UNIVERSIDADE SÃO FRANCISCO
Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação

ELIZANGELA DA SILVA GALVÃO

INTERAGIR, COMUNICAR, REFLETIR: AMBIENTE DE APRENDIZAGEM MATEMÁTICA NUMA PERSPECTIVA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Itatiba
2014

UNIVERSIDADE SÃO FRANCISCO
Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação

ELIZANGELA DA SILVA GALVÃO

INTERAGIR, COMUNICAR, REFLETIR: AMBIENTE DE APRENDIZAGEM MATEMÁTICA NUMA PERSPECTIVA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação.

Linha de Pesquisa: Matemática, cultura e práticas pedagógicas.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Adair Mendes Nacarato.

Itatiba
2014

Ficha catalográfica

371.399.51 G171i	Galvão, Elizangela da Silva. Interagir, comunicar, refletir: ambiente de aprendizagem matemática numa perspectiva de resolução de problemas / Elizangela da Silva Galvão. -- Bragança Paulista, 2014. 191 p. Dissertação (mestrado) – Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco. Orientação de: Adair Mendes Nacarato. 1. Educação matemática. 2. Resolução de problemas. 3. Mediação pedagógica. 4. Apropriação de estratégias. 5. Interação. 6. Negociação de significações. 7. Elaborações conceituais. I. Nacarato, Adair Mendes. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada pelas bibliotecárias do Setor de Processamento Técnico da Universidade São Francisco

UNIVERSIDADE SÃO FRANCISCO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU*

EM EDUCAÇÃO

Elizangela da Silva Galvão defendeu a dissertação **"INTERAGIR, COMUNICAR, REFLETIR: AMBIENTE DE APRENDIZAGEM MATEMÁTICA NUMA PERSPECTIVA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS"** aprovada no Programa de Pós Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco em 27 de fevereiro de 2014 pela Banca examinadora constituída pelos professores:

Adair Mendes Nacarato

Profa. Dra. Adair Mendes Nacarato
Orientadora e Presidente

Profa. Dra. Regina Célia Grando
Examinadora

Profa. Dra. Maria Auxiliadora Bueno Andrade Megid
Examinadora

Campus Bragança Paulista	Av. São Francisco de Assis, 218 - Jd. São José - CEP 12916-900 / Tel.: 11 2454.8000 / Fax: 4034.1825
Campus Campinas - Unidade Cambuí	R. Cel. Silva Teles, 700 prédio C - Cambuí - CEP 13024-001 / Tel.: 19 3779.3370
Campus Campinas - Unidade Swift	R. Waldemar César da Silveira, 105 - Swift - CEP 13045-510 / Tel.: 19 3779.3300 / Fax: 3779.3321
Campus Itatiba	R. Alexandre Rodrigues Barbosa, 45 - Centro - CEP 13251-900 / Tel.: 11 4534.8000 / Fax: 4534.8015
Campus São Paulo	R. Antonieta Leitão, 129 - Freguesia do Ó - CEP 02925-160 / Tel.: 11 3411.2950 / Fax: 3411.2978

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelo dom da vida, pela saúde, por mostrar Sua Presença junto a mim quando mais necessitei, por cumprir Suas promessas em minha vida.

Aos meus pais, Odilon e Helena, pela educação que me deram, pelas orações, pela ajuda moral e emocional; vocês são exemplos de vida e de fé para mim.

Ao meu amado filho, Victor, razão da minha vida, por entender minha ausência.

Ao meu querido esposo, Ronaldo, por compreender minha ausência, mesmo estando perto, pelo apoio, compreensão e incentivo.

Às minhas amadas irmãs Elidian e Ednéia, além de irmãs são as melhores amigas que alguém pode ter, pelo apoio, pelos conselhos, pelas conversas *pedagógicas* que sempre contribuem para o meu crescimento pessoal e profissional.

À minha querida professora e orientadora, Adair Mendes Nacarato, pelo apoio incondicional nos momentos difíceis, pela dedicação, pelo incentivo e por acreditar em minha capacidade.

À professora Regina Célia Grando, professora durante a graduação e a pós-graduação, pelos ensinamentos e contribuições que enriqueceram meu trabalho.

À professora Maria Auxiliadora Bueno Andrade Megid pelas contribuições no momento do Exame de Qualificação que foram fundamentais para a composição da versão final da pesquisa.

À coordenadora Cleide Barbosa de Olinda, da E.M.E.B. Prof.ª Maria Gemma Rela Reinaldo, por confiar e acreditar em meu trabalho, pela ajuda e orientação em meus primeiros anos de docência.

Aos meus queridos alunos, que estarão sempre comigo em meu coração, por compartilharem essa experiência tão importante, por permitirem que eu aprendesse com vocês, pelo carinho dispensado a mim durante o ano todo, por participarem do meu processo de desenvolvimento pessoal e profissional.

À Lúcia Ramalho, por cuidar com tanto carinho da minha casa e de meu filho como se fosse o seu.

A todos os colegas e professores do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* da Universidade São Francisco, que compartilharam momentos de discussões enriquecedoras, pelo crescimento proporcionado ao longo do curso.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

[...] ensinar não se esgota no "tratamento" do objeto ou do conteúdo, superficialmente feito, mas se alonga à produção das condições em que aprender criticamente é possível. E essas condições implicam ou exigem a presença de educadores e de educandos criadores, instigadores, inquietos, rigorosamente curiosos, humildes e persistentes.

Paulo Freire

GALVÃO, Elizangela da Silva. **Interagir, comunicar, refletir: ambiente de aprendizagem matemática numa perspectiva de resolução de problemas.** 2014. 191p. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade São Francisco, Itatiba, SP.

RESUMO

A presente pesquisa, de abordagem qualitativa, caracterizada como pesquisa da própria prática, foi realizada em um 2º ano do ensino fundamental em uma escola do município de Itatiba/SP, no ano de 2012. A professora assumiu um duplo papel: o de professora e de pesquisadora. Teve como referencial teórico a perspectiva histórico-cultural e, como questão norteadora, a seguinte indagação: "Como o processo de mediação da professora e do compartilhamento de ideias na sala de aula possibilita a apropriação de estratégias pelos alunos para a resolução de problemas?". O objetivo principal foi compreender como os alunos se apropriam das estratégias de resolução de problemas quando trabalham de forma compartilhada em sala de aula. Desse objetivo geral decorreram os objetivos específicos: 1) Identificar formas de mediação da professora em sala de aula que contribuíram para o desenvolvimento dos alunos; 2) Compreender como o movimento de socialização de ideias e estratégias possibilita a circulação de significados matemáticos em sala de aula; e 3) Identificar se os alunos se apropriam ou não das diferentes estratégias de resolução de problemas apresentadas em sala de aula. A documentação foi constituída de: registros orais (audiogravações das aulas) e escritos dos alunos e do diário de campo da pesquisadora. A análise dos dados centrou-se nas dinâmicas interativas e análise de episódios que trouxeram: 1) evidências da possibilidade da construção de um ambiente de aprendizagem na sala de aula; 2) indícios de apropriações de estratégias de resolução de problemas apresentadas pela professora e pelos colegas a partir das socializações onde o diálogo e a trocas se fizeram presentes; 3) momentos nos quais os alunos se assumiram coautores no processo de ensino e de aprendizagem, de modo a participar de forma interativa; e 4) dinâmica nas aulas de matemática, produzindo significações sobre conceitos de adição, subtração, multiplicação e divisão em sala de aula. A pesquisa também evidenciou que, embora tenham apresentado avanços significativos, nem todos os alunos atingiram o desenvolvimento esperado pela professora/pesquisadora.. Entretanto, possibilitou que a professora/pesquisadora produzisse novos significados sobre sua prática docente e sobre a pesquisa em sala de aula.

Palavras-chave: Mediação pedagógica; Apropriação de estratégias; Interação; negociação de significações; Elaborações conceituais; Resolução de problemas.

ABSTRACT

Interacting, communicating, reflecting: learning environment for mathematics under a problem solving perspective

ABSTRACT

The qualitative research herein, carried out within its practice, was held at a school in the city of Itatiba/SP, with a 2nd grade group from Primary School, in 2012. The teacher played a double role: as a teacher and as a researcher. Her theoretical referential was the historical-cultural perspective and her driving question was “How do the teacher’s mediation process and the sharing of ideas in the classroom enable the students’ appropriation of strategies for problem solving?”. The main aim was to understand how students learn problem solving strategies when they work in a shared way in the classroom. From this general objective derived some specific aims: 1) Identify ways for teacher’s mediation in the classroom that contributed to the students’ development; 2) Understand how ideas sharing and strategies enable the circulation of mathematics meanings in the classroom; and 3) Identify whether students grasp or not the different problem solving strategies presented in the classroom. The documentation consisted in: oral (audio-recordings of the lessons) and written records done by the students and extracted from the researcher’s field diary. The data analysis was centered in the interactive dynamics and analysis of the episodes which revealed: 1) evidences of the possibility for building up a learning environment in the classroom; 2) signs of appropriation of problem solving strategies presented by the teacher and the classmates, during socialization moments in which dialogues and exchanges were present; 3) moments on which the students played the role of co-authors of the teaching and learning process by participating interactively; and 4) dynamics in the mathematics lessons, building up meaning for the concepts of addition, subtraction, multiplication and division in the classroom. The research has also evidenced that not all the students reached the development expected by the teacher/researcher, although they demonstrated significant improvement. It has also enabled the teacher-researcher to produce new meanings for her teaching practice and for the research in the classroom.

Key words: Pedagogical mediation; strategies appropriation; interaction; negotiation of meanings; conceptual elaboration; problem-solving.

SUMÁRIO DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

No campo educacional, muitas vezes, a escolha do objeto de investigação está diretamente relacionada com a trajetória do pesquisador. Comigo não foi diferente. Desta forma, no início deste texto, quero me apresentar ao leitor trazendo elementos da minha trajetória pessoal e profissional e como esta influenciou a escolha do meu objeto de investigação: a sala de aula e o contexto de resolução de problemas.

Minha trajetória pessoal e profissional: constituindo-me professora/pesquisadora

Sou a quinta filha do total de seis filhos de um casal de missionários evangélicos. Nasci na cidade de Feira de Santana, no estado da Bahia. Quando nasci, meus pais já haviam percorrido sete estados do Brasil atendendo ao trabalho missionário realizado por eles. Apesar de ser da Bahia, não fui criada neste Estado, pois com poucos meses de vida meus pais foram chamados para assumirem uma igreja em São Paulo. Assim, ainda bebê, mudei-me para a periferia de São Paulo. Lembro-me que ali vivi até os nove anos, depois nos mudamos para Itatiba, onde permaneço até hoje.

Apesar das constantes mudanças vivenciadas por mim e por meus irmãos, as lembranças de minha infância e adolescência sempre foram boas, pois fomos criados em um ambiente de carinho, amor e respeito.

Meus pais nasceram na década de 1930, no nordeste brasileiro, sendo que meu pai frequentou a escola até a terceira série; já minha mãe a frequentou somente por alguns dias, pois "indisciplinada" para os padrões da época e, assim, não pôde concluir os estudos. No entanto, suas irmãs se formaram professoras e, mais tarde, diretoras de escolas. Esse fato, aliado à força de vontade de minha mãe, contribuiu para que ela fosse alfabetizada e destaco que, com êxito, pois até hoje, aos 77 anos de idade, ela tem como costume ler a Bíblia inteira uma vez por ano, além de diferentes livros (e ainda nos cobra a fazer o mesmo). Apesar da sua idade realiza cálculos mentais como nenhum de seus filhos; e temos o costume de dizer que queremos o cérebro dela como herança. Tenho orgulho de minha mãe, pois, além do que já mencionei, ela sempre está atualizada sobre os assuntos contemporâneos. Meu pai não concluiu os estudos, pois precisava trabalhar para ajudar no sustento da família. Aprendeu a profissão de marceneiro e, com ela, apesar de atuar como missionário, nos criou com muita dignidade. Defino meu pai como o coração da família e minha mãe como a razão, sempre enxergando além dos fatos evidentes.

E foi nesse ambiente familiar que vivenciei momentos muito bons ao lado de meus pais, de meus três irmãos e de minhas duas irmãs. É claro que tivemos todas as dificuldades que uma família humilde passa, mas, para mim, as lembranças boas sempre se sobressaem a elas

Enquanto estudante, em São Paulo, cursei do primeiro até a metade da terceira série, em uma grande escola que atendia desde o primeiro ano do ensino fundamental até o último ano do “segundo grau” - assim chamado na época. No segundo semestre da terceira série nos mudamos para Itatiba, cidade onde vivi parte de minha infância, adolescência, casei-me, tornei-me mãe e hoje, aqui, escrevo minha trajetória.

Minha educação básica se deu em escola pública. Lembro-me de que sempre gostei das disciplinas de Língua Portuguesa e de História. No entanto, meu relacionamento com a Matemática nunca foi nem de amor nem de ódio, mas uma relação sem muitas afinidades. Nos primeiros anos, lembro-me de quanto tempo ficava em casa fazendo inúmeras vezes as tabuadas, além de procurar tê-las decoradas, pois nunca sabia quando a professora me chamaria até à lousa para resolvê-la ou quando teria chamada oral. Sofri um pouco para compreender o método da divisão com dois números na chave, mas, como sempre, procurava me dedicar a fim de superar as minhas dificuldades.

Na época em que cursei o ensino médio, em Itatiba, os cursos oferecidos na cidade eram cursos técnicos: havia o curso de eletrônica, de mecânica, de magistério, de secretariado e de contabilidade. Apesar de desejar cursar o magistério, por questões de localização e por precisar trabalhar durante o dia, não pude assim fazê-lo, então optei pela contabilidade. Na área da Matemática me identificava com a matemática financeira por acreditar que esta fosse mais próxima à realidade. No entanto, quando “aprendi” equações não tive afinidade nenhuma com esse conteúdo, talvez por não ter significado para mim naquele momento.

Enfim, formei-me técnica em contabilidade, trabalhei na área, mas o desejo de cursar o magistério nunca cessou. Até tentei uma vaga no curso, mas não consegui pelo fato de darem preferência para aqueles que ainda não haviam cursado o ensino médio.

Fui professora de ensino religioso para crianças (Escola Bíblica Dominical) durante mais de uma década, nesse período realizei cursos de formação e de aperfeiçoamento nessa área.

Após me casar e ter meu filho, na época, com onze anos e depois de quinze anos longe da escola, retomei os estudos, cursando Pedagogia na Universidade São Francisco em Itatiba. Foi a realização de um grande sonho, já que enfim poderia me tornar professora. Cursei várias disciplinas e fiquei encantada quando aprendi sobre as hipóteses da escrita que as crianças vivenciam no processo de alfabetização. Foi nessa época que decidi que trabalharia com alunos pertencentes a essa faixa etária, pois queria muito ser alfabetizadora. No entanto, havia muitas dúvidas em relação ao ensino da Matemática, pois tinha consciência de que a alfabetização não se resumia apenas à Língua Portuguesa, mas à Matemática também.

No terceiro ano do curso, conheci a disciplina Metodologia do Ensino da Matemática e descobri que essa disciplina não precisava ser ensinada da mesma forma como eu havia aprendido. Percebi que compreender matemática não era apenas privilégio dos "mais inteligentes", mas que a Matemática poderia ser ensinada e aprendida de maneira prazerosa. Nessas aulas, compreendi que jogando também se aprende matemática. Lembro-me que, enquanto alunas, jogamos "Nunca Dez" e confesso que além de construtivo foi muito gostoso. Compreendi que antes dos métodos, a aprendizagem do conceito é fundamental e que o ensino dessa disciplina pode ser realizado por meio da resolução de problemas. As aulas de geometria foram esclarecedoras, pois meu conhecimento sobre o tema era mínimo. Lembro-me de que montamos sólidos geométricos com canudos e fita crepe e confesso: para nós foi um desafio; éramos instigadas a construí-los e esse desafio me impulsionava na realização das tarefas. Foi uma época muito boa e construtiva para mim.

Diante dessas vivências e constatações, uma dúvida começou a me incomodar: "será que como professora eu seria capaz de ensinar os alunos dessa maneira e não pela qual fui ensinada?". E foi justamente esse questionamento que direcionou a minha inquietação e, por conseguinte, na minha formação de professora/pesquisadora.

A minha constituição em professora/pesquisadora

Em conversa com a Prof.ª Adair Mendes Nacarato, disse a ela que gostaria de conhecer um pouco mais sobre essa metodologia de ensino. Foi então que ela sugeriu-me que fizesse iniciação científica. Dessa forma, me inseri no campo da pesquisa sobre a disciplina tendo como foco da pesquisa o ensino da Matemática por meio da resolução de problemas.

Assim, como aluna de Pedagogia na Universidade São Francisco em Itatiba, pude participar do Projeto de Iniciação Científica como bolsista (PIBIC/CNPq) durante 18 meses na área da Educação Matemática, tendo como orientadora a Prof.ª Dr.ª Adair Mendes Nacarato.

Em um primeiro momento da pesquisa, após um mapeamento realizado nas 25 escolas de Ensino Fundamental do município de Itatiba/SP sobre os livros didáticos de Matemática mais solicitados pelos professores do município junto ao PNLD, identificamos três coleções. Nelas, realizamos uma análise quanto à presença da resolução de problema em cada livro da coleção, bem como uma análise qualitativa, focalizando principalmente os tipos de problemas que os autores priorizam e quais as concepções de resolução de problema que os mesmos adotam.

Identificamos que nas três coleções há uma forte ênfase na resolução de problemas, embora a forma de abordagem seja diferente, o que nos levou a concluir que, mesmo partindo de documentos curriculares únicos e passando pelo mesmo processo de avaliação do PNLD, há diferentes concepções presentes nesses livros didáticos.

A primeira etapa da pesquisa nos impulsionou a dar continuidade nos estudos acerca desse tema. No entanto, a intenção era focar o nosso olhar para a sala de aula, pois na análise dos livros didáticos identificamos situações desafiadoras para os alunos.

Assim, em parceria com uma professora de um 3º ano do ensino fundamental do município de Itatiba, iniciamos a segunda etapa da pesquisa. Com a colaboração da professora da sala e da orientadora da pesquisa, selecionamos oito situações-problema que foram trabalhadas em sala de aula, embasadas na proposta de Van de Walle (2009) e em autores que se pautam na perspectiva histórico-cultural, em particular, nos estudos vigotskianos.

A pesquisa realizada nesse período proporcionou momentos de reflexão sobre o papel do professor como mediador no processo de produção de conceitos matemáticos dos alunos, no processo de ensino e de aprendizagem como um todo e na construção de um ambiente que favoreça a relação entre professores e alunos. Um dos fatores que chamou minha atenção foi o fato de as crianças desenvolverem suas próprias estratégias para resolução de problemas em momentos que ainda não conheciam a “operação” exigida pela situação proposta, mas que, por meio de suas estratégias pessoais conseguiram compreender o conceito do problema.

O momento da socialização das estratégias utilizadas pelos alunos suscitou em mim um questionamento: “Como o processo de mediação da professora e do compartilhamento de ideias na sala de aula possibilita a apropriação de estratégias pelos alunos para a resolução de problemas?”. Tal questionamento me impulsionou a buscar conhecimentos mais substanciais, não com a pretensão de respondê-lo, mas com o intuito de conhecer um pouco mais sobre como se constitui esse processo de apropriação de conhecimentos matemáticos por parte dos alunos, nas práticas discursivas em sala de aula.

Assim, em 2012, no meu segundo ano em sala de aula como professora de um 2º ano do ensino fundamental do município de Itatiba/SP, diante dos desafios vivenciados em meu primeiro ano em sala de aula e com desejo de cursar Mestrado em Educação, passei pelo processo seletivo da Pós-graduação *Stricto Sensu* com meu projeto aprovado e, sob a orientação da Prof.ª Dr.ª Adair Mendes Nacarato, ingressei no Mestrado.

Iniciando o mestrado e definindo o objeto de investigação

Nos dois primeiros semestres cursei seis disciplinas. Confesso que foi um grande desafio para mim esse primeiro ano, pois tive que me desdobrar e desempenhar diferentes papéis: de mãe, de esposa, de professora, de pesquisadora, de aluna e de filha, visto que meus pais são meus vizinhos e precisam de atenção. No início, achei que não conseguiria, mas aos poucos as coisas foram se ajustando e fui encontrando meu ritmo para desempenhar estes papeis.

As disciplinas cursadas foram esclarecedoras e de suma importância para meu crescimento acadêmico, mas também para me reconhecer enquanto um ser que produz história e cultura. Por meio das disciplinas, compreendi ainda mais o significado do papel do professor como mediador no processo de ensino e aprendizagem, da relevância da qualidade das tarefas e do diálogo em sala de aula. Minha única frustração foi não ter condições de cursar uma disciplina que teve como foco os estudos de Vigotski, a qual era importantíssima para a escrita desta dissertação e, sobretudo, para a minha formação. No entanto, a disciplina foi oferecida no período vespertino e como era o mesmo período em que eu estava lecionando não pude cursá-la. Essa frustração me faz refletir sobre a necessidade do professor ter um tempo específico para se dedicar aos estudos, principalmente a uma pós-graduação que exige dele um grande esforço. Porém, minha realidade foi esta e a ela tive que me adaptar para poder cursar o Mestrado em Educação e, enfim, realizar mais um projeto de vida.

As diferentes disciplinas cursadas despertaram em mim diversos sentimentos e elucidações acerca de nossa constituição histórica e social. Esse foi o caso da disciplina *Pesquisas no e do cotidiano escolar*. Nas aulas, nas leituras e nas discussões do grupo, conheci o que significa o cotidiano e por que não, dizer os cotidianos. Particularmente, compreendi melhor as ciências como a Filosofia, a Sociologia e a História, haja vista que eu tinha um conhecimento superficial nessas áreas. Tal fato contribuiu para minha formação e também para a minha pesquisa, já que esta foi realizada no cotidiano escolar.

As leituras de autores como Heller (1992), Certeau (1994) e Pais (2003), e, posteriormente, as discussões realizadas em grupo, mostraram-me o cotidiano como um todo e a sua importância para se entender o sujeito comum inserido no mundo e na história, sendo este produtor de culturas e história.

As leituras posteriores proporcionaram um melhor e maior entendimento sobre o cotidiano escolar, suas prescrições, suas regras, suas subversões, seus atores, sua dinâmica, suas especificidades e, principalmente, que cada escola possui sua história, pois os sujeitos que a ela pertencem são únicos. Assim, nenhuma escola é igual à outra, mesmo que esteja localizada no mesmo bairro de uma mesma cidade, elas possuem suas singularidades, o que as torna únicas.

Em Heller (1992) percebi que, por vezes, no cotidiano escolar emitimos juízos sobre determinado bairro, comunidade ou aluno sem termos uma real dimensão da realidade e esses juízos provisórios podem se transformar em juízos fixos ou pré-conceitos. Tal fato se configura como um agravante para a prática pedagógica que, por sinal, tem-se desgastado, principalmente na atualidade. Como professores, precisamos ser capazes de romper com esses precedentes para podermos tomar decisões e não cair em estado de alienação no que se refere às dificuldades que enfrentamos diante do que vivemos na escola. Mas, devemos tentar sempre buscar o novo, o rompimento com a alienação política ou profissional.

Isso me fez refletir sobre a importância do olhar, da preparação, das convicções do professor diante da escola que se configura hoje. Entendi que precisamos considerar o aluno, a escola, a comunidade como produtores de história e culturas, bem como buscar entendê-los de modo a olhar sim para esse ambiente escolar, mas tendo em vista os fatores externos que os envolvem. Se assim for feito (não sei se é possível, ou apenas uma utopia), a alienação, os juízos provisórios, os pré-conceitos poderão ser amenizados e a sociedade como um todo será beneficiada.

As leituras me permitiram acreditar que a escola precisa ser uma comunidade e, apesar de não atuar nessa área, creio que a formação de professores dentro da própria escola pode ser uma alternativa para essa constituição de comunidade escolar, pois, além do trabalho do professor se configurar um trabalho solitário – até mesmo por questão de sobrevivência, quando este é obrigado a participar de cursos de formação fora da escola – ele não o faz de forma espontânea ou com desejo. A escola precisa ser um lugar de aprendizagem para o professor também e um lugar de trocas; quando isso ocorre, essa escola se fortalece, torna-se uma comunidade, passa a ter uma identidade, oferecendo ao professor um sentimento de pertencimento. "Na medida em que minha individualidade "constrói" o grupo a que pertenço, "meus" grupos convertem-se paulatinamente em comunidades". (HELLER, 1992, p.66).

Em minha pesquisa com os alunos tenho convicção de que compartilhar ideias representa um caminho promissor para a compreensão matemática. Diante disse questiono-me: se os professores também tivessem essas convicções acerca de diferentes desafios que enfrentam, será que a educação estaria como nos dias de hoje? Como profissionais, precisamos nos sentir uma comunidade. Acredito que o compartilhamento de princípios e de valores gera no grupo o desejo de que o que foi elaborado e discutido por ele venha a dar certo, o que gera um sentimento de comunidade. E, quando nos sentimos parte de uma comunidade, o individualismo presente na profissão docente tende a diminuir.

Em Certeau (1994), o que mais me chamou a atenção foi esse movimento de estratégias e táticas, assunto discutido na História Cultural, até então desconhecido por mim. Compreendi que o termo estratégia tem uma conotação diferente do que é usado na Matemática,. O autor trabalhou com dois conceitos: de estratégias e de táticas. Por exemplo: em sua obra, ao citar Foucault, Certeau (1994) discorre sobre o poder dos que estão no controle, quer seja sobre os corpos ou sobre as mentes, apontando que os sujeitos submissos a essas estratégias de dominação criam meios de subversão por meio de táticas. Quanto mais explícita for uma estratégia, mais implícita será a tática ou quanto mais claras forem as regras, as táticas são criadas com maior facilidade.

> Uma distinção entre estratégias e táticas parece apresentar um esquema inicial mais adequado. Chamo de estratégia o cálculo (ou a manipulação) das relações de forças que se torna possível a partir do momento em que um sujeito de querer e poder (uma empresa, um

> exército, uma cidade, uma instituição científica) pode ser isolado. A estratégia postula o lugar suscetível de ser circunscrito como algo próprio a ser a base de onde se podem gerir as ações com uma exterioridade de alvos ou ameaças (os clientes, ou os concorrentes, os inimigos, o campo em torno da cidade, os objetivos e os objetos de pesquisa, etc.) (CERTEAU, 1994, p. 99).

Na educação isso também ocorre, quer entre professores e sistema, quer entre alunos e professores. Os professores que precisam frequentar cursos de formação assim o fazem, no entanto, a maneira como eles ressignificam o que lhes foi “instruído” pode ser totalmente alterado quando este vai para sala de aula “aplicar o conteúdo”. Por outro lado, os alunos também criam táticas para burlar a disciplina exigida, as tarefas e o controle que lhes são impostos.

Em Pais (2003), compreendi que a sociologia da vida cotidiana interessa-se pelos processos nos quais a micro e as macroestruturas são produzidas, “são as práticas sociais produtoras, na sua quotidianeidade, na realidade social”. (PAIS, 2004, p. 45).

O pesquisador do cotidiano precisa ter um olhar de “vadiagem” e, sendo assim, ele não pode estar “preso” a uma teoria pré-estabelecida, nem querer tomar as rédeas da pesquisa de maneira que tudo saia como planejado, mas precisa, principalmente, ser um pesquisador viajante que tenta captar o que o cotidiano traz e tentar interpretá-lo.

Apesar de não atuar neste campo de pesquisa, creio que na pesquisa da própria prática na educação – apesar de pré-estabelecermos um foco e delimitarmos um objetivo – não precisamos (e não devemos) nos prender a ele, pois a pesquisa vai se constituindo em seu próprio percurso. Nela, o pesquisador também necessita sentir-se como um viajante nesse caminho, ter um olhar acurado para os fatos considerados corriqueiros, mas que são muito importantes para a compreensão do ambiente escolar.

Entendi que no âmbito escolar preciso olhar não somente para os alunos e a sala de aula, mas para a gestão escolar, a gestão municipal, para a escola com suas especificidades e sua constituição histórica. Isso me fez refletir sobre a importância da pesquisa sobre o cotidiano, no caso, o cotidiano escolar, já que por meio dessas pesquisas é possível compreender que, apesar de possuirmos um currículo nacional e único (o macro), o ensino, a aprendizagem, as representações, os significados dependem muito da subjetividade de cada indivíduo, suas experiências de vida, sua formação social e cultural (micro), tanto no que se refere ao aprender e ao ensinar, quanto ao pesquisar. Vale ressaltar que para o professor e pesquisador é essencial ter um olhar crítico, buscando sempre questionar o porquê das coisas e situações que se apresentam de modo a procurar ressignificar e interpretar os fatos a fim de contribuir para o processo educacional.

Outra disciplina que agregou conhecimentos e que foi de extrema relevância para a constituição dessa pesquisa foi *O conhecimento matemático escolar.* As leituras e as discussões realizadas proporcionaram em mim conflitos sobre minha prática, que me fizeram refletir, romper com meus medos e arriscar mais em minhas mediações. Passei a compreender a importância de dar autonomia aos alunos, no sentido de permitir que eles errem e reflitam sobre seus erros, o que significou superação para mim e crescimento para os alunos.

Dentre muitos textos lidos e discutidos nessa disciplina, o mais significativo foi "Making Sense", de Hiebert et. al. (1997). A leitura e o estudo coletivo do livro proporcionaram-me momentos de reflexão e de mudança de postura no que se refere ao papel do professor e pesquisador em sala de aula. Os capítulos abordaram sobre a natureza das tarefas; a importância da comunicação entre os alunos - seja ela de aluno com aluno ou aluno com professor; a importância do uso das ferramentas em sala de aula e que a Matemática não é uma disciplina para poucos "iluminados", e, sim, que todos podem aprender e fazer Matemática. Tudo foi salutar para meu processo de crescimento enquanto professora/pesquisadora.

Como estava em processo de produção de dados para a pesquisa, dois capítulos do livro, bem como as discussões sobre eles, me chamaram a atenção. Primeiramente, foi o capítulo sobre a *Natureza das tarefas de sala de aula,* por meio do qual compreendi que os alunos aprendem a partir das tarefas; no entanto, o tipo de tarefa que oferecemos a eles é que pode fazer a diferença. Essas tarefas precisam permitir que os alunos vivenciem situações desafiadoras que os mobilizem a resolvê-las usando as habilidades e conhecimentos já processados.. Quando isso ocorre, a tarefa passa a ser uma atividade para os alunos. Além disso, elas precisam envolver a reflexão e a comunicação, pois assim ocorrem os processos de desenvolvimento e entendimento. Nesse sentido, as tarefas são a chave para a aprendizagem, pois levam ao exercício da reflexão. Reflexão significa pensar novamente sobre algo de modo a relacionar com algum conhecimento já adquirido, a comunicação ocorre quando o aluno partilha de métodos de desenvolver, de resolver e de responder questões sobre como utilizou suas estratégias pessoais para resolver um problema.

Assim, na fase de planejamento das tarefas tentei oferecer aos alunos tarefas que os fizessem entrar em atividade e que os mobilizasse em resolvê-las. Confesso que na maioria dos grupos isso ocorreu e eu me senti satisfeita com o resultado, mas sempre há um ou outro aluno que não se consegue "atingir". Esse fato foi algo que também pude compreender melhor nas discussões que tive com a Prof.ª Regina Grando. Compreendi que nem todos os alunos possuem o mesmo grau de interesse naquele momento para aprender, ou seja, a qualidade das tarefas e a atuação do professor são fatores significativos para o desenvolvimento do aluno, mas o aluno também precisa sentir-se interessado e motivado em aprender. Esse esclarecimento me deixou um tanto quanto aliviada, pois como professora, surge um grande conflito ao perceber que nem todos os alunos se interessam pelo objeto de estudo; por vezes, pensei que a proposta não era boa ou que a minha atuação não correspondia às expectativas dos alunos.

Outro capítulo do livro que me chamou a atenção estava relacionado com a *comunicação fazer parte da cultura de sala de aula.* Essa cultura é construída quando os alunos trabalham juntos e comunicam com seus pares, com a turma e com o professor, as suas ideias, suas habilidades e suas percepções quanto à Matemática. O trabalhar "junto" permite a constituição de uma comunidade que pode estabelecer ricos ambientes de desenvolvimento de compreensões matemáticas. A comunicação permite que os alunos percebam e compreendam que existem outros caminhos, seja ao explicitarem como pensaram ou identificando aspectos então despercebidos, ou seja, a linguagem pode organizar os pensamentos.

Em minha pesquisa, enquanto trabalhei com os alunos, percebi a importância da comunicação em sala de aula. As discussões desse capítulo me fizeram refletir e me impulsionaram a mudar posturas que antes eu considerava apropriadas. Por exemplo, em certas ocasiões, no momento da socialização das estratégias que os alunos desenvolviam ao resolver o problema, quando eu percebia que o grupo não explicava a estratégia, eu mesma a explicava. Posteriormente, entendi que é fundamental que o próprio aluno tente explicar para a turma como ele pensou, mesmo que sua estratégia não dê conta de resolver o problema. Quando isso ocorre, os momentos de comunicação e reflexão que culminam em sala de aula são ricos, pois os alunos se envolvem nas estratégias apresentadas, apontam os erros ou acertos e criam novas possibilidades, o que resulta num aprendizado coletivo e significativo para eles.

Em suma, a leitura de todos os capítulos do livro trouxe crescimento e contribuições para mim enquanto professora/ pesquisadora. Salientei apenas esses dois, pois foram os que vivenciei com mais ênfase no processo de produção de dados para a pesquisa.

Além dos aspectos sociais, históricos, culturais e matemáticos, para que essa pesquisa tivesse "solidez", sua metodologia necessitou ser bem elaborada. Para tal, as aulas de *Processos de produção e análise de pesquisas em educação* foram esclarecedoras. Além das leituras e discussões relacionadas à disciplina, tive a oportunidade de ler e analisar as dissertações de Mengali (2011) e Bagne (2012), que por sinal se aproximavam da minha pesquisa, pois foram construídas em um ambiente de sala de aula.

A leitura das dissertações possibilitou-me a aproximação e um melhor entendimento da estrutura de uma pesquisa na perspectiva histórico-cultural, que valoriza o sujeito como um sujeito-histórico cultural e que deve ser considerado em sua totalidade.

Essas percepções foram possíveis pela clareza na descrição da metodologia. Todas as escolhas e procedimentos metodológicos ficaram claros para mim como leitora que também fui convidada a uma análise pessoal dos dados.

Como tive que desempenhar dois papeis, o de professora e o de pesquisadora, e construir minha pesquisa no cotidiano escolar, ampliei meus conhecimentos sobre conceitos abordados por Esteban (2003), sobre conceitos de deriva, de tradução e do paradigma indiciário.

Compreendi que *deriva* significa dizer que o pesquisador do cotidiano está sempre nesse movimento, no entanto ele não se encontra a esmo, e que essa deriva é fundamental, pois:

> A deriva conecta os fragmentos aos processos mais amplos, indicando que o ordinário, o insignificante, o episódio – são expressões singulares das interações humanas que carregam marcas da trama social na qual se constituem. Nos atos cotidianos se traduzem elementos significativos para a interrogação e a investigação. (ESTEBAN, 2003. p. 204).

Os fragmentos parecem insignificantes, mas quando são colocados juntos têm visibilidade, a chamada "colcha de retalhos" que é essa conexão. O conceito de cumplicidade é enfatizado, pois a deriva "nos ajuda a compreender o processo através do qual os sujeitos vão sendo singularmente marcados em processos coletivos e neles vão deixando suas marcas singulares." (p. 202).

Sobre o conceito de tradução, esse é um processo construído por meio da negociação e da negação, sendo instável, limiar, "resultado de uma compreensão que sempre pode ser modificada por ter como origem a diferença." (p.205).

Quanto ao paradigma indiciário entendi que as pesquisas no e do cotidiano são sempre baseadas nesse paradigma, pois trabalhamos num terreno movediço, imprevisível e sempre partindo de interpretações que são subjetivas, pois trazem a história do sujeito que o interpreta. Entretanto, o que dá objetividade à pesquisa que é interpretada é sua metodologia, pois:

> Dependendo das fontes que recorro, dos dados que escolho e dos confrontos que travo, posso chegar a conclusões diferentes, sem poder afirmar qual seria a verdadeira. Porém acredito que a explicitação do processo, dos obstáculos, dos desvios, das opções ajuda a configurar um discurso plausível que mesmo sendo contraditado não perde o seu valor no contexto a que se refere. (ESTEBAN, 2003, p. 208).

As leituras e as discussões realizadas me fizeram refletir sobre a escola da forma como ela é pensada hoje. O professor idealiza o aluno; os pais idealizam uma sala de aula, um professor; porém, a escola só pode ser compreendida se todos aceitarem que essa escola idealizada não existe, ela é composta de pessoas que levam para esse ambiente suas histórias de vida, suas frustrações, seus anseios, seus pré-conceitos, sua cultura, no entanto, tudo ainda é muito distante do que deveria ser. Se nos perguntarmos de onde vem esse aluno e essa escola idealizada, veremos que vem do século XVIII, onde a disciplina reinava e o professor era o detentor do saber.

Nos dias atuais, os professores precisam encontrar um caminho para atuar nessa escola que temos hoje; um caminho para isso é a parceria, a problematização e a reflexão, sempre tendo como ponto de partida o cotidiano escolar que necessita ser um cotidiano que vai sendo produzindo. Acredito que um meio para que isso se efetive são as pesquisas no e do cotidiano.

Destaco aqui que a constituição dessa pesquisa se deu em um cotidiano micro, ou seja, meu olhar, enquanto pesquisadora , esteve voltado para dentro de uma sala de aula, para sua dinâmica, para o seu cotidiano e por que não dizer, para o movimento de ensino e de aprendizagem da Matemática. A partir do meu olhar, essa sala foi interpretada por mim, entretanto, tal interpretação não se configura a única, mas pode ser vista de maneiras diferentes, de acordo com o olhar de quem a analisa.

Assim, diante de minhas vivências, mencionadas até aqui, iniciei a produção desta pesquisa, cujo relatório é apresentado no presente texto.

Organização do relatório da pesquisa

A construção desta pesquisa ocorreu em um ambiente de resolução de problemas em sala de aula, permeado pela comunicação e pela circulação de conceitos matemáticos.

A pesquisa foi realizada em um 2° ano do ensino fundamental de uma escola da rede municipal de ensino da cidade de Itatiba/SP, no ano de 2012, e contou com a participação de 19 alunos com idade entre 06 e 08 anos. Durante a produção dos dados, assumi o duplo papel de professora/pesquisadora. Os dados produzidos foram captados por meio de audiogravações de 26 aulas, dos registros dos alunos e do diário de campo da pesquisadora. A questão norteadora da pesquisa assim se constitui: "Como o processo de mediação da professora e do compartilhamento de ideias na sala de aula possibilita a apropriação de estratégias pelos alunos para a resolução de problemas em Matemática?".

O objetivo principal foi compreender como os alunos se apropriam das estratégias de resolução de problemas quando trabalham de forma compartilhada em sala de aula. Por compartilhamento, entende-se o processo no qual todos se beneficiam mutuamente das ideias que são veiculadas; trata-se do partilhar com o outro e, nesse movimento, ocorrem aprendizagens recíprocas, em que ocorrem não apenas uma produção coletiva, mas também a responsabilidade do aluno para com o outro ao compartilhar a maneira como ele pensou. Portanto, partilhar é dividir, ou seja, um movimento de ida e volta; nesse movimento, o aluno partilha sua ideia e tem a sensibilidade e o respeito de valorizar o pensamento do outro.

Do objetivo geral de compreender a apropriação de estratégias na resolução de problemas, decorrem os objetivos específicos:

1. Identificar formas de mediação da professora em sala de aula que contribuem para o desenvolvimento dos alunos;

2. Compreender como o movimento de socialização de ideias e estratégias possibilita a circulação de significados matemáticos em sala de aula;

3. Identificar se os alunos se apropriam ou não das diferentes estratégias de resolução de problemas apresentadas em sala de aula.

Para atender a esses objetivos organizo o presente texto em cinco capítulos. Na introdução, relato minha trajetória pessoal, estudantil, os momentos vivenciados no curso de Pedagogia, da pesquisa realizada na Iniciação Científica e do processo vivenciado na participação das aulas e dos grupos de estudos da pós-graduação.

No primeiro capítulo, trago o referencial teórico adotado a partir da perspectiva histórico-cultural na qual esta pesquisa se apoiou, pelo fato de acreditar que a construção e as transformações vivenciadas pelo ser humano se dão por meio da interação social entre o meio e entre os pares.

Na busca de compreender e explicar o que caracteriza o ser humano, especificamente o seu processo de aprendizagem, bem como suas necessidades e motivações, busquei embasamentos nos referenciais teóricos de Vigotski[1], bem como de estudiosos dessa perspectiva. Ainda, busquei subsídios em autores específicos de Educação Matemática com a intenção de evidenciar que as contribuições da cultura social da sala de aula, a intencionalidade do professor, a mediação pedagógica e a troca entre os pares podem influenciar na qualidade da aprendizagem matemática.

No segundo capítulo, apresento o processo de construção da pesquisa, os procedimentos, os instrumentos e as escolhas por mim adotados, o cenário onde a pesquisa se configurou, a questão norteadora, o objetivo de pesquisa, bem como o processo de análise dos dados.

No capítulo três, trago a análise da primeira aula de resolução de problemas produzida para a pesquisa, meu diário de campo, os momentos de construção de um ambiente de aprendizagem em sala de aula, os momentos de interação, as vozes, as estratégias e os registros dos alunos. Esse capítulo visa a descrever e analisar o cenário da pesquisa e como esse foi se constituindo.

No quarto capítulo, apresento a análise que teve como foco identificar alguns episódios que evidenciaram a apropriação de estratégias apresentadas pela professora e pelos colegas a partir das socializações; como os alunos assumiram o papel de coautores no ato de ensinar, colocando em xeque a palavra da professora.

No quinto capítulo, analiso alguns casos isoladamente, a fim de mostrar o processo de ensino e de aprendizagem vivenciado pelos alunos e por mim ao longo da realização da pesquisa, de modo a observar se houve desenvolvimento, quais foram significativos e se houve mudança de concepção quanto à Matemática. Posteriormente, reflito sobre as aprendizagens e dificuldades vivenciadas no processo de ser professor/pesquisadora.

Finalmente, apresento algumas considerações sobre a pesquisa como um todo.

---

[1] Nesta pesquisa, optei usar esta grafia para referir-me ao nome Vigotski. Entretanto, em diferentes publicações as citações ao autor podem ter diferentes formas de escrita, ressalto que quando fizer citações usarei a grafia em conformidade com a publicação utilizada.

1. CONSTRUINDO AS BASES PARA A PESQUIS

Neste capítulo, narro os processos que vivenciei para compreender os principais elementos que constituem a perspectiva histórico-cultural que foi sendo construída desde a Iniciação Científica, nas disciplinas cursadas, nas participações em grupos de estudos e nas leituras realizadas no decorrer da escrita desta pesquisa. Apoiei-me em estudiosos dessa área como Rigon, Asbahr e Moreti (2010); Moura (2010); Oliveira (1993); Góes e Cruz (2006); Friedrich (2012); Prestes (2010) e também em publicações do próprio Vigotsky (2009).

Como o foco da pesquisa está na temática sobre resolução de problemas em um ambiente dialógico, de circulação de ideias, de momentos de reflexão e comunicação por parte dos alunos e professora, foi necessário criar um ambiente propício à aprendizagem dos alunos. Para a construção desse ambiente nas aulas de Matemática, busquei embasamentos teóricos em Van de Walle (2009), Hiebert et. al. (1997), Alrø e Skovsmose (2006), dentre outros.

Na primeira seção do capítulo, discuto os principais pressupostos da teoria histórico-cultural, meu diálogo com os autores e minhas vivências como professora/pesquisadora.

Na segunda, apresento os pressupostos que considero serem relevantes para a construção de um ambiente pautado na cultura social de sala de aula, já que, na prática, quando atuei em sala de aula como professora/pesquisadora vivenciei, junto com meus alunos, momentos em que essa construção se fez presente.

1.1 Meus primeiros diálogos com a perspectiva histórico-cultural

Minha aproximação com a perspectiva histórico-cultural se deu enquanto pesquisadora de Iniciação Científica, ainda como aluna da graduação, especificamente no segundo período da pesquisa, quando em parceria com uma professora de um 3º ano, trabalhamos oito situações-problema em sua sala de aula. Para embasar teoricamente o resultado das audiogravações, dos registros dos alunos e do meu diário de campo, tive a oportunidade de ler o livro "A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural[2]". Na época, a leitura e as reflexões sobre o tema foram esclarecedoras para compor a

2 MOURA, Manoel Orisvaldo et. al. A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In: Moura, Manoel Orisvaldo de. (Org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural.** Brasilia – DF: Liber livro, 2010, p. 81-109.

pesquisa. No entanto, durante o mestrado, percebi que necessitava ampliar meus conhecimentos sobre esse campo teórico.

Como mencionei anteriormente, enquanto cursava as disciplinas, a universidade ofereceu aos pós-graduandos uma disciplina pautada nos estudos vigotskianos no período vespertino, porém, neste período, eu estava atuando em sala de aula, fato que me impossibilitou de cursá-la. Vivenciei as dificuldades que enfrentamos quando nos dispomos a fazer um curso de pós-graduação e necessitamos trabalhar concomitantemente; logo, temos que nos adequar e fazer aquilo que nos é possível.

Apesar desse obstáculo, fui me apropriando desse referencial teórico ao participar de um grupo de estudos, bem como pelas orientações de leituras complementares sugeridas por minha orientadora.

O que me chamou a atenção nos referenciais de Vigotski foi o fato de o autor dedicar seus estudos tendo como foco a área da educação, valorizando o papel do professor como mediador no processo de ensino e de aprendizagem, de modo a valorizar as potencialidades da mediação/intervenção pedagógica e vendo a escola como *lócus* de construção do desenvolvimento dos sujeitos, no sentido individual, social, cultural e histórico.

Assim, compreendo que o homem se constitui a partir das relações que ele estabelece em seu contexto social, sendo que esta constituição se deu pelo uso de técnicas de trabalho que foram se aprimorando no decorrer do tempo. Atrelado a esse processo, ocorreu “o desenvolvimento e a complexificação da linguagem articulada, que gera signos que são internalizados e transformam o psiquismo” (RIGON; ASBAHR; MORETI, 2010, p. 15).

Entendo que as formas de vivências culturais definem/ interferem na formação psíquica do sujeito e que sua constituição é o resultado da união do individual (no sentido biológico) com o social e com o cultural. Isto é, ao se inserir e se adaptar à cultura e tudo o que foi desenvolvido ao longo do tempo, o homem torna-se um ser social e cultural, transformando-se, mas também promovendo transformações sociais, culturais e históricas nesse meio. Vale destacar que esse processo de construção em que o sujeito é inserido em um determinado contexto social ocorre sempre atrelado à singularidade que cada ser humano possui, ou seja, essa construção não é determinista, não ocorre da mesma maneira em todos os sujeitos, mas as vivências, as experiências e a personalidade são fatores que contribuem nesse processo.

Nesse contexto, vale se destacar a importância do trabalho, já que, por meio dele, as ações desejadas são planejadas e intencionadas de maneira que o homem passa a dominar a natureza, gerando transformações psicológicas, culturais e históricas. Também é por meio do trabalho que o homem controla seu comportamento, da mesma maneira que exerce soberania para com a natureza.

A cultura atua como uma ampliação daquilo que é biológico no ser humano, visto que há questões biológicas que limitam o homem de realizar certas atividades, como por exemplo, correr 80 quilômetros por hora. No entanto, como ser social e produtor de cultura, ele consegue esse feito através do invento carro.

Ora, se o que distingue o homem do animal é sua capacidade de se socializar e produzir cultura, tal fato somente é possível por meio do pensamento e da linguagem, já que somente o homem é capaz de expressar aquilo que foi pensado pela linguagem.

Os estudos de Vigotski apontam que o processo de desenvolvimento humano não é imediato, mas é sempre mediado por instrumentos e/ou ferramentas que fazem mediações concretas sobre o mundo. Também indicam que é pelos signos que se constitui o meio essencial que domina e dirige o desenvolvimento, conforme também explica Oliveira (1993), ao enfatizar que o signo mediador une-se a sua estrutura como uma parte necessária, ainda mais, como a parte central desse processo como um todo.

Se com as ferramentas a mediação é considerada concreta, o signo (instrumento) realiza essa mediação de maneira simbólica, ou seja, como forma de representação psíquica sobre o mundo que está internalizado no sujeito. Nesse aspecto, destaca-se que os signos são construídos culturalmente, o sujeito desenvolve uma capacidade de representação simbólica ao se inserir em um contexto que lhe oferece estímulos para o desenvolvimento dessa capacidade.

> Essa capacidade de lidar com representações que substituem o real é que possibilita que o ser humano faça relações mentais na ausência dos referentes concretos, imagine coisas jamais vivenciadas, faça planos para um tempo futuro, enfim, transcenda o espaço e o tempo presentes, libertando-se dos limites dados pelo mundo fisicamente perceptível e pelas ações motoras abertas (OLIVEIRA, 1993, p. 26, 27).

Dessa forma, ocorre o processo de apropriação que representa o resultado das relações intrapsíquicas (atividade individual) e das relações interpsíquicas (atividade coletiva), ou seja, nesse movimento do individual ao social ocorre a compreensão de conceitos e de significações. Por conseguinte, podemos afirmar que a aprendizagem não ocorre de forma espontânea e natural ou que dependa apenas das questões biológicas do indivíduo, mas que ela ocorre quando é mediada culturalmente.

Clot (2006) aponta a diferença entre ferramenta (artefato) e instrumento. Salienta que, por vezes, o sujeito dispõe de uma ferramenta, no entanto, não a usa como um instrumento; certas ferramentas são propostas a ele e não são usadas, pois elas não fazem parte da atividade do sujeito. Somente serão usadas aquelas que servirem aos seus próprios objetivos e não aos objetivos que foram postos a ele. Assim, a ferramenta não representa a origem do instrumento, não é a fonte e, sim o recurso da atividade. A esse respeito o autor afirma:

> Faço uma diferença muito importante, porque acredito que esta exista no coração da obra de Vygotski. Há uma diferença entre a *fonte* da atividade, que são sempre os conflitos vivos do sujeito e o *recurso* da atividade, isto é, as ferramentas que o sujeito coloca a seu serviço, transformando os artefatos em instrumentos (CLOT, 2006, p. 24).

Compreendo que a apropriação pelo sujeito somente acontece se as ferramentas que ele dispõe respondem ao jogo de conflitos vivenciados em sua atividade, de modo a se tornarem instrumentos. Assim, as ferramentas atendem aos conflitos da atividade se forem apropriadas *por* ele e não *para* ele.

Os estudos de Clot (2006) diferenciam o conceito de internalização do conceito de apropriação. “A apropriação é um processo de *reconversão* de artefatos em instrumentos, é um verdadeiro processo de recriação” (CLOT, 2006, p. 24).

Compreendo que, ao mesmo tempo em que a significação da palavra é ampla, ela pode ser reduzida. Esse movimento é modificado *pelo* e *no* contexto.

> O processo de apropriação da palavra quer dizer que ela perde significação, mas ganha significação que tira do contexto, da situação de enunciação e da troca entre os sujeitos. Lá, temos um verdadeiro processo de apropriação da palavra, o que quer dizer que a palavra se tornou minha e não que houve uma internalização dela. Não é a interiorização ou internalização da palavra, porque é também um processo de exteriorização do pensamento. É também um processo de subjetivação da palavra e não somente de objetivação do pensamento (CLOT, 2006, p. 24 – 25).

