

Roberto Tadeu Berro

Programa Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação

Turma Minter

**RELAÇÕES ENTRE ARTE E MATEMÁTICA:
UM ESTUDO DA OBRA DE MAURITS CORNELIS ESCHER**

Itatiba - SP

2008

Roberto Tadeu Berro

Programa Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação

Turma Minter

**RELAÇÕES ENTRE ARTE E MATEMÁTICA: UM ESTUDO
DA OBRA DE MAURITS CORNELIS ESCHER**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco, Itatiba - Turma Minter, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientadora: Alexandrina Monteiro

Itatiba - SP

2008

371.399.51
B452r

Berro, Roberto Tadeu.

Relações entre arte e matemática: um estudo da obra de Maurits Cornelis Escher / Roberto Tadeu Berro. -- Itatiba, 2008.

107 p.

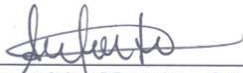
Dissertação (mestrado) – Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação da Universidade São Francisco.

Orientação de: Alexandrina Monteiro.


1. Matemática. 2. Etnomatemática. 3. Arte.
4. Escher, M. C. (Maurits Cornelis), 1898-1971.
I. Monteiro, Alexandrina. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada pelas bibliotecárias do Setor de Processamento Técnico da Universidade São Francisco.

BERRO, Roberto Tadeu. “**Relações entre arte e matemática: um estudo da obra de Maurits Cornelis Escher**”. Dissertação defendida e aprovada no programa de Pós Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco em dezenove de setembro de 2008 pela Banca examinadora constituída pelos professores:



Profa. Dra. Alexandrina Monteiro - Orientadora e Presidente
Universidade São Francisco



Profa. Dra. Jackeline Rodrigues Mendes
Universidade São Francisco



Profa. Dra. Denise Silva Vilela
Universidade Federal de São Carlos

A todas as pessoas
que sempre acreditaram e confiaram em mim.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por permitir-me a mais esta conquista pessoal, dando-me saúde, luz paciência e sabedoria.

Aos meus pais que, mesmo passando por momentos difíceis, me proporcionaram a oportunidade de estudar em uma ótima escola desde as séries iniciais, incentivando-me nos estudos.

Aos meus amigos Jorge dos Santos Souza e Sônia Regina M. Almeida, companheiros de mestrado que compartilharam comigo vários estudos, angústias e viagens, e que foram fundamentais para que eu tivesse força, motivação e garra para galgar cada degrau nestes 24 meses de estudo.

Aos professores Júlio K. Inafuco, José Ivair Motta Filho, Suzete Beal e Giselli Hummelgen que propiciaram todas as condições para que eu pudesse me dedicar ao mestrado, concomitantemente às atividades profissionais subordinadas a eles ao longo do mestrado.

À minha orientadora, professora e amiga prof.^a Dr.^a Alexandrina Monteiro primeiramente pela paciência demonstrada ao longo de todo o mestrado, e por ter acreditado que apesar de todas as dificuldades seria possível chegar até esta dissertação. Agradeço de todo o meu coração o desprendimento em querer me ajudar a vencer esta etapa, não fazendo restrições de qualquer espécie nos atendimentos para as orientações, mesmo nos momentos de prazos menos dilatados. Sua atenção, dedicação e empenho são exemplos **eternos** para mim.

Às professoras Dr.^a Denise Vilela e Dr.^a Jackeline Mendes pelas observações e sugestões feitas com brilho nos olhos por ocasião do exame de qualificação. Perceber que também para elas o tema era apaixonante, foi um incentivo a mais para que eu pudesse me dedicar de corpo e alma para a fase final de escrita da dissertação.

Aos meus alunos, familiares e amigos que souberam compreender o período de estudos no qual estava imerso e que se interessaram pelo meu tema, dando-me a oportunidade de compartilhar meu entusiasmo e que dividiram comigo opiniões sobre o tema: todos têm participação da mais alta importância no meu trabalho.

A você, que acredita que toda pessoa tem o direito de ser feliz: obrigado pelo amor e pelo carinho!

“O gênio de Escher está em que ele não só imaginou, mas na verdade, descreveu dezenas de mundos semi-reais e semimíticos, mundos repletos de voltas estranhas, aos quais ele parece convidar seus espectadores”.

Douglas Hofstader

BERRO, Roberto Tadeu. **Relações entre Arte e Matemática: Um estudo da obra de Maurits Cornelis Escher**. 2008. Dissertação – Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco, Itatiba - Turma Minter.

RESUMO

A presente pesquisa tem como foco principal o estudo de algumas das condições de produção das gravuras do artista holandês Maurits Cornelis Escher e sua apropriação no contexto escolar. Para isso, buscaremos compreender especialmente algumas das influências que alguns matemáticos como Bruno Ernst e Coxeter exerceram em sua obra, bem como outros entornos sociais que influenciaram a sua produção. Será analisado como os professores de matemática e de outras áreas de conhecimento interagem com este artista apontando quais são as suas potencialidades em termos de contextualização e aplicabilidade, tendo como pano de fundo uma visão da Matemática trazida pela Etnomatemática. Neste sentido, nosso trabalho nos remete a seguinte questão: A metodologia de pesquisa requer uma abordagem qualitativa, de cunho bibliográfico e documental, tomando como base a interação da obra do artista com as sensações evocadas pelas conexões do olhar, sentir, pensar daqueles que se apropriam de sua obra no ambiente educacional.

Palavras-chave: ARTE, MATEMÁTICA, ESCHER, ETNOMATEMÁTICA.

ABSTRACT

The present research focus on the study of some of the production conditions within Escher works, as well as its appropriation in the educational context. It mainly seeks to comprehend the influence of mathematicians such as Bruno Ernst and Coxeter in his works and how paradigmatic and textbook authors use and give meaning to part of it. In this regard the study analyses the transition from the second to the third stage of Escher works identifying the mathematical concepts used, and above all, how they acquired different meanings. Such approach to the artist's works refers to the following: In the view of the academic Mathematics, in general, the stamps are associated to the symmetry, geometries and infinite approach studies, but taking also another perspectives and mathematics knowledge – knowledge produced inside other social practices – would be other themes to be approached in Escher's works? The methodology of research requires a qualitative approach, based on bibliography and documents, based on the interaction between the artist's pieces of work and the sensations caused the eyes, feelings and thoughts of those who use his works in the educational places

Key words: ARTS, MATHEMATICS, ESCHER, ETNOMATHEMATICS.

SUMÁRIO

1 A ARTE DO ENCONTRO: NADA NA VIDA ACONTECE POR ACASO.....	12
1.1 Lembrando o passado	12
1.2 A Redescoberta da Arte	14
1.3 As múltiplas possibilidades oferecidas por Escher.....	17
1.4 A definição da dissertação	20
1.5 Organização do trabalho	21
2 A ARTE DA REVELAÇÃO: DECIFRANDO MAURITS CORNELIS ESCHER	25
2.1 Apresentando o artista.....	25
2.2 Sobre as fases da obra de Escher	32
3 A ARTE DA PERCEÇÃO: COMPREENDENDO A PRODUÇÃO DO ARTISTA NO CONTEXTO HISTÓRICO – SOCIAL	37
3.1 Introdução	37
3.2 Produção matemática no século XX.....	38
3.3 Século XX: a grande explosão do estudo da leitura das imagens	40
3.4 A percepção visual e Escher	45
3.4.1 Equilíbrio	46
3.4.2 Configuração	47
3.4.3 Forma.....	48
3.4.4 Espaço	49
3.4.5 Luz	53
3.4.6 Cor	55
3.4.7 Movimento	56
3.4.8 Dinâmica.....	57
3.4.9 Expressão	58
4 ARTE DA PERFEIÇÃO: ESTUDO DA DIVISÃO DE SUPERFÍCIES NAS OBRAS DE ESCHER.....	60
4.1 Embasamento Histórico e Conceitual	61
4.2 Relações Com o Contexto Educacional	66
5 A ARTE DA ABSTRAÇÃO: ESTUDO DAS GEOMETRIAS NÃO EUCLIDEANAS NAS OBRAS DE ESCHER	69
5.1 Embasamento histórico e conceitual	70
5.2 Relações Com o Contexto Educacional	78

6 A ARTE DA LOUCURA: ESTUDO DOS MUNDOS IMPOSSÍVEIS DE ESCHER	82
6.1 Embasamento histórico e conceitual	83
6.2 Relações Com o Contexto Educacional	90
CONSIDERAÇÕES FINAIS OU A ARTE DA SÍNTESE	92
REFERÊNCIAS	100
ANEXO - ENTENDENDO O OFÍCIO DE ESCHER - TÉCNICAS DE GRAVURAS	102

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - ESCADA ACIMA E ESCADA ABAIXO, LITOGRAFIA, 1960.....	13
FIGURA 2 - QUEDA D'ÁGUA - LITOGRAFIA, 1961.....	13
FIGURA 3 - RELATIVIDADE, XILOGRAVURA, 1953.....	15
FIGURA 4 - DESENHANDO-SE, 1953.....	16
FIGURA 5 - OLHO DE ESCHER, GRAVURA.....	16
FIGURA 6 - ENCONTRO, 1944, GRAVURA.....	17
FIGURA 7 - ESBOÇO A CORES DE AMALFI, BAIXA ITÁLIA FEITO POR ESCHER	26
FIGURA 10 - AUTO – RETRATO, 1943, LITOGRAFIA	30
FIGURA 11 - PAINÉIS CONFECCIONADOS POR ESCHER SITUADOS NA CÂMARA DE LEIDEN - HOLANDA.....	30
FIGURA 12 - LIMITE CIRCULAR III, 1958, XILOGRAVURA	31
FIGURA 13 - NATUREZA MORTA COM ESPELHO, 1934, LITOGRAFIA.....	32
FIGURA 14 - COLUNAS DÓRICAS, 1944, XILOGRAVURA	33
FIGURA 15 - LAÇOS DE MOEBIUS II, XILOGRAVURA, 1963	33
FIGURA 16 - GALERIA DE ARTE, 1956, LITOGRAFIA	34
FIGURA 17 - PRODUÇÃO DA MATEMÁTICA NO SÉCULO XX.....	38
FIGURA 18 - DIVISÃO CÚBICA DO ESPAÇO, LITOGRAFIA, 1952	52
FIGURA 19 - SOL E LUA, 1948, XILOGRAVURA	55
FIGURA 20 - AR E ÁGUA I, XILOGRAVURA, 1938	60
FIGURA 21 - ESPELHO MÁGICO, LITOGRAFIA, 1946.....	61
FIGURA 22 - ISOMETRIA POR TRANSLAÇÃO	63
FIGURA 23 - ISOMETRIA POR ROTAÇÃO.....	63
FIGURA 24 - ISOMETRIA POR REFLEXÃO	64
FIGURA 25 - ISOMETRIA POR REFLEXÃO DESLIZANTE	64
FIGURA 26 - LIMITE CIRCULAR I – XILOGRAVURA – 1958	69
FIGURA 27 - SERPENTES – XILOGRAVURA, 1969	70
FIGURA 28 - LIMITE QUADRADO, 1964, XILOGRAVURA.....	71
FIGURA 29 - TURBILHÕES , 1957, XILOGRAVURA.....	72
FIGURA 30 - ESTUDO DA GEOMETRIA HIPERBÓLICA	75
FIGURA 31 - PLANO HIPERBÓLICO	76
FIGURA 32 - MODELO DE POINCARÉ PARA O PANO HIPERBÓLICO	76
FIGURA 33 - RETAS COM PROPRIEDADES ESPECIAIS NO PLANO HIPERBÓLICO	77
FIGURA 34 - RELATIVIDADE – LITOGRAFIA – 1953.....	82

FIGURA 35 - BELVEDERE. LITOGRAFIA – 1958	83
FIGURA 36 - PERSPECTIVA FALSA, DE HOGARTH -1754 – GRAVURA	84
FIGURA 37 - PRISÕES IMAGINÁRIAS, DE PIRANESI – 1750 – ÁGUA FORTE	84
FIGURA 38 - GRÁFICOS DOS PIONEIROS, PASSAGEIROS E PIRATAS.....	86
FIGURA 39 - DESENHO DE UM TRIBAR	88
FIGURA 40 - ESCADA DE PENROSE.....	89
FIGURA 41 - “UM OUTRO MUNDO II”, 1947, XILOGRAVURA	96

1 A ARTE DO ENCONTRO: NADA NA VIDA ACONTECE POR ACASO

1.1 Lembrando o passado

São muitos os caminhos e histórias que geram pesquisas. Da mesma forma, são muitas as angústias e dúvidas que pairam sobre as possibilidades de desenvolver um trabalho que atenda a questões sociais, ou seja, meu compromisso de educador e, meu desejo pessoal em pesquisar e aprofundar meus estudos sobre temas pertinentes à minha prática de professor e aos meus interesses pessoais.

Deste modo, acredito que neste primeiro momento de contato com o projeto prevalece um descobrir de novos caminhos no mundo acadêmico e a oportunidade deste autor expressar e exercitar o seu poder discursivo, para preparar o leitor na compreensão dos caminhos e opções feitas ou que ainda serão feitas.

Procurando resgatar memórias bem remotas, esta história se inicia com um professor de Física que, ao trabalhar Óptica da Visão, proporcionou-me uma aula com a projeção de slides enfatizando diapositivos que traziam imagens de ilusão de ótica, com muitas imagens de Escher. Por ilusão de ótica vamos aqui definir como sendo todas as ilusões que enganam o sistema visual humano, fazendo-nos ver qualquer coisa que não está presente na figura ou ainda de modo equivocado, podendo ocorrer naturalmente ou por alguma deficiência do nosso sistema visual. Este foi o primeiro contato de que me lembro com este gravurista, sem ainda saber que se tratava dele. Por ter admiração e uma afinidade grande com este professor (ele é meu amigo pessoal até hoje pois chegamos a lecionar juntos na mesma escola), acabei me tornando professor de Física, procurando ter nele um modelo a ser seguido, como educador e como pessoa. No início da minha trajetória profissional em muitos momentos acabei copiando-o no intuito de ser considerado um bom profissional.

Desta aula a que me referi, lembro de duas gravuras apresentadas por ele como se isso tivesse acontecido ontem, de tão marcante que foi este episódio para mim:

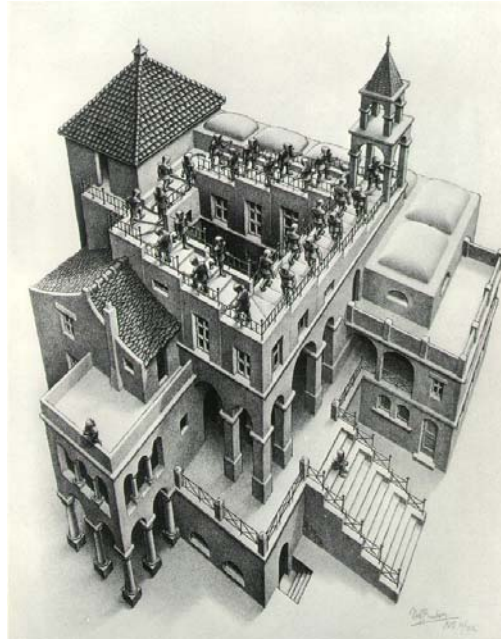


FIGURA 1 - ESCADA ACIMA E ESCADA ABAIXO,
LITOGRAFIA, 1960

Ao se apresentar esta imagem, o professor pediu que nós acompanhássemos visualmente o movimento de um dos monges que estavam na escada. Apesar de todos estarem prontos para subir na escada no degrau seguinte, após completarem um ciclo ou uma volta completa na escada, voltarão ao ponto de partida sem na verdade subirem 1 centímetro sequer!

Este professor tinha lecionado na primeira série do antigo Segundo Grau (atual Ensino Médio), e entre outras tantas imagens apresentadas, ele fez questão de apresentar esta:



FIGURA 2 - QUEDA D'ÁGUA - LITOGRAFIA, 1961

Aqui Escher fere o Princípio da Conservação da Energia (conteúdo de Física estudado na primeira série), mostrando a água vencer sozinha a força gravitacional, e indo cair numa roda d'água. Analisando a figura seguindo a água temos a impressão que ela corre para baixo, afastando-se de nós. Mas subitamente, o ponto mais afastado e mais baixo parece ser idêntico ao mais alto e mais perto, assim a água continua a cair e manter a roda em movimento eterno!

1.2 A Redescoberta da Arte

Passaram-se vários anos e mais tarde a mim foi propiciada a oportunidade de conhecer em 1997 uma arte-educadora que chegou a trabalhar na mesma instituição de ensino em que eu lecionava. Brillhante professora e amante da história da arte, ela pôde reformular a minha visão sobre as artes que, antes, era restrita a vagas lembranças que tinha de projetos de artes mal sucedidos durante as aulas no colégio do Ensino Fundamental, geralmente relacionados a datas comemorativas: dia das mães, dia dos pais, Páscoa, festa junina, Natal entre outras datas festivas.

Mas, a partir de visitas a muitas exposições de Arte, leituras de livros de história da arte e discussões das relações que poderiam ser encontradas entre o estudo de vários artistas e os mais diferentes ramos de conhecimento, principalmente aqueles ligados aos estudos curriculares, acabei deparando-me com um mundo novo que a muito poderia acrescentar na minha prática de professor de Matemática e Física. Alguns artistas me fascinaram pela simplicidade na sua obra artistas como Mondrian; outros pelos seus traços vigorosos no desenho com Van Gogh; outros pela capacidade de trazer a exata noção de luz e sombra em suas telas como Monet; outros pelo seu poder criativo e por sua genialidade como Reneé Magritte e Salvador Dali. Porém nenhum me impressionou tanto e evocaram os mais distintos sentimentos, sensações, reflexões e correlações com a minha prática que Maurits Cornelis Escher.

Quando a em instituição que eu leciono me convidou para trabalhar num projeto de Matemática Contextualizada para professores da rede pública estadual, na localidade de Faxinal do Céu em 2001, ocorreu-me a idéia de mostrar para os professores algumas figuras de Escher. Minha intenção ao mostrar essas figuras era a de buscar caminhos que pudessem auxiliar os professores em suas aulas de Matemática e, para a minha surpresa, muitos desses professores desconheciam tanto o artista quanto sua obra.

A partir deste momento, comecei a me interessar cada vez mais pelas obras de Escher, “consumindo” tudo o que via a minha frente sobre este artista. O ponto culminante deste meu interesse está exatamente em curso agora, ou seja, neste momento no qual pretendo investigar a obra desse artista e as possíveis relações com a educação Matemática através dessa investigação.

Atualmente eu trabalho com aulas de Física no Ensino Médio e com Estatística e Matemática no Ensino Superior, no chamado ciclo básico dos cursos de Administração Economia e Ciências Contábeis. Neste período, os acadêmicos têm aulas juntos sem separação por curso, em várias salas diferentes. Nos momentos em que estou em sala de aula, procuro dentro dos conteúdos que trabalho inserir as gravuras de Escher para ilustrar e enriquecer as minhas explicações. Por exemplo, nas aulas de Física quando explico a reflexão da luz e a óptica da visão, entendo que há inúmeras possibilidades de se trabalhar com várias de suas gravuras, e para meu espanto, vejo que há por parte de alguns alunos conhecimento da obra deste artista. Mesmo que uma pessoa nunca tenha aberto um livro de História da Arte ou tenha visitado um museu ou uma galeria de arte, ela encontrará muitos trabalhos desse artista, já que eles estão presentes nas diferentes mídias como tenho presenciado em alguns entretenimentos de preferência pessoal, como seriados, desenhos, músicas e jogos de vídeo game:

- Matt Groening, criador de Os Simpsons (desenho que passa no canal FOX), utilizou uma referência à Escher em sua tira *Life in Hell*. Numa paródia à obra *Relatividade*, coelhos desenhados caem de escadas em ângulos impossíveis. Groening posteriormente usou a mesma situação cômica em um episódio de Futurama. Quando jovem, o autor costumava colecionar pôsteres de Escher.
- Em um episódio de Family Guy (desenho que passa no canal FX), Stewie e Brian compartilham um quarto no qual Stewie coloca na parede uma gravura de *Relatividade*, o qual ele chama *escadas loucas*. Ele então a quebra enquanto joga frisbee.
- No filme “Labyrinth” (Labirinto – A Magia do Tempo), de 1986, com David Bowie no papel principal (Jareth), há uma cena nitidamente inspirada em *Relatividade*, de 1953.

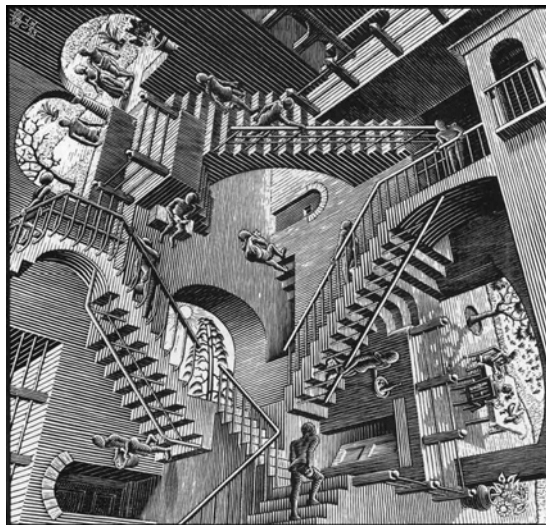


FIGURA 3 - RELATIVIDADE, XILOGRAVURA, 1953

- Um episódio de Os Padrinhos Mágicos (desenho que passa no canal Cartoon Network) mostra em seu título um design similar à obra Desenhando-se.
- O videoclipe da música Drive (2001), do grupo Incubus, é baseado em Desenhando-se, começando com uma mão animada desenhando um pedaço de papel e uma segunda mão, para então formar a própria obra de Escher. Também mostra a mão desenhando o vocalista da banda Brandon Boyd.

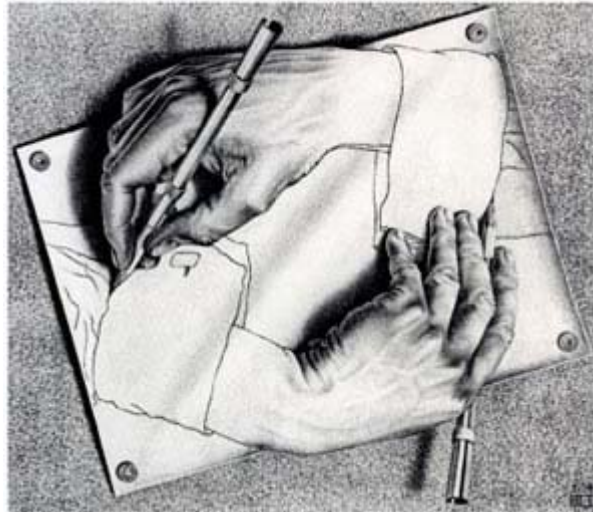


FIGURA 4 - DESENHANDO-SE, 1953

- A fase bônus do jogo Sonic, do Sega Mega Drive, contém uma animação de pássaros se transformando em peixes, uma clara referência à Ar e Água.
- O jogo Lemmings, da produtora Psygnosis, possui um nível chamado Tributo a M.C. Escher, ainda que ele não apresente um cenário ao estilo do autor.
- A figura de um grande olho com uma caveira em sua íris aparece na parede do quarto de Donnie Darko, que é semelhante a uma das gravuras de Escher (cult movie de 2001).



FIGURA 5 - OLHO DE ESCHER, GRAVURA

- O videoclipe da canção *Around the World* (1992), do grupo Daft Punk, dirigido por Michel Gondry, é baseado na obra *Encontro*.



FIGURA 6 - ENCONTRO, 1944, GRAVURA

- A abertura da novela *Top Model* (de 1989, na rede Globo) é inspirada da obra “*Escada Acima e Escada Abaixo*, que mostra várias escadas de diversos ângulos em um mesmo lugar, já mostrada no início deste capítulo.

1.3 As múltiplas possibilidades oferecidas por Escher

O acesso a obra de Escher pode ocorrer por vários caminhos e motivos, mas, no campo da Matemática escolar essa aproximação tem se limitado ao campo da geometria, em especial, aos trabalhos de simetria merecendo assim, um estudo mais amplo sobre as obras desse artista. Diante disso, o foco deste trabalho estará voltado na necessidade de refletir mais amplamente sobre as obras de Escher no ambiente escolar, principalmente no campo da Educação Matemática, mas não se restringindo a ele, sendo que para isso alguns passos serão meticulosamente dados ao longo do texto que se segue.

Na verdade, a escolha do tema foi simples assim que eu iniciei o mestrado: bastaram alguns minutos de conversa com a orientadora do mestrado, para que de comum acordo e dentro da linha de pesquisa existisse um comprometimento para que este estudo fosse desenvolvido. Mas devido ao fato do tema ser apaixonante, e abrir um leque de opções bastante grande de possibilidades de estudo, eu não apresentava até a qualificação do mestrado um foco único para esta pesquisa, já que tudo era muito interessante e importante para mim. A consequência disso é que eu não conseguia deixar nada de lado, apesar de saber que dentro do prazo bem limitado oferecido por esta modalidade de mestrado institucional eu não conseguiria aprofundar nada do que estava proposto.

A indecisão ou quem sabe a gana de esgotar o assunto estava tão grande antes da qualificação que os professores responsáveis pela minha qualificação deste mestrado identificaram seis ou sete perguntas orientadoras no texto enviado para a banca. É evidente que esta multifocalidade não permitiria que a dissertação tivesse o grau de profundidade e importância necessárias para que pudesse ser dado o meu quinhão de contribuição na área da educação matemática, fato motivador deste mestrado. Antes do recorte feito em conjunto com a banca de qualificação, o texto inicial da dissertação apresentava várias perguntas orientadoras, as quais irei colocar aqui e, na seqüência, as justificativas que irão certificar o porquê da decisão tomada no que diz respeito ao foco do trabalho.

As questões que fizeram parte do texto original da dissertação foram as seguintes:

1. Qual valor simbólico era atribuído ao discurso dos matemáticos, em especial dos matemáticos que se relacionaram com Escher e o levaram a redimensionar sua obra gerando sua terceira fase?
2. Como o discurso escolar tem se apropriado das obras de Escher, no que diz respeito aos documentos escolares, notadamente no discurso presente nos livros didáticos e paradidáticos?
3. Que recursos matemáticos possibilitaram a realização destas obras mesmo havendo a negação por parte de Escher da intenção de usar a Matemática na sua prática?
4. Como o artista, o matemático, o aluno, ou pessoas de outros campos reconhecem ou não certo tipo de Matemática presente na obra de Escher?
5. Que condições culturais e sociais propiciaram e influenciaram a produção artística de Escher?
6. Como e que leituras – matemáticos e artistas – fizeram de sua obra nas diferentes fases do seu trabalho e que influências isso causou em sua obra?
7. Sob o olhar da Matemática acadêmica, em geral, as gravuras são associadas ao estudo da simetria, geometrias e da aproximação ao infinito, mas, partindo-se de outras perspectivas e saberes matemáticos – saberes estes produzidos no interior de outras práticas sociais – existiriam outras temáticas a serem exploradas na obra de Escher?

Logo, nota-se que seria realmente impossível numa dissertação de mestrado interinstitucional que apresenta um prazo menor do que os demais para a sua finalização responder com propriedade a todas as questões levantadas.

O que se pretende ao colocarmos as questões levantadas na qualificação e para indicar é indicar os motivos que nos levaram a abandonar o estudo de algumas delas como segue, isto é, após cada pergunta dar-se-á o motivo ou motivos que levaram a abandonar a questão outrora suscitada:

1. Qual valor simbólico era atribuído ao discurso dos matemáticos, em especial dos matemáticos que se relacionaram com Escher e o levaram a redimensionar sua obra gerando sua terceira fase? Com relação a esta questão primeiramente precisamos situar ao leitor o que se significa esta terceira fase. O trabalho de Escher apresenta três momentos distintos, sendo que na chamada terceira fase há uma apropriação da matemática por parte do artista, que o conduzirá na produção das últimas obras por ele produzidas. O abandono desta questão é justificado pela absoluta falta de material bibliográfico que permite um estudo mais aprofundado do tema.
2. Como o discurso escolar tem se apropriado das obras de Escher, no que diz respeito aos documentos escolares, notadamente no discurso presente nos livros didáticos e paradidáticos? Infelizmente, ao analisarmos vários documentos escolares constatamos que poucos utilizam este artista como exemplo para se trabalhar conteúdos matemáticos de Ensino Fundamental e Médio, e infelizmente aqueles que o apresentam fazem isso de forma repetida, sem qualquer criatividade. Logo, seria uma tarefa grande de pesquisa sem a possibilidade de ter um material consistente para futura análise.
3. Que recursos matemáticos possibilitaram a realização destas obras mesmo havendo a negação por parte de Escher da intenção de usar a Matemática na sua prática? O grande problema de se trabalhar com esta questão são as armadilhas que ela mesma apresenta na sua discussão: esta negação realmente existe, ou foi uma forma de Escher evitar que as pessoas atribuíssem significados para as suas obras? Esta discussão vai trazer resultados práticos para os matemáticos? Entendemos, assim, que este aspecto não – posto dessa forma – não parece relevante para ser um foco de pesquisa.
4. Como o artista, o matemático, o aluno, ou pessoas de outros campos reconhecem ou não certo tipo de Matemática presente na obra de Escher? Esta discussão é bem interessante e poderia ser feita sem maiores problemas, inclusive havia uma tendência no início da pesquisa de percorrer este caminho. Alguns alunos do Ensino Médio de uma das escolas que leciono inclusive participaram de uma nquete para auxiliar na escolha de quais gravuras poderiam ser usadas nesta análise. No entanto, as dificuldades de tempo e de se tirar as conclusões de forma mais consistente acabaram fazendo com esta questão também fosse abandonada
5. Que condições culturais e sociais propiciaram e influenciaram a produção artística de Escher? Evidentemente não há problema nenhum de se trabalhar com esta questão orientadora, mas em se tratando de um mestrado em educação matemática, procurou-se privilegiar estudos que pudessem auxiliar professores na

sua prática no que diz respeito ao que Escher pode oferecer dentro dos conteúdos da matemática curricular.

6. Como e que leituras – matemáticos e artistas – fizeram de sua obra nas diferentes fases do seu trabalho e que influências isso causou em sua obra? Aqui podemos dizer que o estudo seria tão amplo e tão rico que daria um material farto não para uma dissertação de mestrado e sim para uma tese de doutorado, dado a multiplicidade de caminhos que poderiam ser buscados a partir das leituras de matemáticos e artistas.

1.4 A definição da dissertação

Diante disso, optamos por deslocar nosso trabalho para as discussões que a obra desse artista suscita sob o olhar da Matemática produzida em diferentes práticas sociais. Na prática acadêmica, as gravuras, em geral, são associadas ao estudo da simetria, geometrias e da aproximação ao infinito, mas, partindo-se de outras perspectivas e saberes matemáticos – saberes estes produzidos no interior de outras práticas sociais – existiriam outras temáticas a serem exploradas na obra de Escher?

Pretendemos encaminhar essa discussão como foco da pesquisa, ressaltando que o objetivo será o de buscar sentidos que permitam ao professor de matemática ou de outras áreas de conhecimento ter a obra desse artista como uma aliada no que diz respeito à preparação, execução e aprimoramento no seu trabalho com os alunos notadamente de Ensino Fundamental e Médio

Sob a perspectiva o trabalho em questão objetiva responder então a seguinte questão:

Sob o olhar da Matemática acadêmica, em geral, as gravuras são associadas ao estudo da simetria, geometrias e da aproximação ao infinito, mas, partindo-se também de outras perspectivas e saberes matemáticos – saberes estes produzidos no interior de outras práticas sociais – existiriam outras temáticas a serem exploradas na obra de Escher?

Como já explicitado anteriormente, o foco deste trabalho estará voltado à necessidade de refletir mais amplamente sobre as potencialidades das obras de Escher principalmente no ambiente escolar, no campo da Educação Matemática, mas não se restringindo a ele, já que, como iremos discutir, as possibilidades são de uma riqueza sem tamanho, em se tratando deste renomado artista.

Diante disso, essa pesquisa segue uma abordagem qualitativa, com o uso de recursos metodológicos de cunho bibliográfico e historiográfico. Como procedimento metodológico pretendemos fazer pequenos ensaios temáticos com as obras de Escher, trabalhando

basicamente as idéias de simetria, da geometria não-euclidiana e da construção de mundos impossíveis dentro de suas gravuras, com o objetivo de verificar se essas diferentes práticas e experiências possibilitam outras leituras e significados matemáticos relacionados ao seu trabalho.

1.5 Organização do trabalho

Depois da árdua tarefa de se decidir o que exatamente estudar do artista, e tomando como base todas as considerações apontadas pela banca no momento da qualificação, a pesquisa tomou corpo e permitiu que fossem descortinadas as reais possibilidades de se estudar Escher na sua plenitude. Assim, o trabalho a partir do próximo capítulo está estruturado da forma descrita nas linhas seguintes.

No capítulo 2 a temática principal será apresentar ao leitor o artista Maurits Cornelis Escher, tanto no que concerne a sua trajetória pessoal, bem como as influências que o levaram a produzir obras com temáticas tão distintas ao longo de sua carreira. Ainda se procurará trazer quais foram as principais influências no que tange à produção deste notável artista, a fim de que entendamos por quais razões temos um trabalho tão peculiar que o caracterizam de forma única e peculiar.

Como referencial teórico para este capítulo podemos citar Janotti (2005, p. 16), que nos mostra que o uso das fontes históricas variou ao longo da história da humanidade no tempo e no espaço, de acordo com os interesses e objetivos dos historiadores em se apropriar destas informações.

Segundo Janotti (2005, p. 17) as fontes históricas podem ser as mais variadas possíveis, como: as documentais, arqueológicas, impressas, orais, biográficas, audiovisuais entre outras, sendo que todas elas têm um uso e uma importância que oscila de acordo com aquele que manipula essas informações.

As fontes biográficas se baseiam em estudos feitos de forma bastante intensa e meticulosa sobre a trajetória de uma pessoa que irá ser de interesse para um dado grupo de pessoas, sendo hoje largamente produzidas por interesses fortemente comerciais pelas editoras de livros.

Essa variedade de fontes buscam auxiliar o pesquisador a desenvolver o seu trabalho, desde que sejam trabalhadas com olhar atento e criterioso. Ou seja, é importante estar atento a: por que e por quem as fontes foram produzidas, em que época elas foram publicadas, quais são as releituras disponíveis sobre as fontes e qual é o panorama político-social e econômico no momento em que elas vieram a público e se tornaram fontes históricas.

Assim, nos parece relevante fazer um estudo biográfico deste artista a fim de entendermos algumas características presentes em suas estampas. Segundo Aguilhon (2005, p. 45).

a biografia é uma troca humana, é o que chamei um aperto de mão através do tempo. É um ato de solidariedade humana e, à sua maneira, um ato de reconhecimento e um ato de amor. Talvez a sua subjetividade romântica seja precisamente a sua força. Confirma nossa necessidade de encontrar nosso *self* no outro, de não estarmos sempre sós.

Dentro desta perspectiva, não há como estudar a produção de Escher sem citarmos o matemático Bruno Ernst, que visitou o gravador por 12 meses de forma semanal, a fim de repassar toda a produção artística e registrar isto de forma organizada. Deste trabalho originou-se o livro “O Espelho Mágico de M. C. Escher, escrito por Ernst e cuidadosamente revisado e repleto de comentários do artista. Ele é o principal ponto de partida para trabalhar um dos aspectos importantes dessa pesquisa, que é a relação da Matemática com o artista e vice-versa. Um outro livro importante que não pode ser deixado de lado como fonte histórica fundamental é M. C. Escher – Gravuras e Desenhos no qual o próprio artista se preocupa em comentar individualmente suas obras, passando para o apreciador de suas gravuras as técnicas, razões e interpretações que podem ser dadas para cada uma de suas produções. Além desses dois livros há outros que poderão ser usados como fontes importantes para produção da pesquisa, bem como sites da Internet que podem oferecer valiosos subsídios, já que para o verbete “Escher” no site de busca Google aparecem mais de 5 milhões de páginas que podem trazer novas informações para a pesquisa.

Ainda neste mesmo capítulo 2 serão mostradas as várias fases do trabalho de Escher, tomando como base dois parâmetros. Primeiramente, uma classificação feita por Bruno Ernst, que identifica 4 fases na obra deste artista. Em seguida uma classificação feita humildemente por mim, que leva em conta os diferentes momentos históricos e de conhecimento de matemática em que Escher viveu

No capítulo 3 será apresentado que relações existem entre as fases do trabalho de Escher e o momento histórico em que ele vivia para que, fazendo o cruzamento destas informações, possamos compreender melhor as gravuras que ele produzia. Ao se trabalhar com um tema que terá como centro um artista plástico que produziu sua obra no século passado, faz-se necessário a análise de fontes históricas que tragam elementos, evidências e fatos que permitam uma análise mais profunda do entorno social que influenciou a produção artística deste gravador.

Além disso, será feito o cruzamento entre a produção deste artista com a matemática produzida na época, bem como considerações feitas sobre a grande explosão do estudo da leitura de imagens no século passado.

Ainda neste mesmo capítulo, será trazida considerações feitas por Antonio Miguel sobre a obra de Escher, apresentando algumas características na linguagem visual do trabalho que mostram claramente esta ruptura com a geometria euclideana, criando um novo diálogo entre a linguagem das artes visuais e a linguagem matemática.

Tomando como base ainda o artista foco da nossa pesquisa, será feita uma relação entre arte e matemática, buscando enumerar os elementos que compõem a percepção visual, tentando trazer alguma idéia de como Escher trabalhou com esses elementos.

Não há como dissociar o modo de uma pessoa agir, pensar, falar, trabalhar com o meio no qual está inserida, não pensando em termos de qualquer tipo de determinismo, mas sim usando a idéia de campo e de *habitus* explicitados por Bourdieu (1930) e que posteriormente será aprofundado.

Nos capítulos 4, 5 e 6 se fará uma análise de algumas obras de Escher tomando como base alguns conteúdos da matemática dita curricular, como estudo das simetrias, do infinito, da geometria euclidiana e não euclidiana, o estudo das perspectivas, entre outros assuntos que podem facilmente ser estudados e ensinados a partir das obras desse artista. É evidente que não há como fazer uma análise de toda a sua obra; logo uma das tarefas difíceis foi privilegiar algumas gravuras e deixar outras tantas de lado, para que houvesse tempo necessário para encerrar este estudo no prazo estipulado dentro do programa do Minter.

A ênfase maior no capítulo 4 será estudar o estudo da divisão de superfícies na obra de Escher, bem como o estudo das reflexões, percorrendo sobre a questão das simetrias e isometrias, bem como aspectos ligados ao comportamento da luz em alguns tipos de superfícies, trazendo contribuições à Física.

Já no capítulo 5 será mostrado como Escher se apropriou das geometrias não euclidianas, mais precisamente da geometria hiperbólica. É claro que aqui se faz necessário apresentar o desenvolvimento da matemática nos estudos das diferentes geometrias, bem como a Física Clássica e a Física Moderna estão usando estes modelos para discutir a forma do Universo.

E dentro destes paralelos entre arte e matemática, o capítulo 6 oferece a possibilidade de se discutir a produção de estampas nas quais o impossível é retratado, em termos de produção de situações geométricas que somente são possíveis no papel, mas que jamais poderiam ser observadas na prática. É Escher brincando, iludindo, divertindo o apreciador da sua arte com a criatividade de sua mente engenhosa.

Finalmente as considerações finais oferecerá ao leitor as conclusões sobre o trabalho em questão, buscando nos referenciais teóricos suporte para algumas análises de como Escher e esta dissertação podem afinal de contas contribuir dentro da área educacional. Tomando como base as potencialidades que o trabalho desse artista oferece para o professor de matemática, serão dadas algumas sugestões da utilização de Escher e de como hoje a matemática dita curricular têm hoje se apropriado dele, à luz da Etnomatemática, privilegiando então o estudo da matemática dentro de certas práticas sociais. Pesquisadores como D'ambrósio (1996), Monteiro(2001), Vilela (2005), Mendes (2004), e Miguel (1995) foram minuciosamente estudados a fim de que estas conclusões fossem escritas.

Para finalizar, este capítulo ainda retrata as diferentes técnicas de gravuras que são citadas ao longo das figuras aqui mostradas, para que o leitor conheça um pouco mais sobre elas. A finalidade aqui é valorizar o trabalho do artista, pois fazer uma gravura, como será fácil de perceber pelas descrições das técnicas é muito mais difícil que executar um simples desenho.

2 A ARTE DA REVELAÇÃO: DECIFRANDO MAURITS CORNELIS ESCHER

2.1 Apresentando o artista

Maurits Cornelis Escher nasceu em 1898 na Holanda, na cidade de Leeuwarden sendo filho de um engenheiro hidráulico. Como outros gênios famosos da história da humanidade não era um aluno brilhante, sendo que foi duas vezes reprovado. A única matéria que ele se destacava era nas aulas de desenho, nas quais chegou a fazer as primeiras linoleogravuras (gravuras feitas numa placa feita de borracha bem flexível). O pai de Escher achava que ele deveria seguir carreira na área de ciências exatas e o matriculou na Escola de Arquitetura e Artes Decorativas, sob a orientação de um arquiteto bem renomado desta escola.

Porém, em pouco tempo, verificou-se que ele não tinha nenhuma inclinação nem talento para a área de arquitetura, e o futuro artista migrou para a área de Artes Decorativas. Quem o acompanhou então foi o professor Samuel Jesserun de Mesquita, que lhe ensinava técnicas de gravura artística, e ali ficou até 1922. Aprendeu técnicas de xilogravura (sobre as diferentes técnicas de gravuras, basta consultar o adendo no final deste capítulo), e foi considerado um aluno normal, sendo que o relatório oficial da escola (documento este que o professor Mesquita ajudou a escrever) dizia que ele era demasiado pouco artista e que faltava fantasia e idéias espontâneas. Escher manteve contato com o seu professor até 1944, ano que Mesquita e sua família foram assassinadas pelos alemães. O velho professor recebia de tempos em tempos provas dos seus trabalhos mais recentes, para que ele opinasse sobre as suas gravuras.

O ano de 1922 foi muito importante na vida deste artista, pois foi ele quando começou a realizar algumas viagens, encantando-se pela Espanha e Itália. Aproveitou estas primeiras viagens para fazer registros dos locais que ele visitava a partir de xilogravuras, técnica de gravura que ele aprendeu a dominar com Mesquita. Primeiramente o trabalho dele consistia em fazer, portanto gravuras das paisagens dos locais por onde ele passava, como mostra a figura a seguir:



FIGURA 7 - ESBOÇO A CORES DE AMALFI, BAIXA ITÁLIA
FEITO POR ESCHER

Tendo visitado a Itália, tomou gosto pelo país e acabou se estabelecendo por lá, tendo morado numa pensão entre os anos de 1922 e 1923 em Siena. Ali fez as primeiras xilogravuras de paisagens italianas. Acabou conhecendo a sua esposa, Jetta Umiker, com a qual casou em 1924, morando com ela e seus sogros em Roma. Em 1926 nasceu o primeiro filho, e ao se mudarem para um apartamento maior Escher sentiu mais tranquilidade para trabalhar. Até 1935 ele viveu e trabalhou com tranquilidade, como se fosse um italiano legítimo. Fazia muitas incursões por todas as partes da Itália, ganhando inspiração para novas produções artísticas a partir de esboços feitos durante as viagens.

Entretanto, a situação política de instabilidade que vivia toda a Itália acabou afetando o trabalho deste artista. Um dos episódios marcantes de sua vida naquela época foi quando o confundiram com uma pessoa que realizou um atentado contra o rei da Itália. Ele chegou a ser preso, mas foi liberado em seguida.

Outro fato marcante foi quando seu filho chegou da escola usando o uniforme da juventude fascista, isto o desgostou sobremaneira, e a família deixou a Itália.

Numa viagem à Espanha em 1937, outro incidente o levou para a prisão por algumas horas. Enquanto ele fazia uns esboços dos muros de proteção de Cartagena acharam que ele era um espião e confiscaram seus desenhos. No mesmo ano ele viajou para a Bélgica e

viveu ali num período difícil por causa do racionamento de alimentos causado pela guerra. Em janeiro de 1941 ele retornou à Holanda, país que não servia de fonte de inspiração externa para suas gravuras.

Ao fugir da Itália e da Bélgica por causa da Segunda Guerra Mundial, o artista um pouco contrariado com a situação, mudou o foco da sua obra, trabalhando com gravuras de figuras abstratas ou de desenhos inspirados em arabescos mouros que ele próprio teve a oportunidade de visualizar nas suas viagens pela Espanha

É aí que a vida e a obra de Escher sofreram uma reviravolta depois da visita que o artista fez ao palácio mourisco de Alhambra, em Granada, construído pelos árabes no século 13, durante a ocupação da Espanha. Esteve ali por duas vezes, a primeira, em 1926, a segunda, dez anos depois. Copiando obsessivamente os ornamentos decorativos das paredes do palácio, o holandês descobriu os segredos da divisão regular do plano. Escher podia não saber nada de Matemática, mas os árabes, sim. Um conhecimento, aliás, milenar. Usando polígonos regulares e congruentes, como triângulos, quadrados e hexágonos, eles criaram mosaicos de rara beleza, preenchendo as superfícies sempre sem sobreposição e sem deixar espaços ou lacunas entre as figuras.

Ao copiá-los, Escher acabou descobrindo os movimentos empregados para que o ornamento cubra-se a si mesmo: a translação, a rotação, a reflexão e a translação refletida, transformações que os matemáticos chamam hoje de isometrias, pois têm a propriedade de preservar a distância entre pontos. Alguns padrões permitem apenas um desses movimentos como simetria, outros, uma combinação de dois ou mais deles. Existem, ao todo, 17 grupos diferentes de combinações isométricas, que deixam um determinado ornamento invariante. Escher conseguiu chegar neles pelo estudo sistemático e pela experimentação.

Hoje, Escher é um nome de referência nos estudos de Geometria, sendo suas obras de rara composição, além dos padrões geométricos de pavimentação do plano, com suas simetrias, Escher tem várias obras usando reflexões em espelhos.

Em muitas obras de Escher pode-se perceber o interesse por sólidos geométricos simples como poliedros regulares, espirais no espaço e laços de Moebius. A admiração dele por formas cristalográficas naturais foi o ponto de partida disso. O irmão dele era professor de Geologia e escreveu um manual sobre Cristalografia e Mineralogia.

A cristalografia é uma ciência relativamente recente, já que a classificação dos cristais nos diferentes sistemas cristalográficos é datada do final do século XIX. Assim como acontece em vários vegetais e animais, nos cristais nota-se facilmente a existência de simetrias devido à disposição das moléculas dos cristais. A estrutura cristalina está caracterizada microscopicamente pela agrupação de íons, átomos ou moléculas que seguem um modelo de repetição

periódica, em todas as direções. É por isso que as faces do cristal só podem ter certas formas, pois acompanham as simetrias do modelo.

Os cristais formam-se com a alteração da temperatura, no interior da superfície terrestre. A massa de moléculas e de átomos funde e depois arrefece lentamente. À medida que se dá esse arrefecimento, os átomos se dispõem em estruturas simétricas. A estrutura molecular unitária é a base que determina a forma do cristal. Os cristais formam-se segundo a maneira como os seus átomos se ligam. Estes átomos formam sempre os mesmos padrões geométricos, uma vez que se dispõem sempre da mesma forma, a uma determinada temperatura.

Escher tornava-se lírico quando falava sobre cristais. Pegava num minúsculo cristal da sua coleção, colocava-o na palma da mão e observava-o como se tivesse acabado de recolher da terra o maior tesouro e nunca o tivesse visto na sua vida. Dizia ele: “Muito antes de o homem aparecer na Terra, já na crosta terrestre cresciam todos os cristais. Um dia o homem viu pela primeira vez a brilhar no chão um destes fragmentos de regularidade. Ou talvez o partisse com o seu machado de pedra. Desfez-se em partes e caiu-lhe aos pés. Pegou nele, examinou-o – e espantou-se. Há qualquer coisa de empolgante nas leis fundamentais dos cristais. Não são criação do espírito humano. “São” – existem independentemente de nós. Num momento de lucidez o homem pode, no máximo, descobrir que eles existem e dar-se conta deles. Ainda dizia: “Este maravilhoso cristalzinho tem muitos milhões de anos. Já estava na Terra muito antes de terem aparecido nela os seres vivos.”



FIGURA 8 - CRISTAL – 1947, XILOGRAVURA DE ESCHER

Realizou diversos trabalhos explorando as possibilidades dos poliedros, entre eles, a conhecida xilogravura Estrelas, de 1948. Maravilhado por suas formas, chegou a declarar

seu amor por eles, dizendo que no caos da sociedade moderna “representam de maneira ímpar o anelo de harmonia e ordem do homem”.

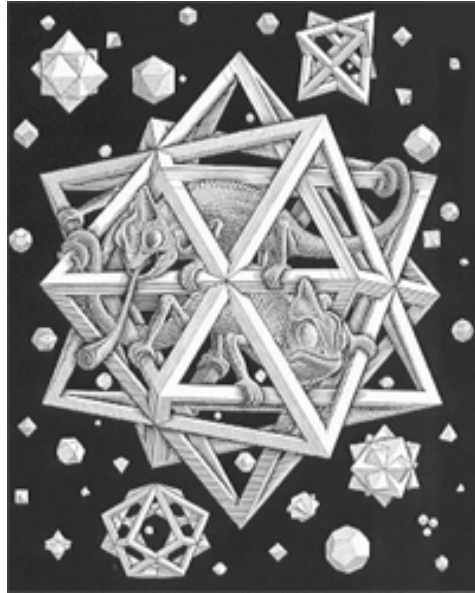


FIGURA 9 - ESTRELAS – 1948, XILOGRAVURA

Este interesse de Escher pelos cristais, e o estudo dos mosaicos árabes já citados anteriormente, deu a ele um mundo de imagens fantástico e paradoxal, repleto de Matemática, sem deixar de lado outros aspectos muito marcantes da sua obra.

Também há Matemática na divisão regular da superfície usada por Escher para criar suas famosas séries de metamorfoses, onde formas geométricas abstratas ganham vida e vão, aos poucos, se transformando em aves, peixes, répteis e até seres humanos. Esta precisão muito característica da Matemática deixou os críticos de arte sem saber como realmente classificar a obra deste artista, que foi ganhando a admiração de matemáticos, físicos, cristalógrafos entre outros profissionais.

A partir de 1946, por influência de familiares que estudavam a cristalografia incluiu em suas gravuras perspectivas e desenhos de sólidos geométricos simples. Nessa mesma época, um amigo inglês lhe apresentou as faixas de Moebius e o interesse de Escher por temas topológicos e aproximações do infinito foram surgindo. E, nos últimos vinte anos de sua existência suas principais obras tematizam o infinito.

Convém lembrar que muito mais do que uma produção artística, tendo as mais diversas fontes inspiradoras, os desenhos e gravuras representavam para Escher o seu sustento em tempos tão difíceis e sombrios na Europa assolada por duas grandes guerras. Dentre estes trabalhos podemos citar as ilustrações feitas para quatro livros e o de desenhista oficial numa expedição arqueológica para a Itália, ainda no início de sua carreira.



15. Auto-retrato, giz litográfico
(desenho por raspagem), 1943

FIGURA 10 - AUTO – RETRATO, 1943, LITOGRAFIA

Depois que a sua obra ficou mais conhecida surgiram algumas encomendas para decorar artefatos como: capas de revistas, papéis de embrulhos, caixas de bombons, ou uma de suas encomendas mais importantes: esboços para selos. Além disso, Escher recebeu do governo da Holanda a incumbência de fazer desenhos para as novas notas de dinheiro do banco holandês, que nunca chegaram a ser usadas, por haver divergências entre os traços dos seus desenhos e as especificações técnicas necessárias para evitar falsificações.

As encomendas mais suntuosas que foram concretizadas são painéis de mais de 4 metros presentes em alguns órgãos públicos da Holanda, como na Câmara de Leiden e no Correio de Haia, sendo que seu último trabalho de pompa foi o revestimento de ladrilhos de dois pilares numa escola numa cidade holandesa.



FIGURA 11 - PAINÉIS CONFECCIONADOS POR ESCHER SITUADOS NA CÂMARA DE LEIDEN - HOLANDA

Voltando a produção artística de Escher nos seus vários momentos como artista, a fase dos desenhos mais abstratos foi analisada por matemáticos da época como maravilhosa, de uma harmonia com os postulados matemáticos e revestida de grande perfeição e

perfeccionismo, porém sem que o próprio gravurista se atentasse para essa Matemática identificada por esses estudiosos. Somente quando o matemático Bruno Ernst começou a trocar correspondências com Escher, e outros matemáticos estiveram em contato com ele, é que ele passou a olhar para essa “Matemática” presente em sua obra.

Desse modo, num terceiro momento, a partir de contatos entre Escher e outro matemático - Coxeter, esse artista passa a se interessar em trazer parte da Matemática acadêmica como ponto de partida de sua obra, usando inclusive de geometrias não euclidianas, como a geometria hiperbólica, como podemos notar na xilogravura “Limite Circular III”:



FIGURA 12 - LIMITE CIRCULAR III, 1958, XILOGRAVURA

Depois que Escher voltou para a Holanda na década de 40 ele pôde ter uma produção artística sensacional mesmo morando num país frio, nebuloso e com uma variabilidade de paisagens bem menor da Itália e Espanha países que ele adorou visitar e morar. Por falar nisso, ele fez ainda várias viagens de cargueiro no Mediterrâneo, porém não encontrou mais inspiração externa para as suas estampas. Logo, o que prevaleceu mesmo na sua volta para a Holanda foram figuras bem peculiares dos mundos criados por ele. Só em 1962, quando adoeceu bastante e teve de submeter a uma grave operação, ficou parado por um tempo.

Em 1969 fez ainda uma estampa chamada “Serpentes”, uma xilogravura maravilhosa que mostrava que agudeza do olhar e a habilidade de suas mãos não tinham sido perdidas mesmo com a idade avançada. Em 1970, ele se mudou para Laren, ao norte da Holanda para uma casa onde os artistas podiam ter os seus próprios estúdios e serem cuidados, onde veio falecer em 27 de março de 1972.

2.2 Sobre as fases da obra de Escher

No livro “O Espelho Mágico de M. C. Escher” o matemático Bruno Ernst identifica quatro (4) fases no trabalho de Escher.

Na primeira fase que vai de 1922 até 1937 a grande temática do seu trabalho foi a confecção de gravuras de paisagens e pequenas cidades do sul da Itália. Deste período ainda podemos encontrar alguns retratos, animais, plantas e já uma pequena demonstração de querer fazer alguns desenhos diferentes com a interpenetração de mundos, como podemos observar na litografia “Natureza Morta com Espelho”, de 1934:



FIGURA 13 - NATUREZA MORTA COM ESPELHO, 1934, LITOGRAFIA

Segundo Ernst, o próximo período vai de 1937 até 1945, caracterizado pelos desenhos de metamorfoses, nas quais se observam ciclos e a passagem de figuras bidimensionais em tridimensionais, nas quais a simetria e o encaixe perfeito de formas são marcas do seu trabalho. A estampa “Colunas Dóricas” mostra de uma forma bem clara esta passagem da bidimensionalidade em tridimensionalidade:



FIGURA 14 - COLUNAS DÓRICAS, 1944,
XILOGRAVURA

De 1946 até 1956, Escher trabalha com gravuras subordinadas à perspectiva, nas quais Escher utilizava pontos de vista insólitos, ou vários pontos de vista, pontos de fugas e perspectivas. É nesta fase que ele também mostra interesse em sólidos geométricos, devido aos estudos que ele começa a fazer em mineralogia e cristalografia. As gravuras de Moebius também pertencem a este grupo:

226. Laço de Moebius II, xilogravura, 1963



FIGURA 15 - LAÇOS DE MOEBIUS II,
XILOGRAVURA, 1963

E por fim, a quarta fase vai de 1956 até 1970 e é caracterizada pelo período da aproximação do infinito, na qual ele faz várias gravuras que têm como tema central o infinito, mas ainda há a produção das figuras impossíveis, sendo que o ponto culminante da sua obra neste período é a litografia “Galeria de Arte”, uma obra-prima do seu trabalho:



FIGURA 16 - GALERIA DE ARTE, 1956, LITOGRAFIA

Porém, ao se estudar as gravuras de Escher, notam-se três momentos bem definidos da sua produção artística que tem uma íntima relação com o meio em que ele estava inserido e com as influências do meio científico e artístico da época.

A obra de Escher pode ser dividida em três momentos. Primeiramente o trabalho dele consistia na produção de gravuras de paisagens que registravam os locais por ele visitados em muitas de suas viagens. Depois, tendo que fugir da Itália por ocasião da Segunda Guerra Mundial, o artista um pouco contrariado com a situação muda o foco da sua obra trabalhando com gravuras de figuras abstratas ou de desenhos inspirados em arabescos mouros que ele próprio teve a oportunidade de visualizar nas suas viagens para a Espanha. As obras dessa fase são analisadas por alguns matemáticos sem que ele se atentasse para essa aproximação da matemática dita curricular com sua obra realizada por esses estudiosos.

Essa aproximação passa a ser revelada a Escher pelo matemático Bruno Ernst que troca correspondências com esse artista, abrindo espaço para que outros matemáticos também iniciassem esse contato.

Foi a partir desses contatos que Escher passou a olhar para aspectos matemáticos que permeavam e se mostravam presente em sua obra. Assim, num terceiro momento, a partir de contatos entre Escher e outro professor de Matemática chamado Coxeter, esse artista passa

a se interessar por trazer parte da matemática acadêmica¹ como ponto de partida de sua obra.

Desse modo, ao analisar essa passagem do segundo para o terceiro momento da obra desse autor, nossa intenção é compreender a natureza dessa aproximação, analisar quais conceitos matemáticos foram utilizados por Escher para inspirar suas gravuras e, principalmente, como esses conceitos foram ressignificados em sua obra.

Além disso, urge aqui a relevância em se analisar o significado que o discurso de um matemático tinha, na época de Escher, a fim de dimensionarmos algumas relações de poder e valor simbólico que puderam influenciar algumas das ações deste artista ao longo de sua produção como gravurista na terceira fase.

Para realizar essa investigação, partimos do entendimento que a matemática é um saber plural, ou seja, não há uma matemática única verdadeira, mas matemáticas que são produzidas, utilizadas e organizadas no interior de diferentes práticas sociais. Nesse sentido, as técnicas de gravura serão compreendidas como uma prática social que possui conceitos e procedimentos próprios deste tipo de produção associados ao estilo e inspirações de trabalho do artista.

Por tudo o que foi exposto até então, não podemos estudar este artista sem termos o conhecimento da trajetória de vida e profissional que o caracteriza e o tornou mundialmente conhecido. Isto significa que elas são essenciais na elaboração do desafio que nos propusemos a analisar, ou seja, as relações de Escher com as matemáticas e das matemáticas com Escher. Deste modo, tomaremos como referencial teórico os trabalhos advindos dos campos da Etnomatemática bem como da história da matemática centrada na perspectiva da prática social, conforme propõe Miguel (2002, p.27):

Prática social é toda ação ou conjunto intencional e organizado de ações físico-afetivo-intelectuais realizadas, num tempo e espaço determinados, por um conjunto de indivíduos, sobre o mundo material e/ou humano e/ou institucional e/ou cultural, ações estas que, por serem, sempre, e em certa medida, e por certo período de tempo, valorizadas por determinados segmentos sociais, adquirem certa estabilidade e realizam-se com certa regularidade.

Diante disso, torna-se relevante ressaltar mais uma vez que, partimos do princípio que não existe uma matemática, mas diferentes matemáticas produzidas, usadas e significadas nos contextos das práticas sociais nas quais estão inseridas. Como exemplifica Vilela (2006, p.12):

¹ Estamos nomeando por Matemática acadêmica, a Matemática produzida pelos os matemáticos profissionais que pesquisam em academias e institutos de pesquisas.

os numerais podem ter significações diferentes conforme os jogos de linguagem de que participam, como, por exemplo, uma quantidade, uma posição, um código, um número de telefone, uma data, etc. O número, nessa concepção, não é um conceito que está impregnado nos conjuntos de coisas que existem por aí no mundo físico das experiências, assim como não é uma entidade abstrata de um mundo platônico ou próprio da racionalidade humana que se aplica às coisas que existem, de modo que, em todos os casos em que são empregados permanecesse ou pudesse ser detectada uma essência comum. Ou seja, ocorre com as palavras ou conceitos da linguagem o mesmo que com o termo jogo que é usado de diferentes e variadas maneiras, não tendo, portanto um significado unívoco. Em relação aos significados matemáticos usados nos dois contextos aqui considerados, o escolar e o de rua, entendo que eles também participam de diferentes jogos de linguagem e, portanto, seus significados não convergem. Mantém, entretanto, no máximo, como diria Wittgenstein, uma semelhança de família.

Isto nos leva a pensar que a produção artística de Escher tinha para ele um determinado significado, que evidentemente não é o mesmo que um leigo ou que um matemático tem para a sua obra, já que os significados de seu trabalho, seja analisado tendo como meta extrair aspectos matemáticos ou não, acaba reverberando de maneiras diferentes de acordo com as superfícies receptoras e refletoras das nossas mentes.

3 A ARTE DA PERCEPÇÃO: COMPREENDENDO A PRODUÇÃO DO ARTISTA NO CONTEXTO HISTÓRICO – SOCIAL

3.1 Introdução

Não há como dissociar o modo de uma pessoa agir, pensar, falar, trabalhar com o meio no qual ela está inserido, não pensando em termos de qualquer tipo de determinismo, mas sim usando a idéia de campo que foi exaustivamente explorado por Bourdieu (2000) em seus textos.

Segundo Bordieu (2000) dentro do campo literário e artístico (que é o nosso objeto de estudo por ora) nenhuma análise de essência, nenhuma definição formal pode esconder que a afirmação da especificidade do literário ou do artista e da sua irredutibilidade a qualquer outra forma de expressão é inseparável da afirmação da autonomia do campo de produção que ela supõe e, ao mesmo tempo, reforça. Ele ainda nos fala que o movimento do campo literário ou do campo artístico para a autonomia pode ser compreendido como um processo de depuração em que cada gênero se orienta para aquilo que o distingue e o define de modo exclusivo, para além dos mesmos sinais exteriores, socialmente conhecidos e reconhecidos, da sua identidade.

Ainda Bordieu (2000) reforça a idéia de que de depuração em depuração, as lutas que têm lugar no campo da produção literária e artística trazem universos relativamente autônomos nessas áreas, que acabam originando um processo histórico que será a única forma legítima da análise da essência. As lutas que têm lugar em qualquer campo científico, intelectual, literário ou artístico têm o poder simbólico como coisa em jogo, isto é, o poder sobre um uso particular de uma categoria particular de sinais e, deste modo, sobre a visão e o sentido do mundo natural e social.

Ainda afirma Bordieu:

análise, em curso, de um universo econômico como o do campo dos produtores de habitação, reconhece um certo número de características já observadas em campos sociais como o da alta costura ou mesmo da pintura ou da literatura: sobretudo o papel dos investimentos destinados a produzir a crença no valor de um produto simultaneamente econômico e simbólico, ou o fato de, nesse domínio como em outros, as estratégias das operações dependerem da sua posição no campo da produção, quer dizer, na estrutura da distribuição do capital específico (no qual se deve incluir a reputação do nome da marca. (2000, p. 155)

Para compreendermos o trabalho de Escher e de que maneira ele se relaciona com a Matemática, faz-se necessário cruzar a trajetória deste artista com os movimentos políticos e sociais de sua época, em especial da 2.^a Guerra Mundial, e no Período Pós-Guerra, bem como a produção matemática, notadamente a partir da segunda metade do século passado.

3.2 Produção matemática no século XX

Segundo Boyer (1974, p. 366), a Matemática do século XX é marcada pela abstração e preocupação com a análise de grandes esquemas, porém, as aplicações nas diversas atividades profissionais conferem a ela um lugar de destaque no estudo da história da ciência. Aqui poderíamos citar a Mecânica Quântica, a Relatividade e a Astrofísica que tiveram na Física um tremendo avanço devido às aplicações Matemáticas. Desenvolver a Física traz como consequência direta avanços na Engenharia, e aqui podemos citar desde a construção das primeiras naves “mais pesadas do que o ar” até os computadores mais modernos que utilizam processadores que funcionam com uma velocidade admirável.

No artigo “Matemática do Século XX: O Século em Breve Revista”, Lawrence Shirley faz uma tabela na qual ela relaciona os grandes avanços da Matemática no século passado.

Década	Aplicada	Computadores	Pura	Educação e Sociedade
1900	Design de aviões	Babbage? (Oops! Século errado!)	Os 23 problemas por resolver de Hilbert	Os “primeiros” educadores matemáticos
1910	Sistemas elétricos e telefônicos, com fios		Principia Mathematica	
1920	Mecânica quântica		Fundamentos e lógica	Fundação do NCTM
1930	Teoria dos jogos Física atômica	Teoria da computabilidade Máquina de Turing Design de circuitos	Teorema da não completude de Gödel Bourbaki Topologia	Matemática “significativa”
1940	Criptologia Projecto de Manhattan Método Simplex	ENIAC Programação		How to Solve it
1950	Economia matemática Sistema interestadual de auto-estradas	UNIVAC Linguagem FORTRAN	Números primos	Preocupação com o currículo
1960	Engenharia aeroespacial	Linguagens COBOL e BASIC	Solução para a hipótese do contínuo	Revisão do currículo para uma “nova” Matemática
1970	Uso dos computadores na estatística			Filosofia de Lakatos
1980	Teoria do caos	Teorema das quatro cores, demonstrado com ajuda de computadores		
	Sistemas dinâmicos			
	Fractais			
		Uso mais alargado dos computadores na matemática	Teorema do empacotamento das esferas	Etnomatemática
1990	Cosmologia — teoria das cadeias	Redes de computadores ajudam a encontrar mais números perfeitos	Demonstração do último teorema de Fermat	Normas do NCTM

FIGURA 17 - PRODUÇÃO DA MATEMÁTICA NO SÉCULO XX

Nesta tabela podemos observar que em cada década do século passado tivemos avanços na matemática aplicada, no seu uso na informática, estudos de matemática pura, e

também alguns aspectos no que diz respeito à sua ação na educação e na sociedade, sendo dado destaque à Etnomatemática na década de 80. Ainda analisando a tabela vemos que na década de 30 tivemos estudos de topologia, assunto no qual Escher veio a se interessar mais tarde, bem como o estudo da matemática feito por um grupo intitulado Bourbaki, com grande destaque na França.

Em 1939 surge o primeiro volume de uma obra chamada "Elementos de Matemática", assinado por 'Nicolas Bourbaki', que esteve em desenvolvimento até meados da década de 60. Na realidade, os autores da obra eram um grupo de matemáticos que, sob esse pseudônimo, elaboraram um tratado que pretendia integrar de modo coerente e impecavelmente rigoroso os principais desenvolvimentos da matemática: as "Estruturas Fundamentais da Análise", com os subtítulos: Teoria dos Conjuntos, Álgebra, Topologia Geral, Funções de Variável Real, Espaços Vetoriais, Topologia e Integração. Ainda segundo Boyer (1974, p. 369), nesse grupo de matemáticos, quase todos franceses, o qual formou uma espécie de sociedade secreta, Jean Dieudonné e André Weil foram considerados os dois líderes mais ativos. Os trabalhos de Bourbaki caracterizavam-se por uma adesão completa ao tratamento axiomático, a uma forma abstrata e geral, retratando uma estrutura lógica. O lema do movimento era "um objeto matemático é a sua definição". Como consequência dessas idéias, surgiu um movimento conhecido como "Matemática Moderna", que tentava adaptar a formalização do movimento bourbakista para o ensino.

A chamada nos meios acadêmicos de Matemática Moderna teve seu apogeu nos Estados Unidos após a Segunda Guerra Mundial, por causa da Guerra Fria. Os americanos, temendo um maior poderio militar da antiga URSS, procuraram reforçar a matemática e a física para não ficar atrás do seu mais forte opositor político temendo uma corrida técnico-científica. A partir disso, intensificou-se a pressão para a modernização do ensino da Matemática e das Ciências, e o que se pretendia era uma nova abordagem da Matemática escolar que apresentasse esta disciplina de modo unificado, recorrendo à linguagem dos conjuntos e privilegiando o papel das estruturas, em especial das estruturas da álgebra abstrata. Isso se traduziu numa visão formalista da Matemática, linguagem simbólica das estruturas algébricas, rigor e ainda na formalização precoce dos conceitos. A partir de uma atitude governamental, a reformulação do ensino se concentrou no currículo. O governo norte-americano entendia que o melhoramento do currículo iria coroar de êxito toda aquela questão da corrida técnico-científica, produzindo uma nova geração de cientistas. Especulava-se neste ato uma visão mecanicista: a crença de que a solução seria apenas alterar um currículo, sem entendimento do "macro" mundo da educação. Este fenômeno de mudança curricular aconteceu também na mesma época em países europeus e logo depois no Brasil. Ainda segundo Kline (1976, p. 96), os matemáticos modernos defendiam as idéias do

desenvolvimento lógico como a estrada para a compreensão; da importância do rigor em Matemática bem como da precisão através da terminologia; e do simbolismo tanto quanto da ênfase na “Matemática pelo que ela representa” (KLINE, 1976, p.97). Os matemáticos modernos denominavam a Matemática tradicional “Matemática pré-1700” e consideravam sua linguagem imprecisa e ultrapassada.

Contrariamente a seu colega alemão, seu grande rival do período anterior à guerra, a comunidade Matemática francesa não sai totalmente sufocada do segundo conflito mundial. Aliás, muito estimulada pela efervescência intelectual que os bourbakistas e franco-atiradores como Jean Leray continuam causando, a França, com a paz reencontrada, vai colecionar honrarias. Ela arremata em especial, entre 1950 e 1966, um terço das medalhas Fields. Este prêmio, equivalente ao Nobel de Matemática, é atribuído todos os anos a pesquisadores com menos de quarenta anos. Laurent Schwartz é coroado em 1950 por sua "teoria das distribuições", Jean-Pierre Serre em 1954 por seus trabalhos em Matemática pura e René Thom, que se tornou célebre por sua "teoria das catástrofes", em 1958. Em 1966, será a vez do genial Alexander Grothendieck, especialista em geometria algébrica, alguns anos antes de decidir parar definitivamente com a Matemática e viver como ermitão.

3.3 Século XX: a grande explosão do estudo da leitura das imagens

A partir do momento que as primeiras produções artísticas foram produzidas e legitimadas como obras de arte, com grande valor comercial pelos críticos, ou simplesmente apreciadas pelo público em geral, havia o interesse de se decifrar ou ler aquilo que estava representado no trabalho do artista. E esta tarefa de ler uma imagem é uma habilidade que tem sido muito desenvolvida nos últimos anos devido às inovações tecnológicas que estamos presenciando em todas as áreas para melhorar as condições de vida do ser humano. A invenção da fotografia, do cinema, da televisão e o impacto da Internet nas nossas vidas nos obrigam a ter uma facilidade em se fazer leituras de imagens que não era tão essencial para os nossos antepassados.

Mas qualquer imagem pode ser lida? Ou, pelo menos, podemos criar uma leitura para qualquer imagem? E, se for assim, toda imagem encerra uma cifra simplesmente porque ela parece a nós seus espectadores, um sistema auto-suficiente de signos e regras? Qualquer imagem admite tradução em uma linguagem compreensível, revelando ao espectador aquilo que podemos chamar de narrativa da imagem?

Segundo Manguel (2006), as sombras na parede da caverna de Platão, os letreiros de néon em um país estrangeiro cuja língua não falamos, o formato de uma nuvem que Hamlet

e Polônio vêm no céu, certa tarde, o letreiro Bois-Charbon que se lê Police quando se vê de certo ângulo, a escrita que os antigos sumérios acreditavam poder ler nas pegadas dos pássaros sobre a lama do rio Eufrates, as figuras mitológicas que os astrônomos gregos identificavam na concatenação dos pontos assinalados por estrelas distantes, o nome de Alá que o fiel vislumbrou num abacate aberto e no logotipo dos artigos esportivos da Nike, a escrita ardente de Deus na parede do palácio do Baltazar, sermões e livros que Shakespeare encontrou em pedras e regatos, as cartas de tarô por meio das quais o viajante de Calvino lia narrativas universais em “O castelo dos destinos cruzados”, paisagens e imagens identificadas por viajantes do século XVIII nos veios de pedras de mármore, o bilhete rasgado de um quadro de avisos e realojado em uma pintura de Tapies, o rio de Heráclito que é também o fluxo de tempo, as folhas de chá nas quais os sábios chineses acreditam poder ler nossas vidas, o vaso estilizado do Sahib Lurgan que quase se recompõe por inteiro diante dos olhos incrédulos de Kim, a flor de Tennyson na parede gretadas, os olhos do cão de Neruda nos quais o poeta descrente via Deus, o He kohau rongorongo, ou “pau que fala”, da Ilha de Páscoa, que sabemos guardar uma mensagem indecifrada até hoje, a cidade de Buenos Aires que, para o cego José Luis Borges, era “uma mapa das minhas iluminações e dos meus fracassos”, os pontos de costura na roupa de Kisima Kamala, alfaiate de Serra Leoa, nos quais ele viu o futuro alfabeto da escrita mande, a baleia errante que São Brendam tomou por uma ilha, os três picos das Montanhas Rochosas que delineiam o perfil de três irmãs contra o céu ocidental do Canadá, a geografia filosófica de um jardim japonês, os cisnes selvagens em Coole, nos quais Yeats decifrou nossa transitoriedade- tudo isso oferece ou sugere, ou simplesmente comporta, uma leitura limitada pelas nossas aptidões.

Já que a natureza e os frutos do acaso são passíveis de interpretação, de tradução em palavras comuns, no vocabulário absolutamente artificial que construímos a partir de vários sons e rabiscos, então estes sons e rabiscos vão permitir a construção de um acaso ecoado e de uma natureza reflexiva no qual iremos criar um mundo paralelo de palavras e imagens que nos darão totais subsídios para que entendamos o mundo real.

Enquanto as palavras escritas fluem constantemente para além dos limites das páginas de um livro, as imagens se apresentam à nossa consciência instantaneamente encerrada pela moldura, em uma superfície específica. Com o passar do tempo podemos, entretanto ver mais ou menos detalhes em uma imagem, sondar mais fundo e descobrir mais detalhes, associar e combinar outras imagens emprestar-lhes palavras para contar o que vemos, mas, em si mesma, uma imagem existe no espaço que ocupa independente do tempo que reservamos para contemplá-la. Quando lemos imagens sejam elas pintadas, esculpidas, fotografadas ou encenadas atribuímos a elas o caráter temporal da narrativa.

Isto é, ampliamos o que é limitado por uma moldura através da arte de contar histórias para algo com uma vida infinita e inesgotável.

Podemos afirmar que o vocabulário que utilizamos para fazer a narrativa de uma imagem que está a nossa frente é determinado não apenas por aquilo que os críticos de arte definem como sendo os parâmetros fundamentais para a sua interpretação, mas também se levando em conta um leque multifacetado de experiências do leitor. Construimos nossa narrativa por meio de ecos de outras narrativas, por meio da ilusão do auto-reflexo, por meio do conhecimento técnico e histórico, por meio do engenho, do engodo, do preconceito, dos devaneios e de nosso estado de espírito no momento que “lemos” a obra ou construimos a narrativa.

A imagem de uma obra de arte existe em algum lugar entre percepções: entre aquele que o artista imaginou e aquela que ele traduziu na sua obra; entre aquilo que vemos e sentimos e aquilo que falamos dela. Quando observamos, por exemplo, uma das gravuras de Escher ela pode parecer perdida num abismo de incompreensão formado por um conjunto de interpretações múltiplas. As leituras de obras de arte existem desde o início dos tempos, mas não conseguem com eficácia substituir as obras de arte, pois os sentimentos, percepções e pensamentos evocados quando se “lê” uma obra de arte varia de indivíduo para indivíduo, de acordo com o capital social, antropológico, cultural e intelectual. Toda a imagem é um mundo, um retrato cujo modelo apareceu em visão sublime, banhada de luz, facultada por uma voz interior, posta a nu por um dedo celestial que aponta, no passado de uma vida inteira, para as fontes de expressão e inspiração. Logo, a criação de um sistema coerente para ler imagens não é tão simples de criar como para ler a escrita. Isto ocorre porque enquanto num texto escrito o significado dos signos deve ser estabelecido antes que eles possam ser gravados na argila, no papel ou numa tela eletrônica, o código que nos habilita a ler uma imagem está impregnado de experiências anteriores e é criado após a imagem se constituir, tendo assim características bem específicas dessa habilidade.

Se por um lado, a tarefa de leitura das imagens permeiam todas as questões que foram levantadas até o momento, outro viés interessante a ser discutido agora seria os efeitos da multiexposição de imagens, sejam elas obras de arte ou não, nos meios midiáticos da nossa sociedade. Segundo Durand (2004), a civilização da imagem permitiu a descoberta dos poderes da imagem, aprofundou as definições, os mecanismos de formação e as deformações e elipses da imagem.. Por sua vez a explosão das imagens de vídeo já criou um efeito contrário, já que a imagem “enlatada” paralisa qualquer julgamento de valor por parte de um consumidor passivo, já que o valor depende de uma escolha, na qual o espectador será orientado pelas atitudes coletivas da propaganda.

A violentação das massas pelo poder dos meios de comunicação ocasionam um mal tão grande quanto a incapacidade de se fazer a leitura de imagens, já que a voracidade ou a falta de apetite com que se vê tudo o que se passa por exemplo na televisão cria uma vulgarização da imagem no sentido de não dar a ela o devido respeito ou o valor.

E aí reside todo o problema: como as pessoas estão constantemente em contato com imagens nas suas atividades diárias, não há tempo suficiente para que elas sejam internalizadas, analisadas e interpretadas a fim de que elas façam sentido e diferença em suas vidas. Logo, quando se fala em analisar as relações de Escher com a matemática e da matemática com Escher, isto envolve tempo, dedicação e empenho para que estas leituras de imagens sejam feitas sem deformações. Este perigo é premente, pois, quanto mais uma sociedade é informada mais as instituições que a fundamenta se fragilizam, trazendo para o espectador aqui no nosso caso uma castração ao imaginário, um nivelamento de valores e uma submersão e erosão dos poderes constitutivos por uma revolução civilizacional que escapa de qualquer controle individual ou coletivo.

Segundo Miguel (2005) o trabalho de interpretar imagens ganha em Escher contornos bem mais complexos do que em outros artistas plásticos. Ele afirma que cada uma das gravuras de Escher não é apenas algo a ser visto, mas sim um problema a resolver, um convite ao exercício do raciocínio, da inteligência e, nesse sentido, a beleza do desenho só se manifesta após o enfrentamento raciocinado de algo que provoca no observador um estranhamento inicial. A beleza não flui imediatamente de um simples ato de contemplação passiva, mas é construída ativamente através do esforço de uma participação analítica do observador.

Logo, ao se analisar as gravuras de Escher notam-se forças de tensão entre razão e emoção que não permitem ao apreciador excluir uma das partes e que também estiveram presentes no momento que o gravurista fez as suas maravilhosas estampas. A forte impressão que nos passa ao analisar a sua produção artística, e que cada gravura é minuciosamente planejada, matematicamente estudada e refeita até atingir o efeito visual desejado.

Ainda segundo Miguel (2005), tanto a matemática quanto a arte apresentaram uma mudança de rumo no que diz respeito à concepção euclidiana do mundo em termos de espaço e da estética da divina proporção associada a ela no final do século 19. Neste sentido Escher utilizou-se desta matemática, trabalhando com uma nova estética que rompe com a geometria euclidiana em alguns momentos da sua trajetória. Ele apresenta algumas características na linguagem visual do seu trabalho que mostram claramente esta ruptura com a geometria euclideana, criando um novo diálogo entre a linguagem das artes visuais e a linguagem matemática. Estas características serão apresentadas nas próximas linhas.

Uma primeira característica da linguagem visual escheriana é a sua quase obsessão pelo desenho gráfico de mundos ou de projetos arquitetônicos impossíveis de serem construídos ou viabilizados no espaço físico em que vivemos. Isso faz com que essa linguagem se deixe orientar, ainda que não intencionalmente, por uma nova concepção de espaço que está subjacente às chamadas geometrias não euclidianas, as primeiras das quais foram propostas, no final do século XIX, pelo matemático russo Nicolai Ivanovich Lobachevski (1793-1856), pelo matemático húngaro Janos Bolyai (1802-1860) e pelo matemático alemão Bernhard Riemann (1826-1866). Após exaustivas e infrutíferas tentativas de demonstração do quinto postulado da geometria euclidiana ao longo da história e o reconhecimento de que esse quinto postulado era, de fato, um postulado e não um teorema, os criadores dessas novas geometrias tiveram a genial idéia de substituir esse postulado euclidiano por outro, sem dar importância ao fato de se o novo postulado se adequava ou não àquilo que os nossos olhos pareciam nos informar e atestar como verdadeiro acerca do espaço físico real. Acabaram desse modo, construindo outras geometrias tão internamente consistentes como a euclidiana, e levantaram, conseqüentemente, a surpreendente e inusitada questão acerca do espaço físico em que vivemos. Seria de fato ele euclidiano ou seria legítimo afirmar que há vários espaços físicos possíveis e espaços dentro de espaços e mundos dentro de mundos?

Escher nos sugere através de suas obras é que o espaço físico não é um produto divino que uma única geometria deveria fielmente retratar e a arte dar visibilidade. É o cosmos que deveria se submeter as múltiplas interpretações de diferentes linguagens humanas e não mais as linguagens humanas submeterem-se a uma suposta interpretação única e previamente divina do cosmos. Logo o espaço físico em que vivemos não é um produto exclusivo da natureza mas sim um espaço simbólico que permite infinitas leituras humanas, não devendo portanto ser falado no singular (espaço), mas sim no plural, ou seja, espaços.

Uma segunda característica da obra de Escher diz respeito ao amplo emprego de uma concepção dinâmica e transformacional do espaço, que acaba tendo ressonância com a proposta feita pelo matemático Christian Felix Klein (1849-1925). Klein defendia uma nova forma de se conceber um objeto de estudo a partir das noções de movimento e de transformação, não se preocupando com o estado estático das figuras geométricas, mas sim com o estudo dinâmico das propriedades de uma figura que se revelassem invariantes depois de submetidas a vários tipos de transformações, mudanças de caráter fortemente topológico.

Muitas das figuras de Escher seguem e exploram as idéias de movimento e transformação, seja as quais deformam uma figura que só teria aquele formato se fosse vista através de uma bolha ou de gota de água, ou por metamorfoses na figura que induzem

ao observador a um movimento causado pela mudança de forma, cor ou equilíbrio da figura. E não nenhum outro artista que faça isso de uma forma tão perfeita como ele.

Uma terceira característica da obra de Escher diz respeito ao amplo emprego intuitivo da concepção de infinito atual presente na teoria dos números transfinitos, proposta, no final do século XIX, pelo matemático Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor (1845-1918), idéia que contradiz a de infinito potencial. Enquanto o infinito potencial está ligado à idéia de não exauribilidade de uma grandeza, quer quando ela vai ficando cada vez maior, quer quando ela fica cada vez menor, o infinito atual segundo Cantor está ligado à noção de auto-reflexividade ou auto-representatividade, que permite comparar conjuntos infinitos em matemática. Escher trabalha esta idéia do infinito de várias formas diferentes, seja utilizando a geometria hiperbólica, ou seja, a partir das figuras auto reflexivas presentes em muitas de suas obras.

A quarta e a última característica segundo Miguel está relacionada à idéia de que cada uma de suas gravuras é algo mais do que ser visto: é, antes de mais nada, um problema a resolver, um convite ao raciocínio e à inteligência e, nesse sentido, a beleza do desenho se manifesta apenas após o enfrentamento raciocinado de algo que provoca no observador um estranhamento inicial. A beleza não flui imediatamente de um simples ato de contemplação passiva, mas é construída ativamente através do esforço de uma participação analítica do observador.

Isso significa que cada obra de Escher não é apenas fruto da emoção de quem a observa e muito menos a do próprio artista. Tudo acontece como se ele estivesse brincando com cada um de nós, como num livro de achar onde está o personagem perdido ou escondido. Cada gravura é minuciosamente planejada, matematicamente estudada e refeita até atingir o efeito desejado; nada é fruto do acaso. Ele tenta nos confundir trazendo a fantasia como elemento desestabilizador da forma de nós olharmos o mundo já que temos uma maneira que os nossos olhos enxergam o mundo habitual e culturalmente.

3.4 A percepção visual e Escher

Se alguém quer entender uma obra de arte, deve antes de tudo encará-la como um todo. O que acontece? Qual o clima das cores, a dinâmica das formas e as reais intenções do artista? Antes de identificarmos quaisquer elementos, a composição total da obra de arte faz uma afirmação que não podemos desprezar. Se há um algum tema relacionado à obra do artista não podemos desprezar, porque nada pode ser impunemente deixado de lado pelo observador. Guiados com segurança pela idéia geral do artista, tentamos reconhecer

as características gerais e, em seguida, explorar os detalhes que ficam pendentes, e assim toda a riqueza da obra se mostra e, com vigor, conhecemos toda a mensagem que o artista quis nos passar.

É exatamente nesta direção que o artista trabalha: o seu desejo é que o observador, munido ou não de um arcabouço de idéias sobre percepção visual receba parcial ou integralmente a mensagem que ele quis consciente ou inconscientemente passar a cada um de nós. Uma das ferramentas que pode ser utilizada para interpretarmos obras de arte é análise dos elementos que devem ser utilizados para se trabalhar com a percepção visual, a qual de forma alguma irão substituir a nossa intuição, mas sim dar a cada um de nós mais elementos a fim de que cheguemos mais perto da aquilo que o artista pensou essencialmente passar a cada um de nós.

Usando como base conceitos e dados disponíveis da psicologia da percepção, tomando como base elementos trazidos por ARNHEIM (1980) as categorias que aqui serão apresentadas têm como objetivo extrair princípios subjacentes e mostrar relações estruturais que irão tornar os elementos presentes da obra comunicáveis e que irão confirmar sentimentos ou desvelar intenções que não estão a princípio bem claras para quem apreciam uma obra de arte. As categorias que irão ser esclarecidas nas próximas linhas são as seguintes: o equilíbrio, a configuração, a forma, o desenvolvimento, o espaço, a luz, a cor, o movimento, a dinâmica e a expressão. Assim, poderemos discutir melhor os elementos estudados na percepção visual e as obras de Escher.

3.4.1 Equilíbrio

Em Física, dizemos que uma partícula está em equilíbrio quando a força resultante sobre ela é igual a zero. Isto não significa que não podem existir forças sobre ela, mas sim que, caso elas existam elas devem se distribuir de tal maneira sobre a partícula que certamente se anularão. Numa obra de arte os elementos devem ser distribuídos de tal maneira que resulte um estado de equilíbrio. Esta necessidade de equilíbrio não perpassa por preferências estilísticas, psicológicas ou sociais, mas sim uma qualidade necessária dos padrões visuais.

Numa composição equilibrada, todos os fatores como configuração, direção e localização determinam-se mutuamente de tal modo que nenhuma alteração parece possível, e o todo assume o caráter de necessidade de todas as partes. Uma composição desequilibrada parece acidental, transitória e, portanto inválida. Seus elementos apresentam uma tendência para mudar de lugar ou forma a fim de conseguir um estado que melhor se relacione com a estrutura total.

Uma das maneiras de se obter equilíbrio numa obra de arte é pela da simetria, mas não é a única. Por simetria entendemos aqui deixar duas partes de uma composição exatamente iguais. Na maioria das vezes o artista trabalha com algum tipo de desigualdade, o que terá na obra o efeito de realçar algum elemento sem que haja evidentemente um abandono das questões de equilíbrio.

Equilíbrio ou desequilíbrio; possível ou impossível; dia ou noite; geometria euclidiana ou não euclidiana; bidimensionalidade e tridimensionalidade? A dicotomização é uma marca tão presente no trabalho de Escher que fica difícil avaliarmos que a busca de equilíbrio era um alvo a ser atingido dentro de suas produções. Para isso, a análise deveria ser feita em todas as suas obras, evitando qualquer tipo de generalização.

3.4.2 Configuração

O pensamento psicológico recente considera a visão uma atividade criadora da mente humana. A percepção realiza ao nível sensório o que no domínio do raciocínio se conhece como entendimento. O ato de ver de todo homem antecipa um modo modesto a capacidade, tão admirada no artista, de produzir padrões que validamente interpretam a experiência de forma organizada. O ver é compreender.

A configuração perceptiva é o resultado de uma interação entre o objeto físico, o meio de luz agindo como transmissor de informação e as condições que prevalecem no sistema nervoso do observador. Como a luz se propaga em linha reta e não atravessa os corpos que não sejam transparentes ou translúcidos, o que vemos dos objetos é seu aspecto exterior, vistos evidentemente de uma certa perspectiva ou ponto de vista. A vista frontal de um objeto é diferente de uma visão lateral.

A forma com que vemos um objeto também depende da influência do passado. Quando os primeiros navegadores chegaram à América (o chamado Novo Mundo), os nativos não conseguiram identificar as naus e as caravelas como tais, pois nunca tinham experimentado o contato visual com aqueles “objetos” anteriormente. Isto quer dizer que a forma de um objeto não depende apenas de como a luz sensibiliza os cones e os bastonetes (células fotos-receptoras) presentes na retina, camada mais interna dos nossos olhos, mas também da totalidade das experiências visuais que tivemos com aquele objeto ou com aquele tipo de objeto durante toda a nossa vida.

Toda experiência visual é inserida num contexto de espaço e tempo. Da mesma maneira que a aparência dos objetos sofre influência dos objetos vizinhos no espaço, assim também recebe influência do que viu antes. Mas admitir estas influências não é querer

afirmar que tudo que circunda um objeto muda a sua forma ou a sua cor ou ainda dizer que a aparência de um objeto é apenas o produto de todas as influências exercidas sobre ele. Não se pode menosprezar a influência de experiências passadas, já que elas permitirão ao observador estabelecer relações entre o desenho ou imagem analisada com resgates da memória de situações anteriores já vividas. No que diz respeito às obras de Escher, podemos afirmar que elas terão as mais diversas interpretações, já que não há uma única forma de analisá-las pois dependerá de quem as observa num dado momento histórico. Um estudante de Matemática observará configurações que um leigo ou que um artista plástico não conseguirá notar com a mesma acuidade visual.

3.4.3 Forma

Como diferenciar forma de configuração? O pintor Bem Shahn, citado por Gombrich, define forma como sendo a configuração visível do conteúdo. Quando percebemos a configuração, consciente ou inconscientemente, nós a tomamos para representar algo, e desse modo ser a forma de um conteúdo.

A feitura de uma imagem artística ou não, não começa da projeção ótica do objeto representado, mas é um equivalente, executado com as propriedades de um meio específico daquilo que se observa no objeto. Isto significa que a forma não é determinada apenas pelas propriedades físicas do material, mas também pelo estilo de representação de uma cultura ou de um artista individual. Se analisarmos as obras de arte do período cubista, há uma forma bem característica de se representar os seres humanos que não se verifica em outros momentos da nossa história. Já para outros artistas formas geométricas como uma mancha plana colorida podem representar objetos bidimensionais ou tridimensionais, dependendo da intenção do artista.

A expressão comunicada por qualquer forma visual é apenas tão clara quanto os aspectos perceptivos que a transmitem. Elementos como direção, curvatura, claridade e posição espacial são definidos de tal modo que a forma visual oferece um entrelaçado simples de elementos simples, mas que junto com a cor, a massa e o contorno oferecem a mensagem para o espectador.

No caso das obras de Escher é a forma que mais surpreende o espectador e que permite as mais diversas interpretações. Ele mesmo diz que brinca com cada um e nós ao fazer algumas figuras que, em princípio nos parecem indecifráveis mas que na verdade reserva ao observador mais atento um deleite no que diz respeito àquilo que ele ousou representar. Ele indagava: “Por que se tem de meter sempre o nariz na triste realidade? Por

que não se pode brincar? Por vezes tenho a impressão: pode ser assim?” E com isso ele se sentia muito à vontade para se trabalhar com as formas mais incomuns e inusitadas que acabavam refletindo na genialidade das suas composições.

3.4.4 Espaço

A geometria nos diz que três dimensões são suficientes para descrever a forma de qualquer sólido e as localizações dos objetos em relação mútua a qualquer momento dado. Se for necessário considerar também as mudanças de forma e localização, deve-se acrescentar a dimensão do tempo às três dimensões do espaço.

No estágio da primeira dimensão, a concepção espacial limita-se a uma marca linear, sem a preocupação de se criar uma forma ou de se ter um ente corporificado, definido apenas por sua localização relativa. Uma mente presa a esta concepção elementar de espaço seria realmente primitiva e não aprenderia mais do que se pode perceber acontecendo por detrás de um orifício.

Uma concepção bidimensional produz dois grandes enriquecimentos. Primeiro oferece extensão do espaço e as diversas possibilidades de tamanho e forma. Segundo, acrescenta à simples distância as diferenças de direção e orientação. Podem-se diferenciar as configurações de acordo com muitas direções possíveis para as quais apontam e com diversas posições, e trabalhar com a idéia de movimento.

Já por sua vez o espaço tridimensional oferece liberdade completa: a forma estendendo-se em qualquer direção perceptível, arranjos infinitos de objetos e a mobilidade total que o espaço bidimensional não consegue oferecer. A imaginação não pode ir além destas três dimensões espaciais, a não ser que seja por uma construção intelectual.

As linhas que caracterizam um espaço unidimensional podem ser de três tipos: linha objeto, linha hachurada e linha de contorno. A primeira é aquela que em si só já representa um objeto unidimensional, como se fossem lavradas em ferro ou em qualquer outro metal, e que quando interceptadas guardam entre si as características individuais. O conjunto de linhas individuais pode criar um padrão global formando uma superfície coerente. Neste caso elas agirão como linhas hachuradas, muito utilizadas principalmente nos desenhos e gravuras, especialmente na xilogravura. Em muitas obras de Escher podemos perceber a utilização destas linhas para representar a curvatura em mais uma direção, para dar a idéia de uma sela. Isto é, a curvatura de linhas hachuradas paralelas pode representar a flexão de uma superfície em profundidade. Já a linha de contorno tem uma função importante: será a região limítrofe de um objeto bidimensional, tornando-se parte de um todo. A influência da

linha de contorno na superfície interna induzida varia com a distância. Quanto maior for a área fechada, mais fraca será a influência da linha de contorno e o efeito diminuirá à medida que nos afastamos do centro. E ainda dependerá também do tamanho relativo dessa área em relação às figuras próximas.

Sobre imagens bidimensionais, a discussão mais rica que se pode fazer diz respeito a questão de figura e fundo. Há muitos casos em que a bidimensionalidade prevalece no sentido de que a imagem consiste de dois ou mais planos ou espaços pouco profundos que se estendem paralelamente ao plano frontal e aparecem a distâncias diferentes do observador. A bidimensionalidade como sistema de planos frontais é representada na sua forma mais elementar pela relação figura-fundo. Não se consideram mais do que dois planos. Um deles tem que ocupar mais espaço do que o outro e, de fato, tem que ser ilimitado: a parte imediatamente visível do outro tem que ser menor e confinada por uma borda. Uma delas se encontra na frente da outra. Uma é a figura, e a outra, o fundo.

À medida que se prossegue da relação figura-fundo limitada entre dois planos até o amontoado de objetos visuais frontais de modo mais geral, entendemos que se trata de um caso especial de subdivisão. Na organização de figuras planas, descobriu-se que a subdivisão ocorre quando uma combinação de partes autocontidas produz um padrão estruturalmente mais simples do que o todo indiviso. Esta regra serve não apenas para a segunda dimensão, mas também para a terceira dimensão. Áreas fisicamente localizadas no mesmo plano pictórico se separam em profundidade e assumem uma configuração figura-fundo porque a simplicidade aumenta quando a unilateralidade do contorno é inconteste e quando o fundo pode ser visto como se continuasse sem interrupção, sob a figura.

Podemos agora discutir um pouco sobre a representação do tridimensional numa obra de arte no que diz respeito ao espaço. Primeiramente é necessário entender por qual motivo se vê profundidade. O que explica a tridimensionalidade da nossa visão é que a visão dos objetos vem do fato de termos dois olhos que fazem com que a experiência visual consista numa projeção bidimensional na retina. O princípio básico de percepção em profundidade vem que um padrão parecerá tridimensional quando pode ser visto como a projeção de uma situação tridimensional que é estruturalmente mais simples que uma bidimensional. Neste contexto, o artista compreende que não pode simplesmente confiar no que o observador conhece sobre o mundo físico. Ele sabe que no caso de um desenho, quadro ou gravura a representação se dá numa superfície plana e para ela que os olhos estarão direcionados; logo a experiência de profundidade será proporcionada pela própria imagem.

Para os artistas, a descoberta de como se trabalhar com a perspectiva foi de fundamental importância. Destaca-se aqui o grande sistema de unificação do espaço pictórico tridimensional: a perspectiva isométrica. Ela acomoda todo o assunto do quadro ou gravura

em sistemas de linhas paralelas, que entram de um lado, atravessam diagonalmente o quadro, e o deixam novamente do outro lado. Isso provoca a sensação de um mundo que não nos defronta em uma localização estável mas passa por nós como um trem. Quase sempre o quadro é assimetricamente orientado para um lado e parece destinado a se estender interminavelmente em ambas as direções. Não tem centro mas apresenta um segmento de uma seqüência em faixa.

No período do Renascimento, mais precisamente na Itália, muitos artistas se apropriaram da utilização da perspectiva central. Ela representa uma solução final para uma longa luta por uma nova integração do espaço pictórico. Neste ponto, a procura do princípio da convergência é um assunto estritamente do âmbito da pintura, recomendando-se ao artista pela sua elegante simplicidade. É uma construção geométrica que envolve regras elaboradas sobre como representar sólidos estereométricos de várias formas e localizações espaciais. O esforço para a reprodução mecanicamente correta recebeu a sua base teórica a partir da noção da pirâmide visual adotada por Alberti em 1435. A relação ótica entre o olho do observador o objeto para o qual ele olha pode ser representada por um sistema de linhas retas saindo de cada ponto da superfície frontal do objeto e encontrando-se no olho.

A descoberta da perspectiva central indica um perigoso desenvolvimento do pensamento ocidental. Ela marcou uma preferência cientificamente orientada pela reprodução mecânica e construções geométricas, aos produtos da imaginação criadora. Não é por acaso que a perspectiva central não foi descoberta apenas alguns anos depois das primeiras xilogravuras terem sido impressas na Europa. A xilogravura estabeleceu para a mente europeia o princípio quase completamente novo da reprodução mecânica. Desde a Renascença o engodo da fidelidade mecânica tem sempre tentado a arte europeia, especialmente na produção do padrão medíocre para consumo de massa. A velha noção de ilusão como ideal artístico tornou-se uma ameaça ao gosto popular com o advento da revolução industrial.

A perspectiva central envolve um paradoxo importante. Por um lado mostra um mundo centralizado. O foco deste mundo é um ponto real na tela, sobre o qual o observador pode tocar com as mãos. Na projeção completa do espaço bidimensional este centro fica no plano frontal. Com profundidade crescente, o centro se afasta na distância, e, no espaço totalmente estendido, com cem por cento de constância ele se colocaria no infinito.

Numa verdadeira composição pictórica, por isso, o status perceptivo do ponto focal é ambíguo. O centro palpável da estrutura espacial que o desenhista pretende atingir com a sua régua é ao mesmo tempo o ponto de fuga, que por definição está no infinito, onde as paralelas se encontram. Nem a perspectiva bidimensional nem a isométrica defrontaram-se claramente com o problema dos limites de espaço. Elas significavam que o espaço continua

infinitamente em sua solidez intangível, e pela primeira vez o artista inclui uma afirmação sobre a natureza do infinito pela primeira vez.

Na maior parte das vezes, o artista se utiliza de certas regras para se trabalhar com perspectiva que podem ser deduzidas de fórmulas matemáticas, tais como:

1. Linhas horizontais e verticais que correm paralelas no sentido da figura, representam-se como linhas horizontais e verticais. As mesmas distâncias nestas linhas são também mostradas como distâncias iguais na imagem.
2. Linhas paralelas que partem do observador, são representadas como linhas que convergem num ponto: o ponto de fuga. As mesmas distâncias nestas linhas não são representadas com as mesmas distâncias.

Escher observou com todo cuidado estas regras da perspectiva clássica quando da composição de suas gravuras; e essa é a principal razão porque elas dão um efeito tão sugestivo de espaço.

Em 1952 apareceu uma litografia “Divisão Cúbica do Espaço” cujo o único objetivo foi representar a extensão infinita do espaço, com os meios da perspectiva clássica.



FIGURA 18 - DIVISÃO CÚBICA DO ESPAÇO, LITOGRAFIA, 1952

Embora vejamos esta extensão infinita do espaço como que através de uma janela quadrada, todo o espaço é no entanto sugerido, pois é dividido em cubos inteiramente iguais, através de barras que correm em três sentidos. Se continuarmos as barras verticais, elas dão a impressão de se encontrar num único ponto, o nadir. Há mais dois pontos de fuga que encontramos se prolongarmos as respectivas barras para a direita em cima, e para a esquerda em cima. Estes três pontos de fuga ficam muito para além da superfície da imagem e Escher precisou de folhas de papel de desenho muito grandes para a construção exata.

Como já citado anteriormente, a perspectiva clássica prescreve que feixes de linhas paralelas, que correm no sentido da figura, sejam desenhados como linhas paralelas. Um tal

feixe de linhas não tem, portanto, nenhum ponto de fuga, ou como é comum se afirmar na geometria de posição, o ponto de intersecção se encontra no infinito.

Isto seria contraditório com a experiência: se estivermos ao pé de um prédio, vemos as linhas verticais convergirem num ponto, e se fizermos uma fotografia do mesmo lugar, vemos isto ainda mais claro. Porém, também isto resulta das regras da perspectiva clássica, porque o quadro já não é mais perpendicular à terra. Se colocarmos um quadro horizontalmente e olharmos para baixo, vemos todas as linhas verticais convergirem num ponto sobre os nossos pés: o nadir.

Este ponto de vista inusitado foi tomado por Escher em algumas xilogravuras, bem como o zênite (ponto de intersecção de linhas verticais), mostrando a versatilidade do trabalho deste notável artista. Se traçarmos algumas linhas que converjam num ponto, este ponto pode representar o ponto de distância ou de fuga, o zênite, o nadir, tudo dependerá completamente da relação em que está. E é nesse aspecto que Escher procurou demonstrar este conhecimento de forma intensa nas suas gravuras e com isso brincar, iludir, e entreter ao espectador e mostrando uma das suas preferências na confecção do seu trabalho.

Ao longo do próximo capítulo novas questões serão levantadas com relação a questões sobre espaço, profundidade, tridimensionalidade e perspectiva e pontos de fuga, já que são assuntos que interessaram Escher ao longo do seu trabalho como gravador, encantando a todos por causa da sua habilidade de trabalhar com estes elementos.

3.4.5 Luz

Aprende-se em Física que a luz é a onda do espectro eletromagnético capaz de sensibilizar as células da nossa retina, causando-nos a impressão visual. Sem ela nenhum objeto que está ao nosso redor seria visto, haja vista que esta é condição para que ele seja enxergado: estar na presença de uma fonte de luz. O famoso filósofo grego Platão imaginava que a visão de um objeto ocorria do seguinte modo: um “jato” emitido pelo observador chegaria ao objeto, combinar-se-ia com um outro jato vindo da fonte iluminadora, dando origem a um terceiro “jato”, que indo do objeto para os olhos, provocaria a sensação da visão. Na verdade, nossos olhos funcionam como um sistema receptivo, sendo que a luz, ente de caráter dual que ora se apresenta como onda e ora como partícula, ao incidir nos objetos é refletida, difundindo-se em várias direções diferentes, chegando então nos nossos olhos.

Aspectos como iluminação, claridade, brilho, sombra e penumbra foram e são intensamente utilizados pelos artistas para dar mais realismo ou obter resultados especiais nas suas produções. Do mesmo modo que, na perspectiva central, um sistema de convergência é imposto sobre um conjunto de formas, a iluminação é a imposição perceptível de um gradiente de luz sobre a claridade e cores do objeto do conjunto. Podemos afirmar que todos os gradientes têm a capacidade de criar profundidade e os gradientes de claridade se encontram entre os mais eficientes. Uma vez que a claridade da iluminação significa que uma dada superfície está voltada para a fonte de luz, enquanto a obscuridade significa que está afastada, a distribuição de claridade auxilia a definir a orientação dos objetos no espaço, bem como as partes se relacionam entre si.

No início do Renascimento a luz ainda era usada essencialmente como um meio de modelar o volume. O mundo é claro, os objetos por si só são luminosos e as sombras são aplicadas para sugerir rotundidade. Nas obras de arte de cunho religioso a luz era usada como destaque para mostrar as suas relações divinas: a luz divina não é mais um enfeite, mas a experiência realística da energia radiante, e o espetáculo maravilhoso de luz e sombra se transforma em uma revelação.

Seguindo uma linha do tempo, a iluminação mais tarde acabou tendo a função de uma “bússola” para o observador, guiando seletivamente o olhar para aquilo que era motivo de destaque dentro de uma obra de arte. Pela aproximação ou afastamento da luz, e ainda por uma menor ou maior sombra faz-se que aspectos de uma obra de arte sejam vistos com graus de importância distintos, dependendo daquilo que o artista quer realçar ou esconder.

No Impressionismo há um certo desprezo entre a diferença entre luz e sombra, de tal maneira que o contorno dos objetos é borrado propositalmente. Também substituíram a variedade de textura realística por uma qualidade uniforme de pequenos golpes de pincel que permitiam diferenciar os objetos, de tal maneira que a iluminação dos objetos é substituída por um mundo de luminosidade insubstancial. Esta tendência de representação da luz atinge o seu ápice no Pontilhismo no qual na pintura cada ponto consiste numa fonte luminosa em si, sem ter uma fonte luminosa dominante; o quadro é semelhante a um painel repleto de pequenas lâmpadas, fortes e independentes uma das outras.

No Surrealismo alguns artistas como René Magritte trabalharam de maneira mais incomum ainda a questão de luz e sombra, trazendo situações em suas obras de arte nas quais dia e noite se confundem, divertindo e encantando o apreciador de suas obras. Escher utiliza o antagonismo entre o dia e noite para criar nas suas obras um efeito especial, notadamente em uma das suas especialidades: a criação de metamorfoses, que será vista com mais detalhes nos próximos capítulos. Ele consegue nos surpreender, pois ele criou um

meio, uma composição lógica absolutamente concludente, que torna possível o impossível, como pode ser visto na xilogravura “O Sol e a Lua”, de 1948:



FIGURA 19 - SOL E LUA, 1948, XILOGRAVURA

3.4.6 Cor

Toda a aparência visual deve a sua existência à claridade e cor. Os limites que determinam a configuração dos objetos provêm da capacidade dos olhos em distinguir entre áreas de diferentes claridades e cores. Isto é válido mesmo para as linhas que definem a configuração em desenhos; elas são visíveis apenas quando a tinta difere do papel, na cor. Não obstante, pode-se falar em configuração e cor como fenômenos separados, já que um deles é independente do outro.

Os nomes dos três primeiros pioneiros da teoria da cor podem ser responsáveis pelos três principais componentes do processo a ser explicado no que diz respeito à percepção das cores. Isaac Newton descreveu as cores como devidas às propriedades dos raios que compõem as fontes luminosas; o poeta Goethe proclamou a contribuição dos meios físicos e superfícies encontradas pela luz quando ela viaja de sua fonte aos olhos do observador; e Schopenhauer, filósofo alemão do século XIX, anteviu numa teoria de imaginação, a função das respostas retinianas dos olhos, afirmando corretamente que a cor branca que é por nós vista é resultado da reflexão de todas as radiações emitidas por um objeto, enquanto que o preto resulta da ausência de ação.

Todos nós sabemos que as cores carregam intensa expressividade, mas ninguém sabe como tal expressividade ocorre, havendo indícios que isto se dá pela associação. Diz-

se que o vermelho é excitante porque faz lembrar fogo, sangue e guerra. O verde suscita os pensamentos restauradores da natureza e o azul é refrescante como a água. Alguns experimentos demonstram uma resposta corpórea à cor. Força muscular, circulação sanguínea, equilíbrio e principalmente estados psicológicos podem alterar devido às várias nuances das cores. Quanto à expressividade das cores, a divisão mais comum atribuída a elas seria a de cores quentes e frias, baseadas em critérios mais subjetivos, já que a claridade, a saturação e a comparação com outros objetos coloridos podem nos levar a diferentes conclusões. Uma folha de papel fracamente tingida por um vermelho esmaecido pode dar a sensação de cor fria para um observador ou de cor quente para um outro que esteja olhando esta mesma folha num contexto distinto.

A expressividade das cores também está relacionada a outros fatores como quais foram os atributos que escritores, pintores, poetas, civilizações e culturas deram para cada uma das cores, criando aqui um campo riquíssimo de discussão.

Escher trabalhava com a produção de gravuras, e a maioria delas era predominantemente preta e branca. Nas xilogravuras quando se deseja dar uma idéia de profundidade as cores são de fundamental importância para reforçar a sugestão de profundidade. Com a utilização de duas cores Escher conseguiu introduzir uma chamada perspectiva aérea, aumentando assim a sugestão de espaço que em grande parte já é alcançada pela perspectiva linear.

Na verdade, para este grande gravurista a cor não era um meio de expressão. As cores só aparecem nas suas obras onde ela é funcionalmente indispensável, como em várias das suas divisões regulares de superfície. Só muito isoladamente usa a cor como adição ornamental.

3.4.7 Movimento

O movimento é a atração visual mais intensa da atenção, seja nas questões de proteção em termos de adaptarmos ao ambiente em que estamos habitando, seja para reconhecermos aquilo que é do nosso cotidiano. Os olhos estão numa vigilante atitude de acompanhar o que passa em nossa volta. E nas obras de arte já se atribui para a pintura, a gravura e para a escultura um caráter temporal, idêntico à música a dança e ao teatro, ou seja, munida de um certo movimento.

Quando um observador “varre” uma obra de arte com os seus olhos por toda a sua superfície ele percebe as suas partes em sucessão. Na verdade, a ordem de uma pintura ou de uma gravura existe apenas no espaço, em simultaneidade. O quadro contém um ou

vários temas dominantes aos quais todo o resto se subordina. Esta hierarquia é válida e compreensível somente quando todas as relações que ela envolve são captadas como sendo coexistentes. O examinador olha cuidadosamente as várias áreas da pintura em sucessão porque nem o olho e nem a mente são capazes de apreender o todo simultaneamente. E a ordem com que a pintura é observada não faz diferença, já que o caminho do olhar não precisa aderir as direções vetoriais criadas pela composição. Observa-se portanto a questão do movimento sendo aqui considerada.

A experiência visual de movimento se deve a três fatores: movimento físico, movimento ótico ou movimento perceptivo, além de fatores cinestésicos que podem produzir a sensação de movimento, como por exemplo uma pessoa que apresenta alguma labirintopatia. No caso da admiração de uma obra de arte o movimento mais importante é o movimento ótico. Quando movemos os nossos olhos para admirarmos um quadro, mudando a fixação do olhar, todo o quadro se move nas retinas em direção oposta. Isso significa que além dos efeitos que o próprio artista pode proporcionar na sua obra para que ela tenha para o apreciador o efeito de movimento, os nossos sistemas oculares já trabalham buscando trazer sem fazermos esforço algum a idéia de movimento.

Escher tratou bem de ludibriar a quem quisesse admirar as suas obras com a questão do movimento com as suas figuras que se tornaram sua marca registrada: as metamorfoses, as figuras impossíveis e a representação do infinito. Em todas elas não há como percebemos a intenção do gravurista em oferecer a quem quer que seja, leigo ou crítico de arte, a idéia do movimento.

3.4.8 Dinâmica

Verifica-se que cada objeto visual é uma questão eminentemente dinâmica. Este fato, fundamental a toda percepção, é facilmente omitido quando se adere à prática comum de descrever os fenômenos sensórios por meio de propriedades puramente métricas. Na verdade as propriedades dinâmicas, inerentes a tudo que os olhos percebem, são tão fundamentais que podemos dizer: a percepção visual consiste na experimentação de forças visuais, no sentido mais prático que possamos imaginar.

A dinâmica inerente a qualquer forma, cor ou movimento em particular pode fazer sentir a sua presença apenas se integrar-se na ampla dinâmica da composição total. Suprir uma única linha, uma forma apenas, com tensão dirigida, naturalmente, é muito mais fácil do que conseguir isto em um padrão complexo como um todo. Por isto podem-se observar comumente elementos visuais que, embora absolutamente dinâmicos em si mesmos, se

anulam reciprocamente e agregam-se para um bloqueio frustrador. Isto quer dizer que a dinâmica de uma composição terá sucesso quando o “movimento” de cada detalhe se adaptar logicamente ao movimento do todo. A obra de arte se organiza em torno de um tema dinâmico dominante, do qual o movimento se irradia para a obra inteira, mais ou menos semelhante como acontece com a circulação sangüínea em nosso organismo. O olho percebe o padrão acabado como um todo junto com as inter-relações de suas partes, ao passo que o processo de fazer um quadro ou uma gravura requer que cada parte seja confeccionada separadamente. Por esta razão, o artista é tentado a se concentrar sobre uma parte isolada do contexto.

Portanto, a dinâmica é uma parte integrante do que o observador vê, contanto que a sua capacidade responsiva natural não tenha sido reprimida por uma educação tecnicista ao extremo, já que a dinâmica não é uma propriedade do mundo físico. Ela resulta dos padrões de estímulo projetados em nossas retinas e que determinam a série de qualidades dinâmicas inerentes ao que se percebe, quando é processada pelo nosso sistema nervoso.

3.4.9 Expressão

A definição que a estética da arte nos dá para expressão é importante para colocarmos em discussão esta categoria da percepção visual: a expressão retrata maneiras de comportamentos orgânicos ou inorgânicos revelado na aparência dinâmica. No sentido mais restrito, diz-se que a expressão só existe onde há um espírito a ser expresso. Mas isso não se restringe a seres humanos: qualquer objeto carregam expressões em sentido figurado, por mera analogia com o comportamento humano.

Pode-se afirmar que a expressão é o conteúdo primordial da visão na vida diária, e isto deve ser muito forte e contundente na maneira que o artista observa o mundo. As qualidades expressivas são seus meios de comunicação, Elas apreendem a sua atenção, possibilitam-no a entender e a interpretar suas experiências e determinam os padrões formais que ele cria. Por isso deve-se esperar que um artista busque sempre aguçar a sua sensibilidade para que ele mostre na obra de arte um retrato daquilo que está a sua volta. É claro que a leitura de uma obra de arte depende de certas convenções, mas também há aspectos que perpassam pela liberdade de opinião de cada um. Quanto maior for relação entre experiência e conhecimento, menor será a probabilidade de que haja coincidência entre aquilo que o artista quis expressar é o que o apreciador está observando e concluindo sobre o que está vendo.

Quem considerar a arte como uma expressão de sentimentos, terá de negar toda a obra de Escher, depois de 1937. Pois ela é determinada pela razão, tanto quanto ao objetivo quanto à execução. Isto não quer dizer que ele, juntamente com aquilo que relata, com o conteúdo quer comunicar, não exprima de modo penetrante, ainda que sem ênfase, o entusiasmo sobre a sua descoberta.

Para um crítico de arte, há uma certa facilidade em analisar a expressão na obra de Escher, Basta que ele se convença que a compreensão da obra está ligada ao prazer de uma descoberta, de uma investigação. E neste sentido que talvez o crítico tenha que caminhar por um caminho mais tortuoso. Ele tem que se familiarizar com a problemática geral levantada pela imagem frente ao seu contexto. E onde quer que a solução encontrada fique no plano da construção, terá de ter em conta também o fundo matemático da gravura, com base nos estudos que Escher fez para as suas estampas.

E aqui chegamos ao ponto nevrálgico da discussão que esta dissertação procurará trazer nos próximos capítulos, que é tentar estabelecer relações entre a matemática dita curricular com as obras desse artista, tendo como escopo a Etnomatemática.

Far-se-á necessário aqui a busca de pontos de tangência, reflexões, análises e contextualizações entre a produção artística deste artista com aquilo que os matemáticos se apropriam ou já se apropriaram, no sentido de que este trabalho venha contribuir na oferta de novas opções para que todos, sejam professores ou não, gozem de uma gama maior de subsídios para trabalharem quer seja com a matemática dita curricular ou com a simples e agradável tarefa de contemplação das obras deste artista.

4 ARTE DA PERFEIÇÃO: ESTUDO DA DIVISÃO DE SUPERFÍCIES NAS OBRAS DE ESCHER

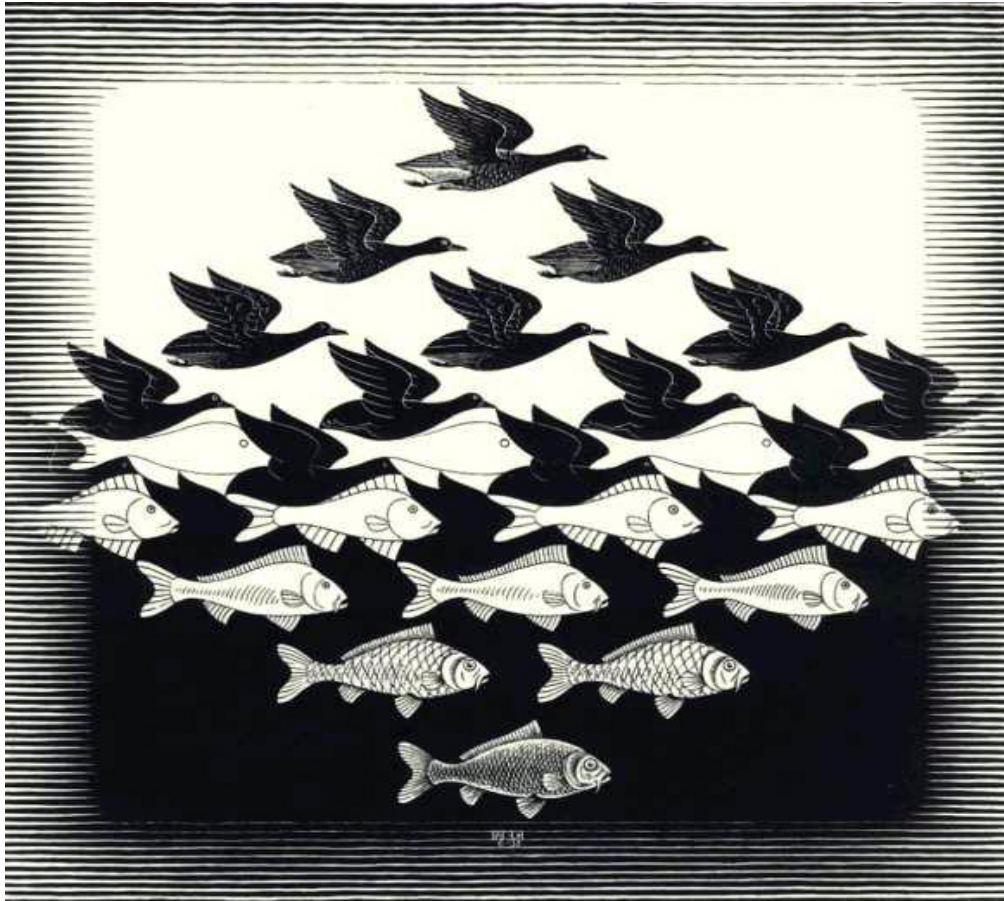


FIGURA 20 - AR E ÁGUA I, XILOGRAVURA, 1938

Na linha média horizontal estão os peixes e as aves em iguais condições. Mas com o vôo associamos o ar, por isso, para uma ave preta, os quatro peixes que a rodeiam são o ar em que ela voa. Do mesmo modo, associamos nadar com água, por isso as quatro aves pretas que rodeiam um peixe tornam-se para este a água na qual ele nada. (ESCHER)

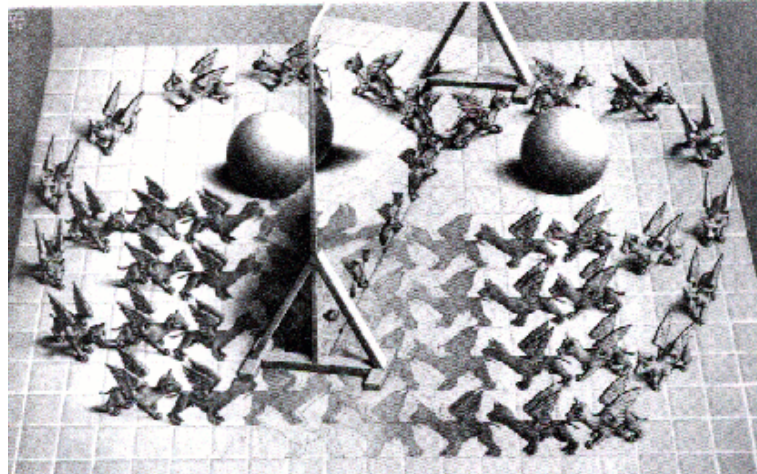


FIGURA 21 - ESPELHO MÁGICO, LITOGRAFIA, 1946

Sobre um chão ladrilhado está em vertical um espelho, donde nasce um animal de fábula. Peça a peça, ele aparece até que, animal completo, anda para a direita. A sua reflexão dirige-se para a esquerda, porém prova ser igualmente real, pois atrás do espelho, ela aparece como realidade. Primeiro andam numa fileira, atrás uns dos outros, depois aos pares e, por fim, encontram-se as duas correntes numa fila a quatro. Ao mesmo tempo perdem a sua plasticidade. Como peças de um “puzzle” juntam-se, preenchem reciprocamente os espaços intermédios e unem-se com o chão, sobre o qual está o espelho (ESCHER).

4.1 Embasamento Histórico e Conceitual

Para se estudar a simetria nas obras de Escher é fundamental que tenhamos em mente a sua trajetória de vida, a fim de entendermos o porquê deste gosto particular em trabalhar com gravuras desta natureza. Antes de eclodir a Segunda Guerra Mundial, ele viajou para diferentes lugares do sul da Europa, e ficou encantado por dois países em particular: Itália e Espanha. O primeiro o fascinou pelas belezas naturais e pelo clima mais quente do que a sua terra natal, a Holanda. Já no caso da Espanha o que mais chamou a atenção dele foi a arquitetura de várias construções e palácios antigos, herança da dominação moura no século VIII principalmente. Nestas construções ele encontrou uma farta utilização dos mosaicos, nos quais figuras geométricas se encaixavam perfeitamente, já que a religião muçumana não permitia a representação de figuras humanas.

Segundo Boyer (1974) os primeiros mosaicos foram feitos pelos sumérios por volta de 4 mil anos antes de Cristo na Mesopotâmia. Eram de terracota e serviam para reforçar e adornar as paredes. Na Grécia Antiga surgiram os primeiros mosaicos com padrões geométricos precisos, coloridos retratando cenas do cotidiano e motivos mitológicos. A expansão

do Império Romano levou a arte do mosaico para muitas regiões do Velho Mundo, sendo que a Itália a partir de 40 a.C. tornou-se o maior centro de produção de mosaicos.

Com a ascensão do Império Bizantino e a decadência do Império Romano, a partir do século V, a arte dos mosaicos sofreu influências orientais, com a utilização de outros materiais que não fossem apenas rochas, como por exemplo o vidro esmaltado. Neste período os mosaicos começaram a ser utilizados mais para enfeitar paredes do que adornar pisos, geralmente com motivos religiosos. No século VIII, os invasores muçulmanos levaram para a Península Ibérica a arte do ladrilhamento.

Diferentemente do mosaico bizantino, os islâmicos trabalhavam apenas com formas geométricas como já dissemos anteriormente. Ao observarmos estes mosaicos, vemos que para haver um encaixe perfeito é necessário que os lados e os ângulos fiquem bem ajustados, sendo que os retângulos, os quadrados, os hexágonos regulares, e os triângulos equiláteros aparecem com mais frequência em mosaicos, já que os ângulos desses polígonos são divisores de 360° .

Escher, desde a época que frequentou a Escola de Arquitetura e Artes Decorativas, tinha interesse em estudar a divisão regular de superfícies. Ele acreditava que ela fazia parte das leis matemáticas e não era nenhuma invenção ou criação do homem, existindo independente da mente humana. Após conhecer o palácio de Alhambra, em Granada, sul da Espanha, motivado pelos painéis com preenchimento regular do plano que por lá observou, se aprofundou no estudo do tema, copiando em suas anotações alguns ornamentos dos mouriscos. Quando ele comparou aquilo que desenhou com livros de decoração e de matemática, achou tudo de difícil compreensão. Restou a ele criar um sistema prático para fazer a divisão de superfícies que ele próprio criou, formalizando este estudo em 1942, a partir de desenhos. Ernst relata que a grande proeza de Escher é que ele descobriu por si só quais são os movimentos que levam um desenho ou uma figura a cobrir-se a si mesmo. Sabe-se hoje que existem 17 grupos diferentes através dos quais se pode transferir uma figura em si mesma.

O estudo das transformações do plano através de movimentos de tal forma que não ocorra distorção de formas e tamanhos dá-se o nome de isometria. Pertencem a esta categoria todos os movimentos que conservam a distância e a posição relativa entre pontos. São elas a translação, a rotação, a reflexão e a reflexão com deslizamento.

Na isometria por translação, todos os pontos de uma figura sofrem um deslocamento na mesma intensidade e na mesma direção, de tal forma que a figura transformada conserva a sua forma e tamanho. Isto significa basicamente que todos os pontos do objeto mudam de posição, como mostra a figura abaixo:

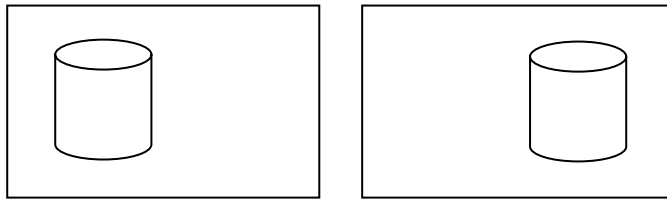


FIGURA 22 - ISOMETRIA POR TRANSLAÇÃO

Um outro tipo de isometria bastante utilizada é a rotação, que diferentemente da translação, que possui um ponto fixo. Na rotação todos os pontos do plano se movimentam, girando em torno de um ponto ou de eixo, aqui designados, ponto central ou eixo de rotação. O fato de o movimento possuir ou não este ponto central ou eixo de rotação diferencia estes dois tipos de isometria.

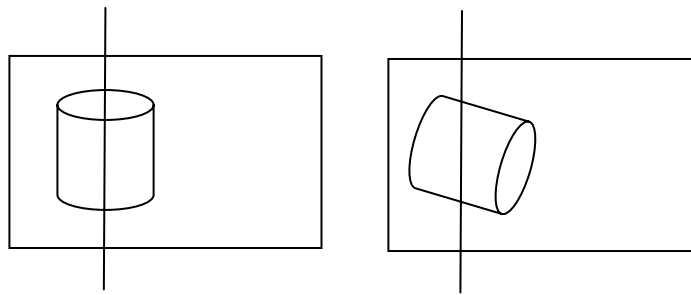


FIGURA 23 - ISOMETRIA POR ROTAÇÃO

Existem isometrias que possuem uma maior quantidade de pontos fixos. Na isometria por reflexão, tomando como base uma linha ou um espelho imaginário, teremos uma infinidade de pontos que coincidem com essa linha. A reflexão é, também, conhecida por simetria axial dado que é determinada por um eixo. Este movimento verifica as seguintes propriedades:

- os pontos do espelho não se movem por efeito da reflexão;
- a distância de um ponto ao espelho é igual á distância da imagem desse ponto ao espelho.

Verificamos, ainda, que ao designarmos na figura original um determinado sentido ele aparece invertido na figura final, ou seja, a reflexão altera a orientação dos pontos do plano como podemos observar na figura seguinte:

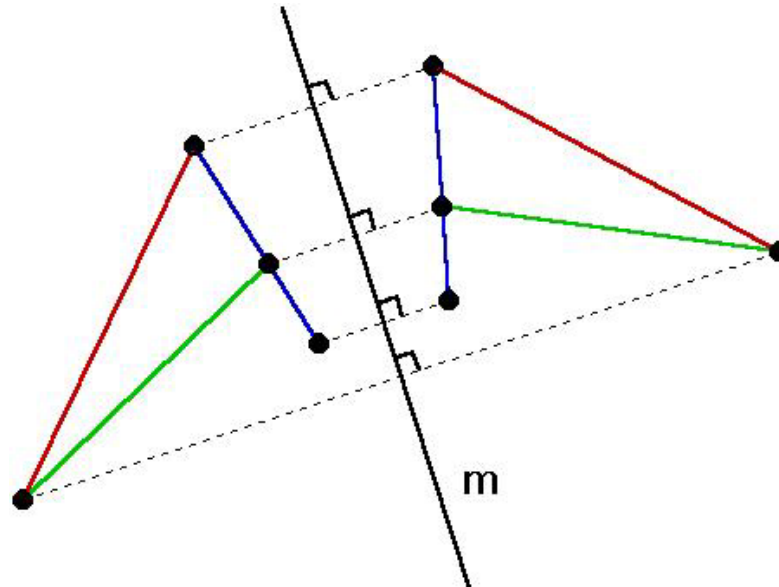


FIGURA 24 - ISOMETRIA POR REFLEXÃO

Podemos dizer que a inversão da orientação é simplesmente um reflexo do processo de construção, já que para produzir a reflexão temos que levantar a figura e girá-la. Já na translação ou rotação faz-se apenas um arrastamento da figura original, sem que ela saia do plano.

O último tipo de isometria que podemos constatar é a reflexão deslizante, na qual se combina um movimento de reflexão com um movimento de translação na direção do eixo de reflexão. Assim, podemos observar que a reflexão deslizante não pode ser distinguida das outras isometrias partindo, somente, do número de pontos fixos dado que, identicamente à translação, este movimento não tem pontos fixos. De modo análogo, não podemos fazer distinção das isometrias considerando, somente, o fato de o movimento preservar ou não a orientação da figura. Efetivamente, sendo a reflexão deslizante uma composição das isometrias reflexão e translação, este movimento vai alterar a orientação da figura no plano e não vai fixar pontos, como ilustra a figura a seguir:

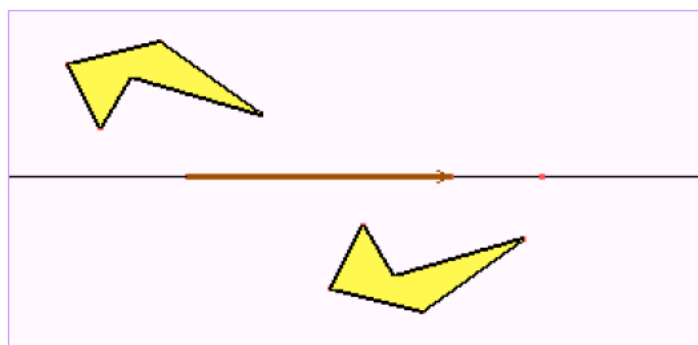


FIGURA 25 - ISOMETRIA POR REFLEXÃO DESLIZANTE

Contudo se considerarmos ambos os aspectos cada isometria, isto é a presença ou não de pontos fixos e ainda a pretensa preservação da orientação, pode ser montada a seguinte tabela para se comparar os principais tipos de isometrias:

Isometria	Pontos fixos	Orientação
Translação	Não há	Preserva
Rotação	Um [ponto central]	Preserva
Reflexão	Infinitos [linha de espelho]	Inverte
Reflexão deslizante	Não há	Inverte

A partir da utilização de softwares matemáticos como o programa Cabri-Géomètre pode-se construir uma combinação de movimentos ou isometrias, obtendo os 17 grupos diferentes de movimentos já citados anteriormente. Facilmente verifica-se que ao final do processo obtemos sempre um movimento da lista inicial. Conclui-se que qualquer isometria do plano é uma translação, rotação, reflexão ou reflexão deslizante dado que qualquer combinação destes movimentos produz um deles.

Não se pretende aqui mostrar os grupos citados acima, mas sim destacar que Escher, sem o auxílio de conhecimentos matemáticos ou de qualquer recurso tecnológico de Informática, ciência esta que ainda estava dando os primeiros passos no auge da produção do artista, descobriu todas estas possibilidades, a fim de se obter a divisão regular das superfícies.

Segundo Ernst, uma característica especial e única da divisão de superfícies de Escher é que ele escolhe sempre motivos que representam alguma coisa de concreto e que lamentava o fato dos artistas árabes, mestres na arte de preencher superfícies sem lacunas tivessem que usar, por causa da religião, figuras geométricas abstratas. Escher considerava a divisão de superfícies como um instrumento, ou meio, e nunca fazia um desenho que tivesse como tema principal a divisão regular de superfícies. Em dois temas estritamente relacionados, ele usou de forma bastante explícita a divisão regular de superfícies: quando trabalhou com metamorfoses e ciclos. Na metamorfose vemos formas abstratas indeterminadas transformarem-se em formas concretas nitidamente limitadas e, de novo, em formas abstratas. Assim uma ave pode se tornar um peixe ou vice-versa, de tal forma que isso caracterizará uma metamorfose típica. Nas gravuras cíclicas também pode-se observar metamorfoses, porém a ênfase se dá na continuidade e no regresso ao ponto de partida

4.2 Relações Com o Contexto Educacional

Nas duas gravuras mostradas no início deste capítulo mostram-se as duas temáticas relatadas acima, sendo aqui colocadas como representantes apenas das formas que Escher gostava de trabalhar com a divisão de superfícies. Elas nos mostram aplicações riquíssimas que podem ser exploradas no campo da Geometria, dentro da matemática, como na Óptica, para aqueles que têm como atividade principal a nobre arte do magistério.

Ao pesquisarmos nos livros de Ensino Fundamental e Médio na área de matemática, percebemos que a primeira estampa é colocada como um convite ao aluno de testar formas de criar mosaicos que fujam de um padrão tradicional. Para os alunos de Ensino Fundamental, os mosaicos elaborados no estilo árabe são apresentados a fim de que eles tenham um contato com a questão de forma dos polígonos, soma dos ângulos internos, número de lados, entre outros aspectos. Porém pode ser aproveitado outros fatores que poderiam ser explorados, como se falar sobre movimento das figuras, questões envolvendo simetrias, ou ainda o estudo de razões ou proporções, trabalhando-se com partes das figuras que usam a divisão regular da superfície. Ainda, dentro deste tema, pode-se também explorar em termos de Ensino Médio conceitos de geometria de posição, a partir do entendimento das técnicas utilizadas por Escher quando da confecção deste tipo de estampa. É evidente que estou colocando aqui algumas possibilidades da utilização de um ínfima parte da produção de Escher na matemática dita curricular.

Seria interessante reforçar que o fato da geometria ou de qualquer outro assunto ensinados a partir da repetição de um padrão, desde que seja explorado com inteligência nas mais diversas atividades, flexibiliza e acrescenta nosso potencial de conhecimentos como docentes, bem como de nossos alunos, constituindo-se numa forma bastante eficaz e privilegiada de aprendizagem. Um outro aspecto que pode ser vir à tona seria a comparação do desafio de se criar uma obra de arte ou resolver um problema matemático. Em ambas as situações, deve existir a experimentação de dificuldades, a superação de obstáculos e a assimilação de conceitos, ou seja, um trabalho árduo e uma experimentação que ocorre não apenas em um momento, mas de forma continuada.

No que diz respeito à segunda gravura, a ênfase maior da sua aplicabilidade poderia ser dada na área de Física, mais precisamente na Óptica. Ao se trabalhar com o conteúdo “Espelhos Planos”, por mais que os alunos utilizem dos espelhos no seu dia a dia, há muita dificuldade em compreender, duas características básicas das imagens fornecidas pelos espelhos planos: a propriedade de objeto e imagem serem simétricos e enantiomorfos entre si. Diz-se que objeto e imagem são simétricos num espelho plano por estarem a uma

mesma distância dele, um a frente e o outro atrás do espelho. Isto explica o porquê de termos a impressão de que a nossa imagem parecer menor quando estamos afastados de um espelho, apesar de na verdade ela ser exatamente do nosso tamanho. Isso ocorre porque se um estamos a x metros na frente de um espelho plano, a nossa imagem estará a x metros atrás do espelho, diminuindo o nosso ângulo visual e, conseqüentemente, o tamanho que enxergaremos a nossa própria imagem. Objeto e imagem nos espelhos planos são enantiomorfos por apresentarem uma inversão na forma da imagem da direita para a esquerda com relação ao objeto. Nos livros didáticos de física este aspecto é geralmente ilustrado colocando-se um triângulo escaleno na frente do espelho e representando a sua respectiva imagem, para que fique bastante nítida a questão da inversão da imagem, mostrando que objeto e imagem não são superponíveis. Mas por que não se pode aproveitar figuras deste artista ou de tantos outros que em seus quadros divertiram o apreciador de obras de arte com espelhos para ilustrar os livros de física? Será que esta utilização da arte como exemplificação poderia fortalecer a relação e a afinidade que os alunos apresentam nas áreas de matemática e física? A partir disso, podemos nos mais diversos manuais pedagógicos propor novas temáticas envolvendo as obras de Escher e matemática que serão pontos de apoio para um real aprendizado de vários conteúdos dessas áreas dito curriculares. E isso deverá ser feito utilizando a linguagem visual, que os adolescentes e jovens dominam com maestria.

Segundo D'Ambrósio, a matemática vem passando por uma grande transformação. Para ele os meios de observação, de coleção de dados e de processamento de dados, que são essenciais na criação matemática, mudaram profundamente. Além disso, e aqui que desejo me aprofundar mais, a matemática hoje é muito afetada pela diversidade cultural. E isto não acontece apenas com a matemática elementar, reconhecendo as etnomatemáticas e procurando incorporá-las no currículo, mas também se reconhece diversidade naquilo que chamamos segundo D'Ambrósio matemática avançada ou matemática universitária e a pesquisa em matemática pura e aplicada. Essas aqui são afetadas pelo que poderíamos chamar uma diversidade cultural na pesquisa, a inter e mesmo a transdisciplinaridade. Pode-se dizer que a matemática é o estilo do pensamento dos dias de hoje, a linguagem adequada para expressar as reflexões sobre a natureza e as maneiras de explicação.

Logo, aquilo que os pesquisadores em matemática denominam de matemática discreta e os "casos patológicos", como a não linearidade, a teoria do caos, fractais fuzzies, teoria dos jogos, pesquisa operacional e a programação dinâmica serão mais explorados a partir de agora. Estes assuntos trazem problemas interessantes, com características tais como: a visualização é no estilo moderno, semelhante à linguagem utilizada pela televisão

e pelos computadores, portanto mais atraentes para os jovens, que como já dissemos anteriormente, dominam fortemente esta linguagem visual.

A priori parece mais difícil um aluno se entusiasmar com a execução de um produto notável, ou ainda com a demonstração do Teorema de Pitágoras ; mas apresente uma ou mais gravuras de Escher: conte um pouco da vida dele, extraia ao máximo elementos contidos na obra, seja nos aspectos estéticos ou gráficos, e experimente relacionar isto com conteúdos curriculares que os alunos estejam aprendendo: o efeito será surpreendente, pois o professor estará trazendo ao aluno a motivação que definitivamente o conquistará nas aulas de matemática.

5 A ARTE DA ABSTRAÇÃO: ESTUDO DAS GEOMETRIAS NÃO EUCLIDEANAS NAS OBRAS DE ESCHER

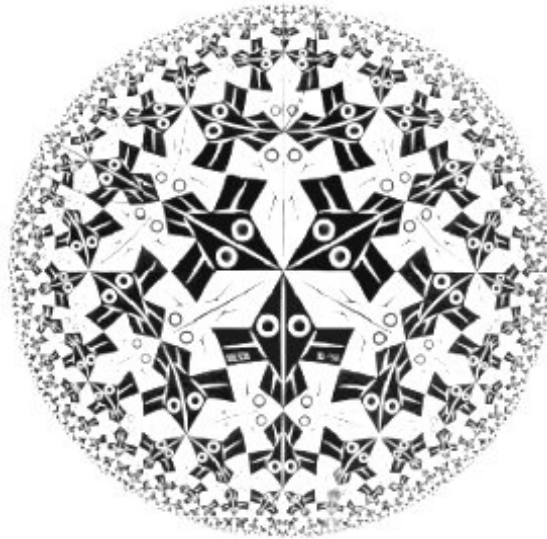


FIGURA 26 - LIMITE CIRCULAR I – XILOGRAVURA – 1958

Até agora mostraram-se quatro exemplos com pontos, como limite do infinitamente pequeno. A redução das figuras em direção contrária, de dentro para fora, conduz a resultados mais satisfatórios. O limite já não é um ponto, mas uma linha que abrange todo o complexo e o limita logicamente. Cria-se desta forma, por assim dizer, um universo, uma hermeticidade geométrica. Se efetuar a redução, radialmente na mesma proporção, o limite consistirá num círculo. No presente caso a ordem dos componentes ainda deixa a desejar. Todas as fileiras, por sua vez acentuadas pelos eixos do corpo, consistem em dois peixes brancos que viram a cabeça um para o outro, e dois pretos, cujas caudas se tocam. Assim, não há nenhuma continuidade, nem direção homogênea em cada fileira. (ESCHER)

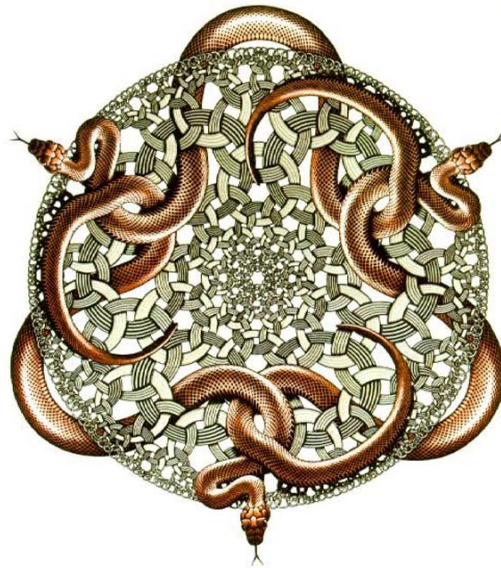


FIGURA 27 - SERPENTES – XILOGRAVURA, 1969

Uma cota de malha com pequenos anéis na margem e também no centro de um círculo e entre eles grandes anéis. Através dos anéis deviam enrolar-se serpentes. (ESCHER)

Esta era uma nova invenção: do centro do círculo, um número infinito de anéis deveriam crescer até ao seu tamanho máximo e depois, em movimento para a periferia de novo se tornarem infinitamente pequenos. (BRUNO ERNST)

5.1 Embasamento histórico e conceitual

Escher iniciou o trabalho da divisão de superfícies em 1937, trabalhando basicamente com figuras congruentes. Somente depois de 1955 há a utilização de figuras isomorfas, que se aproximam do infinito por seriação. Entre as estampas que surgiram com figuras isomorfas pode-se diferenciar três grupos:

- a) as gravuras de limite quadrado: são as de construção mais simples, nelas ele tinha como intenção representar o infinito; por serem de fácil construção, ele a usou apenas três vezes, e uma delas na gravura “Limite Quadrado”:



FIGURA 28 - LIMITE QUADRADO, 1964, XILOGRAVURA

- b) as gravuras com espiral: a linha mestra destas gravuras é uma superfície circular dividida em espirais de figuras isomorfas; o objetivo da construção destas estampas não é tanto a representação do infinitamente pequeno, mas sim o crescimento do infinitamente pequeno até o infinitamente grande e de novo para o infinitamente pequeno, para se fazer uma analogia com o ritmo biológico: nascimento, crescimento e morte. Como exemplo desta fase podemos citar a xilogravura “Turbilhões”, que trabalha com duas espirais logarítmicas:

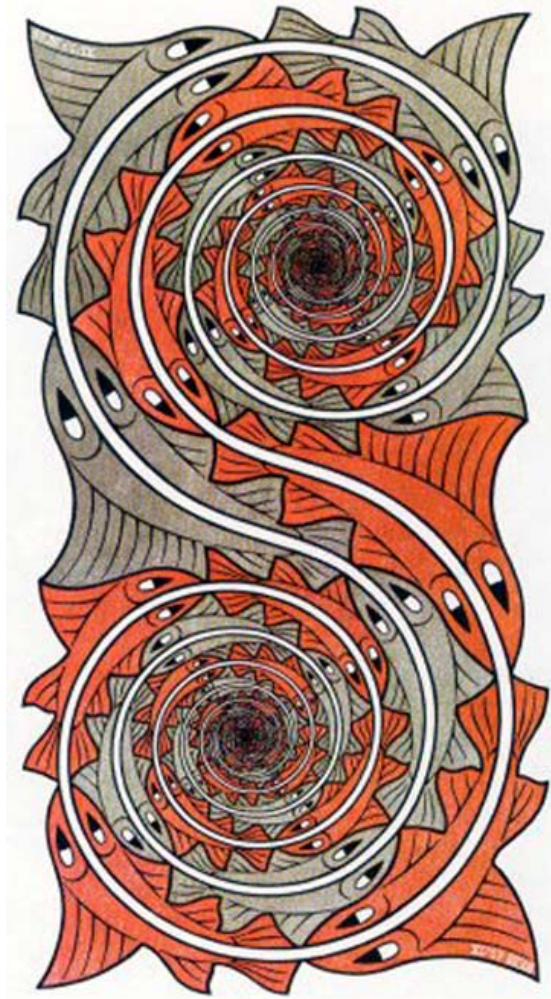


FIGURA 29 - TURBILHÕES , 1957, XILOGRAVURA

- c) as gravuras Coxeter: no livro do professor H.S.M. Coxeter, Escher descobriu um diagrama feito a partir da representação através de um círculo de um plano do espaço hiperbólico, conhecido como disco Σ ou disco de Poincaré, no qual ele achou muito apropriado para representar uma série infinita. Aqui entram como exemplos as 2 gravuras já inseridas no início deste capítulo.

Segundo Bruno Ernst, no livro “O Espelho Mágico de M. C. Escher, o artista era um aluno com sérias dificuldades em Matemática, não tendo conseguido na sua trajetória escolar sequer uma nota suficiente. É fantástico percebemos que ele parecia abordar teorias matemáticas, sem que ele próprio pudesse as conhecer profundamente. E para espanto dele, as suas gravuras passaram ilustrar os livros de Matemática sem que ele pudesse compreender verdadeiramente o porquê disso. Mas o fato é que quem esperasse ouvir de Escher uma explicação matemática mais profunda de suas obras, que ultrapasse os

conhecimentos de um aluno de Ensino Fundamental ou Médio, ficaria completamente frustrado. Isso ocorreu com o professor catedrático Coxeter².

Ao convidar Escher para participar de uma de suas aulas por admirar o conteúdo matemático da obra do artista, a decepção foi total. Coxeter estava explicando um assunto que tinha relação com algumas gravuras que ele tanto admirava. Como era de esperar, Escher não dominava os fundamentos básicos do assunto. Ele não trabalhava como um matemático, antes como um carpinteiro que, usando as suas ferramentas básicas, consegue chegar ao seu objetivo. Este encontro do matemático com o artista rendeu bons frutos. Algumas figuras geométricas de Coxeter ajudaram Escher na produção de preenchimentos de planos com repetição de figuras utilizando da geometria hiperbólica. Foi o primeiro contato do gravurista com uma geometria não euclideana.

Segundo Coutinho (2001, p. 9) A Geometria de Euclides foi a primeira teoria matemática a ser axiomatizada da maneira valorizada pela matemática formal, com poucos, consistentes, suficientes e independentes postulados. Na sua famosa obra “Os Elementos” Euclides (300 a.C.) apresentou um conjunto de cinco axiomas e cinco postulados. Os axiomas são os seguintes:

1. Coisas iguais a uma terceira são iguais entre si;
2. Se quantidades iguais são adicionadas a iguais, os totais são iguais
3. Se quantidades iguais são subtraídas de iguais, os restos são iguais
4. Coisas que coincidem uma com as outras são iguais
5. O todo é maior do que qualquer de suas partes.

Já os postulados importantes no estudo da geometria curricular são estes:

1. Uma linha reta pode ser traçada de um ponto a outro, escolhidos à vontade.
2. Uma linha reta pode ser prolongada indefinidamente
3. Um círculo pode ser traçado com centro e raios arbitrários
4. Todos os ângulos retos são iguais.

² Harold Scott MacDonald Coxeter é considerado um dos maiores estudiosos de geometria do século vinte. Ele nasceu em Londres em 1907 e faleceu em março de 2003. Estudou na Universidade de Cambridge, mas trabalhou durante 60 anos na Universidade de Toronto, no Canadá, onde publicou 12 livros e mais de 200 artigos acadêmicos. Seu principal trabalho em geometria foi a teoria dos polítopos. Em geometria, um polítopo é a generalização, para um número arbitrário de dimensões finitas, dos conceitos de polígono e poliedro; um polítopo convexo é o invólucro convexo de um número finito de pontos de um espaço euclidiano; um polítopo genérico deve ser definido recursivamente: um polítopo de 0 dimensões é um ponto, e um polítopo de $n+1$ dimensões tem, como *faces*, polítopos de n dimensões. Além disso ele estudou também a geometria não euclideana, a teoria dos grupos e a análise combinatória.

5. Por um ponto P exterior a uma reta m , considerados em um mesmo plano, existe uma única reta paralela à reta m .

Com estes axiomas e postulados Euclides construiu toda a geometria presente nos nossos currículos escolares, e por cerca de dois mil anos foi considerada a única geometria possível. O livro de Euclides é aquele que apresenta, depois da Bíblia, o maior número de edições. Esta geometria permaneceu aceita como exclusiva devido ao fato de não contrariar os nossos sentidos, e portanto, serem facilmente aceitas pela nossa intuição. A uma certa altura da história da humanidade, os matemáticos, tomando como base idéias de vários filósofos, argumentaram a seguinte idéia: se há a possibilidade de apenas uma única geometria, certos postulados ou noções comuns seriam teoremas, isto é, facilmente demonstráveis. Tentaram fazer isto com o quinto postulado de Euclides e não obtiveram êxito, já que ele não é consequência lógica dos quatro primeiros. Substituindo-o, criam-se novas geometrias, tão boas e consistentes quanto a Euclideana. Após dois mil anos de história, a geometria euclideana que era considerada a única possibilidade de explicação do mundo, tem a companhia de outras possibilidades de interpretação.

As idéias do matemáticos Bolyai, Lobachevsky, Gauss e Riemann lançaram as bases de geometrias tão logicamente aceitas quanto a Euclideana. De acordo com a substituição que se faz do postulado das paralelas surgem dois tipos clássicos de geometrias não euclidianas: a Geometria Hiperbólica e a Geometria Elíptica. Na Geometria Hiperbólica, o postulado de Euclides é substituído pelo que afirma que, por um ponto dado P , fora de uma reta r , existe mais de uma reta paralela a esta reta r , enquanto que na Geometria Elíptica postula-se que não existe nenhuma paralela. Como não estamos acostumados com estas “novas geometrias”, as novas situações descritas por elas são visualizadas a partir de modelos que utilizam superfícies para representá-las. No caso da Geometria Hiperbólica utilizaremos a pseudo-esfera que, conforme veremos adiante, tem curvatura negativa.

A Geometria Hiperbólica foi desenvolvida quase que simultaneamente, mas de forma independente por dois matemáticos, o russo Nicolai Lobachevsky e o matemático húngaro Janos Bolay. Este último sabia que tinha criado um universo novo com esta geometria, porém não aprofundou a sua idéia, e não escreveu muito sobre ela.

Já Lobachevsky dedicou mais de vinte anos a seu desenvolvimento matemático. Apresentou seu trabalho à Sociedade de Física-Matemática da cidade de Kazan, e trataram-no como louco, já que ele punha em dúvida a consagrada Geometria Euclideana. Depois publicou uma série de artigos científicos sobre o tema, culminando na publicação da obra Pangeotermia, que foi ditada por ele, pois já se encontrava velho e cego, porém com a força da sua mente e confiança na sua criação, conseguiu descrevê-la perfeitamente. Por este motivo, esta geometria é universalmente conhecida como Geometria de Lobachevsky.

A Geometria Hiperbólica aceita todos os postulados da Geometria Euclideana, exceto o quinto, ou o das paralelas, que é substituído por:

“Por um ponto P fora de uma reta L_1 passa mais de uma reta paralela à reta r ”.

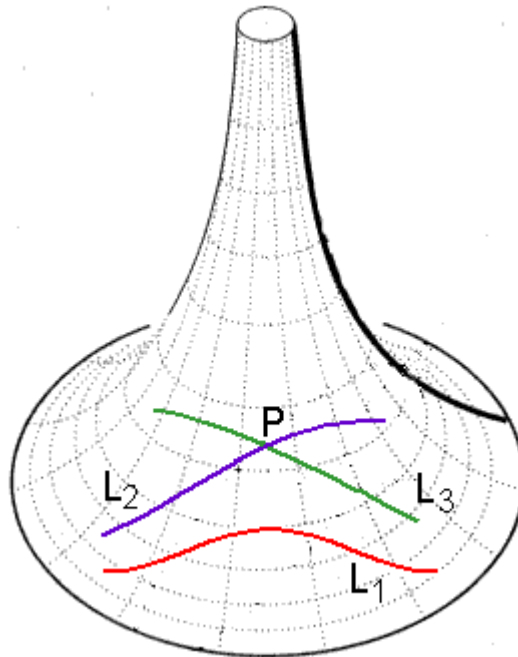


FIGURA 30 - ESTUDO DA GEOMETRIA HIPERBÓLICA

Entre as retas L_2 e L_3 passam infinitas retas, que não interceptam a reta L_1 . Tais retas dizem-se retas não secantes, e não são consideradas como paralelas à reta L_1 . Somente L_2 e L_3 são consideradas paralelas, já que são construídas de tal maneira através da pseudo-esfera que garante a elas esta particularidade. Marca-se uma distância arbitrária sobre a reta L_1 . Com centro em P e um raio qualquer, traça-se um arco de círculo que intercepta uma perpendicular à reta L_1 no ponto que foi marcada a distância arbitrária. A união destes pontos sobre a perpendicular com o ponto P nos permite traçar as retas L_2 e L_3 .

Um das formas de representar por uma superfície plana a Geometria Hiperbólica foi apresentado pelo matemático Felix Klein. A sua idéia foi simples: desenha-se um círculo num plano euclidiano, e a região no interior deste círculo passa a ser o plano de Lobachevsky. As retas neste “plano hiperbólico” são cordas do círculo, excluindo as suas extremidades.

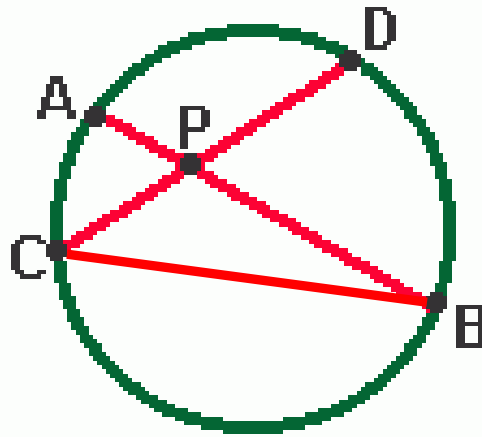


FIGURA 31 - PLANO HIPERBÓLICO

Por P podemos traçar as retas PC e PD paralelas à reta AB. As infinitas retas que passam por P e situadas no interior do ângulo APC são as retas não secantes. Para complementar o modelo, é necessário que as retas tenham uma extensão infinita dentro de uma área finita. Pode-se superar a dificuldade introduzindo uma unidade de medida variável, isto é, seu tamanho diminui na proporção que se aproxima da fronteira do plano (circunferência do círculo). Neste caso a extensão de uma reta, que no caso do modelo corresponde a uma corda, torna-se infinita, pois se insistirmos em medi-la não conseguiremos atingir a “extremidade” da corda, pois a nossa unidade de medida vai encolhendo numa razão tanto maior quanto mais próximos estivermos da fronteira.

Quem criou um outro modelo para representar por uma superfície plana elementos da Geometria Hiperbólica foi o matemático Henri Poincaré. O modelo dele difere do modelo de Klein no que diz respeito às retas, pois aqui elas são arcos de círculos perpendiculares ao círculo que representa o plano hiperbólico.

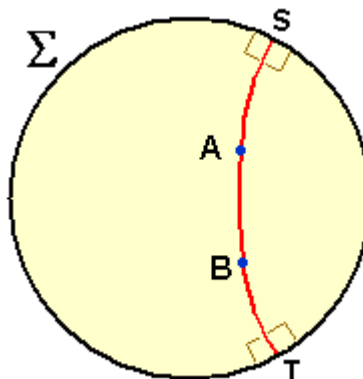


FIGURA 32 - MODELO DE POINCARÉ PARA O PLANO HIPERBÓLICO

Entre os pontos A e B passa uma reta e só uma única reta, que tem o formato de círculo e cujas as bordas são perpendiculares ao chamado disco de Poincaré, nos pontos S e T. Na prática estes pontos realmente não existem, já que esta reta que passa por A e B é

infinita para ambos os lados. Somente as retas que passam pelo centro do disco de Poincaré serão representadas da forma que costumeiramente vemos:

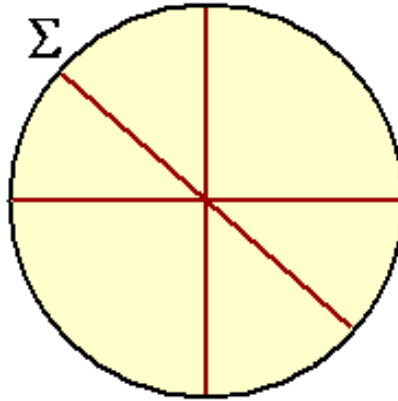


FIGURA 33 - RETAS COM PROPRIEDADES ESPECIAIS NO PLANO HIPERBÓLICO

Ainda sob as idéias da Geometria Hiperbólica, há outros teoremas que para aqueles que estão acostumados com a Geometria Euclideana pode causar um certo estranhamento inicial, tais como:

- em qualquer triângulo a soma dos ângulos internos é menor do que 180° ;
- é impossível a construção de um quadrilátero que apresente os quatro ângulos internos retos;
- dois polígonos são equivalentes quando podem ser divididos no mesmo número finito de pares de triângulos congruentes;
- há três tipos de círculos: a curva limitante, a curva eqüidistante e o círculo propriamente dito podem ser obtidos com a utilização da Geometria Hiperbólica e que só se apresenta de uma maneira na Geometria Euclideana.;

Convém frisar que a divulgação da Geometria Hiperbólica foi a porta de entrada para que novas teorias surgissem, como por exemplo, a Geometria Elíptica ou de Riemann, que em 1851 apontou novas possibilidades para a geometria.

Segundo Paiva (1999, p. 74), as superfícies fechadas são modelos naturais para as geometrias de Riemann, onde não há o infinito. Nas geometrias de Lobachevsky, chamadas hiperbólicas, o infinito invade o real e a busca de modelos naturais se torna muito mais elaborada e abstrata. O plano hiperbólico em si é uma abstração, e a linha reta é um conceito abstrato que se assemelha à reta euclideana, exceto pelas propriedades de paralelismo. Logo, os modelos matemáticos que citamos acima são necessários para possibilitar a visão de uma superfície não euclideana.

Dos modelos apresentados, destacaremos aqui o de Poincaré, pois ele transformou o todo de uma superfície infinita para um disco finito, onde o infinito é resgatado de sua impossibilidade para habitar a borda do disco, o círculo propriamente dito. Como já dissemos anteriormente, Escher se inspirou na Geometria Hiperbólica, mas precisamente no modelo de Poincaré para representar o infinito em suas obras da série de Limite Circular em 1958.

O conhecimento deste modelo trouxe para o gravurista novas maneiras de se representar aproximações ao infinito de uma forma que nenhum artista tinha se proposto a fazer anteriormente, graças ao seu contato com o professor Coxeter. Ele tinha por si só buscado uma forma de se fazer redução de figuras de dentro para fora, e só alcançou isso graças ao conhecimento da Geometria Hiperbólica. Curiosamente, somente seis anos mais tarde, em 1964, é que Escher se propôs a fazer um desenho com forma quadrada com a mesma filosofia aplicada às obras de Limite Circular. No entanto ao mostrar este desenho a Coxeter ele não se mostrou muito animado, já que o desenho segundo ele, citado por Ernst, era muito bonito mas bastante banal e euclideano, diferentemente dos limites circulares.

5.2 Relações Com o Contexto Educacional

As possibilidades para se trabalhar com as figuras apresentadas neste capítulo transcendem às aplicações evidentes que podemos extrair pensando simplesmente naquilo que os currículos da matemática escolar tratam em termos de Geometria, que é notadamente de supremacia euclideana nos currículos de Ensino Fundamental e de Ensino Médio.

Não se exclui evidentemente as grandes vantagens que um professor teria de comparar as diferentes geometrias hoje estudadas a fim de que os alunos comecem a enxergar o Universo com olhares distintos do que estão acostumados a fitar, bem como ter uma visão mais crítica do que passa ao seu redor. Certamente, é uma oportunidade excepcional de apresentar um tema complexo utilizando figuras de rara beleza, do ponto de vista artístico, estético e matemático.

Mas como seria a reação dos alunos para aprenderem e apreenderem a idéia do infinito através dessas figuras? Nossos alunos têm dificuldade de entender as concepções de infinito potencial e de infinito atual. Vilela cita que Aristóteles cria a idéia de infinito potencial como algo que representa somente a possibilidade, a potência, de aumentar ou diminuir indefinidamente, mas seria impossível considerar o infinito como um todo dado, ou o infinito atual. Não se pode considerar a infinito como número, mas apenas como qualidade. Um infinito potencial é uma coleção que cresce em direção ao infinito como seu limite, mas nunca alcança o seu intento. Uma distância finita pode ser dividida em muitas

partes, e estas poderão ser subdivididas e nunca chegaremos realmente a uma parte infinitésima ou a um número de partes realmente finito. Já por sua vez o infinito real é uma coleção em que o número de elementos é realmente infinito. É do infinito atuaç que se trata quando se fala da infinitude do universo, que pode entender-se como infinito no tempo (sem princípio nem fim), no espaço (sem limites), ou ambas as coisas. Essa noção de infinito confunde-se facilmente com o infinito potencial, com o indeterminado, ou com aquilo que está em estado evolutivo, com possibilidades ainda não precisamente explicitadas.

As figuras de Limite Circular de Escher têm o seu valor para mostrar a idéia de infinito potencial, saindo do lugar comum de se trabalhar com o paradoxo de Zenon, com a estória de Aquiles e a tartaruga, ou ainda aquela tentativa de induzir ao aluno a dividir a reta numérica num número sem par de divisões para se passar esta noção de infinito potencial. As gravuras de limite quadrado também podem ser usadas com esta finalidade. A vantagem de se trabalhar com as de limite circular é que se pode utilizar também a questão do disco de Poincaré para apresentar o conceito de infinito real, já que é assim que esta representação da Geometria Hiperbólica trata esta superfície. Estas possibilidades podem também enriquecer em muito o trabalho com estes temas.

Ainda pode-se vislumbrar outras aplicações de importantes conteúdos da matemática dita curricular. Quando nos deparamos com as figuras de limites quadrados, cada uma das figuras tem exatamente a metade do tamanho da anterior, de tal forma que os desenhos estão em progressão geométrica, formando uma P.G. infinita, podendo trabalhar com a idéia inclusive de soma de termos de uma P.G. infinita de uma forma que consiga aliar a Álgebra com a Geometria de uma maneira mais atraente do que a convencional. No caso das figuras com limites circulares não podemos fazer o mesmo uso, já que elas diminuem de tamanho do centro para as extremidades não de uma forma proporcional, apresentando uma certa razão de decréscimo.

Estudo de limites, razões, proporções, seqüências são outros assuntos que com um pouco de coragem e uma dose de criatividade poderiam ser explorados facilmente a partir de gravuras de Escher, só tomando como base aquilo que foi mostrado ao longo deste capítulo. São possibilidades para que o professor reinvente a sua aula, que ouse em sair do lugar comum e que ofereça ao aluno outras possibilidades de se apaixonar pela matemática e pela arte.

Rumando para outras áreas de conhecimento, as obras de Escher que versam sobre este tema podem ser um material alternativo para discutir dentro da Física qual seria a forma geométrica do Universo, discutindo a curvatura do espaço em que vivemos. Esta é uma discussão que envolve tópicos de Física Moderna, assunto que está cada vez mais presente nos currículos da Física trabalhada no Ensino Médio.

Segundo Coutinho, ao usarmos o modelo que considera o nosso Universo é elíptico, como pretende a teoria de Einstein, vivemos num mundo hiperesférico do espaço quadridimensional e, por consequência, a soma dos ângulos de qualquer triângulo é maior do que 180° , e essa diferença é tão maior quanto maior for a área do triângulo. A curvatura positiva do nosso espaço, não sentida por nós, seria facilmente perceptível por um observador da quarta dimensão. Entende-se isto fazendo a analogia com os seres bidimensionais que habitassem uma superfície esférica. Esses seres hipotéticos não se aperceberiam da curvatura do seu mundo, enquanto que nós, seres de três dimensões, sentimo-la facilmente. Da mesma forma seres imaginários da quarta dimensão, observando nosso cosmo, veriam uma curvatura no sentido perpendicular às três dimensões que conhecemos.

Ainda de acordo com Coutinho, se utilizarmos o modelo no qual se considera o Universo hiperbólico, a curvatura é também constante, mas negativa. E, nesse caso, a hiper pseudo-esfera mergulhada no espaço de quatro dimensões seria a superfície indicada para modelar o nosso Universo. E para observarmos esta curvatura, novamente teríamos que ir para um espaço quadridimensional e de lá medirmos essa curvatura.

Na verdade, para fins práticos, nada muda em nossa vida saber se o Universo é ou não euclidiano. Henri Poincaré dizia que nenhuma geometria é mais correta do que a outra, sim somente mais conveniente ou menos conveniente, de acordo com aquilo que se deseja defender ou demonstrar. Porém trazer discussões como essas para a sala de aula desperta nos alunos um interesse maior pela Física, já que a exposição nos meios midiáticos da Física Moderna tem se feito de uma forma mais contínua e agressiva do que a Física Clássica, como se ela fosse mais imponente, filosófica ou intelectualizada, quando na verdade uma delas complementa o entendimento da outra.

O trabalho pedagógico na sala de aula do Ensino Fundamental ou Médio contempla a possibilidade de desenvolver novas atitudes em relação ao professor e ao aluno no tratamento dos conteúdos escolares. Consideramos o trabalho investigativo como parte integrante das aulas de Matemática ou de Física, um encaminhamento metodológico importante.

Este trabalho, usando diferentes recursos, como trazer a análise de obras de Arte, exige também dos professores que as atividades escolares sejam organizadas, pois necessitam de certo gerenciamento das aulas como todas as outras atividades. Para incorporar essa tendência em seu cotidiano, é possível que o professor repense e avale a sua concepção do ensino de Matemática, revendo seu referencial teórico e aprofundando seus conhecimentos, incorporando algumas mudanças em seu trabalho pedagógico diário, tentando a aproximação entre teoria e prática.

Frente às novas tecnologias, o professor necessita incorporar na sua prática pedagógica o uso de novas ferramentas. E os recursos de que dispomos hoje são fontes excelentes como apoio pedagógico para o processo ensino/aprendizagem. Não que ele, o recurso tecnológico, por si só garanta a efetividade do processo, mas como destacada ferramenta de apoio.

6 A ARTE DA LOUCURA: ESTUDO DOS MUNDOS IMPOSSÍVEIS DE ESCHER

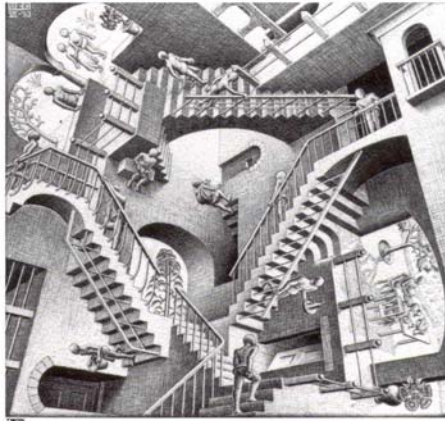


FIGURA 34 - RELATIVIDADE – LITOGRAFIA – 1953

Três planos de gravitação agem aqui verticalmente uns sobre os outros. Três superfícies terrestres, vivendo em cada uma delas seres humanos, intersectam em ângulo reto. Dois habitantes de mundos diferentes não podem andar, sentar-se ou ficar em pé no mesmo solo, pois a sua concepção de horizontal e vertical não se conjugam. Eles podem, contudo, usar a mesma escada. Na escada mais alta das aqui representadas, movem-se, lado a lado, duas pessoas na mesma direção. Todavia, uma desce e outra sobe. É claramente impossível um contato entre ambas, pois vivem em mundos diferentes e não sabem, portanto, da existência uma da outra. (ESCHER)



FIGURA 35 - BELVEDERE. LITOGRAFIA – 1958

Em primeiro plano, em baixo, à esquerda, está uma folha de papel, sobre a qual foram desenhadas as linhas de um dado. Dois círculos indicam os pontos onde as linhas se cruzam. Que linha está à frente, que linha está atrás? Atrás e à frente, ao mesmo tempo, não é possível num mundo tridimensional e não pode por isso ser representado. Mas pode ser desenhado um objeto que, visto de cima, representa uma realidade diferente da de quando visto de baixo. O rapaz, que está sentado no banco, tem nas mãos uma tal absurdidade, em forma de cubo. Ele observa pensativamente o objeto impossível e não parece ter consciência de que o belvedere, atrás das costas dele, é construído de forma impossível. No piso inferior, no interior da casa, está encostada uma escada pela qual sobem duas pessoas. Mas chegadas a um piso acima, estão de novo ao ar livre e têm de voltar a entrar no edifício. É então estranho que ninguém desta comunidade se preocupe com o destino do preso no subterrâneo que, queixoso, põe de fora a cabeça, através das grades? (ESCHER)

6.1 Embasamento histórico e conceitual

Quando se estuda a produção de Escher é inegável observar que há uma mudança de estilo, no qual ele deixa de produzir paisagens para viver uma fase mais abstrata nas suas gravuras. Ao se falar aqui em paisagem estamos nos referindo ao sentido mais simples a este termo, isto é, a uma atitude de observação: são elementos físicos, montanhas, rios, bosques, vales, prados, rebanhos, habitações, campos plantados, cercas divisórias, caminhos, tudo perfeitamente mensurável e mesmo quantificável. Nesta nova fase, onde a abstração e a criação de mundos impossíveis são exploradas usando como pano de fundo a Matemática, a utilização de falsas perspectivas e de vários pontos de fuga são uma constante. Há críticos da arte que afirmam não ser Escher o pioneiro nessa forma de representação, como cita Gombrich (1995, p. 258), já que Hogarth em 1754 na obra “Perspec-

tiva Falsa” e Piranesi em 1750 na obra “Carceri”, no qual o observador, ao tentar resolver o problema das coisas com a visão fica frente a frente com os paradoxos da composição.



FIGURA 36 - PERSPECTIVA FALSA, DE HOGARTH - 1754 – GRAVURA



FIGURA 37 - PRISÕES IMAGINÁRIAS, DE PIRANESI – 1750 – ÁGUA FORTE

Giovanni Battista Piranesi foi um dos precursores da Revolução Romântica da Arte, e assombrou o mundo no meio do século XVIII com a figura acima que, até aquele momento, nenhum outro artista tinha ousado fazer. Seus desenhos, talvez não de forma intencional, quebraram as leis da perspectiva por serem impossíveis. Ele era arquiteto também, mas ficou mais conhecido pela sua série de notáveis gravuras conhecidas por “Prisões Imaginárias”. Elas foram publicadas inicialmente em 1745 e foram revisadas, desenhadas de uma forma mais extraordinária, e rerepresentadas em 1760. Evidentemente, a apresentação de suas gravuras foram os primeiros e um dos mais significantes presságios da chegada do Movimento Romântico que estava por vir e varrer todo o mundo das artes. Pode-se notar

nas gravuras de Piranesi a inclusão de alguns pontos de vista que aparentam minar fortemente as idéias de perspectiva clássica utilizada pelos artistas renascentistas.

Além de mostrar toda uma carga de dramaticidade necessária numa obra romântica, Piranesi começa a transcender a habitual representação tridimensional. A preocupação maciça da arquitetura da sua gravura com suas sombras ameaçadoras quase obscura o fato que há alguma coisa estranha com a arquitetura desta prisão.

Se olharmos atentamente veremos que a parede do fundo com as três torres góticas parte logicamente da esquerda. Entretanto, o arco central parece se mover para um primeiro plano na sua seção mais baixa, tornando-se parte de uma série de três arcos arredondados no centro do primeiro plano. A escadaria aparece correndo inicialmente paralela a esta parede maciça mas depois ela se move imperceptivelmente atrás dela. Consciente ou inconscientemente, ele realmente criou com a sua figura planos múltiplos de uma forma na qual é verdadeiramente confuso para o observador.

Marielle H. Van Dijk, no artigo “Como o Gerenciamento da Inovação Mata a Criatividade”, nos coloca que uma característica do mundo competitivo é a busca de soluções rápidas, eficientes e que buscam um novo método, idéia e pesquisa que vão solucionar um problema imediato no mercado. E que isto pode ser chamado de criatividade, na medida que houver investimento em tempo, paixão, seguida de um forte desejo de aprender ou conhecer algo novo. Ainda no mesmo artigo, ela nos relata que a criatividade apresenta seis características básicas: nível intelectual, conhecimento, maneira de pensar, personalidade, motivação e ambiente. A partir disso as pessoas podem ser divididos em três grupos, que ela chama de 3Ps: pioneiros, passageiros e piratas.

Pioneiros são os artistas e inventores. Eles se distinguem por apresentarem um fluxo contínuo de curiosidade, o rumo deles é a investigação, a aventura é a pesquisa, o motor a paixão como fazem isso. A autora do artigo coloca Piranesi como pioneiro, já que foi o primeiro que pintou usando perspectivas não muito usuais para a época que ele viveu.

Já os passageiros são aqueles que usam as idéias ou conceitos dos pioneiros e conseguem aprimorar as suas idéias nas suas produções. Escher, para ela é considerado um passageiro, já que através de Piranesi aprendeu a fazer desenhos fantasiosos jogando com a perspectiva.

O terceiro grupo de pessoas seriam os piratas. Em contraste com os pioneiros e os passageiros, estas pessoas roubam as idéias e conceitos dos outros, sem dar-lhes os devidos créditos, só buscando a exploração e o lucro. Segundo ainda a autora a paixão e a ganância que cada um destes grupos apresenta distingue-os e caracteriza-os muito bem, de acordo com o gráfico a seguir:

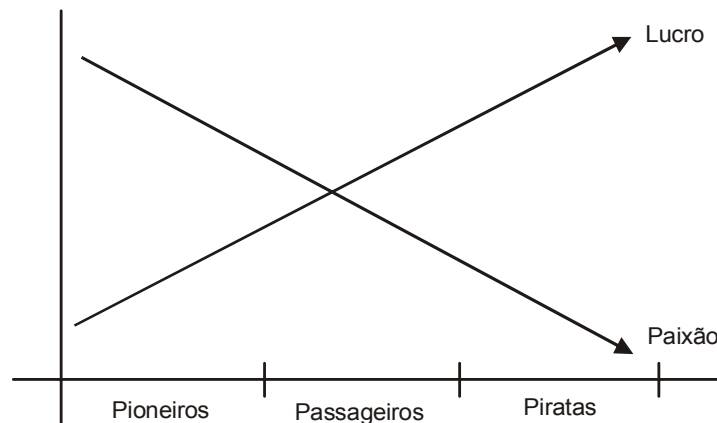


FIGURA 38 - GRÁFICOS DOS PIONEIROS, PASSAGEIROS E PIRATAS

Podemos então colocar Escher como alguém que está exatamente no ponto de intersecção destas 2 curvas (paixão e lucro), já que seu interesse em fazer as gravuras era duplo: divertir-se deixando as pessoas inquietas com as suas abstrações, bem como obter vantagens financeiras com a venda do seu trabalho.

Ao se analisar muitos de seus trabalhos, podemos notar que Escher se ocupou por muitos anos com problemas bem peculiares de perspectivas que iludem ao espectador. Num primeiro estágio ele usou as leis clássicas da perspectiva de um modo original. Ele chegou a trabalhar com vários pontos de fuga numa mesma figura, mostrando que zênite, nadir e ponto de distância são conceitos relativos. Além disso, ele também usou perspectivas com linhas curvas as quais ele desenvolveu sozinho, uma fantástica e interessante descoberta.

Na litografia *Relatividade*, da qual há indícios que ele tenha se inspirado nos trabalhos de Piranesi para executá-la tem como característica básica a coexistência de mundos impossíveis. Na verdade, são três mundos completamente diferentes construídos numa unidade inalterável. Isto foi possível devido a utilização de três pontos de fuga, os quais estão além do plano da imagem e que formam um triângulo equilátero com lados de 2 metros de comprimento, cada um deles com três significações diferentes, podendo ser nadir, zênite ou ponto de distância. Olhando atentamente a gravura podemos dividir as 16 pessoas que ali estão em três grupos, nos quais cada grupo vive num mundo peculiar, em que o desenho os objetos e as coisas têm nomes diferentes e funções diferentes. O que pode representar uma porta para o habitante de um mundo pode ser a janela para outro habitante de outro mundo e, assim sucessivamente. Nesta imagem portanto coexistem três campos gravitacionais diferentes, que são perpendiculares uns aos outros. Isto quer dizer que para cada um dos três habitantes, que por sua vez experimenta o efeito de apenas um dos campos gravitacionais, uma das três superfícies existentes lhes serve de chão.

Evidentemente, a utilização desta figura em sala de aula pode trazer ao professor as mais interessantes alternativas de atividades, dependendo da criatividade. Primeiramente, irá

confundir e aguçar a visão do aluno em três dimensões. Para aqueles que têm dificuldade de se posicionar espacialmente e de enxergar a tridimensionalidade, a gravura será impactante. Mas a partir do momento que o professor começar a explicar o que é ponto de fuga e procurar mostrar a forma com que Escher utilizou nesta figura três pontos de fuga que fogem dos limites da figura, isso provavelmente fará com que muitos alunos tentem por si só fazer desenhos que procurem se aproximar das gravuras deste artista. Em seguida, esta obra pode auxiliar o aluno na Geometria Analítica, para a localização de pontos, retas e outros elementos geométricos num plano cartesiano, bem como ser uma porta de entrada para que o aluno compreenda melhor conceitos da Geometria Espacial e da Geometria de Posição. É claro que são algumas contribuições que esta figura especificamente pode trazer para um professor que leciona Matemática, Desenho Geométrico ou áreas de conhecimento correlatas.

Seria interessante recordar que pelo fato do irmão de Escher ser geólogo e ter escrito um manual de Mineralogia e Cristalografia, este gravurista acabou produzindo várias obras que envolvem sólidos geométricos, formando várias composições diferentes, através dos poliedros de Platão (poliedros convexos que possuem todas as faces sendo polígonos regulares congruentes entre si e cujos ângulos poliédricos são regulares e congruentes entre si). Evidentemente quaisquer gravuras que envolvam este têm aplicação rápida e eficiente.

Além disso, as figuras geométricas de Escher são bem eficazes para mostrar para os alunos que a repetição de uma mesma forma simula os fractais, assunto que muitos já conhecem por causa da exposição da mídia ou pelos computadores. A *geometria fractal* é o ramo da matemática que estuda as propriedades e comportamento dos fractais. Descreve muitas situações que não podem ser explicadas facilmente pela geometria clássica, e foram aplicadas em ciência, tecnologia e arte gerada por computador. As raízes conceituais dos fractais remontam a tentativas de medir o tamanho de objetos para os quais as definições tradicionais baseadas na geometria euclidiana falham.

Um fractal (anteriormente conhecido como *curva monstro*) é um objeto geométrico que pode ser dividido em partes, cada uma das quais semelhante ao objeto original. Diz-se que os fractais têm infinitos detalhes, são geralmente auto-similares e independem de escala. Em muitos casos um fractal pode ser gerado por um padrão repetido, tipicamente um processo recorrente ou iterativo. Uma das características das obras de Escher é a repetição de padrões e é claro que isso pode ser fortemente explorado.

Voltando à temática da construção dos mundos impossíveis, vamos fazer agora algumas considerações sobre a segunda gravura apresentada no início deste capítulo. De acordo com o livro "Incredible Optical Illusions", as figuras impossíveis podem nem sempre confundir nossos olhos, mas elas certamente confundirão a nossa mente. Mesmo que não conheçamos todas as leis da geometria, compreendemos enquanto olhamos para eles que

eles basicamente não podem existir na prática. Uma das primeiras e mais conhecidas figuras impossíveis foi descoberta pelo artista sueco Oscar Reutersvard, em 1934: é o tribar.

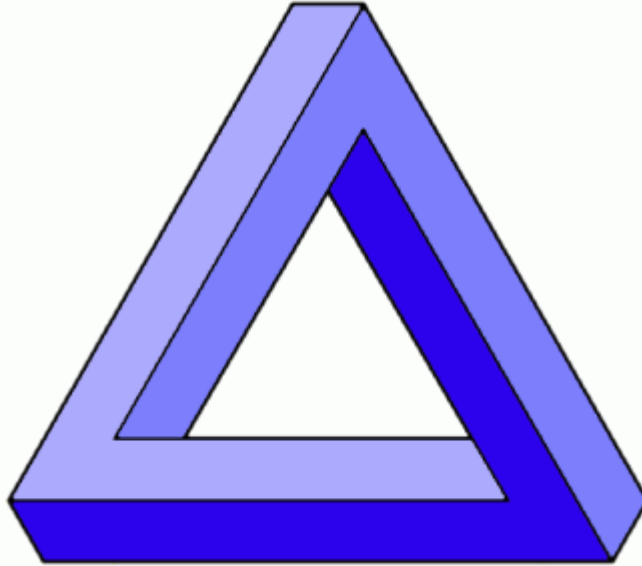


FIGURA 39 - DESENHO DE UM TRIBAR

Fitando-o pela primeira vez, nossos olhos aceitam como uma figura triangular tridimensional representada num plano bidimensional. Mas, a nossa mente, um instante mais tarde, rejeita a figura porque seria logicamente impossível. Isso vem do fato de enxergamos como ângulos internos do triângulo três ângulos de 90° , isto é, todos os lados são perpendiculares entre si, fazendo com que a soma dos ângulos internos deste triângulo seja equivalente a 270° , quando na verdade esta soma não deveria passar de 180° . Por mais que tentemos quebrar o tribar e redesenhá-lo para que ele se torne possível de existir na prática, não há como conseguir este intento.

Em 1958 dois professores de psicologia L.S. Penrose e Roger Penrose (pai e filho) publicaram o primeiro artigo científico para explicar objetos impossíveis, mas não tomando como base a figura do sueco, mas sim a partir de algumas obras de Escher, que eles já tinham um contato inicial. Eles afirmaram no artigo que cada parte de uma figura impossível é aceita como a representação de um objeto normalmente situado no espaço tridimensional, e ainda possuindo falsas conexões com as partes, a aceitação de toda a figura nesta base dá o efeito ilusório de uma figura impossível. Eles ilustraram o que acabaram de afirmar construindo um conjunto de três triângulos entrelaçados, semelhante ao tribar mostrado na figura anterior, bem como uma escada, hoje conhecida nos estudos de Arte e Psicologia como escada de Penrose:

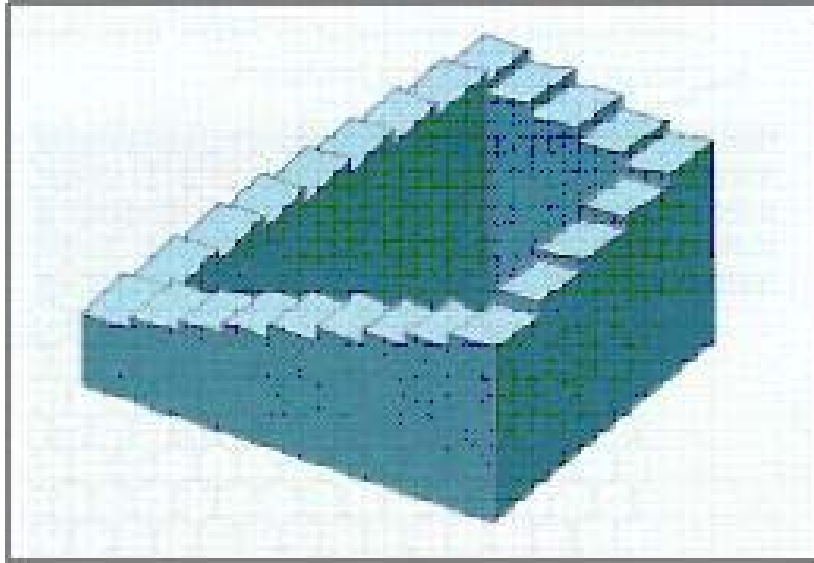


FIGURA 40 - ESCADA DE PENROSE

É esta escada que está presente na gravura “Escada acima e escada abaixo”, a qual me referi no primeiro capítulo dessa dissertação, e que muito me despertou o interesse para conhecer mais deste artista, na qual a construção da escada onde os soldados circulam é impossível de se construir na prática. A escada de Penrose se apresenta descendo e subindo continuamente. Cada secção desta estranha escada parece uma figura razoável de um lance de escadas, mas as conexões entre as quatro secções exatamente não fazem sentido. Os degraus parecem descer sempre no sentido horário, algo que é naturalmente impossível.

Na segunda gravura inserida no início deste capítulo, a arquitetura da torre é impossível. Se tentarmos fazer uma maquete da construção ali representada ela desafiará todas as leis da Física e não ficará de pé. Nela todas as representações da realidade tridimensional são tidas como a projeção desta realidade sobre um plano. Por outro lado, nem todas as representações têm de ser uma projeção da realidade tridimensional. A senha para se entender a construção está no cubo que o menino tem nas mãos à frente da torre: a questão de se representar o côncavo e o convexo de forma aleatória para propositadamente possa confundir aquele que está olhando para a torre.

Na outra gravura conhecida como “Belvedere”, à primeira vista ela aparenta representar uma misteriosa e antiga torre na qual pessoas silenciosas, romanticamente vestidas com roupas medievais, deixam o olhar correr para admirar um mágica paisagem. A paisagem foi desenhada de acordo com as leis tradicionais da perspectiva e isto ajuda enganar os olhos, e a princípio tomamos a figura como um todo sendo verdadeira. Mas a mente humana poderá avisar que há algo ilógico na figura. A colunata que circula o primeiro e principal piso, com as suas nobres colunas que suportam um teto arqueado no estilo

peculiar que Escher gosta de representar, falha em fazer uma lógica conexão entre o andar superior e o andar inferior.

Pode-se ver isto mais claramente ao perceber que a escada que é colocada para alcançar o andar superior, onde os arcos subitamente movem do primeiro plano para o plano de fundo. Isto não faz sentido e não há maneira de se interpretar este fato. A razão é que, bem no centro da figura, Escher criou uma impossível mas maravilhosamente discreto cubóide (objeto retangular). Ele provoca e seduz o olhar a pensar conhecer exatamente o que tudo está perfeitamente encaixado, enquanto ele nos deixa absolutamente perplexo. Para se entender como Escher concebeu esta gravura temos que examinar as estruturas subjacentes. A chave para a ilusão está nas pistas deixadas pela enganosa perspectiva. O plano horizontal do cubóide é longo e estreito. Escher coloca partes do cubo as quais contradizem cada uma das outras tão diferentes quanto possível e tem o cuidado de ocultar suas contradições. O teto, por exemplo, está semi-oculto pelos arcos enquanto que o chão é oculto pela balaustrada. Então Escher pode disfarçar o fato que o andar superior é realmente perpendicular ao andar de baixo. A mulher no andar de cima está fitando numa direção diferente do homem que está abaixo, ainda que ambos estejam nas mesmas linhas de colunas. Para que este trabalho tenha um que de realidade as colunas deveriam ser fortemente curvadas. Por esta minuciosa realidade que Escher tenta transmitir em algumas partes da sua gravura, ele consegue com habilidade camuflar o cerne da sua grande contradição.

6.2 Relações Com o Contexto Educacional

Não há como negar que a genialidade de Escher pode e em muito trazer novas alternativas para o professor de matemática trabalhar em sala de aula. Esta gravura que acabamos de descrever tem a sua utilidade no sentido de despertar no aluno a curiosidade em trabalhar com a tridimensionalidade e explorar em outras figuras de Escher as características que um desenho tem que apresentar para que ela seja considerada ou não uma figura impossível. Seria uma discussão riquíssima, já que os próprios alunos poderiam trazer outras imagens que apresentam características semelhantes, já que hoje é bastante comum as chamadas “correntes de e-mails” que divertem e instigam os internautas com figuras inusitadas. Sempre é bom recordarmos que a linguagem visual é uma habilidade que é facilmente verificada em nível avançado nas crianças e adolescentes principalmente.

Para a área de conhecimento de Física, as figuras impossíveis são um material farto para que seja trabalhado a óptica da visão no que concerne as ilusões de óptica. Por ilusão de óptica vamos aqui definir como sendo todas as ilusões que enganam o sistema visual

humano, fazendo-nos ver qualquer coisa que não está presente na figura ou ainda de modo equivocado, podendo ocorrer naturalmente ou por alguma deficiência do nosso sistema visual. