada pela família e acabei assumindo.

Acredito que começar a trabalhar foi essencial para que eu superasse o momento extremamente difícil que enfrentava. Olhar para aqueles alunos e descobrir que estavam sob minha responsabilidade não era fácil... Mas esse período foi de extremo crescimento pessoal e profissional, aos poucos fui me percebendo muito envolvida com a escola e com os estudantes.

Assim que terminei a substituição, assumi uma turma de 6º ano em uma escola próxima a minha residência em Nepomuceno. A turma era extremamente complicada, eu era a terceira professora deles naquele ano. Chegava à aula, e estavam todos brigando, em cima das mesas, subiam nas janelas, falavam muitos palavrões. Eram 20 minutos todos os dias só para acalmá-los. Não sabia mais o que fazer para chamar a atenção daqueles alunos, e as atividades não os interessavam, eles não me respeitavam e sempre batiam de frente comigo.

Percebi que revidar não seria a melhor saída, então comecei a baixar o tom de voz sempre que eles começavam a conversar ia diminuindo o tom de minha voz e às

---

<sup>9</sup>A vaga era provisória, sendo o edital destinado a professores que atuariam na escola por um período de dois meses.

vezes parava de falar, sentava-me, fechava meu material e ficava olhando para eles em silêncio. Aos poucos, eles começaram a perceber que não adiantava me provocar, pois não entrava no jogo deles. Após uns dois meses de aula, comecei a conseguir dar minhas aulas, já era início de outubro de 2013.

Mas as coisas ainda continuavam difíceis, cheguei a ser agredida verbal e fisicamente por um dos alunos, e a direção da escola nada fez. Foi então que decidi tentar resolver sozinha o problema. Todas as vezes que esse aluno me agredia com palavras ou não tentava fazer as tarefas propostas, eu ficava com ele depois da aula até que terminasse as tarefas. Ele me odiava por isso, a direção da escola não gostava de minha postura, mas foi a saída que encontrei para o problema, e, com o tempo, começamos a nos entender. Sempre tentava conversar com ele naquele período em que ficávamos ali, depois da aula, e acabei descobrindo que ele morava com os avós, pois o pai o espancava. Já tinha passado diversas vezes pelo Conselho Tutelar, e era aquela sua forma de chamar atenção. Era isso que aprendia em casa. Aos poucos, fui conseguindo me aproximar dele e sempre que desenvolvia algo durante a aula, fazia questão de elogiá-lo. Lembro que dei uma tarefa avaliativa, e ele foi um dos únicos que conseguiu um bom aproveitamento; por isso, quando devolvi a tarefa, fiz questão de enaltecê-lo e disse que estava muito orgulhosa de sua conquista. Todos seus colegas se levantaram e o aplaudiram em pé. Foi uma cena muito marcante, senti que mesmo minimamente havia conseguido chegar àquele aluno.

Trabalhei com eles até o fim de 2013. Em 2014 fui lecionar em uma escola cooperativa na cidade de Lavras. Lá trabalhei com turmas do 6º ano do Ensino Fundamental ao 1º ano do Ensino Médio. Agora, as dificuldades se davam por conta do uso de material apostilado. Nem sempre concordava com a maneira como os conteúdos eram abordados e com a ordem destes, mas não podia mudar, pois os pais cobravam o cumprimento da apostila, até porque os alunos faziam simulado ao final de cada bimestre.

Aprendi muito nessa escola, foi a primeira vez que assumi turmas do início ao fim do ano. Pude perceber que, assim como nas escolas públicas, as privadas também possuem suas dificuldades: a cobrança por notas, o cumprimento do material didático, a resolução de todos os exercícios da apostila, etc. O que muda de um sistema para o outro é a natureza dos problemas, mas esses existem tanto na esfera pública quanto na privada. No entanto, isso não é impedimento ou desculpa para que o trabalho não seja

desenvolvido; quando as condições de trabalho não são favoráveis, temos que criar estratégias. Em momento algum, depois que terminei a graduação, hesitei com relação à carreira que escolhi. Tenho consciência da desvalorização, das dificuldades que enfrentamos em âmbito de infraestrutura, salários e condições de trabalho, mas nada é mais prazeroso do que poder acompanhar o desenvolvimento de um aluno e ouvir que você foi importante para esse crescimento!

Deixei o trabalho naquela escola quando passei no processo seletivo para o mestrado. Fazer o Mestrado se tornou uma necessidade, já que assim que saí da Universidade percebi o quanto minha formação não me dava todos os subsídios para que eu fosse uma professora que realmente pudesse contribuir com o desenvolvimento de meus alunos. Era necessário buscar mais, estudar mais, e a pesquisa seria algo muito importante para minha formação continuada, além de ser extremamente desafiante e instigante. Mas não era um sonho que pretendia realizar tão rapidamente. Planejava trabalhar alguns anos para só então tentar o ingresso no Mestrado. Contudo, nem sempre os planos ocorrem exatamente como arquitetamos...

## **2.5 O ingresso no Mestrado em Educação: os novos desafios...**

No ano de 2014 a Ufla sediou o III Seminário de Escritas e Leituras em Educação Matemática (III Selem). Fui convidada pelas prof.a d.ra Rosana Maria Mendes para presidir uma mesa-redonda que tratava da importância das experiências com o Pibid. No início hesitei, pensava que não estava preparada para presidir uma mesa-redonda em um evento como aquele, mas as professoras que haviam sido convidadas inicialmente desistiram. Acabei aceitando o convite mais para ajudar, não acreditava que realmente poderia contribuir com o evento.

Para minha surpresa, participaram da mesa alguns professores acadêmicos, dentre eles, as prof.as d.ras Adair Mendes Nacarato e Regina Célia Grando. Isso me deixou extremamente nervosa durante a apresentação, estava com muita vergonha e insegura. Mas correu tudo bem e inclusive surgiram muitas discussões. Ao final da mesa, a professora Adair me convidou para fazer o processo seletivo para o Mestrado no Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* da Universidade São Francisco. Fiquei surpresa e, ao mesmo tempo, apreensiva, pois não estava em meus planos sair de Minas para fazer Mestrado naquele momento. Não havia pensado em abandonar meus alunos e

sabia que, em pouco tempo, seria nomeada para assumir meu cargo do estado. Seria uma mudança radical em minha vida e não sabia se queria e mesmo se estava preparada. Mas também não podia simplesmente ignorar um convite vindo de alguém que sempre admirei. Foram meses bem difíceis, de agosto a novembro, não parava de pensar em ter que abandonar meus alunos, mudar de cidade, caso fosse aprovada no processo seletivo, e ainda estava preocupada com relação à bolsa.

Nem tive coragem de estudar com muita antecedência, pois se ficasse pensando acabaria desistindo de tentar. Novamente, os incentivos da professora Silvia foram essenciais para que eu não desistisse de tentar...

Os meses se passaram, fiz o processo seletivo, fui selecionada e ingressei no programa. Foram e estão sendo muitos os problemas que tenho enfrentado: a distância da família, dos amigos e do trabalho, às vezes tudo pesa muito. Mas o aprendizado que tenho alcançado nesses meses de estudo no programa é imensurável. Nunca imaginei que aprenderia tanto e que amadureceria tanto em tão pouco tempo.

As disciplinas e as rotinas de estudo foram mexendo muito comigo, tiraram-me da zona de conforto, desestruturaram-me, desestabilizaram-me... Às vezes me olho no espelho e não consigo mais enxergar aquela menina recém-formada que acabara de entrar na profissão...

Ingressei no programa com a proposta de trabalhar com a questão do letramento matemático, como já citado, pois havia tido contato com algumas pesquisas sobre o assunto desenvolvidas no programa. No decorrer do primeiro semestre de 2015, o foco da pesquisa começou a ser traçado. Isso ocorreu por conta de minha participação no Obeduc, no Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat<sup>10</sup>) e no grupo Histórias de Formação de Professores que Ensinam Matemática (Hifopem<sup>11</sup>). Também nortearam a investigação: as disciplinas cursadas no primeiro semestre de 2015 — “Processos de produção e análise de pesquisas em Educação”, “Estudos sobre letramento” e “Tópicos especiais III” — e as discussões com minha orientadora, a professora Adair.

---

<sup>10</sup> O Grucomat é um grupo colaborativo de estudo e pesquisa em Educação Matemática coordenado pela prof.a d.ra Adair Mendes Nacarato, docente do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação do *campus* de Itatiba/SP da Universidade São Francisco (USF). O grupo é composto por professores da Educação Básica e Superior e alunos do Programa (Mestrado e Doutorado) da USF. Para maiores informações, visitar o *blog* do grupo: <<http://grucomat.blogspot.com.br/p/quem-somos.html>>.

<sup>11</sup> O Hifopem é um grupo de pesquisa em Educação Matemática coordenado pela prof.a d.ra Adair Mendes Nacarato, constituído por pesquisadores e pós-graduandos envolvidos em investigações centradas nas seguintes temáticas: narrativas (auto)biográficas de professores, narrativas de formação e histórias de formação docente. Para maiores informações, visitar o *blog* do grupo: <<http://hifopemnacarato.blogspot.com.br/>>.

No decorrer do semestre fui ampliando meu olhar sobre diversas questões, principalmente sobre o que é fazer pesquisa e como se tornar pesquisadora. Os textos discutidos me inquietavam e continuam me inquietando. Sem dúvida, o papel do pesquisador, sua não neutralidade e as características que devem permear sua prática foram os temas que mais me causaram incômodo e estranhamento. Segundo André (2005), são várias as características que deve possuir um bom pesquisador, dentre elas a tolerância à ambiguidade, a sensibilidade e a habilidade comunicativa.

Para a autora, é essencial ao pesquisador, no momento de produção dos dados, estar atento ao ambiente, às pessoas e a seus comportamentos, ou seja, ao contexto como um todo:

o uso da sensibilidade na fase de coleta significa, por um lado, saber ver mais do que o óbvio, o aparente. Significa tentar capturar o sentido dos gestos, das expressões não verbais, das cores, dos sons e usar essas informações para prosseguir ou não nas observações, para aprofundar ou não um determinado ponto crítico, para fazer ou não certas perguntas numa entrevista, para solicitar ou não determinados documentos, para selecionar ou não novos informantes. (ANDRÉ, 2005, p. 40).

Além disso, a sensibilidade é essencial ao procedimento de análise dos dados produzidos. Não basta descrevê-los, faz-se necessária sua explicação e sua compreensão, como apontam os estudos vigotskianos. Isso foi discutido no decorrer de toda a disciplina “Pesquisas no e do cotidiano escolar”, cursada no segundo semestre de 2015.

Também com relação às questões do papel e das características do pesquisador, Charmaz (2009, p.37) destaca o cuidado que devemos ter com os participantes da pesquisa no momento da produção dos dados, pois,

à medida que tentamos ver o mundo deles por meio dos seus próprios olhos, oferecemos aos participantes o nosso respeito e a compreensão com toda a habilidade possível, embora possamos não concordar com eles. Tentamos compreender, mas não necessariamente adotamos ou reproduzimos as suas opiniões como se fossem nossas; em vez disso, nós as interpretamos.

Quando nos propomos a desenvolver uma pesquisa observando uma sala de aula e suas particularidades, estamos aplicando técnicas etnográficas. Uma vez que também estabelecemos relações, mantemos um diário de campo, debruçamo-nos nos pormenores, analisamos atitudes, posturas, gestos, tomadas de decisões, descrevemos

fatos e, além disso, guiamo-nos pelos indícios, pelas pistas, como proposto por Ginzburg (1989). Esse conjunto de ações exige de nós grande esforço intelectual.

Como indicado anteriormente, a proposta de pesquisa acabou sendo reelaborada. Nesse sentido, as disciplinas cursadas no segundo semestre de 2015 foram essenciais para subsidiar teoricamente esta investigação. As disciplinas “Pesquisas no e do cotidiano escolar” e “Tópicos especiais II” foram fundamentais para a apropriação dos conceitos e dos elementos-chave da perspectiva histórico-cultural, na qual estou me pautando para discutir o processo de elaboração conceitual, aprendizagem e desenvolvimento humano.

Ademais, a disciplina “Narrativas, História Oral e Educação Matemática” foi de extrema importância, pois, apesar de não estar trabalhando com as narrativas, nem mesmo na produção dos dados, acredito que a escrita em forma narrativa contribuiu muito para a construção do presente texto. Ela esclareceu questões referentes à não neutralidade do pesquisador e a meu processo de desenvolvimento enquanto pesquisadora, as quais ficaram muito mais evidentes do que se o texto fosse escrito segundo os cânones acadêmicos tradicionais.

As reflexões, as indagações, os incômodos e os estranhamentos gerados a partir das leituras teóricas e discussões no decorrer das disciplinas e nos grupos de estudo conduziram-me à tessitura do presente texto. No capítulo seguinte, apresento as opções metodológicas assumidas na presente pesquisa e o percurso assumido em seu desenvolvimento.

### 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Eu seguro sua mão na minha para fazermos juntos o que eu não posso fazer sozinha. (BUCIANO, 2012, p.1).

Neste capítulo, exponho as escolhas metodológicas que nortearam o processo de produção e análises dos dados. Em sua tessitura, faço uma contextualização apresentando os atores da pesquisa (alunos, professora parceira, escola e Obeduc), além de descrever como os dados foram construídos, selecionados e lidos nesta investigação.

A epígrafe desta seção provém da dissertação de mestrado de Maria Fernanda Pereira Buciano, que tive a oportunidade de ler em uma das disciplinas cursadas no primeiro semestre de 2015. Creio que ela sintetiza perfeitamente o percurso descrito até aqui, já que várias foram as mãos que me sustentaram, auxiliaram-me e me ensinaram, em um movimento de aprendizagens compartilhadas: mãos da orientadora deste estudo, da professora parceira, dos colegas dos grupos de estudo, dos colegas e dos professores do programa, de cada aluno que protagonizou esta investigação. Mãos que me ajudaram a fazer o que eu não podia fazer sozinha...

#### 3.1 Obeduc – Parcerias que deram certo

A partir de minha inserção no Programa de Pós-Graduação, fui convidada pela orientadora do presente trabalho a participar dos grupos de pesquisa e estudos por ela coordenados. No primeiro semestre, compartilhei dos estudos dos grupos: Grucomat, Hifopem e Obeduc. Minha participação no Obeduc foi voluntária, visto que, embora tivesse apoio financeiro da Capes, este não era vinculado a esse grupo, mas ao programa da USF. Nele, estabeleci as parcerias que culminaram no desenvolvimento desta pesquisa.

O Obeduc consiste em um projeto que vincula o Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco (PPGSSE/USF) com escolas públicas do estado de São Paulo que se localizam na região de Itatiba. O projeto possui como “objetivo geral investigar, por meio de um trabalho colaborativo com professores da educação básica, as práticas de letramentos escolares, mais especificamente, o letramento matemático, bem como as práticas de formação docente de professores que ensinam matemática” (GRANDO; NACARATO, 2012, p. 2).

Intitulado *Estudos e pesquisas de práticas de letramento matemático escolar e de formação docente*, o projeto foi aprovado pela Capes em 2012, para vigência de março de 2013 a fevereiro de 2017. Sendo desenvolvido em duas etapas, no período de março de 2013 a fevereiro de 2015 estava sob a coordenação da prof.a d.ra Regina Célia Grando e tinha a participação da prof.a d.ra Adair Mendes Nacarato, além de seis professoras do ciclo de alfabetização de escolas públicas da Educação Básica, duas mestrandas, que defenderam em fevereiro de 2015, e uma doutoranda. No período de março de 2015 a fevereiro de 2017, o projeto está contando com a coordenação da prof.a d.ra Adair Mendes Nacarato, além da participação das professoras-pesquisadoras do PPGSSE/USF — d.ra Daniela Dias dos Anjos, d.ra Ana Paula Freitas e d.ra Milena Moretto) —, de sete professoras do ciclo de alfabetização de escolas públicas da Educação Básica, de uma doutoranda e de duas mestrandas. É nesta última formação descrita que me incluo como mestranda voluntária. Vale ressaltar que, inicialmente, a doutoranda do projeto participava como professora e só em 2014 se inseriu no grupo como doutoranda.

O projeto está sendo desenvolvido em três eixos:

1) Parceria universidade-escola: possibilidades de “dar voz e ouvidos” aos professores escolares e da Universidade a fim de subsidiar políticas públicas; 2) As transformações nas concepções e práticas dos professores decorrentes do trabalho de parceria desenvolvida; 3) Análise da circulação de ideias matemáticas dos alunos por meio da investigação dos processos de oralidade, leitura e escrita. (GRANDO; NACARATO, 2012, p. 2).

As reuniões do Obeduc seguem basicamente a seguinte estrutura: estudos teóricos que visam o apoio, aprofundamento na teoria e nos conteúdos matemáticos e suporte para a elaboração de tarefas que serão trabalhadas pelas professoras em suas aulas; socialização das narrativas de aulas produzidas pelas educadoras; e discussões que abrangem desde políticas públicas para a Educação, principalmente as avaliações externas como Provinha Brasil<sup>12</sup> e Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA)<sup>13</sup>, até práticas de aula desenvolvidas pelas docentes.

---

<sup>12</sup>De acordo com as informações fornecidas pelo portal do Ministério da Educação (2016), a Provinha Brasil consiste em uma avaliação diagnóstica aplicada aos alunos matriculados no 2º ano do Ensino Fundamental. Sua função é oferecer aos professores e aos gestores escolares um instrumento que possibilite acompanhar, avaliar e melhorar a qualidade da alfabetização e do letramento inicial oferecidos às crianças. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/provinha-brasil/apresentacao>>. Acesso: 10 de dezembro de 2016.

É nítido que o processo de socialização das práticas desenvolvidas pelas professoras, por meio das narrativas de aula, possibilita um movimento de apropriação mútua dessas práticas. Já que, ao compartilhá-las, as professoras possibilitam que tais ações sejam aperfeiçoadas e adotadas pelas outras docentes, parceiras do projeto. Há, nesse movimento, um processo de ressignificação do que é ensinar e aprender Matemática.

Apoiando-se em estudos de Cochran-Smith e Lytle (1999), Betereli (2013, p. 245)<sup>14</sup> afirma que,

desde o início, o projeto Obeduc, visava aproximar-se do modelo da racionalidade crítica e considerar os professores como produtores de conhecimentos da prática. [...] Esse modelo requer que as práticas sejam compartilhadas, problematizadas, refletidas e sistematizadas, exigindo, portanto, parcerias internas e/ ou externas ao cotidiano escolar.

Além disso, “o grupo Obeduc, desde seu início, se propôs a ser um grupo de dimensão colaborativa, em que todos os seus participantes teriam voz e seriam ouvidos. Partiu-se do princípio de que uma parceria só é possível se os professores forem respeitados em suas opiniões” (BETERELI, 2013, p. 255-256).

De modo geral, poderia tomar como colaboradores da pesquisa todos os integrantes do projeto, desde alunos da pós-graduação até professoras da Educação Básica. Como o grupo é de natureza colaborativa, contamos com contribuições provenientes de todos os integrantes, todos têm voz e são ouvidos. No entanto, optei por acompanhar as aulas de uma das professoras que integra o projeto e também faz parte do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da USF, em âmbito de doutorado. A pesquisa, portanto, foi desenvolvida em parceria com a professora

---

<sup>13</sup>A ANA também é uma avaliação em âmbito nacional e está direcionada a estudantes matriculados no 3º ano do Ensino Fundamental, fase final do Ciclo de Alfabetização. Segundo o portal do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP, 2013), a avaliação produzirá indicadores que contribuirão para o processo de alfabetização nas escolas públicas brasileiras. É proposta também uma análise das condições de escolaridade que esse estudante teve ou não para desenvolver esses saberes. Assim, a avaliação estrutura-se por meio de instrumentos variados, visando averiguar: o nível de alfabetização e letramento em Língua Portuguesa e alfabetização em Matemática das crianças regularmente matriculadas no 3º ano do Ensino Fundamental e as condições que as instituições nas quais estão matriculados oferecem tais competências. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/saeb/ana>>. Acesso: 10 de dezembro de 2016.

<sup>14</sup> É importante destacar que Kelly Cristina Betereli desenvolveu sua pesquisa de mestrado no primeiro projeto do Obeduc, no período de 2010 a 2012. Nele, o grupo iniciou os estudos sobre letramento escolar e letramento matemático escolar, sendo o atual projeto uma continuidade.

Cidinéia da Costa Luvison, e os sujeitos da pesquisa são os alunos de sua turma de 3º ano do Ensino Fundamental.

Para a produção dos dados, acompanhei as aulas de Geometria da professora-parceira, o período de observação se estendeu da segunda metade do primeiro semestre de 2015 até o final do segundo semestre do mesmo ano. Para facilitar o processo, a professora reservou as quintas-feiras para essas aulas. Mas, no final da pesquisa, passei a participar também das aulas dadas às terças-feiras.

Na próxima seção, realizo algumas considerações a respeito dos alunos. Ademais, contextualizo a escola em que a investigação ocorreu.

### **3.2 Atores desta história: os alunos e a escola...**

Situada em região periférica, a escola onde a pesquisa foi desenvolvida é da rede pública municipal da cidade de Bragança Paulista, interior do estado de São Paulo. Atende cerca de 500 alunos, do 2º ao 5º ano do Ensino Fundamental, nos períodos matutino e vespertino.

Com relação à estrutura física, a escola apresenta uma boa aparência. Logo na entrada nos deparamos com um pátio, não muito amplo, mas que permite que as crianças se movimentem livremente. Ali, elas esperam pelo horário de início das aulas. É lá também que as crianças ficam durante o intervalo e as aulas de Educação Física. Ao lado desse pátio há algumas plantas, que tornam o ambiente mais aconchegante, são pequenos arbustos distribuídos em toda a extensão da escola.

Assim que passamos pelo pátio, já nos deparamos com um longo corredor, em que estão localizadas as salas de aula. Estas são nove ao todo, sendo uma delas a de Artes. Além dessas, há também uma de informática. Nas classes há armários, nos quais são guardados os livros, os jogos e os demais materiais dos professores e dos alunos. Há também uma televisão grande para que os estudantes tenham acesso a filmes, caso o professor julgue necessário. As carteiras são dispostas em duplas e compõem-se por mesa e cadeira.

A escola é bem colorida. Todo o corredor, que abriga as salas de aula, é decorado com algumas pinturas nas paredes, mas o que se sobressai são as produções dos alunos, fixadas em toda sua extensão. No fim do corredor, encontramos o refeitório,

a secretaria, a sala dos professores, a biblioteca, a sala da direção e a coordenação, a sala de reuniões com os pais e, ao lado, os sanitários.

Como dito anteriormente, a escola fica localizada em uma região periférica da cidade, atendendo crianças de baixo poder aquisitivo. A turma do 3º ano pesquisada era composta por 32 alunos, com idades entre 8 e 9 anos. Um dos estudantes apresentava laudo de autismo e, por isso, possuía uma assistente que o acompanhava durante todas as aulas.

Logo de início, percebi o quanto as relações afetivas tinham lugar naquele espaço, é como se as crianças quisessem retribuir o que recebiam na escola, e essa retribuição se dava em forma de carinho. Em pouco tempo, consegui estabelecer laços muito fortes com aquelas crianças e me sentia, em parte, responsável por elas, mesmo sabendo que não era a professora regente da turma, apenas a pesquisadora. Não estava naquela escola simplesmente para desenvolver uma pesquisa, sentia que devia ofertar muito mais que isso, queria retribuir também com afeto, não só com conhecimentos matemáticos. Não estava ali para simplesmente coletar dados, como se aquelas crianças fossem meros objetos de estudo, mas sim para estabelecer relações com elas e com a professora parceira e, por meio dessas relações, produzir conhecimento e, conseqüentemente, os dados para a pesquisa. Muitas vezes a professora falou mais alto do que a pesquisadora, fazendo com que se destacassem naquele ambiente as relações estabelecidas e o modo como esses vínculos poderiam contribuir da melhor forma possível para a aprendizagem e para o desenvolvimento daquelas crianças.

Dentro da perspectiva histórico-cultural, “[...] os processos humanos têm gênese nas relações com o outro e com a cultura, e são essas relações que devem ser investigadas ao se examinar o curso de ação do sujeito” (GÓES, 2000, p.11). Por isso o trabalho das crianças sempre acontecia em duplas ou grupos. Vigotski (2009a, p. 329) defende o trabalho em colaboração, já que

[...] em colaboração a criança sempre pode fazer mais do que sozinha. No entanto, cabe acrescentar: não infinitamente mais, porém só em determinados limites, rigorosamente determinados pelo estado do seu desenvolvimento e pelas suas potencialidades intelectuais. Em colaboração, a criança se revela mais forte e mais inteligente que trabalhando sozinha, projeta-se ao nível das dificuldades intelectuais que ela resolve, mas sempre existe uma distância rigorosamente determinada por lei, que condiciona a divergência entre a sua inteligência ocupada no trabalho que ela realiza sozinha e a sua inteligência no trabalho em colaboração.

Além do trabalho em duplas ou grupos, após o desenvolvimento das tarefas propostas, sempre ocorria uma socialização, permitindo a interação entre todas as crianças e a constituição de um ambiente de problematizações e negociação de significados. Não era sempre que se exigia o registro escrito, mas a professora criou um diário, o *Mentemático*<sup>15</sup> para a classe, no qual os alunos tinham a liberdade para registrar o que quisessem ou achassem necessário, quando se sentissem mobilizados. Por isso, estrategicamente, ele ficava localizado no fundo da sala de aula, permitindo maior autonomia aos alunos que se instigassem a utilizá-lo. É interessante ressaltar que a pesquisa de doutorado da professora Cidinéia baseia-se no trabalho de escrita de narrativas em diários nas aulas de Matemática.

Com relação à dinâmica das aulas, os alunos tinham liberdade para expor não somente suas dúvidas, mas também suas hipóteses e suas argumentações. A professora permitia a comunicação e a interação entre os alunos; eles podiam se deslocar livremente dentro da sala de aula. Além disso, durante as discussões, era permitido que usassem a lousa, quando julgassem necessário, para a elaboração de esquemas, desenhos ou mesmo registros escritos. Além disso, sempre tinham acesso aos materiais que pudessem auxiliar o processo de elaboração de suas hipóteses e de suas argumentações, como: papel sulfite, régua, esquadros, modelos de superfícies poliédricas etc.

Percebi, desde as primeiras aulas, que o trabalho da professora se pautava na ideia de que “[...] os saberes ensinados na escola não podem ser transmitidos tais quais ao aluno; eles devem ser dados com o objetivo de incitar um *poder fazer* constituído pelo próprio aluno” (FRIEDRICH, 2012, p.114, grifos da autora). E, para incitar esse “*poder fazer*”, é essencial que todas as tarefas sejam permeadas por uma intencionalidade pedagógica que permita a construção de conceitos, uma vez que “o conhecimento não é dado nem adquirido, ele é mostrado, acentuado, demonstrado pelo professor e, a partir dessas operações, ele é construído pela criança.” (FRIEDRICH, 2012, p. 114).

---

<sup>15</sup> O *Mentemático* trata-se de um diário coletivo em que as crianças registram momentos vivenciados em sala de aula, registrando suas experiências, suas hipóteses, suas argumentações em torno das tarefas e das discussões propostas, suas descobertas e suas reflexões. O diário é utilizado apenas quando os alunos se sentem mobilizados a escrever, sendo que a escrita é algo livre, parte da necessidade de cada um. Mesmo a leitura dessas escritas não é obrigatória, só ocorre quando o aluno se sente mobilizado a dividir suas conclusões com a turma. O nome *Mentemático* foi criado por um dos alunos da turma e compõe-se pela união das palavras “mente” e “Matemática”.

Com relação às aulas de Geometria, como assumi uma parceria com a professora regente da turma, tive liberdade para fazer mediações que julgasse necessárias. Minha participação nas aulas de Geometria ocorreu de maio a dezembro de 2015. A princípio, as quintas-feiras estavam reservadas para o trabalho vinculado a esta pesquisa, mas, no fim do segundo semestre, acabei participando das aulas também às terças-feiras, como salientado anteriormente. Nos dias reservados para as aulas de Geometria, os alunos utilizavam o tempo que julgassem necessário para o desenvolvimento das tarefas, não havia um período determinado *a priori*.

Não só os alunos foram atores deste processo, a postura investigativa, questionadora e problematizadora da professora parceira foi essencial para criar um ambiente propício para o trabalho com os conceitos geométricos. Na próxima seção, contextualizo e faço considerações sobre a professora, a parceria estabelecida e as aulas de Geometria.

### **3.3 A professora, as aulas de Geometria e nossa parceria**

Como dito anteriormente, a parceria entre professora e pesquisadora surge da participação de ambas em grupos de estudos e em pesquisas de natureza colaborativa. O modelo de formação continuada no qual acredito é aquele em que o professor é responsável por mobilizar-se em busca de conhecimento, podendo assumir um papel ativo que lhe permita falar e ser ouvido. Mas, para que isso ocorra, inevitavelmente há a necessidade de espaços que permitam tal movimento, e cabe ao poder público o estabelecimento e a manutenção desses ambientes.

Os grupos de natureza colaborativa, como o Obeduc, são exemplos disso. Isso porque possibilitam que profissionais com objetivos comuns compartilhem experiências e — por meio dessas experiências, dos estudos conjuntos e das discussões — alcancem avanços em sua formação.

A professora parceira cursou magistério de 1993 a 1996, é licenciada em Pedagogia e História, é mestra em Educação pela Universidade São Francisco e atualmente está desenvolvendo sua pesquisa de doutorado. Trabalha como professora há 17 anos, atuando nos anos iniciais do Ensino Fundamental e lecionando História para turmas de Ensino Médio. Além disso, é docente em um curso de Pedagogia. É nítida a

preocupação com sua formação, já que sua participação em grupos de natureza colaborativa é sempre ativa.

Sua postura em sala de aula explicita suas concepções enquanto professora. Durante as aulas notei o quanto sua prática era atravessada pelos pressupostos da perspectiva histórico-cultural, sendo esse o referencial teórico que norteia seu trabalho enquanto professora-pesquisadora. A aprendizagem e o desenvolvimento de seus alunos é o foco principal do trabalho. Isso é explicitado pela forma como é dada a eles a oportunidade de se expressarem, os alunos da “Prô Cidi”, como carinhosamente ela é chamada por eles, têm voz e são ouvidos. Percebi que sua postura problematizadora e investigativa foi se constituindo no decorrer de seu percurso profissional, que não se restringiu ao magistério e à graduação, mas se estendeu ao campo da pesquisa.

É interessante destacar o quanto o investimento do poder público, na concessão de bolsas de mestrado e doutorado, propicia ao docente não só o ingresso em programas de pós-graduação, mas também a possibilidade de se manter e finalizar o curso. Para a maioria dos professores, ingressar em cursos de mestrado ou doutorado só é possível se houver universidades próximas a suas residências; caso contrário, se torna inviável, já que boa parte deles tem carga horária de trabalho extensa, o que inviabiliza o deslocamento a outras cidades. Ademais, pagar a mensalidade de um curso de pós-graduação em instituições privadas, que muitas vezes são mais numerosas que as públicas, é quase impossível diante da remuneração que os professores recebem. A professora Cidinéia, por exemplo, foi bolsista da Capes durante o mestrado e agora, no doutorado, é bolsista do Obeduc. Eu só tive a oportunidade de cursar o mestrado em uma instituição privada em virtude da concessão de uma bolsa também da Capes.

Com relação ao trabalho com a Geometria, a professora já possuía uma sequência que ela mesma elaborou, baseando-se em tarefas provenientes de livros didáticos e oficinas das quais participou. Não substituí nada, meu papel era discutir as propostas e, com ela, ir adequando e aperfeiçoando as tarefas de acordo com as necessidades sentidas no decorrer do processo. Após as aulas, sempre fazíamos uma retomada do que foi interessante, do que poderia ter sido melhor, do que não deu certo e planejávamos as mediações futuras, alterando algumas tarefas, quando necessário. Fizemos modificações na ordem em que as tarefas apareciam e também acrescentamos algumas propostas, em virtude de questionamentos e discussões que emergiam a partir da proposta inicial.

Como aos alunos era dada extrema liberdade para que se expressassem, elaborassem hipóteses e questionassem, em diversas situações fomos surpreendidas por questões não previstas. O que era fantástico, pois percebíamos que os alunos estavam avançando mais do que esperávamos. Na maioria das vezes, eram essas questões não previstas que geravam as maiores discussões e conclusões, que levavam às novas tarefas.

Às quintas-feiras, o primeiro período de aula era responsabilidade da professora especialista, professora de Educação Física, assim só assumíamos a turma no segundo período. Aproveitávamos esse horário vago para conversar sobre a tarefa do dia, sobre os conteúdos desenvolvidos até então e sobre os próximos passos. Para isso, analisávamos os registros produzidos pelos alunos e assistíamos aos vídeos de aulas anteriores.

Não tenho dúvidas de que aprendemos muito durante todo o desenvolvimento da pesquisa. Enquanto professora especialista da área de Matemática, pude aprender como é o movimento de uma sala de aula dos anos iniciais do Ensino Fundamental; e a professora parceira, enquanto professora polivalente, pôde aprofundar seus conhecimentos sobre os conceitos geométricos, foco de nosso trabalho.

Nossa parceria foi além da sala de aula, estudamos juntas, trocamos indicações de leituras e fichamentos de livros. Ouso dizer que estabelecemos uma parceria para a vida... Da pesquisa surgiu uma grande amizade!

### **3.4 As tarefas**

No Apêndice A apresento um quadro com as tarefas propostas no decorrer da pesquisa. As descrições que aparecem em negrito referem-se a atividades inseridas ao longo do percurso, em virtude de discussões e dúvidas suscitadas a partir das aulas. Por esse motivo há um encadeamento entre cada uma delas. O quadro foi elaborado em quatro colunas: a primeira contém a data de realização da tarefa, a segunda possui a tarefa proposta, a terceira faz uma breve descrição de como a atividade foi apresentada e desenvolvida, e a última coluna indica as potencialidades identificadas para cada tarefa.

Acredito que as tarefas propostas pelo professor devam ser problemáticas, possibilitando aos alunos pensar sobre elas, em um movimento investigativo, de modo que não sigam meramente uma receita prescrita para resolvê-las. Elas devem oferecer

aos alunos a oportunidade de usar suas habilidades e o conhecimento que já possuem (HIEBERT et al., 1997). Além disso, as tarefas devem ser acessíveis, permitindo que todos os alunos contribuam e sejam ouvidos no decorrer de seu desenvolvimento, resultando na possível aprendizagem matemática.

Vale retomar que a professora parceira já possuía uma sequência de tarefas, elaborada para o trabalho com a Geometria, que foi tomada como referência. No decorrer da pesquisa, foram feitas adaptações, modificações, em virtude da demanda dos alunos e de nossas discussões e de nossos estudos.

### **3.5 A construção metodológica da pesquisa**

A presente pesquisa é de cunho qualitativo e, como já ressaltado, apoia-se na perspectiva histórico-cultural, tomando os trabalhos de Lev S. Vigotski e de pesquisadores contemporâneos que nele se embasam como alicerce para a construção teórica e metodológica. A pesquisa qualitativa é assumida aqui, exatamente porque

a subjetividade do pesquisador, bem como daqueles que estão sendo estudados, tornam-se parte do processo de pesquisa. As reflexões dos pesquisadores sobre suas próprias atitudes e observações em campo, suas impressões, irritações, sentimentos, etc., tornam-se dados em si mesmos, constituindo parte da interpretação e são, portanto, documentados em diários de pesquisa ou em protocolos de contexto. (FLICK, 2009, p.25).

Além disso, o autor defende que a pesquisa qualitativa é adaptável ao que acontece no campo, podendo ser planejada novamente de acordo com as variações encontradas no percurso de investigação. Isso acabou acontecendo no transcorrer desta pesquisa, já que muitas vezes tivemos que mudar o foco da tarefa em virtude de questionamentos que surgiam durante as aulas.

A escolha pela perspectiva histórico-cultural se dá exatamente pelo fato de acreditar que tanto os sujeitos de pesquisa como o próprio pesquisador são sujeitos históricos, e toda essa historicidade é parte constituinte de cada indivíduo e não pode ser descartada durante o processo de investigação. Para Freitas (2009, p.2), “[...] fazer pesquisa qualitativa na perspectiva histórico-cultural consiste não apenas em descrever a realidade, mas também em explicá-la, portanto supõe em intervir nessa realidade”. A

autora defende ainda que o pesquisador integra a situação de pesquisa, e suas ações geram efeitos sobre os sujeitos participantes, logo não existe neutralidade. Uma vez que

o modo como o pesquisador se acerca dos fatos que pretende estudar, elaborando-os em forma de problema de pesquisa, já traz consigo, no olhar lançando sobre a realidade, um filtro metodológico, um olhar que deverá ser refinado para a construção do caminho que se propõe trilhar na sua investigação. (ZANELLA et al., 2007, p. 27).

Acredito não poder assumir a presente pesquisa como etnográfica, até porque o olhar está voltado para a gênese social dos eventos, como proposto por Vigotski (2009a). Mas, sem dúvidas — em virtude do tempo reservado para a produção dos dados, do modo como estes foram se constituindo e das características de minha inserção em campo (não era mera observadora, participava ativamente do movimento da sala de aula, interagindo com alunos e professora, vivenciando, por meio dessas interações, o dia a dia daquela sala de aula) —, posso assumir que me servirei de técnicas de caráter etnográfico, uma vez que também estabeleci relações, mantive um diário de campo, debrucei-me nos pormenores, analisei atitudes, posturas, gestos, tomadas de decisões, descrevi fatos e, além disso, guiei-me pelos indícios, pelas pistas, como proposto por Ginzburg (1989). Por isso afirmo que me servirei de técnicas de caráter etnográfico, já que “a pesquisa do tipo etnográfico, que se caracteriza fundamentalmente por um contato direto do pesquisador com a situação pesquisada, permite reconstruir os processos e as relações que configuram a experiência escolar diária” (ANDRÉ, 1995, p. 41).

A autora defende também que, a partir de técnicas etnográficas de observação participante, podemos documentar o não-documentado, desvelando os encontros e os desencontros que permeiam o dia a dia da prática escolar. Esse instrumento permite descrever as ações e as representações de seus atores sociais, reconstruindo sua linguagem, suas formas de comunicação e os significados estabelecidos no cotidiano do fazer pedagógico.

Com relação aos dados produzidos, “o que chamamos de nossos dados são realmente nossa própria construção das construções de outras pessoas [...]” (GEERTZ, 1989, p.7). Ou seja, como defende Sacristán (1999), partimos de ações anteriores que nos fornecem “esquemas” de como fazer. Ainda que a pesquisa seja inédita, partimos de pressupostos, ideias, indagações, que geralmente foram levantados anteriormente, mas tudo isso é permeado pelo olhar do pesquisador e por suas escolhas metodológicas e

teóricas. “Os estudos constroem-se sobre outros estudos, não no sentido de que retomam onde outros deixaram, mas no sentido de que, melhor informados e melhor conceptualizados, eles mergulham mais profundamente nas mesmas coisas” (GEERTZ, 1989, p.18). Sendo assim, “as ideias teóricas não aparecem inteiramente novas a cada estudo; como já disse, elas são dotadas de outros estudos relacionados e, refinadas durante o processo, aplicadas a novos problemas interpretativos” (GEERTZ, 1989, p.19).

Como apontado na introdução, algumas pesquisas do PPGSSE/USF já abordaram a questão da elaboração conceitual, a Geometria e mesmo a elaboração conceitual em Geometria. O que pretendo aqui é, partindo desses estudos, avançar na questão da elaboração conceitual, mais especificamente, na elaboração de conceitos geométricos, tendo em vista práticas de letramento matemático escolar.

Nesse sentido, foi traçada esta questão de investigação: “Quais significações são produzidas por alunos do 3º ano do Ensino Fundamental quando estes estão inseridos em uma prática problematizadora de ensino e aprendizagem de Geometria?”. A pesquisa tem como objetivo geral identificar as significações que vão sendo produzidas, a partir das relações sociais, na dinâmica de uma sala de aula pautada em pressupostos da perspectiva histórico-cultural e no processo de elaboração de conceitos geométricos. São elencados como objetivos específicos:

- 1) caracterizar a cultura de sala de aula para o ensino de Geometria e identificar suas contribuições;
- 2) analisar o movimento de elaboração conceitual, em Geometria, dos alunos e as estratégias potencializadoras dessa elaboração.

Para Vigotski (1995, p.47, tradução minha), “o método tem que ser adequado ao objeto que se estuda”<sup>16</sup>. Partindo da questão de investigação e dos objetivos previstos para a pesquisa, reconheço que meu olhar estará voltado para o processo e não para a análise de fatos isolados ou para o produto. Inserida em sala de aula, observando e participando das interações ali presentes, busquei indícios de processos de aprendizagem que culminaram na elaboração de conceitos geométricos. E, por meio de uma “descrição densa” (GEERTZ, 1989), tento explicar tais processos, evidenciando as estratégias que se mostraram potencializadoras dessa elaboração, ou seja, procuro caracterizar uma cultura de sala de aula para o ensino de Geometria, cultura essa que é

---

<sup>16</sup> “El método ha de ser adecuado al objeto que se estudia” (VIGOTSKI, 1995, p.47).

atravessada pela mediação entre sujeitos e/ou signos e pela intencionalidade pedagógica.

Para isso, faz-se necessário “[...] examinar os pormenores mais negligenciáveis [...]” (GINZBURG, 1989, p. 144). E,

com efeito, procurar *indícios* implica em optar por um tipo de análise que siga pistas, não evidências, sinais, não significações, inferências, não causas desse processo. Mas, por outro lado, verificar a existência de um processo não é, simplesmente, mostrar os fatos que façam parte dele, mas seguir o curso dos acontecimentos para verificar as transformações que se operam nesse processo [...]. (PINO, 2005, 178, grifo do autor).

Para Pino (2005), a constituição cultural, na perspectiva histórico-cultural, é um processo dialético, uma vez que é o encontro das realidades biológica e social, que, apesar de distintas e opostas, constituem-se reciprocamente ao longo de um tempo histórico. Por isso “se interpretar *indícios* é procurar a significação que eles têm para o olhar interpretativo do pesquisador, esse olhar deve levar em conta a natureza dialética do processo de que os *indícios* participam” (PINO, 2005, p.178, grifos do autor).

Assim como o desenvolvimento humano, o movimento de aprendizagem e o de elaboração de conceitos são processos, a tessitura da investigação e o constituir-se pesquisadora também fazem parte de um processo, permeado por idas e vindas. E este é o foco da seção seguinte.

### **3.6 Constituir-se pesquisadora também é um processo... Os instrumentos de produção e os procedimentos de análise dos dados**

Para a produção dos dados<sup>17</sup>, a proposta inicial era contar com: o áudio e a videogravação das aulas de Geometria; as produções escritas dos alunos; o diário de aprendizagens, o *Mentemático*; e o diário de campo da pesquisadora. Mas sabemos que “o gravador não capta a visão, os cheiros, as impressões e os comentários extras [...]” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.150), não capta ainda a linguagem corporal, os gestos efetuados durante uma comunicação, o que muito ocorreu durante as aulas de Geometria. Por isso, acabei abortando a ideia de audiogravar as aulas, elegendo apenas

<sup>17</sup> Vale ressaltar que o projeto OBEDUC foi submetido ao Comitê de Ética (Processo: CAAE 32563014.5.0000.5514, parecer 703.274). Além disso, os responsáveis pelos alunos assinaram um termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

as videograções, capazes de capturar os gestos, o movimento e as expressões. Para ampliar o que fora captado pelas lentes da câmera, escolhi produzir um diário de campo, pois este possibilita “[...] o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.150).

Mais uma vez a opção pela perspectiva histórico-cultural se faz consistente. Como o foco é o processo e não o produto, mudanças, redirecionamentos, replanejamentos podem ocorrer durante a pesquisa, até porque o processo de apropriação do ser pesquisadora também é importante. Foi a partir da experiência em campo que pude perceber que as audiograções não seriam interessantes para a proposta da pesquisa. Fui me constituindo pesquisadora e percebendo o que era conveniente ou não no desenvolvimento do trabalho. Constituir-se pesquisadora também é um processo...

É interessante ressaltar que a câmera não ficava em um ponto específico e fixo da sala de aula, mas comigo, uma vez que isso possibilitava captar melhor as interações e as discussões que ocorriam entre as duplas ou entre os grupos. Às vezes, o melhor posicionamento era o fundo da sala de aula, isso geralmente nos momentos de socialização e discussões coletivas, pois os alunos, na maioria dos momentos, utilizavam a lousa como apoio para a construção de suas explicações e de suas hipóteses, montando esquemas e/ou desenhos. Nos momentos de realização das tarefas, caminhava entre os grupos, selecionando as discussões que seriam videogravadas. Novamente, fica muito forte a importância da subjetividade e da não separação entre pesquisador e objeto de pesquisa, já que até mesmo na produção dos vídeos, minhas escolhas se evidenciaram. Quando o foco era o movimento da sala de aula, o melhor posicionamento era nos cantos frontais da sala de aula, pois isso permitia obter uma imagem que abrangia a sala como um todo.

As videograções das aulas de Geometria foram, posteriormente, transcritas em meu diário de campo. Das transcrições, recortei episódios<sup>18</sup>, que visavam responder à questão de investigação e contemplar os objetivos traçados, em que as interações entre aluno-aluno, aluno-professora ou aluno-pesquisadora geravam diálogos nos quais conceitos geométricos estavam em discussão e significações eram produzidas.

---

<sup>18</sup>Por episódios denomino recortes de momentos de interação entre os alunos e/ou entre eles e a professora e/ou entre eles e a pesquisadora nos quais conceitos geométricos estão em discussão. Esses episódios organizam-se em um movimento dialógico e constituem-se por início, meio e fim.

Utilizei também como fonte de dados o diário de aprendizagens (*Mentemático*). Este se mostrou um eficiente instrumento para a produção escrita dos alunos que, ao registrarem, voluntariamente, as significações produzidas a partir das discussões propiciadas pelas tarefas propostas, deixavam indícios dos sentidos e dos significados que estavam sendo elaborados.

Algumas tarefas foram reelaboradas a partir das escritas presentes no *Mentemático*. Vale ressaltar, novamente, que o diário foi uma proposta da professora responsável pela turma e que os alunos não eram obrigados a escrever nem eram direcionados sobre o conteúdo dessa escrita. Ademais, a socialização de suas narrativas também era voluntária. Daí a importância das escritas no diário, elas surgiam da mobilização dos próprios alunos. Para esta pesquisa, enfoquei-me nas escritas voltadas para as aulas de Geometria.

Além da escrita proveniente do diário de aprendizagens, apoiei-me também em outros registros escritos, sendo aqueles oriundos da sistematização das tarefas propostas e da solicitação da professora. Por meio das escritas, pude buscar entender como os alunos transcendiam a linguagem gestual e se apropriavam da linguagem escrita, uma vez que os registros escritos se constituíam em resíduos deixados pelas tarefas propostas, ou seja, em significações, compreensões, ideias, hipóteses, contribuições e aprendizagens produzidas a partir da tarefa (HIEBERT et al., 1997).

As fotografias e as imagens dos vídeos também foram fonte de dados para a documentação da presente pesquisa. Com as fotos e as imagens provenientes das videografações, pude tentar compreender como os alunos utilizavam a linguagem gestual para a comunicação de ideias e validação ou não de suas hipóteses.

Tendo em vista o foco da presente investigação e seus objetivos, a partir de uma leitura cuidadosa e interpretativa dos dados produzidos, optei por uma análise por unidades. E

subentendemos por unidade um produto da análise que, diferente dos elementos, possui todas as propriedades que são inerentes ao todo e, concomitantemente, são partes vivas e indecomponíveis dessa unidade. A chave para explicar certas propriedades da água não é sua fórmula química mas o estudo das moléculas e do movimento molecular. De igual maneira, a célula viva, que conserva todas as propriedades fundamentais da vida, próprias do organismo vivo, é a verdadeira unidade da análise biológica. (VIGOTSKI, 2009a, p.8).

As unidades identificadas são: 1) as significações produzidas *nas e pelas* relações nas aulas de Geometria; 2) o processo de elaboração de conceitos geométricos mediado pelas linguagens. A partir delas e dos dados produzidos via os múltiplos instrumentos empregados, selecionei os episódios que foram complementados com fotografias, imagens e produções escritas dos alunos.

Para análise desses episódios, optei por me apoiar na análise microgenética, que se trata

de uma forma de construção de dados que requer a atenção a detalhes e recorte de episódios interativos, sendo o exame orientado para o funcionamento dos sujeitos focais, as relações intersubjetivas e as condições sociais da situação, resultando num relato minucioso dos acontecimentos. (GÓES, 2000, p. 9).

Baseando-se nos estudos de Wertsch (1985) GÓES (2000, p.15, grifo da autora), faz uma ampliação da ideia de análise microgenética:

[...] essa análise não é *micro* porque se refere à curta duração dos eventos, mas sim por ser orientada para minúcias indiciais – daí resulta a necessidade de recortes num tempo que tende a ser restrito. É genética no sentido de ser histórica, por focalizar o movimento durante processos e relacionar condições passadas e presentes, tentando explorar aquilo que, no presente, está impregnado de projeção futura. É genética, como sociogenética, por buscar relacionar os eventos singulares com outros planos da cultura, das práticas sociais, dos discursos circulantes, das esferas institucionais.

Para a autora, nesse tipo de análise deve haver uma descrição minuciosa dos processos interativos, presentes nos episódios selecionados, e uma interpretação explicativa desses processos. Nesse sentido, é essencial, como propõe Geertz (1989), uma “descrição densa” e um olhar voltado para as minúcias, os indícios, as singularidades, o “negligenciável”, como indica Ginzburg (1989), permitindo assim um estudo dos processos, sendo este conceituado por Vigotski (2007).

Antes da análise desses episódios, faço algumas considerações teóricas que serviram como lente para que eu pudesse olhar para os dados produzidos. Assim, no próximo capítulo discuto alguns elementos históricos que nos fazem compreender como o ensino de Geometria se deu e se dá nas reelaborações das concepções de Ciência e Matemática.

#### 4 UMA REFLEXÃO INICIAL: CONTEXTUALIZANDO O ENSINO DE GEOMETRIA NA CONCEITUALIZAÇÃO DE CIÊNCIA E DE MATEMÁTICA

Aquele algo por vezes claro... e por vezes vago... que é... a matemática. (LAKATOS, 1974 apud DAVIS; HERSH, 1986, p.23).

Desde o final dos anos de 1980 pesquisas como as de Andrade (2004), Fiorentini (1995) e Pavanello (1989) vêm revelando a existência de diferentes modos e tendências da concepção do ensino de Matemática e Geometria no Brasil, que foram construídos historicamente e são reflexos das transformações e das rupturas sofridas pela Ciência durante séculos. Acredito, por esse motivo, ser de extrema relevância fazer uma breve contextualização que vise abranger algumas dessas modificações e dessas interrupções, procurando apreender de que forma elas afetaram as pesquisas em Educação e de que modo isso vem se refletindo nas concepções sobre o ensino de Matemática e Geometria no país nos últimos anos. Embora meu objetivo não seja aprofundar as discussões sobre o tema e sim refletir sobre questões centrais, buscando compreender o contexto atual, acredito que

entender o atual contexto do ensino de geometria exige um retrospecto da história do próprio ensino de matemática no Brasil, sempre marcado pela dualidade: escolas profissionais para as classes populares, com ênfase numa matemática utilitária e escolas destinadas a elite, com a inclusão da Aritmética, Álgebra e Geometria do currículo (Pavanello, 1993). Já o ensino da geometria se pautava por uma abordagem dedutiva-euclidiana clássica. (NACARATO, 2001, p. 84).

Para que esse retrospecto seja feito, inicio as discussões deste capítulo indicando alguns elementos históricos referentes ao papel da Matemática na constituição da Ciência Moderna, que acabou por influenciar o ensino de Matemática e da Geometria. Em seguida, contextualizo as tendências que marcaram o ensino dessas duas áreas no Brasil no século XX.

#### 4.1 O papel da Matemática na constituição da Ciência Moderna

Para Najmanovich (2001), a Ciência Moderna constituiu-se a partir de um longo processo histórico, social, intelectual e tecnológico. Mas qual foi o papel da Matemática na constituição desse modelo de ciência? A Matemática era o alicerce que garantia rigorosidade metodológica e objetividade e, no Ocidente, consolidou-se como ciência a partir da obra de Euclides (século II a.C.).

O modelo euclidiano formal embasou a ciência durante séculos, sendo resultado dos estudos de Euclides, um dos discípulos da academia de Platão e fundador da Escola Alexandria de Matemática. Autor de uma obra sustentada por axiomas, teoremas e método dedutivo, o estudioso chega ao cume de sua produção intelectual em 300 a.C., sendo *Elementos* sua maior obra e a primeira axiomatização da história da Matemática. Para Pavanello (1989, p.35-36), essa obra

[...] expõe, de modo tão brilhante, que obscurece todo trabalho anterior a ele, a geometria como um corpo de conhecimento organizado sob a forma de um sistema dedutivo. Sua intenção é que cada afirmação se apresente como consequência de afirmações previamente estabelecidas, que, por sua vez, derivam de outras, e assim sucessivamente. Todas as afirmações decorrem, porém, de algumas premissas básicas admitidas como verdadeiras. Dessas derivam as demais afirmações (teoremas).

É característica principal do modelo euclidiano a precisão da linguagem e o rigor do raciocínio; exatamente por esse motivo o modelo perdurou, sendo considerado, por séculos, o pilar da ciência. Nesse período, a Geometria dominante era a Euclidiana Plana.

No entanto, no século XII a Geometria apresentou grandes avanços com Desargues e Pascal, iniciando o desenvolvimento da vertente Projetiva. Ademais, Descartes e Fermat começam a discorrer sobre as ideias da Geometria Analítica. Com isso, criou-se uma ruptura com a hegemonia da Geometria Euclidiana.

Apesar de os avanços da Geometria Projetiva serem notórios, foram os estudos no campo da Geometria Analítica que progrediram rapidamente, em consequência de sua aplicabilidade ao Cálculo Integral, desenvolvido no final do século XIX por Newton e Leibniz. Por outro lado, os estudos da Geometria Projetiva são retomados no início do século XIX com Chasles e Poncelet.

Mas é no Renascimento (séculos XV e XVI) que surge a necessidade da representação de formas tridimensionais de maneira bidimensional. Desse modo, desenvolve-se o estudo da perspectiva, *a priori* impulsionado por artistas e pintores, como Michelangelo Buonarroti e Leonardo da Vinci.

No final do século XVIII e início do XIX, a Geometria é marcada pelo desenvolvimento da Geometria Descritiva por Monge, também responsável por trabalhos iniciais em Geometria Diferencial de curvas e superfícies do espaço e contribuições importantes à perspectiva Analítica. Para Pavanello (1989), o fato mais importante da época foi o surgimento das geometrias não euclidianas a partir da investigação do quinto postulado de Euclides, realizada no início do século XIX por Gauss, Bolyai, Lobachevsky e Riemann.

São essas pesquisas sobre o quinto postulado de Euclides que impulsionaram a criação de uma fundamentação sólida e definitiva para a Matemática, já que o pilar euclidiano até então vigente via-se ameaçado. Por isso

na tentativa de dar conta dessa tarefa surgem três correntes principais de pensamento matemático. Uma delas, o logicismo, aparece por volta de 1902 na Inglaterra, liderada por Russell e Whitehead; outra, o intuicionismo, é iniciada, em torno de 1908, pelo matemático holandês Brouwer, e a terceira, o formalismo, é criada pelo matemático alemão Hilbert uns dois anos mais tarde. (PAVANELLO, 1989, p.49).

Para os logicistas, os conceitos matemáticos eram formulados de modo lógico. Enquanto os intuicionistas consideravam apenas a Matemática obtida por processo de construção efetiva, abandonando grande parte da Matemática tradicional. Já os formalistas pensavam a Matemática como um conjunto de símbolos abstratos, que permitiam a criação de fórmulas e operações feitas a partir dessas fórmulas. É baseado na corrente formalista que nasce o Positivismo no fim do século XVIII e no início do século XIX, nele se “[...] propõe uma justificação científica com vistas à aceitação da ordem social estabelecida: a ordem industrial mediante a qual se dá o progresso, concebido como desenvolvimento da indústria e da ciência” (PAVANELLO, 1989, p.62).

O domínio da tendência formalista é assumido pela ciência positivista, já que,

para o formalista, a matemática não é senão um “jogo formal” no qual os símbolos (termos) de uma certa linguagem são manipulados segundo regras (lógicas) bem definidas. Ao formalista não interessa se os termos por ele empregados têm ou não alguma interpretação. A matemática “pura”, do ponto de vista estritamente formal, preocupa-se

com derivações que podem ser obtidas, por meio de regras perfeitamente estabelecidas, a partir de sentenças (axiomas) previamente estabelecidas. (PAVANELLO, 1989, p.64).

É nesse contexto que se desvincula a Matemática das situações concretas e das aplicações, estas últimas, a partir do século XIX, principalmente, apresentaram grandes desenvolvimentos. Isso se deve ao fato de que, para os positivistas, não era importante a interpretação histórica e econômica, pois o objetivo da ciência, naquele período, consistia na manutenção da ordem social estabelecida (industrial), saindo do campo de visão dos problemas concretos e focando os abstratos.

A Matemática é vista pelos positivistas como uma linguagem que permite enunciar as leis da ciência, é reduzida a instrumento de formalização, deixando de ser entendida como ciência, visto que “[...] não possui objeto de estudo. Não possui dados observáveis aos quais se podem aplicar regras de interpretação. [...] a matemática parece ser somente uma estrutura formal” (DAVIS; HERSH, 1986, p. 384).

Esse modelo de Matemática foi decisivo na constituição da Ciência Moderna. Esta

foi construída a partir do pressuposto de uma exterioridade e independência do objeto representado e do sujeito cognitivo. O *objeto* era uma abstração matemática, um conjunto de propriedades mensuráveis e depois moldáveis. Os únicos modelos matemáticos que a ciência clássica aceitou foram os lineares. O sujeito era pensado como uma superfície que refletia, capaz de formar uma imagem da *natureza externa, anterior e independente* dele. *Conhecer era descrever e prever*. O sujeito não entrava no quadro que ele mesmo pintava. Colocava-se sempre imóvel, de fora, seguindo metodicamente as leis eternas da perspectiva. A linearidade é uma trama subjacente da modernidade: se encarna na perspectiva pictórica, no cálculo infinitesimal, no sistema contábil, na filosofia positivista do conhecimento, na concepção mecânica do corpo, na ideologia do progresso e na “sobrevivência do mais apto”. (NAJMANOVICH, 2001, p.22, grifos da autora).

Essa concepção de que corpo e mente não podem se articular — devendo ser compreendidos e estudados separadamente — é proveniente de um longo processo de mudanças e transformações históricas, sociais, culturais, intelectuais e tecnológicas, que atingiram as instituições religiosas, a política e os campos da ciência. Por meio da “matematização da experiência”, o sujeito da modernidade “não afeta e nem é afetado” por aquilo que conhece, é um sujeito neutro, que transpõe a ideia de criatura divina e assume o papel de “[...] substância material no espaço infinito regido por leis da

natureza imutáveis e eternas” (NAJMANOVICH, 2001, p.18).Esse sujeito “desencarnado” nasce no Renascimento, é reafirmado com Descartes e alcança seu auge em Newton.

Ainda que se tenha hoje um movimento de ruptura com a ciência positivista, com sua concepção de sujeito — neutro e destituído de subjetividade — e com a “matematização” da experiência — emergindo a ideia de “corporalidade do sujeito” —, a filosofia formalista da matemática ainda se faz presente em parte considerável das pesquisas em Educação Matemática, que vêem a Matemática como ciência abstrata que trata de coisas abstratas (PAVANELLO, 1989). Esses resquícios da Ciência Moderna afetam diretamente o campo da pesquisa em Educação e o ensino de Matemática, em especial o de Geometria.

E este é o foco da seção seguinte. Nela proponho uma discussão que parte dos estudos de Andrade (2004), Fiorentini (1995) e Pavanello (1989) sobre as principais tendências que permearam e continuam permeando o ideário dos educadores matemáticos brasileiros e influenciam as pesquisas em Educação Matemática no país.

#### **4.2 Tendências da pesquisa em Educação e do ensino de Matemática e Geometria no Brasil**

Para Fiorentini (1995, p.3), “as relações entre ensino e pesquisa não são naturalmente dadas, mas são construídas historicamente atendendo, por um lado, orientações técnico-pedagógicas e, por outro, expectativas e subsídios de natureza sociopolítica e econômica”. Por isso existe uma diversidade de tendências que atravessam a práxis pedagógica do professor, que é diretamente influenciada pelas transformações no modo de conceber a ciência.

No campo do ensino de Matemática, o autor destaca seis tendências, constituídas nesse movimento histórico pelo qual a ciência foi sendo determinada e transformada, as quais permearam e continuam permeando as concepções sobre Educação Matemática no Brasil. São elas: a formalista clássica, a empírico-ativista, a formalista moderna, a tecnicista e suas variações, a construtivista, e a socioetnoculturalista. Além dessas seis tendências, outras duas começaram a surgir a partir da década de 1990: a histórico-crítica e a sociointeracionista-semântica.

De acordo com Fiorentini (1995, p.5), o ensino de Matemática no Brasil, até o fim de 1950, era basicamente dominado pela Matemática clássica — especialmente pelo modelo euclidiano, caracterizado pela sistematização expressa por teoremas deduzidos a partir de definições, axiomas e postulados — e pela concepção platônica da Matemática, em que as ideias matemáticas são concebidas de forma inatista, sendo o homem apenas responsável por descobri-las a partir da “intuição e reminiscência”. Nesta última concepção, as ideias matemáticas preexistem em um mundo ideal e são despertadas na mente humana; portanto, a existência delas independe do homem.

Na tendência formalista clássica, o ensino de Matemática pauta-se nas provas e nas demonstrações lógicas, tendo por finalidade “[...] o desenvolvimento do ‘espírito’, da ‘disciplina mental’ e do pensamento lógico-dedutivo” (FIORENTINI, 1995, p.6), por isso é dado destaque à Geometria Euclidiana. Nessa perspectiva, o papel do professor resume-se à transmissão e à exposição de conteúdos, que devem ser apenas memorizados e reproduzidos pelos alunos.

Assim, os avanços no ensino da Matemática seriam resultantes, quase exclusivamente, de investimentos na formação teórica do professor e dos formuladores de currículo. O conteúdo matemático é visto como puramente técnico e formal.

Mas é importante esclarecer que, como destaca Pavanello (1989), havia um dualismo no currículo brasileiro. O trabalho com a Geometria Euclidiana era privilégio da elite. Para esse grupo, o ensino se pautava no desenvolvimento de capacidades intelectuais, com ênfase em processos dedutivos e na capacidade de raciocínio lógico. Já no caso das classes populares, privilegiava-se o cálculo e uma perspectiva mais mecânica e pragmática da Matemática. O ensino desta era, muitas vezes, utilitarista, visando o preparo dos estudantes para o mercado de trabalho; enfatizavam-se as aplicações práticas, e, quando a Geometria se fazia presente, o enfoque também recaía sobre as aplicações utilitaristas, como cálculo de áreas e volumes.

A segunda tendência para o ensino de Matemática é a empírico-ativista, que é resultado da oposição da nova pedagogia às concepções clássicas, provenientes da tendência formalista. Nela, tanto as diferenças biológicas quanto as psicológicas da criança devem ser levadas em consideração, o que não acontecia na perspectiva formalista clássica. O que diferencia epistemologicamente o ponto de vista empírico-ativo do formalista clássica é que as ideias matemáticas descobertas existem no mundo em que vivemos e não em um mundo ideal, como acreditam os formalistas.

Essa tendência emerge no Brasil a partir da década de 1920, mas ainda nos anos 1980 nota-se a presença das ideias empírico-ativistas em materiais produzidos e divulgados por seus adeptos. Sua concepção de ensino compreende o professor como orientador do processo de aprendizagem e o aluno como sujeito ativo, que sai da passividade e torna-se o centro da aprendizagem. Os “métodos de ensino consistem nas ‘atividades’ desenvolvidas em pequenos grupos, com rico material didático e em ambiente estimulante que permita a realização de jogos e experimentos ou o contato – visual e tátil – com materiais manipulativos” (FIORENTINI, 1995, p.9).

Na tendência empírico-ativista destacam-se alguns adeptos menos ativistas, que defendem que as descobertas matemáticas ocorrem da observação e da contemplação. Já os mais ativistas acreditam que a aprendizagem é resultado da manipulação e da experimentação. Estes privilegiam o uso de jogos e materiais manipulativos.

Fiorentini (1995, p.10) destaca que essa corrente “[...] favoreceu o surgimento de livros-didáticos com figuras ou desenhos sob uma abordagem mais pragmática”. Além disso, ela difundiu a ideia de que o aluno aprende fazendo, apoiando-se nas descobertas e na resolução de problemas. O papel da pesquisa, nesse contexto, volta-se para o aluno e para atividades, materiais, problemas ou experimentos que possibilitem o processo de aprendizagem.

Não há registros de que tenham ocorrido mudanças no ensino de Geometria. Pavanello (1993) destaca que no século XX o Brasil era essencialmente agrícola e que boa parte da população era analfabeta. Assim, o ensino de Matemática, voltado às camadas populares, era prioritariamente utilitarista, baseava-se em técnicas operatórias em Aritmética; e o ensino de Geometria, quando presente, acabava limitado às noções de figuras geométricas e ao cálculo de áreas e volumes. Pavanello (1989, p. 166) afirma: “a tradicional dualidade do ensino brasileiro até que poderia, em termos de ensino de matemática, [ter] se colocado como: ‘escola onde se ensina geometria’ (escola para a elite) e ‘escola onde não se ensina geometria’ (escola para o povo)”.

A terceira tendência destacada por Fiorentini (1995) é a formalista moderna. Ela surge após a década de 1950 e é efetivamente implantada no Brasil após 1960, em virtude, principalmente, do Movimento da Matemática Moderna. Este visava, entre outras coisas, a integração da Teoria dos Conjuntos, das Estruturas Algébricas e das Relações e Funções. O movimento

[...] promoveria um retorno ao formalismo matemático, só que sob um novo fundamento: as estruturas algébricas e a linguagem formal da Matemática contemporânea. [...] Enfatiza-se o uso preciso da linguagem matemática, o rigor e as justificativas das transformações algébricas através das propriedades estruturais. (FIORENTINI, 1995, p.14).

O professor é, nessa tendência, o transmissor do conhecimento e o aluno deve apenas reproduzir o que lhe é transmitido. Nela, é finalidade do ensino a formação de especialistas matemáticos.

Fiorentini (1995, p.15) explica a diferença entre a tendência formalista clássica e a moderna:

em termos pedagógicos, enquanto a tendência clássica procurava enfatizar e valorizar o encadeamento lógico do raciocínio matemático e as formas perfeitas e absolutas das idéias matemáticas, a tendência moderna procurava os desdobramentos lógico-estruturais das idéias matemáticas, tomando por base não a construção histórica e cultural desse conteúdo, mas sua unidade e estruturação algébrica mais atuais.

E o que dizer do ensino da Geometria nessa tendência? Pavanello (1989, p.64) destaca que problemas relacionados ao conhecimento do professor, aos métodos de ensino empregados, dentre outros, já se evidenciavam mesmo antes do Movimento da Matemática Moderna. Este propunha a inserção de novos campos no ensino de Matemática, “[...] como a álgebra abstrata, a topologia, a lógica matemática, a álgebra de Boole”, em substituição aos tópicos tradicionalmente abordados. Mas o agravamento do quadro se deu, sem dúvidas, com a influência do Movimento, quando o matemático francês Jean Dieudonné propôs o abandono da Geometria Euclidiana, em 1959.

O movimento se inicia no Brasil na década de 1960. A “idéia central da Matemática Moderna é adaptar o ensino às novas concepções surgidas com a evolução desse ramo do conhecimento, o que significa trabalhar a matemática do ponto de vista das *estruturas*” (PAVANELLO, 1989, p.162, grifo da autora) e da utilização da linguagem simbólica da teoria dos conjuntos.

Talvez uma das maiores consequências desse movimento tenha sido o abandono do ensino de Geometria. Segundo Nacarato e Passos (2003, p.23), um grande número de pesquisas tem abordado o tema, e

diversas causas têm sido apontadas como responsáveis por esse abandono, dentre elas, em destaque, a reforma do ensino advinda com

o Movimento da Matemática Moderna e, também, o despreparo do professor com relação ao desenvolvimento de conteúdos geométricos.

A quarta tendência para o ensino de Matemática apontada por Fiorentini (1995) é a tecnicista e suas variações. Ela se fundamenta “[...] sociofilosoficamente no funcionalismo, para o qual a sociedade seria um sistema organizado e funcional, isto é, um todo harmonioso em que o conflito seria considerado uma anomalia e a manutenção da ordem uma condição para o progresso” (FIORENTINI, 1995, p. 15). De origem norte-americana, essa corrente era predominante durante o regime militar (após 1964) e tinha por intuito reproduzir, no espaço escolar, os modelos de racionalização capitalista.

Essa tendência fundamenta-se no *Behaviorismo*, que defende que a aprendizagem é produto de mudanças comportamentais, provenientes de estímulos. A ênfase é dada às “tecnologias de ensino”, e “os conteúdos, sob esse enfoque, aparecem dispostos em passos seqüenciais em forma de instrução programada onde o aluno deve realizar uma série de exercícios [...]” (FIORENTINI, 1995, p.16).

Como o foco agora é o desenvolvimento de habilidades computacionais, permitindo ao aluno a resolução de exercícios, o centro passa a ser as instruções, os recursos e as técnicas de ensino. Os conteúdos são compreendidos como informações, regras e macetes organizados por especialistas. Por isso o papel da pesquisa fica a cargo de técnicos, que deveriam compor materiais instrucionais a serem seguidos nas escolas.

Intensifica-se, nesse período, o abandono do ensino de Geometria. O problema toma proporções ainda maiores nas escolas públicas brasileiras após a reforma da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional para o ensino de 1º e 2º graus<sup>19</sup>(Lei 5692/71), já que

a orientação de trabalhar a geometria sob o enfoque das transformações, assunto não dominado pela grande maioria dos professores secundários, acaba por fazer com que muitos deles deixem de ensinar a geometria sob qualquer abordagem, passando a trabalhar predominantemente a álgebra – mesmo porque, como a Matemática Moderna que fora introduzida através desse conteúdo, enfatiza sua importância. (PAVANELLO, 1989, p.164-165).

Por outro lado, essa lei concedia liberdade às escolas para a elaboração dos programas das diferentes disciplinas. Assim, muitos professores, em virtude da insegurança, acabavam excluindo a Geometria de sua programação. E aqueles que

---

<sup>19</sup> Atual Ensino Fundamental e Ensino Médio, respectivamente.

optavam por ensiná-la reservavam o fim do ano letivo para a abordagem dos conceitos geométricos, o que acabava por resultar novamente na ausência do trabalho com o tópico em questão, em virtude da falta de tempo. Os livros didáticos reforçavam essas práticas, deixando os conteúdos de Geometria para os últimos capítulos.

A quinta tendência identificada é a construtivista, que parte da epistemologia genética de Piaget, apesar de não ter sido preocupação deste estudioso a elaboração de uma teoria de ensino e aprendizagem para o campo educacional. Para Fiorentini (1995, p.19), essa influência é positiva, pois propõe “[...] uma prática pedagógica que visa, com o auxílio de materiais concretos, à construção das estruturas do pensamento lógico-matemático e/ou à construção do conceito de número e dos conceitos relativos às quatro operações”.

Para os construtivistas, que aparecem no cenário do ensino de Matemática entre os anos 1960 e 1970 e se consolidam a partir da década de 1980, o conhecimento matemático é proveniente das interações e das reflexões do homem com o meio e com as atividades:

o construtivismo vê a *Matemática* como construção humana constituída por estruturas e relações abstratas entre formas e grandezas reais ou possíveis. Por isso, essa corrente prioriza mais o processo que o constructo que resulta da interação dinâmica do homem com o meio que o circunda. A apreensão destas estruturas pela criança se dá também de forma interacionista, especialmente a partir de abstrações reflexivas, realizadas mediante a construção de relações entre objetos, ações ou mesmo entre idéias já construídas. (FIORENTINI, 1995, p.20, grifo do autor).

A tendência construtivista apresenta certas variantes que surgiram de transformações que ampliaram seus pressupostos. Baseando-se em Crusius (1992 apud FIORENTINI 1995), o autor destaca como variantes dessa tendência as abordagens de Emilia Ferreiro, Sara Pain e Gérard Vergnaud.

Nessa concepção, a finalidade do ensino é a formação, sendo importante “*aprender a aprender*”, e o desenvolvimento do pensamento lógico e formal. Além disso, Fiorentini (1995) frisa o papel central da pesquisa na abordagem construtivista. O autor destaca que este consistiria,

[...] de um lado, em investigar como a criança aprende ou constrói determinados conceitos matemáticos e, de outro, em desenvolver atividades ou materiais potencialmente ricos que desencadeiem conflitos cognitivos e abstrações reflexivas, possibilitando, assim, a

construção de conceitos ou o desenvolvimento de estruturas cognitivas. (FIORENTINI, 1995, p. 23).

Essa tendência se fez presente nas práticas de professores da Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental. Nos demais segmentos prevaleceu até o final do século XX uma tendência tecnicista para o ensino de Matemática.

Por volta da década de 1980, iniciam-se, principalmente no campo da pesquisa, as discussões sobre o abandono do ensino de Geometria. Essa questão discutirei posteriormente.

A sexta tendência que permeia o ideário dos educadores matemáticos brasileiros é a socioetnocultural. Ela surge na década de 1960 a partir de esforços de estudiosos, que, vendo o fracasso do Movimento da Matemática Moderna, buscam soluções para o ensino de Matemática e pautam-se em aspectos sociais e culturais. Assim, constituem a noção de Matemática como produção humana, construída socioculturalmente. No Brasil, essa tendência se consolida a partir da década de 1970.

Fiorentini (1995) enfatiza que essa perspectiva se baseia nas ideias de Paulo Freire e, no campo da Educação Matemática, em Ubiratan D'Ambrosio. Para o pesquisador,

a etnomatemática inicialmente significava a Matemática não-acadêmica e não-sistematizada, isto é, a Matemática oral, informal, “espontânea” e, às vezes, oculta ou congelada, produzida e aplicada por grupos culturais específicos (indígenas, favelados, analfabetos, agricultores, ...). (FIORENTINI, 1995, p.25).

Para essa abordagem, o conhecimento matemático é vivo, vai sendo construído historicamente a partir das práticas sociais e culturais. Por isso é proposta dessa tendência que cada escola tenha a liberdade de definir seu currículo, partindo do contexto sociocultural de cada localidade. O ensino deve basear-se em problemas da realidade e ser construído por meio de uma relação de dialogicidade entre aluno e professor. Tal tendência, no entanto, marcou e tem marcado pesquisas realizadas em práticas não escolarizadas e pouca influência exerceu nas salas de aula.

No campo da Geometria, destacam-se os trabalhos de Paulus Gerdes, cujas ideias serão discutidas posteriormente. Embora sua ênfase não tenha sido no ensino, seus estudos provocaram reflexões sobre as concepções de Geometria, enfatizando o papel da cultura no desenvolvimento do pensamento geométrico.

Além dessas seis tendências discutidas, Fiorentini (1995) apresenta outras duas que começaram a emergir a partir da década de 1990: a histórico-crítica e sociointeracionista-semântica. Com relação à primeira, o autor assinala:

a Matemática, sob uma visão histórico-crítica, não pode ser concebida como um saber pronto e acabado mas, ao contrário, como um saber vivo, dinâmico e que, historicamente, vem sendo construído, atendendo a estímulos externos (necessidades sociais) e internos (necessidades teóricas de ampliação dos conceitos). Esse processo de construção foi longo e tortuoso. É obra de várias culturas e de milhares de homens que, movidos pelas necessidades concretas, construíram coletivamente a Matemática que conhecemos hoje. (FIORENTINI, 1995, p.31).

Para os estudiosos adeptos dessa visão, o aluno aprende significativamente Matemática quando é capaz de atribuir sentido e significado ao conhecimento produzido. Desse modo, é capaz de ir além do domínio de técnicas e habilidades.

A segunda tendência emergente naquela década foi a sociointeracionista-semântica. Ela

[...] toma como suporte psicológico a teoria de Vygotsky, o qual coloca a linguagem como constituinte do pensamento. Epistemologicamente, fundamenta-se no modo como os conhecimentos, signos e proposições matemáticas são produzidos historicamente pela comunidade científica ou pelos grupos culturais situados sócio-historicamente. (FIORENTINI, 1995, p. 33).

Nessa visão, aprender é sinônimo de significar. Ademais, é papel do professor mediar esse processo de significação permeado por signos e constituído nas e pelas relações sociais.

Todavia, o autor alerta que conhecer essas diferentes tendências não deve implicar em classificar as práticas dos professores, até porque nenhuma prática se apoia em uma única tendência. O professor, em sua ação pedagógica, apoia-se em tendências que marcaram sua formação, apresentadas pelos documentos curriculares ou pelos livros didáticos.

No que diz respeito ao ensino de Geometria, houve um intenso movimento da comunidade acadêmica em resgatá-lo. O trabalho de Andrade (2004) evidencia que o período entre 1987 a 2001 foi marcado pelo surgimento de novas tendências para o ensino desse saber no contexto brasileiro. O autor identifica duas tendências didático-

pedagógicas emergentes nesse período: a Geometria Experimental e a Geometria em Ambientes Computacionais.

Para o pesquisador, são características da Geometria Experimental:

atividades de experimentações por meio de manipulações de objetos concretos; representações, através de desenhos e construções de modelos; resolução de problemas; construção de conceitos pelo aluno através da produção ou negociação de significados ou por meio de atividades diretivas; contextos de provas e argumentações ou refutações, além de um grupo de trabalhos que visam discutir o pensamento geométrico num enfoque teórico-epistemológico. Assim, por experimental estamos entendendo as produções resultantes da experiência e da ação humana, ou seja, aquilo que se refere a construções e formas de representação do mundo. (ANDRADE, 2004, p.62).

Já a Geometria em Ambientes Computacionais é trabalhada a partir de *softwares*. Estes pertencem a duas categorias: os ambientes de programação e os ambientes de resolução de problemas (ANDRADE, 2004).

Contudo, ainda que as pesquisas no campo do ensino de Geometria tenham avançado, têm produzido poucos materiais que subsidiem o professor da Educação Básica (SANTOS; NACARATO, 2014). Sabemos que são várias as lacunas conceituais enfrentadas pelos docentes que ensinam Matemática, o que já foi discutido por Nacarato (2000), Nacarato e Passos (2003) e Passos (2000). Daí a importância do investimento na formação continuada que possibilite a produção de materiais e tarefas que auxiliem e apoiem a prática docente.

Concordo com Santos e Nacarato (2014) quando afirmam que a pesquisa da própria prática, o pertencimento a grupos de estudo, a investigação de natureza colaborativa e a formação continuada dentro da própria escola — em que se toma um campo específico da Matemática para estudo — constituem movimentos interessantes para a formação continuada do professor que ensina Matemática. Estes podem ser identificados nas pesquisas de Marquesin (2007), Nacarato (2000), Nacarato, Gomes e Grandó (2008) e Santos (2011).

Retomando os aspectos discutidos nesta seção, podemos perceber que, assim como o ensino de Matemática, o ensino de Geometria é permeado por diversas fases. Até 1960 baseava-se nos estudos de Euclides, sendo *Elementos* o texto base para o trabalho com os conceitos geométricos que visavam a evolução intelectual e conseqüentemente a evolução do espírito. Nesse período, o ensino era bastante restrito e

a Matemática era entendida como privilégio, geralmente, dos homens da elite. Entre as décadas de 1970 e 1980, o ensino é influenciado pelas ideias da Matemática Moderna, que enfatizam a linguagem matemática, o que dificultava bastante o processo de ensino e aprendizagem desse campo de conhecimento. Ainda nesse período, o ensino de Geometria era restrito e, quando presente nas escolas públicas, era trabalhado de maneira reducionista e utilitarista. Nas décadas de 1980 e 1990, o ensino de Geometria é influenciado pelos estudos de Piaget, tendo como foco os processos de ensino. Esses estudos contribuíram para a compreensão de que a Geometria Euclidiana não é de fácil aprendizagem pela criança, dada sua abstração, e de que, antes dela, o aluno deve ter estudado noções topológicas e conceitos de Geometria Projetiva.

A partir dos anos 1990, as pesquisas têm enfatizado a importância da linguagem, da mediação pedagógica e de materiais de apoio para o trabalho com os conceitos geométricos. As tendências para o ensino de Geometria têm ressaltado a importância do trabalho simultâneo entre a Geometria plana e a espacial (ANDRADE, 2004), rompendo com o modelo euclidiano que partia de conceitos mais simples em direção aos mais complexos. Nota-se que a Geometria volta a se fazer presente no contexto do ensino público, já que o conhecimento geométrico é cobrado em avaliações externas, nos âmbitos municipal, estadual e nacional.

Finalizando essas discussões, podemos pontuar que as mudanças não ocorrem apenas em um setor da sociedade, mas se entrecruzaram; portanto, alterações em uma área do conhecimento afetam diretamente outras. É nesse contexto de mudanças, principalmente a partir da década de 1980, que podemos perceber que a ruptura dos pilares que sustentavam a Ciência Moderna provocou transformações não só nos modos de conceber a ciência, mas também nas maneiras de compreender o ensino, no caso aqui focalizado o ensino de Matemática.

Conseqüentemente, isto conduz a modificações também no campo da pesquisa em Educação, que, por um lado, busca subsidiar a tendência que vigora em determinado período e, por outro, procura propor novos caminhos e avanços que possam suprir as falhas presentes nas concepções vigentes naquele momento. Surgem, então, diferentes tendências que permeiam o campo da Educação Matemática brasileira, as aqui discutidas não são as únicas, mas apenas as que “[...] foram e continuam sendo mais presentes na configuração do ideário da Educação Matemática brasileira” (FIORENTINI, 1995, p.34).

No atual contexto, decorridos 20 anos do trabalho de Fiorentini (1995), outras tendências emergiram e têm marcado tanto as práticas pedagógicas quanto a pesquisa em Educação Matemática. A prática analisada nesta pesquisa é um exemplo de ruptura com tendências tecnicistas, pois se pauta na problematização e na produção de significações pelos atores do ato pedagógico.

A opção que tomamos é caracterizar a prática assumida para este estudo, como uma prática que se pauta na perspectiva histórico-cultural, em que o eixo central é o desenvolvimento humano, mediado pelos signos e, em particular, pela linguagem. A pesquisa, ao assumir essa perspectiva, pressupõe um pesquisador envolvido com o contexto, com os sujeitos, enfim, um “sujeito encarnado”.

Além disso, a presente investigação toma o espaço euclidiano como referência. Primeiramente, isso se deve ao fato de poder estar pautada em um estudo consolidado há séculos e, por conseguinte, de ser esse o espaço predominantemente tomado como referência pelos currículos escolares, ainda que fosse proposta do Movimento da Matemática Moderna seu abandono e a inserção das geometrias não euclidianas nos planos de ensino.

Para o desenvolvimento deste estudo, tomei como ponto de partida o ensino e aprendizagem da Geometria Euclidiana plana e espacial nos anos iniciais de escolarização, mais especificamente no 3º ano do Ensino Fundamental, tendo em vista o trabalho simultâneo entre ambas. O trabalho ocorreu de maneira colaborativa, de modo que a pesquisadora (licenciada em Matemática) assume uma parceria com uma professora polivalente. A parceria, como afirmado, surgiu da participação de ambas em grupos de natureza colaborativa, como explicitado anteriormente.

Adotei a perspectiva histórico-cultural, assumindo que as diferentes linguagens são fundamentais para o processo de elaboração de conceitos geométricos. Além disso, pressuponho que a intencionalidade pedagógica na elaboração das tarefas propostas e a mediação do professor, no decorrer do desenvolvimento destas, são primordiais para a aprendizagem desse tipo de conceito, assim como o apoio em materiais didáticos.

No capítulo seguinte, voltarei o olhar para as características do pensamento geométrico e para o processo de elaboração conceitual desse tipo de conceito. Ademais, especificarei as escolhas teóricas assumidas para esta investigação.

## 5 ASPECTOS DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO E ELABORAÇÃO CONCEITUAL EM GEOMETRIA

É precisamente a alteração da natureza pelos homens, e não a natureza enquanto tal, que constitui a base mais essencial e imediata do pensamento humano. (ENGELS, 1979 apud VIGOTSKI, 2007, p.7).

No presente capítulo, apresento as opções teóricas que me embasaram. Elas permitiram e conduziram as escolhas feitas no decorrer de todo o percurso da pesquisa.

Na primeira seção faço algumas considerações sobre a natureza do pensamento geométrico e apresento alguns elementos históricos de sua constituição. Em seguida, faço uma retomada, partindo dos estudos de Vigotski (2009a), do processo de elaboração conceitual, e, a partir das especificidades dos conceitos geométricos, aponto algumas possíveis características do processo de construção de conceitos em Geometria. Finalizo o capítulo realizando as aproximações entre o processo de elaboração conceitual em Geometria, mediado pelas múltiplas linguagens, e o letramento matemático escolar.

### 5.1 A natureza do pensamento geométrico: alguns elementos históricos de sua constituição

Inicialmente, é importante ressaltar que assumo, como Gerdes (1992, p.16, grifos do autor), que

para geometrizar são necessários não só objetos geometrizáveis, mas também já a capacidade de, na percepção destes objetos, abstrair de todas as demais propriedades, para além da sua figura – e esta capacidade é o resultado de um longo *desenvolvimento histórico de experiências humanas* [...].

Essa ideia sobre a capacidade de geometrizar converge com os estudos de Vigotski (2009b, p.24) a respeito da imaginação e da atividade criadora, no sentido de que “essa relação do produto final da imaginação com algum fenômeno real é a forma segunda, ou superior, de relação entre fantasia e realidade. Essa forma de relação torna-se possível somente graças à experiência alheia ou experiência social”. Portanto, para geometrizar, faz-se necessário o emprego da abstração, que se constitui em uma

capacidade intimamente apoiada na imaginação, que parte de experiências reais construídas socialmente. Sendo assim, a Geometria é fundamentada na percepção de regularidades presentes na natureza, observadas durante séculos, constituídas histórica e socialmente e reelaboradas pelo poder criativo dos homens.

O movimento de abstrair das demais propriedades do objeto é uma construção que nasce da experiência social, desenvolvida historicamente em um longo, lento e gradual processo. Mas vale ressaltar que o novo só acontece quando há intencionalidade. Assim, “esses produtos da imaginação consistem de elementos da realidade modificados e reelaborados” (VIGOTSKI, 2009b, p.24) e são eles que vão compondo as bases do pensamento geométrico.

Engels (1975 apud GERDES, 1992) defende que a Geometria nasce das necessidades humanas e que a inteligência cresce à medida que o homem aprende a transformar a natureza. Assim, é o trabalho que diferencia o homem dos outros animais:

a geometria nasceu como uma ciência empírica ou experimental. Na “confrontação” com o seu meio ambiente o Homem da Antiga Idade da Pedra chegou aos primeiros conhecimentos geométricos. O processo da aquisição pelo trabalho de imagens abstratas das relações espaciais entre os objetos físicos e as suas partes decorreu, primeiro, de uma forma extremamente lenta. Depois de ter sido reunido suficiente material factual, respeitante às formas espaciais mais simples, tornou-se possível, sob condições sociais especiais, como, por exemplo, no Egito antigo, Mesopotâmia e China, sistematizar consideravelmente o material factual recolhido. Com isso começou a transformação da geometria de uma ciência empírica numa ciência matemática [...]. (GERDES, 1992, p.17).

Estas colocações de Vigotski (2009b, p.16) a respeito da criação complementam a citação feita acima: “[...] na vida cotidiana que nos cerca, a criação é condição necessária da existência, e tudo que ultrapassa os limites da rotina, mesmo que contenha um iota do novo, deve sua origem ao processo de criação do homem”. Assim, em um processo (social e histórico) de criação humana se deu a elaboração das ideias que culminaram na Geometria enquanto parte da Ciência Matemática.

Gerdes (1992) defende que existe uma relação dialética entre a vida ativa humana e o pensamento abstrato. É essa relação que propulsiona o desenvolvimento da Geometria:

os corpos materiais e as suas formas e relações espaciais existiam já antes do Homo Sapiens. O contorno do Sol e da Lua, a superfície plana dum lago, a retiliniedade de um raio de luz, etc., estiveram

sempre presentes e ofereceram, por assim dizer, ao homem a possibilidade de os observar. Mas, na natureza nunca existem círculos, retas ou triângulos exatos. Por isso é claro que a razão principal para que os homens, gradualmente, tivessem elaborado estes conceitos, reside no fato da observação da natureza não ser uma observação passiva, mas sim *ativa*: para poderem satisfazer as suas necessidades diárias, os homens produziam objetos com formas cada vez mais regulares. (GERDES, 1992, p. 18, grifo do autor).

Foi por meio da atividade social que se tornou possível ao homem a percepção de certas formas presentes na natureza e em suas próprias produções. Porém, isso não aconteceu instantaneamente, mas mediante um longo processo de desenvolvimento histórico. Nesse sentido,

a capacidade de reconhecer ordem e formas espaciais regulares na natureza formou-se através da atividade laboral. A *regularidade* é o *resultado* do trabalho criativo do Homem e não o seu pressuposto. São vantagens práticas, realmente existentes, da forma regular descoberta que conduzem à consciência crescente dessa ordem e regularidade. As mesmas vantagens estimulam à comparação com outros resultados de trabalho e com fenômenos naturais. A regularidade do produto de trabalho simplifica a sua reprodução e assim se reforça a consciência da sua forma e o interesse por ela. Com a crescente consciência e interesse forma-se, simultaneamente, uma valorização positiva da forma descoberta: a forma é também aplicada onde ela *não é necessária*; ela é sentida e apreciada como bela. [...] Com o reflexo, na arte e em jogos, de formas elaboradas na atividade, o pensamento matemático inicial já começou a libertar-se da necessidade material: a forma emancipa-se, torna-se mais independente da matéria e, assim, nasce o *conceito* de forma; *abriu-se* caminho para um desenvolvimento intramatemático. (GERDES, 1992, p.100, grifos do autor)

Para Vigotski (2009b, p.20), “a primeira forma de relação entre imaginação e realidade consiste no fato de que toda obra da imaginação constrói-se sempre de elementos tomados da realidade e presentes na experiência anterior da pessoa”. Desse modo, a Geometria — uma produção humana — nasce da atividade laboral. O homem, reconhecendo suas necessidades, produz ferramentas e objetos a partir da observação de corpos materiais e de suas formas e das relações espaciais já existentes na natureza.

Mas é fato que não existem formas exatas na natureza; foi, portanto, a partir da observação de certas regularidades e das necessidades humanas que o homem — em um processo histórico-cultural lento e gradual — foi sendo capaz de produzir formas cada vez mais regulares, que possibilitaram a construção de um pensamento geométrico, já que “[...] a imaginação sempre constrói de materiais hauridos da realidade”

(VIGOTSKI, 2009b, p.21). Mas o desenvolvimento chamado por Gerdes (1992) de intramatemático só é desencadeado quando a forma criada para suprir as necessidades sociais começa a ser aplicada onde já não é mais necessária. Assim, inicia-se o processo de emancipação, em que ocorre o abandono da materialidade, e nasce o conceito de forma em sua acepção abstrata.

Gonseth (1945 apud PAIS, 1996), em uma análise epistemológica da Geometria do espaço, assinala três aspectos do conhecimento geométrico: o intuitivo, o experimental e o teórico. Concordo com Nacarato e Passos (2003, p.41) quando sinalizam que “[...] o objetivo do ensino da Geometria é possibilitar o conhecimento teórico”. Também estou de acordo com Pais (1996), que afirma que tanto as bases intuitivas quanto a atividade experimental são essenciais para a elaboração do conhecimento teórico em Geometria.

Aos aspectos intuitivo, experimental e teórico, base da epistemologia do pensamento geométrico, estão articulados quatro elementos fundamentais para o processo de ensino e aprendizagem da Geometria Euclidiana Plana e Espacial. São eles: o objeto, entendido aqui como modelos físicos, materiais didáticos ou formas dos conceitos geométricos; o desenho; a imagem mental; e o conceito (PAIS, 1996).

Referindo-se ao uso de objetos no processo de ensino e aprendizagem de Geometria, Pais (1996, p.66) defende que “o trabalho com esses elementos experimentais constitui, principalmente para o aluno de primeiro grau, um recurso necessário à transposição de um nível pré-categorial para o mundo das ideias abstratas”. Quanto ao uso dos objetos como mediadores no processo de elaboração de conceitos geométricos, o autor adverte que

[...] a materialidade deve ser suplantada no sentido de permitir a gênese do processo de abstração, caso contrário, recai-se no erro indesejável de admitir a existência de uma “geometria concreta”, o que seria contraditório aos objetivos da educação matemática. (PAIS, 1996, p.67).

Para o autor, em virtude de a construção teórica ser um processo lento, gradual e complexo, pode-se considerar a existência de níveis de conceitualização, sendo o objeto a forma primitiva de representação do conceito. Todavia,

o problema desta consideração é que, implícita à noção de representação, está uma visão platônica de se conceber o conhecimento, na qual o homem está bem distanciado do mundo das

idéias. Daí a necessidade de se levar em conta todas as limitações inerentes ao próprio processo de representação. É preciso admitir que o representante, neste caso, nada mais é que um simples modelo físico que pode apenas contribuir na formação de idéias sem, evidentemente, poder substituí-las. (PAIS, 1996, p. 68).

Assim, o objeto é visto como uma representação primitiva do conceito, em virtude de sua acessibilidade e de seu imediatismo à sensibilidade humana. Da mesma forma, o desenho é de natureza concreta e particular, ao contrário do conceito, que possui características abstratas e gerais. Mas, para a decodificação de um desenho, é necessário o domínio de algumas informações técnicas, em virtude disso ele é considerado como a segunda forma de representação do conceito, pois seu nível de complexidade é maior se comparado ao do objeto. Podemos concluir que o objeto e o desenho constituem a base do aspecto experimental do pensamento geométrico.

Baseado nos estudos de Denis (1979, 1989 apud PAIS, 1996), o pesquisador entende que as imagens mentais, associadas aos conceitos geométricos, diferem-se do objeto e do desenho por conta da subjetividade e da abstração nelas presentes. Apesar de compreender que seja difícil definir formalmente o que seja uma imagem mental, o autor considera:

[...] pode-se dizer que o indivíduo tem uma dessas imagens quando ele é capaz de enunciar, de uma forma descritiva, propriedades de um objeto ou de um desenho na ausência desses elementos. Assim, como as noções geométricas são idéias abstratas e, portanto, estranhas à sensibilidade exterior do homem, a formação de imagens mentais é uma conseqüência quase que exclusiva do trabalho com desenhos e objetos. (PAIS, 1996, p.70).

É por esse motivo que acredito ser primordial o trabalho com objetos e desenhos que representem o conceito. Isso possibilita a ampliação das experiências da criança, gerando bases sólidas que permitam sua atividade criadora, já que

a atividade criadora da imaginação depende diretamente da riqueza e da diversidade da experiência anterior da pessoa, porque essa experiência constitui o material com que se criam as construções da fantasia. Quanto mais rica a experiência da pessoa, mais material está disponível para a imaginação dela. [...] A imaginação origina-se exatamente desse acúmulo de experiência [...] quanto mais rica é a experiência, mais rica deve ser também a imaginação. (VIGOTSKI, 2009b, p.22).

Por isso, quanto mais significativas forem as atividades experimentais feitas com as crianças — por exemplo, manipulação de objetos, trabalho com desenhos e

exploração de suas características e de suas particularidades —, tanto melhores e mais elaboradas serão as imagens mentais formadas. Isso porque “esses produtos da imaginação consistem de elementos da realidade modificados e reelaborados. É preciso uma grande reserva de experiência anterior para que desses elementos seja possível construir imagens” (VIGOTSKI, 2009b, p.24).

Tomando os aspectos característicos das imagens mentais, podemos concluir que elas são bem mais complexas do que os objetos e os desenhos — apesar de estes serem fundamentalmente necessários a sua formação —, constituindo, como defende Pais (1996), a terceira forma de representação das noções geométricas. Em virtude de sua natureza, as imagens mentais fazem parte do aspecto intuitivo do pensamento geométrico.

Ao tratar das questões sobre a generalidade e a abstração dos conceitos geométricos, o autor afirma que estes são construídos lentamente, por meio de um processo dialético que envolve o mundo físico e uma reflexão intelectual sobre ele. Alega também que,

[...] do ponto de vista científico, o conceito não pode ser algo suscetível a modificações subjetivas que permitam diferentes significados. Mas, enquanto conhecimento que é construído pelo homem, existe uma série de particularidades que acabam determinando níveis de conceitualização diferentes. Cada indivíduo possui uma série de imagens mentais associadas a um determinado conceito. (PAIS, 1996, p.71).

Essa ideia vai ao encontro da seguinte afirmação de Vigotski (2009a, p. 210): “[...] as palavras da criança coincidem com as palavras do adulto em sua referencialidade concreta, ou seja, referem-se aos mesmos objetos, a um mesmo círculo de fenômenos. Entretanto, não coincidem em seu significado”. Ou seja, as palavras da criança e do adulto coincidem nominativamente, pois indicam um mesmo referente, mas se baseiam em operações mentais distintas, pois o modo e a operação por intermédio da qual criança e adulto concebem o referente não são os mesmos. Para o autor, o significado da palavra consiste nessa operação.

Podemos utilizar como exemplo disso uma situação em que uma criança que, iniciando os estudos sobre superfícies poliédricas e não-poliédricas, tem em mãos diversos modelos de sólidos geométricos e é questionada pelo professor sobre qual deles representaria um cubo. A criança já pode conseguir, naquele momento, identificar,

dentre os modelos fornecidos, qual deles representa um cubo. Nesse sentido, o cubo coincide para professor e criança em sua referencialidade material, ambos utilizam a mesma superfície poliédrica para representá-lo.

Contudo, isso não acontece em relação ao significado, já que criança e professor se encontram em níveis de conceitualização (PAIS, 1996) ou generalização (VIGOTSKI, 2009a) distintos. A criança consegue atribuir sentidos àquele representante, identificando-o e se referindo a ele corretamente, mas o conceito ela ainda não construiu, este está em processo de formação. O conceito de cubo, presente no questionamento do professor, está imbuído de uma construção teórica, que passou por diversos níveis de generalização no decorrer de seu processo formativo, permitindo a construção de diversas imagens mentais, que acarretaram na elaboração do conceito de cubo. Enquanto a criança ainda está em fase inicial desse processo de elaboração de conceitos; se já possui uma imagem mental formada para o cubo, provavelmente é ainda muito primitiva.

Isso acontece em decorrência de o conceito localizar-se em um sistema de relações de generalidade:

se a tomada de consciência significa generalização, então é evidente que a generalização, por sua vez, não significa nada senão formação de um conceito superior [...] a generalização de um conceito leva à localização de dado conceito em um determinado sistema de relações de generalidade, que são os vínculos fundamentais mais importantes e mais naturais entre os conceitos. Assim, generalização significa ao mesmo tempo tomada de consciência e sistematização de conceitos. (VIGOTSKI, 2009a, p.292).

Esses níveis de conceitualização ou generalidade convergem com os apontamentos de Vigotski (2009b, p.14) a respeito da imaginação ou da atividade criadora humana, uma vez que “o cérebro não é apenas o órgão que conserva e reproduz nossa experiência anterior, mas também o que combina reelabora, de forma criadora, elementos da experiência anterior, erigindo novas situações e novo comportamento”. A atividade humana propicia a reelaboração por meio da apreensão de particularidades associadas ao referente, é isso que permite que o sujeito seja capaz de produzir diversas imagens mentais relativas a um mesmo conceito. É por isso que a produção de imagens mentais está intimamente ligada à imaginação.

Vigotski (2009a) acredita que o significado é a unidade da relação entre pensamento e linguagem, ou seja, o significado da palavra ou conceito constitui uma

unidade indecomponível, que conserva todas as propriedades existentes na interação entre pensamento e linguagem. Para estudar essa relação, basta voltar o olhar para o significado, uma vez que o significado da palavra é um ato de pensamento e, ao mesmo tempo, é parte intransferível da palavra, sendo simultaneamente linguagem e pensamento.

Assim, o autor entende que a palavra provida de significado pertence ao reino da linguagem, pois não é som vazio, e também ao reino do pensamento, visto que é uma generalização que consiste em ato verbal do pensamento. Sendo assim,

esquemáticamente, poderíamos conceber a relação entre pensamento e linguagem como dois círculos que se cruzam mostrando que em uma parte desse processo os dois fenômenos coincidem, formando o chamado campo do “pensamento verbalizado”. Mas este pensamento não esgota todas as formas de pensamento nem de linguagem. Há uma vasta área do pensamento que não mantém relação direta com o pensamento verbal. (VIGOTSKI, 2009a, p. 139).

O autor diferencia sentido e significado, levando em conta que existem entre eles diferenças e que elas devem ser consideradas no estudo do desenvolvimento humano.

Cito em seguida as definições de Vigotski (2009a, p. 465):

[...] o sentido de uma palavra é a soma de todos os fatos psicológicos que ela desperta em nossa consciência. Assim, o sentido é sempre uma formação dinâmica, fluida, complexa, que tem várias zonas de estabilidade variada. O significado é apenas uma dessas zonas do sentido que a palavra adquire no contexto de algum discurso e, ademais, uma zona mais estável, uniforme e exata. Como se sabe, em contextos diferentes a palavra muda facilmente de sentido. O significado, ao contrário, é um ponto imóvel e imutável que permanece estável em todas as mudanças de sentido da palavra em diferentes contextos. Foi essa mudança de sentido que conseguimos estabelecer como fato fundamental na análise semântica da linguagem. O sentido real de uma palavra é inconstante. Em uma operação ela aparece com um sentido, em outra, adquire outro. [...] Tomada isoladamente no léxico, a palavra tem apenas um significado. Mas este não é mais potência que se realiza no discurso vivo, no qual o significado é apenas uma pedra no edifício do sentido. (VIGOTSKI, 2009a, p.465)

Portanto, as palavras são enriquecidas por meio dos sentidos atribuídos de acordo com os contextos, possibilitando também ao significado das palavras certo dinamismo. No decorrer de seu estudo sobre a construção do pensamento e da linguagem, o autor, em diversos momentos, reporta-se à questão do sentido e do significado da palavra.

Parece-me que uma leitura superficial levaria à compreensão de que o autor assume que o significado seja imutável, mas, aprofundando-nos em seus estudos, podemos perceber que ao significado Vigotski (2009a) confere certa mobilidade e dinamismo. Para ele, o significado da palavra ou o conceito consiste no ponto de chegada ao qual almejam criança ou adulto em processo de elaboração conceitual. Mas, para chegar ao final do processo, um longo caminho é percorrido, e é por meio desse caminho que o sujeito, ao aprender uma nova palavra, toma consciência de impressões que lhe conferem a possibilidade de ir construindo o significado; por isso existem diversos níveis de conceitualização ou generalidade. De acordo com o desenvolvimento do sujeito, a palavra adquire certo significado, e este vai sendo ampliado no decorrer do processo, a depender do progresso do caminho a ser percorrido, lembrando que esse percurso não é linear. Isso se deve ao sujeito apresentar diferentes níveis de abstração e generalização, e são esses níveis que permitem que a criança ou o adulto em processo de elaboração de um significado se comuniquem e empreguem uma palavra. Nesse sentido, “ser significado é o mesmo que estar em determinadas relações de generalidade com outros significados, isto é, significa uma medida específica de generalidade” (VIGOTSKI, 2009a, p.368).

Entendemos a mobilidade e o dinamismo concedidos ao significado quando compreendemos que o conceito é um ato de generalização,

[...] é mais do que a soma de certos vínculos associativos formados pela memória, é mais do que um simples hábito mental; é um ato real e complexo de pensamento que não pode ser aprendido por meio de simples memorização, só podendo ser realizado quando o próprio desenvolvimento mental da criança já houver atingido o seu nível mais elevado. [...] os conceitos psicologicamente concebidos evoluem como significados das palavras. A essência do seu desenvolvimento é, em primeiro lugar, a transição de uma estrutura de generalização a outra. (VIGOTSKI, 2009a, p.246).

Já o sentido é completamente instável e subjetivo, sendo assim diferente do significado, que, como discutido acima, possui certa estabilidade, pois consiste no ponto de chegada que deve ser alcançado pelo sujeito. É por meio do sentido que

a palavra incorpora, absorve de todo o contexto com que está entrelaçada os conteúdos intelectuais e afetivos e começa a significar mais e menos do que contém o seu significado quando a tomamos isoladamente e fora do contexto: mais, porque o círculo dos seus significados se amplia, adquirindo adicionalmente toda uma variedade de zonas preenchidas por um novo conteúdo; menos, porque o

significado abstrato da palavra se limita e se restringe àquilo que ela significa apenas em um determinado contexto. O sentido da palavra, diz Paulham, é um fenômeno complexo, móvel, que muda constantemente até certo ponto em conformidade com as consciências isoladas, para uma mesma consciência e segundo circunstâncias. Nestes termos, o sentido da palavra é inesgotável. A palavra só adquire sentido no contexto do parágrafo, o parágrafo no contexto do livro, o livro no contexto de toda a obra de um autor. O sentido real de cada palavra é determinado, no fim das contas, por toda a riqueza dos momentos existentes na consciência e relacionados àquilo que está expresso por uma determinada palavra. (VIGOTSKI, 2009a, p.466).

Assim, podemos sintetizar afirmando que Vigotski (2009a) compreende o significado da palavra em seu aspecto estabilizado, convencionalizado socialmente, mas, como Pais (1996) afirma, esse significado é atravessado por níveis de conceitualização, que vão sendo ampliados de acordo com o desenvolvimento do processo de elaboração conceitual. Enquanto o sentido depende do contexto, da situação em questão, assumindo múltiplas possibilidades. Smolka (2004, p.40) afirma que o sentido não é o signo e não está nele, mas se produz por meio dele e que Vigotski o compreende como “instrumento mediador e constituidor da atividade mental”.

Complementando essa ideia, Góes e Cruz (2006, p.38) afirmam a impossibilidade de abordar a palavra “[...] fora das condições de produção do dizer e da interpretação do que é dito”. Além disso, as autoras assinalam que a significação da palavra é a dialética da relação entre sentido e significado e que essa significação não pode ser desconsiderada em quaisquer estudos que visem analisar os processos humanos. Essa colocação pode ser complementada por estas palavras de Smolka (2004, p.44, grifos da autora):

a significação como produção de signos e sentidos, é (resultante de) um trabalho coletivo *em aberto*, que implica ao mesmo tempo, acordo mútuo, estabilização, e diferença (inter-in-compreensão constitutiva...). Há sempre algo possível/passível de ser comum, e há sempre heterogeneidade. As características dos *signo* e da *trama* se (con)fundem.

Por isso a significação é condição de humanização e emerge das relações sociais em que a palavra é entendida como produto, como modo de significação. Nesse sentido, não há comunicação sem significação.

Vigotski (2009a, p.12) defende que

[...] a comunicação sem signos é tão impossível quanto sem significação. Para se comunicar alguma vivência ou algum conteúdo da consciência a outra pessoa não há outro caminho a não ser a inserção desse conteúdo numa determinada classe, em um grupo de fenômenos, e isto, como sabemos, requer necessariamente generalização. Verifica-se, desse modo, que a comunicação pressupõe necessariamente generalização e desenvolvimento do significado da palavra, ou seja, a generalização se torna possível se há desenvolvimento da comunicação.

Assim, o conceito se constrói na relação com a significação, que é a dialética da relação entre sentido e significado. O significado é, por sua vez, a zona mais estável do sentido e também um ato de generalização. Desse modo,

a capacidade de conceitualizar parece correlacionar-se com o alcance progressivo de maior estabilidade dos significados, no qual está envolvida a sistematização ou a inserção do conceito num sistema de relações entre níveis hierárquicos de generalidade, em significações categoriais cada vez mais consolidadas. (GÓES; CRUZ, 2006, p.41).

Iniciei esta seção assumindo que, para geometrizar, faz-se necessário não só a observação de objetos geometrizáveis, mas também a capacidade de abstrair das demais propriedades do objeto, sendo que essa capacidade foi desenvolvida historicamente a partir das experiências sociais e culturais do homem. Foram essas experiências que permitiram a construção dos aspectos do pensamento geométrico, que possui caráter experimental, intuitivo e teórico. Experimental, pois foi com a observação de regularidades presentes na natureza e a reprodução dessas regularidades que o homem foi capaz de produzir ferramentas e objetos úteis e posteriormente aperfeiçoá-los, dotando-os de regularidades cada vez mais complexas.

É esse movimento que possibilita que o homem, partindo do plano experimental, em que as construções visam pura e exclusivamente suprir as necessidades imediatas, liberte-se da materialidade e avance para o aspecto intuitivo do pensamento geométrico. Agora se empregam as regularidades onde elas já não são mais necessárias, e estas passam a ser apreciadas como belas. É o início do desprendimento da materialidade e do surgimento dos conceitos, construídos a partir da abstração e da generalização.

Todos esses aspectos do pensamento geométrico (experimental, intuitivo e teórico) dependem do processo de criação, que está intimamente ligado às experiências humanas. O homem só é capaz de criar quando é fornecido material experiencial à sua imaginação. Não se cria a partir do nada! O que a imaginação possibilita é a reelaboração e a reconstrução de vivências e processos anteriores.

Daí a importância de construir ambientes que viabilizem experiências, que possibilitem que a imaginação reelabore e reconstrua esses aspectos do pensamento geométrico. É a partir do trabalho com elementos experimentais — como objetos, modelos e desenhos — e das experiências cotidianas que o aluno será capaz de progredir para o aspecto intuitivo, construindo imagens mentais, que serão tanto mais elaboradas quanto melhores forem as atividades experimentais proporcionadas.

Vale ressaltar que a mera manipulação de modelos e o trabalho com desenhos não são garantia de que o aluno consiga avançar em direção à elaboração dos conceitos. Se compreendermos esses elementos experimentais como ferramentas matemáticas, podemos assumir, como Hiebert et al. (1997), que essas ferramentas precisam ser exploradas, testadas e utilizadas em diferentes situações. Cabendo, assim, ao professor elaborar situações que instiguem, por meio da imaginação, um movimento de formulação de hipóteses e confrontações de ideias, que permitirão ao aluno significações, viabilizadas nas e pelas relações, em que sentidos vão sendo atribuídos e significados ampliados.

Aí reside a importância das tarefas propostas, da intencionalidade e da mediação pedagógicas. É função do professor instigar o aluno a partir de questionamentos que o levem a um movimento reflexivo, e esse movimento reflexivo é possibilitado via comunicação. Com isso,

o professor participa ativamente do processo de elaboração conceitual da criança. Nas relações que mantém, ele utiliza novos conceitos, define-os, apresenta-os em diferentes contextos de uso, propõe atividades em que devem ser empregados. Destaca, recorta informações e significados em circulação em sala de aula, direcionando a atenção da criança para eles; induz à comparação entre informações e significados; possibilita a expressão das elaborações da palavra, organizando verbalmente seu pensamento; problematiza as elaborações iniciais da criança, levando-a a retomá-las, a refletir sobre seus próprios modos de pensar. (FONTANA; CRUZ, 1997, p. 112).

Se os alunos constroem compreensões matemáticas quando estão refletindo e comunicando seu pensamento, as tarefas propostas pelo professor devem incentivar esses processos, sendo problemáticas, possibilitando aos alunos que pensem sobre elas, e não fazendo com que eles meramente sigam uma receita prescrita para resolvê-las. As tarefas devem oferecer aos alunos a oportunidade de usar suas habilidades e o

conhecimento que já possuem (HIEBERT et al., 1997). Nessa perspectiva, Bagne (2012, p.61) afirma:

quanto mais situações problematizadoras os alunos forem convidados a solucionar durante as experiências em sala, com propostas que permitam a interação, a argumentação, a exposição de hipóteses e a reconstrução de suas verdades, firmando suas convicções sobre determinados assuntos, mais conhecimentos significativos serão por eles apropriados.

Além disso, uma das maneiras de saber se os alunos estão refletindo sobre o que estão fazendo é permitir que eles se comuniquem, expliquem uns aos outros como estão pensando. Por isso as tarefas propostas devem permitir esse movimento de comunicação entre os alunos, já que, como Vigotski (2009a) afirma, a comunicação pressupõe generalização.

É em torno dessa questão, a generalização, que farei as discussões da seção seguinte. Voltarei o olhar para o processo de elaboração conceitual em Geometria, que pressupõe níveis de generalização, buscando compreender como esse processo é desencadeado, quais são os estágios e as fases que o permeiam, quais signos são empregados como mediadores desse movimento, além de procurar as estratégias que se tornam potencializadoras do processo.

## **5.2 O processo de elaboração conceitual em Geometria**

Embora Vigotski, em seu estudo sobre a formação de conceitos, assumia que outros signos, além da palavra, possam mediar o processo de elaboração conceitual, a ela é concedido papel especial, sendo compreendida como meio principal de conceitualização. Para o autor, apenas “[...] sobre a base do emprego da palavra como meio de formação do conceito, surge a singular estrutura significativa que podemos chamar de conceito genuíno”<sup>20</sup> (VIGOTSKI, 1993, p.178, tradução minha).

À palavra conferem-se duas funções: uma primária e outra secundária. A primária consiste em uma função indicativa, em que o papel da palavra resume-se a indicar determinada característica, sendo geneticamente mais precoce do que a função

---

<sup>20</sup> “[...] sobre la base del empleo de la palabra como medio de formación del concepto, surge la singular estructura significativa que podemos denominamos concepto genuino” (VIGOTSKI, 1993, p.178).

secundária ou significativa, visto que nesta última as impressões concretas são substituídas pela significação.

Assim,

o conceito é impossível sem palavras, o pensamento em conceitos é impossível fora do pensamento verbal; em todo esse processo, o momento central, que tem todos os fundamentos para ser considerado causa decorrente do amadurecimento de conceitos, é o emprego específico da palavra, o emprego funcional do signo como meio de formação de conceitos. (VIGOTSKI, 2009a, p. 170).

Friedrich (2012, p.58) afirma que Vigotski concede à palavra o papel de instrumento psicológico, e “um instrumento psicológico: 1) é uma adaptação artificial; 2) tem uma natureza não orgânica, ou, em outras palavras, tem uma natureza social e 3) é destinado ao controle dos próprios comportamentos psíquicos e dos outros”.

Para Fontana e Cruz (1997, p.58-59), o termo “instrumento” é entendido como: “[...] tudo aquilo que se interpõe entre o homem e o ambiente, ampliando e modificando suas formas de ação”. Já o signo é “tudo o que é utilizado pelo homem para representar, evocar ou tornar presente o que está ausente [...]” (FONTANA; CRUZ, 1997, p. 58-59). Segundo as autoras, ao instrumento cabe a modificação do ambiente e ao signo a alteração do funcionamento psicológico, por esse motivo os instrumentos psicológicos situam-se no domínio dos signos.

Na perspectiva vigotskiana, o conceito origina-se socialmente, envolvendo as relações com o outro: “primeiro, a criança é guiada pela palavra do outro e, depois, ela própria utiliza as palavras para orientar o seu pensamento” (GÓES; CRUZ, 2006, p.33). Pino (2005, p. 61) complementa afirmando que,

a partir de suas relações com o outro, a criança reconstrói internamente as formas culturais de ação e pensamento e os usos da palavra que foram com ela compartilhados. A esse processo interno de reconstrução de uma operação externa, Vygotsky dá o nome de *internalização*.

É importante entender que esse processo de internalização não se constitui por uma mera apreensão das “formas culturais de ação e pensamento e [d]os usos da palavra”, mas por uma reconstrução, como afirma Pino (2005, p.61). A criança sai do que Vigotski (2007) nomeou como plano “interpsicológico”, que estaria no âmbito social-coletivo, e passa ao “intrapicológico”, que consiste em um campo individual. O

processo de internalização equivale, portanto, a uma “[...] reconstrução interna de uma operação externa” (VIGOTSKI, 2007, p.56).

Esse processo se baseia na reelaboração dessas formas e não meramente em sua apreensão, ou seja, existe um constante processo de recriação, reinterpretação e conseqüente transformação. Assim, a cultura, em uma visão vigotskiana, não é estática, mas está em constante movimento de reconstrução, pois “[...] a criança, ao assimilar um conceito, reelabora-o, e nesse processo de reelaboração imprime nos conceitos as peculiaridades específicas do seu próprio pensamento” (VIGOTSKI, 2009a, p. 254).

Alguns estudiosos de Vigotski e adeptos da perspectiva histórico-cultural preferem utilizar o termo “apropriação” em substituição à internalização, com a justificativa de que a apropriação evitaria interpretações indevidas desse processo de transformação de funções interpsicológicas em intrapsicológicas. Clot (2006, p. 23, grifos do autor), por exemplo, defende que “nós nos tornamos sujeitos, transformando o social *em si* pelo social *para si*”. O autor assinala que, por isso, não podemos dizer que ocorre um processo de internalização, mas sim de apropriação. Referindo-se aos instrumentos, afirma que eles são apropriados *por* e *para* o sujeito. Com isso, pontua: “penso, portanto, que há, em Vygotski, uma teoria da apropriação e não uma teoria da internalização. [...] A apropriação é um processo de *reconversão* dos artefatos em instrumentos, é um verdadeiro processo de recriação” (CLOT, 2006, p.24, grifos do autor).

Para Smolka (2000), se relacionarmos o termo “apropriação” ao processo de tomar para si algo de alguém, de algum lugar, ao processo de tornar próprio, proveniente das concepções de Marx e Engels de elaboração e uso de instrumentos, que acarretam transformações nos sujeitos e nos objetos, de modo recíproco, ele poderia, perfeitamente, tornar-se sinônimo de internalização. No entanto, ele é carregado de outras significações, como “[...] também, tornar *adequado, pertinente*, aos valores e normas socialmente estabelecidos” (SMOLKA, 2000, p.28, grifos da autora).

A autora complementa afirmando que “[...] entre o ‘próprio’ (seu mesmo) e o ‘pertinente’ (adequado ao outro) parece haver uma tensão que faz da apropriação uma categoria essencialmente relacional” (SMOLKA, 2000, p.33, grifos da autora). Assim, existem tensões entre o tornar próprio e o ser pertinente. Nem sempre a reconstrução de uma operação externa, que passa a fazer parte do plano intrapsicológico, é adequada ao esperado socialmente.

Para Smolka (2004, p.43, grifos da autora), “[...] o que é internalizado é a *significação* da relação com o outro, significação aqui tomada como marcas ou efeitos que se produzem e impactam os sujeitos na relação”. Por isso o princípio da significação pode ser compreendido como chave para a compreensão da conversão das relações sociais em funções mentais (SMOLKA, 2010).

O processo de desenvolvimento parte do âmbito social para o individual, sendo que o sujeito, ao interagir com o meio social, apropria-se das formas culturais ou as internaliza, tanto no domínio das ações quanto na área do pensamento. Tendo isso em vista, as relações e as interações estabelecidas em sala de aula são de grande relevância para a formação de conceitos. Na atividade escolar,

[...] a interação entre os alunos também provoca intervenções no desenvolvimento das crianças. Os grupos de criança são sempre heterogêneos quanto ao conhecimento já adquirido nas diversas áreas e uma criança mais avançada num determinado assunto pode contribuir para o desenvolvimento das outras. Assim como o adulto, uma criança também pode funcionar como mediadora entre uma outra criança e às ações e significados estabelecidos como relevantes no interior da cultura. (OLIVEIRA, 1993, p. 64).

Para Vigotski (2009a), é por meio dessas interações que se faz possível a intervenção na “zona de desenvolvimento imediato” ou “Zona de Desenvolvimento Proximal” (ZDP)<sup>21</sup> da criança, permitindo que ela avance em direção a aprendizagens potenciais e possível desenvolvimento:

“a zona de desenvolvimento proximal” antecipa os desenvolvimentos possíveis, o que a criança conseguirá fazer se acompanhada pelos adultos na resolução de tarefas e problemas. É esse movimento entre “o que ela sabe fazer” em direção “ao que ela poderia conseguir fazer”, que constitui o que os ensinamentos escolares deveriam focalizar. Vigotski insiste no fato de que os últimos só são frutíferos no quadro dessa zona que deve ser definida para cada aluno de maneira individual, em função de seu desenvolvimento posterior. (FRIEDRICH, 2012, p.110, grifos da autora).

Mas é importante que se tenha clareza de que o fato de Vigotski defender que os ensinamentos escolares devam focalizar o trabalho individual, já que cada aluno possui sua ZDP, não significa que essa ZDP possa ser medida. O que o autor defende é que cada aluno apresenta desenvolvimentos distintos e aprende de maneira singular. É papel

---

<sup>21</sup> Vigotski (2009a) define esse movimento entre o que se pode fazer e o que se poderia fazer em colaboração como zona de desenvolvimento imediato. Em Vigotski (2007), esse movimento é chamado de zona de desenvolvimento proximal.

do professor levar isso em consideração, estimulando seu aluno a partir do que já sabe, visando os avanços que ele pode alcançar quando mediado por outrem. Por isso mesmo outra criança pode intervir nessa zona de desenvolvimento proximal, atuando como mediadora entre o que o colega sabe e o que ele pode aprender sendo estimulado. A “[...] criança orientada, ajudada e em colaboração sempre pode fazer mais e resolver tarefas mais difíceis do que quando sozinha” (VIGOTSKI, 2009a, p. 328). Para o autor, a colaboração possibilita que a criança produza mais do que quando trabalha individualmente. Mas esse avanço depende dos níveis de desenvolvimento e das potencialidades intelectuais da criança. A possibilidade de extrapolar aquilo que ela consegue fazer, alcançando o que não podia fazer, é viabilizada pela imitação.

Como já discutido anteriormente, no início do processo de formação de conceitos, a palavra da criança e do adulto coincidem nominativamente, pois designam um mesmo referente. No entanto, com relação à significação existem diferenças notórias, já que criança e adulto estão em níveis de conceitualização distintos: “embora o significado da palavra seja sempre um ato de generalização, ele se modifica constantemente à medida que a criança se depara com novas situações de utilização da palavra e que seus processos intelectuais de abstração e generalização progridem” (GÓES; CRUZ, 2006, p.34).

Isso não quer dizer que uma palavra possua significados diversos. Como já foi discutido, o significado é a parte mais estável da palavra, o que as autoras afirmam é que, em virtude da progressão dos níveis de abstração e generalização, o significado vai se ampliando no decorrer da elaboração conceitual. Esse fato está intimamente ligado à questão levantada por Pais (1996) a respeito das imagens mentais. À medida que à criança são oferecidas possibilidades experimentais, por meio da manipulação de materiais e do reconhecimento de suas características e de suas particularidades, tanto melhores e mais elaboradas serão as imagens mentais referentes a dado conceito geométrico.

Para a criança, a aprendizagem de uma nova palavra é o início de um gradual e longo processo de desenvolvimento. Mas Vigotski (2009a, p. 299) defende que “[...] a aprendizagem se encontra indiscutivelmente na dependência de certos ciclos do desenvolvimento infantil já percorridos”. Assim, para que a aprendizagem ocorra, a criança também precisa apresentar certo desenvolvimento. O que vemos é a existência de uma relação dialética entre aprendizagem e desenvolvimento.

O autor acredita que eles não se constituem um mesmo processo, mas também não são independentes entre si.

A aprendizagem pode produzir mais no desenvolvimento que aquilo que contém em seus resultados imediatos. Aplicada a um ponto no campo do pensamento infantil, ela se modifica e refaz muitos outros pontos. No desenvolvimento ela pode surtir efeitos de longo alcance e não só aqueles de alcance imediato. Consequentemente, a aprendizagem pode ir não só atrás do desenvolvimento, não só passo a passo com ele, mas pode superá-lo, projetando-o para a frente e suscitando nele novas formações. Isto tem uma importância e um valor infinitos. (VIGOTSKI, 2009a, p. 304).

Em seus estudos sobre a elaboração conceitual, Vigotski (2009a) apresenta a noção de conceito espontâneo e conceito científico. Segundo o autor, esses conceitos dizem respeito a processos distintos tanto na natureza de seu desenvolvimento quanto em seu funcionamento. Mas se relacionam entre si, um interferindo no desenvolvimento do outro.

Os conceitos espontâneos são aqueles elaborados em situações cotidianas, oriundos de interações em que se emprega a linguagem como meio de comunicação entre criança e adulto. É da natureza desse tipo de conceito não ser conscientizado; a criança sabe operar com ele, mas não toma consciência de sua existência.

É característica dos conceitos espontâneos serem constituídos por meio das vivências infantis, centrando-se na referencialidade, no objeto. Apesar de conseguir utilizar a palavra adequadamente, referindo-se ao mesmo objeto que o adulto, a criança não é capaz de empregá-la conscientemente em outras situações que extrapolem o contexto no qual a palavra inicialmente foi exigida, já que isso implica níveis de abstração mais complexos, além de um movimento reflexivo, que na esfera do pensamento infantil ainda é primário. Já os conceitos científicos são sistematizados, elaborados via mediação de um adulto, provenientes principalmente do processo de escolarização.

Embora sejam processos de natureza distintas, o movimento de elaboração de conceitos científicos acaba por afetar os conceitos espontâneos, uma vez que a sistematicidade proporcionada pelos primeiros acarreta um movimento de reflexividade aos espontâneos. Ou seja, ao ir se apropriando da sistematicidade proveniente dos conceitos científicos, a criança engaja-se em um movimento reflexivo, que acaba por

afetar os conceitos espontâneos, permitindo que estes também se desenvolvam. Os processos se afetam e caminham em paralelo no desenvolvimento infantil:

os conceitos científicos, que no início de seu desenvolvimento são esquemáticos e desprovidos da riqueza advinda da experiência, ganham vitalidade e concretude em sua relação com os conceitos espontâneos. Por outro lado, as características do processo de construção de conceitos científicos transformam os espontâneos em termos de sistematicidade e reflexividade. (GÓES; CRUZ, 2006, p.35).

Apesar de consistir em processos distintos, podemos perceber que existe uma relação estreita entre os conceitos espontâneos e os científicos. A elaboração dos conceitos científicos apoia-se nos espontâneos e é permeada pela relação entre vários conceitos, “num sistema que implica uma nova estrutura de generalização, configurada pela hierarquia de relações supra-ordenadas, subordinadas e coordenadas. O uso consciente e deliberado do conceito somente emerge quando passa a fazer parte desse sistema” (GÓES; CRUZ, 2006, p.35). Mas esse caminho sofre transformações, permitindo o refinamento dos níveis de generalidade e sistematização. Acontece, assim, o que Pais (1996) denomina “níveis de conceitualização” e Vigotski (2009a) “níveis de generalização”, já citados anteriormente, em que o significado vai sendo ampliado.

Fica a cargo da escola desencadear e proporcionar a elaboração dos conceitos científicos, no sentido de instigar o aluno, já que, como afirma Friedrich (2012, p.114, grifos da autora), “os saberes ensinados na escola não podem ser transmitidos tais quais ao aluno; eles devem ser dados com o objetivo de incitar um *poder fazer* constituído pelo próprio aluno”. O papel do professor é fundamental, uma vez que “o conhecimento não é dado nem adquirido, ele é mostrado, acentuado, demonstrado pelo professor e, a partir dessas operações, ele é construído pela criança” (FRIEDRICH, 2012, p.115). Voltamos aqui ao fato de que as funções passam dos níveis interpsicológicos para os níveis intrapsicológicos; com isso, acontece um processo de reconstrução, sendo assim impossível que o conhecimento seja dado ou adquirido, ele é construído nas relações em práticas sociais.

Quando nos reportamos aos conceitos geométricos, referimo-nos a conceitos científicos particulares. Baseando-se nos estudos de Fischbein (1993), Nacarato e Passos (2003) defendem que os conceitos geométricos são figurais, e isso significa que

tais conceitos se constituem tanto pela figura quanto pelas propriedades intrínsecas a ela, o que pode não acontecer com os outros conceitos científicos da Matemática.

Mas, para Fischbein (1993 apud NACARATO; PASSOS, 2003, p.70), o termo “figura” refere-se apenas a imagens mentais, não podendo ser igualado ao “desenho”:

1) a figura geométrica consiste em uma imagem mental cujas propriedades são completamente controladas por definição; 2) um desenho não é, em si, uma figura geométrica ele próprio, mas um gráfico ou uma incorporação material, concreta dessa figura; e 3) a imagem mental de uma figura geométrica é, usualmente, a representação do modelo materializado dela.

Assim, podemos concluir que, quando a imagem mental construída atinge um nível de abstração e generalização em que todas as suas propriedades podem ser completamente controladas por definição, ela se torna uma figura geométrica; e essa figura geométrica já é em si o próprio conceito. Mas, como discutido na seção anterior, a construção de imagens mentais, que fazem parte do aspecto intuitivo do pensamento geométrico, é resultado da dinâmica entre a palavra que nomeia, um modelo que lhe dá materialidade, e suas possíveis representações (imagem mental ou desenho). No entanto, há necessidade de um movimento simultâneo entre a palavra e o objeto, em uma relação dialética: a palavra que possibilita a nomeação do objeto e este, por sua vez, a exploração de suas características e regularidades. É um processo dinâmico e, com o avanço das experiências, vai se tornando mais abstrato, sem a necessidade de sua materialidade, atingindo níveis mais elevados de elaboração.

Por conta da natureza dos conceitos geométricos, acredito que, para seu processo de construção, não só a palavra assume papel primordial, o de signo mediador, mas a linguagem em todas as suas múltiplas formas (oral, gestual, desenho, escrita), já que “a linguagem nunca se encontra exclusivamente em forma sonora” (VIGOTSKI, 2009a, p.121) nem o apoio em modelos ou objetos.

[...] O conceito, especialmente para a criança, está vinculado ao material sensorial de cuja percepção e elaboração ele surge; o material sensorial e a palavra são partes indispensáveis do processo de formação dos conceitos e a palavra, dissociada desse material, transfere todo o processo de definição do conceito para o plano puramente verbal que não é próprio da criança. (VIGOTSKI, 2009a, p.152)

Para o autor, o ponto crucial do processo de elaboração conceitual é o emprego funcional da palavra. Com este, o sujeito (a criança ou o adulto) é capaz de controlar seus processos psicológicos, orientando-os na resolução os problemas que lhes são propostos.

Vigotski (2009a) defende que o processo de elaboração conceitual é atravessado por três estágios básicos, divididos em diversas fases cada um. O primeiro, que consiste em um tipo de pensamento denominado “sincrético”, trata-se de um amontoado de objetos, designados por uma mesma palavra e elaborados pela criança quando se vê diante de um problema, que seria facilmente resolvido pelo adulto por meio da simples inserção de um novo conceito. A ligação entre esses objetos é baseada em impressões pouco estruturadas.

[...] Vigotski ressalta que a generalização realizada aqui, com a ajuda de uma palavra, tem um caráter difuso e aleatório, trata-se de uma reunião de coisas desprovidas de qualquer regra de composição. No entanto, não se pode esquecer que não é, por assim dizer, apesar da palavra, mas graças a ela que essa generalização se faz. (FRIEDRICH, 2012, p.90).

Nesse estágio, a criança associa elementos diversos e desconexos a partir de uma mesma impressão, baseada em vínculos emocionais e provenientes da subjetividade. O “[...] significado da palavra é um encadeamento sincrético não enformado de objetos particulares que, nas representações e na percepção da criança, estão mais ou menos concatenados em uma imagem mista. [...] essa imagem é sumamente instável” (VIGOTSKI, 2009a, p. 175). O autor defende que já nesse estágio o significado da palavra tanto da criança quanto do adulto se cruzam e, apesar de mobilizarem estruturas psicológicas distintas, designam um mesmo referente, havendo, assim, uma possibilidade de comunicação.

O segundo estágio conduz à formação de complexos; nele objetos homogêneos pertencem a um grupo comum. As relações estabelecidas entre os objetos passam a ser mais complexas, criando vínculos objetivos que constituem um pensamento coerente. Nesse estágio, a criança já consegue superar suas próprias impressões e identifica as interações realmente existentes entre os objetos. A criança passa a agrupar os objetos em “famílias”; para tanto, baseia-se se na semelhança física entre eles, estabelecendo conexões concretas e fatuais, sendo esses vínculos totalmente variados.

Esse segundo estágio, assim como o primeiro, é permeado por fases, das quais o *pseudoconceito* seria a última fase, a qual é marcada pela transitoriedade do pensamento por complexos e para o pensamento por conceitos, último estágio do processo. Para o Vigotski (2009b, p. 193, grifo do autor), essa fase se assemelha fenotipicamente ao conceito, mas difere quanto à essência e à natureza psicológica:

as vias de disseminação e transmissão dos significados das palavras são dadas pelas pessoas que a rodeiam no processo de comunicação verbal com ela. Mas a criança não pode assimilar de imediato o modo de pensamento dos adultos, e recebe um produto que é semelhante ao produto dos adultos porém obtido por intermédio de operações intelectuais inteiramente diversas e elaborado por um método de pensamento também muito diferente. É isto que denominamos *pseudoconceito*. Obtém-se algo que, pela aparência, praticamente coincide com os significados das palavras para os adultos mas no seu interior difere profundamente delas.

De acordo com o autor, isso se deve ao fato de a criança não criar uma nova linguagem, mas se apropriar da linguagem dos adultos que a circundam. Assim, os complexos baseiam-se no significado da palavra pronta, da palavra do adulto, graças a isso coincidem com os conceitos, surgindo os pseudoconceitos ou conceitos-complexos.

Vigotski (2009a) defende que a passagem do pensamento por complexos ao pensamento por conceitos é imperceptível para a criança, exatamente pela semelhança entre o pseudoconceito e o conceito. Isso ocorre porque o conceito, antes de ser elaborado pela criança, já é aplicado e operado na prática por ela: “o conceito ‘em si’ e ‘para os outros’, já contido no pseudoconceito, é a premissa genética básica para o desenvolvimento do conceito no verdadeiro sentido desta palavra” (VIGOTSKI, 2009a, p. 198-199, grifos do autor).

O pseudoconceito, como dito anteriormente, conclui o estágio do pensamento por complexos e introduz o terceiro estágio no desenvolvimento do pensamento da criança, sendo elo entre o pensamento concreto e o abstrato. Para o autor, os conceitos encontrados no discurso cotidiano são apenas noções gerais e não conceitos em si mesmos, mas constituem um estágio de transição aos verdadeiros conceitos.

O último estágio vincula-se ao conceito propriamente dito,

[...] em sua forma natural e desenvolvida, pressupõe não só a combinação e a generalização de determinados elementos concretos da experiência mas também a discriminação, a abstração e o isolamento de determinados elementos e, ainda, a habilidade de examinar esses elementos discriminados e abstraídos fora do vínculo

concreto e fatural em que são dados na experiência. (VIGOTSKI, 2009a, p. 220).

Para o autor, é função desse último estágio do pensamento o desenvolvimento da decomposição, da análise e da abstração. A primeira fase dele está muito próxima do pseudoconceito; para unificar diferentes objetos, a criança parte da máxima semelhança entre eles. Já na segunda fase, entendida como a etapa de conceitos potenciais, a criança destaca e generaliza um grupo de objetos após terem sido reunidos em função de uma característica comum. Na última fase desse estágio,

[...] abstraindo determinados atributos, a criança destrói a situação concreta, o vínculo concreto dos atributos e, assim, cria a premissa indispensável para uma nova combinação desses atributos em nova base. Só o domínio do processo da abstração, acompanhado do desenvolvimento do pensamento por complexos, pode levar a criança a formar conceitos de verdade. [...] O conceito surge quando uma série de atributos abstraídos torna a sintetizar-se, e quando a síntese abstrata assim obtida se torna forma basilar de pensamento com o qual a criança percebe e toma conhecimento da realidade que a cerca. Neste caso, o experimento mostra que o papel decisivo na formação do verdadeiro conceito cabe à palavra. É precisamente com ela que a criança orienta arbitrariamente a sua atenção para determinados atributos, com a palavra ela os sintetiza, simboliza o conceito abstrato e opera com ele como lei suprema entre todas aquelas criadas pelo pensamento humano. (VIGOTSKI, 2009a, p.226).

O autor complementa que o que diferencia os complexos do conceito é o emprego da palavra. No primeiro caso uma mesma palavra é aplicada de formas diversas; enquanto no segundo acontece uma aplicação funcional do termo, que consiste em uma generalização, baseada na abstração.

Ainda que a criança comece a dominar formas superiores de pensamento, não ocorre um abandono das formas elementares. Para Vigotski (2009a), nem o adulto pensa sempre por conceitos, utilizando em diversas ocasiões as fases mais primitivas do pensamento por complexos.

Vale ressaltar que o fato de o processo de elaboração conceitual ser permeado por diversos estágios e fases não significa que cabe ao professor o papel de identificá-los. O docente deve compreender que, por se tratar de um processo constituído por idas e vindas, por estágios e fases, é primordial viabilizar e potencializar esse processo, de modo que as interações sejam possibilitadas e direcionadas, seja pela mediação e pela intervenção por meio de direcionamentos do professor, seja pelo apoio em materiais

didáticos. O processo de elaboração conceitual não é linear, mas permeado por idas e vindas.

Ainda com relação a esse processo, Vigotski (2009a) defende que a criança pode operar por meio de um conceito mesmo não tendo consciência dele. O que acontece é que a criança aprende a ler a realidade pautada nos conceitos, mas não consegue fazer uma análise desses conceitos, em virtude de não ter consciência de sua existência. Isso acontece porque, como já discutido anteriormente, as palavras da criança e do adulto convergem apenas em sua referencialidade concreta, mas quanto ao sentido e mesmo ao significado acabam divergindo. Para Vigotski (2009a, p. 275), “[...] tomar consciência de alguma operação significa transferi-la do plano da ação para o plano da linguagem, isto é, recriá-la na imaginação para que seja possível exprimi-la em palavras”. Mas,

para tomar consciência de alguma coisa e apreender alguma coisa é necessário, antes de mais nada, dispor dessa coisa. Mas o conceito, ou melhor, o pré-conceito, como preferíamos denominar esses conceitos do escolar não-conscientizados e que ainda não atingiram o nível superior de seu desenvolvimento, surge primeiro justamente na idade escolar e só amadurece ao longo dessa idade. [...] Mas se os pré-conceitos só surgem na idade escolar, seria um milagre se a criança pudesse tomar consciência deles e apreendê-los, pois isto significaria que a consciência pode não só conscientizar e apreender com suas funções como também pode criá-las a partir do nada, recriá-las muito antes que elas se desenvolvam. (VIGOTSKI, 2009a, p. 287).

Por isso “não temos nenhum fundamento para atribuir a uma criança, que usa palavras abstratas, também pensamento abstrato” (VIGOTSKI, 2009a, p. 235). Já que “a tomada de consciência de um conceito é a condição indispensável para utilizá-lo voluntariamente” (FRIEDRICH, 2012, p.106) e analisá-lo.

Vigotski (2009a, p. 277) defende que “a criança reage antes à ação que ao objeto discriminado, mas conscientiza o objeto antes que a ação: a ação se desenvolve na criança antes da percepção autônoma”. Ou seja, a tomada de consciência da ação promovida só ocorre posteriormente.

Para o autor, quanto maiores as possibilidades de acesso ao conhecimento, mais variados os tipos de conceitos científicos, que promoverão também um desenvolvimento dos conceitos espontâneos. Novamente, estamos diante da dialética relação entre aprendizagem e desenvolvimento, em que a aprendizagem de conceitos científicos, possibilitada pela escola, resulta na elaboração dos conceitos espontâneos e, conseqüentemente, no crescimento do aluno.

Reforço que é importante que se tenha clareza de que

[...] a experiência pedagógica nos ensina que o ensino direto de conceitos sempre se mostra impossível e pedagogicamente estéril. O professor que envereda por esse caminho costuma não conseguir senão uma assimilação vazia de palavras, um verbalismo puro e simples que estimula e imita a existência dos respectivos conceitos na criança mas, na prática, esconde o vazio. Em tais casos, a criança não assimila o conceito mas a palavra, capta mais de memória que de pensamento e sente-se impotente diante de qualquer tentativa de emprego consciente do conhecimento assimilado. No fundo, esse método de ensino de conceitos é a falha principal do rejeitado método puramente escolástico de ensino que substitui a apreensão do conhecimento vivo pela apreensão de esquemas verbais mortos e vazios. (VIGOTSKI, 2009a, p. 247).

Friedrich (2012, p.116) afirma que, “[...] sem resposta do lado do aluno, sem sua participação ativa, as aprendizagens são condenadas ao fracasso”. Cabe, portanto, ao professor o papel de possibilitar caminhos que conduzam à construção do conhecimento, sendo intermediário entre os conceitos e o aluno, e prover elementos que sirvam como mediadores na elaboração conceitual. A comunicação e o diálogo na sala de aula entre os diferentes atores bem como as práticas intencionais do professor são aspectos fundamentais para a elaboração conceitual.

No presente trabalho, esses aspectos serão integrados às práticas de letramento mediadas pela linguagem. Assim, na próxima seção, apresento alguns traços da linguagem, suas confluências com os letramentos e o modo como eles afetam ou mesmo possibilitam o processo de elaboração conceitual em Geometria.

### **5.3 Aspectos da linguagem e suas confluências com os letramentos**

Como mencionado na seção anterior, esta investigação gira em torno do processo de elaboração de conceitos científicos geométricos, e cabe à escola desencadear o movimento que propicie a construção de tais conceitos. Por esse motivo, acredito ser de extrema importância fazer alguns apontamentos sobre as questões referentes aos letramentos, mais especificamente ao letramento matemático escolar, já que as práticas de letramentos permeiam toda a elaboração conceitual. Entretanto, não é meu foco aprofundar ou esgotar as discussões referentes ao tema.

É relevante ressaltar que a escola tem a função de viabilizar a aquisição de conceitos científicos. É nesse ambiente constituído histórico, social e culturalmente que

as relações e as interações proporcionarão o processo de ensino e aprendizagem que poderá culminar no desenvolvimento de conceitos científicos — no caso aqui investigado, dos conceitos geométricos. Friso que essas relações e interações são completamente mediadas pelo emprego das múltiplas linguagens e ocorrem em espaço e tempo bem definidos, além de pressuporem objetivos particulares, buscados por sujeitos que ocupam papéis sociais distintos, como afirma Bunzen (2010).

As questões sobre o letramento vêm sendo levantadas e discutidas há algum tempo. Segundo Kleiman (1995), essa vertente de pesquisa aparece na academia visando uma separação entre os estudos sobre a alfabetização e as pesquisas sobre o “impacto social da escrita”. De acordo com a autora, o termo *letramento* foi usado pela primeira vez por Mary Kato em 1986 e, desde então, tem instigado diversos pesquisadores. Atualmente, ele é entendido como um conjunto de práticas sociais, que têm a escrita como sistema simbólico e tecnologia, em contextos específicos, com objetos específicos (KLEIMAN, 1995).

As questões relacionadas ao letramento matemático também têm aparecido com crescente frequência na literatura. Segundo Fonseca (2009), desde a década de 1990, o termo *numeracy* começa a se fazer presente na literatura internacional e, mais recentemente, no Brasil, com a tradução “numeramento”.

Concordo com Grando e Nacarato (2014, p. 3) quando sinalizam que

em nossas discussões temos preferido tratar as relações de leitura/escrita de palavras e números nas diferentes práticas sociais como práticas de letramento, já que não há como compreender um em separado do outro, já que números e letras é que constituem os textos e juntos contribuem para a construção do sentido.

Assim, adotei a expressão letramento matemático, já empregada por pesquisadores da área e também utilizada dentro das pesquisas do grupo Obeduc, em substituição ao termo “numeramento”. A escolha apoia-se na existência de

uma série de conhecimentos e competências necessários para a compreensão de situações numéricas, as quais não representam apenas a mera decodificação dos números, mas, além disso, envolvem a compreensão de diversos tipos de relações ligadas ao contexto social em que tais situações se fazem presentes. Além disso, podemos pensar em competências que envolvem não apenas a idéia de quantificação, mas a de medição, ordenação, classificação, tomadas de decisão, etc., que podem apresentar diversos tipos de representações: escrita

numérica e alfabética, representações visuais (geométrica e gráficos, por exemplo), representação simbólica, etc. (MENDES, 2007, p.11).

Por isso acredito que o termo “numeramento” talvez possa soar reducionista, remetendo-se apenas ao número, o que não é adequado, como citado acima, pois existe uma série de outros “conhecimentos e competências necessários para a compreensão de situações numéricas”. Assim, no decorrer da pesquisa, a expressão “letramento matemático” substituirá a palavra “numeramento”, evitando o possível reducionismo mencionado. Além disso, entendo que o letramento, o letramento matemático e o letramento matemático escolar estão imbricados, não podendo ser compreendidos separadamente.

A importância das discussões a respeito dos letramentos reside no fato de considerarmos o domínio de certas habilidades matemáticas e escritas no âmbito das práticas sociais, marcadas pelas possibilidades contextuais e pelas relações de poder. Não nos restringimos ao domínio do código escrito e/ou de habilidades matemáticas, mas levamos em conta o saber que há nas práticas socioculturais, situadas em determinados espaços e concretizadas em determinado período.

Para Fonseca (2005, p. 66),

[...] nas aulas de Matemática, as oportunidades de leitura não são tão frequentes quanto poderiam, pois os professores tendem a promover muito mais atividades de “produção matemática”, entendida como resolução de exercícios. Práticas de leitura não apenas de textos, mesmo que *teóricos*, de Matemática como também de descrições ou explicações escritas de procedimentos são, muitas vezes, preteridas em benefício das explicações orais, dos macetes, das receitas.

A autora defende que “a leitura e a produção de enunciados de problemas, instrução para exercícios, descrições de procedimentos, definições, enunciados de propriedades, teoremas, demonstrações, sentenças matemáticas, diagramas, gráficos, equações, etc.” (FONSECA, 2005, p.65) exigem investigação e ações pedagógicas que visem ao desenvolvimento de estratégias de leitura, à discussão de conceitos, ao acesso aos termos envolvidos, e esse é um trabalho do educador matemático. Tudo isso é permeado pelas questões dos letramentos.

Se, por um lado, as pesquisas sobre letramentos no campo da língua materna têm se ampliado, por outro, esse conceito também tem recebido críticas, uma vez que sua inserção nas práticas pedagógicas acabou descaracterizando o próprio conceito de alfabetização, já amplamente discutido por Paulo Freire na década de 1960. Considerar

o letramento em suas práticas sociais já era a defesa desse autor. Stieg (2014), por exemplo, faz uma análise das implicações políticas e ideológicas da inserção do conceito de letramento no ciclo de alfabetização. Adotando a perspectiva histórico-cultural, juntamente com o grupo de pesquisa do qual participa na Universidade Federal do Espírito Santo, o autor reforça a opinião de outros pesquisadores de que é necessária a manutenção do termo “alfabetização”. Segundo ele, tal perspectiva é suficiente para a manutenção de um conceito já dominante nas esferas educacionais, ao qual se agrega um olhar mais amplo: “esses pesquisadores têm reconhecido as dimensões dialógica, histórica e cultural da linguagem e da alfabetização e suas respectivas implicações para a constituição de processos de ensino e de aprendizagem escolares formativos” (STIEG, 2014, p. 169).

No entanto, as políticas públicas voltadas ao ciclo de alfabetização posicionam-se a favor da manutenção do termo “letramento”. No documento *Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental* (BRASIL, 2012), o conceito de letramento aparece junto com o de alfabetização, na seção 3 da Parte 1, denominada “Ciclo de Alfabetização- Conceitos fundamentais: alfabetização e letramento”:

o Letramento é o termo que vem sendo utilizado para indicar a inserção dos indivíduos nesses diversos espaços sociais. Cada pessoa, ao ter que interagir em situações em que a escrita se faz presente, torna-se letrada. Não há indivíduos iletrados em uma sociedade em que a escrita está presente nas relações sociais, pois de forma autônoma ou mediada por outras pessoas, todos participam dessas situações. No entanto, há pessoas e grupos sociais que participam de várias situações e têm a possibilidade de agir de forma autônoma, pois dominam o sistema de escrita, e há outras que não têm acesso a determinadas práticas sociais e, muitas vezes, também não detêm conhecimentos para lidar com a escrita de modo autônomo, pois não são alfabetizadas. Por tal motivo, a criança participa de vários eventos de letramento, na escola, e neste contexto, estar alfabetizado, numa perspectiva de letramento, é um direito básico de aprendizagem. (BRASIL, 2012, p.25-26).

Esse documento subsidiou o material do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (Pnaic)<sup>22</sup>, tanto na língua materna quanto na Matemática. Ora, o campo da

---

<sup>22</sup> O Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa consiste em um compromisso firmado e assumido pelos governos federal, estaduais e municipais, assegurando que todas as crianças estejam alfabetizadas até 8 anos de idade, ao final do 3º ano do Ensino Fundamental. Mais informações

Educação Matemática não tinha (e acredito, não tem ainda) a tradição de pesquisas sobre letramento no ciclo de alfabetização. A maioria das investigações desenvolvidas no campo da Educação Matemática emprega o termo “numeramento” e focaliza questões referentes ao numeramento no campo da Educação de Jovens e Adultos (EJA). O próprio conceito de alfabetização matemática é relativamente recente, tendo sido introduzido nos diferentes documentos curriculares a partir da década de 1980 e, mesmo assim, com pouca produção nacional sobre a temática. Os trabalhos produzidos até então embasavam-se fortemente na teoria piagetiana para discutir a aquisição dos símbolos matemáticos.

Segundo Nacarato (2013, p.64),

um marco no contexto brasileiro foi a inclusão do Seminário de Educação Matemática na estrutura organizacional do Congresso de Leitura do Brasil (Cole). Criado no 14º Cole, em 2003, esse seminário possibilitou que a comunidade de educadores matemáticos socializasse os trabalhos com o foco nas questões de leitura e escrita desenvolvidas em sala de aula.

Além disso, a autora destaca a organização de dois livros — *Escritas e leituras em Educação Matemática*, de Nacarato e Lopes (2005), e *Educação Matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopia e realidade*, de Lopes e Nacarato (2009) — ( que tratam da comunicação nas aulas de matemática, enfocando-se na leitura, na escrita, no numeramento e no letramento:

Identifica-se, assim, a criação de uma comunidade preocupada com novas formas de trabalho em sala de aula, que possibilitem significações para a matemática escolar. Várias produções aconteceram, desde então, além de um número significativo de dissertações e teses com foco nesse campo de investigação. Uma evidência dessa ampliação e desse interesse da comunidade foi o I Seminário de Escritas e Leituras em Educação Matemática (ISELEM), realizado em junho de 2012, na Universidade São Francisco, com aproximadamente 300 participantes. Esse seminário foi idealizado com o objetivo de dar continuidade às discussões do já mencionado Seminário de Educação Matemática, que deixou de existir a partir de 2012. (NACARATO, 2013, p. 64).

Na Universidade São Francisco quatro dissertações de mestrado tiveram como foco as práticas de letramento matemático: Dabrik (2008), Lucio (2015), Moreira (2015) e Pellatieri (2013). As três últimas foram produzidas dentro do grupo Obeduc.

A investigação de Dabrik (2008) analisa como se constituem as práticas de numeramento-letramento escolares, no âmbito oral e escrito. O foco é dado às interações e às práticas discursivas que envolviam o falar, o escrever e o ler nas de aulas Matemática, durante o ensino do algoritmo da divisão para alunos da 1ª e 2ª séries do Ensino Fundamental. Por meio das análises, a autora chega à conclusão de que a aprendizagem não se restringe à apropriação de técnicas de cálculo, mas também abrange o saber participar do jogo de linguagem em torno do ensino do algoritmo padrão. A criança precisa aprender a se expressar falando sobre o assunto, buscando pistas na fala do professor e respondendo aos questionamentos, tanto de forma oral quanto de maneira escrita. É interagindo na prática escolar, no caso, durante o ensino do algoritmo, que o aluno se sente participante dessa prática e dela se apropria.

A pesquisa de Pellatieri (2013) focaliza as práticas escolarizadas de letramentos matemáticos de alunos dos 2º e 3º anos do Ensino Fundamental I. A investigação gira em torno da questão: “como a resolução de problemas em práticas escolarizadas traz os aspectos dos letramentos matemáticos escolares?” (PELLATIERI, 2013, p. 14). Para a análise, a autora considera duas categorias: a resolução de problemas como prática de letramento escolar suscitada pela Provinha Brasil; e a resolução de problemas e os letramentos matemáticos. A pesquisadora identifica que a concepção de letramento presente na prova é a de letramento autônomo<sup>23</sup>, já que as questões referentes à alfabetização matemática reduzem-se a práticas de codificação e decodificação, desvinculadas das práticas sociais. Também constata que a resolução de problemas é compreendida como uma prática de letramento escolar que viabiliza a circulação de ideias e a apropriação de aspectos matemáticos.

A dissertação de Lucio (2015) tem como centro as práticas de letramento matemático desenvolvidas por professoras e relatadas por elas em suas narrativas de aulas e a vivência dessas professoras, atuantes no ciclo de alfabetização, ao narrar e partilhar práticas de sala de aula. As narrativas de aula são tomadas como fonte de indícios de práticas de letramentos empregadas pelas professoras e práticas de letramento docente. A partir da análise, a autora averigua a presença de vários gêneros textuais e o uso de materiais e instrumentos didáticos nas aulas de Matemática. Ademais, reconhece a importância da oralidade para complementar: a narrativa escrita,

---

<sup>23</sup> Posteriormente, farei uma discussão sobre letramento ideológico e letramento autônomo.

o movimento de aprimoramento da escrita das narrativas e o compartilhamento das práticas com as colegas, utilizado como base para produção de novas tarefas adaptadas.

Já Moreira (2015) investiga como crianças do 1º ano do Ensino Fundamental produzem significados matemáticos quando inseridas em práticas de letramento matemático escolar cujo foco é a resolução de problemas. Sua análise evidencia que significados matemáticos são produzidos em ambiente de problematizações que viabilizam a comunicação, a troca de ideias, a mediação e a reflexão. Com relação ao uso de materiais manipuláveis como ferramentas de aprendizagem, a autora verifica a necessidade de isomorfismo entre o conceito e o material e a importância da atribuição de significado do aluno para o material e do ensino de seu uso. Além disso, a pesquisadora destaca a necessidade do uso adequado de ferramentas empregadas como mediadoras no ensino, o cuidado com a natureza das tarefas propostas e das problematizações e o caráter significativo da reflexão e do estabelecimento de relações. Para ela, a oralidade é instrumento indispensável para o pensamento e para a comunicação.

Sabemos que, no campo de pesquisa discutido nesta seção, existem algumas vertentes de estudo que discutem o tema. Minha opção teórica para o entendimento de letramento parte dos estudos de Bunzen (2010), Fonseca (2009), Fonseca e Cardoso (2005), Kleiman (1995), Mendes (2007) e Street (2004, 2014). Acredito que esses autores se aproximam da perspectiva histórico-cultural assumida na presente pesquisa.

Entendo o letramento como um conjunto de processos que envolvem leitura e escrita como práticas socioculturais. Ou seja, quando nos referimos ao letramento não estamos nos limitando à aquisição do código oral e do escrito, mas os considerando de maneira mais ampla, de forma a abarcar o âmbito social e cultural de sua produção. Quando nos limitamos à aquisição do código escrito da língua, estamos falando em alfabetização, uma das práticas de letramento. Portanto, podemos dizer que o letramento inclui também a alfabetização, mas não se restringe a ela. Kleiman (1995, p.18-19) compreende o letramento “como um conjunto de práticas sociais que usam a escrita, como sistema simbólico e como tecnologia, em contextos específicos, para objetivos específicos”. Assim, ele está completamente imbricado com o contexto social, histórico e cultural, por isso a multiplicidade de letramentos. Tendo em vista as diferentes práticas sociais e culturais, existem letramentos diversos.

Um deles é o letramento matemático (numeramento). Este se refere aos “modos culturais de matematizar em diversos campos da vida social (até mesmo na escola) e de considerá-los em suas intenções, condições e repercussões” (FONSECA, 2009, p.53).

Segundo Street (2014), o letramento tem passado por um processo de “pedagogização”, reduzindo-se ao que professores e alunos fazem na escola e associando-se às noções educacionais de ensino e aprendizagem. Mas, quando falamos em letramentos, não necessariamente estamos associando-os à escolarização. Eles devem fundamentar-se em práticas sociais de leitura e escrita, sendo que estas não se restringem à escola, uma vez que, em determinados grupos sociais, as crianças já apresentam estratégias orais letradas, mesmo antes de serem alfabetizadas. Portanto, não há uma relação de superioridade entre letramento escolar e outros tipos de letramento. Segundo Kleiman (1995, p.20, grifos da autora), o letramento

[...] extrapola o mundo da escrita tal qual é concebido pelas instituições que o encarregam de introduzir formalmente os sujeitos no mundo da escrita. Pode-se afirmar que a escola, a mais importante das *agências de letramento*, preocupa-se não com o letramento, prática social, mas com apenas um tipo de prática de letramento, qual seja, a alfabetização, o processo de aquisição de códigos (alfabético, numérico), processo geralmente concebido em termos de uma competência *individual* necessária para o sucesso e promoção na escola. Já as outras agências de letramento, como a família, a igreja, a rua – como lugar de trabalho –, mostram orientações de letramento muito diferentes.

São essas outras agências de letramentos (família, igreja, rua, etc.) as responsáveis pela elaboração dos conceitos espontâneos. Estes, como discutido na seção anterior, são desencadeados pela comunicação e pelas relações sociais.

Ainda com base nos estudos de Street (2004, 2014), podemos classificar o letramento segundo dois modelos. São eles: o autônomo e o ideológico.

Quando tratamos do modelo autônomo de letramento, estamos privilegiando as técnicas que visam ao domínio da língua escrita. Este modelo é dominante entre as agências que se ocupam do tema “alfabetização”. O modelo pressupõe uma direção única para o letramento e sempre o associa ao progresso, à mobilidade social e econômica, como se o letramento por si só fosse capaz de garantir tais avanços. Kleiman (1995, p. 22) discorre sobre tal modelo:

a característica de “autonomia” refere-se ao fato de que a escrita seria, nesse modelo, um produto completo em si mesmo, que não estaria

preso ao contexto de produção para ser interpretado; o processo de interpretação estaria determinado pelo funcionamento lógico interno ao texto escrito, não dependendo das (nem refletindo, portanto) reformulações estratégicas que caracterizam a oralidade, pois, nela, em função do interlocutor, mudam-se rumos, improvisa-se, enfim, utilizam-se outros princípios que os regidos pela lógica, a racionalidade, ou consistência interna, que acabam influenciando a forma da mensagem.

No modelo autônomo, a maior preocupação é a decodificação de sinais escritos, em função disso decorrem confusões que acabam adotando alfabetização e letramento como sinônimos. Como dito anteriormente, a alfabetização, entendida como meio de aquisição do código escrito, é uma das práticas de letramento.

O maior impacto deste modelo é decorrente do choque entre culturas. Isso porque, segundo Street (2004), os disseminadores do letramento podem, de certa forma, impor sua prática cultural-social, que pode não ser própria daquela cultura em que o sujeito está sendo inserido.

Já no modelo ideológico as práticas sociais de leitura e escrita são consideradas com mais cautela, em relação às generalizações e aos pressupostos que se pautam no letramento em si mesmo. Segundo Street (2014, p. 44),

o modelo ressalta a importância do processo de socialização na construção do significado do letramento para os participantes e, portanto, se preocupa com as instituições sociais gerais por meio das quais esse processo se dá, e não somente com as instituições “pedagógicas”. Ele distingue as alegadas consequências do letramento de sua real importância para grupos sociais.

As novas pesquisas no campo do letramento têm levado pesquisadores e profissionais da área a buscarem o rompimento da ideia de uniformidade do letramento. Para isso, têm utilizado o termo “letramentos” em substituição ao letramento.

Adotarei, neste texto, uma perspectiva de letramento matemático pautada em suas relações e intersecções com o letramento, como defende Fonseca (2009). Para a autora,

assim como nossas preocupações não se podem restringir à avaliação do “estado” ou da “condição” que assume “aquele que aprende a ler e escrever”, também não se podem ater a contabilizar quem e o quanto se consegue resolver problemas que envolvem relações quantificadas ou quantificáveis; se a ainda frágil democratização das oportunidades de participação da cultura socialmente valorizada nos leva a interessarmos-nos pela concepção, pelas estratégias, pelo

desenvolvimento e pela avaliação de ações voltadas à viabilização ou à potencialização de processos de apropriação da cultura escrita, também nos faz procurar compreender, e tornar mais efetivos e acessíveis, processos que promovam a apropriação de certos modos de *matematicar*. (FONSECA, 2009, p.50, grifos da autora).

Podemos entender o letramento matemático como a tecnologia de aquisição do fazer matemático pautado na dimensão sociocultural. Assim como o letramento não deve ser confundido, nem restringido à alfabetização, o letramento matemático também não deve ser entendido apenas como o aprendizado das primeiras noções de matemática ou como a matemática escolar; isso seria alfabetização matemática, que consiste em uma das práticas de letramento matemático. Sua concepção vai além do domínio de códigos matemáticos, buscando considerar a produção, o uso, o ensino e a aprendizagem de conhecimentos matemáticos como práticas sociais.

Para Mendes (2007, p.17), “o numeramento pode ser pensado no sentido das diversas práticas em que são produzidas diferentes matemáticas, entre as quais existem aquelas que diferem das práticas escolarizadas”. Mas é importante ressaltar que também as práticas escolarizadas partem de contextos sociais e culturais formados historicamente. A instituição escolar é permeada pelo contexto cultural constituído histórico e socialmente, possuindo suas marcas e suas especificidades.

Assim como nos outros letramentos, há pluralidades no âmbito do letramento matemático. Elas se manifestam pelas diversas práticas sociais que giram “em torno das noções de quantificação, medição, ordenação e classificação em contextos específicos, em que os diversos usos dessas noções estão estreitamente ligados aos valores socioculturais que permeiam essas práticas” (MENDES, 2007, p.23).

Ainda que compreenda as inter-relações e as imbricações entre os diversos letramentos, o foco aqui será o letramento escolar e, mais especificamente, o letramento matemático escolar. Para Bunzen (2010, p.100), o letramento escolar é “[...] um conjunto de práticas discursivas da esfera escolar que envolvem os usos da escrita em contínua inter-relação com outras linguagens”. O autor complementa que o letramento escolar deva ser entendido como práticas socioculturais produzidas histórica e socialmente, por isso variáveis, relacionadas aos processos de aprendizagem formal da leitura e da escrita, à construção de conceitos e conhecimentos e à “(re)apropriação de discursos”.

O autor defende que pressuposta ao letramento escolar está uma reflexão sobre as culturas escolares, compostas por cenas e práticas de letramentos específicas dessa esfera. Isso envolve desde o preenchimento de diários e a elaboração de documentos institucionais até

as divisões em tempos, séries, bimestres, horário escolar, aulas específicas e ações [...]. O espaço também se mostra uma categoria importante, pois nos permite refletir sobre a própria arquitetura das escolas, das salas, das bibliotecas e laboratórios de informática, assim como os diferentes lugares-espacos (armários, prateleiras, pastas, caixas, mochilas, etc.) em que organizamos folhas de papel, impressos, textos avulsos, cadernos, canetas, lápis, giz, entre outros instrumentos de ensino, ou seja, artefatos culturais utilizados na sala de aula que servem para o ensino e aprendizagem de noções e capacidades [...]. (BUZEN, 2010, p. 102-103).

Vale ressaltar que, quando nos referimos à cultura no decorrer da pesquisa, estamos assumindo-a em sua essência semiótica. Como defende Geertz (2012, p.4), entendo-a como uma teia de significados tecida pelo próprio homem, “uma ciência interpretativa, à procura do significado”.

Para Bunzen (2010, p.105), as práticas escolares constituem-se por práticas socioculturais, e os espaços escolares — seja a sala de aula ou a biblioteca, por exemplo — podem ser compreendidos “[...]como um espaço de circulação e negociação de significações entre alunos em interlocução com seus professores, uma vez que o conhecimento escolar é nada mais do que uma construção coletiva”. Tal concepção vai ao encontro das ideias de Vigotski (2007, 2009a) a respeito do processo de elaboração conceitual, que sempre parte do coletivo para o individual, e das colocações em que o autor defende que a imaginação humana está completamente imbricada às experiências e às construções anteriores (VIGOTSKI, 2009b). Além disso, as afirmações de Bunzen (2010) condizem com as ideias de Gerdes (1992) a respeito da construção do pensamento geométrico, o qual, segundo o autor, é também uma construção social e coletiva, desencadeada a partir do desenvolvimento humano.

São as interações possibilitadas pelas múltiplas linguagens e pelos instrumentos semióticos que viabilizam a (re)construção do conhecimento na escola. De acordo com Bunzen (2010, p. 107),

a leitura na lousa, as explicações e perguntas da professora, as respostas e indagações dos alunos, a observação da experiência, a conversa entre os alunos, os gestos etc. apontam para facetas da

dinâmica discursiva de sala de aula e da relação com a produção de sentido e de sistemas de referências, compreendidas como interpretações possíveis que os grupos humanos organizam do mundo.

Assim como o letramento escolar, o letramento matemático escolar está atrelado às práticas sociais próprias da instituição escolar, com a especificidade de que o ensino de conceitos matemáticos pressupõe símbolos, materiais auxiliares e textos próprios desse campo de conhecimento. No processo de ensino e aprendizagem de conceitos geométricos, não só a escrita constitui parte essencial do evento, mas também a leitura e o emprego de símbolos, desenhos e gestos e a utilização de modelos que representem os conceitos são fundamentais.

Como mencionado na seção anterior, para que haja a construção de conceitos geométricos, é indispensável o apoio às múltiplas linguagens (oral, escrita, gestos e desenhos) e o uso de objetos que representem o conceito. Kleiman (1995, p.28, grifo da autora), embasada nos estudos de Bakhtin (1990), afirma que

a linguagem, seja qual for a sua modalidade de comunicação é, por natureza, polifônica, incorporando o diálogo com vozes outras que as do enunciador. Estabelecendo o enunciado, ou o que nós chamaríamos de texto, como unidade *real* da comunicação discursiva.

Portanto, dentro da cultura escolar constituída pelas formas de diálogo e pela interação entre professores e alunos, professores e supervisores, diretores e demais funcionários, pela estrutura de seu espaço físico, pelas normas institucionais — desde formatação do tempo de aula das disciplinas até o preenchimento dos diários —, há uma cultura de sala de aula para o ensino de Matemática. No caso desta pesquisa, há uma cultura de sala de aula para o ensino de Geometria, e é meu objetivo caracterizá-la.

Na perspectiva vigotskiana, é a partir das relações que ocorre o desenvolvimento humano, sendo a comunicação o meio de generalização que possibilita a formação de conceitos. Por isso acredito ser de extrema importância as práticas de letramento matemático escolar que visem à utilização de múltiplas formas de linguagem, permitindo a interação e a comunicação entre os pares, sejam eles aluno-aluno ou aluno-professor. Mas, para que essas interações sejam favoráveis, faz-se necessário que o professor mobilize, a partir de uma prática problematizadora, situações que permitam o movimento de significação entre os alunos.

Baseando-se nos estudos de Hiebert et al. (1997), Moreira (2015, p.37) indica cinco dimensões para o trabalho com a resolução de problemas. A primeira é a natureza

das tarefas, que devem envolver uma Matemática problematizadora, a qual, por sua vez, conecte-se às experiências dos alunos e deixe algo de valor matemático. A segunda vincula-se ao papel do professor: selecionar tarefas que visem alcançar os objetivos traçados, possibilitar o acesso às informações e criar uma cultura social de sala de aula. A terceira relaciona-se com a cultura social de sala de aula, indicando a necessidade de: gerar meios que viabilizem a aprendizagem, a partir dos quais os alunos possam escolher e compartilhar os métodos e suas ideias; considerar o erro como meio de aprendizagem; e realizar a correção com argumentos matemáticos. A quarta envolve o uso de ferramentas matemáticas como suporte de aprendizagem, de forma que elas sejam empregadas para resolver problemas, comunicar e pensar, assumindo o significado construído pelo utilizador. Por fim, a quinta é definida pela equidade e pela acessibilidade, assegura que as tarefas sejam acessíveis, permitindo que todos contribuam e sejam ouvidos e que a aprendizagem matemática ocorra.

Acredito que essas cinco dimensões indicadas por Hiebert et al. (1997) para o trabalho com a resolução de problemas são também coerentes para o trabalho com a Geometria. Isso porque, dependendo de como as tarefas são propostas para os alunos, elas se tornam problemas a serem resolvidos.

No decorrer da pesquisa, utilizarei o termo “tarefa” em substituição ao termo “atividade”, pois a tarefa consiste, inicialmente, em uma proposta que parte do professor, sendo sua função elaborá-la. Entretanto, quando os alunos são mobilizados a realizar a tarefa, ela pode deixar de ser apenas uma proposta do professor e passa a ser uma atividade, cuja realização é responsabilidade de todos envolvidos no processo de aprendizagem (POWELL; BAIRRAL, 2006).

É papel do professor estabelecer uma cultura de sala de aula para o ensino de Matemática, sendo fundamental o cuidado atento para sua postura durante as aulas. Como salientam Hiebert et al. (1997, p.36, tradução minha), “se os professores dizem muito, os alunos não terão que desenvolver suas próprias habilidades de resolução de problemas; se os professores dizem pouco, os alunos não farão muito progresso<sup>24</sup>”. Além disso, é função do docente elaborar tarefas que permitam que os alunos trabalhem colaborativamente, já que,

---

<sup>24</sup> “If teachers tell too much, students will not need to develop their own problem- solving abilities; if teachers tell too little, students will not make much progress” (HIEBERT et al., 1997, p.36).

quando os alunos trabalham de forma colaborativa tendo como foco a construção do conhecimento, compartilhar os caminhos pelos quais se resolveu o problema torna-se um compromisso social, visto que a comunicação dos procedimentos proporciona à comunidade uma variabilidade de soluções, de estratégias e ideias que seriam difíceis ou quase que impossíveis de se atingir se a tarefa fosse proposta de forma individual. Com isso, o conhecimento atinge uma esfera social na sala de aula em que todos são responsáveis por sua construção. (MOREIRA, 2015, p.41).

Além disso,

incentivando os alunos a compartilhar e discutir os métodos de solução, eles têm a oportunidade de esclarecer suas ideias — para si e para os outros. Quando estratégias intuitivas dos alunos são tornadas públicas, elas podem ser analisadas mais profundamente, e todos podem aprender com elas<sup>25</sup>. (HIEBERT et al. 1997, p.45, tradução minha).

Portanto, para que haja um movimento em direção à elaboração de conceitos científicos, faz-se necessário o apoio em múltiplas linguagens. Linguagens estas provenientes de um ambiente específico: a escola e, no caso desta investigação, a sala de aula de Matemática. Daí a imbricação entre a elaboração conceitual em Geometria e o letramento matemático escolar. Os conceitos geométricos são conceitos científicos que possuem traços específicos, linguagens distintas. E é por meio de práticas de letramento matemático escolar que a criança se vê inserida no ambiente de ensino e aprendizagem de conceitos. É aprendendo a linguagem própria desse campo de conhecimento (Matemática) que se faz possível a construção de conceitos geométricos.

---

<sup>25</sup> “by encouraging students to share and discuss methods of solution, they have the chance to clarify their ideas - for themselves and for others. When students intuitive strategies are made public, they can be analyzed more deeply and everyone can learn from them” ( HIEBERT et al., 1997, p. 45).

## **6 SIGNIFICAÇÕES E ELABORAÇÃO DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS: CARACTERIZAÇÃO DE UMA CULTURA DE SALA DE AULA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA**

[...] a criança necessita da mediação do outro. O mero contato da criança com os objetos de conhecimento ou mesmo sua imersão em ambientes informadores e estimuladores não garante a aprendizagem nem promove necessariamente o desenvolvimento, uma vez que ela não tem, como indivíduo, instrumental para organizar ou recriar sozinha o processo cultural. (FONTANA; CRUZ, 1997, p. 65).

Neste capítulo, apresento alguns episódios, relativos a momentos de interação, decorrentes de tarefas propostas para o trabalho com conceitos geométricos, com a turma de 3º ano do Ensino Fundamental da professora Cidinéia. Vale retomar que optei por uma análise microgenética, em que selecionei episódios que se organizam em duas unidades de análise identificadas a partir dos dados, a saber: o movimento de significações *nas e pelas* relações nas aulas de Geometria e o processo de elaboração de conceitos geométricos mediado pelas linguagens. Os episódios são provenientes de diferentes momentos e tarefas diversas, não seguindo, portanto, uma ordem temporal.

Por meio deles, busco identificar as significações produzidas pelos alunos em um ambiente problematizador de ensino e aprendizagem de Geometria bem como as contribuições de uma cultura de sala de aula pautada em pressupostos da perspectiva histórico-cultural para a elaboração de conceitos geométricos. Tento, a partir disso, caracterizar a cultura de sala de aula para o ensino de Geometria, analisar o movimento de elaboração conceitual, em Geometria, dos alunos e identificar quais estratégias são potencializadoras dessa elaboração.

Apesar de subdividir o capítulo de análises em unidades, as questões referentes à intencionalidade e à mediação pedagógicas, o papel da palavra, as práticas de letramento matemático escolar, a postura investigativa da professora, a mediação sócio-cultural e a cultura de sala de aula para o ensino de Geometria permeiam as duas unidades. No entanto, nos episódios selecionados para a primeira unidade sobressaem-se indícios de significações produzidas nas e pelas relações estabelecidas durante as aulas de Geometria; e nos selecionados para a segunda unidade há vestígios do movimento de construção de conceitos geométricos.

Como já ressaltado anteriormente, os alunos sempre trabalhavam em duplas ou grupos. E, ao final de todas as tarefas propostas, eram feitas socializações, que permitiam a interação entre os diferentes grupos, a confrontação de ideias e as validações ou não das hipóteses levantadas durante as discussões.

### **6.1 “Esse é o telhado da casa...”: significações *nas* e *pelas* relações nas aulas de Geometria**

Se compreendemos a significação como a dialética da relação entre sentido e significado, entendemos que

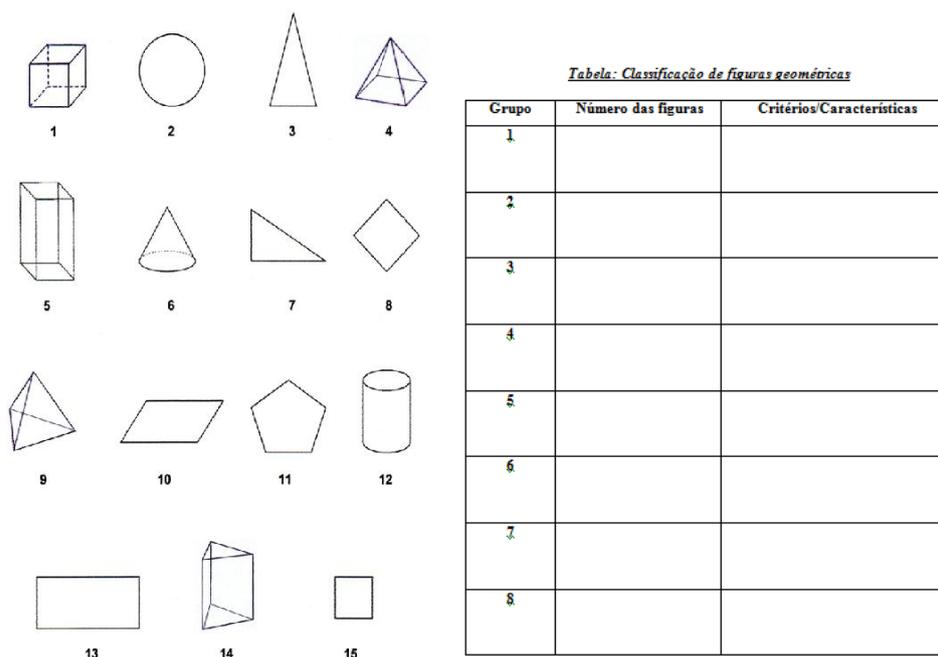
[...] a significação implica, mas não se restringe à representação. A representação, como possibilidade de formação de imagens, idéias, pensamentos, tem um caráter, ou funciona, em um nível individual. Entretanto essas imagens, idéias, pensamentos não se formam, não se compõem independentemente das relações entre pessoas, fora da trama de significações, isto é, sem a mediação, a operação com signos. (SMOLKA, 2004, p.41).

Nesse sentido, olhar para o movimento de significações implica olhar para as representações individuais e, por isso, singulares, mas que se formam nas e pelas relações sociais, mediadas pelas interações entre pessoas e pela operação com signos. Isso se deve ao individual, na perspectiva histórico-cultural, ser, por natureza, construído socialmente.

Tendo em vista essas questões, nesta unidade busco identificar indícios de significações produzidas durante as aulas de Geometria. Como discutido no capítulo 3, os conceitos geométricos são de natureza figural (PAIS, 1996). Por isso a rede de significações produzidas no processo de elaboração conceitual em Geometria é perpassada pelas linguagens, em suas múltiplas formas de expressão (oral, escrita, gestual e desenho), pelo apoio em modelos (sólidos geométricos, objetos em formato poliédrico e não poliédrico) e pela elaboração de imagens mentais. Tudo isso é permeado pela imaginação e concretizado pelo processo de criação. Assim, para olhar o movimento de significações nas aulas de Geometria, selecionei episódios em que as interações — mediadas pelas linguagens, pelos modelos, pelas imagens mentais e pela imaginação — foram estabelecidas e articuladas.

A primeira tarefa proposta aos alunos ocorreu no dia 7 de maio de 2015 e consistia em uma classificação de figuras geométricas. Para sua realização, foi entregue uma caixa contendo diversos modelos de superfícies poliédricas e não-poliédricas, uma folha com vários desenhos<sup>26</sup> geométricos, que representavam figuras planas e espaciais, e outra contendo uma tabela de classificação, como indicado na Figura 1. Os alunos deveriam agrupar os desenhos de acordo com critérios ou características comuns.

FIGURA 1 – Material fornecido aos alunos para a realização da tarefa 1<sup>27</sup>



Fonte: Acervo da pesquisadora

Vimos, a partir de discussões anteriores, que é proposta das novas tendências para o ensino de Geometria, a articulação entre a Geometria Euclidiana Plana e a Espacial, por meio de um trabalho simultâneo entre elas. Esse era o objetivo da primeira tarefa: relacionar figuras planas e espaciais, identificando características convergentes e divergentes. Além disso, buscávamos fornecer dois tipos de representações (desenhos e modelos) que possibilitassem aos alunos o início da compreensão de que não estavam manipulando figuras geométricas ou poliedros e não-poliedros, mas apenas representações materiais desses conceitos.

<sup>26</sup>Como discutido no capítulo 3, quando me referir a representações de conceitos geométricos, feitas a partir de gráfico ou uma incorporação material, utilizarei os termos “desenho geométrico”, em substituição às palavras “figura geométrica”. Friso que a figura geométrica é uma imagem mental controlada por definição e o desenho é uma representação materializada dessa figura (FISCHBEIN, 1993 apud NACARATO; PASSOS, 2003).

<sup>27</sup>Esta tarefa foi extraída de uma formação desenvolvida por L. Bertini e N. Bertini (2011) no XIII CIAEM, em 2011, da qual a professora Cidinéia participou.

Tendo em vista que o processo de elaboração conceitual consiste em um movimento longo e permeado por idas e vindas, sabíamos que em um primeiro contato os alunos não compreenderiam que estavam manipulando, durante o desenvolvimento da tarefa, apenas representações dos conceitos e não os próprios conceitos. Mas, como já discutido, se a elaboração conceitual é um processo, quanto mais elementos são fornecidos para propiciar as aprendizagens, melhores serão os resultados. Ademais, o trabalho simultâneo com desenhos e modelos (objetos) geométricos é essencial para a formação de imagens mentais, que são parte efetiva do pensamento geométrico, além de serem primordiais para o desenvolvimento da abstração e da generalização fundamentais a esses tipos de conceitos. Se partimos do pressuposto de que a imaginação se constrói com materiais hauridos de vivências anteriores (VIGOTSKI, 2009b), para que as imagens mentais sejam criadas, faz-se necessário o trabalho com modelos e desenhos, que servirão como elementos para o processo de criação. Por outro lado,

o conceito, especialmente para a criança, está vinculado ao material sensorial de cuja percepção e elaboração ele surge; o material sensorial e a palavra são partes indispensáveis do processo de formação dos conceitos e a palavra, dissociada desse material transfere todo o processo de definição do conceito para o plano puramente verbal que não é próprio da criança. (VIGOTSKI, 2009a, p.152).

Em um primeiro contato com modelos e desenhos<sup>28</sup> podemos perceber que as crianças tentam articulá-los a objetos e vivências provenientes de seus contextos sociais e culturais. Muitas vezes, elas já têm em sua fala algumas palavras que remetem a conceitos científicos geométricos, apreendidas em diálogo com adultos ou oriundas de elementos presentes nos contextos sociais. Apesar de ser função da escola o movimento de incitar a elaboração de conceitos geométricos, estes estão sempre presentes, sendo muito empregados em diversas situações cotidianas. No episódio<sup>1</sup>, “Esse é o telhado da casa!”, podemos identificar, já de início, que as crianças utilizam palavras que designam conceitos geométricos e tentam articular essas palavras a suas experiências anteriores, apoiando-se nos conceitos espontâneos elaborados nas relações sociais:

---

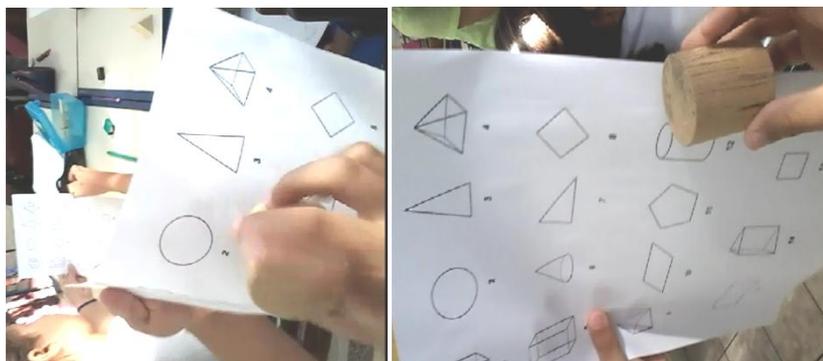
<sup>28</sup> A partir de agora, sempre que me referir ao desenho estarei me remetendo a desenhos geométricos e, quando utilizar o termo “modelo”, estarei me referindo a objetos que representem superfícies poliédricas e não-poliédricas.

## Episódio 1: “Esse é o telhado da casa!”

O aluno Al<sup>29</sup> pega um modelo de cilindro e começa a compará-lo com o desenho do círculo e com o do cilindro:

- T<sup>30</sup>01 Al: *Você pega esse e coloca em cima desse... É a mesma coisa de carimbar.* [Al se refere à base do modelo de cilindro, dizendo que, se a colocarmos em cima do desenho do círculo, forma-se o mesmo desenho, por isso seria o mesmo que carimbar]
- T02 Al: *Mas, eu acho que eu me enganei, porque se você colocar de assim, ele vai ficar parecido com esse também...* [Al refere-se ao desenho do cilindro]
- T03 P: *Mas porque você se confundiu?*
- T04 Al: *Porque, se colocar assim [coloca a base do cilindro em cima do desenho do círculo], vai ficar parecido com esse; e, se colocar assim [coloca o modelo de cilindro ao lado do desenho do cilindro], vai ficar parecido com esse.*

FOTO 1 – Al comparando a base do modelo cilindro com o desenho do círculo e com o desenho do cilindro



Fonte: Acervo da pesquisadora

- T05 P: *Uhum... Entendi...*
- T06 Al: *Esse é um cilindro...*
- T07 P: *Cilindro?*
- T08 Al: *Uhum... É um cilindro!*
- T09 P: *E o que mais você percebeu?*
- T10 Al: *Esse é o telhado da casa...* [pegando um modelo de prisma de base triangular].
- T11 P: *É o telhado da casa? Por quê?*
- T12 Al: *Porque se você olhar pra ele assim, vai lembrar o telhado de uma casa...* [Al coloca o modelo de prisma na posição do telhado de uma casa]
- T13 Al: *Olha aquele que a prô ta segurando ali... É igual a esse daqui ó!* [A professora segurava um modelo de pirâmide de base hexagonal, e Al aponta para o desenho da pirâmide de base quadrada]

<sup>29</sup> Para preservar a identidade dos alunos, utilizarei, no decorrer do texto, apenas as duas ou três primeiras letras iniciais de seus nomes. Quando utilizar a letra P, estarei me referindo à pesquisadora e C à professora.

<sup>30</sup> Para facilitar o processo de análise dos episódios selecionados, nomeei as falas utilizando a letra T de turno (por turno compreendo apenas os momentos de fala, não incluindo o silêncio e os gestos), seguida de numeração progressiva (T01, T02, ...).

- T14 P: *E esse você sabe o nome?* [Apontando para o modelo de pirâmide de base quadrada]  
 T15 Al: *Qual?*  
 T16 P: *Esse que você me mostrou?*[Apontando para o modelo de pirâmide de base quadrada]  
 T17 Al: *Esse daqui é chamado como... Hum... [silêncio]. Eu esqueci... Ah! É triangular!*  
 T18 P: *Triangular?*  
 T19 Al: *É! Triangular...*  
 T20 P: *Por que triangular?*  
 T21 Al: *Por causa que, se você abrisse e ficasse muito assim e você juntasse... Ó, por exemplo, ele tem muitas partes desse daqui [Al aponta para as faces triangulares] ó 1,2,3,4,5...*  
 T22 P: *Aham... entendi...*  
 [Al mostra o desenho do triângulo e diz que ele só tem a parte da frente, por isso seria diferente da pirâmide]

No T06, o aluno Al afirma que o modelo que tem em mãos é um cilindro, demonstrando que já teve contatos anteriores com a palavra “cilindro”, a partir de vivências escolares ou sociais, a ponto de conseguir empregá-la corretamente. Ainda que o uso do termo não garanta que Al já tenha o conceito formado, permite a comunicação entre aluno-pesquisadora, já que ambos utilizam uma palavra comum para designar o mesmo referente. Esse movimento possibilita o desencadeamento da elaboração conceitual, provavelmente ampliando o significado e os sentidos que Al atribui à palavra cilindro, pois — ao se comunicar com a pesquisadora, com a professora e com os colegas — ele vai identificando novas relações, percebendo características e refletindo sobre elas.

É interessante ressaltar também que levar os sólidos geométricos para a aula de Matemática consiste em uma prática de letramento matemático escolar, uma vez que a maioria das crianças dessa faixa etária, 8 e 9 anos, teve contato apenas com objetos do cotidiano em formato poliédrico e não-poliédrico. Nesse sentido, manipular os sólidos geométricos permite que características possam ir sendo identificadas e novas relações estabelecidas. Nesse processo, é provável que novos sentidos sejam atribuídos e significados ampliados, em uma dialética em que as significações vão sendo gradativamente elaboradas.

Entre o T01 e o T05, Al tenta estabelecer relações entre o desenho do círculo, o desenho do cilindro e o modelo de cilindro. Podemos perceber que ele parte das semelhanças existentes entre as representações, dizendo que o círculo poderia ser obtido utilizando a base do cilindro: “*é a mesma coisa de carimbar*” (T01).

No T10, “*Esse é o telhado da casa...*”, quando se refere ao modelo de prisma de base triangular como o telhado da casa, Al se apoia nos conceitos espontâneos (conceitos provenientes de experiências sociais), conceitos que, apesar de não sistematizados, possibilitam as relações entre a criança, o adulto e o meio cultural e social ao qual pertencem. Al não consegue nomear o prisma de base triangular, como fez com o cilindro, mas consegue relacioná-lo a algo que faz parte do seu contexto: o telhado da casa lhe é familiar, faz parte de suas vivências rotineiras. Além disso, em conversa com a professora Cidinéia, soube que Al já havia sido seu aluno em 2014, por isso as relações que estabelece durante as discussões podem estar relacionadas ainda com as experiências de aulas anteriores, já que a mesma tarefa fora desenvolvida também com a turma de 2014, quando Al já era aluno da professora Cidinéia.

Quando, no T14, a pesquisadora questiona se Al sabe o nome da pirâmide de base quadrada, ele fica confuso, pensa e, no T16, afirma que é triangular. Não sabendo qual palavra empregar para nomear aquele modelo, Al tenta encontrar nos termos que já conhece e que lhe são familiares alguma que se aproxime das características e da composição do modelo que tem em mãos. Por se tratar de uma representação de pirâmide, o modelo fornecido possuía o maior número de faces triangulares, e é olhando para essas faces que ele o nomeia como triangular (T21).

No final do episódio, quando Al mostra à pesquisadora que o triângulo é apenas uma das partes daquele modelo, compreendemos o motivo que pode tê-lo levado a não nomear a pirâmide como triângulo: Al percebe que há uma diferença entre o triângulo e o modelo que tem em mãos, não podendo, portanto, nomeá-los por meio de uma mesma palavra, uma vez que representam conceitos diferentes. Mesmo não sabendo como nomear (formalmente) aquele modelo, Al já percebia que, apesar de ser composto por formas triangulares, não era um triângulo, por isso a expressão *triangular*, empregada pelo aluno.

Continuando as discussões e a identificação de características, regularidades, um dos alunos consegue nomear o modelo de pirâmide, como destacado no episódio 2:

Episódio 2: “*Isso aqui parece com uma pirâmide...*”

T23 Ot: *Isso aqui parece com uma pirâmide...* [pega um modelo de pirâmide]

T24 C: *Ah! Você acha que se parece com aquelas pirâmides do Egito que nós estudamos ou você acha que não? Lembra*

*aquelas pirâmides que nós estudamos conhecendo um pouco dos egípcios?*

T25 Ot: *Uhum...*

Neste episódio, vemos que o aluno Ot afirma que o modelo fornecido para as observações se “*parece com uma pirâmide*” (T23). Quando a professora questiona se ele acha que o modelo se parece com as Pirâmides do Egito, trabalhadas em outras aulas, o estudante confirma (T25). Novamente, vemos que os alunos tentam relacionar os novos conceitos a suas experiências anteriores. O movimento discutido no capítulo 3 desta dissertação aparece aqui. Nele, a elaboração de conceitos científicos intervém no desenvolvimento dos conceitos espontâneos, fornecendo a eles reflexividade; por outro lado, os conceitos espontâneos garantem vitalidade e concretude aos científicos, que são, por natureza, esquemáticos e desprovidos da riqueza experiencial.

Como enfatizado pela professora, as pirâmides foram assunto de outras aulas, provavelmente por isso o aluno Ot consegue agora, na aula de Matemática, nomeá-las corretamente. Podemos perceber, mais uma vez, que, ainda que o conceito esteja em processo de elaboração, a palavra da criança designa o mesmo referente que a palavra do professor, permitindo que haja não só a comunicação entre eles, mas também a possibilidade de ampliação do significado atribuído pela criança à palavra em questão. Nesse movimento, a palavra assume, assim como os modelos fornecidos, o papel de mediadora do processo de elaboração de conceitos.

Novamente, podemos identificar outra prática de letramento matemático escolar: a professora tenta articular um conceito geométrico (pirâmide) a um conceito histórico (Pirâmides do Egito), rememorando que o formato das Pirâmides do Egito é igual ao formato do sólido geométrico que Ot tem em mãos.

No episódio 3, o aluno Al utiliza-se de novo de elementos extraídos de contextos sociais e de suas experiências culturais para relacioná-los aos novos conceitos.

Episódio 3: “*É uma cabana...*”

T26 Al: *Prô, se eu pegar esse daqui [refere-se ao modelo de tetraedro] representa esse daqui ó [mostra o desenho do tetraedro], só que esse [desenho do tetraedro] é transparente. Esse daqui [pega o modelo de pirâmide hexagonal] representa uma cabana... Eu posso ir girando ela... Vou chutar um nome... [fica pensando]. É circular!*

T27 P: *Será que é circular?*

T28 Al: *Não, eu chutei! Mas eu vou chamar de circular... Essa outra é o telhado da casa. [Pega o modelo de prisma de base triangular]*

- T29 P: *Interessante, é o telhado da casa!*  
 T30 Al: *Mas essa é a mais interessante... É um chapéu!*  
 T31 P: *Qual é o chapéu?*  
 T32 Al: *É esse daqui ó [pega o modelo de cone] e o seis [refere-se ao desenho 6, o cone]... Sabe por quê? Fiquei pensando, pensando... Aí, eu bati o olho e vi, meu Deus do céu, esse daqui eu sei...*

No T26, Al tenta relacionar os modelos fornecidos a suas experiências sociais, como no episódio 1, dizendo que o modelo de pirâmide hexagonal “*representa uma cabana*”, o que também acontece no T28, quando menciona novamente o telhado da casa, e no T30, quando relaciona o modelo de cone a um “*chapéu*”. Provavelmente o chapéu a que se refere é aquele presente em ilustrações de contos, chapéu de festa de aniversário ou histórias infantis. O chapéu do duende ou da bruxa, por exemplo, geralmente, tem formato de cone. A cabana também é um objeto comum das vivências infantis, sempre aparece em cenas de desenhos animados, em filmes ou em ilustrações de livros.

Podemos perceber que, de forma criativa, Al relaciona os sólidos geométricos a objetos provenientes de suas vivências sociais e do próprio contexto escolar. Esse movimento só foi possível, pois Al anteriormente vivenciou situações que o colocaram em contato com objetos em formato poliédrico e não-poliédrico, pois, como defende Vigotski (2009b), a imaginação é haurida de vivências anteriores, não se cria a partir do nada.

No movimento de significações, é interessante perceber como os alunos começam a se apropriar da linguagem utilizada durante as aulas de Matemática. Quando, no T26, o aluno Al diz: “[...] *representa esse daqui*”, reproduz uma palavra muito empregada tanto pela professora quanto pela pesquisadora durante as aulas de Geometria: representar. Em diversos momentos utilizávamos<sup>31</sup> o termo “representação”, quando estávamos trabalhando com desenhos ou modelos de superfícies poliédricas e não-poliédricas e desenhos de figuras planas ou espaciais. Esse fato vai ao encontro da colocação de Góes e Cruz (2006, p. 33): “primeiro, a criança é guiada pela palavra do outro e, depois, ela própria utiliza as palavras para orientar o seu pensamento”.

No início da elaboração conceitual, a criança reproduz a palavra aprendida, apoiando-se na imitação. Mas, no decorrer de seu desenvolvimento, apropria-se da

---

<sup>31</sup> Neste capítulo, quando utilizar os verbos na primeira pessoa do plural estarei me referindo à professora da classe e eu, pesquisadora.

palavra, de modo a utilizá-la para orientar seu pensamento. Essa apropriação, como discutido por Vigotski (2007), transforma, reelabora, elementos do contexto “interpessoal” para o “intrapessoal”. Não podemos afirmar que Al, ao utilizar a palavra “representação”, já compreenda que os modelos e os desenhos são apenas representações de conceitos geométricos. Porém, é por meio da apreensão da palavra empregada pelo professor que a criança passa pelo processo em que o significando vai sendo construído, elaborado e ampliado, até o momento em que não só passa a empregar a palavra corretamente, de maneira designativa, mas também toma consciência de seu significado e o utiliza para orientar seu pensamento.

Outro fato interessante, relacionado à aplicação da palavra “representação”, é o modo como os alunos vão aprendendo a utilizar o vocabulário próprio da linguagem matemática. Quando Al utiliza o termo “representação” para se expressar, reelaborando e recriando suas ideias a partir da oralidade, constatamos a ocorrência do letramento matemático escolar, em que a criança apreende uma palavra própria de um contexto específico, no caso a aula de Matemática em que estão sendo trabalhados conceitos geométricos. Os alunos começam a ser inseridos em um ambiente que possui uma linguagem particular e, aos poucos, vão se apropriando dessa linguagem e aprendendo a empregá-la.

Podemos identificar dois outros fatos interessantes ainda no T26, quando Al afirma: “*Prô, se eu pegar esse daqui [refere-se ao modelo de tetraedro] representa esse daqui ó [mostra o desenho do tetraedro], só que esse [desenho do tetraedro] é transparente*”. Percebemos, pela fala de Al, indícios de que ele já sabe que o modelo de tetraedro e o desenho deste são representações diferentes de um mesmo conceito, pois assinala: “*se eu pegar esse daqui representa esse daqui*”. Isso traz indícios da compreensão de que eles, apesar de terem a mesma forma, não são a mesma “coisa”, porque possuem especificidades próprias de cada representação, já que o desenho é “transparente”. Eles não são a mesma “coisa”, mas representam uma mesma “coisa”, no caso o conceito de tetraedro.

Apoiando-me nos estudos de Pais (1996), discuti no capítulo 3 deste texto que o desenho é a segunda forma de representação do conceito, já que, para a decodificação de um desenho, é necessário o domínio de algumas informações técnicas, não necessárias para o trabalho com o modelo. Por isso representar um conceito geométrico a partir de um desenho ou identificar características desse conceito por meio do desenho

exige que o aluno tenha um pensamento mais elaborado do que quando ele trabalha apenas com o modelo. Quando Al se coloca em movimento, pensando sobre o desenho, reconhecendo semelhanças entre ele e o modelo, notamos indícios de um avanço: Al provavelmente pode estar se apoiando em níveis de abstração mais elaborados.

Ainda no T26, Al afirma: “*Esse daqui [pega o modelo de pirâmide hexagonal] representa uma cabana... eu posso ir girando ela... Vou chutar um nome [fica pensando] é circular!*”. Al não sabe como nomear aquele modelo, mas percebe que, ao girá-lo, é criado na base um formato circular, então nomeia a pirâmide hexagonal como “*circular*”. Novamente, Al apresenta indícios de que constata a existência de diferenças entre a base daquele modelo e o círculo, sem conseguir nomear este, mas percebe que se rotar o modelo, a figura formada na base tem formato circular, por isso denomina o modelo de pirâmide como circular.

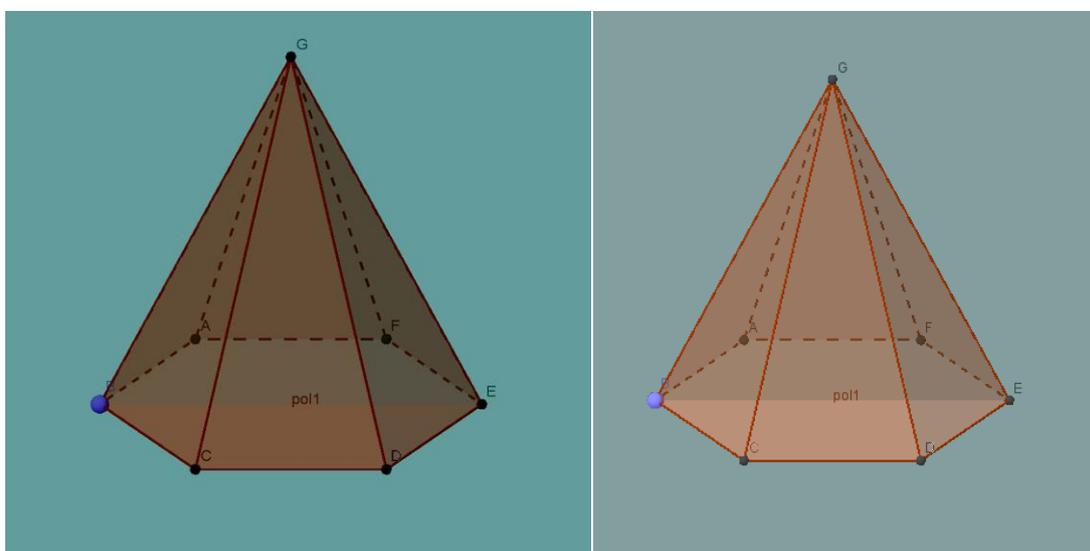
Quando Al se depara com um modelo que ainda não consegue nomear (a pirâmide hexagonal), lança mão da estratégia de identificação de características que aproximem o sólido geométrico das palavras que fazem parte de seu vocabulário. Nessa tentativa, ocorre um entrelaçamento entre os gestos, o modelo, a imagem mental, formada a partir da rotação, e a palavra. Isso ocorre porque “[...]a cognição envolve um conjunto de funções mentais que se interconectam e se influenciam reciprocamente [...]”. (PINTO, 2010, p. 9). Foi girando o modelo que Al conseguiu identificar algo que se aproximava de palavras pertencentes a seu vocabulário e, assim, nomeou a pirâmide hexagonal como circular.

No T27, a pesquisadora questiona se é realmente circular, e ele afirma: “*Não, eu chutei! Mas eu vou chamar de circular...*”. Na verdade, Al não chutou, mas se apoiou na ideia de obtenção de superfícies por meio de uma rotação de  $360^\circ$  em torno de um eixo; no caso, o eixo era a altura da pirâmide. Essa estratégia é muito usual nas aplicações de cálculo integral, e os sólidos obtidos a partir desse movimento são chamados sólidos de revolução. Sabemos que se fizermos um corte, partindo da altura da pirâmide até sua base (Figura 2), obteremos uma face em formato triangular, que, quando fizer um movimento rotacional de  $360^\circ$  em uma superfície lisa, formará um cone, que tem como base um círculo. Vale ressaltar que as pirâmides de N faces, tomadas no infinito, são consideradas cones.

Ainda que Al não tenha consciência da existência desses conceitos, pois é aluno do 3º ano do Ensino Fundamental e está iniciando o trabalho com os conceitos

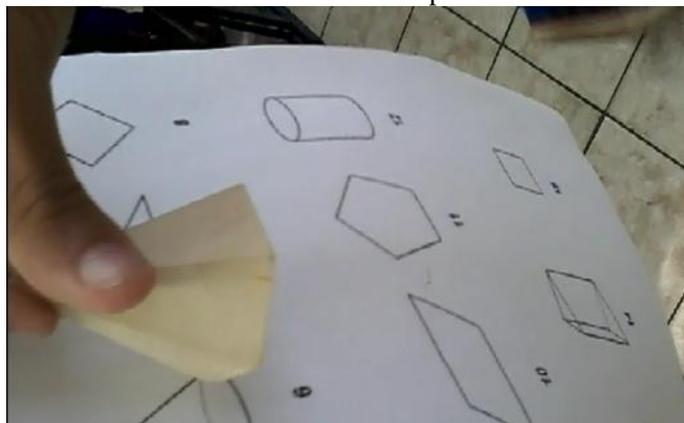
geométricos, é exatamente o processo de obtenção de sólidos de revolução que ele realiza ao se apoiar no vértice superior do modelo de pirâmide e girá-lo, como visto na Foto 2. Compreendo, assim, que o nome empregado ao modelo não foi dado aleatoriamente, mas baseado na observação de sua rotação. Posso, portanto, inferir que Al não chutou um nome para a pirâmide hexagonal, mas se baseou em uma relação matemática, construída naquele momento. Além disso, entendo que Al se apoiou na criação de imagens mentais, construídas a partir de vivências anteriores, para concluir que a figura formada na base, durante a rotação da pirâmide, teria formato de círculo.

FIGURA 2– Corte partindo da altura da pirâmide hexagonal



Fonte: Acervo da pesquisadora

FOTO 2 – Al rodando o modelo de pirâmide de base hexagonal



Fonte: Acervo da pesquisadora

Outros momentos, em que várias significações emergiam, ocorreram durante as socializações coletivas. Após as discussões entre os grupos, sempre fazíamos um momento de socialização, promovendo a interação entre os alunos e as trocas de ideias e discussões complementares. Acredito que esse movimento seja fundamental em um ambiente em que a cultura de sala de aula seja problematizadora.

No momento de socialização das ideias, provenientes das discussões nos grupos, o aluno se vê diante do embate de sistematizar suas ideias e reflete sobre o que fez, para, então, expor suas conjecturas, tentando validar suas hipóteses e convencer os colegas de suas conclusões. A comunicação conduz à reflexão (HIEBERT et al. 1997); além disso, “[...] a comunicação pressupõe necessariamente generalização e desenvolvimento do significado da palavra, ou seja, a generalização se torna possível se há desenvolvimento da comunicação”(VIGOTSKI, 2009a, p.12). Ao expressar suas ideias ao colega — por meio da palavra, dos gestos e dos desenhos —, o aluno se coloca em um processo de reflexão que poderá culminar na generalização, no desenvolvimento do conceito, na elaboração de novas significações, ainda que estas sejam provisórias.

No episódio 4, exponho algumas significações que emergiram durante o momento de socialização da tarefa 1. Os alunos continuaram levando para a discussão coletiva elementos provenientes de suas experiências sociais, como ocorrido nas discussões nos grupos, evocando objetos presentes em seus contextos e relacionando-os aos modelos e aos desenhos propostos na tarefa.

Episódio 4: “*Esse parece um copo cheio de água...*”

Durante a socialização das conclusões de cada grupo, Al pega um modelo de cilindro:

T33 Al: *Esse parece um copo cheio de água, tipo um cilindro... E esse daqui [mostra um modelo de cone] parece um chapeuzinho...*

T34 C: *E quando você fala assim, vai ficar tipo um cilindro Al... Isso é um cilindro?*

T35 Al: *É...*

T36 C: *E tem forma de copo?*

T37 Al: *Tem! É tipo um cano que você serra assim dois lados... [faz movimentos com as mãos]*

T38 C: *Mas qual a diferença do cano e desse [modelo de cilindro]?*

T39 Al: *O cano é maiorzinho...*

T40 C: *Ah é? E quando eu serro o cano... Imagina eu cerrando [faz o movimento com as mãos], eu consigo colocar o dedo dentro ou não?*

T41 Al: *Não, você consegue colocar um braço!*

T42 C: *Ah! Um braço... E qual a diferença desse [mostra o modelo cilindro]?*

T43 Al: *Esse é tampado!*

T44 C: *Ah! Entendi... Então, aquele dá e esse não!*

Vemos que Al, no T33, ao relacionar o modelo de cilindro a um copo cheio de água e depois ao retomar a ideia de que o modelo de cone (“*parece um chapeuzinho*”), rememora objetos provenientes de vivências anteriores, levantando indícios de que, para a criança, “o pensamento ainda se realiza principalmente com a ajuda da memória<sup>32</sup>” (VIGOTSKI, 1996, p. 8).

Quando a professora instiga Al a pensar sobre a comparação — “*esse parece um copo cheio de água, tipo um cilindro...*” — e quando o questiona sobre o formato — “*isso é um cilindro?*”—, instiga-o à reflexão. Agora, na socialização, Al não utiliza a palavra “representação”, como nas discussões iniciais, dando indícios de que realmente o processo de elaboração é permeado por idas e vindas, já que volta a relacionar as formas fornecidas a objetos de seu cotidiano, a conceitos espontâneos; a forma cilíndrica é relacionada ao cano, quando afirma que, se serrarmos um cano dos dois lados, a figura lembra um cilindro (T37). Além disso, Al emprega outra forma de dialogar, já que agora o destinatário não é a professora, mas os colegas de classe.

A professora, percebendo as relações que Al estabelece entre o modelo e os objetos utilizados culturalmente, questiona (T38) qual seria a diferença entre o modelo de cilindro, utilizado durante a aula, e o cano, evocado em seu exemplo, tentando retomar uma discussão que já havia sido feita sobre a diferença entre sólidos geométricos e representações de sólidos geométricos (relação da ideia de ser oco ou maciço). A partir do T39, o diálogo entre professora e aluno conduz à conclusão de que dentro do cano “[...] *você consegue colocar um braço!*” (T41); por meio dos questionamentos dela, Al conclui que o cano é oco. É provável que, em brincadeiras ou outras situações, ele já tenha experienciado colocar o braço dentro de um cano, por isso utiliza esse exemplo para rebater a afirmativa da professora. Mais uma vez, ela questiona qual seria a diferença entre o modelo de cilindro e o cano (T42), e Al responde: “*esse é tampado!*” (T43); ou seja, o modelo de cilindro fornecido era maciço, e o cano que ele usou como exemplo era oco.

---

<sup>32</sup> “El pensamiento todavía se realiza principalmente con ayuda de la recordación.” (VIGOTSKI, 1996, p.98).

Neste episódio, averiguamos o entrelaçamento entre as várias funções superiores: a memória é evocada para estabelecer as relações, já que, para a criança, o pensar relaciona-se à lembranças de vivências sociais como serrar um cano; a imaginação conecta o sólido geométrico a um cano serrado a um copo cheio de água, e o cone a um chapeuzinho; a linguagem oral designa, nomeia e explica; e a linguagem gestual exemplifica. Nesse movimento, as “[...] funções se valem de outras no decorrer do desenvolvimento, funções distintas se afetam mutuamente e se transformam” (PINTO, 2010, p.34).

Além disso, a problematização desencadeada pela professora foi de extrema importância para que os alunos começassem a perceber que todos os exemplos que Al apresentava possuíam forma cilíndrica, mas não eram o cilindro, apenas objetos com formato cilíndrico, representações. As mediações se tornam essenciais para que as significações possam ser ampliadas no decorrer do processo de elaboração conceitual. Um ambiente que permita a circulação de ideias — potencializadas por problematizações e mediações, tanto sócias quanto pedagógicas, a partir de questionamentos, indicações e provocações — revela-se propício para o ensino de conceitos geométricos.

Vimos no capítulo 3 que é papel do professor focalizar as aprendizagens potenciais, intervindo na “zona de desenvolvimento imediato”, já que “[...] a criança orientada, ajudada e em colaboração sempre pode fazer mais e resolver tarefas mais difíceis do que quando sozinha” (VIGOTSKI, 2009a, p.328). Para Vigotski (2009a), a criança pode produzir mais em colaboração do que quando trabalha sozinha; nesse sentido, mesmo outra criança pode atuar como mediadora entre o que o colega sabe e o que ele pode aprender sendo estimulado, intervindo, assim, em sua “zona de desenvolvimento imediato”.

Os próximos episódios visam destacar esse movimento de significações propiciado especialmente pela colaboração entre alunos, entre alunos e professora ou entre alunos e pesquisadora. Consistem em recortes de momentos de interação, provenientes do desenvolvimento das tarefas propostas ou da socialização e da sistematização coletiva das ideias trabalhadas. Os episódios 5 e 6 são referentes ainda à primeira tarefa proposta, sendo o episódio 6, um recorte do momento de socialização entre os grupos.

Nos episódios 5 e 6 podemos perceber como as discussões entre as crianças instigam a reflexão sobre as conclusões alcançadas até aquele momento. Os questionamentos do colega acabam fazendo com que as ideias sejam repensadas, reformuladas para responder às questões levantadas.

Episódio 5: É ou não é um quadrado?

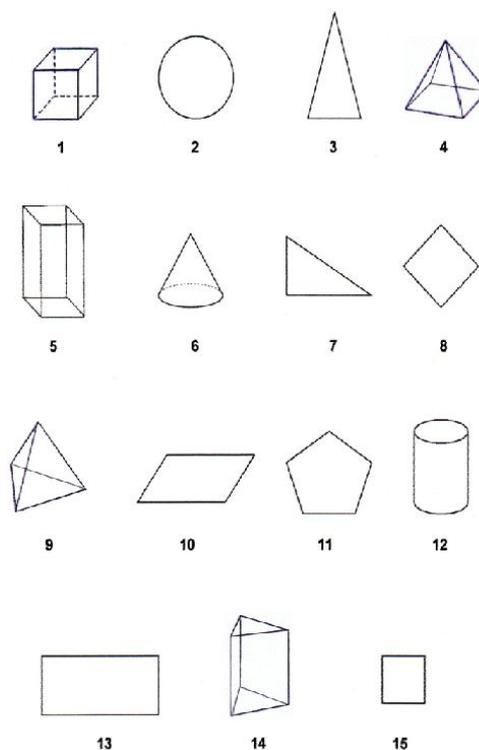
- T45 Jú: *Esse daqui pode ser de três tipos diferentes* [pega o modelo de cubo]. *Pode ser assim* [aponta para o desenho do cubo], *assim* [aponta para o desenho do quadrado] *e assim* [aponta para o outro desenho do quadrado que está representado em posição diferente]...
- T46 P: *Mas qual é a diferença deste* [aponta para o desenho do cubo] *para esse* [aponta para o desenho do quadrado]?
- T47 Al: *Eu sei, eu sei! Esse é um quadrado...* [Apontando para o desenho do quadrado]
- T48 P: *Ah! Esse é um quadrado...*
- T49 Al: *É!*
- T50 Jú: *É a mesma coisa!* [Aponta para o outro desenho do quadrado]
- T51 Al: *Não, não é! Ó... É sim... Se você virar ele assim!* [Tenta virar a folha para mostrar que ambos eram quadrados, mas que estavam em posições diferentes]
- T52 P: *Legal...*

Neste episódio, há uma discussão e uma reflexão entre os alunos Al e Jú. No T45, Jú afirma que o modelo de cubo “*pode ser de três tipos diferentes*”, ela refere-se ao desenho do cubo e às ilustrações de dois quadrados, um deles colocado intencionalmente em posição diferente do primeiro para romper com a ideia de figura prototípica<sup>33</sup>. No T46, a pesquisadora questiona qual a diferença entre o desenho do cubo e o do quadrado; e, no T47, Al intervém dizendo que um deles era um quadrado, diferenciando o quadrado e o cubo. Naquele momento Jú ainda não havia compreendido que havia diferenças entre aqueles desenhos, mas, quando Al intervém e diz que um é quadrado, ela percebe a distinção e avança afirmando que o outro desenho também era um quadrado, apesar de estar em posição diferente (T50). Inicialmente, Al discorda de Jú, mas, ao parar e pensar sobre a afirmação da colega, chega à conclusão de que, se virasse o desenho, ele ficaria idêntico ao primeiro quadrado (T51).

<sup>33</sup>A figura prototípica (ou estereotipada) ou o objeto protótipo podem conduzir a problemas relacionados à elaboração e também à interpretação de representações gráficas, por exemplo, o tratamento de figuras do espaço como figuras planas. (NACARATO; PASSOS, 2003).

Destaca-se o modo como Al intervém nas conclusões de Jú, mostrando para a colega que um dos desenhos se referia ao quadrado, por isso eles não representavam o mesmo conceito. No entanto, Al não havia percebido que dois dos desenhos apontados por Jú eram relativos ao quadrado (desenhos 8 e 15 da Figura3), ele só compreende isso quando Jú afirma que o outro desenho também representava um quadrado, e Al reflete sobre a afirmação da colega. Ao girar a folha em que estavam os desenhos, percebe que realmente aquele desenho representava um quadrado e estava apenas em posição diferente.

FIGURA 3— Desenhos fornecidos aos alunos



Fonte: Acervo da pesquisadora

Se eles não tivessem sido envolvidos em uma discussão sobre suas conclusões, pode ser que Jú, naquele momento, não conseguisse perceber a diferença entre a representação do quadrado e a do cubo, e Al poderia não ter compreendido que as duas representações apontadas por Jú eram da mesma figura — o quadrado — e estavam apenas em posições distintas. Vemos um aluno intervindo na “zona de desenvolvimento imediato” do outro. Ambos acabam sendo mediadores entre o conceito e o colega, questionando as afirmações um do outro.

Isso também acontece no episódio 6, extraído do momento de socialização das conclusões alcançadas por cada grupo. As discussões começam quando Emi afirma que a base do modelo de pirâmide de base quadrada é redonda. Imediatamente, a professora lança a afirmativa de Emi para que a turma possa discutir.

Episódio 6: “*Isso é redondo... Não! Redondo é isso!*”

- T53 Emi: *Isso é redondo...* [mostra a base do modelo de pirâmide de base quadrada]
- T54 C: *Pessoal, a Emi disse que isto é redondo* [mostra a base do modelo de pirâmide], *e aí?*
- T55 Ri: *Não! Redondo é isso...* [mostra a base do modelo de cilindro]
- T56 C: *A Emi me disse aqui, agora, que era para eu imaginar que isso era redondo... Aí, ia ficar parecido com essa* [mostra o modelo de cone]. *Entendi, mas eu ainda estou com dúvida... Qual é a diferença entre as duas* [mostra o modelo de pirâmide e o modelo de cone]?
- T57 Ri: *Porque aqui é redondo* [refere-se à base do modelo de cone] *e aqui é quadrado...* [refere-se à base do modelo de pirâmide]
- T58 C: *Entendi, aqui é redondo e aqui é quadrado... Vocês concordam?*
- T59 Alunos: *Sim...*
- T60 Ric: *Mas essa aí* [modelo de pirâmide] *é meio quadrada* [faz um gesto com as mãos no formato triangular]...
- T61 C: *Quando o Ric fala assim, este daqui é meio que quadrado* [refaz o movimento do Ric em formato triangular]... *Quando ele fala assim para mim, é meio que quadrado* [refaz o movimento com as mãos], *esse é quadrado?*
- T62 Alunos: *Não...*
- T63 C: *Mas o que é isso?*
- T64 Alunos: *Triângulo... Triangular...*
- T65 C: *Ah! Triangular... Então, os lados são em forma de quê?*
- T66 Alunos: *São triângulos!*
- T67 Ge: *A diferença é que embaixo um tem quadrado e o outro círculo. A semelhança é que em volta tem triângulos.*
- T68 C: *Tem triângulos? Esse e esse?* [mostra o modelo de pirâmide e o modelo de cone]
- T69 Ge: *Sim, só que um tem quatro triângulos e o outro...*
- T70 C: *Esse tem quatro triângulos 1,2,3,4...*
- T71 Ge: *E esse daqui* [o modelo de cone] *é só um...*
- T72 C: *Pessoal, vou chamar a atenção de novo pra cá!*
- T73 Ge: *A diferença é que esse tem quatro triângulos e um quadrado embaixo* [refere-se ao modelo de pirâmide de base quadrada] *e esse* [o modelo de cone] *aqui tem só um triângulo e embaixo é redondo!*
- T74 C: *Ah! Mas, isso é um triângulo?* [Mostra a lateral do modelo de cone]
- T75 Alunos: *Não!*

- T76 C: *Mas o que é então?*  
 T77 Alguns: *É uma forma triangular...*  
 T78 Ge: *Não é triângulo! É um cone...*  
 T79 C: *Ah! Então, é cone... Então, me faz um favor... Agora fiquei pensando, qual é a diferença então?*  
 T80 Fe: *Esse é reto para cima [refere-se à lateral do modelo de cone] e esses são quadrados [mostra as arestas do modelo de pirâmide]*  
 T81 C: *O que vocês acham?*  
 T82 Ge: *Ele não é quadrado, só embaixo é! São quatro triângulos de uma forma só e um quadrado...*  
 T83 C: *Ah! São quatro triângulos de uma forma só e um quadrado...*  
 T84 Ri: *Esse é liso... [o modelo de cone]*  
 T85 C: *O Riestá falando pra mim assim: esse é liso... Como ele disse que é uma forma que dá para girar, que escorrega, qual é a semelhança? [Mostra o cilindro] Esse daí é redondo embaixo [modelo de cone] e esse outro é redondo em cima e embaixo... [modelo de cilindro] Então, esse em cima e embaixo é redondo... Agora esse [modelo de cone] embaixo é redondo... E em cima? [faz movimentos com as mãos indicando a ponta do modelo de cone]*  
 T87 Alguns: *Parece com uma pirâmide...*

Vemos que a discussão do episódio 6 se inicia quando Emi, no T53, afirma que a base do modelo de pirâmide de base quadrada era redonda. A professora lança a afirmação para que a turma decida (T54) se concorda ou não. A docente parte do pressuposto de que,

ao adotar a prática do diálogo diante das resoluções de situações-problemas num contexto de problematização, damos espaço para que o aluno relate o que ele pensa ser verdadeiro. A ideia, nesse momento, não é dizer o certo ou o errado, mas deixar que o próprio grupo conduza as discussões e que, nesse processo, haja apropriações sobre o modo de pensar. (BAGNE, 2012, p. 62-63).

No T55, Ri discorda e afirma: “*Não! Redondo é isso... [mostra a base do modelo de cilindro]*”. A professora retoma a fala e explica que Emi havia dito que era para imaginarmos que a base era redonda, o que levaria o desenho a ficar parecido com o modelo de cone. Vemos, novamente, a inter-relação entre oralidade e imaginação. Emi tenta modificar o modelo de pirâmide, de modo que ele se aproxime ao de cilindro, faz isso solicitando que todos imaginem a possibilidade de que na base da pirâmide há um círculo.

Quando a professora questiona sobre a diferença entre aqueles modelos (T56), Ri responde que no modelo de cone a base é redonda e na pirâmide ela é quadrada. No

T60, Ri complementa dizendo que a pirâmide é meio quadrada, mas faz movimentos com as mãos em formato triangular. Ri articula a fala e os gestos para justificar suas conclusões, como defende Vigotski (2007), o gesto seria a forma primeira de representação do significado. Nesse momento, a professora intervém, repetindo o movimento que Ri faz com as mãos e pergunta para a turma se aquele formato era mesmo de um quadrado, os alunos concluem que é triangular. A professora reproduz a fala e os gestos de Ri, provavelmente na tentativa de que ele e a turma percebam as divergências entre o que estava sendo dito e mostrado por meio de gestos.

Ao afirmar que a pirâmide é meio quadrada e fazer o movimento com as mãos, em formato triangular, Ri refere-se às arestas que não estão presentes no cone. A professora, quando intervém na colocação de Ri, acredita que ele esteja nomeando a forma triangular como quadrado. Mas o que percebo agora, depois de transcrever o episódio, é que Ri não se refere ao formato das faces da pirâmide, mas sim a suas arestas; e, como não sabia nomeá-las, não tinha em seu repertório de palavras alguma que pudesse utilizar para denominá-las. Ele tenta expressar suas ideias por meio de gestos, fazendo com as mãos o formato triangular e dizendo que a pirâmide era meio quadrada. Ri articula sua fala aos gestos, tenta recriar seu pensamento e se fazer entender, uma vez que “o gesto é o signo visual inicial que contém a futura escrita da criança, assim como uma semente contém um futuro carvalho. [...] os gestos são a escrita no ar, e os signos escritos são, frequentemente, simples gestos que foram fixados” (VIGOTSKI, 2007, p. 128).

No entanto, naquele momento não compreendemos a explicação de Ri. Muitas discussões estavam em questão, cada aluno queria dar sua contribuição. E, ainda que estivéssemos em duas na sala de aula, não foi possível compreendê-lo.

No processo de elaboração de conceitos geométricos o apoio às múltiplas linguagens se faz necessário. Ri se apoia na oralidade e nos gestos para expressar suas ideias: como a palavra não foi suficiente para recriar seu pensamento, evoca a linguagem gestual, relacionando a fala e a movimentação das mãos, na tentativa de exprimir seu raciocínio e ser compreendido.

No T67, Ge se insere na discussão, afirma que a diferença entre o modelo de cone e o modelo de pirâmide é que “[...] *embaixo um tem quadrado e o outro círculo. A semelhança é que em volta tem triângulos*”. Ge ainda não havia percebido a distinção das arestas, apontada por Ri; para ela, a única divergência estava nas bases dos modelos.

Então, novamente a professora lança a questão para a turma e pergunta se no modelo de cone existem mesmo triângulos (T68).

A partir do T69, Ge tenta defender a hipótese de que o modelo de pirâmide é formado por quatro triângulos e o modelo de cone por apenas um triângulo e a professora repete a afirmativa de Ge para que a classe decida. Acredito que a afirmativa dela baseava-se na forma como ela visualizava o modelo de pirâmide e o modelo de cone, já que a parte frontal deles realmente “lembra” um triângulo. Quando a professora mostra a lateral do modelo de cone e questiona se aquela lateral era um mesmo triângulo (T74), como afirmava Ge, alguns dizem que não e outros a nomeiam como triangular. No T78, Ge constata que a lateral da forma não é triângulo nem triangular, afirmando: “*Não é triângulo! É um cone...*”. Podemos concluir que, em algum momento, Ge possivelmente já havia tido vivências que a levaram ao contato com o conceito de cone, por isso, sendo instigada sobre as diferenças entre aquele modelo e o de pirâmide, acaba se recordando da palavra utilizada para nomeá-lo e consegue empregá-la novamente.

A professora, ainda não satisfeita com a resposta de Ge, que nomeia corretamente o modelo, mas ainda não aponta as diferenças entre o modelo de cone e o de pirâmide, retoma o questionamento sobre qual seria a distinção entre eles (T79). No T80, Fe tenta responder ao questionamento da professora, retoma a discussão iniciada por Ri no início do episódio: “*esse é reto para cima [refere-se à lateral do modelo de cone] e esses são quadrados [mostra as arestas do modelo de pirâmide]*”. Novamente, por não saberem como nomear as arestas, os alunos dizem que são quadradas. A professora questiona a turma sobre a colocação de Fe, e Ge responde que “*ele não é quadrado, só embaixo é! São quatro triângulos de uma forma só e um quadrado...*” (T82). Ge não compreende que Fe está se referindo às arestas do modelo de pirâmide e não às faces; entretanto, já consegue notar que a lateral do modelo de pirâmide de base quadrada é uma composição de “*quatro triângulos de uma forma só*”— talvez o que ela tenha tentado dizer é que são triângulos idênticos, de mesmo tamanho.

Poderíamos, neste momento, ter questionado o motivo pelo qual todas as faces da pirâmide eram triângulos iguais, na fala de Ge “*triângulos de uma forma só*”, o porquê eles possuíam o mesmo tamanho, mas em meio às discussões a indagação acabou não acontecendo. Partindo da fala de Ge, seria interessante intervir para levar os alunos à conclusão de que as bases dos triângulos que compõem as faces laterais da

pirâmide de base quadrada devem ter a mesma medida dos lados do quadrado basilar. Isso evidencia como a prática pedagógica é complexa, dinâmica; portanto, nem sempre captamos todas as falas dos alunos. Só percebi essa ausência de questionamentos, porque tinha os dados registrados gravados em vídeo e transcritos.

No T84, Ri afirma que o modelo de cone é liso, retomando sua ideia inicial. Partindo da fala de Ri, a professora discute sobre a diferença entre o modelo de cone e o de cilindro. A discussão se encerra com os alunos afirmando que a ponta do modelo de cone se parecia com a do modelo de pirâmide.

Podemos perceber, a partir das reflexões do episódio 6, como as interações entre os alunos e entre os alunos e a professora, foram essenciais para que avanços ocorressem e para que as hipóteses levantadas durante os debates nos grupos pudessem ou não ser validadas. Todas essas questões surgiram na socialização e só aconteceram em virtude das interações e da mediação da professora, que lançava questionamentos, instigando seus alunos a pensarem sobre o que estavam afirmando. Esse movimento era permeado por palavras que indicavam, nomeavam, explicavam, concordavam, discordavam, duvidavam, em um intenso processo de significações. Podemos concluir que:

o diálogo contribui para o processo de investigação e proporciona a interação entre os alunos, ao passo que estes dizem o que pensam sobre determinado assunto. Mas somente essa postura não é suficiente para construir novos conhecimentos. Também o fato de abrir mão de uma certeza para adentrar naquelas do grupo traz novas possibilidades de aprendizagem, e é isso que torna o processo investigativo um ato coletivo. (BAGNE, 2012, p.52).

Esse movimento de problematização é fundamental para que os alunos reflitam sobre o que estão fazendo e consigam comunicar suas conclusões. É a partir da necessidade de expressar suas ideias e defendê-las que os estudantes aprendem a organizar seu pensamento, suas ideias, caminhando em direção às possíveis abstrações e generalizações.

É interessante ressaltar como a questão da palavra fica forte em todo o diálogo do episódio 6, quando Ri e Fe tentam explicar a diferença entre o cone e a pirâmide e não sabem que termo empregar para designar as arestas, não são compreendidos. Mesmo tentando articular os gestos a suas explicações, não conseguem se fazer entender, pois a palavra precisava ser evocada. Ainda que já percebessem que a

pirâmide possui arestas e que era isso que a diferenciava do cone, não podiam se expressar claramente, pois lhes faltavam vocábulos para articular e sistematizar as ideias.

Identificamos que

linguagem, pensamento, atenção, memória, percepção, imaginação são funções que vão se desenvolvendo socialmente e se entrelaçando, complexificando o funcionamento mental. São funções vinculadas ao desenvolvimento da atividade simbólica da criança, submetidas à história cultural dos sujeitos. (PINTO, 2010, p.35).

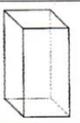
As várias funções se inter-relacionam e se modificam no decorrer do diálogo estabelecido no episódio 6. Este também traz à tona outra prática de letramento matemático escolar muito empregada pela professora Cidinéia: a sistematização coletiva das ideias trabalhadas na tarefa proposta.

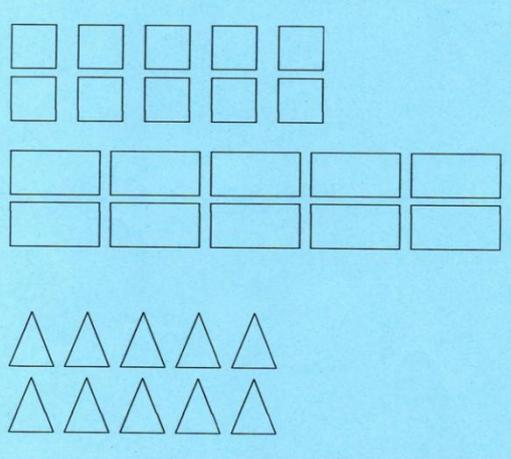
Como já discutido desde o início deste capítulo, ao tentar comunicar suas hipóteses e ser questionado, Ri se vê diante do movimento de refletir sobre suas ideias, e essa reflexão, além de poder propiciar uma validação ou não das hipóteses, engaja o aluno no processo de apropriação da linguagem e da linguagem matemática. Para articular suas ideias, o aluno precisa se comunicar via palavra oral e/ou escrita, e essa palavra é carregada de símbolos e expressões próprias de uma determinada área de conhecimento — a Matemática.

O próximo episódio selecionado é proveniente da aula do dia 11 de junho de 2015, em que trabalhávamos com as faces de alguns poliedros. Fornecemos uma folha com desenhos de alguns poliedros e outra com alguns polígonos, como pode ser observado na Figura 4. Propusemos que os alunos recortassem os polígonos que compunham as faces dos poliedros apresentados e especificassem quantos polígonos havia. O episódio 7 evidencia esse movimento de interação entre os próprios alunos na retomada da discussão sobre as diferenças entre o cone e a pirâmide.

FIGURA 4 – Tarefa 2: proposta para o reconhecimento das faces que compõem algumas formas poliédricas<sup>34</sup>

**As faces de uma figura espacial**

Figuras espaciais	Faces planas
	
	
	
	
	



Fonte: Acervo da pesquisadora

- Episódio 7: *É cone ou é pirâmide?* – O convencimento pelos pares
- T87 C: *Pessoal, me ajudem! O Dav está aqui me fazendo um questionamento... Ele está me fazendo pensar, e quero que vocês pensem também... O Dav veio aqui e disse assim: “Prô, esse daqui é uma pirâmide”[mostra o modelo de cone], “esse é uma pirâmide”[mostra o modelo de pirâmide]... Mas, aí, ele disse assim: “Prô, esse daqui é uma pirâmide, porque esse daqui é um triângulo [mostra o modelo de cone], mas esse daqui não é [mostra o modelo de pirâmide]. Esse não é um triângulo [mostra o modelo de pirâmide] e esse é!” [mostra o modelo de cone]. Afinal de contas, qual é composto por triângulos?*
- T88 Ri: *Esse [aponta para o modelo de cone] é um cone!*
- T89 Fe: *Embaixo da pirâmide é um quadrado e embaixo do cone é redondo!*

<sup>34</sup> Esta tarefa foi extraída de uma formação desenvolvida por L. Bertini e A. Bertini (2011) no XIII CIAEM, em 2011, da qual a professora Cidinéia participou.

[Os alunos discutem entre si que o cone tem a base redonda e o contorno arredondado, mas a pirâmide não. E, assim, convencem Dav de que uma das formas é uma pirâmide e que a outra é um cone].

T90 Dav: *Esse [pega o modelo de cone] é um cone, porque embaixo é arredondado!*

Inicialmente, destaco a postura da professora no início do episódio (T87). Ela poderia ter simplesmente dado a resposta a Dav e prosseguido com as discussões sobre os polígonos que compõem as faces dos poliedros. Entretanto, valoriza a fala de Dav, identifica nela um problema para a discussão do grupo e submete a questão à turma para que os colegas tentem ajudá-lo. Essa é a postura de uma professora problematizadora: sabe aproveitar as falas dos alunos que podem gerar discussões importantes. Nas falas de Ri e Fe (T88 e T89) podemos verificar indícios de como eles já se apropriaram das características dos poliedros e dos não poliedros, pois, além de nomear corretamente as formas discutidas, conseguem elencar as diferenças entre elas e explicá-las a Dav.

A confusão entre cone e pirâmide é comum no início do trabalho com formas espaciais, em função do formato do cone. No entanto, quando voltamos à fala de Fe (T88), há indícios de que ela tenha se apropriado das características desses objetos e de que os diferencia. Isso se deve a ela conseguir averiguar que na pirâmide a base é um polígono e no cone é um círculo.

As discussões entre os alunos acabaram ajudando Dav a diferenciar o cone da pirâmide. E, no T90, Dav consegue sintetizar as ideias dos colegas, elencando uma característica daquela superfície poliédrica para justificar sua conclusão: “*esse é um cone, porque embaixo é arredondado!*”.

Os episódios selecionados até aqui corroboram uma das características mais importantes da sala de aula da professora Cidinéia e também de uma cultura de sala de aula pautada em pressupostos da perspectiva histórico-cultural: o trabalho compartilhado. Relembramos aqui a colocação de Vigotski (2009a, p. 238): “[...] a criança orientada, ajudada e em colaboração sempre pode fazer mais e resolver tarefas mais difíceis do que quando sozinha”. Os alunos sempre trabalhavam juntos, colaborativamente, podendo se movimentar pela sala tanto para ajudar os colegas que precisavam de auxílio quanto para discutir suas ideias entre os diferentes grupos; iam até a lousa para representar e tentar validar suas hipóteses... Enfim, a sala de aula da professora Cidinéia era um ambiente de aprendizagem que possuía como marcas o

diálogo e a autonomia de expressão dos pensamentos. E os alunos sabiam que eram valorizados e não tinham medo de se arriscar, expressar suas ideias, lançar hipóteses e tentar validá-las, e ainda tornar-se problematizadores, sabendo questionar as conclusões uns dos outros.

Acredito que o trabalho compartilhado nas aulas de Matemática seja ainda uma das práticas de letramento matemático escolar. Isso porque, para que ocorra a colaboração, a parceria, as múltiplas formas de linguagem devem estar em constante movimento.

O próximo episódio ocorreu na aula do dia 17 de junho de 2015, no momento em que retomávamos e sintetizávamos algumas ideias sobre as planificações e as faces, temas de tarefas anteriores. Ressalto esse movimento de revisão das ideias trabalhadas: em todas as aulas, antes de propor novas tarefas, os conceitos trabalhados anteriormente e as significações elaboradas nas e pelas relações estabelecidas durante as aulas eram resgatados.

Sabemos que a construção de conceitos é um processo de aprendizagem em que o significado da palavra vai se desenvolvendo e sendo ampliado, reelaborado. Portanto, essa retomada é primordial para que os alunos tenham a possibilidade de refletir sobre as significações, as marcas ou os efeitos que se produzem e os impactam nas relações até aquele momento. É fundamental que eles se vejam diante do desenvolvimento de suas significações, agregando novos sentidos e ampliando o significado.

“*A esfera possui planificação?*”. Esse foi um dos questionamentos de Ge, enquanto discutíamos e sintetizávamos ideias referentes às planificações e às faces. A indagação causou grande movimentação entre os alunos, já que todos queriam opinar: alguns defendiam a hipótese de que sim, a esfera possuía planificação, outros defendiam que não. Permitimos que todos opinassem e defendessem suas posições. Os alunos faziam desenhos, discutiam afirmando que, se fizéssemos uma espiral, ela poderia ser a planificação da esfera. Depois de muita discussão e negociação, a turma chega à conclusão de que a esfera não possui planificação, como explicitado no episódio 8:

Episódio 8: “*A esfera possui planificação?*”

T91 P: *Olhem para aquela esfera [na mão da professora]... O que é uma face? Alguém pode me dizer o que é uma face?*  
[Ge lê a definição de face elaborada pelos alunos em tarefas passadas]

- T92 Ge: *As faces são diferentes figuras geométricas que são usadas para montar algumas formas geométricas.*
- T93 P: *Então, o que é uma face? São as figuras que a gente utiliza para montar o sólido, não é?! Por exemplo, aqui a borracha do Nad... Quais são as figuras que formam a borracha do Nad?*
- T93 Alunos: *Retângulos...*
- T94 P: *Agora, olha lá na mão da prô C... [C segura um modelo de esfera]*
- T95 Ri: *São formas redondas... São círculos só...*
- T96 P: *Tem “face”<sup>35</sup> ali?*  
[Alguns defendem que sim, e outros que não...]
- T96 P: *Então, que “face” tem lá, já que você disse que tem Ri?*
- T97 Ri: *É um círculo...*
- T98 Nad: *É igual ao furacão, se você olhar de cima vai formar um círculo que vai diminuindo...*
- T99 P: *Mas vira esfera?*
- T100 Nad: *Não!*
- T101 Ica: *Se já não tem planificação, não vai ter face também...*
- T102 C: *Porque, se a gente for lá carimbar, vai ter um pontinho, sei lá... Podemos carimbar quantas vezes a gente quiser, mas não tem como, não forma “face”... Por quê? Como o Ica disse: “a figura não tem face; portanto, não tem como fazer a planificação”.*

Neste episódio, identificamos a interação e a negociação de significados entre alunos-professora-pesquisadora. Além disso, ao questionar o que seria “face” e pedir para que os alunos verificassem se a esfera possui “face”, possibilitei que, por meio da mediação, percebessem a relação entre planificação e “face”. A discussão é encerrada quando, no T101, Ica chega à conclusão de que, se a forma não possui planificação, não pode possuir “faces”. Ainda que o círculo não seja uma face, já que não é polígono, permitir que os alunos o agregassem a esse grupo (polígonos) facilitou o movimento de significação suscitado por aquele questionamento. É importante ressaltar que não estava prevista essa discussão em nosso planejamento, mas ela acabou emergindo a partir do questionamento da aluna Ge, e a melhor saída encontrada para não deixar que a discussão se perdesse foi conduzi-la dessa maneira.

Os alunos vão construindo e estabelecendo relações no decorrer da elaboração conceitual, e a retomada dos conceitos trabalhados é essencial para que as significações produzidas possam ser ampliadas. A questão da planificação já havia sido tratada em

---

<sup>35</sup> Apesar de sempre procurarmos utilizar as palavras corretamente, em meio à discussão suscitada naquele momento, não julgamos propício ressaltar que faces são apenas os polígonos que compõem os poliedros, não sendo o círculo uma face. Portanto, neste episódio, optamos por nomear como face os polígonos que compõem os poliedros e também o círculo, pois isso permitiu que a discussão pudesse fluir.

outras tarefas, mas foi a partir da retomada desse conceito que Ge se vê mobilizada a perguntar sobre a planificação da esfera. Seu questionamento acaba movimentando a sala como um todo e mesmo os significados já produzidos para esse conceito, uma vez que, quando se veem diante da indagação sobre a planificação da esfera, alguns alunos acabam por se engajar na reflexão que afeta as significações produzidas para a palavra “planificação”. É com a fala de Ica que os alunos conseguem estabelecer uma relação entre as figuras planas que compõem as figuras espaciais e a planificação, chegando à conclusão de que, para haver a possibilidade de planificar uma figura espacial, deve haver ao menos uma figura plana em sua composição, como isso não ocorre com a esfera, ela não pode possuir planificação.

O próximo episódio é proveniente ainda da primeira tarefa proposta aos alunos, que tinha por objetivo a classificação de figuras geométricas, diferenciando as figuras planas das espaciais. Como já discutido, para sua realização entregamos uma folha contendo vários desenhos de figuras planas e espaciais e uma caixa de sólidos geométricos.

A partir das manipulações dos modelos, os alunos identificavam características e compreendiam quais figuras planas compunham as faces dos sólidos geométricos:

Episódio 9: Quantos lados tem aqui?

- T102 Al: *Você pega esse e coloca em cima desse, é a mesma coisa de carimbar.* [Al se refere à base do modelo de cilindro, dizendo que, se colocarmos a base do modelo cilindro em cima do desenho do círculo, forma-se a mesma figura, por isso seria a mesma coisa que carimbar]
- T102 Al: *Ô prô, e esse daqui* [com um modelo de cubo na mão] *é igual a esse!* [mostrando o desenho do quadrado]
- T103 P: *Esse aqui* [apontando para o modelo de cubo] *é igual a esse* [apontando para o desenho do quadrado]?
- T104 Al: *Não... não, não é não!*
- T105 P: *E por que não é?*
- T106 Al: *Porque esse daqui* [apontando para o modelo de cubo] *tem quatro partes 1, 2, 3, 4...* [contando as faces do cubo]! *E esse* [apontando para o desenho do quadrado] *é só uma das partes!*
- T107 Al: *Prô, eu descobri mais uma coisa!*
- T108 P: *Então conta pra mim!*
- T109 Al: *Ó, se eu colocar assim* [pega um modelo de prisma hexagonal e coloca em cima do desenho do pentágono], *ia ficar parecido... ia... não... ia... só se você virasse ele assim, ó!*
- T110 P: *Ia ficar parecido?*
- T111 Al: *Ia...*
- T112 P: *Quantos lados tem aqui?* [aponta para o desenho do pentágono] *Conta para a prô...*

T113 Al: *1,2,3,4,5...*

T114 P: *Agora vamos contar esse aqui* [pega o modelo de prisma de base hexagonal e aponta para o hexágono da base]

T115 Al: *1,2,3,4, espera aí... 1,2,3,4,5,6 é diferente!*

T116 P: *Então é diferente ou igual?*

T117 Al: *É diferente!*

A estratégia inicial de Al era tentar estabelecer relações entre os sólidos geométricos e os desenhos fornecidos. A primeira relação que ele estabelece é entre o desenho do quadrado e o modelo de cubo (T102), afirmando que eles seriam iguais, mas intervenho questionando se seriam realmente iguais (T103), e Al chega à conclusão de que não são. Então, pergunto por que não seriam (T105); e, no T106, Al começa a contar as faces do cubo e, apesar de contar apenas as laterais, consegue identificar que o quadrado é apenas umas das partes que compõe o cubo, não podendo estabelecer que quadrado e cubo sejam iguais ou representem o mesmo conceito.

Apesar de não intervir muito nas conclusões de Al, o questionamento que fiz o coloca em um movimento reflexivo, que o faz pensar sobre sua afirmação na tentativa de validá-la e responder a minha interrogação. Vendo que não poderia fundamentar sua afirmação, Al muda de hipótese e tenta validá-la partindo da ideia de que o cubo é uma composição de quadrados. É a intervenção que propicia a reflexão; ao ser questionado sobre sua afirmativa, o aluno se vê diante da necessidade de validá-la e me convencer de que sua hipótese é coerente, não conseguindo isso, muda de hipótese e, agora, consegue comprová-la.

Dando continuidade às observações, Al começa a lançar hipóteses em relação à composição do modelo de prisma, buscando semelhanças entre a base de forma hexagonal e algum dos desenhos das figuras planas fornecidas na folha de tarefas (T109). Não havia, dentre os desenhos fornecidos, o desenho de um hexágono, por isso Al afirma que a base do modelo de prisma hexagonal é parecida com o pentágono. Percebendo que Al buscava semelhanças entre os sólidos geométricos e os desenhos das figuras, tento fazer com que ele compreenda que a base de um prisma hexagonal não é um pentágono. Para tanto, indago-o, a fim de que volte ao desenho e ao sólido geométrico, contando os lados do desenho do pentágono e os lados da forma hexagonal, que compunha a base do prisma.

A reflexão é extremamente importante durante a construção de hipóteses e a elaboração de conceitos, pois é por meio dela que as características e as relações estabelecidas vão sendo organizadas e aprimoradas. É a partir das intervenções que Al

consegue reelaborar sua hipótese. Quando sugiro que ele conte a quantidade de lados no desenho do pentágono e depois da base do modelo de prisma que é hexagonal (T112 e T114), coloco-o em confronto com sua hipótese inicial, que acaba não sendo validada, pois Al percebe, por meio da contagem, que a quantidade de lados do pentágono difere do número de lados do hexágono.

No episódio seguinte, os alunos começam a entender as diferenças entre figuras planas e formas espaciais, notam que, para formar um cubo, por exemplo, é necessária uma composição de quadrados. Pela palavra e pelos gestos, os modos de significação vão sendo produzidos, à medida que a professora vai mediando o diálogo no grupo e intervindo por meio de questionamentos, que os fazem pensar sobre suas hipóteses, na tentativa de validá-las. É nesse movimento que a elaboração conceitual vai acontecendo.

Episódio 10: “*Esse tem esses risquinhos...*”Cubo ou quadrado?

T118 C: *Vem aqui Iris, olha o que eles pensaram... Repitam para Iris o que vocês pensaram!*

[Os alunos colocaram o modelo de cubo em cima do desenho do quadrado, o modelo de paralelepípedo em cima do desenho do retângulo, o modelo de esfera em cima do desenho do círculo, os modelos de pirâmides em cima dos desenhos do triângulo e da pirâmide, e assim por diante. Mas depois tiraram o modelo de cubo e o de paralelepípedo colocando-os em cima de seus respectivos desenhos]

T119 C: *Por que vocês trocaram de lugar?*

T120 Emi: *Porque não são iguais... Esse aqui é quadrado* [Aponta para o desenho do quadrado] *e esse também é* [Indica o desenho do cubo]. *Mas esse daqui* [Mostra o desenho do cubo] *tem esses risquinhos...* [refere-se às arestas do cubo]

T121 C: *Certo! Então aquele é um quadrado?* [Destaca o desenho do quadrado] *Ou esse?*[Sinaliza para o modelo de cubo]

T122 O grupo: *Esse é um quadrado!* [Apontam para o desenho do quadrado]

T123 C: *E esse?* [Indica o desenho do cubo]

T124 O grupo: *Esse é um cubo!*

T125 C: *E qual é a diferença?*

T126 O grupo: *O cubo tem esses negócios* [Apontam para as arestas].

T127 C: *E o que seriam esses negócios?*

[Silêncio...]

T128 C: *Olhando para essa figura aqui* [Mostra o desenho do cubo] *o que vocês poderiam dizer que são essas linhas?*

T129 O grupo: *É isso daqui ó...* [Contornam, com os dedos, o modelo de cubo traçando as arestas]

T130 C: *Entendi, então são essas partes aqui* [Mostra as arestas] *que vocês estão me dizendo que são essas linhas...*

T131 Dio: *Esse daqui* [Mostra o desenho do quadrado] *faz parte desse* [Sinaliza para o modelo de cubo]

T132 C: *Entendi...Por que, Dio?*

- T133 Emi: *Esse daqui* [O quadrado], *tá aqui ó* [Mostra uma face do cubo].
- T134 Dio: *Aqui tem 4, ó...*
- T135 C: *Então você me disse que aqui tem quatro quadrados* [Mostra o modelo de cubo]? *Tem quatro quadrados aqui? O que vocês acham? São quatro mesmo?*
- T136 Al: *Não, porque conta por debaixo também... Então é cinco!*
- T135 Emi: *Não, é seis, porque tem em cima também!*
- T136 Dio: *1,2,3,4,5,6...*[Contando as faces do cubo]
- T137 C: *Ah tá!Então vocês querem me dizer que aqui* [Pega o modelo de cubo] *eu consigo ver as seis, mas aqui* [Aponta para o desenho do cubo] *vocês não conseguem perceber que tem seis partes?*
- T138 O grupo: *Sim, conseguimos sim...* [Eles contam face por face]
- T139 C: *Ah tá! Então aqui* [Pega o modelo de cubo] *tem seis e aqui* [Aponta para o desenho do cubo] *tem seis e vocês conseguem visualizar!*<sup>36</sup>

No decorrer de todo o diálogo, as crianças vão buscando identificar semelhanças entre os desenhos da folha de atividades e os sólidos geométricos fornecidos. Primeiramente, colocam os sólidos geométricos sobre as figuras planas, pois querem mostrar que há uma semelhança entre eles; fazem isso observando as faces de cada um dos modelos de sólidos. A partir do T121, a professora questiona qual seria o quadrado e os alunos conseguem diferenciar o quadrado do cubo. No T125, a professora pergunta qual seria a diferença entre cubo e quadrado, e os alunos indicam as arestas, que eles nomeiam inicialmente como “risquinhos” (T120) e depois como “negócios” (T126). Falta-lhes a palavra para denominar essas estruturas. Ao final, eles concluem que a divergência é que o cubo possui os “risquinhos”, ou seja, as arestas.

Enquanto as crianças tentam explicar para a professora o que estão chamando de risquinhos, negócios, Dio começa a estabelecer outras relações entre o quadrado e o cubo. No T131, ele afirma: “*esse daqui* [Mostra o desenho do quadrado] *faz parte desse* [Sinaliza para o modelo de cubo]”. A professora começa questioná-lo e, a partir do T134, Dio repara que o cubo é uma composição de quadrados, e se inicia toda uma discussão para descobrir quantos quadrados compunham o modelo de cubo. No T134, Dio afirma que o cubo é composto por quatro quadrados, mas Al, que no episódio anterior também havia afirmado que o cubo é composto por quatro quadrados, intervém: “*não, porque conta por debaixo também... Então é cinco!*”. No entanto, é Emi quem

<sup>36</sup> Foi uma escolha da professora não nomear as faces e as arestas naquele momento de discussão, mas isso foi retomado logo em seguida, já que a próxima proposta de tarefa era o trabalho com as faces, as arestas e os vértices.

fecha a discussão, afirmando que falta contar em cima também; portanto, são seis quadrados que compõem o cubo.

Entretanto, a preocupação da professora era se as crianças conseguiam estabelecer as mesmas relações também no desenho do cubo. Por isso, no T137, ela questiona se percebem quantos quadrados seriam necessários para compor o desenho do cubo, tentando conduzir os alunos a pensarem se o sólido que ela tinha em mãos era o mesmo representado no desenho da folha de tarefas. Os alunos dizem que também são seis, revelando que já conseguiam estabelecer relações tanto por meio do modelo quanto a partir do desenho, que exige um maior grau de abstração. A grande preocupação da professora naquele momento era evitar que os alunos pensassem que, por estar representado no desenho, o cubo seria uma figura plana. A intervenção da professora, por meio de questionamentos, foi mediando as conclusões do grupo; e isso foi imprescindível para que as crianças refletissem, a partir das observações, levantando hipóteses, validando-as ou não.

Além das intervenções e das mediações, neste episódio, houve uma tentativa de articular os quatro elementos essenciais ao pensamento geométrico, citados por Pais (1996): o modelo, o desenho, a construção de imagens mentais e, conseqüentemente, o conceito. Percebemos claramente as articulações que as crianças vão fazendo entre o modelo e o desenho, estabelecendo relações e identificando características. No caso do quadrado, pode-se dizer que eles já criam imagens mentais, pois possivelmente já tiveram mais vivências com essa figura plana.

Vemos aqui a importância da intencionalidade pedagógica. A tarefa foi planejada para propiciar aos alunos o trabalho com os modelos e os desenhos, possibilitando articulações entre essas duas formas de representações geométricas e conseqüentemente encadeando o início da formação de imagens mentais e a futura elaboração conceitual.

Além disso, creio que a prática de criar um ambiente problematizador se insere nas práticas de letramento matemático escolar. Ao ser instigado a pensar sobre um problema, uma questão, o aluno não só apreende os aspectos da linguagem matemática e começa a se expressar usando esta linguagem, como também se torna problematizador. A problematização entre os próprios alunos foi se tornando cada vez mais frequente no decorrer da pesquisa, eles iam se apropriando da prática de

questionar, problematizar. Em vários momentos me deparei com um aluno questionando os outros e fazendo problematizações.

Nas relações estabelecidas durante as aulas, o movimento colocar em dúvida uma afirmação ou conclusão, questionar, próprio da aula da professora Cidinéia, ia sendo utilizado pelos alunos. A postura da professora era recriada pelos próprios estudantes em um processo dialético. Assim, “*um processo interpessoal é transformado num processo intrapessoal*” (VIGOTSKI, 2007, p. 57, grifos do autor). Isso permitia o estabelecimento de uma cultura de sala de aula para o ensino de Geometria, cultura essa que, dentre outras características, identificadas no decorrer da investigação, era pautada na problematização.

Vale ressaltar que a reconstrução que os alunos faziam da postura da professora não se restringia ao problematizar o colega ou a docente e a pesquisadora, mas se ampliava até o momento de colocar em dúvida suas próprias conclusões. Isso porque “todas as funções no desenvolvimento da criança aparecem duas vezes: primeiro, no nível social, e, depois, no nível individual; primeiro, *entre* pessoas (*interpsicológica*), e, depois, *no interior* da criança (*intrapsicológica*)” (VIGOTSKI, 2007, p. 57, grifos do autor).

Os próximos episódios selecionados para a análise nesta unidade são recortes de momentos de interação da aula do dia 11 de junho de 2015, em que trabalhamos com as faces de alguns poliedros. Fornecemos uma folha com desenhos de algumas figuras espaciais e outra com a ilustração de algumas figuras planas. Os alunos deveriam identificar quais eram as figuras planas que compunham as espaciais.

No episódio 11 se destaca o diálogo entre a professora Cidinéia e o aluno Dio. A professora levanta questionamentos na tentativa de desencadear a reflexão, permitindo que Dio perceba qual é a diferença entre o tetraedro e a pirâmide de base quadrada.

Episódio 11: Qual a diferença entre o tetraedro e a pirâmide de base quadrada?

T140 C: *Quantos triângulos esta figura possui?* [Aponta para o desenho do tetraedro]

T141 Dio: *Dois!*

T142 C: *Dois?*

T143 Dio: *Uhum...*

T144 C: *Tenta pensar um pouquinho mais... Quantos triângulos essa figura tem? Pense um pouquinho mais...*

T145 Dio: *Quatro!*

T146 C: *Por que quatro? Conte pra mim...*

- T147 Dio: *Se a gente tivesse um desse, dava para girar e ver* [refere-se ao modelo de tetraedro]... *Mas aqui não dá para girar...* [refere-se ao desenho]
- T148 C: *Entendi! Então, você percebeu que tem um triângulo atrás que não dá pra ver, mas você sabe que está lá! É? Então, olha só... Se você me diz que aqui tem quatro triângulos* [aponta para o desenho do tetraedro]*e aqui também tem quatro triângulos* [aponta para o desenho da pirâmide de base quadrada], *qual é a diferença? O que esta* [aponta para o desenho do tetraedro]*tem que esta* [aponta o desenho da pirâmide de base quadrada]*não tem?*
- T149 Dio: *Essa* [aponta para o desenho do tetraedro]*não dá pra ver as outras partes!*
- T150 C: *Isso, então, você já destacou que tem partes que não dá pra ver, mas você já conseguiu imaginar que é o triângulo, não é? Mas, o que mais esta figura* [aponta para o desenho da pirâmide]*tem que esta* [aponta para o desenho do tetraedro]*não tem?*
- T151 Dio: *O quadrado...*
- T152 C: *Ah, legal! O quadrado está onde nesta figura* [aponta para o desenho da pirâmide]?
- T153 Dio: *Embaixo...*
- T154 C: *E nesta* [aponta para o desenho do tetraedro], *existe quadrado?*
- T155 Dio: *Não!*
- T156 C: *O que, então, está substituindo o quadrado para apoiar a figura? Por que percebe que esse quadrado serve para apoiar a figura? Mas o que apoia esta figura aqui* [aponta para o desenho do tetraedro]?
- T157 Dio: *O triângulo!*
- T158 C: *Ah! O triângulo... Muito bem! Nesse caso, isso é que elas têm de diferente... Tem quatro triângulos e não tem o quadrado... Parabéns, muito bom![...]*

O episódio se inicia com a professora questionando Dio sobre a quantidade de triângulos que compunha o desenho do tetraedro. Dio alega que são dois, e a professora, não satisfeita, vai instigando-o, até que chegue à resposta correta: quatro. Entretanto, a professora pede que ele explique o porquê de serem quatro triângulos; e Dio afirma que, se tivesse o modelo do tetraedro, poderia girá-lo e a professora veria que são quatro triângulos, mas no desenho um está escondido (T147). Com essa afirmação, podemos identificar indícios de que Dio já consegue perceber as características do tetraedro observando apenas a representação gráfica.

Outro aspecto evidenciado ainda no T147 é a questão que Dio levanta sobre o fato de que no desenho ele não conseguia ver os quatro triângulos, mas sabia que eram quatro: “*se a gente tivesse um desse, dava para girar e ver*”. A fala de Dio nos leva a concluir que o aluno já visualizava, por meio de imagens mentais, a figura do tetraedro

e, por isso, inferia que o tetraedro é composto por quatro triângulos. Ele utiliza o artifício de imaginar o tetraedro em movimento, sendo girado, para enxergar as quatro faces. Retomamos a importância do uso de modelos para que os alunos construam imagens mentais. Os modelos podem ser rodados, transladados; e as transformações resultantes observadas. Concordo, assim, com Pais (1996) quando assinala que o ensino de Geometria, principalmente nos anos iniciais, precisa pautar-se na manipulação e na exploração de modelos.

Dois fatores possibilitaram que o aluno recriasse mentalmente a figura do tetraedro e identificasse as quatro faces triangulares a partir da rotação desta. Um deles é o trabalho que anteriormente fora feito, possibilitando simultaneamente a manipulação de sólidos geométricos e a exploração das características de figuras espaciais. Há também as possíveis vivências anteriores de Dio, já que, como defende Vigotski (2009b), não se cria a partir do nada.

Além disso, no T149, ele aponta a questão da perspectiva. A representação de um objeto tridimensional no plano bidimensional muitas vezes oculta partes do objeto, nas palavras de Dio: *“não dá pra ver as outras partes”*. Isso ocorre porque *“a Geometria é a matemática do espaço”* (BISHOP, 1983 apud NACARATO; PASSOS, 2003, p. 84). Nacarato e Passos (2003, p. 84), remetendo-se a Freudental (1983), complementam a colocação anterior ao assinalar que esse espaço carece de interpretação, já que

[...] a perspectiva que é a representação do espaço não no sentido de um objeto mental, mas sim da reprodução em um pedaço de papel, um método adquirido por imitação, que é sistematicamente exercitado, ensinado ao estudante que veja o que realmente vê – linhas, planos, luminoso, sombra – e que finalmente se racionaliza em uma teoria completamente desenvolvida.

Antes deste episódio, Dio havia afirmado que a pirâmide de base quadrada era composta por quatro triângulos. Por isso, no T150, a professora o questiona sobre a diferença entre o tetraedro e a pirâmide de base quadrada, uma vez que Dio afirmou que ambos os desenhos eram compostos por quatro triângulos. E no T151, Dio afirma que a diferença é o quadrado, que está na base da pirâmide. O diálogo prossegue, e a professora continua questionando Dio e, no T155, pergunta o que estaria na base do tetraedro, já que não é o quadrado; e ele chega à conclusão de que era o triângulo.

Este episódio ressalta como a mediação pedagógica, realizada por meio de questionamentos e problematizações, foi essencial para que Dio pudesse avançar em suas hipóteses. A primeira descoberta do aluno é que tanto o tetraedro quanto a pirâmide de base quadrada eram uma composição de quatro triângulos; no entanto, era preocupação da professora verificar se ele conseguia diferenciar os dois desenhos ou se ele acreditava que eram desenhos de uma mesma figura espacial, que representavam um mesmo conceito. Daí se inicia todo o diálogo, até que Dio chega à conclusão de que, apesar de ambos serem compostos por quatro triângulos, não representam a mesma figura, já que a pirâmide, além dos quatro triângulos, possuía também um quadrado, que era sua base. Se a professora não tivesse realizado as mediações com questionamentos que levassem Dio a refletir sobre suas ideias, ele poderia concluir que o desenho do tetraedro e o da pirâmide de base quadrada eram representações de um mesmo conceito.

O próximo episódio selecionado para a discussão sobre a importância da mediação pedagógica no processo de significação também é um recorte de momentos de interação da primeira tarefa proposta. Inicia-se com a discussão de quantas faces retangulares precisaríamos para montar o desenho do prisma de base triangular. Entretanto, Jú e Dav não conseguem diferenciar o retângulo e o paralelepípedo. E todo o diálogo gira em torno da discussão sobre a existência de diferença entre o retângulo e o paralelepípedo e sobre a definição dessa diferença.

#### Episódio 12: É retângulo ou paralelepípedo?

T159 Jú: *Eu acho que tem dois desse daqui aqui* [Jú aponta para o desenho do retângulo e diz que acha que tem dois retângulos no prisma triangular]

T160 P: *Dois? E qual é o nome dessa figura* [refere-se ao retângulo]?

T161 Jú: *Esqueci...*

T162 P: *Como chama essa daí?*

T163 Jú: *Nossa, deu um branco!*

T164 P: *Dav! Qual é o nome dessa figura aqui?*

T165 Dav: *É... Paralelepípedo?*

T166 P: *Paralelepípedo?*

[Pego um modelo de paralelepípedo na caixa de sólidos...]

T167 P: *Qual é o nome dessa?*

T168 Dav: *Cubo!*

T169 P: *Cubo?*

[Pego um modelo cubo e pergunto qual é nome do objeto, e Dav me responde que é cubo, questiono, então, qual seria o nome do outro, e ele afirma que é um cubo esticado]

T170 P: *Mas qual o nome do cubo esticado?*

T171 Dav: *Paralelepípedo!*

- T172 P: *Ah! Paralelepípedo... Mas esse aqui [mostra o modelo de paralelepípedo] é igual a esse aqui? [mostra o desenho do retângulo]*
- T173 Dav: *Deixa eu ver... É!*
- T174 P: *É a mesma coisa?*
- T175 Dav: *Eu acho...*
- T176 P: *Vamos pensar assim então... Quantas figuras eu preciso pra formar esse paralelepípedo?*
- T177 Jú: *Posso falar?*
- T178 P: *Pode!*
- T179 Jú: *É seis!*
- T180 P: *Isso! E esse daqui? [Aponto para o desenho do retângulo]  
[Jú e Dav começam a contar os lados do retângulo, intervenho e digo para olharem a quantidade de figuras e não a de lados de cada figura]*
- T181 P: *Pensa só nas figuras, não nos lados... Quantas figuras tenho aqui?[aponto para o desenho do retângulo]*
- T182 Jú: *Uma!*
- T183 P: *Uma! E aqui [aponto para o modelo paralelepípedo] de quantas você precisou pra formar esse sólido aqui, esse paralelepípedo?[refiro-me às faces do paralelepípedo]*
- T184 Jú: *Seis!*
- T185 P: *Precisou de seis! Então, eles são a mesma coisa?*
- T186 Jú: *Não!*
- T187 P: *Dav olha aqui! Quantas figuras eu preciso pra formar o paralelepípedo?*
- T188 Dav: *Seis!*
- T189 P: *Isso! Seis... E aqui [aponta para o desenho do retângulo], quantas figuras tenho?*
- T190 Dav: *Uma!*
- T191 P: *Então, eles não são a mesma coisa, esse aqui é um paralelepípedo, e o nome dessa daqui, qual é? Com que figuras eu formo um paralelepípedo?*
- T192 Dav: *Quadrado...*
- T193 P: *Quadrado e quem mais?*
- T194 Dav: *É...*
- T195 Jú: *É que deu um branco na minha cabeça...*
- T196 P: *E?*  
[Eles ficam pensando...]
- T197 P: *É triângulo?*  
[Dav diz que não, mas meio confuso]
- T198 P: *Me mostra qual é triângulo...*  
[Dav aponta para a figura do triângulo]
- T199 P: *Agora, me mostra um quadrado...*  
[Jú mostra o quadrado]
- T200 P: *Isso! Esse é um quadrado... Agora está faltando qual outra figura? Triângulo, quadrado... Esse é um quadrado, esse um triângulo e esse aqui? [aponto para o desenho do retângulo]*
- T201 Dav: *É paralelepípedo!*
- T202 P: *Mas você não me disse que paralelepípedo é esse aqui? [indico o modelo de paralelepípedo]Esse aqui é o mesmo que esse outro? [mostro o desenho do retângulo]*
- T203 Dav: *Não!*

- T204 P: *Então não pode ter o mesmo nome! Esse que vocês esqueceram o nome é um retângulo!*
- T205 Dav: *Retangular!*
- T206 P: *Não! É um retângulo! Olhem: quadrado, triângulo e retângulo... Certo? Então, pra formar esse aqui [aponto para o modelo de prisma de base triangular], do que eu precisei?*
- T207 Dav: *De retângulos...*
- T208 P: *Isso! De retângulos... Agora vamos voltar um pouco... Quais figuras eu preciso para formar esse sólido aqui? [aponto novamente para o modelo de prisma de base triangular]*
- T209 Jú: *Dois triângulos...*
- T210 P: *Hum... Dois triângulos...*
- T211 Jú: *E dois retângulos...*
- T212 P: *Dois retângulos só? Será que são só dois?*
- T213 Jú: *São três... Um, dois e o último embaixo!*
- T214 P: *Embaixo como? Me mostra...*  
[Jú mostra os retângulos no modelo de prisma]
- T215 P: *Então ao todo tenho quantos retângulos e quantos triângulos?*
- T216 Jú: *Três retângulos e dois triângulos!*
- T217 P: *Isso! Três retângulos e dois triângulos... É isso aí!*

A fala de Jú no T159 já indica que ela não se recorda de que palavra é designada para nomear aquele desenho (retângulo), quando utiliza o pronome demonstrativo “desse” para se referir ao retângulo: “*Eu acho que tem dois desse daqui aqui*”. Percebo ainda que ela também não consegue identificar o terceiro retângulo que compõe a lateral do prisma; e então questiono se seriam realmente dois “desse” e pergunto qual era o nome daquela figura (T160); contudo, Jú afirma ter se esquecido.

Então, chamo Dav para a discussão, e ele nomeia o retângulo como paralelepípedo (T165). Pego o modelo de paralelepípedo na caixa de sólidos geométricos e o questiono sobre qual era o nome daquele sólido. Dav o nomeia como cubo; pego o modelo de cubo e o questiono novamente; e ele afirma que era um cubo. Intervenho e questiono mais uma vez sobre o nome do paralelepípedo; Dav diz que este é um “*cubo esticado*”. Não satisfeita com a resposta, indago qual seria o nome do cubo esticado (T170), e Dav diz que é paralelepípedo. Nesse caso, não digo que a resposta está incorreta, mas apresento os contraexemplos para que os próprios alunos percebam as diferenças e as semelhanças entre as formas e os desenhos.

No T172 retorno ao desenho do retângulo, nomeado por ele como paralelepípedo, e interrogo se o modelo e o desenho são iguais, já que ele os nomeia utilizando a mesma palavra. Dav fica confuso e, no T175, afirma que acha que são a mesma coisa. Para diferenciá-los, mudo de estratégia e peço que Dav conte quantas

figuras daquela eram necessárias para montar o modelo que tínhamos em mãos. Jú retorna à discussão e conclui, no T178, que são seis. Então, questiono sobre o retângulo, na expectativa de que eles me digam que o retângulo era apenas uma daquelas figuras que compunham o paralelepípedo. Mas eles começam a contar os lados do retângulo; novamente, intervenho e peço que olhem quantas figuras e não quantos lados. Parto da ideia de que eles conseguem perceber que, para montar um paralelepípedo, era necessária uma composição de retângulos e pergunto mais uma vez se eles seriam a mesma coisa, se representavam o mesmo conceito. Jú conclui que não!

Dav já havia se dispersado; então, chamo-o de novo (T187), retomando a discussão com ele sobre o nome daquela figura, já que não era igual ao paralelepípedo. Solicito que fale com quais figuras poderia montar um paralelepípedo; Dav volta ao desenho da folha de tarefas e me diz que tem quadrados<sup>37</sup>; então, peço que indiquem quais destes precisávamos para montar o paralelepípedo e percebo que realmente eles não se recordam da palavra “retângulo”.

Tento retornar às figuras planas e vou evocando o nome de cada uma delas; e do retângulo eles realmente não conseguem se lembrar. Com isso, no T204, nomeio o retângulo, pois noto que não adiantava continuar tentando rememorar a palavra, o mais importante, que era diferenciar o desenho do paralelepípedo e do retângulo, eles já haviam conseguido, já traziam indícios de que compreendiam que o desenho do retângulo representava uma figura plana e o do paralelepípedo simbolizava uma figura espacial, só não conseguiam nomear o retângulo. O diálogo é finalizado quando retorno à discussão inicial sobre quantas faces retangulares compunham o prisma de base triangular.

Apesar de ser um episódio longo, optei por analisá-lo por conta da riqueza do diálogo estabelecido entre alunos e pesquisadora. Várias questões foram evocadas no decorrer das falas, desde o papel da palavra — que não só nomeia, mas significa — até a diferenciação entre formas planas e espaciais.

Poderia ter, desde o início, fornecido a palavra utilizada para nomear aquele desenho. Mas julguei que seria interessante ir instigando os alunos e tentando estabelecer relações e divergências entre as formas planas e as espaciais. Talvez, se, no instante em que Jú demonstrou não se recordar da palavra empregada para nomear o

---

<sup>37</sup> O modelo de paralelepípedo que levamos era composto por faces retangulares e bases retangulares; e o desenho do paralelepípedo por faces retangulares e bases quadradas, por isso Dav afirma que, para montar um paralelepípedo, são necessários quadrados.

retângulo, tivesse simplesmente a fornecido, toda a discussão não teria acontecido e todas as significações não seriam elaboradas. É importante ressaltar que, em alguns momentos, em sala de aula, quando as palavras não surgem, é papel do professor nomear os objetos, pois, a partir da palavra dita, novas significações são produzidas.

Este episódio revela como a mediação do professor ou do pesquisador pode viabilizar a elaboração significações. São os questionamentos que vão desestabilizando as verdades que os alunos carregam consigo e é essa desestabilização que, promovida pela comunicação, conduz à reflexão e, conseqüentemente, ao desenvolvimento e à aprendizagem de novos conceitos. Nessa elaboração, é possível identificar indícios de pensamento por complexos, visto que os alunos estabelecem associações entre os objetos, encadeiam elaborações. Esse movimento é mediado pela palavra, que vai sendo carregada com novas significações.

O próximo episódio foi extraído do momento de socialização das ideias trabalhadas durante a aula discutida anteriormente. Foi selecionado, pois mostra como as problematizações da professora vão permitindo o avanço em direção a novas significações.

#### Episódio 13: Mobilizando o conceito de aresta

- T218 C: *Pessoal, nós vamos agora conversar sobre as descobertas que vocês fizeram... A primeira é um cubo [pega um modelo de cubo] quantos quadrados vocês usaram?*
- T219 Alunos: *Seis!*
- T220 C: *Por que eu já disse quadrado? Porque foi a primeira que nós discutimos quando a gente foi conversar, não é isso?!*
- T221 Ri: *O quadrado tem quatro partes...*
- T222 C: *Agora eu te pergunto, Ri, o quadrado [com o modelo de cubo na mão] tem quatro partes?*  
[Nesse momento, a professora acaba confundindo os nomes quadrado e cubo]
- T223 Alunos: *Não...*
- T224 C: *Mas quantos lados você colocou aí? Você colocou quatro ou você colocou seis?*
- T225 Ri: *Seis...*
- T226 C: *Ah tá!*
- T227 Dio: *Mas um deles tem quatro [tenta explicar o raciocínio de Ri mostrando que cada quadrado tem quatro lados].*
- T228 C: *Ah... Se você desenhar um, né? Um quadrado: um, dois, três, quatro [conta os lados do quadrado].*
- T229 Ro: *Mas, pra fazer um igual a esse [refere-se ao modelo de cubo que está na mão da professora], vai precisar de seis...*
- T230 C: *Sim, para fazer vai precisar de seis quadrados pra formar um cubo... Tudo bem?*  
[Ri começa a contar alguma coisa no desenho...]

- T231 Ri: *Cada ponta tem quatro, juntando os 6 quadrados dá 24, juntando as pontas...*
- T232 C: *Ah...*
- T233 Ri: *Seis quadrados, nas pontas...*
- T234 C: *Como assim nas pontas? Você está falando da ponta aqui [mostra os vértices] ou você está falando ponta aqui [mostra as arestas, contornando-as com as mãos]?*  
[Ri mostra que está referindo-se as arestas...]
- T235 C: *Aham! Entendi... Então, aqui você acha que tem quantas, Ri?*  
[Ri volta no desenho, começa a contar...]
- T236 Ri: *Tem 24!*
- T237 C: *É?*
- T238 Ri: *Uhum...*
- T239 C: *Então, você acha que tem 24?*
- T240 Ri: *Uhum...*
- T241 C: *E se você fosse contar a partir do cubo já formado, será que daria 24?*
- T242 Jo: *Não!*
- T243 C: *Eu volto a pergunta para o Ri...*  
[Ri se levanta, pega o modelo de cubo e começa a contar os lados de uma das faces do cubo]
- T244 Ri: *Um, dois, três, quatro... Vai pegando as pontas...*
- T245 C: *Mas, você está falando de ponta ou você está falando daqui [mostra a aresta]?*  
[Ri mostra que se refere às arestas...]
- T246 C: *Mas o que acontece, então, tem menos de 24 ou mais?*
- T247 Ri: *Menos!*
- T248 C: *Por quê?*  
[Ri conta novamente os quatro lados de cada quadrado...]
- T249 Ri: *Um, dois, três, quatro... Vai ocupando as partes... [Ri começa a tentar mostrar que os lados vão se juntando, aos pares, para formar as arestas]*
- T250 C: *Então, você acha que vai diminuir?*
- T251 Ri: *Uhum!*  
[A professora mostra o cubo para ajudar Ri em suas conclusões, e ele conta 12arestas]
- T252 C: *É isso? E as outras que você tinha contado 24, quando você fez o quadrado, onde foram parar?*
- T253 Ri: *É por causa que ocupou! [Ri tenta dizer que elas se organizam aos pares]*
- T254 C: *Ah... Ocupou... Ficou dentro será? Ficou colado? Uniu uma ponta na outra, uma linha na outra e aí formou? Por isso que ela não aparece? É isso que você acha? Interessante! Muito legal! Pessoal, vamos lá...*

Esse diálogo expõe como é difícil para o professor captar as falas dos alunos e compreender seus sentidos. No T221, Ri diz que o quadrado tem quatro partes, o que leva a professora a questioná-lo (T222), pois ela se equivoca pensando que ele se referia ao cubo. A palavra “quadrado” acaba confundindo a própria professora, que mostra o modelo de cubo e o chama de quadrado. No T227, Dio intervém ajudando a professora

a entender a fala de Ri (T221); é quando ela se dá conta do equívoco (T228, com a expressão “*ah...*”) e faz a contagem do número de lados do quadrado.

Enquanto a professora socializa as conclusões alcançadas pelos alunos, Ri já começa a estabelecer outras relações. Olhando para as faces que compõem o cubo, ele identifica que, ao todo, temos 24 lados. Quando a professora percebe que Ri começa a compreender tais características, no T241, pergunta a ele o que iria acontecer se unisse os seis quadrados, se continuariam a ser 24 lados. E no T244, Ri chega à conclusão de que “*vai pegando as pontas*”, ou seja, já consegue compreender que, ao unir os quadrados para compor o cubo, os lados vão se organizando aos pares, juntando-se aos pares. No entanto, a professora se incomoda com a palavra “*ponta*” e o questiona para ter certeza de que Ri se refere às arestas e não aos vértices (T245).

Novamente, são as indagações e as problematizações da professora que conduzem e organizam as ideias lançadas. A fala de Ri indica que ele, provavelmente, já havia compreendido o conceito de aresta; no entanto, são os questionamentos da docente que o ajudam a organizar e sistematizar suas conclusões, até porque, naquele momento, Ri ainda não sabia como nomear aquelas estruturas (arestas) identificadas por ele como “*pontas*”.

Ressalto que há na turma um ambiente de envolvimento: todos trabalham, têm o que dizer, e os colegas estão atentos às falas que surgem e ajudam no entendimento daquilo que foi dito. Destaco ainda que a compreensão de que a junção de seis quadrados, com quatro lados cada, para formar a superfície de um cubo, não resultará em 24 arestas não é tão simples para os alunos dessa faixa etária. Nacarato (2000), em sua pesquisa, analisa um episódio semelhante com professoras do grupo que investigou e identifica que, mesmo para professoras, essa ideia é complexa e leva a confusões.

Em todos os episódios elencados para as discussões desta unidade, pudemos perceber como o papel do professor é essencial para que seus alunos consigam avançar em suas discussões. Em alguns momentos, a mediação conduz a novos caminhos, novas possibilidades; em outros, apenas sistematiza as ideias e as hipóteses lançadas. Entretanto, o professor e suas mediações pedagógicas se mostram essenciais na elaboração conceitual, bem como a ação problematizadora dos próprios alunos, que refutam as ideias dos colegas ou ajudam a elaborá-las, tornando-as compreensíveis à professora e aos demais estudantes.

## 6.2 A linguagem como signo mediador do processo de elaboração conceitual em Geometria

Como discutido no capítulo 3, Vigotski (2009a) assume que outros signos, além da palavra, podem mediar o processo de elaboração conceitual, porém a ela é concedido papel especial, sendo compreendida como meio principal de conceitualização. Para o autor, conforme já indicado, apenas “sobre a base do emprego da palavra como meio de formação do conceito, surge a singular estrutura significativa que podemos chamar de conceito genuíno”<sup>38</sup> (VIGOTSKI, 1993, p.178, tradução minha).

Entretanto, no processo de formação de conceitos geométricos, a linguagem, em suas múltiplas expressões (oral, escrita, gestual, ilustrativa), desempenha papel significativo, não havendo superioridade entre a palavra e as outras formas de linguagem; todas assumem função igualmente importante, imbricando-se no decorrer de todo a conceitualização. No entanto, concordo com a colocação de Vigotski (2007) de que não há formação de um conceito geométrico sem o emprego consciente da palavra.

Como já tratado, os conceitos geométricos possuem características que os diferenciam dos outros conceitos matemáticos, pois são figurais (FISCHBEIN, 1993 apud NACARATO; PASSOS, 2003), elaborados por meio da formação de imagens mentais. Essas imagens fazem parte do aspecto intuitivo da constituição do pensamento geométrico, e sua formação depende do trabalho com os aspectos experimentais, os modelos e os desenhos (PAIS, 1996), além de derivar da imaginação, já que esta “[...] é tão necessária para a geometria como para a poesia” (VIGOTSKI, 1996, p.208). Por isso é importante o apoio das múltiplas formas linguagem para o desenvolvimento da elaboração conceitual em Geometria.

Entretanto, é o emprego consciente da palavra que nos dá indícios de que o conceito está sendo apropriado pela criança, a partir da recriação e da reelaboração que se origina do plano interpessoal e chega ao intrapessoal, em que o aluno já consegue organizar seu próprio pensamento. Isso porque

o conceito é impossível sem palavras, o pensamento em conceitos é impossível fora do pensamento verbal; em todo esse processo, o momento central, que tem todos os fundamentos para ser considerado causa decorrente do amadurecimento de conceitos, é o emprego

---

<sup>38</sup> “[...] sobre la base del empleo de la palabra como medio de formación del concepto, surge la singular estructura significativa que podemos denominamos concepto genuino.” (VIGOTSKI, 1993, p.178).

específico da palavra, o emprego funcional do signo como meio de formação de conceitos. (VIGOTSKI, 2009a, p. 170).

Nesta unidade, apresento episódios que indicam a importância do apoio às múltiplas formas de linguagem para o processo de elaboração conceitual em Geometria. Destaco o papel da palavra (oral ou escrita) e o emprego de gestos, desenhos e modelos como mediadores desse processo.

Tendo em vista tais questões, selecionei os próximos episódios, extraídos de transcrições da aula do dia 28 de maio de 2015, em que foi proposta uma tarefa cujo objetivo era explorar o conceito de planificações de superfícies poliédricas. Em aulas anteriores, os alunos já haviam trabalhado com os sólidos geométricos e com os desenhos de figuras planas e espaciais, classificando-os e explorando o conceito de face por meio da pintura dos moldes que compunham as caixas em formato de paralelepípedo. A partir da tarefa em que os alunos “carimbaram” as faces das caixas, a professora propõe a tarefa do dia:

*T255 C: Pessoal, hoje vamos trabalhar com as planificações, certo? E, para trabalhar com as planificações, a primeira coisa que eu vou fazer é distribuir as caixinhas pra vocês, aquelas caixinhas que vocês já tinham pintado outro dia. Eu quero que vocês peguem a caixinha e observem essa caixinha. Observem bem, certo? Olhem de um lado, olhem de outro, enfim, manipulem essa caixinha... Olhem de todos os lados, certo? Enquanto vocês estão fazendo isso, logo eu explico qual vai ser a proposta! Tudo bem? [As caixinhas são distribuídas entre os alunos] Vocês vão, nesta folhinha aqui, desenhar essa caixa aberta. Vocês vão ter que imaginar como é que essa caixa ficaria aberta e desenhá-la.*

A importância deste tipo de tarefa reside na exigência do movimento simultâneo de transformações do espaço tridimensional para o plano bidimensional e vice-versa, uma vez que os alunos deverão imaginar a abertura da superfície, que torna a caixa completamente plana e, posteriormente, o fechamento, que a leva de volta ao formato tridimensional. Essa ação pressupõe o emprego de imagens mentais desses objetos e a capacidade de trabalhar com a visualização<sup>39</sup>, já que, ainda que os alunos tivessem as caixas em mãos, eles não as abririam em um primeiro momento, a proposta era imaginar

<sup>39</sup> Entendo que “a visualização pode ser considerada como a habilidade de pensar, em termos de imagens (representação mental de um objeto ou de uma expressão), naquilo que não está ante os olhos, no momento da ação do sujeito sobre o objeto. O significado léxico atribuído à visualização é o de transformar conceitos abstratos em imagens reais ou mentalmente visíveis” (NACARATO; PASSOS, 2003, p.78).

como ficariam as caixas completamente abertas e, em seguida, representá-las por meio de um desenho. O objetivo era instigar criação.

A proposta dessa tarefa só foi possível, porque já havíamos trabalhado com a manipulação e a exploração de sólidos geométricos e com as faces de superfícies poliédricas. Como discutido no capítulo 3, a imaginação é construída por meio de elementos tomados da realidade, das vivências anteriores dos sujeitos (VIGOTSKI, 2009b), não se cria a partir do nada! Assim, solicitar que os alunos imaginem como a caixa ficaria aberta, planificada, só faz sentido se, anteriormente, eles já tiveram a possibilidade de manipular e explorar a superfície a ser planificada.

Episódio 14: Planificação de superfícies poliédricas: “*Eu imaginei ela aberta..*”

T256 P: *Conta pra prô como você fez...*

T257 Lu: *Eu fiz assim... Tipo, eu abri ela e fiz essas partes*[mostra a tampa da caixa] *e aqui embaixo*[mostra a face oposta]...

T258 P: *Então mostra pra mim no desenho...*

T259 Lu: *Aqui é o desenho que eu imaginei...*

FOTO 3 – Desenho feito por Lu



Fonte: Acervo da pesquisadora.

T260 P: *Mas, então, mostra pra mim onde está essa parte aqui no desenho* [aponta para uma das faces]...

T261 Lu: *Qual essa?*

T262 P: *Vai me mostrando no desenho... Vai mostrando na caixinha e no desenho...*

[Lu começa a mostrar as faces da caixa e suas correspondentes no desenho. No entanto, se confunde]

T263 Lu: *Essa aqui eu imaginei é a parte de baixo! Ela tá aberta assim ó* [mostra o movimento de abrir a caixa, planificando-a]... *Aí, eu vim e dividi um quadrado...*

T264 C: *Você a imaginou aberta, certo? Mas, se a gente for pensar no tamanho dela, será que o quadrado daria conta de todas essas partes?*[A aluna desenha apenas um quadrado para

- representar todas as faces laterais da caixa] *Quantas partes nós temos na figura?* [Lu conta junto com a professora “1,2,3,4”].
- T265 C: *Será que essas quatro partes caberiam aqui* [mostra no desenho de Lu]? *O que você acha?*
- T266 Lu: *Eu acho que não...*
- T267 C: *Não? Então como ficaria esse desenho? Porque ali eu tenho um quadrado, não é? Será que se eu dividir esse quadrado em quatro partes consigo fazer essa caixa?*
- T268 Lu: *Não sei...*
- T269 C: *Do jeito que ela está aqui, do tamanho que ela está aqui?*
- T270 Lu: *Eu acho que não!*
- T271 C: *Você acha que não? E, aí, como você poderia fazer esse desenho pra aproximar, pra ficar melhor pra essa caixa? O que será que você poderia fazer?*
- T272 Lu: *Eu podia diminuir essas partes* [mostra o desenho das bases da caixa e as abas] *e dividia o quadrado em quatro partes...*
- T273 C: *Ah! Tá... Então você pensou em fazer as divisões das partes da caixa... Aí, você acha que daria certo? De repente você poderia fazer essa tentativa, o que você acha? Depois a gente compararia esse desenho com o novo, você pode fazer o outro aqui atrás, o que você acha? Depois você compara qual delas está mais parecida com a caixa... Vamos fazer essa tentativa? Você me chama depois?*

O movimento de transformação do espaço tridimensional para a planificação (plano bidimensional) e vice-versa é complexo, provavelmente um dos mais complexos para os alunos, pois exige que se consiga visualizar dois fatores simultâneos, tendo em vista que a planificação deve garantir o retorno à superfície inicial. O emprego de imagens mentais se faz primordial, já que, para desenhar uma possível planificação para uma caixa, o aluno precisa não só imaginar o movimento dessa caixa se abrindo, mas também visualizar cada uma das partes que a compõem e o modo como elas ficarão dispostas no plano, construindo por meio da criação, que, como defende Vigotski (2009b), parte das experiências (vivências) anteriores.

Esse tipo de tarefa é interessante para que o professor perceba que tipo de imagens mentais seus alunos já conseguem criar e quais estratégias eles constroem para o cumprimento da tarefa proposta. No decorrer desta, vislumbrávamos estratégias distintas. Alguns alunos manipulavam a caixa, observavam suas faces e tentavam imaginar como elas deveriam ficar dispostas no plano bidimensional para representar a planificação. Outros, porém, já conseguiam compreender que, se a proposta era imaginar a caixa aberta e desenhá-la no plano, quando tentassem reconstruí-la, sua forma e seu tamanho deveriam ser mantidos, por isso laçavam mão do artifício de

contornar as faces da caixa, usando-a como molde — isso garantiria que as dimensões de cada face permaneceriam as mesmas.

No caso da aluna Lu, o artifício utilizado foi apenas o da imagem mental, o que fica claro no T259 (“*aqui é o desenho que eu imaginei*”) e no T257 (“*eu abri ela e fiz essas partes*”). Esse fato vai ao encontro de que “[...] as crianças não desenham o que vêem, mas sim aquilo que conhecem. Com muita frequência, os desenhos infantis não só não têm nada a ver com percepção real do objeto como, muitas vezes, contradizem essa percepção” (VIGOTSKI, 2007, p. 135). Essa afirmação se assemelha a uma colocação de Lacerda (1995, p. 23), esta ajuda a entender o processo de Lu: as crianças “desprezam modelos, pois vão desenhar a partir de sua memória, e por vezes, seu desenho contradiz sua percepção [...]”.

No T259, ela se refere à abertura das duas tampas da caixa e não a sua planificação. Portanto, Lu imaginou a tampa da caixa aberta e não a planificação da caixa, isso fica claro observando o desenho elaborado pela aluna. O sentido atribuído à proposta da professora, “imaginar a caixa aberta”, vinculado a suas experiências anteriores, levaram Lu a representar apenas a tampa da caixa e não a caixa como um todo. No T264, Lu faz o gesto, tentando me mostrar como visualizou a caixa sendo planificada, uma vez que “as crianças [...] usam gestos/dramatizações para substituir coisas que deveriam ser representadas por desenhos [...]” (LACERDA, 1995, p.22). Reparo que o gesto se mostra fundamental para ajudar a explicar a imagem mental criada para o objeto. Há aqui a imbricação entre a linguagem (oral e escrita), o desenho, criado a partir da memória, e a linguagem gestual para representar o que não aparece no desenho.

As mediações pedagógicas e as problematizações, tanto da pesquisadora quanto da professora, vão colocando Lu em uma situação conflituosa: “*será que, se eu dividir esse quadrado em quatro partes, consigo fazer essa caixa?*”. A professora tenta, a partir desse questionamento, conduzir Lu a perceber que a planificação da caixa deveria conter todos os elementos que compunham as bases e a lateral do objeto, por isso questionar se o quadrado seria suficiente para representar toda a lateral foi um artifício que colocou Lu em conflito.

A aluna precisou se engajar em um processo reflexivo para responder às indagações lançadas e “ressignificar” a proposta da professora. A partir do T266, a certeza já não domina a fala de Lu. E, no T272 (“*eu podia diminuir essas partes*”), o

tempo verbal empregado nos dá indícios de que realmente ela já não tem mais certeza sobre a planificação construída. No entanto, Lu começa a levantar hipóteses de como validar sua planificação: “*eu podia diminuir essas partes [mostra o desenho das bases da caixa e as abas] e dividia o quadrado em quatro partes...*”. Logo, a professora (T273), em um diálogo de negociação, sugere que ela faça outro desenho, do outro lado da folha, agora empregando as novas hipóteses para comparar as duas construções.

Além da importância das visualizações das transformações do espaço para o plano (no caso, a planificação) e do plano para o espaço, esta tarefa teve o objetivo de demonstrar o papel desempenhado pelo desenho. Na proposta, o desenho não tinha apenas a função de reproduzir no plano bidimensional um objeto tridimensional, mas de representar a planificação de um objeto tridimensional. Por isso os alunos poderiam comparar as representações, o objeto (tridimensional) e a planificação (bidimensional), e levantar hipóteses sobre as transformações que ocorriam.

A princípio, não compreendi que Lu havia imaginado apenas a tampa da caixa aberta, somente depois de analisar o desenho e ouvir suas justificativas, na tentativa de validar sua planificação, é que passei a entender sua construção. No caso explicitado no episódio 14, minha mediação, a partir do T262, objetivava, primeiro, identificar se a hipótese de que Lu havia representado apenas a tampa da caixa seria comprovada e, depois, fazer que Lu confrontasse o número de faces da caixa, em formato de paralelepípedo, com o número de retângulos existentes no desenho.

Desestabilizada com os questionamentos, no T263, Lu explica à professora seu raciocínio e muda de hipótese; agora ela explicita que fez todas as faces laterais da caixa em um único quadrado. Ouvindo a justificativa de Lu, a professora, na tentativa de ajudar a aluna na visualização das quatro faces laterais da caixa, questiona: “*quantas partes nós temos na figura?*” (T264). Essa visualização acaba acontecendo no T272, quando Lu afirma que poderia dividir o quadrado em quatro partes. Ao final, a professora sugere que ela construa a nova planificação para que as hipóteses lançadas sejam validadas.

No decorrer das interações do episódio 14, encontramos indícios de como a manipulação de modelos, o gesto, o desenho e a oralidade se articulam na elaboração de conceitos geométricos, não havendo como desvincular as múltiplas linguagens.

Vários outros movimentos em que o desenho foi fundamental para o processo de elaboração conceitual foram desencadeados no desenrolar da tarefa proposta, suscitando

outros diálogos interessantes. O episódio 15, por exemplo, trata da validação da planificação construída. Aparentemente, a planificação estava correta, mas, ao ser desafiado a montar novamente a caixa, a partir da planificação, Nad percebe que não conseguiria fechar as bases da caixa, pois elas ficaram menores.

Episódio 15: “*Se eu recortar eu consigo montar a caixa de novo...  
Esse ficou menorzinho, e aí não deu*”

T274 Nad: *Eu pensei num jeito diferente de fazer...*

T275 C: *Ah! É?*

T276 Nad: *Eu pensei que ela [a aluna Lu] podia colocar a caixa e passar assim [refere-se a contornar as faces da caixa] e contornar a caixa...*

T277 C: *Entendi! Então, você pensou em fazer o contorno... Mas, você usou isso pra fazer o seu? Mostra pra gente...*

T278 Nad: *Eu coloquei assim e fui contornando [mostra que foi girando as faces da caixa para fazer o contorno e desenhar a planificação]. E, se eu recortar, eu consigo montar a caixa de novo!*

T279 C: *Ah é? Então, na verdade, começou aqui? [Coloca a caixa em cima do desenho do primeiro retângulo da planificação].*

T280 Nad: *Não! É aqui... [coloca a caixa no desenho do retângulo central, já que ele desenhou cinco faces laterais. A professora começa a girar a caixa para entender como ele pensou para montar aquela planificação — a lateral possuía cinco retângulos]*

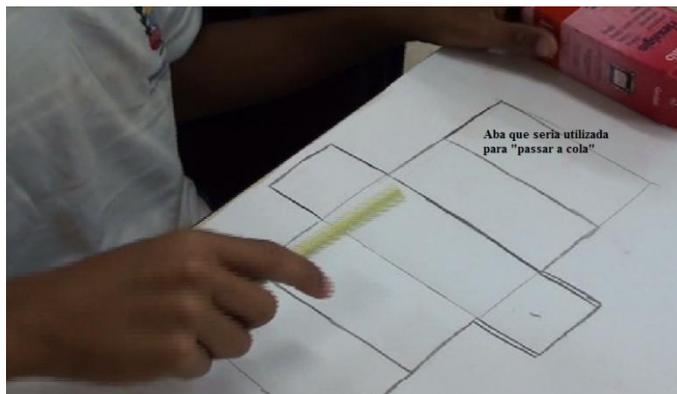
T281 C: *Então, você virou e virou... Você fez dois aqui e dois aqui...Mas sabe o que eu fiquei pensando? Quantos lados[quantas faces] será que tem essa caixa?*

T282 Nad: *É quatro! Só que essas duas partes [os retângulos que ficaram na lateral esquerda e direita da planificação] eu passo cola e colo para ficar o formato da caixa...*

T283 C: *Ah! Você vai colocar essa [mostra um dos retângulos que ficaram na ponta do desenho] dentro dessa? [mostra o desenho do outro retângulo que ficou na outra ponta]. Eu entendi!Você vai passar cola aqui e vai colocar essa dentro dessa para emendar... É isso que você pensou?*

[Nad acena com a cabeça em sentido afirmativo]

FOTO 4 – Desenho de Nad



Fonte: Acervo da pesquisadora

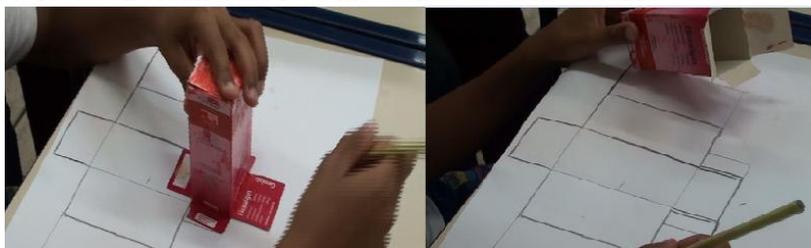
T284 C: *Ah! Agora eu entendi seu desenho... Porque, quando eu vi, a prô ficou pensando: nossa... aqui tem um, dois, três, quatro, mas porque ele desenhou cinco?... Eu não tinha entendido, mas agora eu entendi, que você vai passar cola pra colocar dentro dessa! Agora ficou muito claro, muito legal! Agora me diz o seguinte, Nad, você imaginou esta parte [coloca a tampa da caixa em cima do desenho] e esta [coloca o fundo da caixa em cima do desenho]. E não tem mais nenhuma parte na caixa?*

T285 Nad: *Tem! Essas duas partes e essas [mostra as abas que servem para fechar a caixa].*

T286 C: *E como você vai fazer?*

[Nad desenha as abas, mostrando como vai ficar, conforme os dois desenhos da Foto 5].

FOTO 5 – Desenhos de Nad mostrando as abas da caixa



Fonte: Acervo da pesquisadora

T287 C: *Muito legal, Nad, a forma que você pensou!*

T288 Nad: *Eu posso cortar pra mostrar que vai ficar igual, quando eu montar?*

T289 C: *O que você acha? Se você achar legal, pode cortar... Vai lá, pode pegar!*

[...]

[Enquanto isso, Nad já havia terminado de recortar sua planificação e montar a caixa]

T290 C: *Então, o que você pensou se aproximou daquela caixa, Nad? Você acha que você pensou de maneira coerente para fazer o desenho da caixa?*

[Nad acena com a cabeça que sim]

T291 C: *Deu certinho?*

T292 Nad: *Esse ficou menorzinho...* [aponta para a tampa da caixa que construiu]

FOTO 6 – Nad apontando que a tampa ficou menor



Fonte: Acervo da pesquisadora

T293 C: *Ah! Esse ficou menorzinho, e aí não deu, aconteceu isso aqui, né?! [a tampa ficou pequena]. Então, você poderia ter imaginado como?*

T294 Nad: *Um pouquinho maior! Nesse aqui [mostra um novo desenho] vou aumentar um pouquinho...*

T295 C: *Então, você pensou em mexer no seu desenho para não ficar faltando esse pouquinho aqui... Ah, tá certo! Isso é bem interessante, porque, se alguém pegar seu desenho, sua planificação, e tentar montar vai ficar faltando... Muito joia!*  
[...]

T296 Nad: *Agora eu consigo colocar a caixa dentro e deu pra fechar...* [refere-se à tampa, que anteriormente havia ficado pequena]

FOTO 7 – A nova caixa de Nad



Fonte: Acervo da pesquisadora

297 P: *Agora deu pra fechar... Não sobrou e nem faltou igual ao outro, não é?! E com esse [pega a planificação anterior] o que tinha acontecido?*

T298 Nad: *Esse aqui faltou um pedaço...*

T299 P: *E como é que você fez pra não faltar um pedaço nesse aqui?*

T300 Nad: *Esse aqui eu aumentei, mas aumentei demais pra poder colar a ponta...* [Refere-se a ter deixado uma sobra para fazer a colagem]

T301 P: *Ah! Entendi... Então, essa sobra aqui é pra poder colar... Muito bom!*

No episódio 15, a estratégia empregada por Nad para a construção de sua planificação foi bem diferente da utilizada por Lu. Enquanto Lu se apoia exclusivamente na imagem mental, a partir do que conhece, para criar a planificação, Nad coerentemente emprega a tática de contornar as faces da caixa, optando por desenhar o que vê. De forma criativa ele resolve o problema de garantir que as medidas da caixa original fossem mantidas na representação de sua planificação. Sua estratégia pode estar relacionada à significação atribuída à tarefa desenvolvida anteriormente, em que solicitamos que os alunos utilizassem a caixa como carimbo para identificarem as formas que compunham suas faces. Provavelmente, foi baseado na tarefa anterior que Nad recria a utilização do contorno.

Como a proposta da tarefa era construir uma planificação para a caixa e essa planificação deveria ter as mesmas dimensões da caixa, a forma encontrada por Nad para reproduzir essas dimensões foi fazer o contorno. Mas, ainda que Nad não tenha se apoiado, como Lu, exclusivamente na imagem mental, esta se fez necessária para que pudesse visualizar o processo de transformação do espaço tridimensional para a planificação.

No T281, a professora questiona Nad sobre a quantidade de faces laterais que teria a caixa. O questionamento surge em virtude de seu estranhamento com relação ao desenho de Nad, já que, para representar a lateral da caixa, ele ilustrou um polígono dividido em cinco retângulos e não em quatro retângulos, como esperado. Sua justificativa foi que ele fez um retângulo a mais para que conseguisse fechar as faces laterais: *“eu passo cola e colo para ficar o formato da caixa”* (T281). O que nos surpreendeu, já que Nad pensa de forma criativa em como solucionar o problema de montar a caixa novamente.

A importância de ouvir o aluno fica nítida neste episódio. A professora poderia ter simplesmente concluído que a planificação estava errada, já que a lateral da caixa era formada por quatro faces retangulares e a planificação dele estava dividida em cinco. No entanto, a docente reflete sobre a construção de seu aluno, buscando compreendê-la (T280). Não entendendo o desenho de Nad, ela indaga quantas faces laterais possuía

aquela caixa (T282), dando a oportunidade para que ele explicasse seu raciocínio e mostrasse como foi criativo para a realização da proposta.

É interessante ressaltar também o sentido atribuído por Nad à proposta da tarefa. As orientações da professora, como visto, deixam explícito que, partindo da planificação construída, os alunos deveriam conseguir reconstruir a caixa. Nad, seguindo-as, utiliza o artifício de deixar faces a mais, que serviriam como abas, para a colagem e a reconstrução da caixa, diferentemente de Lu, que compreende que abrir a caixa era abrir apenas a tampa. Vemos que, partindo de uma mesma proposta, os estudantes atribuem sentidos diferentes às orientações dadas pela professora, isso se deve, provavelmente, às vivências e às significações anteriores de cada aluno. A questão levantada por Nad, ao acrescentar mais uma face para representar a lateral da caixa, no desenho da planificação, foi extremamente rica em sala de aula e acabou mobilizando outras discussões entre os alunos, na socialização entre os grupos.

A proposta inicial da tarefa era que eles teriam que garantir que a caixa poderia ser fechada a partir da planificação. Alguns alunos, como Nad, compreenderam que, para a montagem da caixa, era necessário que houvesse “abas” nas laterais da planificação, caso contrário, não seria possível efetuar a colagem. Esse movimento mostra como os alunos foram além da proposta inicial, que era construir uma planificação para a caixa.

No processo da planificação, a manipulação dos objetos foi essencial. Primeiramente, foi utilizando a caixa como “molde” e fazendo o contorno das faces que alguns alunos conseguiram que as dimensões fossem mantidas. É ainda por meio da manipulação da caixa que Nad entra em conflito com sua planificação: já que sua caixa não fechou nas bases, pois elas não foram feitas com as medidas adequadas — ele utilizou o artifício de contornar as faces apenas para a construção da lateral da caixa, esquecendo-se de repetir o processo na construção das bases, de modo que, quando fecha a caixa, percebe que ocorreu um erro quando compara a base de sua caixa com a base da caixa original.

Apesar de não ter aparecido diretamente nos diálogos em classe, as tentativas de elaboração das planificações acabaram evidenciando que as medidas dos lados dos retângulos que representam as bases da superfície poliédrica necessariamente precisam ser iguais às larguras dos retângulos que compõem a lateral. Nad, ao recortar sua planificação e tentar montar a caixa novamente, verificou tal relação e refez o desenho,

agora utilizando as bases da caixa como moldes e deixando espaço para colagem, as “abas” (T300).

Os episódios 14 e 15 mostram como o emprego do material manipulável — no caso, as caixas — auxiliou a construção do desenho da planificação. Mas não podemos deixar de destacar que a simples manipulação de materiais não viabiliza a elaboração conceitual; o apoio no aspecto experimental precisa ser mediado por intervenções, questionamentos e problematizações que possibilitem um movimento reflexivo. Sem as problematizações que conduzem à exploração, o material não se faz significativo, torna-se apenas um adereço que transfere um caráter de ludicidade à aula, mas não permite contribuições realmente efetivas.

O desenho mostrou-se mediador da construção de imagens mentais e da possível elaboração de conceitos. Pudemos também perceber o quanto a palavra se faz necessária, ainda que, no caso dos conceitos geométricos, ela não seja o signo exclusivo do processo, sua importância se torna nítida em todos os episódios selecionados. O aluno se guia pela palavra do outro, utiliza-a imbricada a outras formas de linguagem para sistematizar e expressar suas ideias, recriando, reelaborando, seu pensamento.

Os próximos episódios destacam o papel da palavra (oral e escrita) na elaboração de conceitos geométricos, a maneira como os gestos se tornam complementos da linguagem oral e o modo como os desenhos proporcionam acréscimos à linguagem oral e à escrita. Apesar de Vigotski (2007, p.136) defender “[...] o desenho das crianças como um estágio preliminar no desenvolvimento da linguagem escrita”, em Geometria noto que o desenho se torna um complemento às linguagens oral e escrita, uma vez que os conceitos geométricos possuem a especificidade de serem figurais.

O episódio 16 é um recorte de um dos momentos de socialização das ideias discutidas na aula do dia 28 de maio de 2015, em que foram trabalhadas questões referentes à planificação de superfícies poliédricas. O registro coletivo é uma das práticas de letramento matemático escolar empregadas pela professora Cidinéia. Após a sistematização das ideias nos grupos e nas duplas, a professora propõe uma socialização coletiva, permitindo que as ideias e as hipóteses lançadas durante o desenvolvimento da tarefa, em cada grupo, sejam compartilhadas com os demais alunos. Coletivamente, é elaborado um registro que abranja as significações produzidas naquele dia, sendo a professora a escriba da classe. Vale ressaltar que o papel de escriba consiste em apenas

organizar as significações por escrito, não havendo interferência direta no conteúdo dessa escrita.

Este episódio apresenta indícios de como é importante o momento de sistematização das hipóteses lançadas pelos alunos. Já que, quando o aluno inicia uma exposição oral de suas ideias, um movimento de reflexão é desencadeado, e é a partir da linguagem que a sistematização ocorre. Muitas vezes, as palavras não são suficientes para reelaborar o pensamento; com isso, gestos são evocados e articulados à linguagem oral, abrangendo desde a expressão até a compreensão das ideias refletidas no decorrer do desenvolvimento das tarefas. Daí a importância da sistematização das ideias por meio da socialização das significações produzidas, uma vez que, ao tentar comunicar estas, o aluno se engaja em um processo reflexivo.

Episódio 16: “*É ver algum objeto aberto...*”: a significação da palavra planificação

T302 Nad: *A planificação é uma coisa, exemplo: uma caixa grande, cada lado dela tem um formato diferente [a professora desenhou e escreveu embaixo], cada lado tem um formato igual a essas aí em cima [refere-se ao desenho da professora].*

T303 C: *Então, cada lado tem formas diferentes? É isso? Isso é planificação? Ok! Cada lado tem formas diferentes... Agora eu preciso que vocês me ajudem... Quando nós pensamos em planificações, o grupo do Al falou que é abrir um objeto e ver por dentro, o grupo do Ica que é imaginar a caixa aberta, o grupo da Fe diz que são formas diferentes e iguais, o grupo da Bia disse[que é] quando a caixa está aberta, o grupo da Ra falou que é uma coisa aberta, o grupo da Lu disse que os lados têm formas diferentes, eles desenharam as formas e quantidades para cada caixa. Afinal de contas, o que é uma planificação?*

T304 Al: *Planificação é... Exemplo, um baú você corta com a serra elétrica aí vai ficar um quadrado...*

T305 C: *Mas você está cortando o baú no meio, eu não entendi, eu quero saber o que é planificação, e agora?*

T306 Emi: *Planificação é quando você vê uma coisa assim... [faz movimento abrindo a caixa].*

FOTO 8 – Emi gesticula tentando mostrar o movimento de abrir a caixa



Fonte: Acervo da pesquisadora

T307 C: *Assim como? Você está fazendo com gestos... O que é assim?*

T308 Ri: *É aberto!*

T309 Emi: *Aberto!*

T310 Ra: *É ver algum objeto aberto...*

FOTO 9 – Ra mostrando o movimento de planificar



Fonte: Acervo da pesquisadora

T311 C: *É ver um objeto aberto... Foi isso que vocês fizeram hoje?*

- T312 Emi: *Você imagina, desenha e corta e vê se tá do mesmo jeito...*  
 [Sugiro à professora que pergunte aos alunos o que eles querem dizer com “abrir”, peço que ela abra a tampa de uma das caixas e os questione se é nesse sentido que eles estão pensando em abrir]
- T313 C: *Eu pensei aqui, Emi, é abrir assim* [abre a tampa de uma caixa]?
- T314 Al: *Não! Você tem que abrir assim ó* [abre a tampa da caixa]....
- T315 P: *Só assim, Al?*
- T316 Al: *Não de outras formas!*
- T317 Emi: *Deixar a caixa reta* [mostra o movimento de planificar a caixa].

Nos diálogos suscitados durante a socialização entre os grupos, notamos o quanto a falta de palavras adequadas dificulta a comunicação das ideias. Nos episódios analisados anteriormente, identificamos as significações produzidas no decorrer das tarefas propostas, via as interações, as mediações sócio e pedagógicas, e o modo como o conceito de planificação já estava em processo de formação. Contudo, quando os alunos são questionados sobre o significado da palavra planificação, encontram obstáculos para defini-la oralmente. Então, a professora vai intervindo nos apontamentos da turma, na tentativa de organizar as ideias que vão sendo suscitadas e permitir que os alunos consigam sistematizar oralmente as significações produzidas no decorrer da aula.

O episódio se inicia com a definição de planificação feita por Nad (T302), que se apoia no uso de imagens para definir tal conceito, confirmando o fato de que, em Geometria, os conceitos são figurais e a referência a estes implica evocar figuras. Outro ponto interessante na fala de Nad é que ele vai utilizando a memória para descrever como era o formato da caixa que ele planificou e tentar reconstruir o processo empregado na elaboração de sua planificação. Al, no T303, tenta significar a palavra “planificação”, buscando, na memória, processos semelhantes ao vivenciado na tarefa de planificação da caixa e pensa em cortar um baú com uma serra elétrica. Provavelmente, Al não havia presenciado o corte de um baú com uma serra elétrica, mas pode ter ouvido uma história ou visto algum filme que possua tal cena e, a partir disso, recriado esse processo por meio da imaginação, ressignificando o termo “planificação”.

Os demais alunos partem da definição de Nad, e novas ideias e hipóteses vão surgindo no decorrer do diálogo. No T306, Emi apoia-se na linguagem gestual para expressar sua compreensão a respeito do conceito de planificação, mostrando a

transformação do espaço tridimensional para o plano bidimensional (no caso, a planificação). Então, a professora a questiona sobre o que significava seu gesto (T307), na tentativa de evocar a palavra que não saiu no momento da explicação de Emi, que se apoiou exclusivamente em gestos, recriando o processo de planificar a caixa gestualmente.

No T308, Ri auxilia a colega dizendo que “*é aberto*”, ou seja, o movimento que Emi faz assume para Ri o sentido de abrir alguma coisa. No T310, Ra complementa a ideia de Ri afirmando que o gesto que Emi faz é sinônimo de “*ver um objeto aberto*”. Entretanto, apesar de no T309 Emi confirmar a palavra sugerida por Ri, quando retorna ao diálogo (T312) e retoma a fala ainda não emprega a palavra sugerida pelos colegas. Isso talvez ocorra porque suas significações iam além da palavra “abrir”, por isso ela faz uma revisão (rememorando o processo criado na aula sobre planificações) de todo o caminho percorrido até a planificação, explicitando os procedimentos realizados (T312): “*você imagina, desenha e corta e vê se tá do mesmo jeito...*”.

Observo que, para Emi, a planificação não se resumia a abrir a caixa, mas ia além, percorrendo diversas fases: desde imaginar como ficaria a representação da superfície no plano bidimensional até voltar novamente ao espaço tridimensional. Talvez, para Ri e Ra, o verbo “abrir” estivesse carregado da mesma significação explicitada por Emi; no entanto, para Emi, definir o termo “planificação” extrapola a ideia de abrir a caixa e traz indícios de que, em sua perspectiva, o verbo “abrir” não era suficiente nem carregado do sentido necessário para delimitar a ideia de planificação. Novamente, as várias funções se interconectam na elaboração do conceito de planificação.

No momento em que os alunos começam a empregar o verbo “abrir” para designar o significado de planificação, preocupo-me se eles realmente estão pensando no movimento de planificar, de levar as faces adequadamente arranjadas da superfície poliédrica para o plano bidimensional, ou se estavam apenas pensando em abrir a tampa da caixa, por exemplo. Por isso sugiro à professora que os questione sobre o que estão entendendo por abrir a caixa. E no T317 Emi revela indícios sobre a definição de planificação, quando afirma que planificar é: “*deixar a caixa reta* [mostra o movimento de planificar a caixa]”. Ela só não consegue encontrar as palavras que reelaborem adequadamente seu raciocínio, por isso novamente os gestos se articulam à fala, em um tentativa de exprimir algo que não foi possível apenas por meio de palavras. Entretanto,

ainda que as palavras lhe faltassem, é nítido, ao retomar as falas de Emi e articulá-la a sua fala final, que ela sinaliza a compreensão sobre o processo de transformação do plano tridimensional para a planificação e vice-versa.

Ao final de uma longa discussão, a professora sugere que, para a sistematização final das ideias, a turma elabore conjuntamente uma definição por escrito para a palavra “planificação”. A professora se coloca como escriba da turma e, na lousa, sistematiza as sugestões dos alunos, que chegam à conclusão de que o processo de planificação consiste em: “*ver todas as formas geométricas abertas e ver se esse formato pode ser montado*”. Quando os alunos dizem que precisamos “*ver se esse formato pode ser montado*”, estão se referindo às dimensões dos retângulos que compõem as bases e as laterais da superfície poliédrica, pois possivelmente perceberam que essas dimensões não são quaisquer e que o posicionamento, o arranjo dessas figuras no plano, também não pode ser qualquer, mas deve possibilitar retornar ao espaço (tridimensional) mantendo o formato inicial. Isso foi identificado desde a primeira planificação de Nad, em que as bases ficam menores, e ele não consegue montar e fechar a caixa a partir de sua representação.

Também ressalto novamente o modo como a professora valoriza a produção de seus alunos: ainda que o registro escrito não fosse solicitado em todas as tarefas, a sistematização oral é uma prática constante nas aulas da professora Cidinéia. Essa ação evidencia que, em suas aulas, os alunos participam ativamente do processo de ensino e aprendizagem, sendo ouvidos e reconhecidos em suas produções. Em nenhum momento, ela substituiu a “definição” de planificação elaborada pelos alunos por outra formalizada, já que aquela consistia na sistematização das significações produzidas até aquele momento. Ainda que não fosse uma definição formal, era o resultado das significações produzidas até ali. Vimos no capítulo 3 que, para Vigotski (2009a), o processo de elaboração conceitual é permeado por fases e essas fases realizam sínteses provisórias, que serão, de acordo com desenvolvimento do processo, ampliadas por meio de novas significações.

Ainda que não fosse proposta desta tarefa o registro escrito individual, alguns alunos, como Nad, optaram por fazê-lo no diário de aprendizagens (*Mentemático*). Vigotski (2007, p.143) defende que “[...] o ensino tem que ser organizado de forma que a leitura e a escrita se tornem necessárias às crianças”. Noto que o diário se tornou um espaço em que a escrita se fazia necessária, a escrita tinha significado para as crianças,

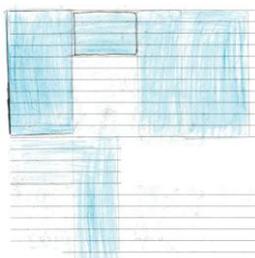
que o utilizavam para registrar uma descoberta, uma dúvida, para que as significações não se perdessem ou mesmo para um destinatário (a professora ou os colegas de classe).

É após o desenvolvimento da tarefa proposta e da socialização coletiva que Nad registra o momento vivenciado no diário de aprendizagens, transparecendo as significações produzidas ao longo do processo, como mostrado no recorte abaixo (para que ficasse mais compreensível, optei por transcrever o recorte da escrita de Nad).

QUADRO 1 - Recorte da escrita de Nad no Mentemático, com transcrições da pesquisadora

29/05/2015

Oi pessoal, de novo ontem a Iris veio bem no dia do meu aniversário e eu criei coragem para falar lá na frente da lousa e eu falei sobre as formas geométricas, o cilindro, o paralelepípedo, que é igual esse desenho aí



Eu contornei o sólido geométrico

A planificação é quando eu abro uma caixa e olho todos os lados que a caixa tem tipo esse desenho aí, olhe esse desenho aí e preste atenção e veja se descobre mais coisa.



Você sabia que uma caixa precisa de lugares para fechá-la para colocar alguma coisa dentro dela? Exemplo remédio, cesta básica, brinquedo, caneta e sapato e eu descobri que na caixa de pasta de dente algumas tem um negocinho que não precisa desse negocinho aí, olha aí embaixo:



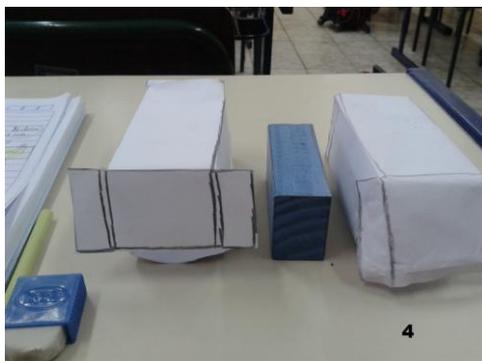
Fotografia das caixas montadas a partir da planificação



Fonte: Acervo da pesquisadora

## QUADRO 2 - Continuação da escrita de Nad

Fotografia das caixas montadas e do sólido geométrico



Essas foram as formas que eu tirei com o celular da Prô Cidinéia eu tirei essas e a última foto porque eu achei importante em comentar com vocês da minha sala do 3º ano D. Agora olhe rápido embaixo, viram todo mundo?



Fonte: Acervo da pesquisadora

Nad, ao longo de seu registro, vai levantando elementos que complementam as significações produzidas por ele, durante a aula, via as relações estabelecidas e as próprias vivências anteriores: faz o desenho para exemplificar o movimento vivido; inclui fotografias tanto de sua produção quanto de uma das caixas utilizadas; articula suas ideias, levando o modelo de paralelepípedo para compará-lo à caixa utilizada durante a tarefa. Há várias funções psíquicas superior esse inter-relacionando: Nad articula a linguagem escrita ao desenho para explicitar conceitos que estão sendo elaborados; evoca a memória para sequenciar quais e como foram as descobertas; cria uma forma de registrar suas conclusões e ser compreendido — contorna as faces separadamente, depois as articula representando a planificação; expõe as várias formas de representação do paralelepípedo — planificação, sólido e caixa. Tudo isso é entrelaçado pela linguagem escrita.

No início do registro, Nad mostra que, para a construção de sua planificação, lançou mão do artifício de contornar as faces que compunham a superfície poliédrica. Em seu primeiro desenho, ele deixa claro que circundou o modelo de paralelepípedo apenas para destacar quais eram os polígonos que compõem suas faces. Em seu segundo desenho, Nad organiza os polígonos de forma a representar a planificação da caixa, afirmando: "A planificação é quando eu abro uma caixa e olho todos os lados que a caixa tem". Nad demonstra compreender que não basta identificar quais são os polígonos que compõem as faces da caixa, mas que, para montar uma planificação, esses polígonos necessariamente precisam estar arranjados adequadamente, organizados no plano bidimensional.

Dando continuidade a sua escrita, Nad destaca que as "abas" existentes na caixa de creme dental não são necessárias na representação da planificação. Isso porque sua representação não possuía todas as abas da caixa original. No entanto, ele conseguiu remontar a caixa a partir da representação da planificação construída.

No registro fotográfico, Nad revela que consegue estabelecer relação entre o formato de suas construções e o formato do modelo de paralelepípedo. Além disso, ele utiliza a foto para mostrar que a primeira de suas construções não havia fechado, pois as bases haviam ficado menores.

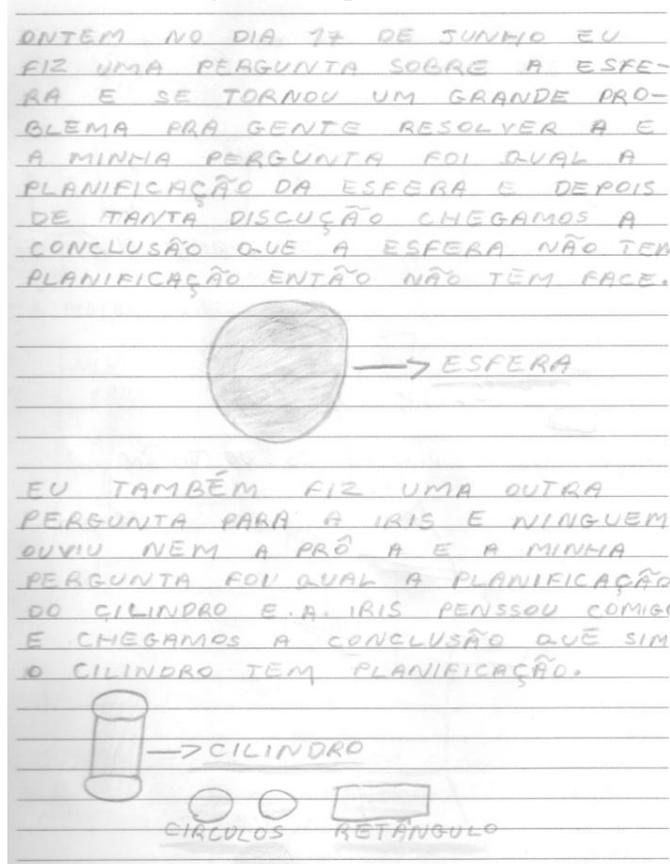
Ele finaliza o registro representando os polígonos que compõem o paralelepípedo e numerando-os. Isso indicia que, provavelmente, Nad já tenha clareza que o paralelepípedo é composto por seis faces, sendo quatro laterais e duas bases, o que reforça que, quando ele acrescenta mais uma face a sua representação, ele o faz realmente com o intuito de que haja espaço para a colagem, no momento de montagem da caixa, mas compreende que, se não fosse necessária a montagem da caixa, partindo da planificação, não seria necessária a quinta face lateral.

As estratégias utilizadas por Nad para o registro no *Mentemático* nos remetem ao fato de que muitas das formas empregadas para se fazer compreender são também gestos, movimentos, estratégias da própria professora. Faz parte de sua prática o uso de vários recursos, sejam eles visuais (vídeos, fotografias, imagens), manipuláveis (modelos, objetos, materiais pedagógicos) ou escritos (registros coletivos, registros individuais). Como salientado anteriormente, é prática da professora Cidinéia o registro coletivo — em que ela se coloca como escriba da turma, sistematizando as significações elaboradas — bem como o trabalho com as fotografias das produções dos alunos.

Vemos, a partir da escrita de Nad, um processo de imitação das práticas da professora, que, nas relações estabelecidas em sala de aula, são apreendidas e aprendidas pelos alunos, os quais reelaboram não apenas os conceitos que estão em discussão, mas também a forma de ensinar esses conceitos.

O registro de Nad ressalta novamente como, no processo de elaboração dos conceitos geométricos, a imagem (criada por meio da imaginação) e a palavra estão articuladas. À medida que o processo se desenvolve, os alunos vão abrindo mão dos gestos, mas a imagem é parte constituinte do conceito geométrico, que é figural. Assim como na comunicação verbal, os alunos lançavam mão dos gestos como artifício complementar para seu pensamento; na comunicação escrita o desenho também assume esse papel, no momento em que as palavras não são suficientes para expressar as hipóteses lançadas, os desenhos são empregados, articulando-se à linguagem escrita e incrementando-a.

O próximo caso selecionado para ressaltar a importância da linguagem escrita surge durante a aula do dia 17 de junho de 2015, episódio destacado na unidade anterior. Os alunos discutiam se a esfera possuía ou não planificação, e Ge me questionava se o cilindro possuía planificação. Em paralelo às discussões sobre a esfera, Ge e eu conversamos sobre a planificação do cilindro. Infelizmente, não tivemos tempo de socializar, naquele dia, suas descobertas, por isso ela resolve registrar toda nossa discussão no *Mentemático* (Figura 5). É interessante retomar que, para essa tarefa, não foi solicitado nenhum tipo de registro depois das discussões, pois acreditamos que nem toda atividade necessariamente precisa ser registrada. O registro escrito, quando não faz parte do plano de aula do professor, deve surgir a partir da necessidade do aluno; e, naquela aula, Ge sentiu-se motivada a escrever e depois socializar sua escrita com a classe.

FIGURA 5 – Registro feito por Ge no *Mentemático*

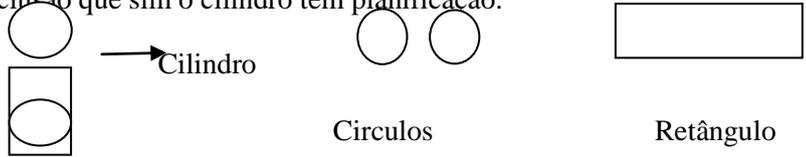
Fonte: *Mentemático* – acervo da professora parceira

### QUADRO 3 - Transcrição do registro de Ge

Ontem no dia 17 de junho eu fiz uma pergunta sobre a esfera e se tornou um grande problema pra gente resolver a e a minha pergunta foi qual a planificação da esfera e depois de tanta discussão chegamos a conclusão que a esfera não tem planificação então não tem face.

Esfera 

Eu também fiz uma outra pergunta para a Iris e ninguém ouviu nem a prô a e a minha pergunta foi qual a planificação do cilindro e a Iris pensou comigo e chegamos a conclusão que sim o cilindro tem planificação.



Fonte: Acervo da pesquisadora

Para que a ideia não se perdesse, já na aula seguinte, em que eu não estava presente, a professora retoma a discussão levantada sobre a planificação do cilindro e pergunta se Ge gostaria de compartilhar sua escrita com os colegas, o que imediatamente foi aceito pela aluna, que esperava ansiosamente por essa discussão.

Episódio 17: Ge fez uma planificação ou desenhou as figuras que compõem a planificação?

T318 C: *Mas sabe o que eu fiquei pensando, quando eu olhei o desenho da Ge? Na planificação aqui embaixo do cilindro [mostra o desenho de Ge], a Ge fez da seguinte forma [reproduz o desenho da aluna na lousa: o desenho do cilindro e ao lado os desenhos de dois círculos e um retângulo] e ela disse que fez a planificação do cilindro, mas eu pergunto pra vocês, quando a Ge fez esta representação aqui [aponta para o desenho dos círculos e do retângulo], a Ge fez uma planificação ou ela colocou as “faces”?*

T319 Alunos: *As faces...*

[Dio explica o desenho de Ge (áudio ruim)]

T320 C: *Então, você afirma que ela fez as “faces” e não a planificação... Agora eu vou perguntar para o especialista em planificação... Nad, você que entendeu como faz a planificação e deu uma aula pra gente de planificação, agora eu te pergunto o seguinte: quando a Ge fez esta representação, ela fez a planificação do cilindro ou ela fez as “faces” do cilindro?*

T321 Nad: *As “faces”!*

T322 C: *Por que você fala isso?*

T323 Nad: *Porque ela tirou uma parte de cada um... Só que no último ali [aponta para o desenho] ela não colocou assim [faz movimento circular com as mãos, indicando que a parte lateral do cilindro é curva], ela colocou um quadrado...*

T324 Ge: *Não é um quadrado! Isso é um retângulo, só que deitado e não em pé! Então, dá no mesmo... Se eu tivesse feito um retângulo assim [desenha um retângulo em outra posição na lousa] dá no mesmo que assim [desenha outro retângulo, agora em posição diferente da anterior], porque é a mesma forma!*

T325 C: *É a mesma forma, só que o que aconteceu com elas?*

T326 Ge: *Eu deitei...*

T327 C: *Então você fez assim [faz movimento virando a mão da vertical para a horizontal]...*

T328 Ge: *Esse é um retângulo, e esse também [mostra os retângulos em diferentes posições]!*

T329 C: *Entendi... Então, o que você fez aqui foi um giro? Você girou?*

T330 Ge: *Pra ficar o mesmo retângulo!*

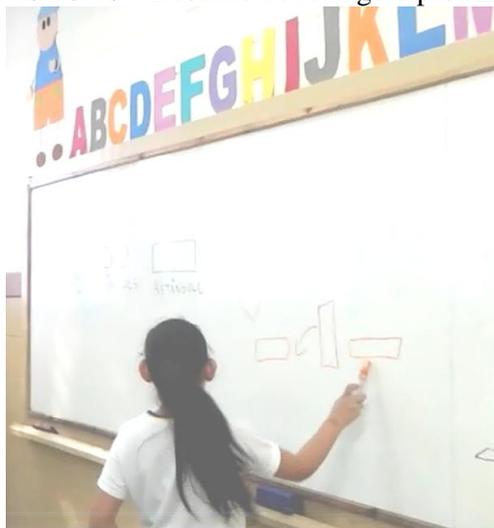
Assim que Ge termina a leitura do diário, a professora lança para a classe a questão do desenho que ela havia feito para representar a planificação do cilindro. O fato possibilitou que a discussão sobre figuras planas e planificações fosse retomada. A

aluna demonstra que havia compreendido quais eram as figuras planas que deveriam compor a planificação do cilindro. Contudo, o arranjo dessas figuras na planificação ainda não estava organizado, pois não tinha ainda uma imagem mental da composição dessas figuras na planificação do cilindro.

Isso só pôde ser identificado a partir do registro formulado no *Mentemático*, pois, no diálogo entre pesquisadora e aluna, discutido em episódios anteriores, Ge demonstra ter compreendido como ficaria a planificação. Entretanto, não é o que observamos por meio de seu desenho, já que, quando tenta registrar como ficaria a planificação do cilindro, desenha apenas as formas que a compõem e não as organiza adequadamente. Assim, entendemos que o conceito de planificação ainda estava em processo de formação.

Na Foto 10 apresento o desenho feito por Ge para explicar sua fala no T324:

FOTO 10 – Desenho do retângulo produzido por Ge



Fonte: Acervo da pesquisadora

A aluna faz uma seta indicando a rotação do retângulo, revelando indícios de como ela já se apropriou da forma geométrica. Seu desenho foi elaborado para responder ao questionamento de Nad e mostrar aos colegas que, ainda que se rode o retângulo, ele mantém a forma e o tamanho. Podemos concluir, assim, que já houve uma desvinculação da imagem prototípica (NACARATO; PASSOS, 2003).

Ainda que haja uma argumentação de Ge sobre a figura que deveria representar a lateral do cilindro, a questão de como ficaria a planificação ainda não estava resolvida. Por isso a professora continua os questionamentos, como identificado no episódio 18.

Episódio 18: Mas essa é a planificação do cilindro?

T331 C: *Vamos imaginar o seguinte: fechem o olhinho para vocês fazerem uma imagem na cabeça de vocês... Imaginem um rolinho de papel higiênico, ele tem forma de cilindro, imaginem o rolinho de papel higiênico fechado em cima e embaixo... Você vai ter que fazer igual a caixinha, desmontar para fazer a planificação... Como ficaria?*

[Ge retorna para a lousa e faz um desenho parecido com a planificação do paralelepípedo, mas, no lugar dos retângulos que compõem a base, coloca dois círculos (Foto 11)]

T332 C: *A Ge pensou... Fala pra mim...*

T333 Ge: *Eu pensei assim ó... Aqui [mostra os desenhos dos retângulos] ele é normal, mas tem essas partes [refere-se aos retângulos] para fechar assim [faz um movimento circular com as mãos].*

T334 C: *Mas você vai fechar como? Assim [faz movimento circular, indicando a superfície lateral do cilindro] ou dobrando um quadrado e colando um em cima do outro? É retangular ou circular [demonstra os movimentos com as mãos]?*

T335 Ge: *É circular...*

FOTO 11 – A possível planificação do cilindro



Fonte: Acervo da pesquisadora

A Foto 11 revela o movimento que existia na sala de aula. Os alunos iam até a lousa, discutiam entre eles, tentavam convencer o colega de suas ideias, desenhando, registrando...

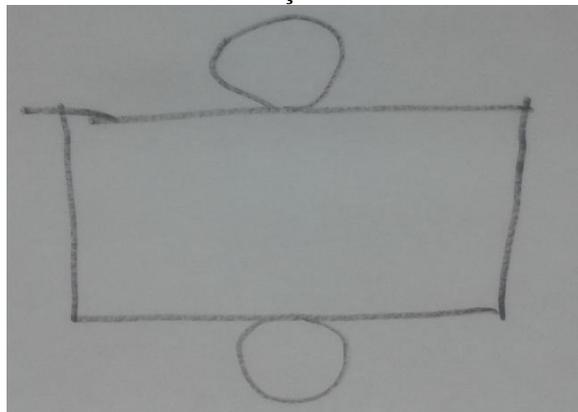
Ao constatar que os alunos não conseguiam avançar nas discussões sobre a planificação do cilindro, a professora solicita que imaginem o mesmo processo que empregaram para a planificação do paralelepípedo, mas agora utilizando como objeto um rolo de papel higiênico e não mais uma caixa. Seguindo a sugestão da professora, na

Foto 11, Ge tenta representar novamente a planificação do cilindro, mas ilustra a lateral como um polígono dividido em quatro retângulos, ou seja, reproduz parte da planificação do paralelepípedo, criando uma possível planificação para o cilindro, baseada na fala da professora. A partir do T332, a docente questiona Ge, na tentativa de que ela reflita sobre sua representação, já que esta não condiz com a da estudante que alega que, quando fechar a planificação, a lateral terá formato circular.

Acredito que, quando a professora pede para que eles relacionem a nova planificação a do paralelepípedo, eles pensam que é necessário reproduzir alguma parte da planificação anterior, por isso Ge substitui o retângulo pelo polígono dividido em quatro retângulos. Apesar da troca, observando o desenho de Ge podemos perceber que ela já compreende que os círculos precisam ser organizados nos lados opostos do polígono que representa a lateral do cilindro.

As discussões, os desenhos e a negociação de significados continuaram. E, ao final da aula, os alunos chegaram muito próximos de uma das planificações do cilindro, na verdade, um aluno conseguiu fazer uma delas, como indica a Figura 6.

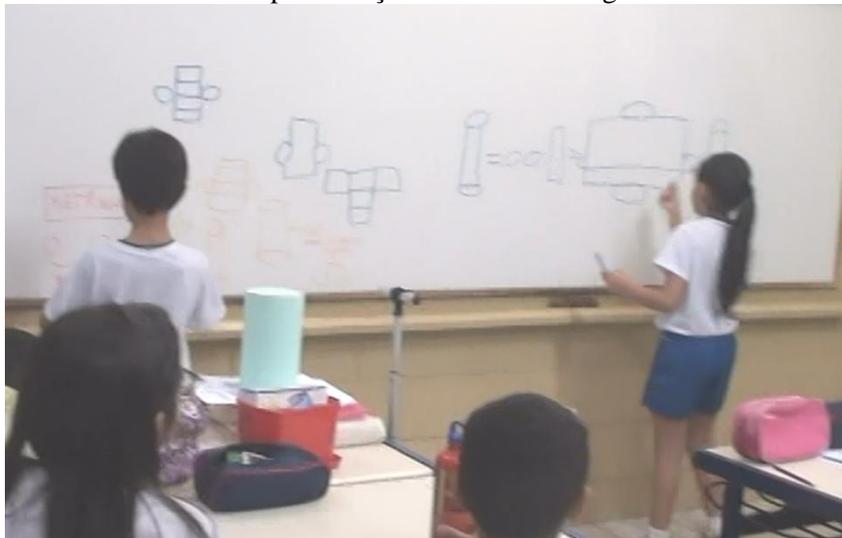
FIGURA 6 – Planificação do Vin



Fonte: Acervo da pesquisadora

Dando continuidade à discussão sobre a planificação do cilindro, na aula seguinte levamos as fotos das possíveis planificações elaboradas pelos alunos na aula anterior; fotografamos as planificações feitas na lousa, no caderno, entregamos para as duplas e, a partir disso, retomamos as discussões. Muitos deles haviam continuado suas tentativas em casa. Novamente, os estudantes foram para a lousa e formularam as novas possíveis planificações, como indica a Foto12.

FOTO 12 – Possíveis planificações do cilindro: segunda discussão



Fonte: Acervo da pesquisadora

É interessante ressaltar como a prática de registrar era forte entre aqueles alunos. A Foto 12 confirma esse movimento: os alunos utilizam a lousa para representar suas hipóteses.

O registro pode assumir diferentes papéis dentro das aulas de matemática, uma vez que no processo autoral, os sujeitos determinam quais caminhos vão seguir. Assim, é possível: registrar para comunicar estratégias; registrar para pensar; registrar para documentar informações relevantes para a resolução do problema; registrar para atender uma necessidade externa – como o pedido de um professor –; registrar para criar identidade, para produzir história ou mesmo registrar para fazer parte da cultura social da sala de aula; etc. (MOREIRA, 2015, p. 46).

A foto indica que o registro, naquele momento, estava sendo utilizado para comunicar estratégias, para pensar sobre essas estratégias, para documentá-las e para fazer parte da cultura da sala de aula. Isso porque o registro era uma das práticas de letramento matemático escolar empregadas pela professora Cidinéia.

Dando continuidade às discussões sobre a planificação do cilindro, apresentamos um modelo de cilindro que construímos para que os alunos pudessem desmontá-lo e verificarem se as hipóteses que haviam formulado para a planificação do cilindro eram coerentes ou não. Vários alunos chegaram a uma das planificações a partir das discussões do segundo dia.

É significativo retomar que toda a discussão e as novas intervenções surgiram a partir do registro feito no diário de aprendizagem. Foi por intermédio dele que pudemos reformular as tarefas que seriam propostas, inserindo a questão da planificação do cilindro. Além disso, a escrita foi fundamental para que percebêssemos o que realmente Ge havia compreendido sobre a planificação do cilindro. Se ela não tivesse registrado e se esse registro não tivesse sido socializado e discutido entre os alunos, provavelmente as novas significações não teriam emergido.

Outro fato a ser ressaltado é o modo como o desenho foi fundamental para organizar, exprimir e mesmo complementar as hipóteses dos alunos. A fala não foi suficiente para que eu, enquanto pesquisadora, compreendesse que Ge havia percebido quais eram as figuras planas que compunham a planificação do cilindro, mas não como elas deveriam ser organizadas, arranjas no plano bidimensional. É somente por meio do desenho que o entendimento realmente se efetiva. O desenho de Ge nos mostra claramente que a planificação do cilindro ainda estava sendo construída por ela e não saber organizar as figuras ordenadamente no plano era prova disso.

No decorrer de toda esta seção foi possível identificar o quanto um ambiente que possibilita a interação, as trocas de ideias e as problematizações se faz essencial para o trabalho com conceitos geométricos. Mas, por se tratarem de conceitos com especificidades próprias, o apoio em aspectos experimentais se torna extremamente importante, pois é a partir da manipulação e da exploração de modelos e desenhos que se faz possível a elaboração de imagens mentais, constituintes dos conceitos geométricos. No entanto, a exploração só é possível a partir de problematizações e questionamentos que são responsabilidade principal do professor, que, ao intervir nas discussões e mediar os diálogos, deve incitar nos alunos uma autonomia que conduza a um poder fazer, permitindo a elaboração e a reelaboração de significações.

Todo esse movimento é norteado e imbricado pelas múltiplas linguagens, que se entrecruzam, articulam-se e se complementam no decorrer de todo o processo. A criança, guiada pela palavra do outro (colega, professora, pesquisadora), consegue se comunicar e se expressar durante as aulas, colocando-se em um movimento de reflexão que possibilita a reconstrução das significações produzidas. E a palavra, que apenas fora apreendida e servia como meio para apenas designar referentes, torna-se meio de significação que orienta, organiza e reelabora o pensamento. As palavras — que eram apenas nominativas e designavam objetos, situações — agora possuem significado,

sentidos; e em um movimento dialético se articulam e criam uma teia de significados, de conceitos, que se entrelaçam, ampliando-se no decorrer do desenvolvimento.

O cubo, que inicialmente era uma caixinha ou um objeto utilizado em jogos (em forma de dado), passa a significar um conceito matemático, trabalhado nas aulas de Geometria. O cubo não é mais apenas a caixinha, mas começa a ganhar novo significado: é um poliedro, que se constitui por uma composição de faces poligonais quadradas, que, ao serem unidas, formam arestas, que, quando se juntam, formam vértices. Nesse movimento, os significados vão sendo ampliados por meio das significações produzidas nas e pelas relações estabelecidas entre alunos, entre alunos e professora e entre alunos e pesquisadora.

Não cabe a mim, enquanto pesquisadora, discutir se os conceitos trabalhados no decorrer do desenvolvimento da pesquisa foram de fato elaborados, já que não é o intuito identificar esse tipo de resultado. No entanto, devo ressaltar que muitas significações foram produzidas, e estas permitiram a ampliação de alguns conceitos e o início da elaboração de outros.

Analisando o movimento vivido nas aulas da professora Cidinéia, concluo que, para que o trabalho com conceitos geométricos de fato possa acontecer, possibilitando a produção de significações, fazem-se necessários alguns fatores. São eles: a criação de um ambiente em que as interações sejam viabilizadas, as relações mediadas por meio de questionamentos e problematizações, o apoio em materiais manipuláveis (modelos, objetos) possibilitado e as múltiplas linguagens evocadas.

## **7 O AMBIENTE DE PRODUÇÃO DE SIGNIFICAÇÕES: CONSIDERAÇÕES SOBRE O PROCESSO EXPERIENCIADO**

[...] a aprendizagem de uma nova palavra pela criança, é apenas o início de um longo processo de desenvolvimento. (GÓES; CRUZ, 2006, p. 34).

Chegando ao final desta pesquisa, há muito que refletir sobre o processo experienciado no decorrer de todo o percurso. Por isso inicio esta reflexão fazendo uma retomada de toda a investigação. Em seguida, trago algumas considerações a respeito do movimento formativo criado durante o processo... Logo, finalizo o texto e não as reflexões e as conclusões, pois estas continuam sendo elaboradas e reelaboradas em meu processo de desenvolvimento enquanto pesquisadora, proporcionando novas questões, que emergiram a partir deste estudo.

### **7.1 Significações produzidas: o movimento de elaboração conceitual e a cultura de sala de aula**

A presente investigação focalizou o movimento de significações no processo de ensino e aprendizagem de Geometria em um 3º ano do Ensino Fundamental, em que pesquisadora e professora estabeleceram uma parceria. Visando identificar as construções de significado realizadas, a partir das relações sociais, na dinâmica de uma sala de aula pautada em pressupostos da perspectiva histórico-cultural, no processo de elaboração de conceitos geométricos, buscou-se responder à seguinte questão: “Quais significações são produzidas por alunos do 3º ano do Ensino Fundamental, quando inseridos em uma prática problematizadora de ensino e aprendizagem de Geometria?”. Foram elencados como objetivos específicos:

- 1) caracterizar a cultura de sala de aula para o ensino de Geometria e identificar suas contribuições;
- 2) analisar o movimento de elaboração conceitual, em Geometria, dos alunos e as estratégias pedagógicas potencializadoras dessa elaboração.

Primeiramente, se compreendermos a sala de aula como um ambiente propício para o estabelecimento de relações que envolvem o contexto das práticas sociais,

entenderemos que as significações ali produzidas, parafraseando Smolka (2004), emergem dos espaços de semelhanças e heterogeneidade, por isso há a pluralidade de sentidos. Mas se, por um lado, os sentidos são múltiplos, por outro, certas condições de produção são estabelecidas, e estas não podem ser quaisquer. Os sentidos são plurais, pois os sujeitos que os produzem, nas relações estabelecidas, são atravessados por múltiplas emoções, percepções, sentimentos e vivências que se articulam no processo de criação. Todo esse processo de criação e produção é guiado por significados estabilizados e por sentidos que vão se tornando possíveis. Nessa trama dialética entre os sentidos e os significados, significações vão sendo produzidas, e a análise desenvolvida em cada unidade nos pontuou vários indícios dessas significações.

Assim, apesar de múltiplos, os sentidos produzidos pelos alunos eram atribuídos a uma situação específica: a aula de Geometria. Em um primeiro contato com modelos (sólidos geométricos) e desenhos (representações gráficas de figuras geométricas), as crianças tentavam articulá-los a vivências anteriores e objetos provenientes de seus contextos sociais e culturais. Relacionavam o cone a um chapéu, o prisma de base triangular a um telhado da casa, o cilindro a um copo de água etc. Já que, no início do processo de elaboração conceitual, o pensamento da criança apoia-se fortemente na memória. Essas relações que vão sendo estabelecidas e se articulam com conceitos que ainda estão em elaboração ou com conceitos espontâneos, que resultam do diálogo entre sujeitos, por isso a multiplicidade de significações. Cada nova significação é atravessada pelos sentidos e pelos significados produzidos até aquele instante.

Nesse movimento, os alunos tentavam identificar características e relacionar os conceitos geométricos a seu repertório de palavras. Um exemplo disso é quando nomearam a pirâmide como triangular. Outra característica inicial é que relacionavam as figuras planas às espaciais: o quadrado ao cubo, o retângulo ao paralelepípedo, o triângulo à pirâmide.

Posteriormente, mostraram que conseguiam diferenciar desenhos de figuras planas com desenhos de figuras espaciais. Além disso, empregaram fortemente a linguagem gestual para comunicar suas ideias.

Outro fato identificado a partir dos dados foi o emprego de palavras provenientes da linguagem matemática. Nas relações, os alunos foram se apropriando da linguagem matemática. A palavra, que, a princípio, apenas nomeava, posteriormente começou a ser empregada de forma consciente para organizar o pensamento.

Os alunos estabeleceram relações, identificaram características a partir da manipulação e da exploração de superfícies (sólidos geométricos, superfícies poliédricas e não poliédricas) e também dos desenhos. Reconheceram que modelos e desenhos são formas diferentes de representação de um mesmo conceito. Por exemplo, o desenho é “transparente”, o sólido é maciço, a caixa é oca.

No decorrer das tarefas propostas, os alunos desvelaram também que conseguiram diferenciar as superfícies poliédricas das não poliédricas e perceber que as faces dos poliedros são polígonos. Além disso, reconheceram que os poliedros possuem arestas e vértices e que as arestas são formadas pelo encontro de lados dos polígonos que compõem as faces. Concluíram também que a esfera não possui planificação.

Eles giraram, transladaram, os modelos e observaram as transformações resultantes. E também constataram que os poliedros são composições de faces poligonais. Por exemplo, o cubo é uma composição de faces quadradas, o paralelepípedo pode ser uma composição de faces retangulares ou de faces laterais retangulares e bases quadradas.

Os alunos ainda criaram imagens mentais de figuras planas e espaciais, visualizaram as transformações resultantes de rotações, translações e planificações de figuras espaciais. Conseguiram criar planificações a partir da exploração de superfícies poliédricas e não poliédricas e depois montar um objeto tridimensional, a partir da planificação.

Nas explorações e nas tentativas de construção da planificação da caixa em formato de paralelepípedo, eles identificaram que as medidas dos lados dos retângulos que representam as bases na superfície poliédrica necessariamente precisam ser iguais às larguras dos retângulos que compõem a lateral. Além disso, diferenciaram faces de planificação. Os alunos, ademais, conseguiram sistematizar oralmente, apoiando-se na linguagem gestual, o significado atribuído até aquele momento para o conceito de planificação.

Todos esses resultados só foram alcançados, pois as tarefas selecionadas, além de utilizarem vários recursos (como objetos, sólidos geométricos, desenhos etc.), permitiam que os alunos problematizassem e fossem problematizados. Criou-se um ambiente de investigações em que os múltiplos sentidos produzidos eram considerados e questionados, seja pela professora, seja pelos próprios alunos. Além do mais, os resultados nos levam a concluir que os conceitos geométricos devem ser trabalhados

desde os anos iniciais de escolarização, pois, se forem fornecidos aos alunos materiais (que serão manipulados e explorados) e condições (mediações, questionamentos, problematizações, intervenções), eles poderão criar significações que serão ampliadas a cada nova proposta. Daí a importância do emprego correto das palavras que designam conceitos geométricos desde os primeiros contatos do aluno com tais conceitos.

No decorrer desta investigação, pude perceber como as relações e as interações em sala de aula propiciaram a elaboração de significações e desencadearam um movimento de construção de novos conceitos, que percorrerão ainda um longo processo de desenvolvimento. Tais significações foram viabilizadas por meio de práticas de letramento matemático escolar, que permitiram o trabalho com conceitos científicos específicos: os conceitos geométricos. Fez-se necessária a criação de um ambiente propício para que práticas de letramentos desencadeassem o processo de elaboração desses conceitos geométricos, que, como discutido no decorrer deste texto, são figurais. Portanto, para haver a construção deles, deve existir o apoio em aspectos experimentais (desenhos e modelos) e intuitivos (imagens mentais construídas a partir da imaginação).

Os episódios elencados para as análises de cada unidade propiciaram indícios de que, além da palavra (oral e/ou escrita), os conceitos geométricos são elaborados via mediação de outras formas de linguagem (gestual e desenho) e modelos que representem os conceitos, não assumindo a palavra o papel exclusivo no processo. Averigüei diversas práticas de letramento matemático escolar, empregadas pela professora parceira, que contribuíram para o desencadeamento o processo de aprendizagem de conceitos da Geometria.

É em torno da palavra, que inicialmente apenas designa um referente, que os alunos iniciam o processo de identificação de características sobre os conceitos trabalhados. Isso é norteado por gestos, desenhos e modelos, que complementam o ambiente de circulação de ideias para que, ao final do processo, a palavra já não seja apenas nominativa, designativa, mas também significativa, passando a organizar o pensamento.

É nesse sentido que manipular modelos, desenhar, gesticular, falar e escrever, nas aulas de Geometria, auxilia os alunos na percepção das propriedades de um objeto e na produção de múltiplos sentidos que, apesar de heterogêneos e singulares, não são quaisquer, pois são elaborados por meio de ideias já estabilizadas socialmente, as quais pertencem a um contexto específico — a aula de Matemática. Esses novos e múltiplos

sentidos recombina-se aos sentidos estabilizados socialmente e também aos significados (conceitos) que, mesmo estando consolidados cientificamente, ganham dinamicidade na teia de sentidos. Na dialética da relação entre sentidos e significados, significações vão sendo produzidas; e estas, embora sejam singulares, pois são provenientes de sujeitos que as constroem internamente, são sociais, já que o individual é, por natureza, social, criado nas e pelas relações.

Assim, o processo de elaboração conceitual é desencadeado quando se cria um ambiente em que há a produção desses múltiplos sentidos e sua articulação aos significados. No entanto, tão importante quanto a criação de um ambiente de produção de significações múltiplas é a sistematização oral ou escrita das ideias que emergiram no decorrer de uma tarefa. Isso porque, na perspectiva vigotskiana, é o emprego consciente da palavra que desencadeia o desenvolvimento de novos conceitos. E esse emprego é alcançado a partir da comunicação de ideias e hipóteses, a qual prescinde de reflexão, em que as generalizações vão se tornando mais elaboradas.

A elaboração de hipóteses, conjecturas e “definições”, de modo oral ou escrito, bem como a manipulação de modelos, o trabalho com desenhos de formas geométricas e a linguagem gestual constituem-se práticas de letramento matemático escolar, uma vez que giram em torno da linguagem. No momento em que o aluno se vê diante da necessidade de comunicar suas ideias, organiza seu pensamento, concebendo-o por meio da língua materna, comunicando-se. Todavia, como essas ideias são constituídas durante as aulas de Geometria, não somente a língua materna compõe a estrutura dessa comunicação, mas também a linguagem matemática, que, ao constituir o diálogo, passa a ser refletida e a ganhar novos sentidos, em que os significados vão sendo ampliados, em um movimento de negociação de conjecturas, convencimento e validação de hipóteses.

Nesse processo em que a língua materna e a linguagem matemática se articulam dialogicamente e se complementam, outros códigos acabam sendo evocados. Vimos nas unidades de análise que — no momento em que as palavras se tornam, por si só, insuficientes, ineficientes ou incompletas para a expressão oral de uma ideia — os gestos são utilizados, em uma tentativa de complementação, que tenta suprir a falta de termos adequados. Como os conceitos geométricos possuem natureza figural, um aluno que inicia o processo de aprendizagem de tais conceitos necessariamente carece dos gestos ou dos desenhos para expressar suas ideias. Assim, as diversas funções psíquicas

superiores — imaginação, memória, linguagem, atenção — interconectam-se e se afetam mutuamente.

Vale ressaltar que a linguagem gestual não era estratégia exclusiva dos alunos. Em vários dos episódios selecionados para esta investigação, percebemos o emprego dos gestos também como prática da professora, que os utilizava na tentativa de aproximar a linguagem matemática, muitas vezes formal e rebuscada demais para crianças dessa faixa etária (8 e 9 anos), da realidade de seus alunos.

A prática de socialização das significações produzidas ao final da aula, por meio da interação entre os grupos, também é compreendida por mim como letramento matemático escolar, bem como a produção dos registros escritos e do diário de aprendizagens. Isso porque, na síntese das ideias, os conceitos trabalhados e a linguagem matemática devem ser evocados e organizados.

Nesse conjunto de ações, norteadas por práticas de letramentos, percebo a constituição de um ambiente investigativo, em que questionamentos e problematizações vão sendo suscitados no decorrer da elaboração de conceitos geométricos. Esses questionamentos e problematizações nascem das interações entre alunos e/ou entre alunos e professora, sendo estes orientados por investigações que necessitam: 1) da mediação pedagógica da professora, que tem como papel organizar as ideias e os diálogos suscitados, sistematizar as conclusões e instigar e elaborar novas problematizações; 2) da mediação dos colegas, que põem à prova ou reafirmam as hipóteses lançadas, na interação, no diálogo e nas discussões, por meio de um trabalho compartilhado, em que os conceitos vão sendo elaborados coletiva e colaborativamente; e 3) da mediação do material (desenhos, modelos), o qual constitui o aspecto experimental do pensamento geométrico e contribui para a elaboração das imagens mentais — aspecto intuitivo (PAIS, 1996). Esse ambiente proporciona elementos que servirão como material para a atividade criadora dos alunos.

Mas todo esse movimento e esse ambiente só são possíveis quando existe uma intencionalidade pedagógica. Para que questionamentos e problematizações sejam suscitados, as tarefas propostas devem ser elaboradas dando margem para o surgimento de questões, permitindo que os alunos se engajem em um processo investigativo. Tarefas que visem isso são também práticas de letramento matemático escolar.

Nessa perspectiva, os resultados se aproximam das ideias defendidas por Vigotski (2009a), que afirma que o ensino direto de conceitos é impossível, resultando

na mera assimilação de palavras e na não apropriação de conceitos. Nesse tipo de ensino, a criança utiliza apenas a memória, mas não o pensamento, já que não consegue empregar conscientemente o significado assimilado. Esse método opta pela assimilação de palavras mortas e vazias, em detrimento de um conhecimento vivo, em que teias de sentidos e significados se articulam, em que as significações vão construindo o conceito.

Considero, portanto, que a cultura de sala de aula que propiciou a elaboração conceitual em Geometria é constituída de: práticas de letramento matemático escolar; ambiente de investigação, em que os conceitos são elaborados colaborativamente, via um trabalho compartilhado; intervenção manifestada pela intencionalidade pedagógica, desde a elaboração das tarefas até os questionamentos, as problematizações e a criação de momentos de socialização oral ou escrita das significações produzidas; mediação dos colegas, que põem à prova ou reafirmam as hipóteses e as conjecturas elaboradas; material significativo, composto por modelos que representam os conceitos geométricos; apoio às múltiplas formas de linguagem; e a síntese das significações por meio da palavra (oral e/ou escrita). Tendo em vista esse espaço rico de aprendizagem, considero ter atingido os objetivos propostos para esta pesquisa.

## **7.2 O processo formativo propiciado pela investigação**

Vale ressaltar que o movimento experienciado no decorrer desta investigação é resultado de um processo formativo tanto da professora quanto da pesquisadora. Iniciei o presente texto apresentando meu Memorial de Formação, no qual explicito todo meu percurso formativo, desde a Educação Básica até o Ensino Superior. Minha postura enquanto professora e pesquisadora decorre de uma extensa formação, por meio da qual tive a possibilidade de participar de programas, resultantes de Políticas Públicas voltadas à melhoria da Educação.

A constituição de minha identidade profissional foi sem dúvida afetada positivamente pela inserção no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid), no qual iniciei meu contato e trabalho em sala de aula, como licencianda de um curso de Matemática. A experiência com o Pibid não só contribuiu para minha formação inicial enquanto professora, mas também para minha formação

inicial enquanto pesquisadora, já que foi no programa que me aproximei do campo da pesquisa.

Já inserida no Programa de Pós-Graduação da Universidade São Francisco, tive a oportunidade de participar de grupos como Observatório da Educação (Obeduc), no qual surge minha associação com a professora Cidinéia e a possibilidade de desenvolvimento desta pesquisa. As parcerias estabelecidas dentro do grupo, entre professoras polivalentes, especialistas e professores do Ensino Superior, possibilitam pensar na Educação de forma colaborativa, cria-se, com isso, um ambiente de trocas que é, conseqüentemente, formativo.

A trajetória da professora parceira também é atravessada por ambientes formativos. Sua busca constante por aperfeiçoamento a levou ao mestrado e ao doutorado em Educação. Como salientado na apresentação deste texto, nossa parceria não se restringe ao Obeduc, somos integrantes também de outros grupos de pesquisas e estudos (Grupo Colaborativo em Matemática e Histórias de Formação de Professores que Ensinam Matemática).

Vale ressaltar que tanto esta pesquisa, quanto as investigações de mestrado e de doutorado da professora parceira foram financiadas pelas Capes. Mais uma vez destaco a importância do investimento público para a formação continuada do professor.

Creio que seja importante uma retomada, pois, assim como discutido no decorrer de toda esta investigação, o processo de aprendizagem e desenvolvimento de novos conceitos é gradual e não linear, por isso a necessidade de um trabalho que tenha em vista essa questão. Mas o desenvolvimento do professor também não é linear. Toda a postura investigativa, problematizadora, questionadora da professora Cidinéia, que propiciou a criação da cultura de sala de aula descrita ao longo deste texto, é resultado de um extenso processo formativo, tecido por buscas, aprendizagens e desenvolvimento profissional, obtido em ambientes colaborativos, em que estudos, pesquisas e experiências são compartilhados.

A partir da pesquisa, pude compreender que o constituir-se professora e o constituir-se pesquisadora também são processos. Processos esses, graduais, lentos e constantes, permeados por significações que vão sendo afetadas a cada aula dada, a cada questionamento de um aluno, a cada texto lido, a cada discussão com colegas nos grupos de estudos e pesquisas. Mas é também um processo marcado por tensões:

cumprir prazos, aprender a trabalhar com o outro, respeitar o tempo de aprendizagem de cada um, aceitar críticas ao trabalho desenvolvido, dentre outras.

As considerações feitas até o momento são parciais, já que — à medida que ocorrem novas experiências enquanto professora de Matemática, novas leituras, novos estudos e novas pesquisas forem sendo vivenciadas — novos sentidos serão produzidos, os significados atribuídos aos conceitos da perspectiva histórico-cultural ampliados e, conseqüentemente, as significações e as interpretações para os dados levantados nesta investigação reelaboradas, reconstruídas, ressignificadas.

### 7.3 Novas frentes de pesquisa

No início deste texto sinalizei que algumas pesquisas dentro do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* da Universidade São Francisco já discutiram o tema “Geometria”; delas, a única que trabalhou com o desenvolvimento da Geometria em sala de aula foi a pesquisa de Santos (2011). Creio que as discussões aqui levantadas avançam com relação a essa pesquisa, no sentido que se pautam mais profundamente em elementos da perspectiva histórico-cultural. O movimento de significações e o processo de elaboração de conceitos geométricos foram amplamente abordados no decorrer de todo o texto. Mas creio que reflexões sobre as contribuições da imaginação para a criação de gestos e imagens mentais de conceitos geométricos ainda devam ser aprofundadas.

O emprego de recursos tecnológicos também foi limitado nesta investigação. Utilizamos as fotografias e as videograções como forma de registrar as produções dos alunos e, posteriormente, socializá-las com a classe, promovendo diálogos a partir dessas fotos e/ou desses vídeos. A fotografia também foi empregada como recurso para a complementação das escritas no diário de aprendizagens. No entanto, não usamos a fotografia como recurso para identificar a percepção do espaço, como realizado na investigação de Santos (2011), e não utilizamos *softwares* como recursos para a visualização e a construção de formas (planas, espaciais e planificações) e para a percepção de espaço e transformações provenientes de rotações e translações.

Ficam como novas frentes de pesquisa as seguintes questões:

- 1) Se a imaginação se constrói de elementos tomados da realidade, das vivências, de que forma os recursos tecnológicos (fotografias, vídeos, *softwares* para a

construção e visualização de formas, espaços e transformações) podem contribuir como material para a imaginação, na criação de imagens mentais em Geometria?

- 2) Qual a relação entre os gestos e as imagens mentais criadas nas aulas de Geometria? Eles são uma recriação materializada dessas imagens mentais? Precedem a elaboração dos desenhos ou eles (gestos e desenhos) coexistem?

Assim como para a criança a aprendizagem de uma nova palavra é apenas o início de um longo e gradual desenvolvimento, para mim a aprendizagem de alguns conceitos da perspectiva histórico-cultural é também apenas o começo de uma longa trajetória formativa. As considerações tecidas ao longo deste texto são apenas significações que fui capaz de produzir até o presente momento.

## REFERÊNCIAS

ANDRADE, José Antônio Araújo. **O ensino da geometria**: uma análise das atuais tendências, tomando como referências as publicações nos Anais dos ENEM's. 2004. 259f. Dissertação (Mestrado em Educação)– Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2004.

ANDRÉ, Marli Eliza D. A. **Estudo de caso em Pesquisa e Avaliação Educacional**. Brasília: Líber Livro Editora, 2005. (Série pesquisa, v. 3).

\_\_\_\_\_. **Etnografia da prática escolar**. 10. ed. Campinas: Papyrus, 1995. (Série Prática Pedagógica).

BAGNE, Juliana. **A elaboração conceitual em matemática por alunos do 2º ano do ensino fundamental**: movimento possibilitado por práticas interativas em sala de aula. 2012. 206 p. Dissertação (Mestrado em Educação)– Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2012.

BARBOSA, Tatyana Mabel Nobre; PASSEGGI, Maria da Conceição (Org.) **Memorial Acadêmico**: gênero, docência e geração. Natal: EDUFRN, 2011.

BERTINI, Luciane de Fátima; BERTINI, Nacir Aparecida. Explorando a geometria com as crianças das séries iniciais do ensino fundamental. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife. **Anais...** Recife: CIAEM, 2011. p. 1-10.

BETERELI, Kelly Cristina. A parceria universidade-escola possibilitando reflexões sobre os modelos de formação docente e as avaliações externas. In: NACARATO, Adair Mendes; SOUZA, Daniela Aparecida de; BETERELI, Kelly Cristina (Org.). **Entrecruzando vozes e olhares**: letramentos, avaliações externas e cotidiano escolar. Campinas: Mercado de Letras, 2013.p.229-259.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral . Coordenação Geral do Ensino Fundamental. **Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental**. Brasília, 2012. Disponível em:<[http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&view=download&alias=12827-texto-referencia-consulta-publica-2013-cne-pdf&category\\_slug=marco-2013-pdf&Itemid=30192](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=12827-texto-referencia-consulta-publica-2013-cne-pdf&category_slug=marco-2013-pdf&Itemid=30192)>. Acesso em: 24 abr. 2016.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. **Provinha Brasil**. 2016. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/provinha-brasil/apresentacao>>. Acesso: 10 dez. 2016.

BUCIANO, Maria Fernanda Pereira. **Eu seguro sua mão na minha para fazermos juntos o que eu não posso fazer sozinha**: narrativa e reflexões da experiência de uma professora no trabalho pedagógico construído em diálogo com seus alunos e alunas. 2012. 333f. Dissertação (Mestrado em Educação)– Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2012. Disponível em: <<http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=000868605>>. Acesso: 07 jul. 2016.

BUNZEN, Clecio. Os significados do letramento escolar como uma prática sociocultural. In: VÓVIO, Cláudia; SITO, Luanda; GRANDE, Paula De (Org.). **Letramentos**: rupturas, deslocamentos e repercussões de pesquisas em linguística aplicada. Campinas: Mercado de Letras, 2010. p. 99-120.

CAPORALE, Silvia Maria Medeiros. **Escrever e compartilhar histórias de vida como práticas de (auto) formação de futuros professores e professoras de matemática**. 2016. 241f. Tese (Doutorado em Educação)– Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba. Disponível em: <<http://www.usf.edu.br/galeria/getImage/427/30066105960574898.pdf>>. Acesso: 01 jul. 2016

CHARLOT, Bernard. **Da relação com o saber**: elementos para uma teoria. Tradução Bruno Magne. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

CHARMAZ, Kathy. **A construção da teoria fundamentada**: guia prático para análise qualitativa. Porto Alegre: Artmed, 2009.

CLOT, Yves. Vygotski: para além da Psicologia Cognitiva. **Pro-posições**, Campinas, v. 17, n. 2 (50), p.19-30, 2006. Disponível em: <[http://www.proposicoes.fe.unicamp.br/proposicoes/textos/50\\_dossie\\_clot\\_y.pdf](http://www.proposicoes.fe.unicamp.br/proposicoes/textos/50_dossie_clot_y.pdf)>. Acesso em: 7 jun. 2013.

COSTA, Jorge Luís. **Provas e validações em Geometria em um grupo de dimensão colaborativa**. 2008, 164f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2008.

DAVIS, Philip J.; HERSH, Reuben. **A experiência matemática**. Tradução João Bosco Pitombeira. Rio de Janeiro: F. Alves, 1986.

DOMINICÉ, Pierre. O processo de formação e alguns dos seus componentes relacionais. In: NÓVOA, António; FINGER, Matthias (Org.). **O método (auto)biográfico e a formação**. Natal: EDUFRN; São Paulo: Paulus, 2010. p. 81-95.

DRABIK, Vivian Ribeiro. **Algoritmos da divisão**: oralidade e escrita nas práticas de numeramento-letramento escolares. 2008. 157f. Dissertação (Mestrado em Educação)– Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2008.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino de Matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas, ano 3, n. 4, p. 1-38, 1995.

FLICK, Uwe. **Introdução à pesquisa qualitativa**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

FONSECA, Maria Conceição Ferreira Reis. Conceito(s) de numeramento e relações com o letramento. In: LOPES, Celi Espasandin; NACARATO, Adair Mendes. **Educação Matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidades**. Campinas: Mercado de Letras, 2009. p. 47-60.

FONSECA, Maria Conceição Ferreira Reis; CARDOSO, Cleusa de Abreu. Educação Matemática e letramento: textos para ensinar Matemática, Matemática para ler o texto. In: LOPES, Celi Espasandin; NACARATO, Adair Mendes. **Escritas e leituras na Educação Matemática**. Campinas: Mercado das Letras, 2005. p. 63-76.

FONTANA, Roseli; CRUZ, Nazaré. **Psicologia e Trabalho Pedagógico**. São Paulo: Atual, 1997.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 25. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996. (Coleção Leitura).

FREITAS, Maria Teresa de Assunção. A pesquisa de abordagem histórico-cultural: um espaço educativo de constituição de sujeitos. **Revista Teias**, Rio de Janeiro, v. 10, n.19, p. 1-12, 2009.

FRIEDRICH, Janette. **Lev Vigotski: mediação, aprendizagem e desenvolvimento: uma leitura filosófica e epistemológica**. Tradução Anna Rachel Machado e Eliane Gouvêa Lousada. Campinas: Mercado das Letras, 2012.

GEERTZ, Clifford. **A interpretação das culturas**. Rio de Janeiro: LTC, 1989.

GERDES, Paulus. **Sobre o despertar do pensamento geométrico**. Curitiba: Editora da UFPR, 1992.

GINZBURG, Carlo. **Mitos, emblemas, sinais: morfologia e história**. Tradução Federico Carotti. São Paulo: Companhia das Letras, 1989.

GÓES, Maria Cecília Rafael de. A abordagem microgenética na matriz histórico-cultural: uma perspectiva para o estudo da constituição da subjetividade. **Cadernos Cedex**, Campinas, n. 50, p. 9-18, 2000.

GÓES, Maria Cecília Rafael de; CRUZ, Maria Nazaré da. Sentido, significado e conceito: notas sobre as contribuições de Lev. Vigotski. **Pro-posições**, v. 17, n. 2(50), maio-ago. 2006, p. 31-45.

GRANDO, Regina Célia; NACARATO, Adair Mendes. **Estudos e pesquisas de práticas de letramento matemático escolar e de formação docente. Projeto Observatório da Educação (Edital 2012)**. Itatiba: USF, 2012.

\_\_\_\_\_. O letramento matemático escolar: práticas de professoras dos anos iniciais In: Colóquio Internacional de Letramento e Cultura Escolar, 5., 2014, Belo Horizonte.

**Anais:** Contraposição e integração de estudos sobre literacia e cultura escrita. CEALE-UFMG: Belo Horizonte, 2014. p.1-12.

HIEBERT, James et al. **Making sense:** teaching and learning mathematics with understanding. Portsmouth: Heinemann, 1997.

IBGE. Bragança Paulista: síntese do município. In: \_\_\_\_\_. **Cidades.** Brasília, 2016a. Disponível em: <<http://cidades.ibge.gov.br/v3/cidades/municipio/3507605>>. Acesso: 9 dez. 2016.

\_\_\_\_\_. Nepomuceno. In: \_\_\_\_\_. **Cidades.** Brasília, 2016b. Disponível em: <<http://cidades.ibge.gov.br/v3/cidades/municipio/3144607>>. Acesso: 09 dez. 2016.

INEP. **ANA.** Brasília, 2013. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/saeb/ana>>. Acesso em: 10 dez. 2016.

KLEIMAN, Angela B. Modelos de letramento e as práticas de alfabetização na escola. In: \_\_\_\_\_(Org.). **Os significados do letramento:** uma nova perspectiva sobre a prática social da escrita. Campinas: Mercado das letras, 1995. p.15-61.

LACERDA, Cristina B. F. de. **Oralidade, desenho e escrita:** o processo de construção do conhecimento. São Paulo: Cabral, 1995.

LARROSA, Jorge. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. **Revista Brasileira de Educação,** Rio de Janeiro, n. 12, p. 20-28, jan.-fev.-mar.-abr. 2002.

LUCIO, Claudia Cristiane Bredariol. **Práticas de letramento matemático narradas por professoras que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental.** 2015. 173 p. Dissertação (Mestrado em Educação)– Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2015.

LUVISON, Cidinéia da Costa. **Mobilizações e (Re)significações de conceitos matemáticos em processos de leitura e escrita de gêneros textuais a partir de Jogos.** 2011. 208f. Dissertação (Mestrado em Educação)– Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2011.

MARQUESIN, Denise F. B. **Práticas compartilhadas e a produção de narrativas sobre aulas de Geometria:** o processo de desenvolvimento profissional de professoras que ensinam Matemática. 2007. 242f. Dissertação (Mestrado)– Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2011.

MENDES, Jackeline Rodrigues. Matemática e práticas sociais: uma discussão na perspectiva do numeramento. In: MENDES, Jackeline Rodrigues; GRANDO, Regina C. (Org.). **Múltiplos olhares:** matemática e produção de conhecimento. São Paulo: Musa, 2007. p.11-29.

MENDES, Rosana Maria. **A formação do professor que ensina matemática, as Tecnologias de Informação e Comunicação e as comunidades de prática:** uma relação possível. 2013. 285f. Tese (Doutorado em Educação Matemática)–Instituto de

Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2013. Disponível em:  
<[http://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/102110/mendes\\_rm\\_dr\\_rcla.pdf?sequence=1](http://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/102110/mendes_rm_dr_rcla.pdf?sequence=1)>. Acesso: 01 jul. 2016.

MOREIRA, Kátia Gabriela. **A sala de aula de Matemática de um 1º ano do Ensino Fundamental**: contexto de problematização e produção de significados. 2015. 151f. Dissertação (Mestrado em Educação)–Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2015.

MOURA, Jónata Ferreira de. **Narrativas de vida de professores da educação infantil na constituição da formação docente**: as marcas e as ausências da matemática escolar. 2015. 177f. Dissertação (Mestrado em Educação)– Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2015.

NACARATO, Adair Mendes. A escrita nas aulas de matemática: diversidade de registros e suas potencialidades. **Leitura: Teoria & Prática**, Campinas, v.31, n.61, p.63-79, nov. 2013.

\_\_\_\_\_. A formação matemática das professoras das séries iniciais: a escrita de si como prática de formação. **Bolema**, Rio Claro, v. 23, n. 37, p. 905-930, dez. 2010.

\_\_\_\_\_. **Educação continuada sob a perspectiva da pesquisa-ação**: currículo em ação de um grupo de professoras ao aprender ensinando geometria. 2000. 344f. Tese (Doutorado em Educação)–Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

\_\_\_\_\_. Geometria no Ensino Fundamental: fundamentos e perspectivas de incorporação no currículo das séries iniciais. In: SISTO, Firmino; OBRANSKY, Enid; MONTEIRO, Alexandrina (Org.). **O cotidiano escolar**: questões de leitura, matemática e aprendizagem. Petrópolis: Vozes; Bragança Paulista:USF, 2001. p.84-99.

NACARATO, Adair Mendes; GOMES, Adriana Aparecida Molina; GRANDO, Regina Célia. (Org.) **Experiência com geometria na escola básica**: narrativas de professores em (trans)formação. São Carlos: Pedro & João Editores, 2008.

NACARATO, Adair Mendes; PASSOS, Cármen Lúcia B. **A Geometria nas séries iniciais**: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: EdUFSCAR, 2003.

NAJMANOVICH, Denise. **O sujeito encarnado**: questões para pesquisa no/ do cotidiano. Rio de Janeiro: DP&A, 2001.

OLIVEIRA, Marta Kohl. **Vygotski, aprendizado e desenvolvimento**: um processo sócio-histórico. São Paulo: Scipione, 1993.

OBMEP. **Apresentação**. Rio de Janeiro, 2016. Disponível em:  
<<http://www.obmep.org.br/apresentacao.htm>>. Acesso: 13 de setembro de 2016.

PAIS, Luis Carlos. Intuição, experiência e teoria geométrica. *Zetetiké*, Campinas, v.4, n. 6, p. 65-74, jul.-dez. 1996.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. **Representações, interpretações e prática pedagógica**: a geometria na sala de aula. 2000. 348f. Tese (Doutorado em Educação)–Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

PAVANELLO, Regina M. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. *Zetetiké*, Campinas, ano 1, n. 1, p. 7-17, 1993.

\_\_\_\_\_. **O abandono do ensino da geometria**: uma visão histórica. 1989. 196f. Dissertação (Mestrado em Educação)–Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

PELLATIERI, Mariana. **Letramentos matemáticos escolares nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2013.126f. Dissertação (Mestrado em Educação)– Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2013.

PINO, Angel. **As marcas do humano**: às origens da constituição cultural da criança na perspectiva de Lev S. Vigotski. São Paulo: Cortez, 2005.

PINTO, Gláucia Ulina. **Imaginação e formação de conceitos escolares**: examinando processos dialógicos na sala de aula. 2010. 162f. Tese (Doutorado em Educação)– Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade Metodista de Piracicaba, Piracicaba, 2010.

POWELL, Arthur; BAIRRAL, Marcelo. **A escrita e o pensamento matemático**: Interações e potencialidades. Campinas: Papyrus, 2006. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

PRADO, Guilherme do Val Toledo; SOLIGO, Rosaura. **Memorial de Formação**: quando as memórias narram a história da formação. 2005. Disponível em: <[http://www.academia.edu/1861809/Memorial\\_de\\_forma%C3%A7%C3%A3o\\_quando\\_as\\_mem%C3%B3rias\\_narram\\_a\\_hist%C3%B3ria\\_da\\_forma%C3%A7%C3%A3o](http://www.academia.edu/1861809/Memorial_de_forma%C3%A7%C3%A3o_quando_as_mem%C3%B3rias_narram_a_hist%C3%B3ria_da_forma%C3%A7%C3%A3o)>. Acesso: 06 jul. 2016.

SACRISTÁN, J. Gimeno. **Poderes instáveis em educação**. Tradução Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

SANTOS, Cleane Aparecida dos. **Fotografar, escrever e narrar**: a elaboração conceitual em geometria por alunos do quinto ano do ensino fundamental. 2011. 169f. Dissertação (Mestrado em Educação)– Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2011.

SANTOS, Cleane Aparecida dos; NACARATO, Adair Mendes. **Aprendizagem em Geometria na Educação Básica**: a fotografia e a escrita na sala de aula. São Paulo: Autêntica, 2014.

SMOLKA, Ana Luiza Bustamante. Ensinar e significar: as relações de ensino em questão ou das (não) coincidências nas relações de ensino. In: SMOLKA, Ana Luiza Bustamante; NOGUEIRA, Ana Lúcia Horta. (Org.). **Questões de desenvolvimento humano: práticas e sentidos**. Campinas: Mercado das Letras, 2010. p. 107-128.

\_\_\_\_\_. O (im)pertinente na apropriação das práticas sociais. **Caderno Cedes**, Campinas, ano XX, n. 50, p. 26-40, abr. 2000.

\_\_\_\_\_. Sobre significação e sentido: uma contribuição à proposta de rede de significações. In: ROSSETTI-FERREIRA, Maria Clotilde et al. (Org.). **Rede de significações e o estudo do desenvolvimento humano**. Porto Alegre: Artimed, 2004. p. 35-49.

STIEG, Vanildo. **Alfabetização no contexto do discurso do letramento: propostas e práticas**. São Carlos: Pedro & João Editores, 2014.

STREET, Brian V. **Letramentos sociais: abordagens críticas do letramento no desenvolvimento, na etnografia e na educação**. São Paulo: Parábola, 2014.

\_\_\_\_\_. Los nuevos estudios de literacid. In: ZAVALA, Virginia; NIÑO-MURCIA, Mercedes; AMES, Patricia.. **Escritura y Sociedad**. Lima: Red para el Desarrollo de las Ciencias Sociales en el Peru, 2004. p. 81-107.

VYGOTSKI, Lev S. **A construção do pensamento e da linguagem**. Tradução Paulo Bezerra. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2009a.

\_\_\_\_\_. **A formação social da mente**. 7. ed. Tradução José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto e Solange Castro Afeche. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

\_\_\_\_\_. **Imaginação e criação na infância: ensaio psicológico: livro para professores**. Apresentação e comentários Ana Luiza Smolka. Tradução Zoia Prestes. São Paulo: Ática, 2009b.

\_\_\_\_\_. **Obras Escogidas**. Organização geral Amélia Álvarez e Pablo del Rio. Madri: Visor, 1993. v. 2.

\_\_\_\_\_. **Obras Escogidas**. Organização geral Amélia Álvarez e Pablo del Rio. Madri: Visor, 1995. v. 3

\_\_\_\_\_. **Obras escogidas**. Organização geral Amélia Álvarez e Pablo del Rio. Madri: Visor, 1996. v. 4

ZANELLA, Andréa Vieira. et al. Questões de método em textos de Vygotsky: contribuições à pesquisa em psicologia. **Psicologia e Sociedade**, Belo Horizonte, v. 19, n.2, p. 25-33, 2007.

**APÊNDICE A – Tarefas propostas para o trabalho com conceitos geométricos no  
3º ano**

<b>Data</b>	<b>Tarefa proposta</b>	<b>Descrição da tarefa realizada</b>	<b>Potencialidades</b>
07/05/2015	Tarefa1: <i>Classificação de figuras geométricas</i>	Foi entregue aos alunos uma caixa contendo diversos modelos de superfícies poliédricas e não-poliédricas, uma folha com várias formas geométricas planas e espaciais e outra contendo uma tabela de classificação, em que os alunos deveriam agrupar as formas de acordo com critérios ou características comuns.	- Trabalhar com as formas de representação de um conceito (modelo e desenho); - Diferenciar figuras planas e figuras espaciais.
21/05/2015	Término da socialização da Tarefa1 e Tarefa2, denominada <i>Trabalhando com as faces de superfícies poliédricas</i>	Foi solicitado aos alunos que levassem embalagens que possuíssem formas semelhantes às dos sólidos discutidos na aula anterior. O objetivo era identificar a forma das faces que compunham as embalagens e, posteriormente, trabalhar com as planificações das superfícies poliédricas. Os alunos deveriam, utilizando tinta guache, pintar os lados das embalagens e utilizá-las como carimbo, verificando a forma plana.	- Explorar, a partir da manipulação, embalagens em formato poliédrico; -Reconhecer faces de superfícies poliédricas.
28/05/2015	Tarefa 3: <i>Trabalhando com planificações</i>	Foi solicitado aos alunos que manuseassem as embalagens trabalhadas na Tarefa 2, reconhecendo as características e as formas planas que as compõem. <i>Em seguida, foi solicitado que imaginassem como seria o desenho da embalagem completamente aberta. As embalagens foram abertas para confrontarmos os desenhos produzidos com o formato da caixa aberta.</i> O objetivo era que os alunos trabalhassem com a planificação de superfícies poliédricas. Por fim, os estudantes deveriam escrever uma definição de planificação.	- Planificar superfícies poliédricas; - Interagir com as transformações do espaço tridimensional para o plano bidimensional e vice-versa; - Conhecer o conceito de face.
11/06/2015	Retomada da Tarefa 3 e Tarefa 4, chamada <i>Faces das superfícies poliédricas</i>	Foi entregue aos alunos uma folha de atividades contendo um quadro de duas colunas: a primeira possuía, em cada linha, o desenho	- Reconhecer, a partir do desenho, as faces que compunham alguns

		de um poliedro; e a segunda era reservada para que os alunos colassem as formas planas que compunham as faces das formas espaciais. Também foi entregue um anexo contendo diversas formas planas, para serem recortadas. O objetivo era o trabalho com as faces. Ao final, a proposta era elaborar uma definição para face.	poliedros; - Aproximar-se do conceito de face.
17/06/2015	Retomada das discussões sobre faces e Tarefa 5, <i>Trabalhando com o Geoplano</i>	Foram retomadas as discussões sobre planificações e faces com a leitura dos diários de Dav e Nad. A partir das discussões, Ge questionou sobre <i>a planificação da esfera</i> . Foi entregue aos alunos o Geoplano e uma folha contendo algumas formas geométricas planas e espaciais que deveriam ser reproduzidas nele. No decorrer da tarefa, surgiram questionamentos que nos levaram a trabalhar com a <i>vista frontal</i> , e a <i>lateral (perspectiva)</i> .	- Diferenciar figuras planas e espaciais; - Identificar faces de figuras espaciais; - Trabalhar com a ideia de perspectiva.
20/08/2015	Tarefa 6: <i>Planificação do cilindro e trabalho com vértices e arestas</i>	Foi questionada, por uma aluna (Ge), na aula anterior, a planificação do cilindro, durante a discussão sobre a planificação da esfera. Portanto, foi retomado esse diálogo no início desta aula, por meio da leitura do diário de Ge. Levamos as fotos das possíveis planificações do cilindro, feitas pelos alunos, para que analisassem e pensassem novamente sobre essa planificação. Requisitamos também que refletissem sobre um modelo em forma cilíndrica, construído em cartolina, para que, depois da discussão, fosse desmontado, a fim de que os alunos verificassem se a planificação construída por eles era possível. Em seguida, os alunos deveriam montar, a partir da observação de uma forma espacial (cubo e paralelepípedo), sua representação, utilizando	- Identificar as formas que compõem o cilindro e o modo como elas devem ficar organizadas em sua planificação; - Retomar a diferença entre as faces de um poliedro e representar sua planificação; - Trabalhar com as diversas formas de representação de um conceito geométrico; - Reconhecer a quantidade de vértices e arestas do cubo e do paralelepípedo; - Lidar como

		<p>palitos de churrasco e bolinhas de massinha de modelar para fixar e unir os palitos. Depois, com a folha de atividades, deveriam preencher o quadro fornecido, indicando quantos palitos e quantas bolinhas foram utilizados para a montagem da representação. Os palitos foram identificados como arestas e as bolinhas como vértices. Ao final, a turma deveria escrever uma definição para aresta e outra para vértice. <i>A partir desta tarefa foram trabalhadas as questões relacionadas às diversas formas de representação.</i></p>	<p>conceito de aresta e vértice a partir da construção de esqueletos de superfícies poliédricas.</p>
27/08/2015	Continuação da Tarefa 6	<p>Foi montado o esqueleto da pirâmide de base quadrada, do tetraedro e do prisma de base triangular. Surgiu, a partir dos questionamentos de um dos alunos (A1), a <i>ideia referente à rigidez do triângulo. Para a discussão, foi solicitado aos alunos que construíssem representações de quadrados, retângulos e triângulos, e que tentassem movimentar a forma construída, procurando modificar sua estrutura inicial. Eles perceberam que tanto o quadrado quanto o retângulo podiam ser modificados, mas isso não acontecia com o triângulo. O fato se devia à propriedade de rigidez.</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Trabalhar o conceito de aresta e vértice a partir da construção de esqueletos de superfícies poliédricas;</li> <li>- Reconhecer a quantidade de vértices e arestas da pirâmide de base quadrada e do tetraedro;</li> <li>- Identificar a propriedade de rigidez do triângulo;</li> <li>- Refletir sobre a ideia de que o quadrado e o retângulo podem ser transformados em outros polígonos quando mantemos as medidas de seus lados, mas arrastamos seus vértices.</li> </ul>
01/09/2015	Tarefa 7: <i>Classificação dos sólidos geométricos</i>	<p>Foi entregue uma caixa de sólidos geométricos e solicitado que eles fossem separados em grupos, seguindo uma característica comum. O objetivo era a classificação em poliedros e não-</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Classificar sólidos geométricos — poliedros e não-poliedros ou corpos redondos;</li> </ul>

		<p>poliedros. Em seguida, foi solicitado que guardassem os não poliedros e separassem os poliedros em dois grupos apenas. O objetivo agora era a classificação em prismas e pirâmides. Finalizamos nomeando cada uma das superfícies, apesar de a maioria já ter sido trabalhada nas tarefas anteriores.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Classificar poliedros — prismas e pirâmides;</li> <li>- Lidar com a nomenclatura de alguns poliedros e não-poliedros.</li> </ul>
15/09/2015	<p>Tarefa 8: <i>O comprimento do retângulo que compõe a planificação do cilindro. A rigidez do triângulo. O “Cilindro Feio”.</i></p>	<p>Foi feita uma revisão sobre poliedros e não poliedros, prismas e pirâmides. <i>Nesta tarefa retomamos a questão da planificação do cilindro, agora questionando sobre o tamanho do círculo e do retângulo que compunham essa planificação, se existia relação entre eles. O desafio era descobrir a relação que existia entre eles, e novamente os alunos optaram pela construção da planificação. Em seguida, retomamos a discussão sobre a rigidez, apresentando um vídeo disponível no youtube, mostrando a aplicabilidade dessa propriedade em construções civis.</i> Finalizamos a aula com a leitura do livro <i>O Cilindro Feio</i> (OSMAR GUELLI, s/d<sup>40</sup>). O objetivo era que as crianças criassem um final para a história. Isso deveria ser feito por meio de escrita e desenhos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Relacionar o comprimento do retângulo com o dos círculos que compõem a planificação do cilindro.</li> </ul>
06/10/2015 22/10/2015 27/10/2015	<p>Tarefa 9: <i>Construção de uma planta baixa da sala de aula</i></p>	<p>Foi proposto o trabalho com ideias referentes à perspectiva, à geometria espacial, às figuras planas, unidades de medida e à redução de figuras. Foi pedido aos alunos que construíssem uma planta baixa da sala de aula. Eles partiram da medição das dimensões da sala de aula utilizando um barbante e, em seguida, realizaram dobras até que as dimensões pudessem ser representadas no papel.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Trabalhar com a ideia de vista superior para a representação da sala de aula numa planta baixa;</li> <li>- Interagir com os polígonos;</li> <li>- Lidar com medidas de comprimento;</li> <li>- Utilizar as unidades de medida de</li> </ul>

<sup>40</sup> Texto digitalizado que não contém data (s/d).

			<p>comprimento não-padronizadas (barbante) e padronizadas (metros e centímetros);</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Reduzir figuras;</li> <li>- Usar instrumentos de medida de comprimento (trena, régua e esquadro);</li> <li>- Discutir sobre o ângulo de 90° e sua construção a partir do esquadro;</li> <li>- Construir quadrados e retângulos usando régua e esquadro;</li> <li>- Refletir sobre a escala.</li> </ul>
19/11/2015 01/12/2015 03/12/2015	Tarefa 10: <i>Elaboração de um presépio e de uma árvore de Natal</i>	<p><i>Foi confeccionada, para finalizar o trabalho com a Geometria, uma árvore de Natal, enfeitada com modelos de superfícies poliédricas e não-poliédricas construídas pelos alunos e foi montado um presépio a partir das peças do Tangram. Foi feita a leitura sobre a história do Tangram e posteriormente apresentada uma das muitas lendas referentes ao jogo. Em seguida, fizemos a construção coletiva do Tangram e fornecemos modelos de imagens elaborados a partir das peças do jogo para que os alunos escolhessem os personagens que iriam compor o presépio.</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Confeccionar modelos de prismas e pirâmides;</li> <li>- Narrar uma das lendas e a história do Tangram;</li> <li>- Construir o Tangram;</li> <li>- Compor figuras para a elaboração dos personagens que iriam integrar o presépio.</li> </ul>