Podemos observar que todos os grupos humanos possuem uma língua, sendo ela o principal instrumento de representação simbólica que os seres humanos dispõem. Acerca disso, Oliveira (1993) afirma que na formação de conceitos esse signo é a palavra, que no início tem como papel um meio na formação de conceitos e depois se torna o seu símbolo.

Observo que a autora utilizou o termo palavra, mas, em diferentes leituras, pude perceber que a linguagem é um termo bastante usual nas traduções dos escritos de Vigotski.

No entanto, quando me refiro à linguagem, esta pode ter múltiplas interpretações, nesse sentido, concordo com Prestes (2010) quando enfatiza que, ao recorrer aos dicionários de língua portuguesa a fim de diferenciar o sentido dos termos linguagem e fala, a autora constatou que **linguagem** é:

> [...] 1. qualquer meio sistemático de comunicar ideias ou sentimentos através de signos convencionais sonoros, gráficos, gestuais, etc.; 2. qualquer sistema de símbolos ou objetos instituídos como signos, código; 3. sistema secundário de sinais ou símbolos criado a partir de uma dada língua; 4. meio de comunicação natural próprio de uma espécie animal [...] (PRESTES, 2010, p. 177).

E que **fala** pode ser o:

> [...] 1. ato ou efeito de falar: a. faculdade que tem o homem de expressar suas ideias, emoções e experiências, e de se comunicar por meio de palavras (signos verbais da linguagem articulada); b. derivação: por extensão de sentido. 2. o uso dessa faculdade: aquilo que se exprime por palavras" (PRESTES, 2010, p. 177).

Prestes (2010), em sua tese, cuja análise foi baseada nas traduções realizadas das obras de Vigotski, defende o uso do termo fala em detrimento da linguagem para definir o que o Vigotski quis expressar ao abordar esse tema. Acredito que para a linguagem podem ser atribuídos diversos sentidos, mas para a fala compreendo como um meio de comunicação realizado por meio da palavra, seja ela oral ou escrita, que tem como objetivo expressar o pensamento.

A esse respeito, compreendo que a fala está ligada ao discurso, que todos os povos têm uma língua própria/materna, sendo ela um objeto essencial para os estudos de Vigotski, de modo que sua função primordial é a comunicação, bem como a relação que ela possui com o pensamento.

O desenvolvimento do pensamento e a palavra estão intrinsecamente ligados e, quando nos referimos à aprendizagem, entendo que ambos possuem o mesmo grau de importância. Em seu livro *Pensamento e linguagem,* Vigotski pontua que:

> Por sua estrutura, a linguagem não é um simples reflexo especular da estrutura do pensamento, razão por que não pode esperar que o pensamento seja uma veste pronta. A linguagem não serve como

> expressão de um pensamento pronto. Ao transformar-se em linguagem, o pensamento se reestrutura e se modifica. O pensamento não se expressa mas se realiza na palavra. (VIGOTSKY, 2009, p. 412).

Sobre a relação entre pensamento e palavra, Friedrich (2012, p. 87) ressalta que não ocorre em processos independentes um do outro, uma vez que "se desenrolam em paralelo e se articulam de vez em quando, mas que eles constituem um único e mesmo processo".

Compreendo que a palavra tem a capacidade de organizar os pensamentos, por vezes, nos damos conta do que pensamos de uma determinada maneira depois que falamos. Além disso, concordo com Bagne (2012, p. 36), ao discorrer que "é nas relações sociais ou nas interações sociais, mediadas pela palavra, que o sujeito internaliza as significações dela decorrentes, a partir de uma interpretação do contexto".

Portanto, no processo de aprendizagem, a comunicação expressa pela palavra constitui-se um elemento de extrema relevância, visto ser através dela que expressamos nosso pensamento, que atribuímos sentido, significado e significações ao objeto de estudo. Sendo assim, considero salutar clarificar o que compreendo por sentido, significado e significações a partir dos estudos de Góes e Cruz (2006).

Sentido é "sempre uma formação dinâmica, variável, que tem diversas zonas de estabilidade diferentes. O significado é apenas uma dessas zonas do sentido, a mais estável, coerente e precisa" (GÓES; CRUZ, 2006, p. 39). Além disso, a significação abrange a união existente entre sentido e significado.

Pautadas nos estudos de Vigotski, as autoras assinalam sobre o *significado*:. "O significado pertence tanto às esferas do pensamento quanto da linguagem, pois se o pensamento se vincula à palavra e nela se encarna, a palavra só existe se sustentada pelo pensamento" (GÓES; CRUZ, 2006, p. 36).

As autoras definem "o significado da palavra como uma generalização, que reflete a realidade num processo diferente daquele que envolve o sensorial e o perceptual, que prenderiam o homem às condições situacionais imediatas" (GÓES; CRUZ, 2006, p. 36).

Diante dessa concepção, creio ser difícil diferenciar se o significado de uma palavra é um fenômeno da palavra ou do pensamento, porém, como o significado de uma palavra representa uma generalização ou um conceito e – considerando que generalização ou conceito são atos de pensamento - estes são fenômenos do pensamento.

Quanto ao *sentido*, as autoras salientam que “o sentido é tematizado por Vigotski principalmente para estabelecer distinções e relações entre a linguagem interna e externa, as características funcionais e estruturais da fala para o outro e para si” (GÓES; CRUZ, 2006, p. 38).

Diante do exposto, creio que o sentido, por ser dinâmico, pode variar de acordo com as vivências e com o contexto de cada sujeito, ou seja, o sentido das palavras é influenciado pela interpretação de mundo, bem como pela personalidade do sujeito.

Para esclarecer essa polissemia existente na interpretação dessas questões, as autoras apontam que:

> Na riqueza dessa formulação, apesar dos aspectos lacunares ou ambíguos já mencionados, a polissemia é posta no centro da linguagem – tanto interna quanto externa, apesar de suas diferenças funcionais [...] a relação entre significado e sentido é uma dialética de forças que compõem a significação da palavra, que não deve ser ignorada no estudo de qualquer dos processos humanos (GÓES; CRUZ, 2006, p. 39).

À medida que me aprofundo nos aportes teóricos baseados nos estudos de Vigotski, passo a entender que a palavra exerce um papel essencial na formação dos conceitos e compartilho com Friedrich (2012, p. 83), ao enfatizar que ela representa “um instrumento psicológico; é com a ajuda das palavras que a criança formará os conceitos”. Logo, a significação da palavra está sujeita a mudanças e ajuda a conceitualizar o mundo.

No que tange o processo de formação de conceitos por parte das crianças, Vigotski discorre três importantes estágios que, embora sejam são claramente separados pelo autor, não há indicação se ocorrem de maneira linear e nem há precisão sobre a faixa etária em que ocorrem. Pautando-me nos estudos de Friedrich (2012), pretendo abordar de forma sucinta tais estágios.

O primeiro estágio é o dos *conceitos sincréticos*; nele, a criança utiliza-se da mesma palavra para designar diferentes objetos. “A ligação produzida entre os objetos designados com a ajuda da palavra baseia-se em uma impressão totalmente subjetiva e pouco estruturada”. (Friedrich, 2012, p. 90). Nesse caso, fica difícil dar algum sentido à palavra da forma pela qual ela é utilizada pela criança, pois a ligação criada por ela e o objeto tem um caráter subjetivo, de modo que a palavra pode ser apenas creditada pela própria criança.

O segundo estágio refere-se aos *conceitos complexos*. Nele, a criança possui a capacidade de entender objetivamente as relações que realmente existem entre as coisas e as pessoas no mundo.

> Os “objetos” são semelhantes pelo sobrenome têm entre eles uma ligação muito específica que não se baseia mais em uma impressão subjetiva, mas que também não têm um caráter lógico. A relação entre os membros de uma família, entre as pessoas que têm o mesmo nome é uma ligação concreta e factual (FRIEDRICH, 2012, p. 91).

No terceiro, encontramos os *conceitos verdadeiros,* o qual é formado quando o sujeito é capaz de abstrair elementos distintos de um grupo de objetos e são submetidos a uma nova síntese. Assim, a abstração é apoiada “na ideia de que o conceito é uma representação do espírito que reúne uma multitude de objetos pela abstração de um traço comum”. (Friedrich, 2012, p. 93).

Percebo que como a interação com o mundo e com tudo que foi constituído cultural e historicamente transforma a natureza e também o homem. Acredito que essa transformação vivenciada pelo humano ocorre de fora para dentro, ou seja, ele é influenciado pelas interações vivenciadas, pelo contexto cultural e histórico que está inserido. Nesse sentido, acredito que o desenvolvimento dos conceitos ocorre por meio da fala de forma gradual na medida em que o sujeito interage com o meio externo e com os outros.

Destaco aqui a importância da escola para o desenvolvimento de conceitos, especificamente de *conceitos científicos,* no caso para as crianças, mas, apesar disso, a formação de conceitos não ocorre necessariamente na escola. Isso porque, desde o nascimento, a criança é inserida em meios sociais como família, vizinhos, igreja, dentre outros e, por meio da interação com diferentes contextos, ela se apropria dos *conceitos cotidianos* que são formados a partir das experiências com o contato direto com o mundo; no entanto, esses conceitos não possuem um nível de abstração muito elevado.

Diferentes dos *conceitos cotidianos*, os *conceitos científicos* encontram na escola o lugar de seu desenvolvimento de modo que na aprendizagem escolar ele se concretiza.

> [...] os conceitos científicos são generalizações de segunda ordem, já que a referência ao mundo que eles operam não é nunca imediata nem direta. Ela sempre se realiza por intermédio de algum outro conceito [...] um conceito científico tem uma relação tanto com os objetos do mundo, quanto com os outros conceitos (FRIEDRICH, 2012, p. 99-100).

Compreendo que os conceitos científicos têm como apoio os conceitos cotidianos, de modo que não poderiam existir sem eles, ademais, um conceito científico só se concretiza dentro de um sistema de conceitos, de modo que os científicos não anulam os cotidianos, mas neles se apoiam para transformá-los.

Tomamos como exemplo a aquisição da linguagem escrita que ocorre, geralmente, no ambiente escolar e é denominada a fase de alfabetização. Esse processo apoia-se na linguagem oral que, por sua vez, exerce o papel de mediadora na etapa de aquisição da linguagem escrita.

> É nesse jogo de dependência entre o escrito e o oral, entre as generalizações de primeira e de segunda ordem, entre os conceitos cotidianos e os conceitos adquiridos na escola que a aprendizagem escolar deve se fundar (FRIEDRICH, 2012, p. 91).

Sabemos que é na escola que a apropriação dos conhecimentos científicos se legitima, fato que me leva a refletir sobre o processo de ensino e de aprendizagem, especificamente, sobre a intencionalidade do processo educativo. Logo, a atividade de estudo necessita ter um objetivo, ela deve garantir a apropriação teórica da realidade por parte dos alunos, pois a função da escolarização é promover a transformação dos sujeitos por meio da assimilação das ações realizadas, dos conceitos científicos e das transformações qualitativas do desenvolvimento cognitivo dos alunos.

Concordo com Moura et. al. (2010), ao enfatizarem que as ações de estudo constituem a atividade de estudo, já que por meio delas os alunos são capazes de "individualizar relações gerais, identificar ideias-chaves da área do conhecimento, modelar relações, dominar procedimentos de passagem das relações gerais à sua concretização e vice-versa." (MOURA et. al., 2010, p. 85). Além do mais, são capazes de realizarem autoavaliações e regulações. Vale ressaltar que, por meio das ações de estudo, o aluno se torna hábil a avaliar o percurso de aprendizagem de uma determinada atividade desde seu início até os resultados obtidos.

Quanto às tarefas de estudo, as ações de estudo e as ações de autoavaliação e regulação são executadas concomitantemente e mediadas pela ação do professor. Dessa forma, os alunos se desenvolvem cognitivamente, pois apreendem conceitos situados historicamente, de maneira sistematizada, organizada e intencional.

Nesse contexto, ressalto a importância do papel do coletivo para a aprendizagem, pois entendo que ela é o resultado de apropriações, de forma que a atividade coletiva fundamenta o processo do desenvolvimento cognitivo, pois trabalha entre o espaço da atividade individual e a atividade coletiva dos alunos.

A esse respeito, Moura et. al. (2010) elencam algumas etapas fundamentais da atividade coletiva que são: 1. A divisão dos procedimentos e das operações iniciais, de acordo com as transformações das estratégias construídas no momento da atividade; 2. Mudanças de ações, a partir da necessidade de desenvolver diferentes estratégias, como meio de transformação comum do modelo; 3. Entendimento coletivo obtido pela troca dos resultados da própria ação e das ações dos outros sujeitos participantes da atividade; 4. Diálogo e troca de compreensão mútua; 5. Estabelecimento de um plano de ação individual, tendo em vista as ações do grupo com intuito de obtenção de resultados; 6. Reflexão, observação que permitam exceder os próprios limites em relação à atividade proposta que, consequentemente, gera uma atitude crítica dos alunos sobre suas ações e as dos outros participantes.

Acredito que as observações dos autores sobre a atividade coletiva fornecem ao professor meios para estabelecer relações entre a aprendizagem e a atividade de ensino; estas, por sua vez, fundamentam a organização de um trabalho pedagógico no qual a comunicação, o diálogo e a divisão de ações se fazem presentes, favorecendo um trabalho coletivo que traz inúmeras contribuições tanto para o aluno quanto para o professor. No entanto, acredito ser salutar ressaltar que tarefa e atividade não se configuram a mesma coisa. Tarefa é um conteúdo previamente escolhido pelo professor a fim de trabalhar em aula com seus alunos, mas a atividade acontece apenas se esses alunos se mobilizarem em realizar a tarefa e se o objetivo do professor que é o de ensinar coincidir com dos seus alunos.

No que tange à atividade, Moura et. al. (2010) se pautam nos estudos de Vigotski (2002), Davidov (1988), Rubstov (1996) e defendem que a atividade pressupõe um caráter social específico e um processo em que os alunos se introduzem na vida intelectual dos sujeitos que os cercam. De modo que a interação entre o aluno e o meio físico e social, tendo como mediadores instrumentos e signos, resultam no seu desenvolvimento cognitivo. Tal compreensão faz-nos refletir sobre o processo de ensino e de aprendizagem, especificamente sobre a intencionalidade do processo educativo, ou seja, a atividade de estudo necessita ter um objetivo, e este deve ser pautar em garantir a apropriação teórica por parte dos alunos.

Em consonância com esse objetivo, a função do estudo é promover a transformação dos sujeitos, por meio da assimilação das ações realizadas, dos conceitos científicos apreendidos e das transformações qualitativas do desenvolvimento cognitivo dos alunos. Além disso, a atividade do professor se constitui na organização do ensino, ou seja, a articulação da teoria e da prática, que permite o movimento de transformação escolar, resultante da transformação dos sujeitos, docentes e alunos.

A partir da reflexão sobre esse tema, pude compreender que a atividade de ensino do professor precisa impulsionar o aluno a desenvolver sua atividade de aprender com prazer, precisa mobilizar seu interesse para se apropriar dos conhecimentos teóricos, bem como ampliar o seu desenvolvimento cognitivo. Nesse movimento, o professor toma consciência do seu próprio trabalho e compreende o papel da escola de acordo com as condições sociais, políticas, econômicas que a permeiam.

Diante disso, as ações de ensino organizadas pelo professor somente atingem sua intencionalidade quando esta se adianta ao desenvolvimento real do aluno. Esse é um aspecto importante da teoria de Vigotski sobre o desenvolvimento. Para ele, esse processo deve ser encarado de maneira prospectiva, ou seja, as ações devem adiantar-se ao desenvolvimento, tendo em vista o que o aluno pode aprender; é nesse ponto em que o professor precisa trabalhar, pois o desenvolvimento está em processo de maturação.

Uma das características do processo de aprendizagem vivenciada pela criança é que ela se desenvolve por meio da imitação, nesse aspecto, acredito que o trabalho coletivo e a mediação feita pelo professor impulsionam a criança nesse processo.

> Assim, o momento central de toda a psicologia da aprendizagem é a possibilidade de que a colaboração se eleve a um grau superior de possibilidades intelectuais, a possibilidade de passar daquilo que a criança consegue fazer para aquilo que ela não consegue fazer por meio da imitação. Nisto se baseia toda a importância da aprendizagem para o desenvolvimento, e é isto o que constitui o conteúdo do conceito de zona de desenvolvimento imediato. A imitação, se concebida em sentido amplo, é a forma principal em que se realiza a influência da aprendizagem sobre o desenvolvimento (VIGOTSKY, 2009, p. 331).

Observo que na escola a criança não aprende a fazer as tarefas sozinhas, mas é por meio de trocas que acontecem, pela explicação do professor ou por parcerias com alunos mais experientes que ela toma conhecimento daquilo que lhe é novidade. “Por isso a zona de desenvolvimento imediato, que determina esse campo de transições acessíveis à criança, e a que representa o momento mais determinante da relação da aprendizagem com o desenvolvimento” (VIGOTSKY, 2009, p. 331).

Dessa forma acredito que a aprendizagem ocorre através de um processo que acontece de fora para dentro e de dentro para fora, ou seja, numa dialética interior/exterior sem fronteiras, por meio das interações que o sujeito vivencia com o mundo ao seu redor. Especificamente no ambiente escolar, defendo a ideia do trabalho coletivo, do diálogo entre os pares, da comunicação bilateral e da mediação pedagógica como formas de alavancar o processo de desenvolvimento do aluno.

A zona de desenvolvimento imediato pode ser definida por duas grandezas que indicam o desenvolvimento iminente[3] e a diferença para com o nível de desenvolvimento atual. Acerca disso, Prestes (2010) pontua que o nível de desenvolvimento real pode ser definido a partir da observação daquelas questões em que a criança consegue resolver sozinha; já o nível de desenvolvimento possível (potencial) da criança pode ser definido quando esta consegue resolver problemas com a ajuda de um colega mais experiente ou com mediações realizadas pelo professor.

Acredito ser necessário que o professor tenha sensibilidade para conseguir visualizar ou enxergar que a criança é capaz de relacionar-se com o objeto de conhecimento, não de maneira autônoma, mas com auxílio de instruções e mediações de um parceiro mais experiente a fim de identificar que ela está num plano de desenvolvimento próximo de se consolidar.

Sob esse prisma, compreendo a importância do ensino – seja na figura de um professor ou de um colega mais experiente – para o processo de aprendizagem dos alunos, ou seja, o ensino representa uma forma absolutamente necessária para o desenvolvimento e apropriação de conhecimentos. Entretanto, não quero afirmar que ocorra uma correspondência direta entre o ensino e o desenvolvimento do sujeito, mas sim que o ensino é uma ferramenta essencial para este possível desenvolvimento.

Não é tarefa fácil, mas para que os professores atinjam suas metas quanto à aprendizagem dos alunos é preciso que consigam transformar seu objetivo de ensino em objetivo de aprendizagem dos alunos. Os alunos precisam desejar obter aquele conhecimento, ao mesmo tempo em que o professor se propõe a ensiná-lo. Para tal, o papel do professor é de suma importância e este precisa atuar como mediador na relação dos alunos com o objeto do conhecimento, de modo a orientar e organizar o ensino. Além disso, suas ações precisam gerar nos alunos a necessidade de compreenderem o conceito, de modo a coincidir os objetivos da atividade de ensino com o objetivo da atividade de aprendizagem.

[3] Prestes (2010) defende o uso do termo *zona de desenvolvimento iminente* em detrimento de zona de desenvolvimento imediato por acreditar que sua característica essencial é a das possibilidades de desenvolvimento, mais do que de imediatismo.

Nessa perspectiva, não é qualquer ambiente de ensino que promove as aprendizagens, é necessário construí-lo. Acerca dessa construção, trataremos na seção seguinte.

1.2 Construindo um ambiente de aprendizagem compatível com a perspectiva histórico-cultural

Como meu interesse na presente pesquisa é em trazer e analisar o movimento de produção Matemática em sala de aula, especificamente pela resolução de problemas, acredito ser de grande relevância discutir aspectos que são essenciais para que tal processo se viabilize.

Como professora, consigo observar que a sala de aula é um ambiente complexo e desafiador, já que ela é formada por alunos que advém de diferentes contextos, trazendo para a sala de aula suas experiências de mundo e escolares. Apesar de estarem em um 2º ano do ensino fundamental, a maioria das crianças já frequentou ao menos dois anos de educação infantil e um ano de ensino fundamental, assim, elas já trazem consigo marcas escolarizadas, as quais entendo como crenças e concepções sobre a escola, em particular, sobre as dinâmicas que ocorrem em sala de aula.

Já nos primeiros dias do ano letivo de 2012, percebi a dificuldade que os meus alunos tinham em trabalhar em grupo e, principalmente, em expressar suas ideias. No entanto, tal fato não se configurou como uma surpresa ou novidade para mim, pois, embora na educação infantil os alunos tenham o privilégio de trabalhar em grupo e de se socializarem, o ensino fundamental pode engessá-los em um pouco período de tempo.

Diante do cenário, acreditei ser importante trabalhar com os alunos em um ambiente de aprendizagem pautado na comunicação e reflexão de ideias, ou seja, criar uma comunidade de aprendizes em que o trabalho em grupo seja prioridade e frequente.

Compreendo que o que define uma comunidade é a forma como as pessoas se relacionam e interagem uns com os outros dentro de um determinado espaço de convivência social.

Com o intuito de instituir uma comunidade de estudantes, procurei embasamentos em Hiebert et. al. (1997) e compreendi que, para que essa comunidade de estudantes tenha por finalidade a construção de compreensões matemáticas, é preciso estabelecer expectativas e normas a fim de clarificar aos alunos como acontece a interação entre eles e para com a Matemática. Além disso, é necessário deixar claro que a interação não é opcional, mas indispensável, pois a comunicação é essencial para o movimento de elaboração conceitual e compreensões matemáticas.

Essa questão ficou clara para mim, enquanto professora /pesquisadora, porém, há uma distância entre saber a necessidade de se criar uma cultura social de sala de aula e fazer com que ela se torne real. Confesso que não foi um caminho fácil, mas prazeroso, sobretudo quando o professor acredita que por meio deste trabalho poderá colher bons frutos.

Nesse percurso, questões podem surgir como, por exemplo, "Que tipo de cultura social se adequa à minha sala de aula?" ou "Quais recursos apoiariam as tarefas e reforçaria o papel do professor?" Estas questões são relevantes, pois pressuponho que o desenvolvimento do pensamento matemático é possível se o aluno se deparar com tarefas que o coloquem nesse movimento de comunicação e reflexão.

Procurando respostas aos meus questionamentos, encontrei em Hiebert et. al. (1997) características da cultura social da sala de aula que incentivam os alunos a trabalharem tarefas matemáticas de modo a mobilizá-los a realizá-las. A *primeira* é que as ideias precisam ser consideradas como "moedas de troca" da sala de aula, elas podem ser expressas por todos os alunos, pois qualquer um deles tem potencial de, a partir de suas ideias, contribuírem ativamente para o processo de aprendizagem dos outros alunos. Além disso, a essas ideias podem ser atribuídas devolutivas de modo respeitoso, pois ideias são dignas de ser consideradas e examinadas. Concordo com o autor ao enfatizar que ao examinarmos uma ideia, um pensamento ou uma estratégia[4] de um determinado aluno estou respeitando tanto sua ideia quanto a ele próprio.

Ora, se quero criar uma cultura social de sala de aula, é impossível imaginar tal ambiente se não pensar no diálogo, pois acredito nas qualidades da comunicação para a construção de um ambiente de aprendizagem. Essa prática sinaliza ao professor o que o aluno aprendeu e o que deixou de fazê-lo sobre os assuntos abordados. Assim, o professor pode propor tarefas, questionamentos e indagações que atuem na zona de

[4] Nesta pesquisa o termo "estratégia" é muito usual, pautada nos estudos de Van de Walle (2009). Entendo por estratégias "métodos flexíveis e particulares de calcular que variam de acordo com os valores e com a situação." Em matemática o termo tem conotação diferente do usado no campo da História Cultural, especificamente por Michel de Certeau (1994), que a define como modo de manipulação das relações de forças. A estratégia postula o lugar suscetível de ser circunscrito como algo próprio a ser a base de onde se podem gerir as ações com uma exterioridade de alvos ou ameaças.

desenvolvimento imediato, ou seja, diante do conhecimento real, sua mediação promoverá o desenvolvimento potencial do aluno (VIGOTSKY, 2009).

Alrø e Skovsmose (2006), citando Freire[5] (1972), defendem que o diálogo não pode ser considerado como uma conversação como outra qualquer; dialogar representa um elemento essencial para a liberdade de aprender, assim, a noção de diálogo carrega consigo o conceito de emancipação. Prevalecendo a comunicação, a emancipação pode acontecer na sala de aula de Matemática; neste caso, os alunos relatam suas estratégias pessoais diante das problematizações, as argumentam, as testam e as validam ou não, sem ter medo do "errado". Ainda pautados nos estudos freirianos, os autores definem diálogo como:

> [...] o encontro entre pessoas, a fim de "dar nome ao mundo", o que significa conversar sobre os acontecimentos e a possibilidade de alterar o curso. Neste sentido, dialogar é visto como algo existencial. Dialogar não pode existir sem amor (respeito) pelo mundo e pelas pessoas, e ele não pode existir em relação de comunicação. [...] Além disso, participar de um diálogo pressupõe certo tipo de humildade. Não se pode manter uma relação de diálogo numa atitude de autossuficiência. (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 13, 14, grifo dos autores).

A *segunda* característica apontada por Hilbert et. al. (1997) é que a essência da cultura social está pautada na autonomia dos alunos no que se refere às estratégias de resolução de problemas. Nesse sentido, os alunos precisam compreender que, no decorrer da resolução de uma tarefa, diferentes estratégias irão emergir e que a liberdade de explorar as diferentes formas de raciocínio leva à *terceira* característica, que é a de atribuir ao erro um caráter construtivo, pois a análise de um erro requer raciocínio, fator que eleva a qualidade de análise por parte dos alunos.

Enfim, a *última* característica essencial da cultura social da sala de aula é reconhecer que aquilo que legitima o que é correto ou razoável é a lógica e a estrutura do assunto abordado e não o *status* social dos alunos ou do professor.

Confesso que não se configura em uma tarefa fácil para o professor gerir esse movimento de comunicação de ideias. Bagne e Nacarato (2012, p. 193) apontam:

> [...] quando se inicia um diálogo, não se devem predeterminar os resultados a alcançar, mas, sim, algumas intenções, bem como a certeza de que a troca e a curiosidade conduzirão ao caminho a

---

[5]Referência da obra *Pedagogia do oprimido*, cujo texto em inglês foi consultado pelos autores: Pedagogy off the Opressed (1972).

> percorrer (e às construções a serem realizadas), uma vez que o processo de investigação não tem fim. (BAGNE e NACARATO, 2012, p. 193).

Percebo que não existem receitas ou métodos prescritos para a prática da comunicação em sala de aula; há, sim, expectativas de que por meio do diálogo ocorra desenvolvimento cognitivo, social e cultural no ambiente.

No entanto, por acreditar nessa possibilidade, destaco a importância do professor, pois cabe a ele selecionar as tarefas com que seus alunos trabalharão, bem como de que modo trabalharão.

Tais tarefas precisam colocar os alunos no movimento de pensar, ser desafiadoras, provocar dúvidas, comunicação e reflexões, além disso, necessitam fazer com que os alunos sintam-se corresponsáveis pelo seu processo de aprendizagem e compreensão.

A respeito da importância da comunicação e da reflexão, Hiebert et. al. (1997) discorrem que há em psicologia duas vertentes que nos influenciam a respeito de como os alunos aprendem e entendem Matemática. A *psicologia cognitiva* que enfatiza as operações internas, mentais e cognições sociais que são atreladas ao contexto da aprendizagem e interação social. Assim, o processo da reflexão é central para a psicologia cognitiva e o processo da comunicação é central no que se refere à *cognição social.*

A comunicação e a reflexão são fatores importantes, pois elas funcionam a favor dos nossos propósitos, já que elas nos elucidam sobre a maneira como os alunos constroem suas compreensões matemáticas. A reflexão acontece quando pensamos conscientemente sobre nossas experiências, transformamos ideais, pensamos sobre as situações sob uma ótica diferente de modo a considerar diferentes pontos de vistas, abrindo espaço para o novo. Esse movimento aumenta nossa compreensão. Acredito que com os alunos não seja diferente, por isso, defendo a ideia de que tarefas desafiadoras precisam promover a reflexão por parte do aluno.

Ainda pautada nos estudos de Hiebert et. al. (1997), compreendo que a comunicação está intrinsecamente ligada ao falar, ouvir, escrever, demonstrar e observar. Comunicação significa interação, visto que a comunicação é a partilha de ideias.

No contexto de sala de aula, a comunicação pode ter diferentes níveis/modalidades. Boavida; Silva e Fonseca (2009) discorrem sobre quatro modalidades de comunicação, sendo que cada uma delas contêm características de sua antecessora.

A primeira delas é denominada *comunicação unidirecional.* Numa aula pautada nessa modalidade de comunicação, o professor assume o papel de detentor do discurso, suas aulas são expositivas e, quando há perguntas aos alunos, elas são fechadas, incapacitando-os de exporem suas ideias, pensamentos e concepções.

Na segunda, a *comunicação contributiva*, há um discurso centrado nas interações entre professor e alunos, porém, o diálogo não vai além do apoio e partilha sem intenção de reflexão, mas de correção.

A *comunicação reflexiva possui* características da contributiva, visto haver partilhas de ideias e de estratégias. Nela, o diálogo decorrente favorece a constituição de pontos de partida em que os alunos se aprofundam na compreensão Matemática, de modo que o que fazem ou discutem em certo momento, posteriormente, torna-se objeto de discussão e de reflexão.

Na última, a *comunicação instrutiva,* os alunos são estimulados a partilhar suas ideias e a refletir sobre elas e suas relações, entretanto, o professor assume uma postura de tentar compreender os processos de pensamentos, as potencialidades e limitações de seus alunos, a fim de modelar seu ensino tendo em vista o aprofundamento da compreensão Matemática por parte dos alunos. Nesse sentido, nesse nível de comunicação, a aula pode ser planejada, mas a direção que ela tomará torna-se imprevisível, pois pode ser alterada diante do resultado da comunicação.

Assim, se os alunos aprendem a partir das tarefas, o tipo de tarefa dada faz toda a diferença, pois vai interferir na concepção que o aluno tem sobre a Matemática. Se os alunos constroem a compreensão Matemática refletindo e se comunicando, as tarefas selecionadas pelo professor precisam permitir e incentivar esses processos. Para tal, as tarefas necessitam colocar os alunos no movimento de pensar ao invés de seguir regras ou prescrições e também necessitam valorizar mais o processo de refletir sobre o que realmente é problemático na tarefa do que ficar "preso" a outros aspectos da situação. E, finalmente, para que os alunos se mobilizem em realizar tal tarefa, ela precisa oportunizar a eles utilizarem seus conhecimentos e habilidades já adquiridos.

Nos anos de estudos e como professora, mesmo não sendo muitos, tenho percebido que boas tarefas sempre deixam “resíduos” [6]. No caso da Matemática, quando esta é iniciada pela resolução de problemas, a aprendizagem que fica quando o aluno cria estratégias de resolução de problemas, experienciam e falam sobre elas, é a aprendizagem que o aluno levará consigo, ou seja, é o resíduo.

Hiebert et. al. (1997) elencam dois tipos de resíduos: o primeiro são os *insights* ou percepções no que se refere à estrutura Matemática; o segundo, são as estratégias de resolução de problemas. Destaco que os resíduos são importantes, pois ao resolver um problema novo, o que ficou para o aluno de uma aprendizagem anterior proporciona a ele a capacidade de resolvê-lo sem precisar recorrer a métodos ou prescrições que necessitam ser memorizados, ou seja, o aluno tem autonomia de dispor de várias estratégias para resolver um novo problema.

Portanto, se queremos que a reflexão e a comunicação estejam presentes em nossas salas de aulas, precisamos trabalhar de maneira em que ela se torne possível. Nesse sentido, o trabalho coletivo por meio da interação é uma importante ferramenta para auxiliar nesse processo.

Tenho observado que nas aulas de Matemática essa interação é possível quando mobilizamos os alunos para as tarefas propostas. Estes gostam de dividir com os colegas suas ideias, se interessam e sentem até curiosidade em ouvir como o outro pensou sobre uma mesma tarefa desenvolvida. A comunicação oferece a eles a oportunidade de perceber que, sozinhos, talvez, não conseguiriam realizar a tarefa, mas, quando trabalhando em grupo, a troca de ideias e as sugestões dos colegas os colocam num movimento de reflexão, de pedir explicações e de encorajar-se a propor suas ideias, o que é indispensável para o seu desenvolvimento. Percebo que o pensar e o comunicar, se trabalhados juntos, oferecem ricas contribuições ao desenvolvimento do aluno, não apenas no aspecto cognitivo, mas no social também.

Como professora dos anos iniciais, tenho presenciado momentos de desenvolvimento por parte dos alunos proporcionados pelo fato de estarem “pensando juntos”. Creio que a forma de organização do trabalho com os alunos pode ou não ser potencializadora no processo de desenvolvimento. Enfatizo que “pensar junto” só é possível se o aluno tem um parceiro para tal, assim, o trabalho organizado em duplas e em trios – considerando os estágios em que os alunos se encontram no processo de

---

[6] Os autores Hiebert et. al. (1997) usam o termo “resides”, que está sendo traduzido como “resíduos”, que se caracteriza como a aprendizagem que fica para o aluno.

aprendizagem, bem como as afinidades que têm com determinado colega – influenciam na qualidade do ensino e da aprendizagem.

No que se refere à resolução de problemas, por considerar o homem como um ser biológico e social, entendo que desde a Antiguidade, este se depara com situações em que necessita resolver problemas para superar situações. A exemplo disso, em uma caçada para alimentar-se, o homem precisou elaborar estratégias tanto para capturar a presa, quanto para defender-se dela, até mesmo para transportar o animal abatido. Ele, por vezes, viu-se diante de dilemas sobre quais ferramentas usar e como utilizá-las para obter sucesso em sua empreitada, ou seja, precisou resolver um problema.

Após séculos, nos dias atuais, apesar de não necessitar praticar a caça como modo de subsistência, o homem se depara constantemente em situações problemáticas em que necessita dispor de seus conhecimentos e suas ferramentas para resolvê-las. Essas situações são uma constante na vida do homem atual, pois o mundo globalizado exige que este tenha competência de realizar diversas atividades e que tenha diferentes habilidades para resolver problemas cotidianos.

Considero relevante destacar que a escola, especificamente o campo da Matemática, necessita trabalhar com a resolução de problemas como uma dessas possibilidades.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1997) defendem que a resolução de problemas não trata de uma técnica que objetiva avaliar se os conteúdos aplicados foram aprendidos pelos alunos, mas concebem a resolução de problemas como o ponto de partida das atividades matemáticas. O documento enfatiza que diversos conceitos, ideias e métodos matemáticos podem ser abordados por meio da resolução de problemas. Assim, a resolução de problemas nada mais é do que uma orientação para a aprendizagem de matemática, pois ao resolver problemas o aluno pode aprender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. Resolver problemas vai além de compreender a situação e atribuir-lhe uma resposta, é preciso desenvolver habilidades para encontrar diferentes caminhos que levem à solução, questionar os resultados e valorizar não somente a resposta, mas todo o processo.

No entanto, questiona-se: o que é a resolução de problemas, como explicá-la? Compartilho com Branca (1997) quando indica que a resolução de problemas pode ser concebida como uma meta para o ensino de Matemática, como um fator que pode desencadear o ensino, antes mesmo que a linguagem formal, os métodos, os procedimentos ou conteúdos sejam trabalhados. Entendo a resolução de problemas *meta* como disparador do conceito matemático, ou seja, parto da resolução de problemas para ensinar Matemática.

Mas, como definir um problema, especificamente um problema escolar? Partilho da concepção de Van de Walle (2009, p. 57), ao descrever um problema como "qualquer tarefa ou atividade na qual os estudantes não tenham nenhum método ou regra já receitados ou memorizados e nem haja uma percepção por parte dos estudantes de que haja um método "correto" específico de solução".

Para Grando (1995, p.78) a "[...] resolução de problemas possibilita a investigação, ou seja, a interação e exploração do conceito através da estrutura matemática [...] elaborando estratégias e testando-as".

Nesse sentido, a resolução de problemas apresenta conflitos que envolvem o pensar e o estruturar-se cognitivamente. A ação de resolver um problema desafia e motiva o indivíduo a atingir o seu objetivo, ou seja, encontrar a solução. Atingir o objetivo significa dominar, conhecer e compreender todos os aspectos presentes na ação e, portanto, produzir conhecimento (GRANDO, 1995).

Creio que bons resolvedores de problemas regulam seu pensamento de modo a tomar decisões oportunas: trocar ou não de estratégias, rever, analisar, corrigir e antecipar possíveis erros. Tais aspectos confirmam a necessidade de se trabalhar com a resolução de problemas no ensino da Matemática em sala de aula.

O grande desafio por mim enfrentado se deu em relação ao modo como inserir os alunos numa metodologia de resolução de problemas. Minha expectativa era que eles adquirissem autonomia para buscar suas próprias estratégias e entendo que essas estratégias podem ser variadas: o uso do registro pictórico, do cálculo mental, da reta numérica ou reta vazia, do algoritmo standard e não standard, do algoritmo formal e não formal, de esquemas, dentre outras.

Onuchich e Botta (1998) apontam que as crianças podem encontrar grandes dificuldades em atribuir sentido, ou seja, conceitualizar a Matemática ensinada nas escolas, de modo a compreender as noções de números e operações que já são consagradas, principalmente as quatro operações: adição, subtração, multiplicação e divisão; tendo em vista que:

> A reconceitualização das operações fundamentais se torna necessária para atender aos diferentes tipos de problemas presentes no nosso mundo, relacionados a cada uma delas, já que os problemas do mundo são modelados por elas (ONUCHIC; BOTTA, 1998, p. 19).

Muitos podem considerar tarefa simples ensinar aos alunos as quatro operações. No entanto, é necessário nos distanciarmos dessa visão simplista sobre a aritmética. É preciso compreender que para cada uma das quatro operações, existem diferentes tipos de problemas que podem ser resolvidos por meio de uma mesma operação.

Onuchich e Botta (1998) enfatizam que as situações-problema de adição podem estar relacionadas a diferentes ideias, como: mudar adicionando, combinar fisicamente ou combinar conceitualmente. Já os problemas de subtração podem explorar ideias de mudar subtraindo, de igualar ou de comparar. Os de multiplicação, ideias de grupos iguais, de comparação multiplicativa, de produto cartesiano e de área. Por fim, os problemas de divisão trazem consigo ideias de divisão partitiva, divisão quotitiva e a divisão cartesiana.

Não tenho como pretensão um aprofundamento nesses aspectos, pois meu intuito foi o de demonstrar, mesmo que de forma sucinta, que toda essa complexidade de ideias pode dificultar a compreensão dos alunos sobre a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão, quando são oferecidas a eles situações-problema com diferentes ideias operatórias. No entanto, espera-se que os alunos, todos eles, resolvam com um mesmo algoritmo.

Os trabalhos de Brocardo, Serrazina e Rocha (2008) me deram subsídios para a discussão sobre as diferentes possibilidades de resolução de problemas, na perspectiva da construção do sentido do número, principalmente no que se refere ao uso de algoritmos. Para essas autoras, "um algoritmo é um conjunto de procedimentos que se usam segundo uma determinada ordem" (p. 102). Elas adotam uma concepção ampla de algoritmo, pautando-se no trabalho de Thompson (1999 apud BROCARDO; SERRAZINA, 2008, p. 102), classificando os algoritmos escritos em três categorias: *standard* e formal, não *standard* e formal e não *standard* e informal.

Na primeira categoria, a *standard* e formal, estão incluídos os algoritmos tradicionais, ou seja, os mais usuais nas escolas, que são aqueles representados por uma escrita na vertical em que os cálculos são efetuados com os dígitos, conforme o exemplo:

$$\begin{array}{l} 56 \\ \underline{43+} \\ 99 \end{array}$$

Nos algoritmos não *standard* e formal, as representações são traduzidas por procedimentos que operam sobre decomposições dos números, de modo a decompor, quando necessário, centenas, dezenas e unidades.

$$\begin{array}{l} 56 \\ \underline{43+} \\ 50 \\ 40 \\ \underline{09+} \\ 99 \end{array}$$

Os algoritmos não *standard* e informal referem-se a uma vasta maneira de operar com procedimentos, como os exemplos a seguir:

56 + 43 50 + 43 = 93 93 + 6 = 99	**65 – 24** 65 – 20 = 45 45 – 4 = 41
23 × 4 20 × 4 = 80 3 × 4 = 12 80 + 12 = 92	**45 : 5** (Quantos cincos há em 45) 2 cincos é 10 4 cincos é 20 3 cincos é 15 2 + 4 + 3 = 9 45 : 5 = 9

As mesmas autoras, pautando-se nos trabalhos de Treffers, Noteboom e Goeij (2001 apud BROCARDO; SERRAZINA, 2008) discorrem sobre outra forma de compreender o que é um algoritmo. No exemplo apresentado a seguir, a essência não está na disposição vertical, mas em usar a decomposição decimal, “de se operar usando o valor posicional dos números e de trabalhar da esquerda para a direita. No algoritmo, trabalha-se da direita para e esquerda operando sobre os dígitos” (BROCARDO; SERRAZINA, 2008, p. 103).

Cálculo em coluna	Transição do cálculo por coluna para o algoritmo	Algoritmo
123 134+ 200 50 07+ 257	123 134+ 10 40 200+ 257	123 134+ 257

Segundo os autores “o algoritmo pode ser considerado como uma extensão natural e a fase final do cálculo em coluna e do cálculo mental” (BROCARDO; SERRAZINA, 2008, p. 104).

Compreendo que o algoritmo não necessita ser o foco de ensino, especificamente para alunos dos anos iniciais. O fundamental é que o trabalho com a resolução de problemas esteja centrado no desenvolvimento do sentido do número, de modo que o aluno estabeleça relação com os dados numéricos do enunciado do problema, realize operações mentais, desenvolva procedimentos próprios de resolução.

> É importante acompanhar a tendência natural de desenvolvimento de procedimentos de cálculo e ligar estruturalmente o desenvolvimento de métodos e de técnicas de cálculo à construção dos números, da sua estruturação e à reconstrução do nosso sistema de numeração de posição. Finalmente, é fundamental que a aprendizagem dos algoritmos possa surgir desse processo dando a possibilidade aos alunos de aperfeiçoar o seu sentido de número no contexto do cálculo algorítmico (BROCARDO; SERRAZINA, 2008, p. 106).

Para aprender Matemática com sentido, creio que se faz necessário trabalhar com os alunos o cálculo mental, compreendendo sua importância e, necessariamente, tendo real entendimento do que vem a ser o cálculo mental.

Pautadas nos estudos de Buys (2001), Brocardo e Serrazina (2008) elencam algumas características esclarecedoras sobre o cálculo mental. Quando calculamos mentalmente, operamos sobre os números e não sobre os dígitos; usamos relações numéricas e propriedades das operações; mesmo calculando “de cabeça”, podemos recorrer a registros escritos. ‘[...] é um cálculo pensado (não mecânico) sobre representações mentais dos números’. ‘[...] não é calcular na cabeça mas sim calcular com a cabeça e fazer alguns registros’ (p.106).

As autoras apresentam três formas básicas de cálculo:

> - cálculo em linha, em que os números são vistos como se estivessem colocados na recta numérica e as operações são movimentos ao longo da recta;

> - cálculo recorrendo à decomposição decimal, em que se opera a partir das decomposições decimais dos números;
> - cálculo mental usando estratégias variadas, em que os números são objetos que podem ser estruturados de diferentes formas e as operações podem ser efectuadas a partir da escolha de uma estrutura e de propriedades aritméticas adequadas (BROCARDO; SERRAZINA, 2008, p. 107).

Na resolução de problemas, o cálculo mental não é estático de maneira que só possa ser realizado de uma forma. Pelo contrário, um mesmo problema pode ser resolvido de diferentes formas e o aluno pode escolher qual estratégia de resolução de problemas é mais adequada no momento em que ele se encontra em seu processo de desenvolvimento de conceitualização numérica; desse modo, em cada tarefa o aluno pode recorrer a procedimentos próprios, chegando à resolução.

Existem também outros materiais que os alunos podem lançar mão no momento de resolução de problemas como: o material dourado, o desenho, o ábaco, dentre outros.

No entanto, pude observar que o registro pictórico auxiliou diversos alunos no decorrer do ano letivo, ora para atribuir sentido ao que haviam pensado, ora para compreender o problema e resolvê-lo.

Concordo com Grando (2013) quando enfatiza que é preciso que o registro escrito tenha um sentido na atividade desenvolvida pelo aluno, quer seja para lembrá-lo de um resultado, quer seja como objeto de reflexão sobre uma ação executada por ele. O mesmo ocorre para momentos de socialização de estratégias ou para que se produza um novo registro a partir de apropriações que emergiram nessa socialização. Nesse sentido, o registro pode apresentar duas naturezas. Na primeira delas, o registro tem a função de comunicar. No momento da discussão matemática em que o aluno diz “eu pensei”, “eu fiz de cabeça”, “ fiz no pensamento”. Nesse caso, ocorre o exercício do registro. A outra natureza do registro é a de refletir. Aqui, o registro é instrumento para pensar, o registro auxilia o aluno na organização de suas ideias sobre como resolver a tarefa proposta.

Nesse sentido, o registro pictórico não se resume apenas a um desenho, mas a todo o contexto em que a situação foi elaborada, desenvolvida, comunicada e refletida.

A reflexão sobre algo já pensado, tendo como apoio o registro, impulsiona os alunos a evoluírem nas formas de pensar em Matemática, especialmente quando são desafiados a resolver problemas que os façam progredir nos níveis de cálculo fazendo com que se desenvolvam na aprendizagem dos números e das operações.

Ferreira (2008) apoia-se nos estudos de Treffers e Buys (2001) e considera que existem três níveis de cálculo, especificamente na adição e na subtração: *cálculo por contagem; cálculo por estruturação e cálculo formal.*

O *cálculo por contagem* é o primeiro nível de cálculo e ocorre quando a criança se apoia em materiais que permitem essa contagem. Ao se depararem com as primeiras situações-problema, elas tendem a recorrer à contagem um a um, à contagem recorrendo aos dedos e ao registro pictórico.

Para que o aluno passe para a etapa seguinte, o *cálculo por estruturação*, é essencial que o professor trabalhe tarefas em que os números envolvidos sejam cada vez maiores. Assim, passam a usar estratégias em que a contagem um a um já não é mais suficiente, tornando-se necessário calcular usando as dezenas e as unidades.

Nesse caso, a reta vazia é um excelente suporte, visto que os alunos podem dar saltos de 10, de 20, de 30..., de 5 em 5 ou de 1 em 1, dependendo da tarefa. Outra estratégia usada pelos alunos que se encontram nesse nível de cálculo, é a decomposição linear das parcelas em dezenas e unidades para resolver problemas de adição e subtração.

Quando se encontram no nível de *cálculo formal*, a visualização da contagem já não é mais necessária, pois "já conseguem efectuar cálculos mentalmente, em sua totalidade, registrando apenas os passos intermédios." (FERREIRA, 2008, p. 141).

A partir dos aportes teóricos e no decorrer de todo percurso vivenciado por mim e por meus alunos, passamos a compreender a resolução de problemas como um fator desencadeador para o ensino de Matemática, ensino este em que o diálogo se fez presente, as interações foram constantes, as trocas foram estimuladas, as formas de negociações foram construídas, a comunicação e a reflexão foram crescendo ao longo do tempo.

As reflexões teóricas que fui produzindo desde a época da iniciação científica e aprofundadas com as disciplinas do mestrado, me possibilitaram a escolha de situações-problema que fossem disparadoras de conceitos matemáticos. A princípio, as situações propostas visavam a colocar o aluno no movimento de matematização em sala de aula: trabalhar em grupo, compartilhar ideias, buscar suas próprias estratégias de resolução, comunicar as ideias, saber ouvir os colegas e registrar suas estratégias. Dessa forma, nas primeiras situações, incentivei o uso do registro pictórico por ser o mais acessível aos alunos naquele momento. No entanto, à medida que fui percebendo o desenvolvimento dos alunos, passei a incentivar o registro simbólico, de forma que eles pudessem adquirir o sentido numérico. (BROCARDO; SERRAZINA, 2008).

No próximo capítulo, apresento a pesquisa de campo e os procedimentos metodológicos.

2. A CONSTRUÇÃO DOS CAMINHOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Neste capítulo, pretendo apresentar o processo de construção da pesquisa, trazendo os procedimentos, os instrumentos e as escolhas por mim adotadas, bem como os procedimentos de análise que utilizei.

2.1 A abordagem metodológica

Esta pesquisa é de abordagem qualitativa e foi realizada com alunos de 2º ano do Ensino Fundamental numa escola pública municipal da cidade de Itatiba/SP, na qual atuei como professora/pesquisadora, o que configura este texto como pesquisa da própria prática.

Considero relevante descrever que a pesquisa qualitativa possui aspectos essenciais que as diferem de outras abordagens.

> Os aspectos essenciais da pesquisa qualitativa consistem na escolha adequada de métodos e de teorias convenientes; no reconhecimento e na análise de diferentes perspectivas; nas reflexões dos pesquisadores a respeito de suas pesquisas como parte do processo de produção de conhecimento; e na variedade de abordagens e métodos. (FLICK, 2009, p. 23).

Pautada nos estudos de Flick (2009), percebo que na pesquisa qualitativa o fator que determina a escolha de um método é o objeto de estudo e este, por sua vez, não pode ser reduzido a simples variáveis, mas "são representados em sua totalidade, dentro de seus contextos cotidianos" (p.24). O objetivo da pesquisa está focado na descoberta de novas teorias empiricamente fundamentadas e sua validade se efetiva tendo como referência o objeto estudado. Os critérios nos quais a pesquisa qualitativa se centra

> (...) consistem mais em determinar se as descobertas estão embasadas no material empírico, ou se os métodos foram adequadamente selecionados e aplicados, assim como relevância das descobertas e na reflexibilidade dos procedimentos. (FLICK, 2009, p. 24).

Outro aspecto que vale ser ressaltado é que a pesquisa qualitativa, por revelar variedades de perspectivas sobre o objeto de estudo por meio dos significados sociais e subjetivos a ele relacionados, considera os diferentes pontos de vista e "as práticas no campo são diferentes devido às diversas perspectivas, contextos sociais e eles relacionados”. (FLICK, 2009, p. 25).

Como tomei como objeto de pesquisa a minha própria prática, me apoio em Lima e Nacarato (2009) para justificá-la como pesquisa da própria prática.

As autoras consideram que existem dois movimentos de professores que pesquisam a própria prática, e mais, especificamente dos professores que ensinam a Matemática.

No primeiro, espontaneamente ou por fazerem parte de grupos colaborativos de estudos, os professores que atuam na educação básica investigam “problemas emergentes em suas salas de aula e, tendo o grupo como contexto para discussão e divulgação de suas investigações, gera histórias e/ou narrativas de aulas” (LIMA; NACARATO, 2009, p. 243).

No segundo, ao iniciar uma pesquisa em um programa de pós-graduação, o professor toma sua própria prática como objeto de investigação/pesquisa.

Nessa modalidade de pesquisa, como em outras, o processo está em construção, tanto nos aspectos teóricos, quanto nos metodológicos. Ocorre, ainda, reciprocidade por parte dos pesquisadores acadêmicos, no que tange às contribuições que decorrem dessa modalidade de pesquisa, quando se consideram as duas práticas: da universidade e da escola. Acerca disso, Lima e Nacarato (2009, p. 243) defendem que:

> [...] ocorre uma contribuição recíproca por parte dos professores e dos acadêmicos com as pesquisas produzidas, nas duas práticas, na escola e na universidade. Defendemos que a pesquisa do (a)s professore (a)s da escola básica pode contribuir para que se venha a compreender quais conhecimentos são mobilizados na ação pedagógica e como eles são (re)significados; consequentemente, pode também contribuir para a pesquisa acadêmica e para a gestão de políticas públicas, bem como pode transformar esse(a)s professor(e/as) em consumidor(es) mais crítico(s) das pesquisas acadêmicas. (LIMA E NACARATO, 2009, p. 243)

O ambiente no qual optei em realizar esta pesquisa é o escolar, assim, me apoio em Franco (2005) para justificar a pesquisa como pesquisa-ação.

Segundo a autora, essa modalidade

> (...) é uma pesquisa eminentemente pedagógica, dentro da perspectiva de ser o exercício pedagógico, configurado como uma ação que cientificiza a prática educativa, a partir de princípios éticos que visualizam a contínua formação e emancipação de todos os sujeitos da prática (FRANCO, 2005 p. 489).

A autora aponta que quando escolhemos trabalhar com pesquisa-ação, precisamos estar convictos de que pesquisa e ação podem caminhar concomitantemente quando temos em vista a transformação da prática, "no entanto, a direção, o sentido e a intencionalidade dessa transformação serão o eixo da caracterização da abordagem pesquisa-ação" (FRANCO, 2005 p. 485).

Por meio dessa abordagem, não se pretende descrever o mundo da prática, mas transformá-lo, além de inspirar, sob a influência da pesquisa, constantes transformações nos elementos que vão surgindo no processo.. Para que isso possa ser efetivado, é indispensável que o pesquisador se insira no meio em que a pesquisa se desenvolverá.

Franco (2005) descreve três diferentes conceituações para a pesquisa-ação: 1) *pesquisa-ação colaborativa:* ela acontece quando um grupo de referência que busca por transformações solicita a atuação de uma equipe de pesquisa; 2) *pesquisa-ação crítica*: surge da necessidade do grupo, atribui grande ênfase ao crescimento cognitivo do grupo e é sustentada pela reflexão crítica coletiva; 3) *pesquisa-ação estratégica*. "(...) a transformação é previamente planejada, sem a participação dos sujeitos, apenas o pesquisador acompanhará os efeitos e avaliará os resultados da sua aplicação (...)" (FRANCO, 2005. p. 486).

Nessa pesquisa, em que atuei como professora/pesquisadora, as atividades propostas foram previamente selecionadas por mim, a condução da aula, as mediações, os instrumentos de produção de dados, ou seja, a transformação desejada é sim previamente planejada. No entanto, entendo que a transformação ocorreu não apenas no que se refere aos alunos, mas em mim também tanto como professora, quanto como pesquisadora. Vale ressaltar que considero os alunos que participaram da pesquisa como colaboradores, visto que desde o início a participação deles foi solicitada e houve um acordo no que se refere aos procedimentos e instrumentos de produção de dados, também com seus responsáveis, além da aprovação pelo Comitê de Ética da Universidade São Francisco para a efetivação desse processo.

É importante esclarecer que os nomes usados na pesquisa são fictícios, sendo que sua escolha se deu com a participação dos alunos. Dias depois de apresentar o projeto a eles, levei até a sala de aula uma lista de nomes para saber a opinião dos alunos a fim de saber se concordariam ou não, alguns alunos gostaram, porém outros decidiram mudar.

Foi interessante este momento com os alunos, visto que, além de sugerirem mudanças para seus nomes, também opinaram sobre os nomes dos colegas. Essa discussão foi negociada.

Em sala de aula, atuar como professora e pesquisadora não foi uma tarefa fácil, pois há nessa ação a necessária interpenetração de dois papeis. Esta é uma questão a ser refletida.

> (...) como passar de pesquisador a participante, continuando a ser prioritariamente pesquisador; ou como passar de professor sujeito de pesquisa a pesquisador de seu fazer, mantendo-se prioritariamente no papel de professor? (FRANCO, 2005, p. 492).

Concordo com a autora quando esta menciona que o desempenho dessas duas funções pode configurar-se em dificuldades operacionais e existenciais, entretanto, quando há ousadia, convicção e persistência, tais dificuldades podem ser amenizadas.

Conciliar os papeis de ser pesquisador com o de ser professor exige que o sujeito assuma uma postura colaborativa; que esteja preparado para lidar com imprevistos, pois o ambiente escolar é complexo e, por vezes, imprevisível; saber estabelecer uma relação de diálogo de forma horizontal, ou seja, de igual para igual, com os alunos; ter um discurso acessível, principalmente quando trabalhamos com alunos; realizar mediações somente quando for preciso e deixar que os alunos pensem por si próprios; compreender que suas ações têm significados diferentes para cada sujeito, cabendo a ele ajustar esses significados; aceitar mudanças e atribuir novas significações a elas; saber conviver com incertezas; manter o rigor científico, agir na urgência e decidir na incerteza (FRANCO, 2005).

A mesma autora ressalta que a articulação entre a pesquisa, a ação, a reflexão e a formação desempenha papel fundamental para o desenvolvimento da pesquisa-ação.

2.2 A Questão e os objetivos da pesquisa

Esta pesquisa tem como questão norteadora: “Como o processo de mediação da professora e do compartilhamento de ideias na sala de aula possibilita a apropriação de estratégias pelos alunos para a resolução de problemas em Matemática?”. O objetivo principal é compreender como os alunos se apropriam das estratégias de resolução de problemas quando trabalham de forma compartilhada em sala de aula. Desse objetivo geral decorrem os objetivos específicos:

1. Identificar formas de mediação da professora em sala de aula que contribuem para o desenvolvimento dos alunos.

2. Compreender como o movimento de socialização de ideias e estratégias possibilita a circulação de significados matemáticos em sala de aula.

3. Identificar se os alunos se apropriam ou não das diferentes estratégias de resolução de problemas apresentadas em sala de aula.

2.3 A escola e os participantes da pesquisa

2.3.1 A escola

A escola pesquisada se encontra na cidade de Itatiba/SP e pertence à rede Municipal de Ensino, filiada à Secretaria Municipal de Educação. Está situada em um bairro afastado do centro da cidade que, por sua vez, atende alunos não apenas desse bairro, mas de bairros circunvizinhos.

A escola atende apenas o primeiro ciclo do Ensino Fundamental (Ensino Fundamental I) nos dois períodos: pela manhã possui duas turmas de 1º anos, uma de 2º ano, uma de 3º ano, uma de 4º ano e duas de 5º ano; à tarde possui uma turma de 1º ano, três de 2º ano, duas de 3º ano e duas de 5º ano. A escola tem cerca de 420 alunos no total. A pesquisa foi realizada em uma turma do período da tarde.

A escola é considerada de pequeno porte, tendo em vista as demais escolas da rede de ensino. A gestão da escola, no que se refere ao aspecto pedagógico, que é o que mais tenho contato, procura oferecer apoio não apenas na realização da pesquisa, mas também nos problemas e desafios que surgem na prática docente.

Apesar de ser uma escola antiga, o prédio é bem conservado. Fisicamente está adaptado a portadores de necessidades especiais, possui dois blocos de salas de aula sendo que o primeiro tem duas salas, enquanto o segundo conta com seis salas. Cabe ressaltar que, exceto nas classes em que há alunos com necessidades especiais, estas atingem em sua totalidade em média 30 alunos.

2.3.2 Os participantes

A pesquisa foi realizada em um 2º ano do Ensino Fundamental no qual atuei como professora/pesquisadora. A sala contava com um total de 19 alunos, sendo que dois deles eram alunos portadores de deficiências e, por apresentarem comprometimento em vários aspectos que abrangem tanto o cognitivo quanto o motor, não possuíam condições de participar ativamente da pesquisa. Entretanto, durante as aulas e nos momentos de produção de dados para a pesquisa, sempre havia uma monitora que me auxiliava no trabalho junto a esses alunos.

Um deles, o James, possuía Síndrome de Down em um estágio bem elevado, o que comprometia seu desenvolvimento pedagógico, físico e social. No que se refere aos aspectos pedagógicos, o aluno não reconhecia as letras nem os números, demonstrava grandes dificuldades com a coordenação motora fina, não conseguindo segurar o lápis, manusear a tesoura, fazer colagens etc. Quanto aos aspectos físicos e emocionais, James não pronunciava palavra alguma, apenas no final do ano letivo tive a oportunidade de vê-lo falar “cha” referindo-se à chave, “no” para falar não e “ti” chamando a inspetora de tia. O aluno não se sentia seguro em caminhar sozinho pela escola, no início do ano não descia escadas. Destaco que essas inseguranças foram superadas no decorrer do ano, graças ao trabalho em parceria com a monitora.

Em hipótese alguma conseguimos incentivá-lo a usar o banheiro, ele recusava-se veementemente, sendo que realizava suas necessidades fisiológicas nas roupas, e era trocado quando urinava. Entretanto, quando evacuava, a pedido dos pais, ligávamos para eles e a mãe trocava a criança e a levava para casa. James tinha manias, como por exemplo: quando caminhava na sala de aula apagava as luzes, ventiladores; arrastava as carteiras, rabiscava e apagava a lousa e, às vezes, escondia materiais escolares de alguns colegas em sua mochila. Destaco que o aluno, por se tratar de um caso de inclusão e estudar no período vespertino, deveria frequentar a *sala de recursos*, durante alguns dias da semana em outra escola num bairro próximo, no entanto, seus pais não o levavam. A *sala de recursos* é um espaço oferecido pela Secretaria de Educação do Município a fim de trabalhar os aspectos mais específicos que os alunos de inclusão apresentam. Por vezes, cobrei o pai para que o levasse, pois acreditava que ajudaria no desenvolvimento do aluno, porém não fui atendida.

A segunda aluna de inclusão foi Marília que possuía meningomielocele na coluna cervical e hidrocefalia, fato que a impossibilitava de andar, ou seja, a aluna era cadeirante e, associado a essas dificuldades, a aluna era surda. Mas como intuito de se comunicar, emitia sons incompreensíveis a nós (professora, monitora e alunos) no início do ano. Com o passar do tempo, fomos reconhecendo, pelos sons que ela emitia, o que queria nos transmitir. Ela usava fraldas e por não conter a urina necessitava ser trocada ao menos três vezes durante as aulas; a troca era feita pela monitora e, na sua ausência, por mim. Marília sempre foi uma criança alegre, agradável e carinhosa. Era criada pela avó que a cuidava com muito zelo, levando-a sempre às consultas médicas e à AACD (Associação de Assistência à Criança Deficiente). A aluna demonstrava interesse em aprender e, segundo a avó, dormia com o caderno.

O trabalho realizado com esses alunos teve como foco a superação desses obstáculos e que adquirissem novas aprendizagens, embora diferenciadas dos demais alunos da turma.

No caso de Marília, quero destacar que o fato de cursar, na graduação, uma disciplina sobre a inclusão e uma sobre a Língua Brasileira de Sinais (LIBRAS) não me ajudou muito quando me deparei com a realidade que enfrentei na escola. Durante o ano letivo de 2012, não tive nenhum curso de formação oferecido pela Secretaria de Educação sobre como trabalhar com alunos de inclusão, não tive intérprete em sala de aula, ou seja, trabalhei segundo as minhas condições, que, por sinal, não eram muitas, pois estava em meu segundo ano de docência.

Como mencionei, havia uma monitora que foi contratada para auxiliar-me junto aos alunos anteriormente mencionados e também para com o Ericles, que apresentava dificuldades de aprendizagem, porém não havia um diagnóstico para a causa destas. Com isso, esse aluno ficou sob minha responsabilidade, não trazendo comprometimentos em sala de aula.

A monitora já havia trabalhado na APAE (Associação de Pais e Amigos dos Excepcionais) e com a Educação Infantil. Diante de sua experiência, associada à realidade da sala e de minha inexperiência para com alunos de inclusão, com o aval da coordenadora pedagógica, acordamos que a monitora trabalharia, além dos demais aspectos, as questões pedagógicas de James e Marília devido ao seu conhecimento que, apesar de não ser tão amplo, contribuiu para o desenvolvimento dos alunos, principalmente o de Marília. Confesso que tê-la ao meu lado trabalhando colaborativamente foi muito importante para mim e, principalmente, para os alunos; se não fosse por sua ajuda, talvez essa pesquisa não tivesse o mesmo resultado.

Durante as aulas, especificamente as aulas destinadas à pesquisa, a monitora trabalhava outros conteúdos com James e Marília, como por exemplo: representação número/quantidade, o alfabeto, recorte, colagem, dentre outros. Nessas aulas, James permanecia em seu lugar realizando tarefas ou brincando com massinha, jogos de montar ou letras móveis. Marília gostava de pintar e escrever letras, porém só fazia as tarefas quando queria. Por vezes, se negava a realizá-las e por não ter noção dos sons gritava bastante na sala de aula.

No início do ano, os sons de Marília me incomodavam, de modo que pedia, por meio de gestos, que ela ficasse em silêncio. Entretanto, fui me acostumando a esses sons e principalmente ao que eles queriam dizer. Ao longo do tempo, percebia quando ela estava feliz e principalmente quando queria chamar minha atenção, pois precisava ter um tempo somente com ela. Por vezes, quando estávamos a realizar alguma tarefa (eu e ela) e algum aluno chegava perto de mim, Marília se zangava demonstrando ciúmes.

Quanto aos demais alunos, por terem cursado o primeiro ano com James e Marília, já estavam habituados a eles. Percebia que a maioria queria cuidar e ajudar, principalmente a aluna, por ser carinhosa e sociável. Quanto a James, a sala reconhecia que ele não apreciava o contato físico e o respeitavam, quando sumia algum objeto, logo diziam “deve estar na mochila do James”, não se irritavam com suas atitudes, achavam graça quando ele apagava as luzes, a lousa ou algo parecido.

Acredito que a inclusão tenha sido positiva nesse aspecto, pois os demais alunos assumiram atitudes de respeito e carinho para com os alunos com necessidades especiais, enquanto estes apreciavam essa vivência escolar e o contato com outras crianças.

Quanto ao Ericles, trabalhei o ano inteiro no mesmo ritmo da sala, e, de sua maneira, o aluno conseguiu acompanhar, de modo que no ano posterior deixou de ser considerado aluno de inclusão, por demonstrar capacidade de desenvolvimento compatível com os demais colegas.

Assim, a pesquisa contou com 19 alunos, com idades entre 06 a 08 anos. Eles foram participativos, se interessaram por novos conhecimentos; no entanto, necessitei romper barreiras no sentido das concepções que estes possuíam no que se refere ao ensino, especificamente ao ensino da Matemática. Apesar se estarem ainda no 2º ano, já no início, percebi algumas marcas do ensino tradicional em suas atitudes, atividades e até mesmo em suas expectativas, como, por exemplo: dificuldade no trabalho em grupo, dificuldades em expor suas ideias, valorizar o resultado de situações problemas e não o processo (por vezes apagavam como resolviam as atividades), perguntar com qual ‘conta’ que se resolvia um problema dado. Porém, como já mencionei, eles sempre foram muito interessados e curiosos e, por serem assim, apesar do pouco tempo, ocorreram mudanças significativas.

A maioria dos alunos tinha acesso aos diferentes meios de comunicação, como: internet, TV, inclusive por assinatura, videogame, jornal, revistas dentre outros.

Assim, como os alunos, a maioria dos pais revelou interesse no processo de aprendizagem dos filhos, procurando orientá-los na realização de tarefas de casa, atendendo às solicitações da professora por materiais, pesquisas e com participação em reuniões de pais; enfim, houve certa parceria entre a família e a escola.

2.4 Processo de documentação da pesquisa

Os dados da pesquisa foram produzidos por meio dos registros dos alunos em sala de aula (orais e escritos) nos momentos de trabalho em grupo ou de socialização das ideias matemáticas e diário de campo da professora/pesquisadora.

A seguir, exponho como o processo de produção de dados foi realizado.

2.4.1 Registro dos alunos

Antes de entrar no tema registro, acredito ser fundamental enfatizar de que forma o trabalho com os alunos ocorreu. Os alunos eram agrupados em duplas e sempre ocorria um trio, visto que havia 19 alunos na sala, porém, dois deles não participaram ativamente da pesquisa. As situações problemas eram entregues sendo que cada grupo recebia apenas uma folha, pois minha intenção era fazer com que os alunos "pensassem" juntos, ou seja, que durante a realização da tarefa houvesse compartilhamento de ideias. Após a entrega da folha, realizávamos uma leitura compartilhada, fazia questionamentos sobre o problema a fim de garantir a compreensão do mesmo, tanto nos aspectos linguísticos quanto nos matemáticos; os alunos resolviam a proposta (ou tentavam) com ou sem mediações realizadas por mim e, posteriormente, acontecia a socialização das estratégias dos alunos. Todos esses momentos foram audiogravados.

Esse trabalho ocorreu ao logo do ano de 2012 e eu reservava, em média, um dia da semana para produzir dados para a pesquisa, salvo nos últimos meses do ano letivo, especificamente setembro e outubro, em que passei a reservar dois dias por semana para a produção dos dados. Tal fato ocorreu, pois no planejamento do mês de novembro as provas do quarto bimestre de todas as disciplinas precisavam ser organizadas e realizadas com os alunos, e considerei que, em dezembro, a frequência deles nas aulas seria baixa, o que de fato ocorreu. Diante desse cenário, no total foram audiogravadas 26 aulas para a produção de dados da pesquisa. Vale destacar que as tarefas preparadas para a pesquisa já eram incorporadas ao meu planejamento semanal, ou seja, eram ações regulares do planejamento de aula.

Os registros dos alunos foram escritos e orais. Como já enfatizei, os registros orais foram audiogravados nos momentos das aulas, desde a entrega das situações problemas até a socialização dos grupos.

Os registros escritos representaram as estratégias que cada grupo desenvolveu no decorrer da resolução das atividades. Concordo com D'Ambrosio (2009), quando esta enfatiza que a escrita do aluno nas aulas de Matemática permite que articule seu pensamento matemático, utilizando-se da linguagem materna, da linguagem Matemática ou do registro pictórico, para apropriar-se de conceitos e ideias, entendê-los, organizá-los e explicá-los.

Quando o professor utiliza desse recurso, ele oferece ao aluno a oportunidade de se expressar, de ouvir o pensar, de "desempacotar" a Matemática do aluno, ou seja, conhecer o quanto ele sabe sobre a matéria bem como suas crenças e expectativas. Além disso, oportuniza o diálogo entre o aluno e a classe e com o professor, além de manter um registro do que foi abstraído.

Acrescento que o registro dos alunos oferece ao professor dados sobre as crenças dos alunos em relação à Matemática, sobre quais conhecimentos este aluno possui no momento em que ele registra suas estratégias, suas (in)compreensões sobre o conceito estudado. Ademais, oferece subsídios para de que o professor (re)direcione seu trabalho.

Os registros orais dos alunos e das minhas mediações foram produzidos por meio de audiogravações das aulas do início ao fim de cada tarefa. Por trabalhar com uma turma de 2º ano, o registro oral tem grande valor, visto que os alunos se encontravam em processo de alfabetização e nem todas as ideias ou pensamentos matemáticos foram possíveis de ser registrados por eles por meio da escrita. Assim, acredito que pela oralidade estes conseguem se expressar com maior facilidade e clareza, já que a oralidade abre espaço para o processo de escrita. Nesse sentido, concordo com Nacarato (2012, p. 11) ao afirmar que:

> a oralidade é imprescindível para a elaboração conceitual em matemática, por colocar em movimento a circulação de significações

> em sala de aula, possibilitando a apropriação de um vocabulário matemático, além de modos de argumentação. Professoras que têm assumido posturas mais comunicativas em sala de aula, abrindo oportunidades adequadas para que os alunos expressem suas ideias matemáticas, têm oportunizado práticas de escrita mais interessantes. (NACARATO, 2012, p. 11).

No entanto, proporcionar um ambiente de diálogo e trocas de ideias em sala de aula não é uma tarefa tão simples para o professor, mas os frutos desse trabalho podem ser recompensadores. Nesse sentido, concordo com Nacarato, Mengali e Passos (2009) quando enfatizam que o professor precisa incentivar os alunos a argumentar, defender seus pontos de vista e considerar os pontos de vistas que divergem dos seus. Quando o professor atua de modo a facilitar o diálogo nas aulas de Matemática, os alunos, ao exporem suas ideias, se colocam em questões que exigem deles tomada de posições.

A oralidade permite, ainda, que o aluno reflita sobre conceitos, ideias ou procedimentos adotados por ele, além de oferecer ao professor indícios sobre o processo de apropriação de conhecimentos matemáticos em que o aluno está inserido.

Assim, acredito que no ambiente em que prevaleça a prática da argumentação, da comunicação e do diálogo, os alunos assumem uma postura autônoma diante das situações apresentadas a eles, não apenas em situações escolares, mas em práticas sociais vivenciadas no seu cotidiano.

2.4.2 Diário de campo

Por meio do diário de campo, procurei trazer a parte descritiva das ações efetivadas, das condições das aulas, do estado emocional dos alunos no dia, das discussões que foram mais significativas, dos diálogos estabelecidos durante a aula, dentre outros.

Além da parte descritiva, trouxe também a reflexiva, como por exemplo, se em algum momento minhas mediações foram ou não potencializadoras para o desenvolvimento dos alunos, se os agrupamentos foram ou não produtivos, se a situação problema representou desenvolvimento aos alunos. Enfim, reflito tanto sobre o que considero ser meus (in)sucessos vivenciados em sala de aula enquanto professora e pesquisadora, como também sobre os (in)sucessos dos alunos, suas práticas, suas dúvidas ou acertos. Assim, procuro trazer os momentos vivenciados por mim e pelos alunos de todo o processo da pesquisa. Acrescento que meu diário de campo traz também ensaios de análise de alguns episódios vivenciados.

A respeito dessa ferramenta de produção de dados, Bogdan e Biklen (1994) descrevem o diário de campo como "um relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiência, e pensa no decurso da recolha e reflectindo sobre os dados de um estudo qualitativo" (p. 150).

Assim, por meio do diário de campo, posso retomar aquilo que já foi vivenciado e que a memória por si só não daria conta de contemplar. Dessa forma, quanto mais detalhes ele trouxer, mais rico será.

Confesso que produzir diário de campo revelou-se uma tarefa um tanto quanto árdua, no entanto, por meio desse instrumento é possível coletar dois tipos de materiais: o descritivo e o reflexivo.

Considero relevante trazer mais uma vez o que dizem Bogdan e Biklen (1994) para clarificar sobre esses dois tipos de materiais.

> O primeiro é descritivo, em que a preocupação é a de captar uma imagem por palavras do local, pessoas, acções e conversas observadas. (...) A parte descritiva das notas de campo, de longe a mais extensa, representa o melhor esforço do investigador para registrar objectivamente os detalhes do que ocorreu no campo. O objectivo é captar uma fatia da vida. (BOGDAN E BIKLEN, 1994, p. 152).

No que se refere à parte reflexiva, os autores salientam que:

> É nessa parte que é registrada a parte mais subjetiva da sua jornada. A ênfase é na especulação, sentimentos, problemas, idéias, palpites, impressões e preconceitos. (...) Espera-se que você deixe sair tudo: confesse seus erros, suas inadequações, os seus preconceitos, seus gostos e aversões. (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 165).

Diante do exposto, acredito que me aproximei do conceito adotado pelos atores acima citados para compor meus diários de campo com o intuito de oportunizar reflexões acerca do trabalho que está sendo realizado em sala de aula. Vale destacar que os diários de campo foram construídos ao longo do processo de produção de dados, com intuito de descrever minhas impressões sobre as aulas, as minhas intenções, o desenvolvimento dos alunos, as minhas expectativas e os (in) sucessos nas aulas. Posteriormente, ao me debruçar na tarefa de transcrição das audiogravações, meu diário de campo foi acrescido pelos momentos de diálogo, por minhas reflexões e análises das aulas de Matemática.

2.5 O processo de análise

Um dos momentos cruciais que o pesquisador enfrenta é o da análise do material produzido, afinal, nesse momento, surge a questão: qual caminho adotar?

Inspirei-me nos trabalhos de Mengali (2011) e Bagne (2012) que, assim como eu, também adotaram a perspectiva histórico-cultural como base teórica.

No primeiro deles (capítulo 3), analiso os dados, coerentemente com a perspectiva histórico-cultural, por meio de dinâmicas interativas, que trouxeram indícios de apropriações. Nele, apresento a primeira aula de resolução de problemas realizada para a pesquisa e registrada em meu diário de campo. Ao proceder assim, penso que conseguirei transmitir ao leitor como foi a construção de um ambiente de aprendizagem na sala de aula.

No segundo eixo de análise (capítulo 4), selecionei alguns episódios que evidenciaram a apropriação de estratégias apresentadas pela professora e pelos colegas a partir das socializações; os alunos assumindo o papel de coautores no processo interativo de aprendizagem e colocando em xeque a palavra da professora.

Segundo Bagne (2012), esses "episódios" representam "momentos de interação em sala de aula, em que um conceito ou alguns conceitos circulam e significações são produzidas" (p.111).

No último eixo (capítulo 5), para a seleção desses episódios, ouvi várias vezes cada audiogravação, consultei meu diário de campo e transcrevi os momentos mais significativos da nossa comunidade de aprendizes. Nele, analiso alguns casos isoladamente a fim de evidenciar o processo de ensino e de aprendizagem vivenciado pelos alunos e por mim ao longo da realização da pesquisa, buscando identificar se houve desenvolvimento, bem como quais foram significativos e se houve mudanças de concepção quanto à Matemática por parte dos alunos.

3. O INÍCIO: CONSTRUINDO O AMBIENTE DE APRENDIZAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

Acredito que o ato de analisar perpassa por questões subjetivas. As observações destacadas e os fatos analisados dependem do olhar, do conhecimento teórico, profissional e de vida de quem se põe a analisar, o que implica dizer que sua ótica é revelada, entretanto, ela não é única e pode não apresenta uma concepção clara de uma realidade, mas apenas uma interpretação dentre outras que possam existir. Assim, este capítulo visa a apresentar como foi a constituição do ambiente de aprendizagem – a comunidade de aprendizes.

Na primeira seção deste capítulo, trago na íntegra o meu diário de campo, que foi constituído por meio da audiogravação dos momentos vivenciados na primeira aula de Matemática em que uma situação-problema foi trabalhada com os alunos. Mostro os momentos de diálogos, interações e reflexões que foram surgindo no decorrer da tarefa. Posteriormente, trago um olhar retrospectivo em que aponto minhas impressões sobre a aula, porém, já com um distanciamento e com um olhar também analítico, ou seja, um olhar de pesquisadora. Destaco que o diário de campo foi dividido em duas seções: na primeira, trago o momento em que os grupos resolvem as tarefas, posteriormente, o momento de socialização das estratégias. Já os diálogos estão demarcados por turnos para retomá-los no momento de análise.

3.1 O primeiro problema proposto aos alunos visando à pesquisa

Diário de campo do dia 27/03/2012
Tempo de duração da atividade: 54 min 11 s
Alunos presentes: 15
6 duplas e 1 trio

Este foi o primeiro dia em que eu, como professora, e os alunos da turma vivenciamos a experiência de produzirmos em conjunto dados para a realização desta pesquisa. Apesar de já haver participado junto a outros alunos, em pesquisa de Iniciação Científica, de sessões de audiogravações, confesso que nesse dia senti a responsabilidade de ser professora e pesquisadora ao mesmo tempo, pois além de querer garantir que os alunos se apropriassem do conteúdo, não consegui deixar de pensar na questão de tentar fazer tudo dar certo para a pesquisa. No entanto, o ambiente escolar é imprevisível.

Antes de iniciar a atividade explicitei aos alunos que estava estudando em uma Universidade, fazendo um curso de Mestrado e que eles iriam me ajudar a desenvolver uma pesquisa na área de Matemática.

Disse a eles que iríamos trabalhar com as situações-problema e que nossas conversas e discussões seriam gravadas para que depois eu não esquecesse o que foi feito e falado na aula. Os alunos gostaram da ideia e acharam muito "legal" o gravador que mostrei a eles.

Iniciei a atividade agrupando-os em duplas e em um trio. Expliquei que iria entregar apenas uma folha por grupo, o que significava que para realizar a situação eles precisariam pensar "juntos". Entreguei a situação-problema, pedi para que escrevessem o nome dos participantes do grupo.

Perguntei:

T 01- P: Para resolver um problema, primeiro precisamos fazer o que?
T 02- Gustavo: Ler.

Antes de iniciar a leitura, lembrei-os que naquele período estávamos estudando os animais do Pantanal, no Programa Ler e Escrever de Língua Portuguesa, e que nossa tarefa também seria sobre um animal do Pantanal e logo os alunos identificaram que seria o jacaré. Posteriormente, li o seguinte problema:

UM JACARÉ TEM 4 PATAS, QUANTAS PATAS TÊM 5 JACARÉS?

T 03- P: A informação que temos é que um jacaré tem?
T 04- Turma: Quatro patas!
T 05- P: Mas aqui queremos o que?
T 06- Turma: [pausa] *Quantas patas!*
T 07- P: Tem o quê...
T 08- Turma: 5 jacarés!

Pedi para os alunos "colocarem" no papel o que eles pensaram para resolver o problema e somente depois escreverem no campo "Resposta".

T 09- Paulo: Tem que fazer uma linha para cada um fazer o seu?

T 10- P: Vocês precisam pensar juntos.
T 11- Paulo: Pode fazer de vários jeitos ou só de um jeito?
T 12- P: Mais jeitos de resolver o problema? Pode!

Ao passar pelo grupo de Isadora, Sandra e Valter, uma aluna estava discutindo com seus colegas:

T 12- Sandra: Tem 5 jacarés, é pra ela [a amiga] *desenhar 5 jacarés pra a gente contar as patas.*
T 14- Sandra: A gente vai desenhar duas situações.
T 15- P: Vocês vão colocar duas situações para resolver o mesmo problema?
T 16- Sandra: É.
T 17- P: Legal. Daqui a pouco eu passo aí, tá?

Como percebi que as alunas já haviam pensado em estratégias e que estavam no caminho que as levariam à resolução, fui investigar outro grupo.

T 18- P: E vocês como pensaram para resolver o problema? Vocês entenderam o problema?
T 19- Gustavo: Quantas patas têm 5 jacarés. A gente tá contando com a mão.
T 20- P: Mas, como você vai colocar no papel? Você vai desenhar suas mãos?

Deixei a questão em aberto para que os alunos pudessem decidir como poderiam representar a quantidade por meio das mãos.

T 21- P: E vocês?
T 22- Luana: A gente tá contando nos dedos deu 19.

[Pausa, pois a inspetora bateu à porta].

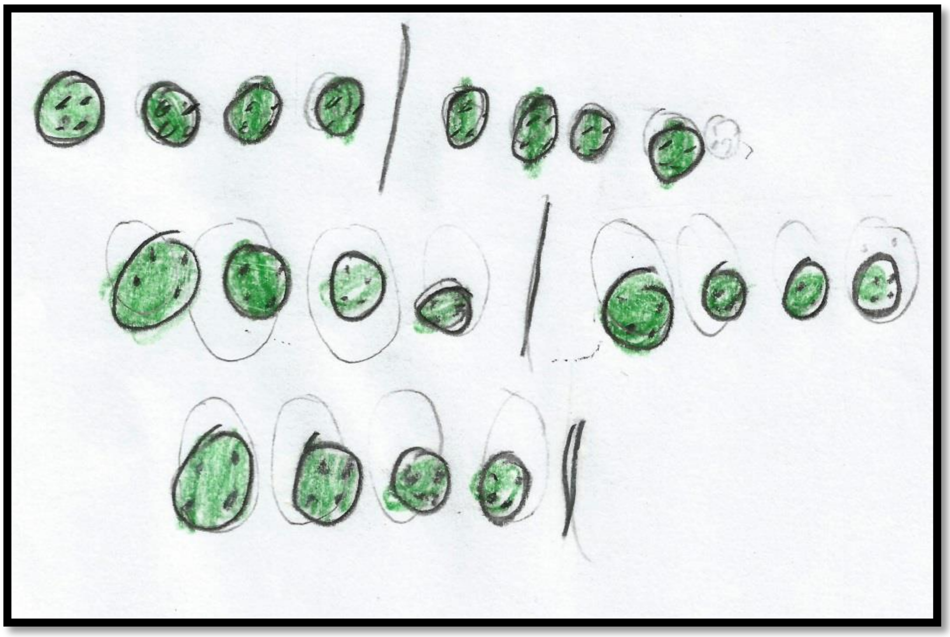
Sem que eu percebesse, por conta de precisar atender à inspetora, quando ela saiu, outro aluno solicitou minha presença e não dei continuidade à discussão com o grupo da Luana. Ressalto que o ritmo da sala de aula, por vezes, é comprometido por conta dessas interferências que ocorrem no ambiente escolar.

T 23- Junior: Prô, pode fazer 4 bolinhas mais 5 bolinhas?
T 24- P: Não entendi, como assim?
T 25- Gilson: Não, é patas!
T 26- P: Você fez 5 patas? O que essas patas representam?
T 27- Gilson: Nós pensamos que era 9.
T 28- P: Pensem comigo. Essas 4 patas são o que? Quem tem 4 patas?
T 29- Gilson: O jacaré.
T 30- P: Então você sabe que um jacaré tem 4 patas. Então aqui já temos um jacaré, certo?

T 31- Gilson: [Balança a cabeça afirmando].
T 32- P: Então, quantos jacarés você precisam representar?
T 33- Gilson: Cinco!
T 34- P: Mas ele fez 5 jacarés ou 5 patas?
T 35- Junior: 5 patas.
T 36- P: E quantas patas têm um jacaré?
T 37- Junior: 4.
T 38- P: O que está acontecendo aqui? Você precisa desenhar 5 patas ou 4 patas?
T 39- Junior: 4. [Desenhando e contando: uma, duas, três, quatro].
T 40- P: Quantos jacarés você tem aqui?
T 41- Junior: 2, deu oito!
T 42- P: Quantos jacarés você tem aqui?
T 43- Gilson: 4.
T 44- P: 4 jacarés ou 4 patas?
T 45- Gilson: 4 patas.
T 46- P: O que o problema nos informa? Que um jacaré tem 4 patas, então aqui é um...
T 47- Gilson: Jacaré.
T 48- P: Esse aqui é mais um...
T 49- Gilson: Jacaré.
T 50- P: Um jacaré mais um jacaré, quantos jacarés eu tenho aqui?
T 51- Gilson: Dois.
T 52- P: Quantos jacarés vocês precisam fazer?
T 53- Gilson e Junior: 5!
T 54- P: Vamos fazer mais um jacaré aqui?
T 55- Gilson e Junior: 1, 2, 3, 4 [contando patinhas].
T 56- P: Vamos ver quantos jacarés já temos?
T 57- Junior: 1,2,3.
T 58- P: Quantos mais vocês precisam fazer?
T 59- Junior: 1,2,3,4 [contando patinhas].
T 60- P: Quantos jacarés vocês têm agora?
T 61- Junior: 1,2,3,4 [jacarés].
T 62- P: Mas, nós queremos saber quantas patas têm... [silêncio] *5 jacarés. Então o que está faltando?*
T 63- Gilson: 4.
T 64- P: Está faltando 4, vamos ver, nós temos 1, 2, 3, 4 jacarés. Quanto está faltando?
T 65- Junior: Ah! mais 1 dá 5!
T 66- P: Isso.
T 67- Junior: 1,2,3,4 [contando patinhas].
T 68- P: Vamos ver quantos jacarés vocês têm?
T 69- Gilson e Junior: 1, 2, 3, 4, 5!
T 70- P: Bom, vocês já têm 5 jacarés certo? Mas, o problema quer saber quantas patas têm 5 jacarés. O que vocês precisam fazer agora?
T 71- Junior: Contar!
T 72- P: Contar o que?
T 73- Junior: As Patas!
T 74- P: Isso!
T 75- Gilson e Junior: 1, 2, 3, 4 ...20!

T 76- P: Então 5 jacarés têm?
T 77- Gilson e Junior: 20 patas!

Figura 1 – Registro de Gilson e Junior



Esse registro foi produzido a partir das mediações da professora.

Van de Walle (2009) destaca que os alunos precisam compreender o problema e, para tal, o professor pode lê-lo, fazer questionamentos sobre o enunciado a fim de verificar se o mesmo foi compreendido, pedir para que eles o expliquem ou o recontem.

Apesar de ler com eles anteriormente a tarefa, fazer perguntas sobre o enunciado para validar a compreensão dos alunos, nem todos atingiram essa compreensão, mesmo porque nem todos os alunos, já de início, se sentem à vontade para recontar o problema, pois ainda há certa timidez presente na sala quando é necessário se expressar oralmente. Tal atitude se explica pelo fato de que esse modo de trabalho no qual o aluno tem voz ainda é muito novo para eles.

Nesse sentido, sem mediações propícias e pontuais os alunos não conseguiriam, sozinhos, resolver o problema. As mediações pedagógicas realizadas por meio de questionamentos, apesar de não apresentarem respostas, proporcionaram inúmeras reflexões que permitiram que os alunos, por meio dessa reflexão, testassem suas hipóteses e as validassem ou não. Em alguns questionamentos, notaram-se conflitos cognitivos nos quais o aluno precisou decidir se sua hipótese conseguia dar conta de responder a pergunta da professora. O fundamental foi perceber que as mediações propiciaram tomadas de decisões por parte dos alunos que, por sua vez, resultaram na compreensão e na resolução da atividade.

Ao retornar ao grupo do Paulo e Wilson, perguntei como haviam resolvido o problema.

> *T 78- Paulo:* [Escrevendo].
> *T 79- P: Você escreveu aqui 5 patas têm 5 jacarés 20? O que isso quer dizer?*
> *T 80- Paulo: Ah! É 4* [referindo-se as patas].
> *T 81- P: E por que você colocou 20?*
> *T 82- Paulo: É que eu esqueci de fazer um negócio aqui, o igual* [símbolo].

Compreendi que o aluno Paulo conseguiu realizar a atividade sem representar por meio pictórico ou numeral e, sim, pelo cálculo mental, mas seu amigo Wilson ainda não compreendera a atividade. Então perguntei:

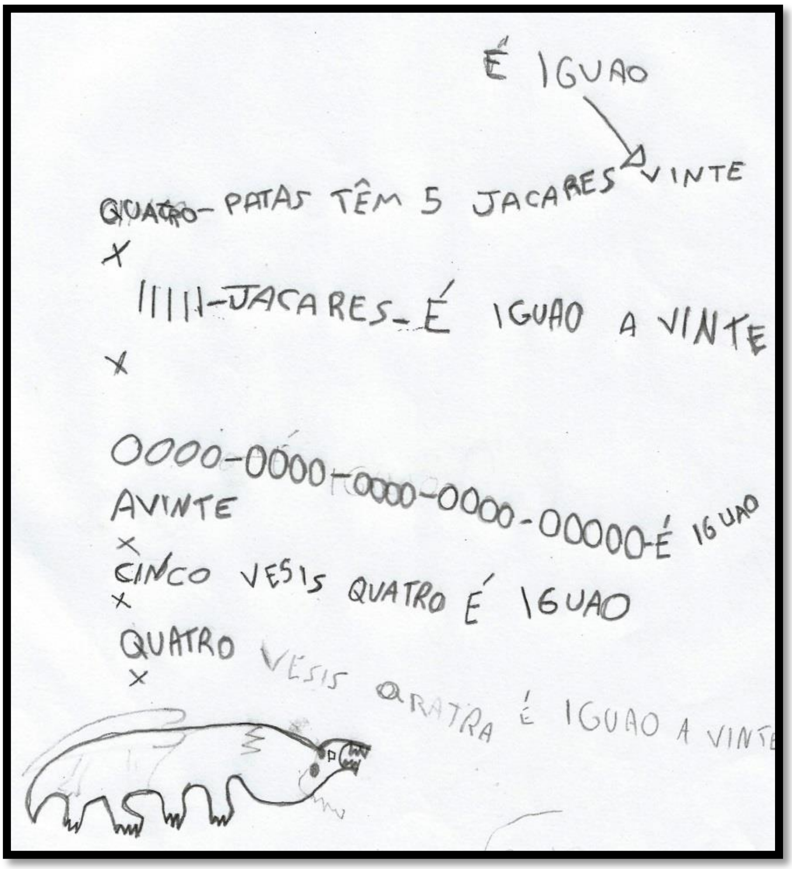
> *T 83- P: Como você chegou a essa conclusão?*
> *T 84- Paulo: É que eu li aqui e entendi direto. Eu pensei* [referindo-se ao cálculo mental].
> *T 85- P: Como você pensou? Mostre para mim.*
> *T 86- Paulo: Como eu não estava pensando em fazer isso...*
> *T 87- P: Fazer isso seria desenhar?*
> *T 88- Paulo: É, eu pensei 5 jacarés com 4 patas e eu escrevi é igual a 20.*

Começaram a representar 4 bolinhas para cada jacaré e fizeram 5 vezes.

> *T 89- P: Vocês desenharam quantos jacarés?*
> *T 90- Paulo e Wilson: 5 e deu 20 patas!*
> *T 91- P: Por que vocês resolveram desenhar agora?*
> *T 92- Paulo: Nós nos lembramos daquela lição que tinha bolinhas, pauzinhos...*

O diálogo de Paulo e Wilson com a professora evidencia que a tarefa em si não foi o “problema” para os alunos, principalmente para Paulo, a questão mais complexa para eles foi a de como registrar o pensamento. Nesse caso, entendo o registro como um meio de organizar as ideias dos alunos, tendo como finalidade torná-la visível, e, por que não dizer, compreensível ou inteligível à professora e posteriormente aos seus colegas.

Figura 2– Registro de Paulo e Wilson



Quatro – patas têm 5 jacares é igual vinte
IIIII – jacares – é iguao a vinte
OOOO–OOOO–OOOO–OOOO–OOOO– é igual a vinte
Cinco vesis quatro é iguao
Quatro vesis qratra é iguao a vinte

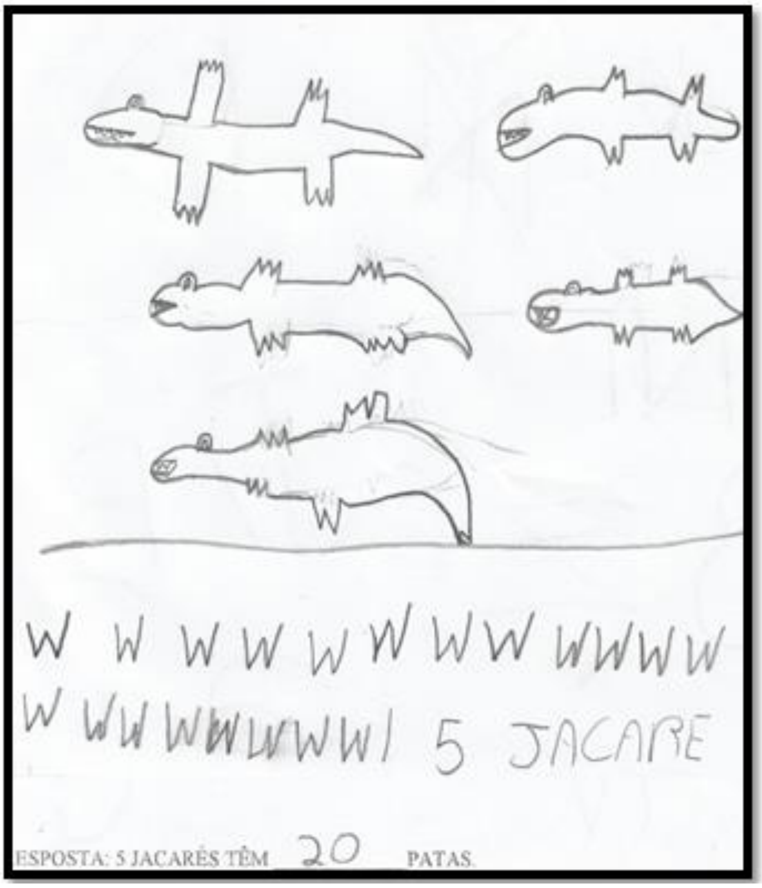
No T 92, o aluno Paulo estava referindo-se a uma situação-problema que a turma havia realizado há alguns dias. A tarefa mencionada pelo aluno foram duas situações-problema que haviam realizado dois dias antes, uma de adição e outra de subtração. Mesmo não envolvendo o conceito de multiplicação, por ter vivenciado a experiência de resolver essas duas situações, o aluno estabeleceu relação entre as ideias matemáticas de uma tarefa já realizada, fato que lhe ofereceu condições para resolver esse novo problema. A fala de Paulo demonstra que os resíduos deixados serviram de base para a resolução da proposta.

Hiebert et. al. (1997), pautados nos estudos de William Brownell (1946) e Davis (1992), apontam que, ao resolver problemas matemáticos, os alunos naturalmente passam a pensar com compreensão. Tal pensamento não é algo que devemos ensinar diretamente, pois precisamos iniciar o ensino da Matemática por meio da resolução de problemas, de modo que os alunos desenvolvam suas próprias estratégias para resolvê-los, e a experiência vivenciada é a aprendizagem. Essa aprendizagem, a profunda e duradoura, é a aprendizagem que os alunos levam consigo, são os "resíduos".

Por resíduos entende-se, pautando-me no trabalho de Hiebert et. al. (1997), aquilo que foi apropriado pelo aluno, ou seja, aquilo que "ficou", mas com significado e que, portanto, gerou aprendizagem.

Logo após, retornei ao grupo da Isadora, Sandra e Valter, e percebi que eles já haviam resolvido o problema sem necessidade de mediações, conforme registro na Figura 3:

Figura 3– Registro de Isadora, Sandra e Valter



Esse registro foi produzido para comunicar o pensamento matemático dos alunos.

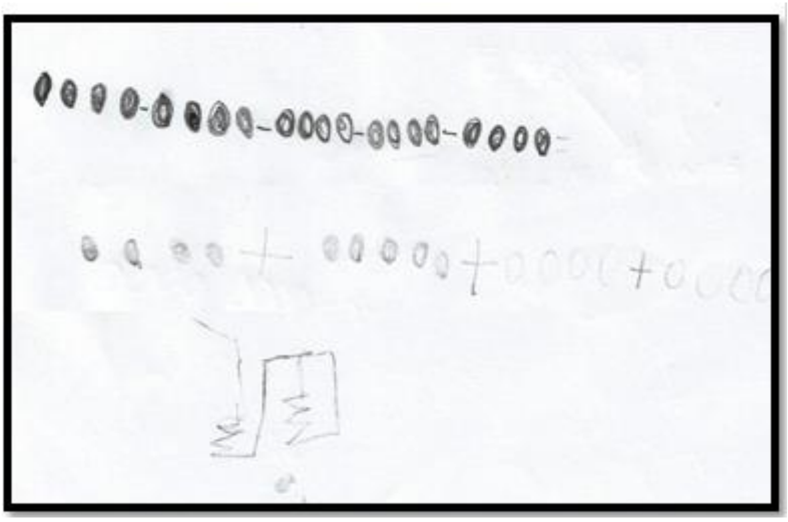
É possível identificar a evolução do registro desse trio, inicialmente eles desenham os cinco jacarés, mas, logo em seguida, se dão conta de que basta desenhar as patas e, logo passam para o registro do número. Ele evidencia que, gradativamente, os alunos vão se apropriando da linguagem Matemática e compreendendo que ela sintetiza o que consta no desenho.

No trio Gustavo, Gabriela e Laissa perguntei:

T 93- P: E vocês como resolveram?
T 94- Gabriela: A gente usou as mãos para contar.
T 95- P: Quantos dedos vocês colocaram em cada mão?
T 96- Gabriela: 4.
T 97- P: Mas, eu estou vendo somente 4 mãos.
T 98- Gabriela: A gente colocou mais uma.
T 99- P: Vocês contaram no dedo?
T 100- Gabriela: Sim.
T 101- P: Cada bolinha representa um dedo?
T 102- Gabriela: Sim.
T 103- P: Quantas patas deram?
T 104- Gabriela: Contando no desenho 1, 2, 3, 4,...20!

A Figura 4 traz o registro dessa dupla.

Figura 4 – Registro de Gabriela e Laissa



As alunas tentaram desenhar o jacaré, mas apagaram, também tentaram a representação pictórica usando bolinhas e o sinal de + (adição), entretanto representaram 4 ×4. Posteriormente, ainda usando bolinhas, representaram 4×5, ou seja, quatro bolinhas (patas) por cinco vezes (jacarés).

Após ouvir a gravação e o diálogo com os alunos, percebi que apesar de estarem utilizando o pictórico como forma de representação numérica, eles ainda não conseguiam perceber que essa estratégia poderia dispensar o uso da contagem por meio dos dedos. Apesar de considerar o uso dos dedos como a ferramenta mais acessível que o aluno possui e, de quão frequente e natural é o seu uso, poderia realizar mediações a fim de que os alunos também percebessem as potencialidades do recurso pictórico. Pode-se dizer que esses alunos ainda estavam na fase do cálculo por contagem, pois, necessitavam se apoiar nos dedos para realizá-la. (FERREIRA, 2008).

Ao passar pela dupla de Jonas e Luana perguntei.

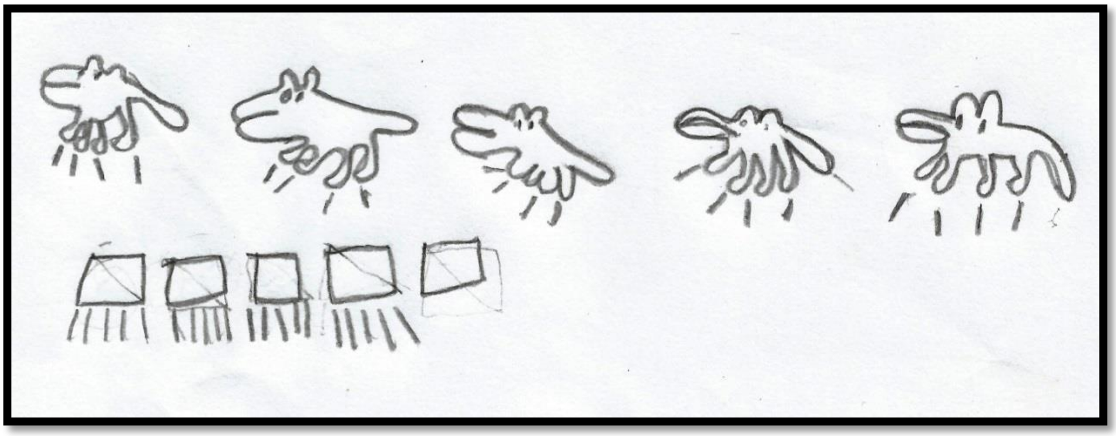
T 105- P: E vocês?
T 106- Jonas: 1, 2, 3, 4, 5. Eu fiz 5 pauzinhos, 6, 7, 8, 9, 10. 10 pauzinhos. 11, 12, 13, 15, 15. 15 pauzinhos. 16, 17, 18, 19, 20. 20 pauzinhos.

Percebi que Jonas, ao invés de utilizar o conceito de multiplicação 4×5, usou 5×4, por conta de, no dia anterior, termos realizado contagem de pontos num jogo de dados por meio de quadrados com um risco inclinado dentro (para contagem de cinco em cinco). Então perguntei:

 (símbolo usado por Jonas)

T 107- P: Você fez 4 quadradinhos sendo que cada um deles vale 5. É isso?
T 108- Jonas: É.
T 109- P: Mas o problema está querendo saber as patas de 4 jacarés ou 5 jacarés?
T 110- Jonas: 5. Vou apagar?
T 111- P: Cada quadradinho desse representa o que?
T 112- Jonas: 5.
T 113- P: Representa o número 5? Mas, o que o número 5 tem a ver com o problema? Nós não queremos saber quantas patas têm 5 jacarés?
T 114- Jonas: Sim.
T 115- P: Fale para mim o que você pensou quando representou assim.

Figura 5– Registro de Jonas e Luana



O registro de Luana objetivou comunicar sua estratégia. O de Jonas o auxiliou na tentativa de compreensão da tarefa.

No momento de análise, pude notar o quanto os alunos usam a borracha para apagar seus erros. Esse fato não havia observado enquanto produzíamos os dados para a pesquisa. Nos registros há muitos pensamentos, tentativas de resolução de problemas que foram apagados. Passei a considerar a borracha como uma “vilã” nesse processo e a me questionar: “Por que tantas ideias interessantes foram apagadas?”; “Como não percebi isso no momento de produção de dados?”.

Em relação à minha primeira indagação, acredito que para os alunos ainda exista a concepção de que, especificamente em Matemática, o erro dói, ele não pode aparecer, precisa ser apagado. Para a segunda, creio que todo o processo de desenvolvimento de ensino e de aprendizagem vivenciado por nós em sala de aula envolve também a professora. Por sentir a responsabilidade de tentar administrar várias habilidades (próprias) e acompanhar os fazeres dos alunos, por vezes, não percebe fatores que seriam de suma importância e que poderiam enriquecer o fazer Matemática com seus alunos. A exemplo disso, poderia pedir para que não apagassem o que haviam pensado, mas tentassem resolver de maneira diferente. Essa atitude culminaria em ricas discussões sobre o desenvolvimento do pensamento dos alunos expressos por meio do registro escrito.

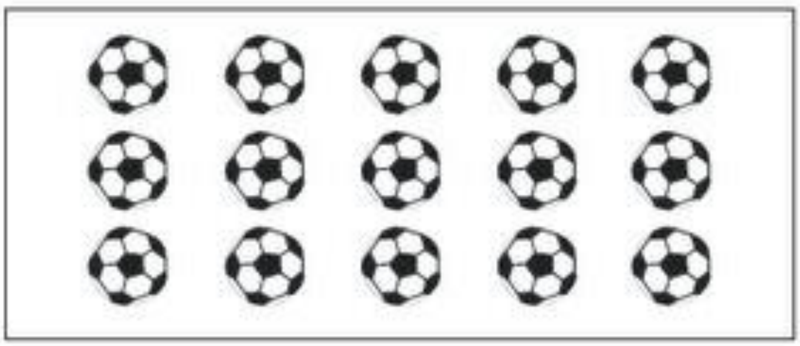
Apesar de observar e refletir sobre essa questão somente na análise do material produzido, creio que tal reflexão proporcionou em mim crescimento profissional, no sentido de adotar uma postura diferente quanto ao uso da borracha nas futuras aulas de Matemática.

O Jonas não conseguiu me explicar seu pensamento, no entanto, sua colega de grupo já havia desenhado cinco jacarés e chegado ao resultado da atividade. Mostrei ao Jonas a estratégia da amiga e pedi para que trabalhassem em grupo, salientei a importância de compartilhar as estratégias com os amigos. Após observar a estratégia da amiga, Jonas tentou resolver o problema do "seu jeito" usando os quadradinhos e colocando perninhas neles para representar os cinco jacarés. No entanto, o registro nos mostra que Jonas não abandonou a estratégia de 4×5, apenas mudou a forma de representação. Este fato foi observado somente quando eu redigia o diário de campo e enquanto analisava os registros dos alunos. (Figura 5).

Vale destacar que a pergunta do problema foi: "Quantas patas tem 5 jacarés?" a multiplicação que reponde a questão é 5×4. Apesar de 5×4 e 4×5 resultarem no mesmo número o 20, existe uma diferença que é determinada pelo enunciado do problema. Em 4×5 seria quatro jacarés com cinco patas cada um, fato impossível devido às características do animal.

Se a situação-problema pedisse para os alunos resolverem uma multiplicação retangular como apresentada na figura abaixo, a representação Matemática poderia ser tanto 3×5, quanto 5×3, não há explícito um critério para a resolução do problema, as duas representações estariam corretas.

Figura 6– Multiplicação retangular



A dupla Gustavo e Leandro escreveu 4=4-8, e na resposta do problema escreveram 20 patas.

T 116- P: Vocês acham que está certo esse resultado?
T 117- Gustavo: Sim.
T 118- P: Por quê? Explique-me.

Os alunos não souberam explicar a estratégia, pensei que possivelmente colocaram o número 20 no campo RESPOSTA por ouvirem as discussões da sala. No entanto, posso estar enganada, pois como professores, quando não compreendemos uma ideia ou um registro, podemos concluir que o aluno copiou o resultado. Precisamos dar ao aluno o benefício da dúvida, visto que fazem elaborações mentais que não conseguem explicar.

Nesse caso, inferi que não haviam compreendido a atividade, propus uma nova leitura do problema e salientei a principal informação: a de que um jacaré tem quatro patas. Logo após, perguntei:

> *T 119- P: Vocês colocaram 8, certo? 8 patas têm quantos jacarés?* [Silêncio]
> *T 120- P: Cada um tem 4, então o número 4 representa o que?* [Silêncio]. *Quem tem 4 patas?*
> *T 121- Gustavo: 1 jacaré.*
> *T 122- P: Esse número 4 quantos jacarés são?*
> *T 123- Gustavo: 4.*
> *T 124- P: São 4 jacarés ou 1 jacaré?*
> *T 125- Gustavo: 1 jacaré!*
> *T 126- P: Esse número 4 representa um jacaré, certo? E esse número 4 representa?*
> *T 127- Gustavo: Outro jacaré.*
> *T 128- P: Aqui temos 2 jacarés, mas as patas de quantos jacarés precisamos saber?*
> *T 129- Gustavo e Leandro: 5.*
> *T 130- P: Vocês marcaram o número 4 duas vezes, quantas vezes vocês precisam marcar o número 4?*

Os alunos Gustavo e Leandro discutiram, mas com os números eles não conseguiram resolver a situação, perguntei se gostariam de tentar de outra maneira e eles concordaram.

> *T 131- Leandro: Bem que eu falei para ele prô!*
> *T 132- P: Como você queria fazer?*
> *T 133- Leandro: Com bolinhas.*
> *T 134- P: Quantas bolinhas para representar um jacaré?*
> *T 135- Leandro: 1, 2, 3, 4! Coloca 4 bolinhas!*
> *T 136- P: E agora, faltam quantos jacarés?*
> *T 137- Gustavo: Mais 1.*
> *T 138- P: Vamos lá, desenhe mais um jacaré. Agora eu tenho...*
> *T 139- Gustavo: 2 jacarés.*
> *T 140- P: Precisamos saber quantas patas têm...*
> *T 141- Gustavo: 5 Jacarés.*
> *T 142- P: Vamos lá até chegar em 5.*

Figura 7 – Registro de Gustavo e Leandro

Esse registro foi feito após mediação da professora.

Após essa mediação, os alunos compreenderam a estratégia e conseguiram solucionar o problema e o diálogo com a dupla precisou ser encerrado nesse momento, pois outros alunos solicitavam minha presença. A Figura 6 é o registro dos alunos.

Segundo Van de Walle (2009), durante a realização da atividade, faz-se necessário que o professor escute as ideias e dúvidas de seus alunos, procure realizar questionamentos e mediações que façam com que eles reflitam sobre o problema.

Essa situação aponta a força da ideia de que os alunos têm de pensar que todas as situações matemáticas precisam necessariamente ser resolvidas por meio da utilização de número ou de um algoritmo. O aluno Leandro compreendeu a situação proposta, no entanto, seu colega optou em resolver com números, mas não conseguiu. Mesmo supondo que com essa estratégia seria mais complicado para resolver a situação, propus questionamentos que validassem a ideia de utilizarem o número. Mesmo assim, não conseguiram e partiram então para o pictórico. Nota-se que quando a representação por meio do desenho foi assumida por eles, o conceito da multiplicação ficou claro e os alunos conseguiram o resultado para o problema, ou seja, superaram a ideia de que no início eles não traduziram o problema.

A dupla Marcelo e Ericles escreveu na folha 4+4=8. Perguntei aos alunos por que haviam resolvido o problema daquela maneira.

T 143- Marcelo: Tem 2 vezes o 4.
T 144- P: E o que esse 4 representa?
T 145- Marcelo: 2 jacarés!
T 146- P: Então vocês chegaram à conclusão que 2 jacarés têm...
T 147- Marcelo: 8 patas.

T 148- P: Mas, o problema quer saber quantas patas têm 2 jacarés ou quantas patas têm 5 jacarés?
T 149- Marcelo: Cinco.
T 150- P: O que falta fazer aqui?
T 151- Marcelo e Ericles: [silêncio].
T 152- P: A resposta que vocês colocaram responde o que o problema pede?
T 153- Marcelo e Ericles: Não.
T 154- P: O que vocês farão para responder o problema? Vocês sabem o que fazer?
T 155- Marcelo: [Balança a cabeça em sinal de negação].
T 156- P: Não? Vamos lá.
T 157- P: Pelo que eu entendi cada "4" representa um jacaré, certo?
T 158- Marcelo e Ericles: Sim.
T 159- P: Temos aqui?
T 160- Marcelo: 2 jacarés!
T 161- P: Mas, o problema quer saber quantas patas têm...
T 162- Marcelo: 5 jacarés.
T 163- P: Vocês colocaram 4+4 que são 2 jacarés, certo? O que vocês precisam colocar agora?
T 164- Marcelo: 5.
T 165- P: 5 o que?
T 166- Marcelo: 5 quatros. Posso colocar o "+"?
T 167- P: Você que sabe.

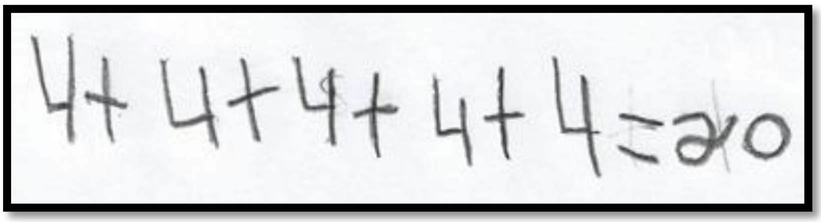
Os alunos grafaram o número 4 por seis vezes, perguntei, então, quantas vezes grafaram o número quatro.

T 168- Marcelo e Ericles: 1, 2, 3, 4, 5, 6!
T 169- P: Precisam de 6?
170- Marcelo e Ericles: Não! [apagaram o último número 4 grafado].
T 171- P: E agora o que vocês irão fazer?
T 172- Ericles: 24!
T 173- P: Como você chegou a esse número?
T 174- Ericles: Eu estava contando na mão.

No entanto, os alunos não sabiam se colocavam 4 ou 5 dedos para realizar a contagem.

T 175- P: E aí, vocês vão colocar 4 ou 5 dedos para contar?
T 176- Marcelo: Deu 20! Eu contei 4!
T 177- P: Você contou 4 dedos por cinco vezes, é isso?
T 178- Marcelo: É.
T 179- Ericles: Legal!
T 180- Marcelo: É só colocar 20? [referindo-se ao campo "RESPOSTA"].
T 181- P: Isso, 5 jacarés têm...
T 182- Marcelo: 20 patas.

Figura 8 – Registro de Marcelo e Ericles



Esse registro foi feito após mediação da professora

Ao observar logo no início que os alunos Marcelo e Ericles estavam utilizando números para tentar resolver o problema e que o pensamento deles fazia sentido e que apenas não conseguiam dar continuidade a esse pensamento, investi na ideia dos alunos e, por meio de questionamentos, eles demonstraram ter condições de resolver a situação apresentada.

Nesse processo de construção de um ambiente de aprendizagem dialógico, os registros que emergiram foram riquíssimos, e muitos deles foram produzidos por meio das mediações realizadas pela professora, ou seja, o registro assume um caráter de instrumento dessa mediação da discussão Matemática.

3.1.1 A socialização

Ao terminar as mediações junto aos grupos, passamos para o momento da socialização que, por sinal, também houve mediações. Perguntei se algum aluno gostaria de explicar aos demais como o seu grupo conseguiu resolver o problema, ou seja, não houve escolha feita por mim de quem viria até à frente comunicar a estratégia adotada pelo grupo para os demais alunos da sala.

A aluna Sandra foi a primeira a se prontificar a ir até à frente da turma socializar a estratégia do seu grupo.

> *T 01- Sandra: Eu desenhei 5 jacarés, depois eu contei as patas, aí eu marquei e deu tudo certo.*
> *T 02-P: Quantas patas têm cada jacaré?*
> *T 03- Sandra: 4!*
> *T 04- P: Quando vocês contaram as patas dos cinco jacarés em que número chegaram?*
> *T 05- Sandra: 20!*

> *T 06- P: Pessoal, o grupo da Sandra desenhou os jacarés e chegou ao resultado. Alguém mais gostaria de falar?*

Paulo se dispõe a socializar.

> *T 07- Paulo: Eu fiz quatro vezes bolinhas 5, daí eu escrevi, eu não sei explicar!*

Sabia que o aluno compreendera a atividade. No entanto, sentiu dificuldades em explicar para a turma, talvez por constrangimento e por falta de costume em expor suas ideias verbalmente e coletivamente.

Expliquei na lousa de maneira detalhada para a turma a estratégia de Paulo e seu grupo, que foi a de representar cada jacaré por quatro bolinhas, repetindo por cinco vezes até chegar ao resultado.

Quando o aluno sentiu-se constrangido em socializar com a turma e eu, enquanto professora, expliquei na lousa a estratégia do grupo. Nessa postura, incentivo os alunos a exporem suas ideias, sendo que essa explanação de ideias configura-se em um gênero muito usual, principalmente pelos professores, mas pouco usado pelos alunos em momentos de aprendizagem "escolar", trata-se do gênero oral. Quando demonstrei a Paulo como se apresenta uma estratégia aos colegas, expliquei para ele, mesmo que de forma implícita, o que é um gênero oral, ou ainda, como se trabalha esse gênero em sala de aula. A oralidade, enquanto gênero discursivo, precisa ser ensinada aos alunos para que eles saibam expor suas ideias e participem das discussões em sala de aula.

O aluno Junior pediu para socializar a estratégia do seu grupo, mesmo sabendo que fora a mesma do grupo anterior. Eu pedi para que ele viesse até à frente e explicitasse como o grupo chegou ao resultado.

Após sua fala, comecei a desenhar a estratégia do grupo do Junior na lousa e, imediatamente, os alunos da sala souberam dar continuidade ao pensamento do aluno me dizendo os passos seguintes para resolver a situação-problema.

Logo após, a aluna Luana manifestou-se dizendo querer contar como seu grupo resolveu o problema.

> *T 08- Luana: Eu fiz cinco jacarés, depois eu fiz os "pauzinhos" para contar as patas.*

Após sua fala, desenhei na lousa cinco jacarés e procedi da mesma forma que o grupo da Luana para realizar a contagem das patas.

Esse momento foi muito descontraído, pois minhas habilidades para o desenho não são muito boas e os alunos adoraram perceber isso. Disseram que eu não sabia desenhar jacaré e que meus jacarés pareciam muito mais lagartixas.

Optei por eu mesma desenhar ou escrever na lousa, pois quando os alunos vão até à lousa realizar alguma atividade, o tamanho da letra, número ou desenhos grafados por eles, geralmente são pequenos, ou seja, eles escrevem como se tivessem utilizando o caderno e isso dificulta a visualização das estratégias para os demais alunos.

Ainda tem a questão do tempo, pois quando os alunos vão até à lousa, por vezes, escrevem, apagam, reescrevem e assim por diante, este fato demanda tempo. Considerando esses fatos, optei por grafar as estratégias, pois o tempo planejado para a tarefa era de 50 minutos a uma hora. Vale ressaltar que como professora dos anos iniciais, apesar de gostar bastante de trabalhar a resolução de problemas junto aos alunos, precisava dar conta de ensinar as demais disciplinas. Isso implicou em planejar a tarefa e a duração que ela teria. A maneira pela qual encontrei de conciliar o tempo foi essa, entretanto, não considero que seja a única, mas foi assim que conciliei a questão do tempo em relação a todos os conteúdos que precisava ensinar aos alunos durante as aulas.

Em seguida, o aluno Marcelo disse à turma que resolveu usando números.

T 09- Marcelo: Eu fiz 4+4+4+4+4 e deu 20!

Da mesma forma escrevi na lousa a estratégia do grupo Marcelo e Ericles e perguntei:

T 10- P: Quantas vezes eles usaram o número 4?
T 11- Turma: 5!
T 12- P: Cada 4 representa o que?
T 13- Turma: 4 patas!
T 14- P: Como vocês chegaram ao resultado 20?
T 15- Marcelo: Eu contei nos dedos.

Nesse momento, o aluno Paulo, de outro grupo, disse ter contado "no pensamento". "Contar no pensamento" pode ser interpretado como a fase em que o aluno já consegue visualizar uma determinada quantidade e faz a contagem sem necessidade de correspondência um-a-um, dispensando a relação entre objeto, gesto de apontar e a palavra que expressa a quantidade. Não acredito que ele tenha utilizado alguma estratégia de cálculo mental, mas sim, cálculo por contagem.

O aluno Leandro quis compartilhar a estratégia de seu grupo.

> *T 16- Leandro: Eu fiz 1,2,3,4 bolinhas para representar 4 patas* [sua fala se deu com a ajuda do amigo Gustavo].
> *T 17- P: Quantas vezes vocês fizeram as 4 patinhas?*
> *T 18- Leandro e Gustavo: 5.*

Chamei a atenção da turma para que observassem as estratégias de Leandro e Gustavo e perguntei se a forma como eles resolveram o problema foi igual à de outros grupos (representação de cada pata por bolinhas, risquinhos). Responderam que sim.

Disse também à sala que dois grupos optaram por desenhar os jacarés para depois contar as patas. E que o grupo do Marcelo e do Ericles resolveu a situação usando números.

Em seguida, perguntei à sala qual estratégia eles consideraram a melhor para resolver o problema. Nesse momento, houve um burburinho e os alunos não respondem à questão.

Diante da situação, disse que todas as estratégias foram boas, mas ressaltei que um grupo não conseguiu resolver a situação proposta utilizando-se de números, então perguntei qual seria a melhor estratégia se eles tentassem com o número e não conseguissem resolver. A turma chegou à conclusão que nesse caso o desenho seria a melhor estratégia.

Agradeci e parabenizei à turma pelo processo realizado no dia. Eles vibraram e a atividade foi encerrada com todos batendo palmas.

Diante do exposto, pude perceber que os alunos se depararam com um desafio até então desconhecido para eles: resolver um problema de multiplicação antes mesmo de aprender formalmente o conteúdo. Mesmo assim, utilizando-se de estratégias pessoais e, com a mediação da professora, eles conseguiram realizar a atividade proposta. Isso evidencia que são capazes de refletir, conjecturar, procurar caminhos que são suas próprias estratégias, testá-las a fim de validá-las ou não. Apesar de possuírem diferentes ritmos de aprendizagem, acredito na capacidade de cada um deles e que é possível se ensinar Matemática por meio da resolução de problemas.

3.2 Um olhar retrospectivo

Após alguns meses sem ler meu diário de campo, devido ao tempo em que passei cumprindo disciplinas do Programa de Pós Graduação, participando de grupos de estudos, de eventos, produzindo artigos, pude perceber que houve um distanciamento entre mim e minha produção. Considero esse um fato positivo, pois no calor do momento em que vivenciamos algo, não conseguimos observar alguns pontos que merecem relevância de serem discutidos.

Ademais, no dia em que a aula foi dada e, posteriormente, o diário de campo foi produzido, eu, enquanto professora/pesquisadora, não havia passado por experiências que o mestrado me proporcionou. Houve um amadurecimento no que se refere à minha construção enquanto pesquisadora, o que considero natural diante de tantas leituras, discussões, reflexões e, posso dizer, de apropriações vivenciadas por mim nesse intervalo de tempo entre o início da pesquisa e a fase de análise.

O problema escolhido foi elaborado por mim, pois naquele período percebi o quanto os alunos estavam interessados em conhecer os animais do Pantanal que estavam sendo estudados por meio de uma sequência didática de Língua Portuguesa denominada "Animais do Pantanal". Vale ressaltar que a sequência faz parte do Projeto Ler e Escrever adotado pela Rede Municipal de Ensino de Itatiba, que tem como foco a alfabetização em Língua Portuguesa. Especificamente, a sequência "Animais do Pantanal" faz parte de uma coletânea de outras sequências didáticas que são trabalhadas apenas com os alunos do segundo ano. Por perceber o interesse dos alunos sobre o tema, criei uma situação-problema que teve como intenção pedagógica introduzir o conceito de multiplicação, ainda inexplorado pelos alunos.

Apesar de os alunos ainda não conhecerem formalmente os métodos para resolver um problema de multiplicação, tive expectativas positivas a esse respeito. Concordo com Branca (1997), ao salientar que um problema matemático pode ser um fator que desencadeia o processo de construção de conceitos matemáticos, isto é, o problema auxilia no desenvolvimento e na formação de conceitos antes mesmo de serem apresentados por meio da linguagem Matemática formal.

Como pretendia que os alunos trabalhassem de maneira colaborativa, agrupei as crianças em duplas e um trio. O critério de agrupamento foi colocar alunos que estivessem em níveis próximos de aprendizagem para que pudessem contribuir uns com os outros. Destaco que colocá-los em grupos foi importante para introduzi-los em um ambiente de interação e troca de ideias matemáticas sobre a situação apresentada.

Na perspectiva histórico-cultural, o ato pedagógico precisa ser marcado pela intencionalidade, uma vez que o papel da escola é trabalhar com os conceitos científicos.

Assim, no dia da aula, minha intenção era que a de resolvessem um problema de multiplicação antes de conhecerem o algoritmo, proporcionar um ambiente em que os alunos fossem capazes de trabalhar em grupo, instigá-los a perceber que quando "pensam juntos" e trabalham coletivamente ampliam o repertório de ideias e estratégias para resolver a tarefa. Além disso, pretendi possibilitar que o trabalho em duplas com essas características atingisse a zona de desenvolvimento iminente.

Dessa forma, eu quis que os alunos aprendessem a negociar, a ouvir o outro, a respeitar o pensamento do colega, e apesar de estar apenas no início da pesquisa começamos a criar um ambiente de trocas em sala de aula.

Nesse ponto, concordo com Boavida; Silva e Fonseca (2009) quando reforçam que, para que haja desenvolvimento da capacidade de se comunicar matematicamente, é preciso que se criem oportunidades de comunicação apropriadas em sala de aula, de modo que os alunos aprendam a falar e também a ouvir.

Esse olhar retrospectivo permitiu identificar três dimensões nessa aula.

3.2.1 A negociação da professora com os alunos e entre os alunos

Antes de apresentar a tarefa, disse aos alunos que para resolvê-la eles precisariam "pensar juntos". Mas o que seria isso?

Esta foi a dúvida do primeiro grupo, formado por Paulo e Wilson (T 09). Paulo me pergunta se pode dividir a folha em duas partes de modo que cada um resolva "do seu jeito". Como já mencionei anteriormente, apesar de estarem iniciando o ensino fundamental, os alunos já trazem consigo marcas escolarizadas adquiridas nos anos anteriores. Uma dessas marcas pode ser notada na fala de Paulo. O aluno ainda não compreende que o "pensar junto" significa compartilhar pensamentos e ideias sobre a Matemática e negocia com a professora se precisa resolver de apenas uma maneira ou se pode usar diferentes estratégias (T 11) "*Pode fazer de vários jeitos ou só de um jeito?".*

Posteriormente, ao retornar à dupla percebi, a autonomia que Paulo tinha para resolver a tarefa. No entanto, seu colega não estava acompanhando seu raciocínio. Então solicitei que ele me explicasse como concluiu o problema com o intuito de que Wilson também conseguisse compreender seu pensamento, ou seja, colocá-lo no movimento de pensar (T 83) "*Como você chegou a essa conclusão?"* e (T 85) *Como você pensou? Mostre para mim.* Após a explicação de Paulo, Wilson se coloca na discussão (T 90) "*cinco e deu 20 patas!*", mesmo que em conjunto com o amigo, demonstra que acompanhou seu pensamento e compreendeu a tarefa.

Este trecho demonstra como a comunicação de ideias é fundamental para o desenvolvimento tanto para quem está comunicando quanto para quem ouve. Boavida; Paiva e Cebola (2008, p. 62) apontam que "a comunicação desempenha um papel importante, que é o de permitir que um modelo de pensamento de um aluno se transforme num modelo para pensar dos restantes." Além disso, escutar para compreender o outro exige bastante concentração, autocontrole e respeito; o saber ouvir proporciona um melhor entendimento sobre o seu próprio pensamento. Compartilhar suas ideias a respeito do que já foi pensado proporciona aos alunos um sentimento de corresponsabilidade tanto pela sua aprendizagem, quanto pela aprendizagem dos companheiros.

Apesar de, como professores e pesquisadores, termos consciência das potencialidades da comunicação, para que os alunos as percebam, a demanda de tempo e trabalho pode ser grande. Para evidenciar minha afirmação, trago um trecho do meu diário de campo, em momento posterior de mediações, na dupla Jonas e Laura.

Trecho do Meu Diário de Campo do dia 27/03/2012:

> *O Jonas não conseguiu me explicar seu pensamento, no entanto sua colega de grupo já havia desenhado cinco jacarés e chegado ao resultado da atividade, mostrei a Jonas a estratégia da amiga e pedi para que trabalhassem em grupo, salientei a importância de compartilhar as estratégias com os amigos. Após mostrar a estratégia da amiga, Jonas tentou resolver o problema do "seu jeito" usando os quadradinhos e colocando perninhas neles para representar os cinco jacarés. No entanto, o registro nos mostra que Jonas não abandonou a estratégia de 4×5, apenas mudou a forma de representação.*

O episódio dos alunos me fez refletir sobre os quatro tipos de interação mencionados por Carvalho (2005), ao se apoiar nos estudos de Gilly, Fraisse e Roux. A autora refere-se ao termo co-elaboração a fim de explicitar a interação que existe quando duas pessoas trabalham em conjunto a fim de resolverem uma tarefa.

O primeiro é a *co-elaboração por consentimento* e ocorre quando, em uma dupla, um dos sujeitos elabora e comunica ao seu colega uma solução. Este, por sua vez, escuta, aceita e acompanha o parceiro nos procedimentos e no diálogo.

Na *co-elaboração por co-construção* verdadeiramente ocorre a co-construção de uma solução, onde não há desacordos ou mesmo contradições entre a dupla que se põe a trabalhar a fim de resolver uma tarefa. Nesse movimento, um aluno inicia um pensamento e o outro completa de maneira que trabalham colaborativamente, ou seja, um consegue aproveitar a ideia do outro para o seu próprio raciocínio. Isso não quer dizer que não pode haver a possibilidade de um aluno intervir na ideia do outro, mas o que fica claro é que esse tipo de interação reflete em ambos os sujeitos, pois abre possibilidades de resoluções e, concomitantemente, gera conflitos que exigem dos participantes a reelaboração de suas ideias.

O terceiro tipo, *co-elaboração por confronto com desacordo* é quando, numa dupla, um aluno apresenta sua ideia que prontamente não é aceita pelo colega, este, porém, não apresenta argumentos para refutar a ideia inicial. Nesse caso, o aluno que discorda pode retirar-se e trabalhar de maneira individual ou reelaborar a ideia inicial, expondo-a de outra forma.

No quarto tipo, a *co-elaboração por confrontos contraditórios,* observa-se que um aluno exprime sua ideia na dupla, enquanto o outro discorda e expõe outra. Essa oposição não pode ser considerada apenas como um desacordo. Há um confronto que pode ter dois desfechos: ou cada aluno assume sua posição inicial e entra no que podemos chamar de trabalho individual; ou ambos buscam entrar em um acordo, partindo da ideia inicial de um ou de outro, de modo a experimentar as duas hipóteses ou até elaborar uma nova ideia.

Na dupla Luana e Jonas, observei que Luana resolve sozinha a tarefa, apesar da minha solicitação para que explique como pensou. Ressaltei a necessidade de compartilhar com o amigo, considerando que a estratégia da aluna estava clara, fato que facilitaria a compreensão de Jonas. Entretanto, o aluno ainda insiste em seu próprio modo de resolver.

Posso dizer que a observação do diálogo na dupla Jonas e Luana (T 105 a T 115), em que Jonas tenta me explicar seu pensamento enquanto Luana resolve o problema sozinha, me fez refletir que, de um lado, mesmo induzindo Luana a comunicar a Jonas sua estratégia, o aluno demonstra que ainda precisa "aprender a ouvir"; por outro lado, Luana também necessita aprender a compartilhar. Acredito que o terceiro tipo de interação ocorreu, apesar de não haver uma explicitação verbal da discordância entre as ideias e nem a opção por parte dos alunos em trabalharem individualmente, isso foi o que aconteceu. Não houve troca de argumentos, mas não houve aceitação por parte de Jonas da estratégia da colega, e nem defesa de ideias por parte de Luana. Também não houve separação física da dupla, mas sim a cognitiva, visto que cada um expressou seu pensamento e não compartilhou com o amigo; ambos foram até o final defendendo seu próprio ponto de vista.

Boavida (2011) menciona que ensinar os alunos a argumentar em Matemática configura-se em uma realização complexa demandando grande esforço por parte do professor que necessita criar situações para que os alunos compreendam que:

> [...] o raciocínio é a fonte primeira de legitimação de asserções, para se sentirem confortáveis a partilhar ideias emergentes e titubeantes, para entenderem o valor da expressão audível e da escuta atenta e para se comprometerem com a análise crítica e fundamentada dos próprios raciocínios dos outrem. (Boavida, 2011, p. 56)

Percebo que houve negociação da minha parte para com as crianças, ao realizar mediações para que trabalhassem cooperativamente. Paulo e Wilson, ao menos, tentaram se colocar neste ambiente de comunicação, o que não ocorreu com Jonas e Luana. Mas acredito que esta última dupla não agiu intencionalmente, já que esse movimento de ouvir, escutar e comunicar ainda se configurava como um fato novo não só para eles, mas para a sala em geral. Sem dúvida, existem alunos que desenvolvem essas habilidades com mais facilidade do que outros, considerando a diversidade de vivências, experiências, comportamentos e singularidades das crianças.

3.2.2 Mediações da professora

Os estudos vigotskianos postulam que quando nos referimos à aprendizagem, o pensamento e a palavra estão intrinsicamente ligados, eles ocorrem em paralelo de modo articulado. Nesse sentido, um ambiente de comunicação de pensamentos e ideias configura-se em um ambiente propício à aprendizagem. Entretanto, "desempacotar" aquilo que os alunos estão pensando ou já pensaram ao realizar uma tarefa, por vezes, necessita que o professor insista em realizar mediações pedagógicas, no sentido de incentivá-los a verbalizarem suas ideias, a fim de que reflitam sobre elas e as validem ou não.

> Diante de uma situação matemática, a solução proposta por um aluno envolve muitos componentes, dos quais apenas um se explica pelo conteúdo matemático. Outros componentes incluem, do ponto de vista do aluno, sua visão da matemática; suas idéias sobre diversas maneiras de atacar problemas; sua perspectiva quanto às possibilidades que podem resultar da colaboração com colegas; sua

> dependência para pensar com os objetos e materiais diversos. Todos esses aspectos podem influenciar a solução que está sendo analisada pelo professor. Este, no ato de "desempacotar" o conhecimento do aluno, para analisar a solução dada por ele, não deve se basear apenas no conteúdo formal de matemática. (D'AMBROSIO, 2005, p. 22-23)

Para que os alunos "desempacotem" suas ideias, são necessárias mediações propícias por parte do professor. Tal atitude traz benefícios tanto ao aluno, quanto ao professor. O aluno, ao "desempacotar" o que foi pensado, passa a refletir sobre o porquê daquela solução, daquela interpretação, daquela estrutura de solução. Para o professor, ao explorar, investigar e analisar as atividades dos alunos, além de estimulá-los a desenvolver seu conhecimento matemático de maneira mais complexa, ele passa a visualizar o que foi compreendido ou não. Essa compreensão fornecerá base para planejar futuras propostas e mediações que poderão propiciar desenvolvimento significativo aos alunos.

Concordo com Van de Walle (2009), ao enfatizar que as mediações são de extrema relevância quando realizadas em momentos oportunos e de maneira correta; o professor necessita aprender a escutar o que os alunos têm a dizer sobre como resolveram uma tarefa, ou como está tentando resolvê-la. Posteriormente, realizar questionamentos que os façam refletir, como por exemplo, levá-los a pensar sobre a pergunta do problema, ou quais estratégias eles já usaram, por que pensaram de determinada maneira, dentre outras. Ademais, o professor precisa encorajá-los por meio das mediações, pois principalmente os alunos dos anos iniciais demonstram necessidade da aprovação do professor, não apenas no sentido de resolverem tudo certo, mas de ter suas ideias compreendidas. Tal postura por parte do professor gera nos alunos sentimentos de perseverança, autoconfiança, valorização de suas ideias e, acredito, eles passam a gostar da Matemática.

Trago um exemplo de minhas primeiras mediações enquanto professora/pesquisadora no momento de diálogo e interação entre mim e a dupla Júnior e Gilson (T 23 até T 77). Nele, os alunos buscam a resposta para o problema, pois perguntam como precisam fazer para representar as patas do jacaré (T 23) "*Prô, pode fazer 4 bolinhas mais 5 bolinhas?"*. No decorrer do diálogo, houve questionamentos para perceberem que, como estavam representando por meio do pictórico, precisavam desenhar quatro bolinhas para terem um jacaré (T 28; T 34; T 36; T 38; T 40; T 42; T 44; T 46; T 48; T 50; T 54; T 56; T 58; T 60; T 62; T 64; T 68; T 70; T 72; 76). O diálogo foi longo e as mediações por meio de questionamentos emergiram com o intuito de que eles entendessem a representação *quatro patas* como um jacaré. As perguntas os impulsionaram a pensar sobre o contexto do problema, a resposta que eles queriam foi obtida apenas quando eles se colocaram a pensar sobre como aplicar a estratégia escolhida, de modo que ela pudesse resolver o problema.

Os questionamentos permitiram que os alunos pensassem sobre o já pensado. Para Boavida; Silva e Fonseca (2009), este movimento de pensar sobre o próprio pensamento enriquece a comunicação entre professor e aluno do ponto de vista matemático, visto que pode revelar um caminho para a aprendizagem, pois mesmo que ela aconteça entre avanços e recuos, o pensamento vai se estruturando continuamente.

No final do diálogo, quando os alunos notaram que conseguiram resolver o problema ainda que com a mediação da professora, demonstraram um sentimento de imensa satisfação. Destaco que para mim também foi muito gratificante observar que, com os conhecimentos que os alunos já possuíam e, com as mediações, eles foram capazes de resolver um problema de multiplicação, sem antes ter conhecimento dos procedimentos de cálculo multiplicativo, prescrições e da própria linguagem Matemática.

A relevância da mediação para a elaboração conceitual é expressa por Fontana (2005, p. 19) quando salienta:

> A mediação do outro desperta na mente da criança um sistema de processos complexos de compreensão ativa e responsiva, sujeitos às experiências e as habilidades que já domina. Mesmo que ela não elabore ou não apreenda conceitualmente a palavra do adulto, é na margem dessas palavras que começa a organizar seu processo de elaboração mental, seja para assumi-las ou para recusá-las. (FONTANA, 2005, p. 19)

Percebi que os alunos já possuíam ideias matemáticas sobre a multiplicação, entretanto, eles não sabiam como usá-las. Assim as mediações, o uso da palavra como forma de comunicação e o apoio visual como forma de registro escrito organizaram o pensamento deles de maneira que compreenderam a proposta, fato que gerou um sentimento positivo tanto para com eles próprios, quanto para com a Matemática.

3.2.3 As primeiras estratégias dos alunos

Desde os primeiros dias de aula, notei que muitos alunos relacionavam a Matemática escolar com o uso do número e do algoritmo ou, como eles o conceituam "a conta", ou seja, para qualquer situação deve haver uma "conta" que a resolva.

No caso do "problema do jacaré" que teve como objetivo trabalhar o conceito da multiplicação, dois grupos tentaram resolvê-lo com parcelas unitárias que, se realizado pela adição de parcelas iguais oferece aos alunos condições de resolver o problema. Porém, esse não foi o caso da dupla Gustavo e Leandro, que escreveu números e símbolos matemáticos que não correspondiam com os dados do problema e, assim, não conseguiram atribuir sentido ao seu pensamento.

Desde o T 116 até o T 130 houve um diálogo entre os alunos e eu; solicitei que justificassem a estratégia adotada, mas eles não conseguiram explicar. Tentei fazer com que eles atribuíssem sentido aos números grafados por eles de modo a relacioná-los com o contexto do problema, mas eles também não conseguiram. Então propus que tentassem resolver de outra maneira, porém, sem apontar nenhum procedimento. Nesse momento, o aluno Leandro sinalizou que já havia sugerido ao amigo que tentassem resolver com "bolinhas" (T 131 a T 133) "*Leandro: Bem que eu falei para ele prô!"; "P: Como você queria fazer?"; " Leandro: Com bolinhas".* A partir do momento em que a sua sugestão foi aceita e, com mediações, os alunos se mobilizaram em resolver a tarefa, visto que pensaram em uma estratégia de resolução.

Se os alunos relacionam a ideia de que para qualquer situação em Matemática deve haver um algoritmo para resolvê-lo, compreendo que eles já trazem consigo concepções acerca da Matemática que foram geradas a partir de suas vivências escolares e de vida. Especificamente no contexto escolar, essa concepção ainda é muito forte. Brocardo e Serrazina (2008) relatam que existe um debate de argumentos a favor e contra a inclusão dos algoritmos nos currículos das primeiras séries dos anos iniciais e concluem que:

> Os algoritmos não devem ser o foco central do currículo e devem decorrer de um longo trabalho centrado no desenvolvimento do sentido do número. É importante acompanhar a tendência natural do desenvolvimento de procedimentos de cálculo e ligar à construção dos números, da sua estruturação e à reconstrução do nosso sistema de numeração de posição (BROCARDO; SERRAZINA, 2008, p. 106)

Nessa perspectiva, concordo que o ensino da Matemática não precisa estar centrado no algoritmo, e sim no sentido do número, de modo que o uso do algoritmo aconteça gradualmente a partir do processo em que o aluno já tenha produzido significações. O diálogo com a dupla Gustavo e Leandro ofereceu indícios de que o número somente teve sentido quando os alunos adotaram a representação pictórica como estratégia de resolução do problema.

A dupla Marcelo e Ericles chegou à conclusão de que 4+4=8, mas não conseguiu ir adiante com a estratégia. Ao serem questionados, Marcelo demostrou compreender que quatro patas representam um jacaré e, consequentemente, oito patas representariam dois jacarés (T 143; T 144; T 145) *"Marcelo: Tem 2 vezes o 4."; "P: E o que esse 4 representa?"; " Marcelo: 2 jacarés!".* Eu os questionei se o problema perguntava quantas patas tem dois jacarés ou cinco jacarés e repetia a pergunta sempre que os alunos pareciam confusos (T 148; T 152; T 161*) "P: Mas, o problema quer saber quantas patas têm 2 jacarés ou quantas patas têm 5 jacarés?"; "P: A resposta que vocês colocaram responde o que o problema pede?"; "P: Mas, o problema quer saber quantas patas têm?".* Eles tentaram resolver o problema fazendo uso da escrita aditiva e conseguiram, no entanto, para chegar ao resultado, recorreram à contagem dos dedos, demonstrando que ainda não dominavam a estratégia escolhida. Porém, com as minhas mediações o problema foi resolvido.

Os episódios das duplas citadas mostram como o número e o algoritmo possuem um "peso" para os alunos quando pensam em Matemática, e, frequentemente, seu uso pode gerar conflitos que eles, por estarem em fase de alfabetização, ainda não são capazes de resolver sem mediações da professora.

Van de Walle (2009 p. 144) aponta que "o número é um conceito complexo e multifacetado" e, apesar das crianças chegarem à escola já com muitas ideias sobre ele, para que elas obtenham uma compreensão relacional, faz-se necessário o desenvolvimento de diferentes relações e habilidades. A análise revelou que dos sete grupos que participaram da aula, cinco deles fizeram uso do recurso pictórico para registrar, organizar o pensamento e, por fim resolver, o problema. Uma dupla tentou o número como estratégia, no entanto, para obter entendimento de modo a relacioná-los com os dados do problema, abandonou-o e decidiu pelo uso do desenho. Apenas uma dupla resolveu com a representação aditiva, mesmo necessitando de intensa mediação. Destaco que a mediação ocorreu, pois percebi que os alunos conseguiram relacionar o número ao contexto do problema.

De modo geral, destaco que o uso do desenho como forma de representação numérica indica um caminho promissor para o desenvolvimento da compreensão do número em si, ou seja, do número na linguagem formal Matemática que a criança, por vezes, sabe grafar, no entanto, não consegue compreender seu real sentido.

Conforme destacado anteriormente, este capítulo teve como objetivo analisar como foi o início da construção do ambiente de aprendizagem. Foi dessa forma que organizei as demais aulas, mesmo quando não estava registrando dados da pesquisa. Nesse movimento de negociações, mediações e ideias compartilhadas, fui percebendo o desenvolvimento dos alunos, tanto nas escolhas de estratégias de resolução de problemas, quanto nas posturas (saber trabalhar em dupla, saber explicar como pensou, saber ouvir o colega, exigir que o colega trabalhasse junto) em sala de aula, ou seja, a imersão dos alunos em um ambiente de aprendizagem de Matemática com significação.

Assim, foi possível identificar alguns episódios que se evidenciaram:

- ✓ A apropriação de estratégias apresentadas pela professora e pelos colegas a partir das socializações;
- ✓ Os alunos assumindo papel de coautores do processo interativo de ensino;
- ✓ Colocando em xeque a palavra da professora.

A discussão a respeito desses aspectos será o foco do próximo capítulo.

4. AMBIENTE DE APRENDIZAGEM: INTERAÇÃO, COMPREENSÃO, TROCAS E APROPRIAÇÕES.

Neste capítulo, trago três momentos de interação, trocas e diálogos vivenciados por mim e pelos alunos em sala de aula. No primeiro, analiso os momentos de interação e diálogo a respeito das estratégias que culminaram a partir da resolução de problemas e de como elas, posteriormente, foram apropriadas pelos alunos.

No segundo momento, analiso episódios em que os alunos, já envolvidos num ambiente de aprendizagem, assumem o papel de coautores do processo de aprendizagem, bem como o modo que comunicam e refletem sobre as diferentes estratégias apresentadas por eles, por mim e pelos colegas nas aulas de Matemática.

No terceiro, “Colocando em xeque a palavra da professora” analiso apenas um episódio em que, uma aluna discute sobre uma ideia que julgava estar esclarecida, a meu ver, pela maioria dos alunos.

4.1 A apropriação de estratégias apresentadas pela professora e pelos colegas

Aprender Matemática com compreensão pode ser considerado por muitos um fato distante e, por vezes, impossível tanto para as crianças quanto para os professores. Frequentemente, nos deparamos com conflitos que nos fazem refletir sobre nossa competência em ensinar, bem como da capacidade das crianças em aprender. Ensinar de modo que o aluno aprenda com compreensão é um desafio para o professor que se preocupa com a qualidade do ensino oferecida aos seus alunos. Tenho presenciado que as crianças têm ritmos distintos de aprendizagem. Há aquelas que rapidamente conseguem usar ferramentas para resolver situações problemáticas, outras, porém, apesar de as possuírem, ainda não conseguem elaborar estratégias de resolução de problemas de modo a utilizá-las com êxito.

Destaco que Hielbert et. al. (1997) definem ferramentas como recursos ou suportes de aprendizagem que incluem habilidades já adquiridas pelos alunos para resolver situações desafiadoras, materiais físicos, registros escritos ou pictóricos, bem como a oralidade. Para que haja eficiência no uso das ferramentas elas precisam ser vivenciadas, não no sentido do treino, mas em situações variadas, no nosso caso, a partir de uma gama de tarefas, as quais elas passam a ter sentido para os alunos.

Interessante é perceber que o aluno utiliza ferramentas quando sente necessidade de usá-las; ou seja, quando vê um propósito particular para tal, a necessidade parte dele e não do professor. Nesse sentido, compreendo que as ferramentas impulsionam os alunos a elaborarem estratégias de resolução de problemas quando se deparam com tarefas que lhes são desafiadoras, que lhes instigam, que lhes impulsionam a pensar sobre algo. Nesse caso, essas ferramentas se constituem em instrumentos, pois transformam o modo de pensar e agir.

Apesar dessa percepção quanto aos diferentes usos de habilidades e de ritmos de aprendizagem, acredito na equidade na aprendizagem da Matemática e na sua acessibilidade com compreensão. Toda criança tem o direito de compreender a Matemática, de refletir e de comunicar suas ideias, de ser ouvida e de ser respeitada, tanto pelos seus companheiros de sala, quanto pelo professor.

Mas, para que haja essa equidade e acessibilidade, é imprescindível que o aluno se reconheça como uma parte integrante e fundamental de uma comunidade, de um grupo de pessoas que compartilhem as mesmas metas, que tenham os mesmos objetivos. No caso das aulas de Matemática pautadas na resolução de problemas, os objetivos e metas são que os alunos aprendam com compreensão e trabalhem em grupo a fim de resolver situações-problemas, interagindo, comunicando e refletindo sobre suas ideias. É sentir-se parte de um todo e integrante de uma comunidade de aprendizagem.

Desde o início da pesquisa, tive como preocupação criar um ambiente em que a acessibilidade e a equidade fossem vivenciadas pelos alunos. Quero destacar que o professor pode permitir aos alunos que sejam coautores não apenas de seu processo de ensino e de aprendizagem, mas também de uma pesquisa. Um exemplo disso foi o fato de optar por trazer os pseudônimos – escolhidos primeiramente por mim – para a discussão em sala de aula. Apesar de definir alguns parâmetros, ao assumir a postura de pedir sugestões e os deixarem livres para escolherem seus nomes fictícios e o dos colegas, eles sentiram-se importantes na produção da pesquisa, seu ponto de vista sobre o que ficaria registrado no “meu trabalho para a Universidade” foi discutido, considerado e aprovado por todos, não apenas pela professora.

Como apresentei no capítulo anterior, por meio do meu diário de campo, nossas aulas de resolução de problemas sempre foram divididas em três fases: o antes, o durante e o depois. A importância dessa estrutura de aula é enfatizada por Van de Walle (2009). Apesar de este capítulo trazer com maior ênfase episódios que ocorreram na terceira fase, creio ser relevante apresentar todas elas, pois para que a terceira fase seja realizada com qualidade, as anteriores necessitam ser consideradas e vivenciadas.

Na fase do ***antes*** o professor precisa apresentar a tarefa com o intuito de que todos a compreendam. É fundamental que o professor se conscientize de que a perspectiva que os alunos possuem é diferente da sua, sendo assim, o aluno nunca pode iniciar a resolução de um problema sem antes tê-lo compreendido. Uma sugestão para isso ocorra é que o professor pode pedir aos alunos que recontem o problema, assim, é possível avaliar o que foi ou não compreendido por eles e fazer questionamentos para que a situação seja compreendida tanto nos aspectos matemáticos, quanto nos linguísticos, afinal, o enunciado de um problema é um gênero textual que, por sua vez, precisa ser ensinado aos alunos, propiciando sua compreensão.

Entendo, ainda, que essa fase do "antes" deva estar presente no planejamento do professor. Qual situação a ser proposta? Ela pode ser compreendida pelos alunos do 2º ano? Mas também será desafiadora e projetiva? Provocará a compreensão Matemática? Essas são questões que devem perpassar a escolha das tarefas a serem propostas.

Durante a resolução do problema, o professor precisa delegar a responsabilidade da sua realização exclusivamente aos alunos, deixá-los caminharem sozinhos, tendo expectativas de que eles terão condições para tal. Essa atitude permite aos alunos cometer erros, o que é fundamental, pois posteriormente aprendem por meio deles.

No entanto, precisamos considerar que em determinados momentos, os alunos necessitam da mediação do professor, bem como da interação com outros alunos para realizar as atividades propostas. Para isso, o educador precisa saber escutá-los para conhecer o que eles já sabem ou quais são suas dúvidas, como pensam e como realizaram a proposta. É importante enfatizar que escutar inclui questionar e também demonstrar interesse pelas suas ideias. Ao questionar os alunos, estamos demonstrando que valorizamos suas hipóteses. Tal atitude gera nos alunos o sentimento de segurança, pois percebem que têm voz, são ouvidos e respeitados, resultando em um sentimento positivo diante da Matemática.

Após ouvir os alunos, sugestões apropriadas podem ser dadas com intuito de oferecer um ponto de partida disparador de ideias; entretanto, necessitamos nos atentar sempre em propor sugestões não diretivas, ou seja, àquelas que oferecem receitas prontas. Encorajá-los a testarem suas estratégias é fundamental. Quando um aluno pergunta se o resultado está certo ou errado, podemos incentivá-lo, por meio de questionamentos, a testar suas ideias e, assim, confirmar suas expectativas.

Esse momento proporciona ao professor acesso aos modos de pensar dos alunos, identifica equívocos conceituais ou avanços de raciocínios. Enfim, acompanha o modo como os grupos de alunos trabalha. Nessa etapa, o professor pode ter um diagnóstico da turma e já saber quais os conceitos que precisam ser retomados.

Depois da realização da atividade é o momento em que ocorre a maior parte da aprendizagem, visto que, as resoluções encontradas são socializadas por meio de discussões, justificativas e desafios; além disso, eles são incentivados a buscar observar diferentes soluções para um mesmo problema trabalhado. Nessa etapa, os alunos refletem individualmente e coletivamente a respeito das estratégias apresentadas e as investigam. É o momento da negociação de significações, com o confronto de opiniões e a circulação de discursos matemáticos.

No entanto, para que essa etapa obtenha sucesso, faz-se necessário planejar o tempo da aula, pois a passagem por essas três etapas necessita de um considerável período de tempo. Quando este é utilizado de forma adequada, os resultados são significativos, pois os alunos aprendem a Matemática e se sentem confortáveis em compartilhar suas ideias, em ouvir e respeitar as dos colegas, explorar a variedade de estratégias, ideias e resoluções e, principalmente, o raciocínio lógico matemático é estimulado.

Vale destacar que os alunos se sentem mais encorajados a exporem suas ideias nas aulas de Matemática quando o professor assume uma postura de facilitador e não avaliador. Para tal, ele precisa ouvir atentamente, procurar não interferir enquanto os alunos expõem suas ideias, se posicionar de forma neutra respeitando todas as resoluções ao invés de julgar a correção de uma resposta. Pode-se formular questões com intuito de esclarecer as respostas corretas e não corretas, assim, os alunos terão a oportunidade de avalia-las e não esconderão suas ideias. Ao término do período da discussão das ideias, o educador pode sintetizar os pontos principais da socialização e certificar-se de que todos os alunos compreenderam, usando sempre a terminologia utilizada pelos alunos a fim de facilitar o entendimento, porém, logo que um conceito for bem compreendido, pode-se introduzir a nomenclatura apropriada para ele (VAN DE WALLE, 2009).

Diante do exposto trago episódios da sala de aula em que professora e alunos socializaram estratégias que fizeram sentido aos alunos, pois se apropriaram delas para resolver situações-problemas posteriores.

Episódio 1: Confronto entre o uso do desenho ou do número

Como apresentado no capítulo anterior, os alunos ainda utilizaram muito do recurso pictórico para resolver os problemas apresentados a eles. Procurando avanços nesse sentido, planejamos uma tarefa em que construiríamos uma reta numérica, contendo exatamente o número de alunos da sala de aula. O objetivo de utilizar esse recurso foi o de introduzir a prática das operações com numerais por meio do cálculo mental, tendo como recurso a reta numérica.

Providenciei os materiais necessários para a confecção. Na sala de aula, lancei a proposta aos alunos, expliquei como seria a construção e disse que a reta numérica nos auxiliaria a resolver problemas matemáticos.

Foi interessante, divertido e prazeroso ver o entusiasmo deles na construção do material. Cada um recebeu o número correspondente ao da chamada e, conforme o local demarcado, eles fixaram com um prendedor de roupas seu número em um barbante, assim ocorreu até o número 19. Vale destacar que os 17 alunos participaram ativamente desse projeto, e também os dois alunos de inclusão, mencionados no capítulo três desta pesquisa. Apesar de não possuírem condições físicas, motoras e cognitivas de resolverem os problemas, eles faziam parte da turma e a inclusão deles nessa atividade foi importante para todos, pois, afinal, a sala era composta por 19 alunos. Assim, nossa reta numérica iniciou-se no zero e terminou no número 19. A reta numérica foi fixada na parede em cima da lousa para que todos pudessem visualizá-la.

Assim, no dia 30 de maio de 2012, apresentei à sala uma situação-problema cujo enunciado fazia referência a um animal do Pantanal: a onça, uma vez que estávamos trabalhando esse tema em produção de texto na disciplina de Língua Portuguesa e, percebendo o interesse das crianças pelo felino, elaborei a tarefa. Meu intuito foi o de perceber se os alunos se apropriaram das estratégias socializadas pela sala por ocasião do "problema do jacaré", que também envolveu o conceito de multiplicação. Vi, ainda, a oportunidade de introduzir a reta numérica como uma estratégia de resolução de problemas.

Dia 30/05/2012 trabalhamos o seguinte problema[7]:

> Paulinho foi ao Pantanal e viu 4 onças deitadas no chão em meio a vegetação. Se estas onças estivessem em pé quantas patas Paulinho veria?

Iniciei um diálogo com a classe.

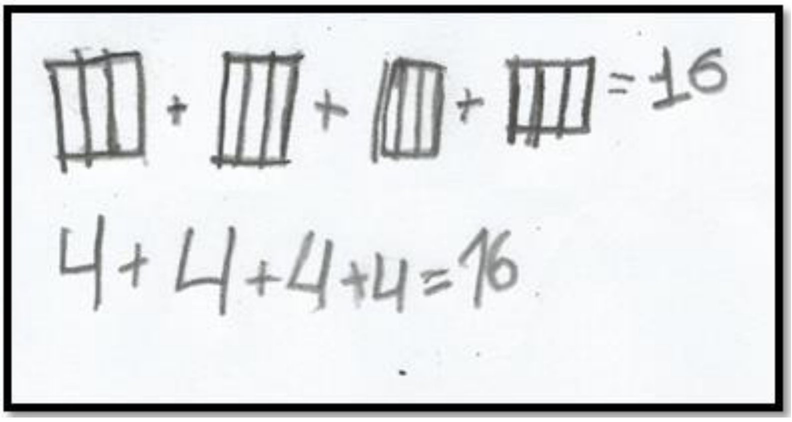
T 01- P: Pessoal, qual a primeira informação que nós temos?
T 02- Valter: Que ele viu quatro onças.
T 03-P: Ele viu as patinhas delas?
T 04-Turma: Não!
T 05- P: O que o problema quer saber?
T 06- Luana: Quantas patinhas elas têm se estivessem levantadas.

Imediatamente, Paulo se manifesta:

T 07-Paulo: 16!
T 08-P: Paulo e Sandra, como vocês chegaram a esse resultado?
T 09- Sandra: Contando!
T 10- Paulo: Assim, 4+4 é igual a 8, daí nós contamos até chegar ao 16!
T 11- P: Vocês contaram com os dedos?
T 12- Sandra: É eu usei um pouquinho a memória.
T 13-P: E como vocês farão para colocar no papel?
T 14- Sandra: Vamos pensar.
T 15- Paulo: Já sei.
T 16- P: Lembram que eu falei que vocês precisam "pensar junto", que precisam discutir sobre como resolver?
T 17- Sandra: É a gente pode usar bolinhas, pauzinhos.
T 18- Paulo: O número.
T 19- Sandra: Coração.
T 20- Paulo: O número. Pode fazer assim 4+4...
T 21- Sandra: É dá pra fazer de bastante jeito, mas a gente tem que pensar em um, se não a gente vai acabar fazendo uns cinquenta.
T 22- Paulo: É eu acho que uns cem!
T 23- P: Vocês irão decidir?
T 24- Dupla: É.
T 25- Tudo bem.

[7] Situação-problema elaborada pela pesquisadora.

Figura 9 – Registro de Paulo e Sandra



Esse registro foi produzido para comunicar as ideias da dupla.

Logo após a leitura do enunciado do problema, Paulo já havia calculado mentalmente o resultado (T 07) e tenta explicar como (T 10) *"Assim, 4+4 é igual a 8, daí nós contamos até chegar ao 16!"*, entretanto, eu quis saber como registrariam tal pensamento.

A fala de Paulo oferece indícios de que os alunos utilizaram do cálculo mental para realizar essa tarefa. Nesse sentido, concordo com Brocardo e Serrazina (2008, p. 106) quando enfatizam que:

> [...] o cálculo mental é um cálculo pensado (não mecânico) sobre representações mentais dos números. Envolve o uso de factos, de propriedade dos números ou das operações e das relações entre os números e as operações. Não é calcular na cabeça mas sim com a cabeça e fazer alguns registros, se necessário. Nesse sentido, não deve ser visto como o oposto do cálculo escrito.

Fica explícita a intenção de Paulo em usar o número como forma de representar sua ideia (T 18) "*O número";* (T 20) *"O número. Pode fazer assim 4+4..."*, mas sua colega sente a necessidade de discutir, buscando defender a hipótese de haver muitas maneiras de representação (T 21) *"É dá pra fazer de bastante jeito, mas a gente tem que pensar em um, se não a gente vai acabar fazendo uns cinquenta"*. Paulo parece concordar com a amiga (T 22) "*É eu acho que uns cem*".

Mesmo que minha intenção fosse que os alunos utilizassem do número como forma de registro, considerei que a decisão deveria ser tomada por eles, afinal, eles estavam começando a praticar a negociação e a argumentação.

Concordo com Boavida (2011) quando enfatiza que a argumentação é uma prática que precisa ser ensinada, contudo sua efetivação é um empreendimento complexo que requer esforços do professor, já que cabe a ele estabelecer situações e condições para que os alunos aprendam que:

> [...] o raciocínio é a fonte primeira de legitimação de asserções, para se sentirem confortáveis a partilhar ideias emergentes e titubeantes, para entenderem o valor da expressão audível e da escuta atenta e para se comprometerem com a análise crítica fundamentada dos próprios raciocínios e de outrem (BOAVIDA, 2011, p. 115).

Por conhecer os alunos, sabia que tanto Paulo, quanto Sandra tinham condições de fazer a representação com o número e com os símbolos matemáticos, dessa forma, esperei para ver como seria o registro da dupla. Ao final, o registro revelou duas estratégias. Na primeira, a dupla utilizou a representação pictórica e após a contagem grafaram o número como resultado, posteriormente, representaram uma situação aditiva. Diante do registro dos alunos, pude certificar-me de que eles realmente possuíam condições de operarem com os números, mesmo que apoiados no desenho.

Observar como os alunos resolvem problemas fornece ao professor indícios sobre a compreensão do conceito numérico que possuem. A introdução de símbolos usados especificamente na Matemática vai depender da percepção que o professor tem sobre tal compreensão por parte dos alunos. Van de Walle (2009) pontua que, apesar de não haver uma real necessidade, a introdução das convenções simbólicas é importante para as crianças dos anos iniciais, a partir do momento em que se percebe que eles estão prontos para usá-las. O autor ainda ressalta a importância de realizar essa inserção sempre nos momentos de comunicação presentes nas interações ocorridas nas resoluções de problemas.

Nesse mesmo dia, todas as duplas socializaram suas estratégias. Dentre os sete grupos, cinco resolveram usando o desenho e duas, além do desenho, usaram a representação aditiva. A seguir, trago um recorte do meu diário de campo e os momentos de diálogo entre mim e os alunos e os resultados apontados por eles.

A dupla Gilson e Isadora escolheu que Gilson falaria, mas a sala estava muito tumultuada, havia muita conversa e o aluno não conseguia se posicionar.

Por estarmos iniciando o processo de construção de um ambiente de aprendizagem em sala de aula, além, dos aspectos matemáticos, os alunos necessitaram compreender a importância de ouvir um ao outro. Boavida; Silva e Fonseca (2009) apontam ser um objetivo curricular o desenvolvimento de capacidades de comunicação Matemática nos alunos; para tal, é necessária a criação de um ambiente propício a essa comunicação em sala de aula. Entretanto, comunicar significa não significa apenas falar, mas também aprender a ouvir. A escuta oferece aos alunos a oportunidade de refletir sobre ideias matemáticas pensadas por outro. A partir dessa reflexão os alunos podem colocar-se nesse movimento de comunicação.

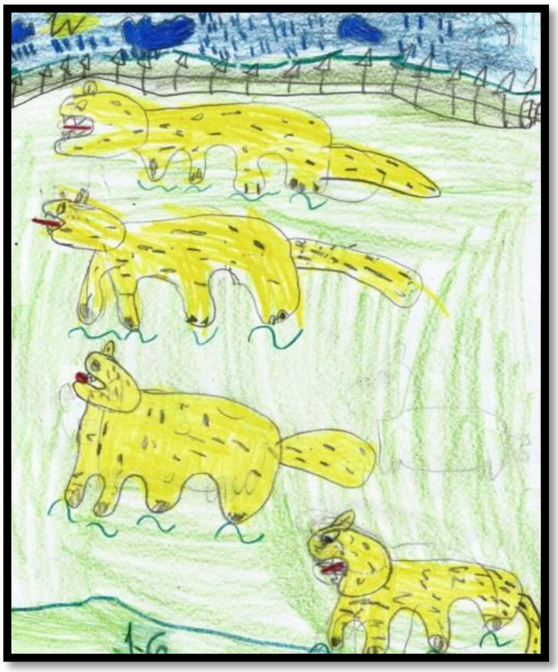
T 26: P: Pessoal, enquanto um amigo fala a gente precisa escutar, isso significa respeitar o amigo, o Gilson vai falar quando vocês estiverem em silêncio.

Aos poucos o barulho foi diminuindo até que Gilson pôde falar.

T 27: Gilson: Eu fiz a onça pintada e contei as patas dela, eu e a Isa.
T 28: P: Mostre para a sala a estratégia de vocês.
T 29: Gilson: Daí deu 16 eu fiz matinho e agora nós vamos pintar. [a dupla desenhou quatro onças].

Gilson passou o registro (folha) para que a turma pudesse observar e não houve questionamentos por parte dos alunos. Ao que parece todos haviam entendido. Tal compreensão se deu, talvez, pelo fato de que todas as duplas haviam chegado ao resultado esperado. Vale ressaltar que não fui à lousa para grafar a estratégia da dupla pela minha falta de habilidade em desenhar. Nesse caso, julguei ser melhor que os alunos mostrassem à turma o registro na própria folha de papel, conforme consta na figura 10.

Figura 10 – Registro de Gilson e Isadora



Logo após a comunicação de Gilson, Gabriela, integrante de outra dupla, veio até a frente expor como resolveram a tarefa.

T 30: Gabriela: A gente desenhou as patinhas.

Desenhei na lousa a estratégia da dupla.

T 31: P: O Gilson e a Isadora fizeram as onças, mas a Gabriela e o Jonas fizeram as patinhas, quantas vezes vocês fizeram?
T 32: Jonas: Quatro.
T 33: P: Quando eu perguntei para vocês por que resolveram fazer o desenho, o que vocês responderam?
T 34: Gabriela: Porque é mais fácil.
T 35: P: Depois eu perguntei: "E se vocês escolhessem resolver com números, vocês conseguiriam?"
T 36: Jonas: A gente disse que sim!
T 37: P: E como vocês fizeram?
T 38: Gabriela: A gente fez quatro vezes quatro.
T 39: P: Quatro vezes quatro seria 4+4+4+4?[Jonas falando os números junto comigo]. *E deu quanto?*
T 40: Jonas: 16!
T 41: P: Aqui também deu 16, como na estratégia do Gilson e da Isa?
T 42: Turma: Sim.

A seguir, trago o registro dos alunos conforme figura 11.

Figura 11 – Registro de Jonas e Gabriela

Com a dupla Gilson e Isadora, questionei sobre a escolha do desenho como estratégia (T 33) *"Quando eu perguntei para vocês por que resolveram fazer o desenho, o que vocês responderam?"*. Isadora me respondeu (T 34) "*Porque é mais fácil"*. Nesse momento, os instigo a usar o número, não no sentido de inserir um conhecimento puramente técnico da Matemática, mas, considerando o que Brocardo e Serrazina (2008) salientam, que a aquisição do sentido do número acontece de maneira gradual e evolutiva. (T 35) "*E se vocês escolhessem resolver com números, vocês conseguiriam?"*. Jonas considerando meu questionamento respondeu, (T 36) "*A gente disse que sim"*.

Assim, por conhecer que os alunos tinham possibilidades de avançar em suas ideias sobre a Matemática, atribuindo sentido às quatro patas de cada onça por meio do registro numérico, considerei ser propícia tal mediação. Tanto no registro oral quanto no escrito, ficou evidente a capacidade dos alunos em avançarem em seu raciocínio. O registro escrito evidencia que os alunos desenharam as patas e, posteriormente, registraram a sentença Matemática: a operação de adição.

Após a socialização das estratégias, perguntei à turma:

T 43: Vocês se lembraram de algum problema que resolvemos com desenho?
T 44: Turma: Sim!
T 45: P: Qual?
T 46: Alguns alunos: Do jacaré e do tuiuiú.
T 47: Gilson: O tuiuiú é o jaburu.
T 48: P: Isso.

Meu questionamento (T 43) "*Vocês se lembraram de algum problema que resolvemos com desenho?"* e a resposta dos alunos (T 46) *"Do jacaré e do tuiuiú",* me ofereceram indícios de que as tarefas mencionadas deixaram "resíduos", ou seja, os alunos desenvolveram estratégias e tiraram experiências delas para resolverem o problema proposto. Para Hiebert et al. (1997) essa experiência é a própria aprendizagem, aprendizagem que é profunda e duradoura, que oferece ao aluno condições para resolver problemas posteriores. A resposta dos alunos impulsionou-me a lançar um desafio à sala com intuito de que este também deixasse algum resíduo.

Marquei as estratégias grafadas na lousa que foram representadas pelo desenho e perguntei à turma:

T 48: P: Essas estratégias são iguais ou diferentes?
T 50: Sandra: Iguais! Só muda o desenho.
T 51: P: E essa estratégia aqui é diferente? [com números].
T 52: Turma: Sim!
T 53: P: Por quê?
T 54: Jonas: 4+4+4+4!
T 55: P: Aqui eles usaram o...
T 56: Valter: Número!
T 57: P: Agora eu vou propor um desafio para vocês.
T 58: Turma: Eh!
T 59: P: Não precisa mudar nada do que fizeram, vamos apenas fazer na lousa. Se a gente tentasse resolver na reta numérica, daria para resolver?
T 60: Valter: Sim!

Nesse momento, a sala ficou dividida, pois alguns alunos acreditaram ser possível resolver na reta numérica, enquanto outros não acreditaram.

T 61: P: Quem acha que sim e pode me explicar como?
T 62: Sandra: É só dar pulinhos de quatro, mais quatro, mais quatro, mais quatro que vai dar 16.
T 63: Paulo: Tem que fazer na reta de cinco em cinco.
T 64: Sandra: Mas aí não vai dar 16, vai dar 15!

Diante do impasse, sugeri que os alunos olhassem para a reta numérica confeccionada pela turma a fim de tentarmos resolver a situação.

T 65: P: Com a reta que temos lá na parede dá para resolver a situação?
T 66: Turma: Sim.
T 67: P: Para representar a primeira onça, o que eu devo fazer?
T 68: Paulo: Ir do zero até o quatro.
T 69: P: Eu dou um pulinho do zero até o quatro. E para representar a segunda onça?
T 70: Paulo: Vai até o oito.
T 71: P: Quantas onças eu teria até aqui?
T 72: Paulo: Duas. Depois vai para o 12 e depois para o 16!
T 73: P: Quantos pulos eu daria do zero ao quatro, do quatro ao oito, do oito ao 12 e do 12 ao 16?
T 74: Paulo: 16!
T 75: Sandra: Não!
T 76: P: Quantos pulos Sandra?
T 77: Sandra: Quatro!

Para que os alunos entendessem o pensamento de Sandra, escrevi na lousa uma reta numerada conforme a exposta na sala, marcando os "pulinhos" como os alunos haviam explicado anteriormente. Percebi que alguns alunos compreenderam.

Como estávamos trabalhando um problema de multiplicação (ideia de adição de parcelas iguais), a inserção da reta numérica foi fundamental para que os alunos avançassem em suas progressões de níveis de cálculo. Ferreira (2008) aponta que quando a criança resolve problemas recorrendo a contagens, geralmente usando os dedos das mãos, o nível em que se encontram denomina-se *cálculo por contagem*. Para que avançassem, a utilização da reta numérica poderia representar ferramenta significativa aos alunos.

Mesmo não utilizando os dedos, acredito que o desenho de cada patinha da onça e, posteriormente, sua contagem também representa recorrer à contagem um a um.

Como mencionei anteriormente, todas as duplas conseguiram chegar ao resultado do problema. Tal fato gerou em mim um questionamento: "Será que essa situação-problema representou um problema para os alunos ou somente para mim?", Afinal, nem sempre o que o professor define como problema é realmente um problema para o aluno, ou seja, só se torna problema para o aluno se este se mobiliza a resolvê-lo.

Em Hiebert et. al. (1997) compreendi que para ser um problema para o aluno, ele necessita tê-lo como um desafio, precisa sentir a necessidade de obter a resposta e, assim, definir um objetivo para resolvê-lo.

Observei que apesar de todas as duplas chegarem ao resultado, elas se mobilizaram e se engajaram na busca pela resolução. A tarefa colocou os alunos no movimento de comunicação e reflexão de ideias (T 49 até o T 56) demonstrando que eles se puseram a pensar sobre as diferentes formas de se resolver um mesmo problema.

No momento da socialização, fica evidente que o registro de Gilson e Isadora foi mostrado à sala por meio da folha de papel, devido à falta de habilidade da professora em desenhar com a propriedade e criatividade dos alunos. Porém, durante a pesquisa essa foi a única vez em que isso ocorreu. Desde o início, combinei com os alunos que eu escreveria as estratégias deles na lousa.

Gostaria que cada dupla, além de se posicionar oralmente perante a sala, também registrasse na lousa como pensaram ao tentar resolver o problema. Entretanto, a questão do tempo conta muito na dinâmica de sala de aula. A essa altura da aula, os alunos já estão mais cansados e podem se dispersar se prolongarmos muito. Era preciso, ainda, administrar o tempo para ensinar conteúdos de outras disciplinas.

Acredito que esta pode ser uma das tantas dificuldades que nos deparamos quando decidimos realizar a pesquisa em sala de aula, já que precisamos tomar decisões que, por vezes, podem não ser as mais adequadas para tal tarefa, mas são necessárias. Afinal, mesmo que tenhamos um foco para a pesquisa, também temos um currículo a seguir e precisamos dar conta de ensiná-lo, realizar avaliações internas e externas, mostrar resultados quantitativos (notas), ou seja, o movimento de sala de aula é muito dinâmico e, embora cada professor tenha suas preferências quanto à alguma disciplina, precisamos ensinar todas elas, ainda que nem sempre consigamos fazê-lo com a mesma ênfase.

Episódio 2: Reta numerada ou não?

Mesmo conhecendo as instruções teóricas, quanto à administração do tempo para a etapa da socialização, a dinâmica da sala de aula, frequentemente, se mostra imprevisível; existem variantes que, no decorrer da aula, exigem mais tempo do professor e dos alunos quando se deparam com uma tarefa. Esse foi o caso do problema exposto[8].

[8] Situação proposta, adaptada de Gwinner (1992, p.20)

Veras é um lobo-mau profissional. Ele já trabalhou em cento e vinte e oito livros de Chapeuzinho Vermelho, dois filmes, cinco audiovisuais e uma peça de teatro (onde foi vaiado), todos com o mesmo título. Em cada trabalho Veras come uma vovozinha. Quantas vovós Veras comeu até agora?

Essa tarefa exigiu dos alunos, além dos conhecimentos matemáticos, habilidades em interpretar o enunciado do problema. Tal fato demandou muito tempo durante a fase da resolução do problema. Vale lembrar que os alunos são do 2º ano do ensino fundamental e estão em fase de alfabetização. Assim, a interpretação do problema precisa ser negociada com eles, já que não podemos presumir que pelo fato de os alunos conseguirem ler, automaticamente conseguem compreender qualquer gênero proposto. Como o enunciado de problemas matemáticos é um gênero, a leitura e compreensão deste também precisam ser ensinadas.

em razão disso, durante a resolução do problema, precisei realizar mediações de modo que os alunos retomassem a leitura do enunciado a fim de compreenderem o que realmente o problema pedia. Essas mediações demandaram muito tempo, sendo que na fase da socialização estávamos cansados. A seguir, trago um trecho do meu diário de campo onde enfatizo minha frustração.

Trecho do diário de campo do dia 26/09/2012
Tempo de duração da atividade: 59 min 42 s
Alunos presentes: 16
Duplas: 8

Não fiquei satisfeita com a maneira pela qual fizemos a socialização. Demoramos muito tempo na resolução do problema, assim ficou cansativo chamar as duplas para explicar, pois estávamos todos exaustos.

Apesar de ter essa impressão no dia em que socializamos as estratégias dos alunos, posteriormente, percebi que ela foi relevante.

Como estávamos cansados, ao invés de escolher as estratégias para a socialização e chamar os membros dos grupos para explicá-las, disse aos alunos que os grupos haviam resolvido com o material dourado, com situação aditiva e com a reta numérica. Solicitei que a turma me orientasse como resolver conforme as estratégias mencionadas e, assim, ocorreu. Fui escrevendo cada estratégia selecionada e a turma me conduziu na resolução de modo que o que eles falaram deu conta de resolver o problema pela estratégia apontada.

Porém, uma dupla tentou resolver com a reta numérica, quiseram numerá-la, mas não conseguiram. Então, eu trouxe mais esse fato para discutir com a sala no diálogo que retomo a seguir:

T 01: P: Uma dupla tentou resolver na reta numérica, se eu fizer a reta numerando ela inteirinha [a adição], *do zero até o cento e tantos, vai caber no papel?*
T 02: Turma: Não!
T 03: P: E se eu fizer uma reta sem o número [reta vazia], *como eu poderia resolver?*
T 04: Sandra: Dá um pulo até 100.
T 05: P: 100? Vamos lá!
T 06: Sandra: Depois...
T 07: Valter: 28!
T 08: P: Direto para o 28?
T 09: Turma: Sim!
T 10: P: Quanto vai dar?
T 11: Turma: 128!
T 12: P: E agora?
T 13: Turma: Mais dois pulinhos!
T 14: P: Vai dar quanto?
T 15: Turma: 130!
T 16: Valter: Um pulo de cinco!
T 17: P: Dá quanto?
T 18: Turma: 135!
T 19: Valter: Um pulo de um!
T 20: P: Dá quanto?
T 21: Turma: 136!
T 22: P: Quando os números são altos, tem como fazer numerando a reta de um em um?
T 23: Turma: Não!
T 24: P: E dá para fazer uma reta sem números e ir colocando os números depois?
T 25: Turma: Sim!
T 26: P: Muito bem, por hoje é só, obrigada pela participação!

Até o momento da realização dessa tarefa, muitos alunos ainda insistiam em numerar a reta como forma de resolução. Como o problema exigia o cálculo com números altos, a estratégia escolhida pela dupla não foi adequada. Percebendo o fato, deleguei à sala a responsabilidade de resolver a situação e assim o fizeram. Chamaram a responsabilidade para si e foram capazes de encontrar uma saída para a proposta. Considero que essa foi uma mediação importante; eu contribuí para que os alunos avançassem na utilização da estratégia da reta numerada, extrapolando para números mais altos.

É importante destacar que, ao se trabalhar com a reta numerada, explora-se o número como medida, pois o que prevalece é a distância entre dois números consecutivos da reta e essa distância é fixa e determinada por uma unidade de comprimento. No entanto, quando apresento a reta numerada para problemas que envolvem a contagem, passo a usar a reta apenas como ferramenta para facilitar os cálculos; não está mais em jogo a unidade de medida, mas quantas vezes essa unidade foi utilizada.

A medida está diretamente relacionada a grandezas contínuas, enquanto a contagem a grandezas discretas. Portanto, ao se utilizar a reta numerada, esta é de natureza contínua, pois o que prevalece é a unidade de comprimento. No entanto, no ato de medir sempre há o momento da discretização da unidade de medida, ou seja, quando se conta o número de vezes que ela é utilizada, há aí um processo de contagem, de natureza discreta. Dessa forma, nos contextos trabalhados com os alunos, o uso da reta numerada teve esse objetivo: ser uma ferramenta para estratégias de cálculo mental.

Ao se trabalhar com a “reta vazia”, os alunos podem lançar mão das decomposições que eles quiserem para dar os saltos na reta. No caso da situação proposta, os saltos dados foram de acordo com os números do problema, mas poderia ter sido diferente.

Foi interessante perceber que naquela mesma semana trabalhei com os alunos uma situação-problema com excesso de dados, onde minha intenção era a de que eles conseguissem compreender quais dados eram relevantes para resolver o problema e quais dados eram excedentes. A tarefa foi realizada no dia 28/09/2012.

Trechos do diário de campo do dia 28/09/2012
Tempo de duração da atividade: 57 min 42 s
Alunos presentes: 15
Duplas: 6
Trios: 1

A situação-problema trabalhada nesse dia teve por objetivo trabalhar o conceito da adição e observar como os alunos resolveriam uma tarefa com excesso de dados, ou seja, teriam que observar quais dados seriam relevantes e considerá-los ou não a fim de resolver o problema.

Situação-problema proposta[9]:

A Drª. Silvinha Silveira é a melhor médica do mundo. Ela cura sarampo com 22 telefonemas, diarreia com 5 telefonemas, gripe com 4 telefonemas e dá regime para emagrecer com 120 telefonemas. Quantos telefonemas serão necessários para que Drª. Silvinha cure um gordo gripado, com sarampo e diarreia, mas que não deseja emagrecer?

A seguir, trago o episódio de Valter e Gustavo ocorrido no momento em que os alunos tentavam resolver a tarefa.

T 01- Valter: Prô é... Quantos telefonemas ele teve que dar para curar um paciente?
T 02- P: Mas, que paciente?
T 03- Valter: Um gordo, gripado, com sarampo e diarreia, mas que não deseja emagrecer.
T 04- P: Então, quantos telefonemas ela precisará dar?

[9] Situação proposta, adaptada de Gwinner (1992, p.27)

T 05- Valter e Gustavo: Tá por aqui! [referindo-se às informações do enunciado da situação-problema].
T 06- Valter: Esse aqui é sarampo, então ela já "levou" 22 telefonemas de sarampo, então esse aqui é de diarreia, mais 5, [contando] *22, 23, 24, 25, 26, 27!* [referindo-se a 22+5].
T 07- Valter: Gripe, gripado é que nem gripe, né? 4 [Valter e Gustavo contando] *28,29, 30, 31! E ele não quer emagrecer, então, esse aqui não precisa contar* [referindo-se aos 120 telefonemas para emagrecer].
T 08- P: Vocês acham que não precisa?
T 09- Valter: Você acha que precisa Gustavo?
T 10- Gustavo: Não.
T 11- P: O que vocês fariam para mostrar como pensaram?
T 12- Valter: Será que na reta numérica dá certo? [sem esperar resposta do colega] *Ah, vou tentar!*
T 13- P: Mas na reta numerada ou na sem número?
T 14- Valter e Gustavo: Sem número.
T 15- Valter: Um pulo de 22, depois um de 5 e um de 4... 22 mais 5... 27, mais...
T 16- Gustavo: 4!
T 17- P: É aqui que põe o 5 [embaixo] *ou aqui* [em cima]*?*
T 18- Valter: Aqui [em cima, apagando] *27, 28, 29, 30, 40.*
T 19- P: 30, 40?
T 20- Valter: 27, 28, 29...
T 21- P: Gustavo quanto dá 27+4?
T 22- Gustavo: 27+4? 24!
T 23: P: Dá 24?

Gustavo não responde.

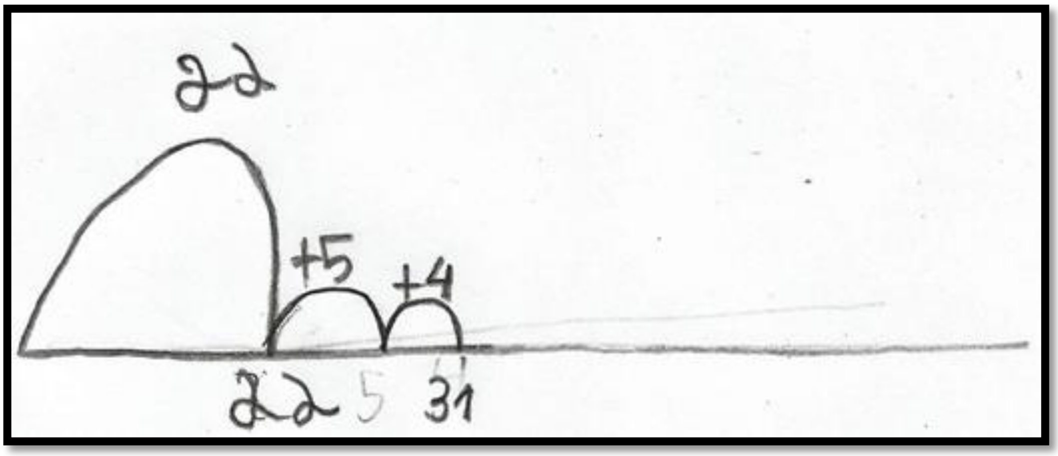
T 24: P: E aí como a gente faz pra somar 27+4?
T 25: Valter: A gente pode fazer com bolinhas, ou a gente guarda 27 na cabeça e coloca mais 4!
T 26: E aí, quanto você acha que vai dar Gustavo?

Gustavo não consegue responder a questão.

T 27: P: Valter, você pode mostrar para ele?
T 28: Valter: Aqui dá 27....28, 29, 30, 31.
T 29: P: Quantos dedos você contou?
T 30: Valter: 4! Ó, 27... 28, 29, 30, 31.
T 31: P: Tente fazer a conta você, Gustavo.

Depois de algum tempo, Gustavo conseguiu resolver a tarefa usando a estratégia que Valter propôs, conforme consta na figura 12.

Figura 12 – Registro de Valter e Gustavo



Esse registro foi feito após as mediações da professora

O registro oral e escrito da dupla Valter e Gustavo deixa claro que os alunos resolveram o problema ao se apropriarem da estratégia apresentada na aula do dia 26/09/2012, quando foram desafiados a refletir sobre a viabilidade ou não de numerar a reta para resolver problemas com números altos. Estes, por sua vez, foram capazes de demonstrar ao grupo que o uso da reta vazia se justifica nesses casos.

Observo que houve grande evolução no que se refere às estratégias de cálculo. Quando os alunos operam com números maiores, recorrer à contagem um a um configura-se um grande risco e, ao que parece, a dupla teve essa percepção. Assim, a maneira como calcularam mostrou-se mais organizada. Ocorreu o que Ferreira (2008) denomina *cálculo por estruturação*. Com essa forma de operar, os alunos deixam a contagem um a um e passam a adotar estratégias na reta vazia, onde dão saltos com dezenas e decomposição de números.

Ao se depararem com uma situação-problema cujo enunciado trouxe números altos, Valter e Gustavo optaram por resolver com a reta vazia.

Nesse caso, ocorreu, ainda, a apropriação, pois conforme menciona Clot (2006), os alunos dispuseram das ferramentas que obtinham, no caso, as habilidades, visto que elas responderam ao jogo de conflitos que eles vivenciaram na resolução da atividade, de modo que as ferramentas tornaram-se instrumentos, pois atenderam aos interesses dos alunos, fazendo com que recriassem uma nova situação, tendo como base a anterior. Acredito que os alunos ressignificaram a minha mediação ocorrida anteriormente, onde no movimento do social para o individual ocorreu a apropriação de um conceito, ou de uma forma de resolver problemas.

Vale observar que ao resolverem o problema utilizando-se da reta vazia como estratégia, além de desenvolver conceitos de adição (no caso da tarefa) os alunos desenvolveram noção de proporcionalidade, ou seja, a ideia de escala. Essa proporcionalidade pode ser observada no registro da dupla. O pulo do zero ao 22 é maior que os demais, o pulo que equivale a 5 também é ligeiramente maior que o equivalente ao 4.

4.2 Os alunos assumindo o papel de coautores do processo interativo de ensino

Nesta seção, retomo episódios de interação e diálogo ocorridos em dias diferentes, especificamente em momentos de socialização de estratégias, onde os alunos que as desenvolveram ou a própria sala assumem a responsabilidade de explicar pensamentos e ideias sobre a Matemática.

Os alunos se assumem como coautores nesse processo interativo que, enquanto professora, criei em torno de uma relação dialógica. Nessa relação, os alunos perceberam que tinham voz, que poderiam se assumir como corresponsáveis no processo de ensino e de aprendizagem, eles se apropriaram do jeito que a professora trabalhou a Matemática em sala de aula. Ressalto, ainda, a paciência e a boa vontade que tiveram para com a professora ao partilhar suas ideias sobre a Matemática.

<u>Episódio 3: O problema do Pernalonga</u>

Trecho do diário de campo do dia 30/10/2012
Tempo de duração da atividade: 1h15min16s
Alunos: 17
Duplas: 7
Trios: 1
(divisão como medida – quanto cabe)

Minha intenção ao trabalhar essa tarefa com os alunos foi a de que resolvessem uma situação-problema envolvendo o conceito da divisão como medida. Observei as estratégias usadas por eles e também como a circulação de ideias, ou seja, a socialização e a apropriação das estratégias poderiam ajudá-los a resolver tarefas similares.

Situação-problema proposta[10]

Pernalonga tem 75 cenouras. Ele come 5 cenouras por dia. Quantos dias Pernalonga levará para comer todas as cenouras?

Socialização da dupla Marcelo e Leandro

T 01 – P: Vocês poderiam explicar o que foi que pensaram? [para Marcelo e Leandro].

Leandro se manifestou: .

T 02 – A gente foi fazendo barrinha e cubinho, daí eu falei para o Marcelo que era para... não, fala você, explica Marcelo.
Marcelo não quis se pronunciar.

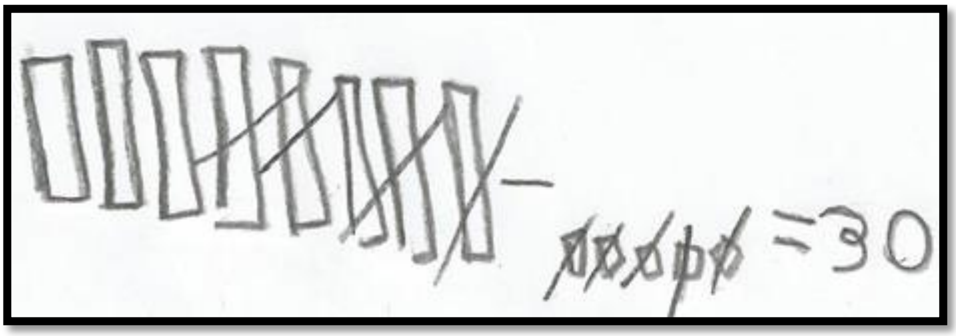
T 03 – P: Vocês estão com dificuldade para explicar?
T 04 – Dupla: Sim!
T 05 – P: Pessoal, tem como resolver essa situação com barrinhas e cubinhos?

A classe ficou dividida.

T 06 – Marcelo: Prô, o Leandro achou que a gente conseguiria fazer com barrinhas e cubinhos. O Leandro fez barrinha e cubinho, daí eu fui contando e deu 30.

A seguir, apresento o registro da dupla, conforme figura 13.

Figura 13 – Registro de Marcelo e Leandro



[10] Situação-problema elaborada pela pesquisadora.

T 07 – P: Deu 30? Pessoal quem acha que tem como resolver com material dourado.

Luana se manifestou dizendo que sim.

T 08 – P: A Luana explica pra a gente como resolver?
T 09 – Luana: Eu esqueci qual que era a pergunta [do problema].

Leio a situação-problema novamente.

T 10 – Luana: É só ir fazendo 5 cubinhos até chegar no 75.
T 11 – Paulo: Eu sei prô, é fazer 7 barrinhas e 5 cubinhos, daí ao invés de você ir tirando na barrinha, você pode fazer que nem 75 cubinhos, aí você faz 5 e 5 cubinhos e apaga uma barrinha.
T 12 – P: Transforma a barrinha em cubinhos?
T 13 – Paulo: Sim.
T 14 – P: Mas você acha necessário transformar a barrinha em cubinhos? Quantas barrinhas têm aqui?
T 15 – Paulo: 7, você pode fazer assim, 2 dias uma barrinha, depois mais 2 que fica igual 4, mais 2, mais 2, mais 2, mais 2, mais 2.
T 16 – P: E aqui? [referindo-me aos 5 cubinhos].
T 17 – Paulo: Aí é mais 1.
T 18 – P: Vamos ver quanto dá?
T 19 – Turma: 4, 6, 8, 10, 12, 14, 15.
T 20 – E aí pessoal, dá para resolver com material dourado?
[Burburinho.]

Luana afirmou não entender.

T 21 – P: Paulo explique para ela como uma barrinha pode representar dois dias.
T 22 – Paulo: Assim, tem o cinco... é só você contar duas vezes, porque 10 é 5+5.
T 23 – P: Entendeu Luana?

A aluna responde que sim.

Quando realizei essa mediação pedindo que o Paulo explicasse à colega seu pensamento (T 21), procurei mostrar a ele que não adiantava apenas resolver um problema, mas que ele tinha um compromisso para com seus colegas, que é o de fazê-los entender. Mediei dessa forma, pois nesse ambiente de aprendizagem dialógico e de discussões, é salutar que o aluno entenda que ele também necessita ser entendido pelos outros. Nesse sentido, a grande questão que envolve esse movimento de ensinar os alunos a trabalharem em grupo, é tanto ensinar a pensar junto, quanto mostrar a corresponsabilidade de comunicar ao outro, de fazer com que percebam que essa tarefa não é apenas do professor, mas que eles próprios podem assumi-la.

Acredito que a dupla percebeu que, pela maneira como utilizaram da estratégia, não foi possível chegar ao resultado do problema, ou pensaram que a própria escolha da representação com o material dourado não significou uma boa opção. Mesmo assim pedi para que explicassem para os colegas (T 01) *"P: Vocês poderiam explicar o que foi que pensaram?".* Por conhecer os alunos, não vi nada de errado em fazer essa solicitação, pois não demonstravam dificuldades em exporem suas ideias, no entanto, a dupla relutou (T 02 até T 04). Um aluno delegou ao outro a responsabilidade. Marcelo até tentou (T 06) *"Prô, o Leandro achou que a gente conseguiria fazer com barrinhas e cubinhos. O Leandro fez barrinha e cubinho, daí eu fui contando e deu 30".* A fala do aluno demonstra que trabalharam em grupo, porém, ao tentar explicar a estratégia não conseguiu, apenas relatou os procedimentos adotados por eles.

Nesse episódio, acredito que ocorreu o que Alrø e Skovsmose (2006) denominam Cooperação Investigativa, onde é necessária a presença de alguns elementos como: "estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar" (p. 69) que se concretizam em uma forma de comunicação entre professor e alunos e favorece a aprendizagem.

Outra característica dessa forma de comunicação é a "escuta ativa", que ocorre quando o ouvinte tem a responsabilidade, não apenas de ouvir passivamente aquilo que é dito, mas procura compreender os sentimentos que estão presentes naquilo que se ouve de modo a propor ajuda ao que fala a expressar suas ideias.

No caso de Leandro e Marcelo, creio que foi estabelecido um contato na direção que é "sintonizar um no outro para começar a cooperação" (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 70).

Além de procurar estabelecer sintonia entre os alunos, busquei compreender o pensamento deles para que, a partir da comunicação, pudessem refletir sobre a estratégia adotada. A partir desse ponto, percebi e examinei a perspectiva dos alunos sobre o modo como entenderam a proposta.

Alrø e Skovsmose (2006, p. 70) enfatizam que:

> Talvez seja difícil para o aluno expressar sua ideia matematicamente, ou, em geral, expressar a perspectiva que ele quer estabelecer para o problema. O professor pode atuar como um facilitador ao fazer perguntas com uma postura investigativa, tentando conhecer a forma

> com que o aluno interpreta o problema. Quando o aluno torna-se apto a expressar-se em sua própria perspectiva, então ela pode ser reconhecida em termos matemáticos, não somente para o professor, mas também pelo aluno.

Apesar do resultado não ser o esperado, a estratégia dos alunos fazia sentido, assim, envolvi a sala na discussão. Além de buscar esse movimento de interação entre a dupla e a sala toda, quis que a estratégia adotada por Marcelo e Leandro pudesse ser validada, pois com a representação do material dourado é possível, sim, resolver um problema de divisão como o proposto no dia. *(T 07 "P: Deu 30? Pessoal quem acha que tem como resolver com material dourado?").*

Nesse sentido, a perspectiva de Leandro e Marcelo poderia ser reconhecida, em termos matemáticos, pelos demais alunos. Cabe ressaltar que o tal reconhecimento poderia fornecer recursos para a resolução de propostas posteriores.

Luana se dispôs a explicar *(T 10) "É só ir fazendo 5 cubinhos até chegar no 75".* A aluna sugeriu que a dupla ao invés de representar sete dezenas (barrinhas) e cinco unidades (cubinhos), desenhasse 75 cubinhos, mas antes de concluir seu pensamento, Paulo tentou explicar como a Luana faria (T 11) "*Eu sei prô, é fazer 7 barrinhas e 5 cubinhos, dai ao invés de você ir tirando na barrinha, você pode fazer que nem 75 cubinhos, aí você faz 5 e 5 cubinhos e apaga uma barrinha".*

O posicionamento de Luana diante do meu questionamento levantou ideias sobre como resolver a tarefa e essa ideia foi aceita por Paulo e examinada por mim, pois compreendi que se os alunos transformassem barrinhas em cubinhos, a estratégia seria a mesma que desenhar bolinhas ou risquinhos. Por ser um número alto, a possibilidade deles se perderem no momento da contagem era significativa, assim, sem propor outro método, questionei Paulo (T 14) *"Mas você acha necessário transformar a barrinha em cubinhos? Quantas barrinhas têm aqui?".*

Alrø e Skovsmose (2006) salientam que o professor pode reformular uma questão para ajudar os alunos a terem certeza sobre aquilo que foi pensado ou esclarecer quaisquer mal-entendidos.

Para Gonçalves (2013), escutar o que as crianças dizem com a intenção de investigar como elas pensam configura-se um caminho para compreender as relações entre o pensamento e a linguagem, no caso, a partir da linguagem verbal.

Nesse caso, realizei tal mediação com o intuito de que o aluno refletisse sobre a (in)viabilidade da estratégia. Ao que parece, Paulo logo percebeu, de maneira que ele próprio também reformulou sua própria ideia (T 15) *"7, você pode fazer assim, 2 dias* *uma barrinha, depois mais 2 que fica igual 4, mais 2, mais 2, mais 2, mais 2, mais 2.* (T 16) *"E aqui?* [referindo-me aos 5 cubinhos]" , (T 17) *" Aí é mais 1".* Nesse instante, envolvi toda a sala na discussão (T 18) *"Vamos ver quanto dá?* E a turma conta (T 19) *"4, 6, 8, 10, 12, 14, 15";* e percebem que o resultado é quinze. Novamente, os questionei quanto à validade da estratégia adotada por Marcelo e Leandro (T 20) *"E aí pessoal, dá para resolver com material dourado?".* Luana disse não ter compreendido. Novamente, envolvi Paulo na discussão a fim de que ele explicasse a ela sua proposta (Do T 21 ao T 23). O aluno elaborou outra forma de explicação (T 22): *"Assim, tem o cinco... é só você contar duas vezes, porque 10 é 5+5",* referindo-se à divisão de uma barrinha por dois dias, ou seja, cada barrinha do material dourado representaria dois dias em que o coelho comeria, já que ele come cinco cenouras por dia.

Nesse momento, pode-se identificar a contagem por agrupamentos de 5, ou seja, uma barra de 10 unidades corresponde a dois grupos de 5. Paulo transformou um material convencional para a contagem de 10 em 10 para um material de contagem de 5 em 5. Nesse tipo de raciocínio, também está implícita a ideia de 'quantos cabem', pois em 10 cabem dois 5.

Foi interessante perceber que para explicar novamente para Luana o que ele já havia verbalizado para a classe, o aluno necessitou buscar uma nova forma de diálogo, que simplificou o já dito anteriormente. A explicação do aluno fez com que, naquele momento, Luana compreendesse seu pensamento.

A maneira pela qual a comunicação ocorreu desde a tentativa de explicação de Marcelo e Leandro, minhas mediações diante da estratégia dos alunos, o pensamento de Paulo e sua explicação à Laura, fez-me refletir sobre a *comunicação instrutiva* mencionada por Boavida; Silva e Fonseca (2009, p. 3).

> [...] na *comunicação instrutiva*, mantém-se o encorajamento à partilha de ideias e à reflexão sobre essas ideias e suas relações. Contudo, o professor, em virtude da conversação que ocorre, não só começa a compreender os processos de pensamento, pontos fortes e limitações dos alunos, como começa a modelar o ensino subsequente tendo em conta estes aspectos para que aprofundem a sua compreensão sobre a Matemática que está em jogo.

A comunicação que a estratégia dos alunos gerou foi rica e promoveu uma reflexão em mim, no sentido de procurar elaborar mediações que poderiam validar o pensamento deles. A sala sentiu-se desafiada a, além de compreender, buscar uma resposta ao desafio, fato que se consolidou ao término da explicação de Paulo.

Concordo com Alrø e Skovsmose (2006) quando salientam que a análise das ideias sobre a Matemática que emergem em momentos de realização de tarefas, constitui um importante instrumento de aprendizagem tanto do professor, quanto do aluno. Isso porque o professor passa a conhecer como o aluno pensou e os alunos passam a tomar consciência sobre sua própria maneira de agir e interagir em sala de aula.

Episódio 4: O problema da professora Carla

Trecho do diário de campo do dia 24/10/2012
Tempo de duração: 41m59s
Alunos: 16
Duplas: 8

A tarefa a seguir também teve como objetivo trabalhar o conceito de divisão como medida (quantos cabem). Como já haviam explorado esse conceito antes, também quis observar se os alunos se apropriaram das estratégias socializadas anteriormente.

Situação-problema proposta[11]:

Na sala da professora Carla há 27 alunos. Para resolver alguns problemas de Matemática, a professora Carla pediu aos alunos que se juntassem em trios. Quantos trios foram formados?

No dia em que trabalhamos essa tarefa, especificamente durante sua realização, notei que os alunos a resolveram e não demonstraram grandes dificuldades. Após a socialização escrevi um comentário sobre minha impressão no que se refere ao resultado da tarefa para mim enquanto professora/pesquisadora, conforme trago a seguir:

[11] Situação proposta, adaptada de Tosatto; Tosatto e Peracchi (2007, p.215)

Achei que os alunos resolveram com certa facilidade, será que a proposta não representou um desafio para eles? Somente a Laissa e a Gabriela tiveram dificuldades. (O aluno Leandro me surpreendeu).

Enquanto realizava a transcrição da aula, que ocorreu alguns dias depois, minha impressão mudou. Compreendi que a socialização se configurou em um momento rico, visto que os alunos conseguiram comparar e analisar estratégias, se posicionar perante o grupo, explicar seu ponto de vista e serem confrontados diante de um desafio.

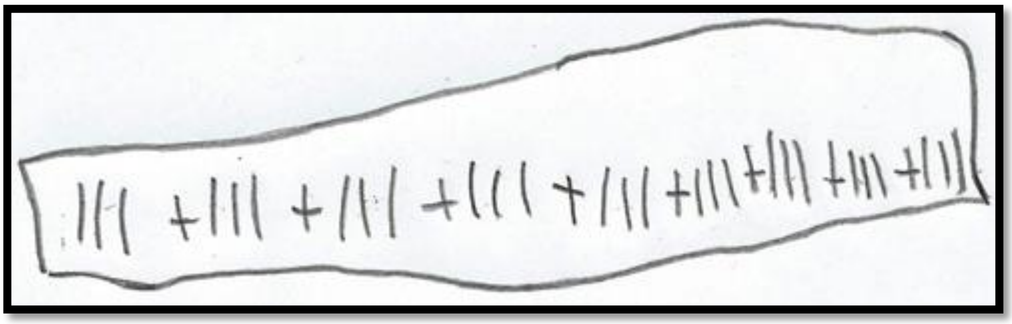
A seguir, trago a socialização da tarefa.

T 01- P: Hoje eu escolhi duas estratégias, a primeira é a do Leandro e do Marcelo. Quem vem até aqui?
T 02- Leandro: Eu!
T 03- Leandro: A gente fez assim, a gente foi contando de três em três, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 até chegar no 27, daí a gente contou quantos trios têm e a gente colocou o resultado.
T 04- P: Quantos trios deram?
T 05- Leandro: 9!
T 06- P: Tem alguém que não entendeu a explicação dele?

Paulo levanta a mão.

T 07- P: Leandro, você explica para ele?
T 08- Leandro: A gente fez 27 e foi contando de três em três e o resultado deu 9.
T 09- P: Entendeu?
T 10- Paulo e demais alunos: Sim!

Figura 14 – Registro de Marcelo e Leandro



Colocar o aluno nesse movimento de comunicar e de explicar o que pensou, de defender sua posição é fazem com que sua ideia seja inteligível aos outros. Boavida

(2011) discorre que quando ocorre a argumentação coletiva, geralmente, as justificações estão entrelaçadas com as explicações, e, mesmo que as explicações não representem a função principal da argumentação em Matemática e sim a justificação, a autora considera:

> [...] mais prometedor não excluir daí raciocínios explicativos que permitam entender uma ideia cujo valor ou verdade se pretende mostrar, embora considere que estes têm uma função secundária relativamente aos justificativos. (BOAVIDA, 2011, p. 55).

Nesse episódio, o aluno explicou aos demais como a dupla pensou para responder a questão, entretanto, por conhecer que Leandro passava por grandes dificuldades em seu processo de alfabetização, de modo que na época estava também em processo de diagnóstico de dislexia, a fala dele, bem como a maneira segura como explicou o pensamento da dupla me surpreendeu. Confesso que fiquei muito feliz. Leandro vivenciou momentos difíceis no 2º ano. Eu percebia que na oralidade o aluno compreendia a maioria das tarefas, entretanto, quando necessitava ler ou escrever, por vezes, diante da tarefa, ele chorava, pois se sentia extremamente inseguro. Sempre dizia a ele que eu estava lá para explicar e que ele era capaz de realizar as atividades, mas a insegurança sempre prevalecia. Assim, acredito que a segurança que demonstrou em comunicar à turma a estratégia da dupla foi significativa para ele.

T 11- P: As outras duplas que fizeram com bolinhas a estratégia é a mesma ou é diferente?
T 12- Ericles: O que muda é o desenho!
T 13- P: E as duplas que ao invés de pauzinhos e bolinhas, formaram trios usando números, muda alguma coisa.

Nesse momento a turma ficou dividida.

T 14- Vagner: Prô, posso explicar?
T 15- P: Pode sim Vagner.
T 16- Vagner: Só muda porque ali é pauzinho e ali é número.
T 17- P: Só muda o jeito do que?
T 18- Turma: Representar!
T 19- P: Mas, quem usa o número, o que acontece?
T 20- Sandra: Tem menos chance de errar!
T 21- P: Em que momento?
T 22- Sandra: Na hora de contar.
T 23- Leandro: A gente não se perdeu na hora de contar, se a gente se perdesse, a gente ia contar tudo de novo. [defendendo sua estratégia].

Nesse momento, parei e pensei em uma forma de fazer com que Leandro perdesse um pouco a confiança na utilização de números objetos (pauzinhos) para resolver problemas por meio da correspondência um-a-um.

T 24- P: E se no problema tivesse 42 alunos, qual estratégia seria mais segura, com os pauzinhos ou com os números?

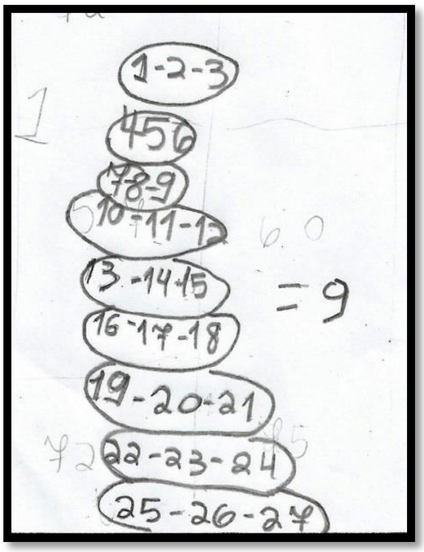
Antes de terminar a pergunta, Leandro já respondeu:

T 25- Leandro: Com os números!
T 26- Jonas: Se a gente esquecer de fazer um pauzinho a gente erra toda a conta!
T 27- Sandra: A gente sabe onde tá e onde vai parar.

Acredito que quando o professor se depara com uma situação onde o aluno sente-se tão confortável com sua maneira de pensar matematicamente, é fundamental que perceba a necessidade de gerar um desequilíbrio intencional, ou seja, que o desafie apresentando um argumento matemático mais forte, de modo que o aluno analise novas possibilidades, reflita sobre elas e perceba uma nova maneira de lidar com a questão. Vale destacar que a opinião dos parceiros nesse movimento gera no aluno maior confiança em arriscar um pouco mais.

Assim, aproveitei para mostrar a estratégia de Luana e Sandra, apesar de não tê-la escolhido para socialização; considerei ser relevante apresentá-la aos alunos a fim de demonstrar que com números também é possível fazer agrupamentos, bem como pode ser mais segura para a criança a sua utilização, conforme consta na figura 15.

Figura 15 – Registro de Luana e Sandra



T 28- P: Se a dupla fez 1, 2, 3 e circulou; 4, 5, 6 e circulou, de 3 em 3 e foi circulando, isso quer dizer que cada círculo é o que?
T 29- Turma: Um Trio!
T 30- P: Vamos contar quantos trios têm?
T 31- Turma conta até 9.
T 32- P: É a mesma coisa gente? [referindo-me à mesma estratégia].
T 33- Turma: Sim!

Apesar de a estratégia ser o agrupamento de três em três, a utilização do número deu maior segurança às alunas, especificamente no momento da contagem.

T 34- P: Agora quem vem da dupla Vagner e Joel?
T 35- Vagner: Prô, sempre que eu tô na dupla, vou eu ou nós dois!
T 36- P: Hoje você quer que venha só um?
T 37- Vagner: É porque sempre eu que vou!
T 38- P: Joel, você se sente à vontade para vir explicar?

Joel balança a cabeça negativamente.

T 39- P: Mas você entendeu, Joel?

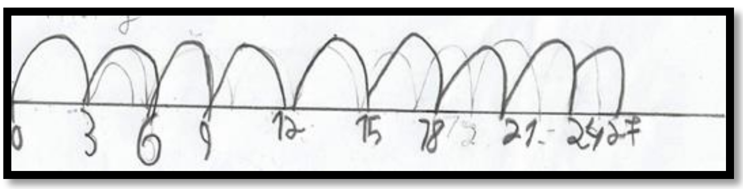
Joel diz que sim.

T 40- Vagner: Então eu vou! [Na realidade, Vagner sempre gostava de socializar com a turma].
T 41- P: O Vagner vai explicar, mas vocês precisam prestar atenção!
T 42- Vagner: Aqui tem um trio, a gente fez na reta numérica, 3 pessoas!
T 43- Paulo: Prô, é igualzinho a da gente!

Enquanto Vagner escrevia na lousa sua estratégia, Ericles acompanhava e contava: 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27.

T 44- Vagner: Daí a gente contou quantos trios tinha.
T 45- P: Como vocês contaram os trios?
T 46- Vagner: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. [apontando para os pulinhos da reta].
T 47- P: Contando os pulinhos?
T 48- Vagner: É!
T 49- P: Quantos pulinhos foram dados?
T 50- Vagner: 9!
T 51- P: Entenderam. Pessoal?
T 52- Turma: Sim!

Figura 16 – Registro de Joel e Vagner



T 53- P: Agora, olhando para essa reta numérica...
T 54-Paulo: É a sem número!
T 55- P: Isso é a reta que eles colocaram os números depois, mas olhando para essa reta e essa estratégia de colocar os números de 3 em 3, [de Sandra e da Luana] *que foram fechando os grupos com três números, vejam se vocês percebem alguma coisa que tem lá e tem aqui.*
T 56- Luana: É de 3 em 3?
T 57- P: Todos que nós mostramos são de 3 em 3, não são?
T 58- Jonas: É porque é de trio!
T 59- P: Todos eles são grupos de 3 em 3, mas o que mais vocês percebem?
T 60- Sandra: Todos que param lá são os da reta numérica!
T 61- P: Todos os números que terminam nos grupos [estratégia da Luana e Sandra] *estão na reta numérica, é isso Sandra?*
T 62- Sandra: É.
T 63- P: Vamos olhar na reta numérica, tem 3 lá?
T 64- Turma: Tem!
T 65- P: Olhem o último número daqui [estratégia da Luana e Sandra].
T 66- Turma: 3!
T 67- P: Depois?
T 68- Turma: 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27!!!
T 69- Ericles: O da Sandra é legal!
T 70- P: É legal? E "bateu" com o da reta numérica?
T 71- Turma: Sim!
T 72- P: Só o da Sandra é legal, ou todos?
T 73- Turma: Todos!

[*Alvoroço total*!]

Esse episódio reforça a importância da postura do professor em sala de aula, conforme menciona Ferreira (2008 p. 155). Ele necessita trabalhar tendo em vista que a maneira que conduz a comunicação e que os métodos de resolução de problemas podem ajudar o aluno a "reinventar" a Matemática. Tal postura exige que o docente envolva os alunos em tarefas significativas que os mobilizem em resolvê-las; que enfatize o envolvimento dos alunos na resolução do problema em detrimento do resultado; que procure promover discussões e justificativas para os procedimentos adotados pelos alunos e que estes consigam visualizar que os erros podem ser analisados de maneira a impulsionar e aumentar a compreensão dos alunos sobre os conceitos matemáticos envolvidos na tarefa. Destaco, ainda, o meu respeito pelos alunos, não impondo quem seria o relator da turma (T 34), respeitando àqueles que não querem se expor, mas certificando-me de que realmente compreenderam a estratégia da dupla (T 38 e T 39).

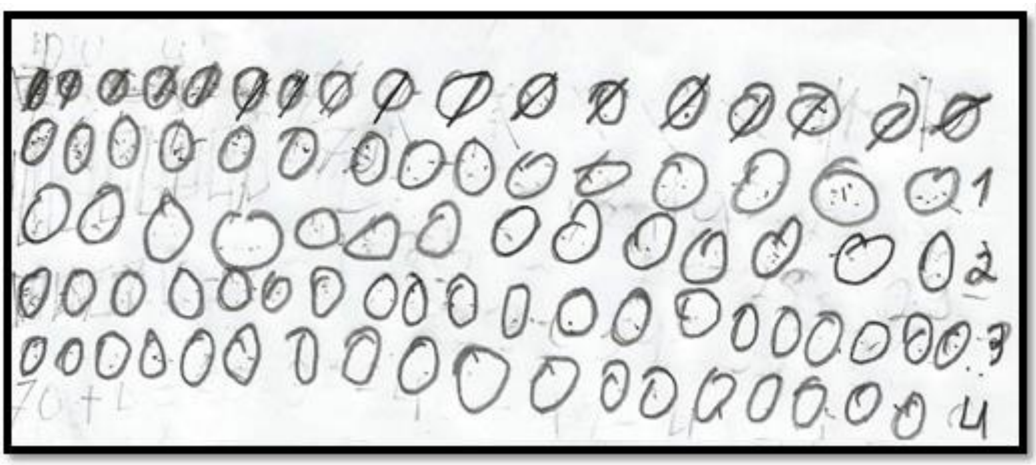
Depois da transcrição, percebi o quanto o momento da socialização foi rico, os alunos conseguiram comparar e analisar estratégias, se posicionar perante o grupo, explicar seu ponto de vista, ser confrontado diante de um desafio maior – como no caso do Leandro que precisou repensar sobre sua zona de conforto em usar risquinhos como estratégia. – ; fala de Paulo me corrigindo ao me confrontar e dizer que aquela não era a reta numérica e sim a vazia; a observação de Sandra quanto às regularidades entre as duas estratégias e, por fim, o sentimento de satisfação da turma ao término da tarefa. Isso porque, apesar de resolverem o problema de diferentes formas, acredito que a maioria dos alunos compreendeu a tarefa, se envolveu e, a meu ver, os meus objetivos coincidiram com os deles.

4.3 Colocando em xeque a palavra da professora

Nesta seção, apresento apenas um episódio que ocorreu enquanto trabalhávamos na socialização do problema do dia 30/10/2012: o episódio 5, novamente, "O problema do Pernalonga" já mencionado na seção anterior. Considerei oportuno trazê-lo para a análise, visto que ao realizar a transcrição da aula percebi o quanto alguns alunos assumiram uma postura crítica diante das discussões, a ponto de colocar em xeque a palavra da professora. Essa postura assumida pelos alunos evidenciou que todo o trabalho, onde um dos objetivos foi criar um ambiente de aprendizagem, em que alunos se sentissem à vontade para expor suas ideias sobre a Matemática, se efetivou em nossa sala de aula, o que o qualificou um ambiente social de aprendizagem.

No término da socialização da tarefa trouxe duas estratégias para que a classe analisasse. A primeira foi a da dupla Gabriela e Laissa, conforme consta na Figura 17.

Figura 17 – Registro de Gabriela e Laissa



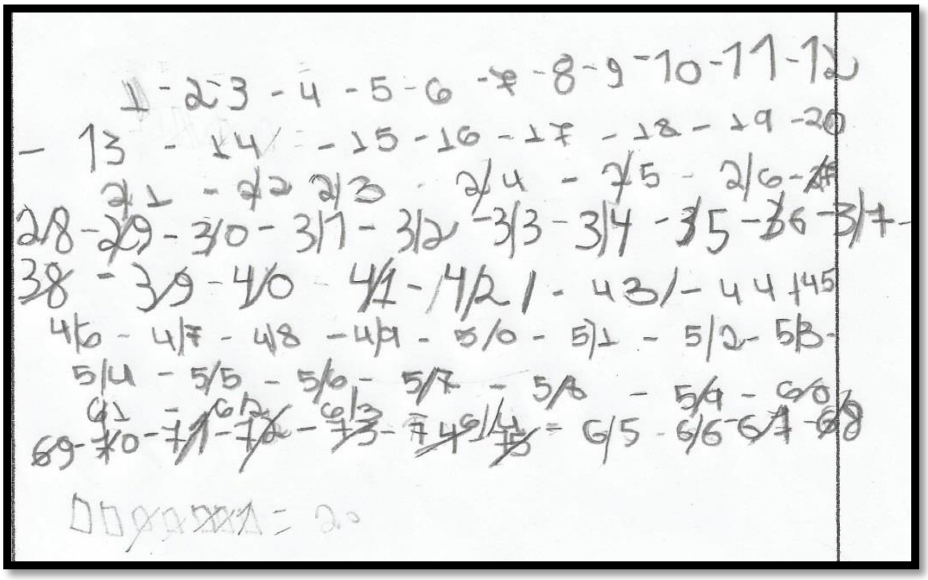
T 01 – P: Pessoal, teve uma dupla que resolveu com bolinhas, mas não conseguiram chegar ao resultado. Tem como resolver com bolinhas?

Diante desse questionamento, a turma ficou dividida, mas a maioria disse que não.

T 02 – P: Não tem como resolver com bolinhas?
T 03 – Paulo: Tem, mas se a gente errar uma bolinha erra tudo.
T 04 – P: Mas existe alguma forma de diminuir o risco de errar?
T 05 – Sandra: Colocar o número ou embaixo ou na bolinha.
T 06 – P: Tentaram fazer com os números [estava me referindo a uma dupla da classe], *mas não conseguiram.*

Esse registro não foi socializado, somente mencionado, considerei pertinente adicioná-lo (conforme Figura 18), apenas para uma melhor compreensão deste volume.

Figura 18 – Registro com números



T 07 – Sandra: Fazer do 0 até o 75 e ir cortando de 5 em 5.
T 08 – P: Do 0 ou do 1?
T 09 – Sandra: O zero não conta.
T 10 – P: Ah! E na bolinha se for contando de 5 em 5 e for "cortando", esse grupo representa o que?
T 11 – Luana: 1 dia.

Fui desenhando as bolinhas e dividindo em grupos de 5, sempre perguntando aos alunos quantas cenouras e quantos dias.

Nesse momento, a discussão precisou ser interrompida, pois Ericles e Jonas estavam brigando por conta de um lápis. Salientei a importância de os alunos respeitarem os colegas, disse a Ericles que quando ele esteve comunicando sua estratégia à sala, todos o ouviram, portanto, os colegas esperavam a mesma postura dele: a de respeito.

Vale destacar que optei em deixar esse trecho da aula registrado a fim de evidenciar, mesmo que de forma sucinta, que nas aulas, sejam elas de Matemática ou de qualquer outra disciplina, os momentos de conflitos entre os alunos e entre os alunos e a professora existem, eles são reais e acontecem a todo o momento.

Cada vez mais, o trabalho com os alunos vinha se mostrando complexo e desafiador, principalmente, quando trabalhamos em grupos. Enquanto os alunos resolviam as tarefas, eles falavam, discutiam, se expressavam e isso é fundamental para a aprendizagem. No entanto, por vezes, necessitei interromper ricas discussões acerca da Matemática com algum grupo para chamar a atenção de um aluno que não respeitou o que havíamos combinado (ler um livro após terminar a tarefa, falar baixo, etc.), necessitei pedir que Marília parasse de gritar para que pudéssemos conseguir trabalhar, precisei intervir em momentos em que alunos se desentenderam por conta de materiais ou escolha de um mesmo livro. Ou seja, esse ambiente é muito dinâmico e exige diferentes aprendizagens, tanto dos alunos quanto do professor.

Após essa pausa continuei:

T 12 – P: Se a gente desenhar de 5 em 5, dá para chegar no 75?
T 13 – Turma: Sim!
T 14 – P: Se a gente for registrando os dias, junto com a soma das cenouras, dá uma maior garantia da gente não se perder?
T 15 – Luana: Se for fazendo risquinhos e for contando 5 como que a gente vai saber onde que vai parar?
T 16 – P: O que precisa fazer?
T 17 – Sandra: Contar 5, por um tracinho, depois contar mais 5 até chegar no 75.
T 18 – P: E esse "cortar" significa o que?
T 19 – Sandra: Separar.
T 20 – P: Se separar a gente não se perde?
T 21 – Sandra: É mais garantido.
T 22 – Marcelo: Dá pra se perder! E se a gente por 6?
T 23 – Sandra: É, se a gente fazer 4, depois, 5 e 6.
T 24 – Luana: Prô lembra que você falou que nas contas grandes fazer de número é mais fácil pra não errar do que fazer de bolinha? Mas se errar uma bolinha pode errar a conta, mas se errar um número pode errar também!
T 25 – Sandra: Mas com número 15 se pular pro 25.
T 26 – P: Se não contarmos certo os dias?

[*Silêncio*].

T 27 – P: A chance de errar existe tanto na bolinha quanto no número, é isso? [falando com Luana]

T 28 – Luana: É?
T 29 – P: Foi você quem falou, então, você é quem vai explicar, certo?
T 30 – Luana: Você disse que se errar uma bolinha pode errar a conta, mas se errar um número também pode errar a conta, então qual que é a diferença?
T 31 – P: E aí, você quem vai me responder, tem diferença?

Sandra e Luana balbuciam algo.

T 32 – Sandra: Não.
T 33 – Luana: É que você disse que era mais [usar bolinhas e errar].
T 34 – P: A Laissa e a Gabriela se perderam na hora da contagem, não foi meninas? Quando usamos bolinhas vemos algum número?

A sala respondeu negativamente:

T 35 – Sandra: Só se fizer dentro, embaixo ou em cima.
T 36 – Luana: É porque na hora da contagem se a gente se perder, a gente vê o número.
T 37 – P: Se na hora da contagem você vê que se perdeu porque fez o número errado, o que você faz?
T 38 – Sandra: Apaga e faz certo!
T 39 – P: E na bolinha?
T 40 – Luana: Se você se perder aí você começa tudo de novo, tipo você tá no 19 e perde a conta você tem que contar tudo de novo, mas se você tá no número você só olha o número e vê.
T 41 – Joel: Tipo, se você tá do 0 até o 20 e erra no 19 é só você apagar e escrever de novo até o 20.
T 42 – P: Entenderam?
T 43 – Turma: Sim!

Luana afirmou que falei sobre os números altos (T 24 e T 30), mas ressalto que essa estratégia já havia sido discutida com a sala. Destaco que a minha intencionalidade, enquanto professora, era mesmo a de fazer com que os alunos percebessem a inviabilidade desse procedimento, mesmo porque, em situações anteriores, chegamos a um consenso de que o uso de representações pictóricas para resolver situações-problema com números altos poderia não ser viável.

A insistência de Luana sobre minha posição referente ao uso do desenho para a resolução de problemas com números altos fez com que ela se posicionasse diante de um fato já aprendido. Desse modo, como afirmam Alrø e Skovsmose (2006), a aprendizagem sempre tem seu começo, algo sempre foi aprendido previamente; sendo assim, quando existem diferentes sujeitos envolvidos nessa aprendizagem, é fundamental compartilhar o que se sabe.

Para posicionar-se, Luana já possuía sua hipótese elaborada, mas quis desafiar, de modo a fazer com que eu refletisse sobre um conhecimento já defendido e até o momento, para mim, esclarecido pela turma. Vale destacar que a aluna já havia operado com números com certa habilidade.

Como professora, desafiar os alunos a pensarem sobre novas possibilidades já se configurava uma prática, pois sempre que percebia a oportunidade de desenvolvimento de uma ideia, propunha um desafio.

Esse acontecimento comprovo o que Alrø e Skovsmose (2006) apontam: um desafio pode acontecer em meio a um novo posicionamento já estável.

> Tal desafio pode se aplicar tanto à perspectiva de quem é desafiado quanto a de quem se faz um desafio. Um desafio é bem sucedido quando os alunos o entendem [...] Vale ressaltar, por fim, que um desafio cumpre o seu papel também, caso ele seja refutado, com um bom argumento. (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 116).

Desafiei os alunos a refletirem sobre a possibilidade de resolver o problema utilizando o pictórico (T 01): *"Pessoal, teve uma dupla que resolveu com bolinhas, mas não conseguiram chegar ao resultado. Tem como resolver com bolinhas?".* Paulo afirmou ser possível, contudo, haveria risco de errar (T 03). Sandra sugeriu que numerássemos as bolinhas (T 05) para diminuir a possibilidade de erro.

Alrø e Skovsmose (2006) apontam que, ao desafiar, necessitamos estabelecer expectativas. A minha expectativa principal foi a de tentar levar os alunos a abandonar o uso do pictórico, principalmente em tarefas onde eles necessitavam calcular com números altos, visto que, com frequência, presenciei-os realizando as tarefas em que, na oralidade percebia que o pensamento condizia com o resultado esperado, entretanto, insistiam em usar o desenho como forma de registro; logo, na hora da contagem, erravam. Como já havíamos socializado estratégias em que os alunos usaram a representação do material dourado, a decomposição de números, a reta numérica e vazia, o cálculo mental com o apoio do registro escrito, dentre outras, mais uma vez, os coloquei nesse movimento de análise e reflexão.

Contudo, o que eu não esperava foi o fato de Luana me "colocar na parede" ao ser enfática sobre a possibilidade de que errar com as bolinhas era a mesma de errar com o uso do número. (T 24) *"Prô, lembra que você falou que nas contas grandes fazer de número é mais fácil pra não errar do que fazer de bolinha? Mas se errar uma bolinha pode errar a conta, mas se errar um número pode errar também!";* (T 30) *"Você disse que se errar uma bolinha pode errar a conta, mas se errar um número também pode errar a conta, então qual que é a diferença?".*

A insistência de Luana impulsionou-me a lembrá-la da estratégia da dupla Laissa e Gabriela, (T 34) *"A Laissa e a Gabriela se perderam na hora da contagem, não foi meninas? Quando usamos bolinhas vemos algum número?".* Tomei essa atitude com o intuito de que ela percebesse que o momento da contagem era o momento crítico na resolução dessa tarefa. Luana percebeu e responde (T 36) *"É porque na hora da contagem se a gente se perder, a gente vê o número".* Pergunto-lhe o que faria, caso se perdesse na contagem dos números. Prontamente, Luana me respondeu (T 40) *"Se você se perder, aí você começa tudo de novo, tipo você tá no 19 e perde a conta você tem que contar tudo de novo* [referindo-se às bolinhas], *mas se você tá no número você só olha o número e vê".* Sua resposta demonstra que compreendeu a inviabilidade do recurso pictórico para resolver problemas como esse.

Após analisar o diálogo e os registros dos alunos, compreendo a pergunta que Luana me fez, colocando em xeque o que já havíamos discutido em diversas aulas sobre o uso do desenho como estratégia de resolução de problemas. (T 30) *"Você disse que se errar uma bolinha pode errar a conta, mas se errar um número também pode errar a conta, então qual que é a diferença?".* Realmente, a questão da aluna fez sentido, o uso do número ou da representação pictórica, quando não há um critério para resolver o problema, tem pouca diferença, como nos mostra a figura 18. O uso de números não significa que os alunos têm o sentido numérico; eles podem registrar os números para fazer uma contagem um a um.

A diferença que Luana questionou-me está na forma em que os alunos fazem os agrupamentos, no caso do problema, de cinco em cinco.

> [...] a dúvida inicial, a procura de um caminho, a defesa de uma ideia, a formulação e análise de uma conjectura, são aspectos que devem ser partilhados entre pares e entre professor e alunos. Da interacção entre uns e outros poderão resultar aprendizagens importantes, momentos inesquecíveis e descobertas fantásticas acerca de um problema, da actividade desenvolvida, ou simplesmente acerca de si, da sua relação com os outros e com a Matemática. Nestes momentos, além de pensar sobre a Matemática, pensa-se Matemática, pensa-se com a Matemática, pensa-se matematicamente (BOAVIDA; SILVA; FONSECA, 2009, p. 2).

Diante do exposto, acredito que a partir da dúvida levantada por Luana, a discussão foi muito rica, pois os alunos participaram de modo a explicar seu pensamento; fizeram conjecturas; se arriscaram; questionaram a professora, demonstrando segurança em defender suas ideias; relembraram estratégias usadas anteriormente; pensaram e fizeram Matemática; enfim, foi uma experiência produtiva tanto para os alunos, quanto para a professora.

4.4 Algumas reflexões

A análise desse capítulo mobilizou-me a refletir sobre alguns aspectos e descobertas que considero relevantes destacá-los.

As leituras realizadas no decorrer da produção da pesquisa, especificamente para compor os aportes teóricos, deram-me indícios de que as tarefas matemáticas a serem trabalhadas em sala de aula precisavam ser reais, ou seja, fazer parte da vida cotidiana dos alunos. Os exemplos de tarefas expressos nos trabalhos de Hiebert et. al. (1997), Boavida; Silva e Fonseca (2009), Boavida (2011), Ferreira (2008), Mendes e Delgado (2008) sempre trouxeram algo vivenciado pelos alunos, quer em seu cotidiano, quer em sala de aula, o que me levou a inferir que para que as tarefas fossem ricas, elas precisariam ser reais.

Com o intuito de compreender essa questão, encontrei em Dolk (2008) argumentos que subsidiam esse pensamento sobre as tarefas matemáticas. A autora vê nos problemas realistas um ponto de partida para várias oportunidades de crescimento e de desenvolvimento na Matemática, visto que, nesse caso, a resolução de problemas contribui para uma melhor motivação em aprender conceitos matemáticos. “O que as pessoas têm de aprender, não é a matemática enquanto sistema fechado, mas uma atividade, o processo de matematizar a realidade e ainda, se possível, matematizar a matemática” (DOLK, 2008, p. 37-38).

Os trabalhos acima citados trouxeram inúmeras contribuições para essa pesquisa, no entanto, discordo da concepção de que as tarefas precisam sempre, e, necessariamente ser reais, que precisam trazer algo vivenciado ou experimentado pelo aluno para que ele estabeleça relações, de modo que a proposta torna-se envolvente e significativa a ele.

A natureza das tarefas trabalhadas com os alunos, durante o ano letivo e no presente capítulo, em sua maioria, foram problemas lúdicos. Entretanto, os resultados apontam que as crianças as experimentaram, se envolveram, estabeleceram relações entre os conceitos matemáticos envolvidos em uma tarefa e, posteriormente, resolveram outras que lhes exigiam como base conceitos já apropriados por eles. As tarefas demonstraram que o discurso da contextualização pode sim ser bom, mas não precisa ser o único caminho para se ensinar a Matemática pela resolução de problemas. As tarefas, para serem produtivas, podem ter muitas características que vão além do fato de serem reais. Elas necessitam envolver os alunos, de modo que estes se mobilizem em resolvê-las, ou seja, passem-nas de apenas tarefas e as põem em atividade. Precisam, também, promover reflexão e comunicação e o foco da tarefa precisa ser a Matemática. Os episódios analisados apontam para essas características nas tarefas trabalhadas como os alunos.

Ao finalizar a análise desse capítulo, constatei o que já previa: a importância da participação dos alunos na confecção da reta numérica os impulsionou a utilizá-la como instrumento de resolução de problemas; por meio dessa estratégia, vários alunos deixaram o pictórico ou a correspondência um a um e avançaram nos níveis de cálculo e conceptualização da Matemática, especificamente nos conceitos sobre a aritmética, ou seja, aprenderam Matemática com sentido.

Vale destacar que as tarefas trabalhadas o ambiente de aprendizagem em que se fez presente o movimento de interação entre professora/alunos e alunos/alunos e a ressignificação de tarefa para atividade atuaram na Zona de Desenvolvimento Iminente dos alunos. Pude perceber o quanto o trabalho em grupo, minhas mediações, o diálogo, o exercício da escuta ativa e a socialização de ideias matemáticas foram de extrema relevância para que os alunos se desenvolvessem na compreensão dos conceitos acerca dessa área do conhecimento.

Apesar dos diferentes ritmos e interesses de aprendizagem dos alunos, ficou evidente que todos aprenderam algo sobre a Matemática; creio que a maioria obteve um desenvolvimento satisfatório, além do fato de que alguns me surpreenderam com suas ideias, questionamentos ou respostas. Outros – e posso afirmar que foram poucos – não obtiveram o desenvolvimento esperado por mim enquanto professora/pesquisadora.

No próximo capítulo, apresentarei evidências de dois casos de alunos. No primeiro, trago indícios de um aluno que se apropriou dos conceitos trabalhados ao longo do ano, e no outro, de um aluno que não apresentou o desenvolvimento por mim esperado.

5. O PROCESSO POR NÓS VIVIDO EM SALA DE AULA

Este capítulo está organizado em dois eixos. No primeiro deles, analiso dois casos de alunos: um que evidenciou a apropriação de estratégias de resolução de problemas trabalhadas durante o ano; e outro que não apresentou o desenvolvimento que eu esperava. Ao proceder assim, principalmente no segundo caso, quero evidenciar a complexidade da prática pedagógica, visto que a professora nem sempre consegue promover o mesmo desenvolvimento com todas as crianças.

No segundo eixo, trago algumas evidências do meu processo de aprendizagem, principalmente considerando que me encontrava no segundo ano de docência.

5.1 Dois alunos... dois tempos de aprendizagem

5.1.1 Valter

Não foi tarefa fácil selecionar um aluno que demonstrou desenvolvimento significativo ao longo do ano letivo de 2012, mesmo porque vários deles se "encaixaram" nesse quesito, como por exemplo, Paulo, Sandra e Luana. Desde o início do ano, percebi essa característica neles. Assim, passei dias refletindo sobre quais alunos se destacariam nesse primeiro eixo do capítulo, especificamente no caso de alunos em que presenciei a evolução do processo de aprendizagem. Depois de analisar algumas questões, decidi trazer o caso de Valter, pois ele demonstrou um desenvolvimento gradual no período em que realizei a pesquisa.

Confesso que houve alunos que se destacaram e muito na questão de apropriação de estratégias que circularam nesse ambiente de cooperação nas aulas de resolução de problemas em Matemática. Entretanto, o que me chamou à atenção nesse processo vivenciado por Valter, não foi apenas a questão da Matemática em si – que é de suma importância – mas o que saltou aos olhos durante o processo foi o fato de Valter demonstrar grande interesse em aprender, em realizar as tarefas e, principalmente, sua paciência e boa vontade para com seus colegas, em dividir, explicar suas ideias sempre que eu solicitava, em socializar com a sala as estratégias de seu grupo. Não fui apenas eu que presenciei e percebi que Valter se envolveu nesse ambiente de cultura social em sala de aula, mas seus próprios colegas. Alguns deles me pediam para fazer dupla com Valter, alguns por empatia, outros por se sentirem mais confiantes em resolver os problemas ao lado dele.

É evidente que esse ambiente de aprendizagem foi construído e que não surgiu de uma hora para outra. Mas, nesse processo, o aluno se dispôs a participar efetivamente e ativamente dessa construção.

Durante o ano, Valter teve a oportunidade de trabalhar com diferentes parceiros, tal fato se deu não apenas com ele, mas com toda a turma.

Como professora/pesquisadora precisei fazer agrupamentos em que os alunos estivessem em um nível de aprendizagem próximo, mas, também quis experimentar diferentes grupos, a fim de sentir em quais deles as trocas de ideias sobre a Matemática seriam mais produtivas. Outro fator que considero relevante destacar é a compatibilidade de personalidades. Por vezes, notei que havia duplas que se "encaixavam" na questão nível de aprendizagem, no entanto, não rendiam o que poderiam render quando colocados juntos. Esse foi o caso, por exemplo, da dupla Marcelo e Gustavo, haja visto que ambos apresentaram passividade quando colocados juntos para resolverem as tarefas. Também Joel e Jonas também não deram certo juntos pelo fato de possuírem temperamentos "fortes", ao ponto de um não aceitar de maneira pacífica o ponto de vista do outro.

Creio que meu papel de professora, enquanto mediadora, não se resume apenas em fazer perguntas ou questionar os alunos, fazendo-os com que pensem sobre a Matemática, mas ter a sensibilidade de observar e, até mesmo investigar o porquê, como e com quem eles aprendem. Nesse sentido, acredito que as trocas de parceiros e as experimentações são produtivas, pois oferecem ao professor uma visão (que não é imediata) de como e com quem os alunos podem se desenvolver, resultando em uma aprendizagem não apenas escolar, mas em uma aprendizagem de mundo; afinal, aprender a conviver e a respeitar o outro é uma aprendizagem de vida, essencial ao ser humano.

Apesar de trabalhar com diferentes colegas, percebi que quando trabalhou com Marcelo e com Leandro, as aprendizagens e trocas foram mais significativas para Valter e para seus colegas.

A seguir, trago três episódios que evidenciam o desenvolvimento de Valter. No primeiro deles, ele, juntamente com Vagner, estão aprendendo a negociar, a dividir ideias, formas de registro e a resolver problemas, no caso com a mediação da professora. No segundo, Valter trabalha com Marcelo de maneira colaborativa e, utilizando a reta numérica, resolvem juntos um problema de multiplicação. No terceiro, Valter trabalha como coautor junto à professora, e se põe a explicar ao colega Leandro seu pensamento sobre a multiplicação para resolução do problema. O aluno se vê como responsável tanto pelo seu processo de aprendizagem, quanto pelo do colega de dupla, ao ser mobilizado a reelaborar seu pensamento a fim de explicá-lo novamente a Leandro.

Episódio 1: O problema das maçãs: Valter e Vagner

Trecho do diário de campo do dia 24/04/2012
Tempo de duração da atividade: 52min19s
Alunos: 17
Duplas: 7
Trios: 1
(adição – final oculto)

Apesar de trazer apenas uma situação-problema, nesse dia, trabalhamos três tarefas de adição, com final, meio e início oculto. Meu objetivo foi proporcionar aos alunos aprendizagens de diferentes formas de adição, em que necessitaram descobrir o resultado que poderia ser encontrado no final, no meio ou no início do problema. Para isso, por vezes os alunos utilizaram a subtração para conseguirem resolver a proposta, no entanto, esse não foi o caso.

Situação-problema proposta[12]:

Pedro tinha 7 maçãs. Ana deu a ele mais 5 maçãs. Quantas maçãs Pedro têm agora?

Trecho do meu diário de campo:

[12] Situação proposta adaptada de Onuchic; Botta (1998, p.21).

Ao passar pela dupla observei que Valter registrava e ao mesmo tempo falava o que estava registrando. Depois diz ao amigo como ele precisa fazer.

T 01-Valter: Agora você põe 5 pauzinhos.
T 02- P: Valter, o que vocês estão fazendo?
T 03- Valter: A gente fez 5 pauzinhos, não 7 pauzinhos.
T 04- P: E o que são esses 7 pauzinhos?
T 05- Valter: Agora a gente põe mais 5 e a gente vê quanto tem.

Valter já havia desenhado os sete primeiros risquinhos.

T 06- P: Ele vai fazer mais cinco?
T 07- Vagner: É.
T 08- P: Então esse 7 representa o que Pedro tinha?
T 09- Valter: Ahã.
T 10- P: E o Vagner vai fazer mais cinco que são o que?
T 11- Valter: São os que ele ganhou.
T 12- P: Ah, então tá.
T 13- Vagner: O 5 aqui?
T 14- Valter: Não, um pouco mais assim [afastado] *aqui.*
T 15- Vagner: 1, 2, 3, 4, 5. [registrando].
T 16- P: E agora o que vocês irão fazer?
T 17- Valter: 7... 8, 9, 10, 11, 12.
T 18- P: O que vocês fizeram?
T 19- Vagner: Risquinhos!
T 20- P: Mas, o que vocês fizeram com esses risquinhos?
T 21: Valter: Eu juntei ao invés de tirar.
T 22- P: Ah, bacana! Agora vou ver o que seus amigos fizeram.

Figura 19 – Registro de Vagner e Valter

Essa foi a terceira vez que nos reunimos para resolver problemas de Matemática. A primeira vez foi o problema do jacaré, que trouxe no terceiro capítulo. Depois, trabalhamos um problema de multiplicação que envolveu o animal do Pantanal; no caso do Tuiuiú, porém, perdi toda a gravação dessa aula na tentativa de salvar os dados, Então, essa foi a terceira situação-problema que trabalhamos.

Sempre que iniciava as aulas, eu ressaltava aos alunos a importância do pensar junto, do compartilhar ideias, de ouvir o colega, ou seja, da importância do trabalho em grupo. Entretanto, nesse dia, não enfatizei essas recomendações, mas sim aquelas sobre os dados do enunciado, onde deveriam marcar os nomes, data, dentre outras. Essas recomendações sobre o pensar "junto" foram ressaltadas quando vi necessidade de fazê-lo em algum grupo.

Desde o início do ano letivo, notei que Vagner apresentava algumas dificuldades de aprendizagem, somado ao fato de não se interessar por algumas tarefas. No ano em questão, o aluno estava passando por uma situação familiar difícil, de modo que trazia para a escola suas inquietações e, frequentemente, sua revolta por estar vivenciando aquela fase. Assim, por perceber que Valter, além de ser tolerante para com Vagner, apresentava maior desenvoltura e interesse para realizar as tarefas, agrupei-os, na tentativa de colocar Vagner nesse movimento de comunicação e reflexão sobre a Matemática.

Ao passar pela dupla, percebi que minha tentativa teve êxito. Em (T 01), Valter procura envolver o colega na resolução do problema pedindo que ele também registrasse *"Agora você põe 5 pauzinhos."*.

Mesmo diante da minha ansiedade em saber o que representavam os risquinhos, Valter continuou a discussão com o amigo. (T 05) *"Agora a gente põe mais 5 e a gente vê quanto tem."* E, mais adiante, o orienta onde registrar diante a dúvida do colega. (T 14) "*Não, um pouco mais assim* [afastado] *aqui".*

Apesar de estarmos construindo o ambiente social de sala de aula, Valter demonstrou haver se apropriado de algumas práticas e, mesmo que eu não tenha enfatizado ao seu grupo esse aspecto, o aluno procurou dividir a resolução do problema com o colega, solicitando que registrassem em conjunto. Valter "trouxe" Vagner para a realização da tarefa esse movimento proporcionou a Vagner conhecer o que o amigo pensou, a participar da tarefa, e, mesmo que timidamente, fez parte da discussão em que a Matemática se fez presente.

Van de Walle (2009) salienta que quando os alunos compartilham ideias sobre a Matemática, conseguem alcançar diferentes formas de aprendizagens que seriam impossíveis ocorrerem quando as resolvem sozinhos. Os alunos passam a sentirem-se autores de ideias, pois percebem que podem dar significado às ideias matemáticas.

Esse episódio ressalta que a habilidade de Valter vai além de resolver um problema de adição, de explicar para a professora a estratégia que usou, ou o significado do registro. Valter começou a perceber-se pertencente a um grupo de alunos que compartilham ideias matemáticas.

Episódio 2: O problema dos editores pouco honestos: Valter e Marcelo

Trecho do diário de campo do dia 09/10/2012
Tempo de duração da atividade: 50min47s
Alunos: 15
Duplas: 6
Trios: 1
Multiplicação

O objetivo dessa proposta foi o de envolver os alunos em uma situação-problema de multiplicação, em que eles tiveram de lançar mão, além de seus conhecimentos sobre o conceito de multiplicação, de conhecimentos implícitos no problema, no caso os meses do ano.

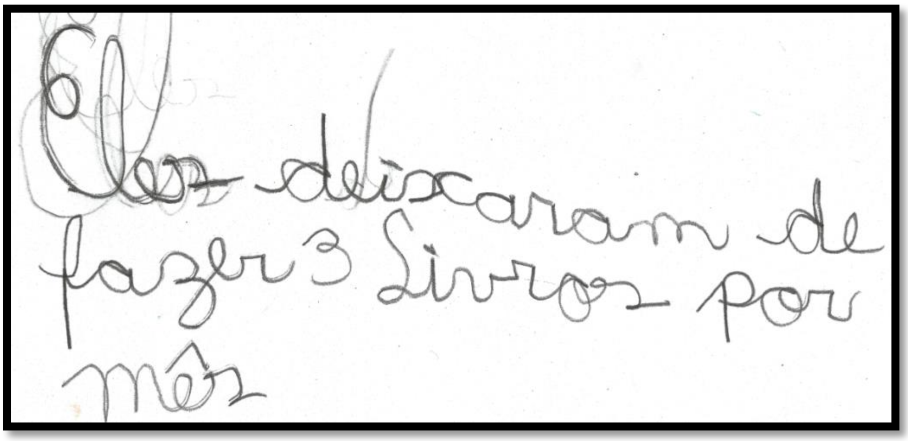
Situação-problema proposta[13]:

Adolfo e Adolfinho são dois editores pouco honestos. Eles editam três livros por mês. Se os escritores tirassem seus livros da editora do Adolfo e do Adolfinho, quantos livros eles deixariam de editar por ano?

T 01– P: E aí, Valter e Marcelo, quero ver como vocês resolveram.
Os alunos mostram o que escreveram.

[13] Situação proposta adaptada de Gwinner (1992), p. 17.

Figura 20: Registro da primeira resposta do problema da dupla Valter e Marcelo



T 02– P: Eles deixariam de fazer 3 livros por mês, [lendo a resposta da dupla], *tá, por mês eu já sei, e por ano?*

T 03– Valter: Por ano? Eles não deixariam de fazer nada!

T 04– P: Nada?!

T 05– Valter: Eles também não iam fazer nada, por causa de que aqui, olha, [lendo o enunciado] *"se tirassem seus livros do Adolfo e do Adolfinho". Eles iam tirar, daí eles não iriam fazer mais livros!*

A maneira como os alunos interpretam o enunciado de um problema precisa ser compreendida pelo professor e isso só é possível quando ouvimos o que eles têm a dizer. Para Valter e Marcelo, a tarefa já estava resolvida, Adolfo e Adolfinho não deixariam de fazer nenhum livro por ano (T 05), pois, para eles, se os livros fossem tirados não teriam de fazer mais nada.

Confesso que fiquei surpresa com a resposta, que por sinal fazia sentido, porém, precisei pensar rápido sobre que mediação eu poderia fazer a fim de que os alunos repensassem sua resposta e se voltassem novamente à resolução do problema.

Concordo com Van de Walle (2009) quando enfatiza que um dos grandes dilemas do professor é saber dosar o quanto dizer aos alunos. Acrescento às palavras do autor que difícil também é saber o que dizer às crianças quando nos deparamos com perguntas ou respostas que nos colocam em xeque. A criatividade do professor e o pensar rápido podem fazer toda a diferença em momentos como esses. Se não soubermos que mediação realizar, os alunos não desenvolverão habilidades, nem tampouco autoconfiança para resolver problemas.

Sei que não existe um "Manual de instruções" sobre como realizar mediações produtivas, mas creio que ao realizá-las precisamos sempre considerar que a Matemática precisa ser o foco central; ela precisa ser desafiadora, ou seja, precisa instigar os alunos a refletirem sobre a tarefa, desenvolver estratégias pessoais e comunicá-las.

T 06– P: Está bem, mas para eles deixarem de fazer a gente precisa saber quantos eles fazem. Quantos eles fazem em um ano?
T 07– Valter: Quanto eles fazem?
T 08– Marcelo: É de janeiro até dezembro?

T 09– P: Isso, de janeiro até dezembro e a gente sabe que eles fazem 3 a cada mês...
T 10– Marcelo: Eu não sei.

Para resolver a tarefa os alunos necessitavam ter um conhecimento que estava implícito no enunciado, quais são os meses do ano. A fala de Marcelo (T 08) evidencia que o aluno tinha esse conhecimento. No entanto, não sabia como resolver a proposta (T 10).

T 11– P: Mas, acho que vocês podem fazer um esquema para saber quantos livros eles fazem de janeiro até dezembro.
T 12–Valter: De janeiro até dezembro?
T 13– É. Vocês sabem que eles fazem quantos livros por mês?
T 14– Valter: 1.
T 15 – P: 1?
T 16– Valter: 3.
T 17– P: E de janeiro até dezembro?
T 18– Valter: Vou ver… Vou tentar na reta numérica, na sem números.

Ao observar os registros (orais e escritos) realizados por Valter no decorrer do processo de pesquisa, notei que Valter foi um dos alunos que mais se apropriou da reta vazia como estratégia para resolução de problemas. Desde o primeiro momento em que ela foi apresentada aos alunos, Valter interessou-se em resolver problemas utilizando-se da reta como instrumento para organizar suas ideias quanto ao fazer Matemática. Vale destacar que o aluno também utilizou outras estratégias socializadas pela sala para resolver diferentes tarefas.

Valter traçou a reta vazia e começou a escrever "JANEIRO" na posição do zero.

T 19– Marcelo: Só escreve JA.
T 20– P: Precisa escrever o nome [dos meses], *ou precisa saber a quantidade de pulos?*
T 21– Valter: A quantidade.
T 22– P: Quantos pulos precisam dar?
T 23– Valter: Num mês eles fazem 3 livros...
T 24– Marcelo: Pula 3!
T 25– P: Pula 3, ou dá um pulo de três?
T 26– Marcelo e Valter: Um pulo de três!
T 27– P: Quantas vezes tem que dar um pulo de 3?
T 28– Valter: Até chegar dezembro?
T 29– Marcelo: 12!
T 30– P: Isso.

Enquanto Valter registra os pulos na reta vazia, a dupla os conta em coro. Contam exatamente doze pulos.

T 31– Valter: 3… 6, 7, 8, 9, 12… aqui é…
T 32– Marcelo: 16!
T 33– Valter: 15!

Os alunos contam até chegarem ao número 33.

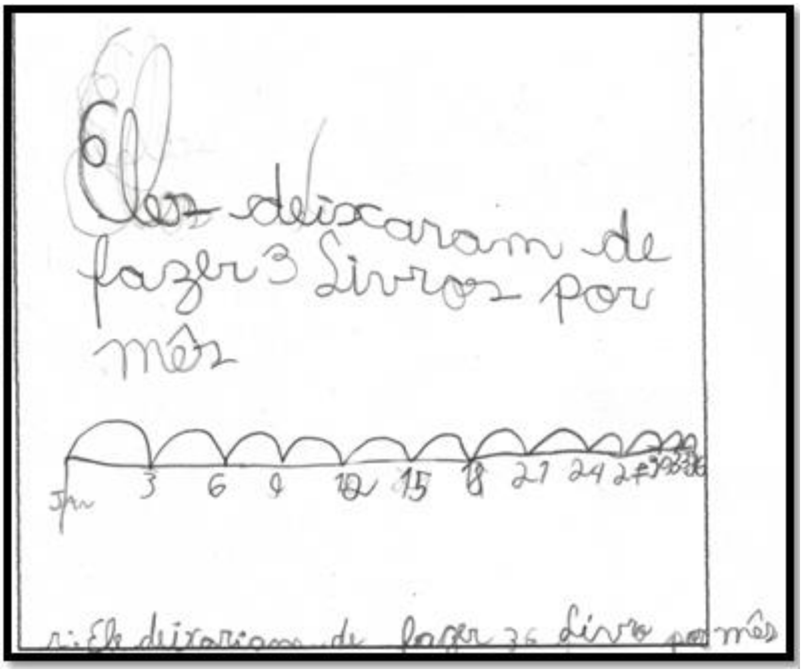
T 34– P: 33? Vamos ver quantos pulos têm?

Os alunos contaram doze pulos, mas não perceberam que haviam se esquecido de colocar o resultado no 11º pulinho, ou seja, ainda faltavam 3 livros para a serem somados. Alertei os alunos sobre esse detalhe.

T 35– P: Esse 33 é aqui no 12 ou no 11? [Referente aos pulinhos da reta vazia].
T 36– Marcelo: No 11!
T 37– P: Então depois tem mais um pulinho.
T 38– Valter: 36!
T 39– P: Quantos livros eles deixariam de editar?
T 40– Marcelo e Valter: 36!

Valter pegou a borracha para apagar o que já havia escrito. Disse a ele que não precisava apagar, era preciso apenas colocar a resposta em outro local da folha.

Figura 21 – Registro completo de Valter e Marcelo



Nesse episódio, Valter e Marcelo trabalharam colaborativamente. Marcelo abordou o conhecimento sobre os meses do ano (T 08) e sobre a quantidade de meses que um ano tem (T 29) , no entanto, fica indeciso para resolver a tarefa (T 10) . Valter, após minha sugestão de elaborarem um esquema (T 11), propôs a reta vazia (T 18), trabalhou nela juntamente com Marcelo e refletiram sobre os passos seguidos, avaliaram a estratégia e chegaram à resolução do problema.

Observo que os alunos assumiram uma postura de colaboradores nesse processo de resolução de um problema matemático. Nesse sentido, Carvalho (2005) aponta que quando os alunos realizam tarefas atuando colaborativamente em sala de aula, as ideias são discutidas e explicadas com maior facilidade pelos próprios alunos, eles se expõem, avaliam e refutam diferentes pontos de vista. Desse modo, novas oportunidades de enriquecer o fazer matemático dos alunos são criadas, visto que cada um dos parceiros está envolvido nesse processo de procura da resolução do problema.

No que se refere ao pensamento matemático, os alunos resolveram a situação-problema de multiplicação por meio de um cálculo por contagem, eles dão saltos de três em três na reta vazia por doze vezes e chegam ao resultado.

Mendes e Delgado (2008) salientam que na multiplicação o cálculo por contagem:

> [...] (adicionar para multiplicar), corresponde ao primeiro nível da multiplicação. Inserem-se aqui as estratégias e procedimentos dos alunos que incluem a repetição formal de adições. Ou seja, quando os alunos perante um contexto utilizam apenas adições repetidas, encontram-se no nível da multiplicação por contagem. Nesse nível, não é explícito o uso da multiplicação como operação. (Mendes e Delgado, 2008, p. 163)

Apesar de os alunos se encontrarem no primeiro nível de cálculo da multiplicação, é relevante destacar que eles estavam em processo de construção do desenvolvimento de sentido multiplicativo e usaram procedimentos de cálculo mental que são de extrema importância para que possam progredir em sua aprendizagem sobre o conceito de multiplicação.

Episódio 3: Problema do cachorro Jorge: Valter e Leandro

Trecho do diário de campo do dia 25/09/2012
Tempo de duração da atividade: 1h22min35s
Alunos: 15
Duplas: 6
Trios: 1
Multiplicação

Essa situação-problema teve como objetivo o trabalho com a multiplicação de parcelas iguais, em que os alunos necessitaram utilizar conhecimentos já adquiridos anteriormente, no caso, os dias da semana, além de desenvolverem estratégias pessoais de resolução de problemas.

Situação-problema proposta[14]:

> Jorge é um cachorro. Ele tem uma péssima memória, pois esquece sempre onde enterra seus ossos. Ele recebe dois ossos por dia. Em três semanas, quantos ossos Jorge ganha?

T 01– Valter: Aqui vai ter 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7! [Referindo-se aos dias da semana] *Não, não, empresta a borracha, errei. Aqui ele ganhou 2, aqui ele já ficou com 4, vou fazer de outro jeito. Ele ganhou mais 2... 4, mais 2...6, mais 2...8, mais 2...12. Aqui ele já ficou com 12.* [Explicando para Leandro]. *Daí em uma semana ele fica com 12.*

T 02– P: Com 12?

T 03– Valter: É.

T 04– P: Deixa eu ver, aqui é uma semana, não é?

T 05– Valter: É, domingo, segunda, terça, quarta, quinta, sexta.

T 06– P: Sexta... Em que dia começa a semana Valter e Leandro?

T 07– Leandro: Segunda?

T 08– Valter: Domingo... Domingo, segunda, terça, quarta, quinta, sexta, sábado. [Falando os dias, no entanto representando com o número 2, ou seja, a quantidade de ossos que Jorge recebe por dia].

T 09– P: No sábado ele ganhou? Pensa aqui comigo Leandro, pelo que o Valter pôs aqui, quantos ele ganhou no sábado?

T 10– Leandro: Eu não entendi o jeito que você fez.

T 11– P: Explique para ele.

T 12– Valter: Acho que eu fiz assim, aqui é a segunda e ele ganhou 2, não é domingo! Mas só deu até sexta, faltou fazer sábado aqui... 2... 12, 13, 14. Deu 14.

T 13– P: Mas eu acho que o Leandro ainda não entendeu, você precisa explicar para ele.

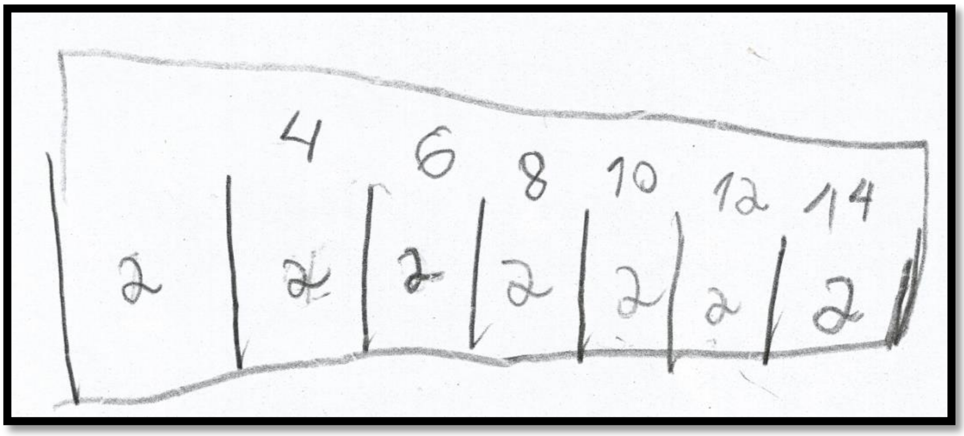
T 14– Valter: Segunda ele ganhou 2, né? Não, domingo! [Percebendo que a semana inicia no domingo] *daí segunda ele ganhou mais 2, terça mais 2, quarta mais dois, aqui já dá 8, mais 2 na quinta, fica com 10, mais 2 na sexta e mais 2 no sábado.*

T 15– Leandro: Agora eu entendi!

T 16– P: Entendeu?

[14] Situação proposta adaptada de Gwinner (1992), p. 16

Figura 22 – Fragmento 1 do registro de Valter e Leandro



T 17– Valter: Agora precisa fazer a outra semana, 1, 2, 3.... [Inaudível]. *14* [referindo-se à soma da primeira semana] *16 mais 2...18, 20.*

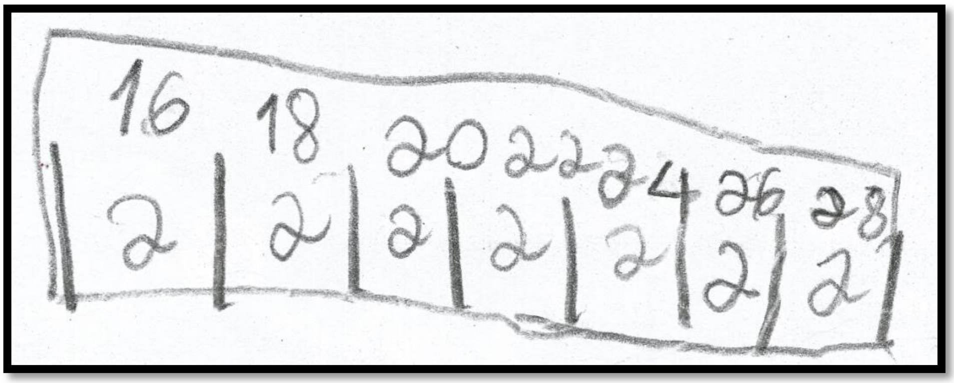
T 18– P: Leandro, você está entendendo o que ele está fazendo?

T 19– Leandro: Cada um tem 2.

T 20– Valter: 24...26, 27, 28. Deixa eu ver 1, 2, 3... Não. Segunda, terça, quarta, quinta, sexta... [Conferindo os dias da semana].

T 21– *Leandro: Sábado.*

Figura 23 – Fragmento 2 do registro de Valter e Leandro



T 22– Valter: Tá certo! Agora vamos para a terceira [semana], 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 [grafando o número dois]. *28...* [Referindo-se à soma da segunda semana] *30... 32...34...*

T 23– Leandro: Ah, já entendi, vai pulando 2, não é? É assim, eu estou no um, vou pulando um e mais um.

T 24– Valter: Cada dia ele ganha 2, então aqui já é domingo, no domingo ele ganha 2, na segunda mais 2, e vai até chegar no sábado.

T 25– P: Então explique para o Leandro o que significa esses 3 retângulos.

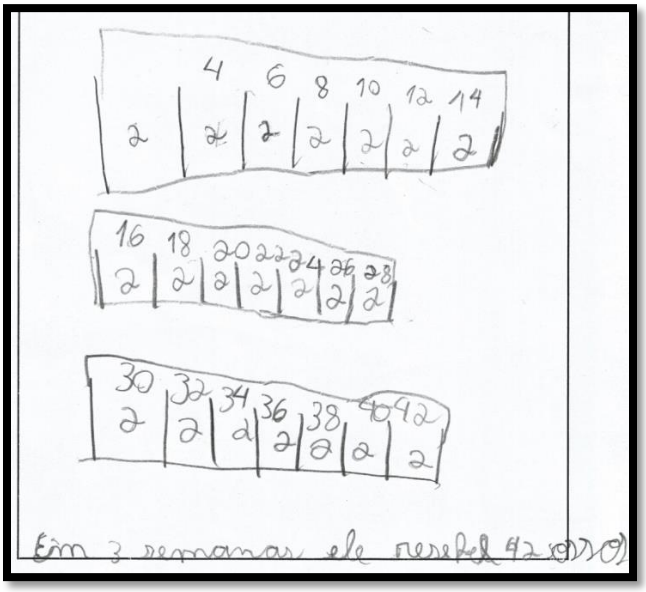
T 26– Valter: 3 semanas.

T 27– P: Em 3 semanas ele ganhou quantos ossos.

T 28- Valter: 42!

T 29– P: Vocês podem escrever a resposta aqui embaixo?
T 30– Valter: Ahã.

Figura 24 – Registro completo de Valter e Leandro



O registro escrito da dupla evidencia que os alunos fizeram um esquema para representar cada dia da semana, separando-o em três partes: a primeira, a segunda e a terceira semana, de modo que para resolver o problema necessitaram conhecer quais e quantos eram os dias da semana, visto que essa informação estava implícita no enunciado.

Ao iniciar a resolução do problema, Valter demonstra ter esse conhecimento. Em (T 01) ele começa a elaborar um esquema para a primeira semana fazendo agrupamentos de dois em dois, para representar a quantidade de ossos que Jorge recebia por dia e usa a contagem para chegar ao resultado de uma semana, mas se esquece de um dia da semana. Valter "pensa alto" a fim de que Leandro acompanhe seu raciocínio. Chamo a atenção da dupla quanto ao resultado de ossos recebidos por Jorge na primeira semana (T 02, T 04, T 06), logo, Valter percebe que se esqueceu de contar um dia (T 08) e organiza o esquema de maneira que contemple todos os dias.

Tento colocar Leandro nesse movimento vivenciado por Valter (T 09), no entanto, o aluno diz não entender o pensamento do colega (T 10). Peço para que Valter explique para o amigo o que pensou (T 11), o aluno me atende, porém, a maneira como explicou sua ideia ainda não é entendida por Leandro (T 12). Ao perceber que Leandro ainda não havia compreendido, novamente solicitei a Valter que explicasse sua ideia (T

13). Prontamente, o aluno atende minha solicitação e explica a Leandro, agora de maneira mais detalhada (T 14); após sua explicação Leandro, diz ter compreendido o pensamento do colega (T 15, T 19 e T 23).

Valter demonstrou ter os conhecimentos necessários para resolver a proposta, mas, apesar de verbalizar seu pensamento, a fim de compartilhar com Leandro a resolução do problema, o amigo não o acompanhou. A partir de minhas mediações, coloquei Valter no movimento de reflexão e comunicação de ideias sobre a Matemática envolvida na tarefa. Esse movimento de comunicar o que já foi pensado e comunicado fez com que Valter pensasse em uma nova maneira de explicar ao colega, de modo a reformular o que já havia sido explicado. Esse exercício de comunicar fez com que Valter percebesse a necessidade de detalhar o processo de construção de seu pensamento, explicando passo a passo a contagem que realizou. Posteriormente, peço que Valter explique a Leandro por que ele registrou três esquemas (T 25), novamente sou atendida e Valter expõe para Leandro seu pensamento (T 26).

Insisti para que Vagner comunicasse seu pensamento até que Leandro o entendesse, por concordar com Boavida; Silva e Fonseca (2009, p. 2) quando salientam que a "resposta intuitiva, a dúvida inicial, a procura de um caminho, a defesa de uma ideia, a formulação e análise de uma conjectura, são aspectos que devem ser partilhados entre pares e entre professor e alunos".

Essa partilha oferece aos alunos a oportunidade de dividirem não apenas o mesmo espaço físico no grupo, mas também suas ideias, que se desenvolvam cognitiva, social e humanamente. O processo de ensino e de aprendizagem ganha um caráter mais acolhedor e, consequentemente, menos solitário. Destaco que não apenas para os alunos, mas também para o professor, quando compartilha a docência com seus alunos.

Sintetizando esses três episódios em que apresentei três momentos vivenciados por Valter trabalhando com três colegas diferentes, procurei evidenciar que houve desenvolvimento no processo de ensino e de aprendizagem do aluno como um todo. Valter desenvolveu e se apropriou de diferentes estratégias, interagiu, refletiu, comunicou e compartilhou ideias sobre a Matemática. Destaco que o aluno se apropriou da postura da professora quando assumiu a responsabilidade na sua aprendizagem e na de seus colegas, deixando-se envolver no ambiente social de sala de aula que eu, enquanto professora/pesquisadora, procurei criar ao longo do ano letivo.

5.1.2 Júnior

Nesta seção, retomo o caso do aluno Júnior. Esclareço que minha intenção aqui não é a de comparar seu desenvolvimento com o dos demais alunos, mas quero fazer uma comparação de seu desenvolvimento entre o início e o final do processo vivenciado pelo aluno. Houve evolução em sua aprendizagem sobre a matemática, no entanto, não foi a que eu, enquanto professora, esperava.

No início da pesquisa, apesar de suas limitações, Júnior demonstrou maior interesse em participar, porém, ao longo do processo, notei que esse interesse diminuiu. Acredito que isso tenha sido pelo fato de que, no decorrer desse processo, a complexidade das tarefas aumentou, de modo que Júnior não conseguiu acompanhar a sala. Logo, o ritmo e o interesse do aluno foram diferentes dos demonstrados pela maioria dos alunos da sala. Por vezes, o via brincando logo que lhe entregava a tarefa; também foi notório que ele somente se "empenhava", ou quando seu parceiro exigia que trabalhassem juntos, ou quando eu passava pela dupla e via que Júnior não se interessava pelo objeto de estudo. Nesse instante, tentava colocá-lo em atividade.

Algumas tentativas foram produtivas, outras, nem tanto. Confesso que me sentia incomodada ao ver seu/sua parceiro (a) de grupo se debruçando na tarefa e Júnior esperando "para ver o que dava". Trago, a seguir, três episódios que evidenciaram as fases vivenciadas pelo aluno no decorrer do ano letivo.

No primeiro deles, por se tratar de um problema simples de adição, o aluno se colocou a trabalhar em grupo com seus colegas. No segundo, Júnior tenta acompanhar o raciocínio de sua colega Gabriela e, mesmo com as mediações da professora, demonstrou não compreender a tarefa por completo. No terceiro, apresento Júnior e Vagner juntos a fim de observar se, por estarem em níveis de aprendizagens parecidos, se mobilizariam a pensar e resolver a proposta. Entretanto, apesar da intensa mediação realizada por mim, a dupla não conseguiu resolver a tarefa.

Episódio 1: O problema das maçãs: Júnior, Bruna e Ericles

Trecho do diário de campo do dia 24/04/2012
Tempo de duração da atividade: 52min19s
Alunos: 17

Duplas: 7
Trios: 1

Situação-problema proposta[15]:

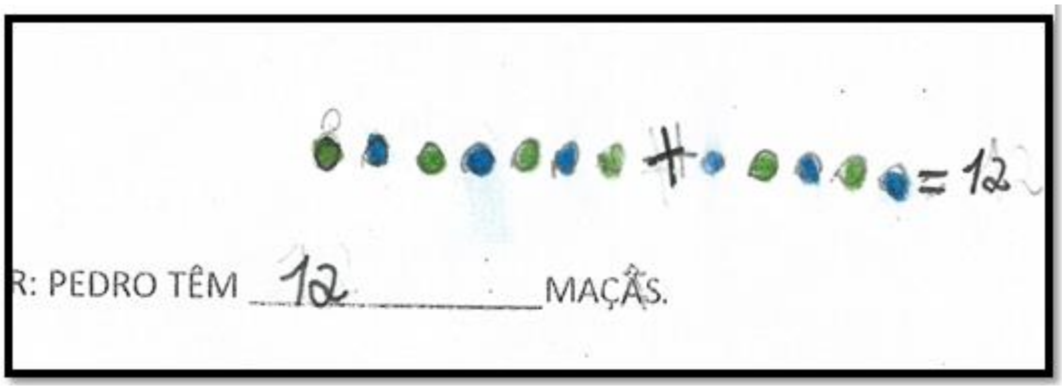
Pedro tinha 7 maçãs. Ana deu a ele mais 5 maçãs.
Quantas maçãs Pedro têm agora?

T 01- P: Júnior, Bruna e Ericles, como vocês fizeram?
T 02- Júnior: Foi a Bruna que fez!
T 03- Bruna: Mas, foi você quem mandou!
T 04- P: Vocês entenderam?
T 05- Júnior: Ela fez 7 + 5 deu 12.
T 06- P: Esse 7 representa o que?
T 07- Bruna: É...
T 08- Júnior: 7 bolinhas!
T 09- Bruna: 7 maçãs.
T 10- P: Você colocou o sinal de mais, não é?
T 11- Júnior: Para fazer 5 bolinhas.
T 12- Bruna: 5 maçãs!
T 13- P: Por que o sinal de mais?
T 15- Bruna: Para a gente ver quanto que dá, daí a gente usou o dedo, daí a gente vê o resultado, deu 12.
T 16- P: Agora vou fazer uma pergunta para vocês. Se vocês tem o desenho aqui, tem necessidade de contar nos dedos?
T 17- Bruna: Ahã... não.
T 18- P: Por quê?
T 19- Bruna: Porque aqui [desenho] *dá para ver.*
T 20- Ericles: Eu conto!
T 21- Júnior: É, eu contei tudo junto, deu 12!

[15] Situação proposta adaptada de Onuchic e Botta (1998, p.21).

T 22- P: Mas, você contou as bolinhas, ou fez a conta com os dedos?
T 23- Júnior: As bolinhas.
T 24- Ericles: Eu contei na mão!
T 25- P: Você contou na mão Ericles?
T 26- Ericles: Eu fiz 7... 8, 9, 10, 11, 12!
T 27- Júnior: Na minha mão eu guardei sete aqui [mostrando a cabeça].
T 28- P: Você está apontando para a cabeça, você fez de memória?
T 29- Júnior: Eu guardei 7, aí coloquei 5, ficou 12.
T 30- P: Então, vocês fizeram a conta com os dedos e contaram no desenho para conferir?
T 31- Bruna: É.
T 32- P: Então está bem.

Figura 25 – Registro Júnior, Bruna e Ericles



Ao passar pelo trio, peço aos alunos que me expliquem como resolveram a situação-problema (T 01). No início do diálogo, Júnior não assume a responsabilidade pelo registro (T 02) alegando ser a Bruna a autora.

Acredito que essa postura assumida por Júnior ocorreu por medo de errar. Como estávamos construindo o ambiente social em sala de aula, talvez Júnior ainda não tivesse percebido o quanto o erro pode ser construtivo no processo de aprendizagem.

Após sua fala, a Bruna diz que foi ela quem fez (registro), no entanto, fez o que Júnior disse para fazer (T 03). Percebo que há um "jogo" de delegar ao outro a responsabilidade da tarefa, porém, minha intenção foi a de saber se os alunos haviam compreendido a proposta (T 04).

Ao notar meu objetivo, Júnior se põe a explicar como resolveram o problema, mas ainda dizendo que Bruna registrou a sentença matemática (T 05).

Insisto questionando sobre o que representa o número da adição citada pelo aluno. (T 06). Ele diz que representa bolinhas (T 08), mas Bruna logo responde serem maçãs (T 09). Quando os questiono sobre o porquê terem utilizado o sinal de adição (T

10, T 13), Bruna afirma que usaram o sinal para saberem o resultado e acrescenta que para realizar a soma usaram os dedos (T 15).

Quando cheguei até o trio, o registro já estava pronto, assim, interpretei que os alunos resolveram o problema usando a estratégia do desenho, logo questionei sobre a necessidade de usarem os dedos quando se tem o desenho (T 16). Bruna refletiu e respondeu que não há necessidade (T 17, T19), pois no desenho dava para ver.

Quando Ericles enfatiza que faz as contas usando os dedos (T 20), Júnior assume também usar (T 21), mas recua quando lhe pergunto se ele contou os dedos ou as bolinhas para resolver a tarefa, e ele diz ter contado as bolinhas (T 22). Novamente, Ericles diz que utilizou os dedos para realizar a contagem (T 24). Ao ver minha reação à resposta de Ericles, Júnior assume ter feito o cálculo usando a memória e os dedos (T 27, T 29). Nesse instante, percebi que os alunos resolveram primeiro o problema, depois, registraram usando o desenho como forma de representação.

A partir da análise desse episódio, entendo que Júnior trabalhou junto com seus amigos para que conseguissem resolver o problema. No entanto, no momento da comunicação, ele sentiu-se inseguro, ou talvez intimidado, diante dos meus questionamentos. Num primeiro momento, delegou à Bruna a realização da tarefa e, posteriormente, só assumiu usar os dedos como estratégia de resolução de problemas quando se sentiu seguro em assim o fazer, ou seja, ao ver meu diálogo com Ericles, o qual naturalmente assegurou ter utilizado os dedos para resolver o problema.

Júnior sentiu-se intimidado e inseguro com o diálogo que ocorreu de maneira tranquila, embora em nenhum momento minha intenção tenha sido essa (deixa-lo inseguro). No entanto, acredito que esse tipo comunicação e de fazer Matemática ainda era algo novo para o aluno. Apesar de ser a terceira aula de resolução de problemas, Júnior ainda não havia compreendido que no diálogo estabelecido entre mim e os alunos teria como base a igualdade e que, em nenhum momento, eu assumiria uma postura autoritária diante das ideias dos alunos.

Acerca da igualdade no diálogo, concordo com Alrø e Skovsmose (2006, p. 131) quando elencam que “um diálogo não pode ser influenciado pelos papéis (e o poder associado a esses papéis) das pessoas que participam do diálogo”. Além disso, enfatizam que na relação professor e aluno, o pensamento de que exista desigualdade já está arraigado nos sujeitos. Porém, para tentar igualar essa relação e as comunicações interpessoais, a equidade precisa acontecer. Para tal, não é necessária a negação da diversidade e das diferenças, mas saber lidar com essa diversidade e essas diferenças tão comuns em sala de aula.

> [...] a chave para isso é a justiça. Justiça não tem haver somente com os aspectos emocionais, ela também se refere à forma com que se lida com o conteúdo do diálogo. Por isso, promover igualdade em um diálogo entre professor e alunos inclui lidar com a diversidade e as diferenças (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 131).

Creio que, mesmo estando em um segundo ano, já estava arraigada em Júnior a ideia de que o professor sempre assume a postura de autoridade em sala de aula e que o diálogo é unilateral. No entanto, estávamos no início do processo e Júnior teria mais oportunidades de compreender que a comunicação entre os pares aconteceria permeada de respeito ao próximo.

Episódio 2: O problema do canil: Júnior e Gabriela

Trecho do diário de campo do dia 11/09/2012
Tempo de duração da atividade:
Alunos: 17
Duplas: 7
Trios: 1
Multiplicação: Escolha a pergunta

Essa tarefa teve como objetivo fazer com que os alunos refletissem sobre qual pergunta se adequava aos dados presentes no enunciado do problema. A partir da escolha feita por eles, tentaram resolver a situação-problema.

Situação-problema proposta:[16]

Escolha a pergunta possível de ser feita com base nas informações dadas.

Em um canil há 11 cachorros.

- Quantos quilogramas têm esses cachorros no total?
- Que forma tem o canil onde estão esses cachorros?
- Quantas patas têm esses cachorros?

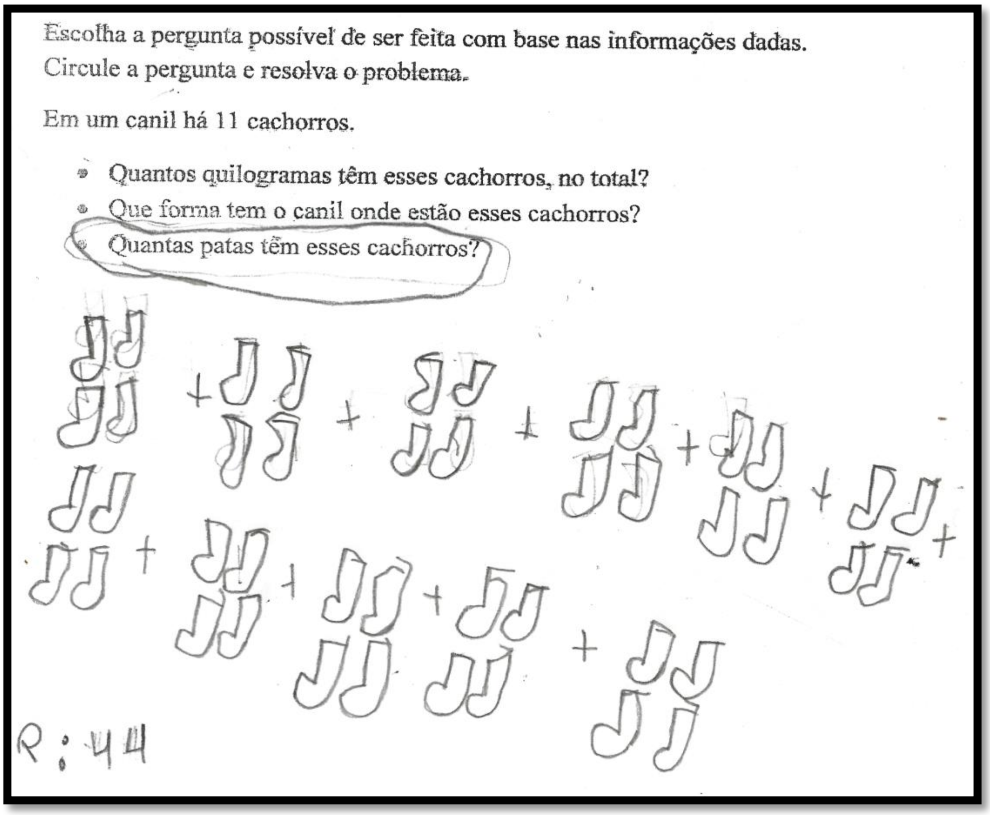
Ao passar pela dupla, Júnior me chama.

T 01- Júnior: Professora, a Gabriela não está entendendo essa lição!
T 02- P: A Gabriela não está entendendo? E o Júnior, está entendendo?
T 03- Júnior: Eu também não!
T 04- Deixe-me ver a pergunta que vocês escolheram. [lendo] *Em um canil há 11 cachorros. Quantas patas têm esses cachorros?* [Pergunta escolhida pela dupla] *Eu estou vendo que você está desenhando de 4 em 4 patinhas, quantas vezes você irá desenhar?*
T 05- Gabriela: 11 vezes.
T 06- P: 11 vezes. Eu acho que a Gabriela entendeu!
T 07- Júnior: Mas, eu não!
T 08- P: Então vamos lá. Gabriela, vamos mostrar para ele. Em um canil... Canil é o lugar onde os cachorros ficam, tem 11 cachorrinhos, certo? [Júnior balança a cabeça afirmativamente]. *A gente sabe que tem 11 cachorros, mas a gente não sabe quantas patas esses 11 cachorros têm. Gabriela, fale para ele o que você está fazendo.*
T 09- Gabriela: Eu estou fazendo de 4 em 4, eu pretendo fazer 11 vezes.
T 10- Júnior: Agora eu entendi!
T 11- P: Entendeu? Olhe, cada 4 patinhas que vocês fazem, são quantos cachorros?
T 12- Júnior: 5? 6?
T 13- P: Quantas patas um cachorro tem?
T 14- Júnior: 4.
T 15- P: Então, aqui quantos cachorrinhos são? [apontando para um grupo de 4 patas].
T 16- Júnior: 4.
T 17- Gabriela: 1.
T 18- Júnior: 1?
T 19- P: 1! E ela falou que irá fazer quantas vezes?
T 20- Júnior e Gabriela: 11!
T 21- P: 11 vezes. E depois, o que vocês irão fazer?
T 22- Gabriela: Contar.

[16] Situação adaptada de Tosatto; Peracchi e Tosatto, 2007, p.124 - livro 3º ano.

T 23- P: Para saber...
T 24- Júnior: Quanto que dá as patas dos 11 cachorros.
T 25- P: Ok.

Figura 26 – Registro de Júnior e Gabriela



Nesse episódio, Júnior não compreendia o problema e alegou ser Gabriela quem não entendeu (T 01). Por observar que a aluna já havia escolhido a pergunta certa e já estava desenhando grupos de quatro patinhas, perguntei a Júnior se ele estava compreendendo a tarefa (T 02). Nesse momento, Júnior assume não compreender também (T 03). Observo o que já havia sido realizado e enfatizo que Gabriela havia compreendido a proposta (T 04, T 05, T 06); o aluno logo respondeu que ele não compreendera (T 07). Leio e explico o problema a Júnior, e solicito à aluna que explique o que ela está fazendo para resolvê-lo (T 08). Gabriela diz estar desenhando grupos de quatro patas e que irá fazer por 11 vezes (T 09). Nesse instante, Júnior diz que compreendera a estratégia da colega (T 10).

Por conhecer o aluno, haja vista que já estávamos em setembro, percebi que ele não havia compreendido, mas queria ver-se livre da insistência da professora. Mesmo assim, insisti fazendo perguntas, pois queria garantir a compreensão do aluno (T 11).

Percebi que Júnior ainda não havia compreendido, uma vez que não soube me responder o que representavam quatro patas no contexto do problema (T 12). Retomo essa informação com o aluno, a fim de que compreenda que cada grupo de quatro patas representava um cachorro (T 13, T 15). Diante da resposta errada do colega, Gabriela dá a resposta certa (T 17), logo Júnior repete a resposta da aluna (T 18). Perguntei a Júnior quantos grupos de quatro Gabriela iria fazer (T 19), em coro, a dupla responde-me que Gabriela fará 11 vezes (T 20); quantos aos passos seguintes, Júnior diz que contarão para saber quantas patas têm 11 cachorros (T 24).

Até o momento, não posso afirmar se Júnior realmente compreendeu a estratégia usada por Gabriela para resolver a situação-problema, ou se ele repetiu a informação dada por ela anteriormente (T 09) para que eu deixasse de questioná-lo. O que ficou evidente nesse episódio foi o fato de que, mais uma vez, Júnior não assumiu a responsabilidade em trabalhar em grupo, pois não assumiu que não conseguiu entender a proposta, ele delegou à amiga a não compreensão. Creio que o interesse do aluno em aprender Matemática não era o mesmo que o de Gabriela e chego à conclusão de que os alunos também têm responsabilidade em seu processo de aprendizagem. Portanto, quando essa responsabilidade é assumida, as chances de obterem um desenvolvimento significativo são maiores.

Vale destacar que não quero atribuir somente ao aluno o sucesso ou o fracasso do seu processo de aprendizagem, a postura do professor tem grande influência nesse processo, mas só isso não basta. O diálogo entre mim e Júnior evidencia que insisto em fazer com que compreenda a tarefa, em colocá-lo em atividade, no entanto, não houve engajamento do aluno em realizar a tarefa. Mesmo antes, Gabriela já estava trabalhando sozinha e, por conviver com a aluna, sabia que ela trabalhava em grupo, mas isso quando seu/sua parceiro (a) se empenhava em assim fazer.

Nesse caso, acredito que para Júnior a situação-problema significou apenas uma tarefa, o aluno não se mobilizou em resolvê-la, ou seja, não entrou em atividade. Para Gabriela, a tarefa se tornou uma atividade, no entanto, para Júnior não.

Episódio 3: O problema dos sanduíches: Júnior e Vagner

Trecho do diário de campo do dia 03/12/2012
Tempo de duração da atividade:
Alunos: 17
Duplas: 7
Trios: 1
Raciocínio combinatório

Minha intenção, ao apresentar essa tarefa aos alunos, foi a de trabalhar a multiplicação por meio do raciocínio combinatório.

Situação-problema proposta[17]:

Teodoro é dono da lanchonete San Duba, dizem que ele é o melhor "sanduicheiro" das redondezas. Por fazer os melhores lanches e haver muitas possibilidades de combinações, seus clientes ficam indecisos sobre qual sanduíche escolher. Quantas combinações de sanduíches Teodoro é capaz de fazer usando um tipo de pão para um tipo de recheio com os seguintes ingredientes?

Tipos de pães	Tipos de recheios
Pão de forma	Queijo
Pão de hambúrguer	Presunto
Pão francês	Mortadela
	Salame

T 01- P: O que vocês fizeram?
T 02- Júnior: O Vagner fez 3 e 4 recheios.
T 03- Vagner: Aí, tem que tirar um recheio.
T 04- P: Mas, tem que tirar um recheio?

[17] Situação-problema elaborada pela pesquisadora.

T 05- Júnior: Não! Eu falei para ele colocar 4 pães!

T 06- P: Por que 4 pães?

T 07- Júnior: Para dar os 4. Para dar os 4 recheios, porque se colocar 3 tem que por os 2 aqui, 1 aqui e outro aqui, vai sobrar esse.

T 08- P: Você está falando de um recheio para cada pão, não é isso?

T 09- Júnior: É.

T 10: P: Mas, a pergunta é assim: Para cada pão, quantos recheios eu posso usar?

T 11- Júnior: 4.

T 12- P: Então, para o pão de forma...

T 13- Júnior e Vagner: 3.

T 14- P: Quantos recheios têm aqui?

T 15- Júnior e Vagner: 4.

T 16- P: Para cada pão eu posso usar 3 ou 4?

T 17- Dupla: 4.

T 18- Júnior: Eu falei para ele colocar.

T 19- P: Para o pão de forma eu posso usar quanto?

T 20- Júnior: 4.

T 21- P: Quer marcar aqui? [registrar na folha]. *Que número vocês precisam marcar?*

T 22- Júnior: 3.

T 23- Vagner: 4.

T 24- P: E para o pão de hambúrguer, quantos recheios posso usar?

T 25- Vagner e Júnior: 3.

T 26- P: Por que 3?

T 27- Vagner: 4.

T 28- Júnior: 4.

T 29- P: E para o pão francês?

T 30- Júnior: 4.

T 31- P: Para esses três pães, quantos eu vou usar?

T 32- Dupla: 4.

T 33- P: Mas, se para um tipo de pão eu uso 4 recheios e para 3 tipos quanto eu uso?

T 34- Júnior: 3.

T 35- P: 3?

T 36- Vagner: 2.

T 37- P: 2?

T 38- Júnior: Que 2! É 4!

T 39- P: 4 é para um tipo de pão ou são para 3 tipos de pães?

T 40- Júnior: 3.

T 41- P: Mas vocês marcaram aqui, 4 para o pão de forma, 4 para o pão de hambúrguer e 4 para o pão francês.

T 42- Júnior: Aí, coloca 1 aqui, 1 aqui, 1 aqui, e sobra esse.

T 43- P: O que você acha Vagner?

T 44- Vagner: É melhor colocar mais um pão e ficar com 4.

T 45- P: O que vocês desenharam tem algo haver com o que vocês escreveram aqui?

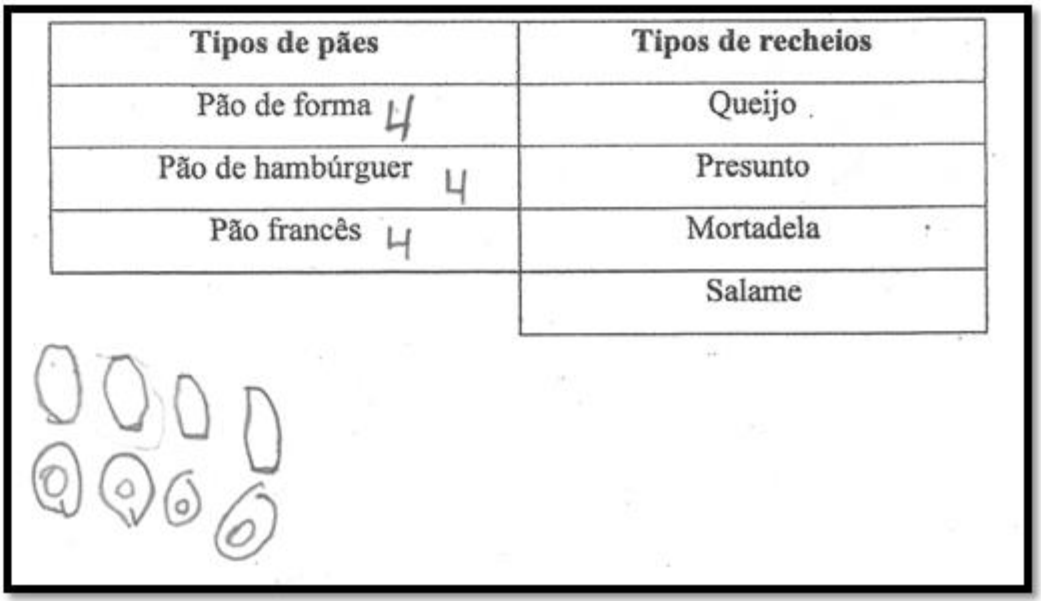
T 46- Júnior: É o pão! Aqui ele desenhou 3 pães e 4 recheios!

T 47- Vagner: Pode fazer? [desenhar mais uma pão].

T 48- P: Você vai desenhar mais 1 pão para dar certo com o recheio?

T 49- Júnior: É. Eu falei para ele colocar mais 1.
T 50- P: Essa é a resposta de vocês?
T 51- Júnior: Eu falei para ele colocar mais 1 e ele colocou.
T 52- Ok então.

Figura 27 – Registro Júnior e Vagner



Tipos de pães	Tipos de recheios
Pão de forma 4	Queijo
Pão de hambúrguer 4	Presunto
Pão francês 4	Mortadela
	Salame

Ao ver o registro da dupla, observei que aos alunos representaram os dados por meio do desenho. Pergunto a eles o que fizeram (T 01), logo, Júnior me respondeu dizendo que Vagner desenhou três pães e quatro recheios (T 02). Vagner diz que seria necessário tirar um recheio (T 03), enquanto Júnior diz ser preciso adicionar um pão (T 05).Quando o questionei sobre sua ideia, Júnior explicou que era necessário adicionar um pão, para que os quatro pães ficassem com os quatro recheios (T 07).

Diante da fala do aluno, relembro-o sobre a pergunta do problema, ou seja, quantos tipos de recheios poderiam ser usados para cada tipo de pão (T 10), Júnior responde “quatro” (T 11). Retomo os dados do enunciado e pergunto quantos tipos de recheios poderiam ser usados para o pão de forma (T 12), a dupla respondeu que eram três (T 13). Novamente, retomei os dados do problema e perguntei aos alunos quantos tipos de recheios constavam no enunciado (T 14), logo, eles respondem “quatro” (T 15). Nesse instante, os questiono se para cada tipo de pão podem ser usados três ou quatro tipos de recheios (T 16), eles respondem “quatro” (T 17). Nesse momento, Júnior alega ter falado para Vagner que ele deveria ter colocado o quatro (T 18). Tento (do T 19 ao T32) fazer com que os alunos compreendam o problema, perguntando quantos tipos de recheio poderiam ser usados para o pão de forma, depois para o pão de hambúrguer e para o pão francês. Júnior e Vagner me respondem, mas com insegurança, ora dizem três, ora dizem quatro. A maneira como me respondem soa como uma pergunta. Sugiro que os alunos marquem sua resposta, minha intenção foi de que após registrarem-na, conseguissem compreender a multiplicação, ou até mesmo a soma de parcelas iguais, que seria 4+4+4 resultando em 12 tipos de recheio.

Porém, quando perguntei a eles quantos tipos de recheio poderiam ser usados para três tipos de pães (T 33), a dupla ficou indecisa, de modo que um responde ser dois, outro responde ser três, até que Júnior alega ser quatro (T 38). Novamente, faço a mesma pergunta a respeito do que o problema pedia, Júnior volta atrás e diz ser três (T 40). Mostro aos alunos o registro feito por eles quando representaram quatro tipos de recheios para cada tipo de pão, com o intuito de que conseguissem realizar a soma ou a multiplicação (T 41). Nesse momento, Júnior retorna ao desenho inicial e sugere a Vagner que adicione mais um "pão" (T 42) e Vagner concorda (T 44). Pergunto aos alunos se a representação do desenho tem algo em comum com a representação feita por números (T 45), Júnior parece não compreender minha pergunta e diz que Vagner desenhou três pães e quatro recheios (T 46), Vagner entende ser preciso desenhar mais um pão e pergunta ao colega sobre tal necessidade (T 47). Nesse momento, compreendi que os alunos não entenderam minhas mediações e retomaram ao pensamento inicial, que seria o de igualar a quantidade de pães com a de recheios.

Apesar de minhas mediações realizadas na tentativa de fazer com que os alunos compreendessem o conceito multiplicativo (raciocínio combinatório), eles não conseguiram compreender tal estratégia. Para eles, o problema foi resolvido igualando os pães aos tipos de recheio e, no final, se deram por satisfeitos com o resultado.

Como professores, nosso principal objetivo é que os alunos aprendam, se desenvolvam e compreendam o conceito envolvido na tarefa a qual nos dispomos a ensinar. No entanto, não conseguimos alcançar a todos, há em sala de aula uma diversidade que é reflexo da sociedade em que vivemos e do ideal da escola para todos, o que é riquíssimo, tanto para o desenvolvimento dos alunos, quanto para o do professor. Mas, não posso negar que, para o professor, existam grandes dificuldades em saber lidar com essa diversidade de personalidades, de experiências de vida e de ritmos de aprendizagem.

Confesso que as atitudes de Júnior e de Vagner me incomodaram, não compreendia por que a turma conseguia realizar as tarefas, refletir sobre elas, testar suas ideias, comunicar, avaliar suas estratégias e as dos colegas, enquanto Júnior e Vagner se envolviam superficialmente nas propostas. Os alunos se apropriaram do modo como as aulas eram administradas, eles sabiam o que eu, enquanto professora, esperava deles, tanto que tentavam uma resolução e me explicavam o que haviam pensado, mas eu acreditava que faltava empenho por parte deles.

É importante destacar que esse foi o último problema trabalhado ao final do ano; todos os demais alunos o resolveram por meio de: esquemas, de descrição textual e representação matemática (4 + 4 + 4). Outro fato a ser destacado é que eu tinha dificuldades em montar duplas com esses dois alunos, pois os colegas os rejeitavam, visto que, ao longo do ano, eles sempre demonstraram posturas de pouca participação no trabalho.

A partir das leituras realizadas, das disciplinas cursadas e das discussões acerca de minhas inquietações, percebi que existem alunos que necessitam de mais tempo que os outros para compreenderem a matemática de modo a se envolver e se engajar nas propostas.

Nesse sentido, concordo com Kraemer (2008, p.26) quando aponta que:

> [...] os alunos com mais dificuldades precisam pelo menos dos quatro primeiros anos de escolaridade para reconstruir os princípios do sistema decimal e aprender a adicionar e subtrair, multiplicar e dividir inteligentemente com números inferiores a 100 em todos os contextos mais correntes da vida diária.

Especificamente, no caso de Júnior, não posso afirmar se o aluno necessita dos quatro primeiros anos, mas cursar o primeiro e o segundo anos não foi o suficiente para que ele se apropriasse dos conceitos matemáticos trabalhados em sala de aula. Vale destacar que houve desenvolvimento no processo de aprendizagem do aluno, pois acredito que ninguém que frequente a escola saia da mesma maneira como entrou, a cada ano são agregadas novas aprendizagens. Mesmo que Júnior não tenha acompanhado o ritmo da sala, acredito que o trabalho realizado culminou em crescimento cognitivo e social para o aluno.

Essa foi apenas uma das minhas inquietações, na próxima seção, aponto algumas aprendizagens, dificuldades e limitações que vivenciei enquanto realizei a pesquisa da própria prática.

5.2 Aprende-se no processo de ensinar: as aprendizagens no movimento de ser professora e pesquisadora

O ano letivo de 2012 revelou-se para mim um período que deixou marcas para minha vida, tanto pessoal, quanto profissional. Apesar de ser professora/pesquisadora, sou um ser humano dotado de uma personalidade ímpar, não há outra pessoa ou professora como eu, carrego comigo minhas potencialidades, minhas dificuldades e meus defeitos, assim, um aspecto está atrelado ao outro quando me refiro às vivências e a transformações.

Como já mencionei no início da pesquisa, o que me impulsionou a estudar mais sobre a Matemática foi minha insegurança quanto ao ser professora polivalente. A partir do momento em que conheci "uma nova maneira de ensinar Matemática", quis que meus alunos tivessem a oportunidade de conhecer essa Matemática com sentido e mais prazerosa. Para tal, além da pesquisa de Iniciação Cientifica que realizei nos anos de 2010 e 2011, a decisão de ingressar num Programa de Pós-graduação foi uma das melhores e mais importantes que fiz em minha vida.

Muitas vezes, professores se cristalizam em uma forma de ensino por não querer, por não ter, ou por não se dar a oportunidade de mudanças. Não quis ensinar a Matemática da mesma forma como aprendi, conheci um novo caminho, decidi trilhar por ele e quero estar sempre aprendendo, quer nos cursos de formação, quer em grupos de estudos na Universidade, mas, especialmente com os alunos, pois eles têm muito a nos ensinar.

Ser professora polivalente, ou seja, ministrar aulas de todas as disciplinas é positivo, pois passamos tempo integral com os alunos, mas não é tarefa fácil conseguir administrar o tempo e contemplar todas as disciplinas.

Desde o início da graduação, me "apaixonei" pela alfabetização, de modo que quis ser professora alfabetizadora. Em Língua Portuguesa, é emocionante ver quando um aluno avança em sua hipótese da escrita, quando inicia o processo de aquisição da leitura, quando começa a escrever as primeiras palavras e os primeiros textos.

Mas, minha preferência pela Matemática foi notada até pelos alunos e confesso que nesses dois anos consegui contagiar muitos deles, já que ao longo do ano vejo-os dizendo que essa é sua disciplina preferida. É excelente receber essa retribuição por parte dos alunos, pois acredito que meu trabalho reflete na concepção que eles possuem sobre a Matemática.

Entretanto, a alfabetização não contempla apenas a Língua Portuguesa e a Matemática, ela abrange disciplinas como Ciências, História e Geografia.

Como estive empenhada em realizar o projeto de Mestrado, chamado pelas crianças “Projeto de situação-problema” e precisava trabalhar a alfabetização em Língua Portuguesa, o tempo dispensado com essas duas disciplinas sempre foi maior. A gestão do tempo é um fator desafiador para o professor, visto que temos que cumprir um currículo que nos é pré-estabelecido no início do ano. Assim, nosso planejamento precisa necessariamente contemplar todos os aspectos desse documento. Confesso que por nos identificarmos com determinadas disciplinas damos maior ênfase a elas em detrimento de outras.

Isso ocorreu quando assumi a postura de professora/pesquisadora, visto que tive bem delineado um foco e dei, sim, maior ênfase a ele, por conseguinte, esse foco influenciou alguns alunos a gostar mais da Matemática.

Desde o início da pesquisa, percebi que a criança já traz consigo suas próprias concepções sobre a Matemática, na maioria dos casos, ela está atrelada aos números e aos algoritmos. Minha intenção foi mostrar aos alunos, mesmo que de forma implícita, que é reducionismo achar que a Matemática se resume a números ou a “contas” que é o algoritmo. Aos poucos, os alunos foram percebendo que fazer Matemática ia além de fazer continhas. Foram se apropriando de um jeito diferente de matematizar.

Creio que a criação desse ambiente social de sala de aula em que a interação, o diálogo, o saber ouvir, o socializar, o experimentar, o errar, o avaliar, o refletir, se fez presente durante todo o ano letivo e fez toda a diferença para que mudassem suas concepções acerca da disciplina. E esse é o papel do professor: permitir que em sua sala de aula o processo de ensino e de aprendizagem aconteça com sentido e envolto nesse ambiente de compartilhamento.

Essa construção não aconteceu apenas com o aluno, mas aconteceu também com a professora. Foi um processo gradual e um exercício para a professora e os alunos. Diferente do ambiente em que se trabalha com os alunos enfileirados o ano todo, em que o professor ensina e o aluno aprende (ou não), na cultura social de sala de aula, o trabalho é realizado em grupos, nesse caso, em duplas e em trios e o processo é compartilhado pelos sujeitos envolvidos nele.

O trabalho em grupo não foi fácil, antes de iniciar necessitei fazer um “contrato didático” com os alunos, disse o que esperava deles e o que poderiam espera de mim. Nesse “contrato”, combinamos que leríamos a situação-problema juntos; eles precisariam pensar juntos (e esse foi um exercício desafiador para os alunos), falariam baixo, falariam sobre a Matemática; respeitariam o colega quando este estivesse socializando ou quando errasse; após a realização da tarefa, fariam um desenho livre ou leriam um livro até que todos os grupos terminassem. Vale destacar que o cumprimento desse contrato não ocorreu como num passe de mágica, já que houve muitas transgressões que foram administradas ao longo do ano.

Quanto à professora, combinamos que os nomes fictícios usados na pesquisa seriam negociados; eu os ouviria diante de suas dúvidas ou constatações; eu os questionaria e os ajudaria quanto às estratégias utilizadas para resolução dos problemas; teriam suas ideias respeitadas, mesmo que errassem e a decisão pelos agrupamentos seria da professora.

Durante o trabalho em grupo, enfrentei algumas dificuldades nesse aspecto, houve rotatividade entre os participantes dos grupos. No início, acreditei que o fator determinante para a formação de grupos era os níveis de aprendizagem dos alunos e, por isso, agrupei os alunos de níveis próximos. Como passar do tempo, fui percebendo que certos parceiros não rendiam quando colocados juntos, pois existia sempre aquele aluno mais dominante que o outro; em determinados agrupamentos, o resultado foi bom, mas em outros o resultado não foi como esperava. Percebi que agrupar dois alunos com o mesmo perfil não deu certo; alunos que estavam em níveis mais avançados, se colocados juntos, um não colaboraria muito com o outro, pois a tarefa era realizada sem grandes desafios; nesse caso, agrupava um aluno em um nível mais avançado com outro de nível menos avançado, de modo que se a tarefa não fosse um problema para o primeiro, a comunicação de seu pensamento para o colega passaria a ser o problema e, desse modo, um aprenderia com o outro.

Um dos primeiros desafios enfrentados no trabalho em grupo foi conscientizá-los das vantagens que o pensar junto traria para cada membro no processo de ensino e de aprendizagem. O objetivo era fazer com que percebessem que aprenderiam quando compartilhassem suas dúvidas, suas ideias, seus erros e acertos. Mas, as crianças são ótimos aprendizes e logo começaram a colocar em prática o pensar junto, o compartilhar e o comunicar. Quando um colega de grupo não agia da maneira como combinamos, eles cobravam essa postura do outro, ou reclamavam para mim que o amigo não estava colaborando.

Outro fator que sempre se fez presente no trabalho em grupo foi a comunicação. No momento de realização da tarefa, todos se comunicavam ao mesmo tempo e esse movimento, consequentemente, gerou barulho, o que é natural. Particularmente, aprecio o silêncio, mas estar no meio de várias crianças falando, gesticulando e discutindo suas ideias sobre a Matemática me dava uma sensação de satisfação, pois eu sentia que algo de muito bom estava acontecendo em sala de aula: os alunos estavam fazendo Matemática. Por vezes, professores confundem barulho com indisciplina, mas creio que o som do aprender é construtivo, tanto para os alunos, quanto para os professores. Dar voz aos alunos é fundamental para que o professor os compreenda e aprenda com eles. Nesse ambiente, todos ensinam, aprendem e negociam.

Segundo Bagne (2012, p. 181) é necessário destacar:

> [...] a importância do parceiro mais experiente, que não é, necessariamente, o adulto ou o professor. [...] percebo que as crianças trazem muitas experiências de seu cotidiano, o que pode auxiliar também na interpretação e na compreensão dos assuntos tratados na escola. Essas situações são potencializadas em momentos de diálogo, oportunizando que os alunos falem sobre o que sabem, construindo e reconstruindo conhecimentos importantes para o seu desenvolvimento, muitas vezes de maneira consciente.

O trabalho em grupo permite que os alunos reestruturem suas ideias já obtidas anteriormente, bem como produzam novas significações acerca dos conceitos matemáticos envolvidos nas tarefas trabalhadas.

O trabalho em grupo tem suas potencialidades, mas houve momentos tensos em que tive que chamar a atenção dos alunos pelo não cumprimento de nossos combinados, momentos em que os gritos de Marília me angustiaram, pois não conseguia me concentrar nas ideias ou dúvidas dos outros alunos. Com frequência, precisei interromper diálogos, mediações ou socializações, pois seus gritos não nos permitiam prosseguir.

Com o tempo, percebi que ela sentia ciúmes quando trabalhávamos em grupos, assim passei a dar mais atenção a ela quando nos reuníamos para resolver problemas, passava por sua mesa, “conversava” com ela, a incentivava na tarefa que estava realizando, de modo que no decorrer desse processo fomos nos ajustando.

Várias vezes tive que interromper a aula em virtude de alguma confusão entre alunos, como discussões por conta de materiais, de brincadeiras, até mesmo de ideias divergentes. Muitas vezes as inspetoras entraram na sala para passar algum aviso, entregar bilhetes, entregar o caderno de merenda; elas batiam na porta, mas com o barulho nem sempre as ouvia. Esse caderno de merenda sempre causou alvoroço, podíamos estar no meio de uma socialização, mas quando o caderno chegava os alunos não se concentravam mais até que dissesse qual era o cardápio do dia. Enfim, o trabalho em sala de aula é assim, dinâmico e, mesmo que planejemos nossas aulas, imprevistos sempre acontecem. É evidente que temos nossas limitações quanto ao que acontece nesse ambiente escolar e creio que a pesquisa da própria prática tem essa característica, por acontecer em nosso ambiente de trabalho. A dinâmica da escola não para simplesmente pelo fato de estarmos realizando uma pesquisa, o movimento é constante, pois cada um exerce sua função dentro da instituição. Aos poucos, fui me acostumando e procurando administrar essas variáveis da melhor forma que pude.

Como as aulas foram audiogravadas e o gravador não consegue capturar tudo que acontece em sala de aula, tive que me adaptar a essa realidade. Com o tempo, fui adquirindo um "jeito próprio" de trabalhar com esse equipamento. Ao iniciar as aulas, dizia em voz alta a data, o número de alunos presentes, a quantidade de duplas e de trios e a hora do início da tarefa, pois esses dados seriam importantes para a composição do meu diário de campo. Quando perguntava algo para o aluno e ele me respondia com um gesto, eu falava o gesto do aluno a fim de facilitar o momento de transcrição dos dados. Essa postura adotada por mim facilitou meu trabalho, pois o que acontece em sala de aula, se não for sistematicamente anotado ou, no caso, gravado, se perde com o tempo.

O momento de análise dos dados produzidos revelou-se a mim surpreendente. No calor do momento, em meio à agitação da sala de aula, não me dei conta de fatos essenciais como: o quão rica foi a fala de um aluno; quão significativo foi um registro escrito; que poderia ter feito uma mediação diferente; que poderia ter dado mais ou menos ênfase a determinadas ideias; o quanto fui insistente; o quanto fui superficial; que só compreendi realmente a ideia do aluno no momento de análise. Mas creio que esse exercício de análise tem essa potencialidade, ou seja, ao analisar, refletimos sobre algo e, posteriormente, temos a oportunidade de mudança de postura e, desse modo, temos embasamento para cobrar mais ou menos do aluno, pois percebemos suas potencialidades ou dificuldades.

Destaco que a análise é um processo subjetivo, a interpretação dos dados não é a única, ela é realizada por um sujeito que a vê sob sua ótica, no entanto, existem diferentes interpretações para os mesmos dados, a depender do olhar do pesquisador.

Dolk (2008)compara o trabalho de análise com a arqueologia, denominada por ela como a arqueologia educacional.

> Para mim, a arqueologia educacional é o estudo do passado cognitivo dos alunos. Nós tentamos reconstruir os argumentos e pensamento

> anteriores dos alunos, construir uma cronologia do seu pensamento e desenvolvimento, compreender a relação entre contextos, problemas e o desenvolvimento dos alunos e compreender os processos que estão por trás do pensamento dos alunos. (DOLK, 2008, p.39).

Segundo a autora, não podemos ter certeza se nossas hipóteses ou interpretações é a real reconstrução do pensamento dos alunos.

> Procuramos a hipótese mais plausível, aquela que leva em consideração todas as marcas, notas e sinais no papel de rascunho, que abarca e explica todas as transições do trabalho dos alunos, que exprime a perspectiva dos alunos e que apresenta consistência e uma certa elegância simples (DOLK, 2008, p. 39).

Somos capazes de analisar aquilo que nos é plausível, como: registro dos alunos, videogravações, audiogravações e anotações pessoais. São esses dados que nos dão suporte e que sustentam nossas hipóteses e interpretações acerca de uma aula, de um diálogo, da análise que acontece em momentos posteriores em que a nossa realidade mudou.

Quero destacar que o processo de composição dos diários de campo, a escuta das audiogravações, o cumprir as disciplinas, o participar de grupos de estudos, as discussões e as orientações realizadas foram indispensáveis para que houvesse evolução no meu papel de professora mediadora. Creio que na pesquisa meu papel como mediadora foi um tanto quanto marcante nesse ambiente de aprendizagem, uma vez que assumi uma postura investigativa e questionadora. Essa característica foi se desenvolvendo ao longo da Iniciação Científica, no meu primeiro ano como professora, mas principalmente no decorrer da pesquisa, pois foi um exercício contínuo.

> Quando o professor assume uma postura questionadora diante do conhecimento, seu objetivo centra-se em intervir nessa construção, bem como em conduzir e incentivar as interações entre os alunos, possibilitando que eles avancem nos processos de aprendizagem de forma mais significativa. (MENGALI, 2011, p. 36).

No início da pesquisa, especificamente durante a realização das tarefas, eu sentia a necessidade de fazer inúmeras mediações até que todos os grupos conseguissem resolver a tarefa. Com o passar do tempo, fui percebendo que, por adotar essa postura, as socializações não foram muito ricas. Cada grupo apresentava sua estratégia e o que circulava eram as diferentes estratégias, mas pouca discussão.

Assim, quando os alunos insistiam em estratégias que não deram conta de resolver a tarefa, eu me continha e, no momento da socialização, o grupo era chamado para apresentar sua resolução. O erro revelou-se um momento rico para discussões, refutações, avaliações e surgimento de consensos ou não. Percebi que as mediações feitas na socialização a partir do erro dos alunos configuraram-se em momentos ricos de trocas de ideias sobre a Matemática, em que os alunos assumiram uma postura de ouvintes ativos, de argumentadores e de respeito às ideias do outro.

A seguir, retomo o exemplo de uma socialização que evidencia como as mediações da professora tem a potencialidade de "desempacotar" a Matemática dos alunos e permitir que os diferentes sujeitos compreendam e se apropriem de diferentes ideias acerca de uma mesma tarefa.

Trecho do diário de campo do dia 31/08/2012
Tempo de duração da atividade: 51m 17s
Alunos: 15
Duplas: 7
Trios: 1

Situação-problema proposta[18]

Paulo tem algumas galinhas e alguns porcos em sua fazenda. Ele contou ao todo 5 animais e 14 pernas. Quantas são as galinhas e quantos são os porcos?

Socialização da tarefa

T 01: P: Vamos começar a socializar, mas quando o amigo fala a gente...
T 02: Turma: Escuta.
T 03: P: Eu vi três maneiras diferentes que vocês resolveram o problema a primeira foi do Gustavo e do Paulo, quem de vocês irá explicar?

[18] Situação-problema extraída de LIBERMAN; SANCHEZ; WEY, 2007, p. 9 - livro 3º ano.

A dupla conversa e Paulo vai até à lousa.

Em (T 01) reforço à sala a importância do respeito às ideias dos alunos, essa atitude foi cobrada por mim aos alunos durante todo o ano letivo.

T 04: P: Eu quero que você leia o que vocês escreveram para a classe, certo Paulo?
T 05: Paulo: A conta também?
T 06: P: Também.
T 07: Paulo: Dois porcos e três galinhas, e a conta é 8+6=14.
T 08: P: Oito por que Paulo?
T 09: Paulo: Oito porque são dois porcos. Dois porcos têm quatro patas, então dá oito.

No (T 09) Paulo explica de maneira clara e objetiva o que representa o número oito, dois porcos.

T 10: P: E o seis?
T 11: Paulo: Porque três galinhas têm seis patas, então é igual a seis, porque cada uma tem duas patas, é igual a seis.

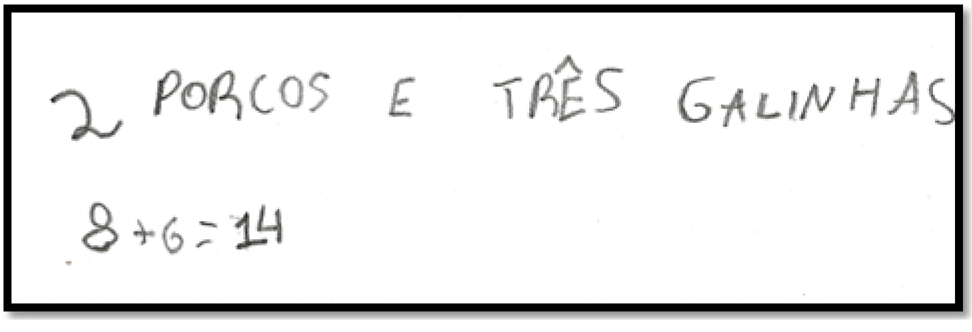
Novamente, o aluno explana para a sala o pensamento da dupla de modo detalhado e, posso dizer, também didático (T 11).

T 12: P: Se uma galinha tem duas patas, três galinhas têm?
T 13: Paulo: Seis.
T 14: P: Depois vocês contaram 8+6 e deu 14?
T 15: Paulo: É.
T 16: P: Vocês entenderam?
T 17: Turma: Sim!
T 18: P: Alguém não entendeu?

Vários alunos disseram ter entendido a explicação.

T 19: P: Agora eu vou passar na lousa a estratégia.

Figura 28 – Registro de Paulo e Gustavo



Em (T 04) deixo explícito a Paulo o que espero dele, ou seja, que explique totalmente a estratégia para os colegas; após sua explicação, o aluno fala a sentença matemática, nesse momento, peço que explique o porquê usou os números, isto é, o que cada um deles significa (T 08, T 10 e T 14). Após minhas mediações e, com a explicação de Paulo, que foi bem realizada e detalhada, a maioria da classe compreende a estratégia da dupla.

Nesse instante, precisei parar a socialização, pois um aluno estava jogando "coisas" em outro amigo causando tumulto na sala. Chamei a atenção do aluno quanto à sua atitude e o que ela poderia resultar se algum colega fosse atingido pelo objeto.

Como mencionado, o ambiente de sala de aula é complexo e muitas ações ocorrem em um mesmo espaço de tempo; logo, cabe ao professor saber conduzir as situações decorrentes desse ambiente, no caso em questão, essa foi a decisão que achei conveniente para a resolução do conflito.

Retorno à socialização.

T 20: P: Do grupo da Luana, do Gilson e do Vagner quem vem?

O trio decidiu pela Luana.

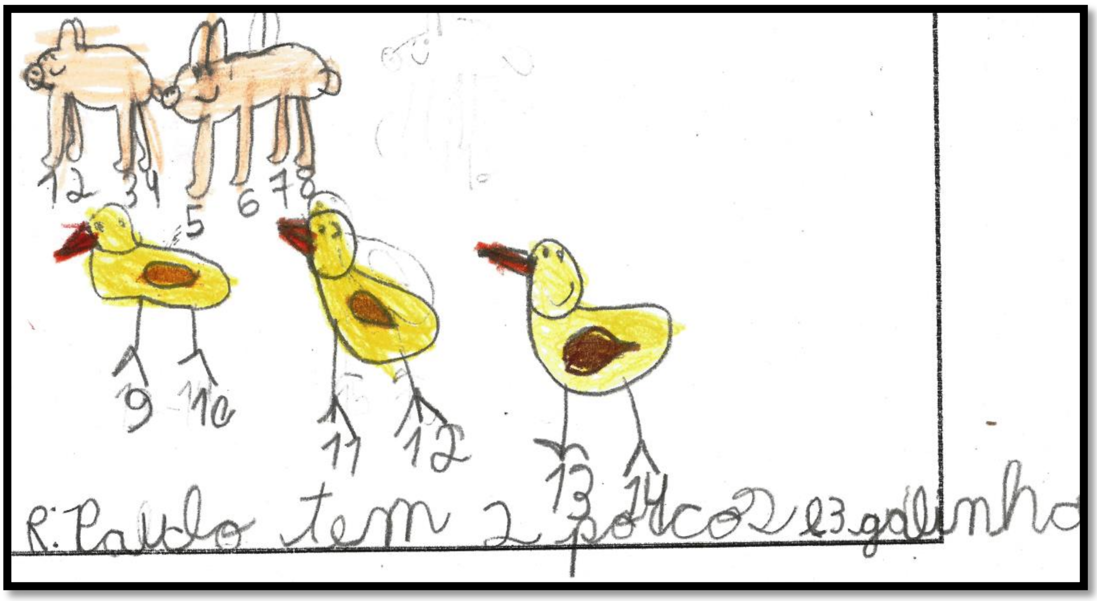
T 21: P: Pessoal vocês sabem que a Luana fala baixo então, por favor, fiquem em silêncio. Luana procure falar mais alto, certo?

Mais uma vez necessito chamar a atenção da sala para que Luana tivesse voz e conseguisse ser ouvida com o devido respeito.

T 22: Luana: Tá. Eu pensava que era três porcos e duas galinhas, daí eu fiz, contei as patas e deu 16. Daí eu apaguei e fiz ao contrário, três galinhas e dois porcos e o resultado deu certo.
T 23: P: Quando você contou?
T 24: Luana: Deu 14.
T 25: P: Alguém mais fez igual a Luana?(com desenho).

Silêncio.

Figura 29 – Registro de Luana, Vagner e Gilson



Observo que Luana e seu grupo resolveram a tarefa por meio da tentativa e do erro, no caso dessa situação-problema e, por se tratar de alunos de um 2º ano, é compreensível a ideia dos alunos. Além do desenho, os alunos usaram o número como recurso de contagem das patas.

T 26: P: Alguns grupos resolveram com desenho. O Marcelo e o Valter fizeram de outro jeito, quem vem explicar?
T 27: Valter: Ele!
T 28: Marcelo: Ele!
T 29: P: Cada um fica "ele, ele, ele", assim eu escolho [risadas]. *Venha, Valter.*

Em (T 29), mesmo que de forma descontraída, necessitei tomar decisões pelo grupo, pois há momentos em que os alunos não conseguem fazê-lo, ou não querem resolver situações cotidianas simples, cabendo ao professor a tomada de decisões, mesmo porque a aula necessitava continuar.

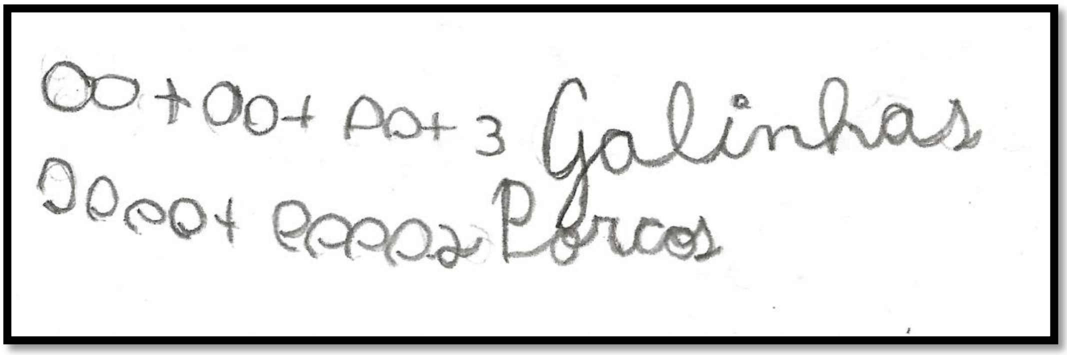
A "brincadeira do ele" contagiou a sala, mas o Valter já estava à frente para socializar.

T 30: P: Pessoal quando o amigo fala a gente escuta então, boquinha fechada e ouvidos abertos! [risos na sala].

Em (T 30), mais uma vez surgiu a necessidade de chamar os alunos para compartilhar a estratégia com o amigo.

T 31: Valter: A gente fez duas bolinhas e mais duas bolinhas e colocamos o sinal de + e mais duas, depois a gente pôs mais quatro bolinhas embaixo, e depois mais quatro, aí a gente contou e deu 14. Daí a gente colocou três galinha na frente daqui.
T 32: P: Aqui seria das bolinhas, dois mais dois mais dois?
T 33: Valter: É. Depois a gente colocou dois porcos na frente dos porcos que a gente fez.
T 34: P: Do quatro mais quatro?
T 35: Valter: Depois a gente contou e deu 14.

Figura 30 – Registro de Valter e Marcelo



Nesse momento, a explicação é interrompida, pois dois alunos estavam brincando, atitude esta que incomodou os demais colegas ao ponto de reclamarem para mim.

T 36: P: Se vocês estivessem aqui explicando, e os outros ficassem brincando, vocês gostariam? Seria legal para vocês?
T 37: Dupla: Não.
T 38: P: Turma, vocês entenderam o jeito que eles fizeram?
T 39: Turma: Sim!
T 40: P: Vou escrever na lousa.
T 41: Ericles: Eu não!
T 42: P: Essas seis bolinhas, o que representam?
T 43: Ericles: Patas.
T 44: P: Patas de que?
T 45: Ericles: De galinhas.
T 46: P: De quantas galinhas?
T 47: Ericles: Três.
T 48: P: E aqui, quatro mais quatro bolinhas?
T 49: Ericles: Porco.
T 50: P: Quantos porcos?
T 51: Turma: Dois.

T 52: P: O Valter disse que a soma deu 14, vamos contar juntos.

Toda turma contou até o 14, número da soma.

T 53: P: Deu 14 patas, e animais?

A turma conta e chega a cinco animais.

T 54: P: Eles responderam o problema?
T 55: Turma: Sim!

Novamente, chamo a atenção da sala para o que realmente era importante no momento, a circulação das ideias e, consequentemente, sua compreensão, tento conscientizá-los a se colocarem no lugar do outro.

Nesse período do ano, os alunos já estavam mais “soltos” no que se refere ao comunicar, tão à vontade que às vezes extrapolavam com conversas paralelas. Tal atitude fez com que Ericles não compreendesse a estratégia de Vagner e de Marcelo (T 36). Outro fato que merece ser destacado, ao desviar minha atenção para o conflito tentando resolvê-lo, no calor do momento, perdi a oportunidade de solicitar para que Valter explicasse a Ericles a estratégia da dupla, se essa atitude ocorresse, talvez o diálogo poderia ter sido mais produtivo. Enfim, como disse, em sala de aula, há diversas variáveis que o professor necessita controlar e, por nos focar em um problema, no caso o conflito, perdi outro foco, que foi a oportunidade de Valter explicar a Ericles sua ideia. Mas, creio que, ao trabalhar nesse ambiente, vivenciamos incertezas, conflitos entre os alunos e nossas próprias inquietações que, por sinal, fazem parte da cultura social de sala de aula. Aqui trabalhamos nossa relação com a Matemática e nossa relação com o mundo, no caso, todos os sujeitos envolvidos no processo de ensino e de aprendizagem.

No diálogo que segue (T 41 – T 51) coloco Ericles nesse movimento de reflexão da estratégia, até que o aluno consegue compreendê-la. Assim, chamo um representante da sua dupla para explicar sua estratégia, pois ela foi pré-selecionada para discussão.

T 56: P: O Ericles e a Bruna resolveram na reta.
T 57: Ericles: Deixa eu falar, por favor. [negociando com Bruna], *ah deixa eu!*
T 58: Bruna: Você não vai saber contar [explicar].
T 59: Ericles: Eu conto! Eu, eu!
T 60: P: Eu acredito que o Ericles consiga explicar sim Bruna.

Diante da ansiedade de Ericles em comunicar o pensamento da dupla (T 57), Bruna alega que o aluno não tenha capacidade para explicá-la (T 58). No entanto, apesar das dificuldades do aluno e, por ter acompanhado a realização da tarefa, sabia que ele conseguiria explicá-la, mesmo que necessitasse de minhas mediações para ajudá-lo, acredito que todos necessitam ter a oportunidade de expressão. Por assim pensar, tentei convencer Bruna a ceder a oportunidade para o colega (T 60).

No entanto, minha fala parece não ter ajudado muito, pois os dois alunos queriam explicar a estratégia.

T 61: P: Você quer vir Bruna também?
T 62: Bruna: Ahã!
T 63: P: Nesse caso venham os dois, e cada um explica um pouco.

Representei na lousa uma reta numérica até o número 14, conforme a dupla fez.

T 64: P: O que eu desenhei pessoal?
T 65: Turma: Reta numérica!
T 66: P: Aí foi a questão! Eles estavam tentando com a reta, mas vocês estavam conseguindo?
T 67: Ericles: Sim.
T 68: Bruna: Não.
T 69: P: No começo estavam conseguindo?
T 70: Dupla: Não!
T 71: Bruna: No começo a gente só acertou essa.
T 72: P: Vocês chegaram ao número quatro. Depois pensamos juntos, não foi?
T 73: Ericles: Ahã.
T 75: P: O que a gente pensou? O que foi feito primeiro?
T 76: Bruna: A gente foi do zero até o quatro.

Conforme os alunos falavam, eu desenhava os pulinhos na reta desenhada na lousa para que os todos os alunos visualizassem.

No diálogo de (T 64 – T 76) juntamente com a dupla, expliquei à sala que eles tentaram resolver com a reta numérica vazia, mas, segundo os alunos, conseguiram ir até o número quatro, ou seja, representaram um porco.

T 77: P: Esse pulo representa o que?
T 78: Dupla: Um porco.
T 79: Ericles: Aí foi até o oito.
T 80: P: E representou o que?
T 81: Bruna: Dois porcos.
T 82: P: Seria mais um porco?
T 83: Bruna: É.
T 84: P: E depois?
T 85: Bruna: A gente foi do oito até o dez.
T 86: Ericles: Que representa a galinha!

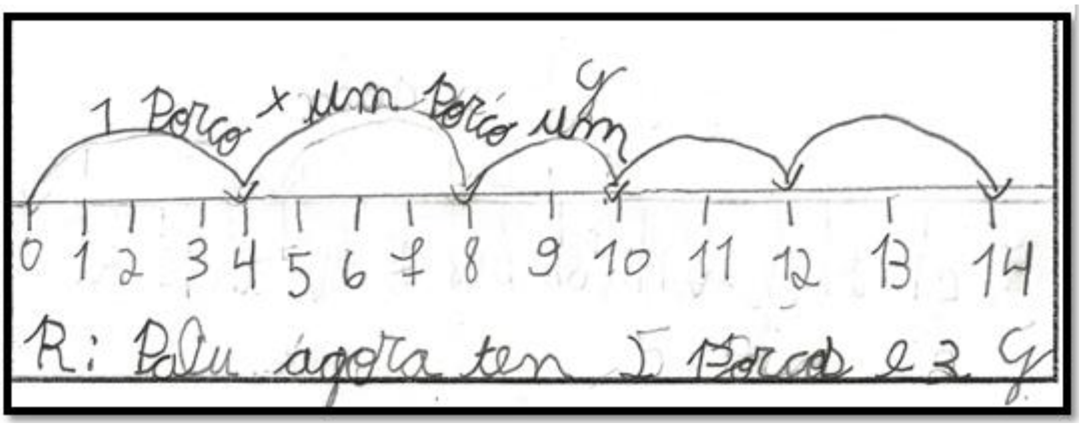
T 87: Bruna: A gente veio...
T 88: Ericles: Até o 12, que representa uma galinha, depois até o quatorze, galinha também.
T 89: P: Quantos animais têm aqui?
T 90: Ericles e Bruna: Um, dois, três, quatro, cinco.
T 91: P: Quantos são os porcos?
T 92: Dupla: Dois.
T 93; E quantas são as galinhas?
T 94: Dupla: Três!
T 95: P: E quantas são as patas?
T 96: Bruna: O total? Quatorze.

Do (T 77 – T 96), a partir de minhas mediações, a dupla se coloca nesse movimento de refletir e comunicar à sala a estratégia usada por eles que, por sinal, foi diferente das demais. Apesar de resolverem a proposta, a comunicação só foi possível com as mediações que realizei, com intuito de ajudá-los a verbalizarem sua ideia, mas queria que essa comunicação fosse realizada de forma detalhada, assim a sala veria a viabilidade dessa estratégia para resolver problemas com essa característica.

Vale destacar que Ericles deu conta de comunicar à sala seu entendimento sobre a resolução escolhida pelo grupo, sua postura corroborou com minha expectativa quanto ao aluno, já que eu sabia que ele conseguiria comunicá-la.

T 97: P: E aí pessoal, na reta numérica dá para resolver um problema desses?
T 98: Turma: Sim!
T 99: Paulo: Fácil!
T 100: P: Agora todo mundo fala: é moleza!
T 101: Valter: É moleza! [gritaria da turma].
T 102: P: O que eu quero falar para vocês é que em uma mesma situação-problema, com quantas maneiras diferentes conseguimos resolver?
T 103: Valter: Um monte!
T 104: P: Foi resolvido com a reta, com bolinhas, com contas, e com desenhos.
T 105: Paulo: A gente fez a conta e escrevemos! [forma de texto].
T 106: P: É, eu sei está aqui, olhem! E aí pessoal, vocês gostaram desse problema?
T 107: Turma: Sim!
T 108: P: Falem a verdade botaram a cabeça para funcionar?
T 109: Turma: Sim!
T 110: P: Legal!

Figura 31 – Registro de Bruna e Ericles



[*Terminamos a tarefa do dia com a classe alegre e entusiasmada*.]

Segundo Fontana e Cruz (1997, p. 113), as mediações realizadas pela professora são fundamentais e atuam na zona de desenvolvimento iminente das crianças, as mediações impulsionam os alunos a "considerarem relações que não foram incluídas nas suas primeiras definições, provocando reelaborações na argumentação desenvolvidas por elas".

Em nossas discussões, em muitos casos, me surpreendi com as argumentações trazidas pelos alunos sobre suas ideias quanto à Matemática, mas creio que o desenvolvimento das habilidades de argumentar, de refletir e de comunicar foi acontecendo de maneira processual e gradual. Também acredito que apenas foram possíveis pela criação do ambiente de aprendizagem em sala de aula, em que o diálogo, a interação e as trocas se fizeram presentes e, pelas minhas mediações, pois os alunos foram se apropriando da postura questionadora e investigativa da professora, assim, atuaram como coautores em seu processo de ensino e aprendizagem e produziram significações matemáticas.

Concordo com Nacarato (2013) quando aponta que, na construção desse ambiente de sala de aula, o professor tem um papel central, cabendo a ele o planejamento de tarefas que representem desafios aos alunos, além de encontrar meios que os mobilizem a pensar e a discutir matematicamente. Nesse sentido, enquanto professores, precisamos estar engajados em ajudar nossos alunos a construírem entendimentos acerca da Matemática, ouvindo o que eles têm a nos dizer e questionando-os quando necessário.

Nesta seção, trouxe apontamentos sobre meu processo de aprendizagem enquanto professora/pesquisadora, no entanto, o que considerei mais valioso nessa pesquisa foi trabalhar o desenvolvimento dos conceitos matemáticos, ou seja, das ideias em detrimento do algoritmo. Posso afirmar que é possível trabalhar matemática em um 2º ano sem ensinar o algoritmo, creio que o algoritmo precisa ser visto como ponto de chegada e não de partida.

De maneira alguma, sou contra o uso dessa técnica, mas apenas acredito que com os alunos dos anos iniciais não há necessidade de trabalhá-la. Quando lhes é dada a oportunidade de refletir sobre a matemática, as crianças nos surpreendem ao mostrarem-se capazes de resolver tarefas desafiadoras por meio das mais variadas estratégias pessoais. Contudo, faz-se necessário mostrar-lhes o caminho, que nessa pesquisa foi o trabalho com diferentes meios ou materiais como: o desenho, o material dourado, a decomposição, a reta numérica vazia, dentre outros.

Confesso que trilhar que por esse caminho, para muitos professores, pode parecer mais longo ou mais difícil do que ensinar o algoritmo, talvez tal concepção exista por falta de conhecimento, de interesse ou de preparo dos professores. Entretanto, o resultado desse trabalho revelou-se a mim um caminho prazeroso, satisfatório e, em alguns momentos, emocionantes, pois pude perceber o desenvolvimento cognitivo, social e humano de meus alunos, além da mudança de concepção acerca da Matemática.

CONSIDERAÇÕES SOBRE A PESQUISA

Neste momento tenho como foco refletir sobre o caminho percorrido por mim nos anos de 2012, 2013 e o início de 2014, e por meus alunos no ano de 2012, que foi o período em que dividimos nosso tempo aprendendo mutuamente.

Considero que minha pesquisa/dissertação de mestrado teve início quando ingressei no programa de pós-graduação. Nos dois primeiros semestres cursei seis disciplinas, que foram importantes para meu desenvolvimento acadêmico, social e humano.

As leituras dos textos, por vezes se mostraram complexas, no entanto quando ocorriam as discussões em grupo, as ideias se tornavam mais claras para mim, e no decorrer do tempo, fui adquirindo novos conhecimentos acerca das modalidades de pesquisas, da matemática, das práticas de letramento, do cotidiano escolar, dentre outros. Tais conhecimentos foram importantes para a construção dessa pesquisa.

Nesse período tinha meu projeto de pesquisa pronto, e imaginava que ele serviria como um guia norteador da pesquisa, visto acreditar que o trabalho sairia como planejado.

Já no primeiro semestre, ouvia as professoras e os colegas mais experientes enfatizarem que, iniciamos a pós-graduação com um foco, porém no meio do percurso, geralmente ele se altera. Na época, entendi tal posicionamento, mas achava que em minha pesquisa isso não aconteceria. Ledo engano!

Iniciei a pesquisa tendo como objetivo principal analisar se com as socializações das estratégias matemáticas haveria (ou não) apropriação dessas ideias para resolução de problemas posteriores.

Durante todo período de produção de dados trabalhei com o intuito de responder essa questão, entretanto, no momento das transcrições e da análise dos dados percebemos (a orientadora e eu) que esse seria apenas um dos objetivos da pesquisa, pois os dados apontaram para uma nova questão: "Como o processo de mediação da professora e do compartilhamento de ideias na sala de aula possibilita a apropriação de estratégias pelos alunos para a resolução de problemas em Matemática?".

Lembrei-me das aulas sobre metodologia de pesquisa e me dei conta que "aconteceu comigo também!".

Como mencionei no início da pesquisa, para Pais (1993), o pesquisador do cotidiano precisa ter um olhar de “vadiagem” e não estar “preso” a uma teoria pré-estabelecida, ou querer tomar as rédeas da pesquisa de maneira que tudo saia como planejado, mas precisa ser um pesquisador viajante que tenta captar o que o cotidiano traz e tentar interpretá-lo.

Ora, a pesquisa da própria prática é a pesquisa do cotidiano, nessa modalidade a pesquisa vai sendo construída no decorrer do percurso, daquilo que se revela a partir da produção dos dados, das análises e das interpretações daquele que se põe a analisar. E são esses aspectos que delimitam a metodologia da pesquisa.

> A relação entre objecto e método é, muitas vezes, o que constitui uma disciplina, um “campo de saber”. Um determinado método pode criar o seu próprio objecto, assim como um determinado objecto pode exigir que um método lhe seja adequado (PAIS, 1993, p. 71).

Trago como objeto dessa pesquisa, os dados produzidos: o registro escrito e oral dos alunos, as audiogravações e os diários de campo da professora, e foram os resultados desses dados que gradualmente revelados, delimitaram a metodologia usada na presente pesquisa.

Diante do exposto, passo a considerar os resultados que emergiram no decorrer da pesquisa.

No primeiro capítulo de análise, em que trago na íntegra a primeira aula para a pesquisa, fica evidente que os alunos já traziam consigo suas próprias concepções sobre a Matemática, além de marcas escolarizadas. Mas, mostraram-se interessados em colaborar com projeto de pesquisa.

Começamos um trabalho de conscientização sobre a importância do compartilhar não apenas uma folha de papel, mas suas ideias sobre a Matemática, e os alunos começaram a exercitar o “pensar juntos”. Nesse dia a construção de uma cultura social de sala de aula iniciou-se, começamos a praticar o trabalho em grupo, o diálogo, as mediações, a socialização e, ao final emergiram as primeiras estratégias de resolução de um problema de multiplicação em que os alunos ainda não conheciam as técnicas formais para a resolução, mas valeram-se de desenhos para resolver a proposta e obtiveram êxito. Vale destacar que os alunos iniciaram a negociação entre eles e com a professora; que minhas mediações foram importantes para que os alunos atribuíssem significações ao conceito matemático trabalhado e, principalmente às suas estratégias pessoais; emergiram diferentes estratégias para a resolução de uma mesma situação-problema.

No segundo capítulo de análise, fica evidente que os alunos começam a apropriar-se desse ambiente de aprendizagem em que a interação, as trocas e a compreensão estavam sendo construídas. Por meio de diferentes tarefas, os alunos começaram a trabalhar com números e a utilizarem-se do cálculo mental, como o uso da representação do material dourado para resolver as propostas e da decomposição de dezenas e unidades. A construção coletiva da reta numérica mostrou-se uma proposta significativa, e a proposta foi compreendida pelos alunos, visto que passaram a utilizar sua representação como estratégia de resolução de problemas cada vez mais complexos. Outro fato que merece destaque foi o entendimento dos alunos quanto a (in) viabilidade do uso do desenho em problemas com números altos, as discussões geradas sobre o assunto propuseram momentos de reflexão, de questionamentos, de argumentações e de apropriações que foram salutares para que os alunos avançassem em seus níveis de cálculo.

A construção de uma cultura social de sala de aula foi determinante para a apropriação de ideias, de conceitos e de significações matemáticas pelos alunos. Assumir os principais conceitos da perspectiva histórico-cultural: intencionalidade pedagógica, cooperação, interação, mediação, foi relevante para o desenvolvimento de todos os sujeitos envolvidos na pesquisa.

Ao longo do ano letivo os alunos se apropriaram dessa cultura social de sala de aula e, por vezes, atuaram como coautores no processo de ensino e de aprendizagem, trabalharam como “professores mirins”, desenvolveram suas próprias estratégias, auxiliaram seus colegas, explicaram suas ideias, ou seja, se responsabilizaram não apenas pela sua aprendizagem, mas pela aprendizagem do outro. Essa postura somente foi assumida pelos alunos, pois perceberam que a relação dialógica sempre permeou o ambiente de sala de aula. Os alunos sentiram-se valorizados, pois tiveram suas ideias respeitadas pelos sujeitos envolvidos nesse processo e, perceberam que poderiam assumir-se corresponsáveis de seu processo de aprendizagem.

Trabalhamos diferentes conceitos da aritmética: adição, subtração, multiplicação e divisão, por meio das mais diferentes situações-problemas, que por sinal tiveram um caráter lúdico. O trabalho com essa diversidade de tarefas mostrou-se relevante, pois os alunos passaram a atribuir sentido aos números, avançaram em seus níveis de cálculo, atribuíram significações conceituais, experimentaram, testaram, validaram ou não suas ideias, refletiram e comunicaram. As tarefas atreladas às mediações dos alunos e da professora impulsionaram os alunos no seu desenvolvimento iminente.

Todo esse movimento desenvolveu nos alunos uma postura crítica e indagadora diante da Matemática e digo, para além da Matemática, pois quando o aluno se assume como coautor de seu processo de aprendizagem, qualquer tarefa, seja de qualquer disciplina, que ofereçamos a eles, essa postura é assumida. Quando o aluno se desenvolve com criticidade, essa característica é levada consigo para a vida, ele passa a refletir e a assumir uma postura mais crítica com os fatos cotidianos que permeiam sua vida como um todo.

O episódio em que Luana coloca em xeque a palavra da professora é um exemplo dessa postura indagadora, a aluna não se dá por satisfeita apenas com o que a professora disse sobre a inviabilidade do uso do desenho para resolução de problemas com números altos, fez-se necessário que ela comprovasse que quando o número não é usado com critério, a consequência desse uso é a mesma que o uso do desenho. Destaco que a criação de um ambiente dialógico e questionador foi decisivo para que a aluna sentisse confortável e segura a ponto de contestar a fala da professora.

O último capítulo de análise evidencia que, apesar de procurarmos trabalhar de uma mesma maneira com todos os alunos, a forma com que eles se apropriam dos conceitos, que atribuem significações ou que se envolvem nas tarefas, diverge de um aluno para o outro. É claro e notório que o professor tem um papel central no processo de ensino e de aprendizagem dos seus alunos, sua responsabilidade é grande, no entanto não é só o professor que necessita assumir tal responsabilidade.

Nos episódios em que trago o aluno Valter, fica clara a assunção de responsabilidade do aluno pela sua aprendizagem e pela aprendizagem de seus colegas. O aluno mostrou-se engajado em realizar as tarefas, entrou em atividade, pois se mobilizou em resolvê-las, comunicou e explicou suas ideias aos seus parceiros de grupo. As evidências trazidas levam-me a inferir que desenvolvimento do aluno se deu em diferentes aspectos: cognitivo, social e humano.

Os episódios em que trago o aluno Júnior evidenciam suas limitações quanto à Matemática, suas dificuldades em se assumir responsável pelo cumprimento das tarefas, pelo trabalhar em grupo, evidencia seu medo de errar e sua insegurança em comunicar suas ideias. Por vezes, insisti em minhas mediações tentando colocá-lo nesse movimento de reflexão e comunicação, no entanto, Júnior não conseguiu acompanhar a evolução da complexidade das tarefas, o ritmo da turma e compreender com clareza as minhas mediações. Apesar de suas dificuldades, creio que houve desenvolvimento cognitivo e social em Júnior, porém não ocorreram no mesmo ritmo e grau dos demais alunos da sala.

Por fim, reflito sobre minha aprendizagem vivenciada no período da pesquisa. Ficam explícitas as potencialidades e limitações enfrentadas por pesquisadores da própria prática, pois quando pesquisamos nosso ambiente de trabalho podemos regular o tempo, administrar os grupos, conduzir diálogos, escolher as tarefas, dentre outros. No entanto, esse mesmo ambiente escolar, encontra-se em constante movimento, aconteceram diversos imprevistos no momento em que estávamos a trabalhar no projeto de pesquisa. Essas variáveis nos fogem do controle, pois como mencionei anteriormente, a dinâmica da escola não para pelo fato de estarmos realizando uma pesquisa, resta-nos somente nos adaptarmos a ela ou tentar promover pequenas mudanças, ou seja, aquelas que nos são possíveis.

Trouxe minhas impressões quanto à criação do ambiente de cultura social de sala de aula. O processo de negociação com os alunos sobre os nomes fictícios foi significativo, pois creio que eles começaram a sentir que suas opiniões seriam valorizadas. A elaboração verbal de nosso "contato didático" esclareceu aos alunos quais seriam minhas expectativas quanto suas posturas, ainda o que eles poderiam esperar de mim. Ficou evidente meu critério quanto aos agrupamentos e as vantagens e desvantagens que senti em diferentes formações de grupos.

Um fator que sempre trabalhei e exigi dos alunos foi o pensar juntos, o compartilhar e o comunicar, sempre enfatizando as potencialidades dessa conduta, os alunos se apropriaram dessa postura, resultando em uma aprendizagem mais rica para os sujeitos envolvidos no processo de pesquisa.

Mas, o que considero que ficou bem evidente no trabalho foi a maneira pela qual fui me aperfeiçoando em realizar as mediações junto aos alunos, creio que meu papel de mediadora foi marcante nesse trabalho, pois percebi o quanto eles se espelham na professora e se apropriam de seu modo de agir, de modo a desenvolver criticidade e postura indagadora quanto as ideias e estratégias que emergiram nas aulas de Matemática.

Creio que minhas considerações respondem a questão norteadora dessa pesquisa: "Como o processo de mediação da professora e do compartilhamento de ideias na sala de aula possibilita a apropriação de estratégias pelos alunos para a resolução de problemas em Matemática?".

O processo por nós vivenciado, as evidências trazidas, os diálogos, as interações, a circulação de ideias, as apropriações e as (re) significações que emergiram ao longo da pesquisa respondem que sim, que as mediações da professora e o compartilhar ideias são instrumentos essenciais para a apropriação de estratégias para a resolução de problemas em Matemática.

Da mesma forma, posso assegurar que, nos três capítulos de análise também dei conta de responder aos objetivos propostos para a pesquisa, pois os alunos se apropriaram das estratégias de resolução de problemas trabalhadas de forma compartilhada; as formas de mediação da professora em sala contribuíram para o desenvolvimento dos alunos; e o movimento de socialização de ideias e estratégias possibilitou a circulação de significados matemáticos em sala de aula.

Gostaria de mencionar as sábias contribuições que as professoras Regina Célia Grando e Maria Auxiliadora Bueno Andrade Megid trouxeram no momento do Exame de Qualificação, a fim de enriquecer o trabalho final.

Nesse momento, já finalizando a pesquisa e sintetizando os principais conceitos desenvolvimentos e descobertas, observo que houve algumas similaridades entre meu trabalho e o de Mengali (2011) e Bagne (2012), as quais pretendo discorrer.

A primeira similaridade encontrada em nossas pesquisas foi a preocupação da criação de um ambiente de aprendizagem compatível com a perspectiva histórico-cultural, ou seja, o cenário da sala de aula.

Mengali (2011) denominou-a de *Comunidade de Investigação,* Bagne (2012) *Cenário de Investigação*, enquanto na presente pesquisa denominei *Cultura social de sala de aula.* Apesar de nomeadas de maneiras diferentes, o ambiente criado para a resolução de problemas, pautaram-se em pilares similares como mediação, interação, cooperação, compartilhamento de ideias, a socialização, significação e linguagem.

Outro fator que se desvelou nas três pesquisas foi o papel central da professora como condutora do processo de ensino e de aprendizagem, especificamente quando me refiro à intencionalidade da ação pedagógica, quanto à clareza sobre os objetivos a serem alcançados.

O processo de construção de professora mediadora foi um ponto convergente nas pesquisas, as inquietações, as inseguranças, as descobertas, o aperfeiçoamento dessa prática foi algo mencionado e vivenciado por nós. Talvez em proporções diferentes, mas, tal construção representou ser desafiadora. No entanto, a assunção dessa postura questionadora revelou ser potencializadora para a aprendizagem dos alunos, pois atuou na zona de desenvolvimento iminente, os colocou em exercício de reflexão e a comunicação e no movimento de atribuição de significações acerca dos conceitos matemáticos envolvidos nas tarefas trabalhadas em sala de aula.

Apesar de termos diferentes focos conceituais quanto à Matemática em nossas pesquisas, a natureza das tarefas mostrou similaridades nas três pesquisas, o objetivo principal nas escolhas foi o de promover aos alunos propostas desafiadoras, ou seja, tarefas nem tão fáceis, nem tão difíceis, mas que o colocassem em atividade, que os mobilizassem em resolvê-las, que os colocassem no movimento de reflexão e comunicação e que atuassem no desenvolvimento iminente dos alunos.

Uma fala de Bagne (2012) que me chamou à atenção foi quanto à necessidade do aluno entender o conceito numérico e, que saber grafar os números não significa conceituá-los. A autora trabalhou o eixo Grandezas e Medidas, enquanto em minha pesquisa o trabalho focou-se nos Números e Operações, no entanto tivemos a mesma percepção quanto à importância da formação do conceito numérico pelo aluno para que este pudesse realizar operações matemáticas com sentido e significado. Vale destacar que tanto em minha pesquisa, quanto na de Bagne (2012) trabalhamos com alunos do 2º ano do ensino fundamental, o que justifica nossa preocupação quanto à conceptualização numérica.

No que se refere à socialização, trabalhada nas três pesquisas, revelou-se um momento em que os alunos puderam perceber algumas regularidades entre as diferentes estratégias que emergiram, tiveram oportunidade de se posicionar quanto às suas ideias, defenderam seus pontos de vista, aprenderam a respeitar opiniões diferentes das suas, demonstraram postura crítica e argumentativa. Avaliaram, refutaram, reformularam questões, as validaram ou não. Tais momentos foram importantes para apropriações de diferentes estratégias de resolução de problemas, de (re) significações matemáticas, de trocas e de respeito ao próximo, tornando as aulas de Matemática, além de prazerosas, momentos que proporcionaram o desenvolvimento social e humano.

Em suma, a busca em sintetizar os momentos vivenciados nessa pesquisa, leva-me a refletir o quanto foi importante proporcionar às crianças serem protagonistas em seu processo de aprendizagem, ainda as experiências que compartilhamos deixarão marcas para os alunos e para a professora. Com essa turma, pude vivenciar momentos conflitantes que me levaram a refletir sobre meu papel enquanto professora ou momentos prazerosos em que o aluno dizia *"Agora eu entendi!"* serão lembrados por mim com carinho e satisfação, enfim, preciso me acostumar que o processo de escolarização é assim, compartilhamos apenas um ano com uma mesma turma e ao final do ano letivo termina nossa responsabilidade com ela, mas não com o nosso compromisso de sermos professores que podem fazer a diferença na vida de uma criança.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALRØ, Helle; SKOVSMOSE, Ole. **Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BAGNE, Juliana. **A elaboração conceitual em matemática por alunos do 2º ano do ensino fundamental:** movimento possibilitado por práticas interativas em sala de aula. Itatiba: USF (Mestrado em Educação), 2012, 205p.

BAGNE, Juliana; NACARATO, Adair Mendes. A prática do diálogo em sala de aula: uma condição para a elaboração conceitual matemática dos alunos. **Revista Reflexão e Ação**, Santa Cruz do Sul, v.20, n2, p.186-214, jul./dez.2012.

BOAVIDA, A. M.; PAIVA, A.; CEBOLA, G. Vale; I. Pimentel, T. **A experiência matemática no 1º ciclo do ensino básico**. Lisboa: ME/DGIDC, (2008).

BOAVIDA, Ana Maria Roque; SILVA, Margarida; FONSECA, Paula. Pequenos investigadores matemáticos: do pensamento à comunicação e da comunicação ao pensamento. Portugal. **Educação e matemática**. mar./abr. 2009, v. 102, p. 2-10.

BOAVIDA, Ana Maria Roque. Argumentação matemática em acção: contornos e desafios. Portugal. **Educação e matemática**. nov./dez. 2011, v. 115, p. 53-56.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria dos números e aos métodos. Portugal: Porto, 1994.

BRANCA, Nicholas A. Resolução de Problemas como meta, processos e habilidade básica. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E; tradução: Hygino H. Domingues, Olga Corbo (Orgs.). **A resolução de problemas na matemática escolar.** São Paulo: Atual, 1997, p. 5-11.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática / Secretaria da Educação Fundamental – Brasília: MEC / SEF, vol. 3, 1997.

BROCARDO, Joana; SERRAZINA Lurdes. O sentido do número no currículo de matemática. In*:* BROCARDO Joana; SERRAZINA Lurdes; ROCHA Isabel. (Org.). **O sentido do número:** reflexões que entrecruzam teoria e prática. Lisboa: Escolar editora, 2008, p. 97-115.

CARVALHO, Carolina. Comunicações e interações sociais nas aulas de matemática. In: Nacarato, Adair Mendes; Lopes, Celi Espasandin. (Org.). **Escritas e leituras na educação matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005, p. 15-34.

CERTEAU. Michel de. **A invenção do cotidiano:** artes de fazer. Tradução de Epharaim Ferreira Alves. Petrópolis, RJ: Vozes, 1994.

CLOT, Yves. Vygotski: para além da Psicologia Cognitiva. **Pro-Posições** – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, v. 17, n. 2 (50), p.19-30, maio/ago. 2006.

D'AMBROSIO, Beatriz S. Conteúdo e metodologia na formação de professores. In: FIORENTINI, Dário; NACARATO, Adair Mendes. (Org.). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática:** investigando e teorizando a partir da prática. Campinas, SP: Musa Editora: GEPFPM-PRAPEM-FE/UNICAMP, 2005, p. 20-32.

D'AMBROSIO, Beatriz S. **A escrita dos alunos nas aulas de matemática.** Universidade São Francisco, 2009. (Palestra).

DOLK, Maarten. Problemas realistas: um ponto de partida para uma sequência de oportunidades de aprendizagem. In: BROCARDO Joana; SERRAZINA Lurdes; ROCHA Isabel. (Org.). **O sentido do número:** reflexões que entrecruzam teoria e prática. Lisboa: Escolar editora, 2008, p. 35-53.

ESTEBAN, Maria Teresa. Dilemas para a pesquisadora com o cotidiano. In: Garcia, Regina Leite; Zaccur E. (Org.). **Método:** pesquisa com o cotidiano. Rio de Janeiro: DP & A, 2003. p. 199-212.

FERREIRA, Elvira. A adição e a subtração no contexto do sentido do número. In: BROCARDO Joana; SERRAZINA Lurdes; ROCHA Isabel. (Org.). **O sentido do número:** reflexões que entrecruzam teoria e prática. Lisboa: Escolar editora, 2008, p. 135-157.

FLICK, Uwe. **Introdução à pesquisa qualitativa.** Tradução Joice Elias Costa. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

FONTANA, Roseli A. C. **Mediação pedagógica em sala de aula**. 4. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2005.

FONTANA, Roseli A. C.; CRUZ, Maria Nazaré da. **Psicologia e trabalho pedagógico.** São Paulo, SP: Atual, 1997.

FRANCO, Maria Amélia Santoro. **Pedagogia da pesquisa-ação**. Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 483-502, set./dez. 2005.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido.** Paz e Terra, 12 ed. Rio de Janeiro, 1983.

FRIEDRICH, Janette. **Lev Vigotski. Mediação, aprendizagem e desenvolvimento:** uma leitura filosófica e epistemológica. Tradução Anna Rachel Machado e Elaine Gouvêa Lousada. Campinas – SP: Mercado das letras, 2012.

GÓES, Maria Cecília; CRUZ, Maria Nazareth. Sentido, significado e conceito: notas sobre as contribuições de Lev Vigotski. **Pro-Posições** – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, – Campinas, SP, v. 17, n. 2 (50), p. 31-45, maio/ago. 2006.

GONÇALVES, Angela Vidal. Alfabetização: o olhar das crianças sobre o aprendizado da linguagem escrita. **Caderno Cedes**, Campinas, v. 33, n. 89, p. 125-140, jan.-abr. 2013. Disponível em http://www.cedes.unicamp.br.

GRANDO, Regina Célia. **O jogo suas possibilidades metodológicas no processo ensino-aprendizagem da matemática.** Campinas: UNICAMP, Dissertação (Mestrado em Educação), 1995, 175p.

GRANDO, Regina Célia. A escrita e a oralidade matemática na educação infantil: articulações entre o registro das crianças e o registro de práticas dos professores. In: NACARATO, Adair Mendes; ESPASANDIN Celi Lopes (Org.). I**ndagações, reflexões e práticas em leitura em escrita na educação matemática.** Campinas – SP: Mercado de letras, 2013.

GWINNER, Patricia. **"Pobremas":** enigmas matemáticos 1. Petrópolis: Vozes, 1992.

HELLER, Agnes. **O cotidiano e a história.** São Paulo: 4ª ed. Paz e Terra, 1992.

HIEBERT, James et al. **Making sense:** teaching and learning mathematics with understanding. Portsmouth: Heinemann, 1997.

KRAEMER, Jean-Marie. Desenvolvendo o sentido do número: cinco princípios para planificar. In: BROCARDO Joana; SERRAZINA Lurdes; ROCHA Isabel. (Org.). **O**

sentido do número: reflexões que entrecruzam teoria e prática. Lisboa: Escolar editora, 2008, p. 3-28.

LIBERMAN, Manhúcia P.; SANCHEZ, Lucília B.; WEY, Regina Lúcia de Motta. **Fazendo e compreendendo matemática.** 3º ano - Campinas: Saraiva, 2007.

LIMA, Cláudia Neves Monte de Freitas; NACARATO, Adair Mendes. A investigação da própria prática: mobilização e apropriação de saberes profissionais em matemática. **Educação em Revista** – Belo Horizonte, v. 25, p. 241-266, ago. 2009.

MENDES, Fátima; DELGADO, Catarina. A aprendizagem da multiplicação e o desenvolvimento do sentido de número. In: BROCARDO Joana; SERRAZINA Lurdes; ROCHA Isabel. (Org.). **O sentido do número:** reflexões que entrecruzam teoria e prática. Lisboa: Escolar editora, 2008, p. 159-182.

MENGALI, Brenda Leme da Silva. **A cultura da sala de aula numa perspectiva de resolução de problemas:** O desafio de ensinar matemática numa sala multisseriada. Itatiba: USF, Dissertação (Mestrado em Educação), 2011, 218p.

MOURA, Manoel Orisvaldo et. al. A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In: Moura, Manoel Orisvaldo de. (Org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural.** Brasilia – DF: Liber livro, 2010, p. 81-109.

NACARATO, Adair Mendes. A sala de aula de matemática dos anos iniciais como objeto de investigação de professoras-pesquisadoras. **Educação Matemática Pesquisa** – São Paulo, v. 15, Edição especial, 2013, p. 837-855.

NACARATO, Adair Mendes. A comunicação oral nas aulas de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n. 1, mai. 2012.

NACARATO, Adair Mendes; MENGALI, Brenda Leme da Silva; PASSOS, Cármem Lúcia Brancaglion. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental:** tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. **Vygotsky aprendizado e desenvolvimento um processo sócio-histórico**. São Paulo: Editora Scipione, 1993.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; BOTTA, Luciene Souto. Reconceitualizando as quatro operações. **Revista de Educação Matemática.** ano 6, nº 4, 1998, p. 19-26.

PAIS, José Machado. **Vida cotidiana:** enigmas e revelações. São Paulo: Cortez, 2003.

PRESTES, Zoia Ribeiro. **Quando não é quase a mesma coisa:** Análise de traduções de Lev Semionovitch Vigotiski no Brasil, Repercussões no campo educacional. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Brasília, Faculdade de Educação, Brasília, 2010, p. 295.

RIGON, Algacir Jose; ASBAHR, Flávia da Silva Ferreira; MORETTI, Vanessa Dias. Sobre o processo de humanização. In: Moura, Manoel Orisvaldo de. (Org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural.** Brasília – DF: Liber livro, 2010, p.13-43.

TOSATTO, Carla Cristina; TOSATTO, Cláudia Miriam; PERACCHI, Edilaine do Pilar F. **Coleção hoje é dia de matemática.** 2º ano. Curitiba, Editora Positivo, 2007.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VIGOTSKY, Lev Semenovich. **A construção do pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2009.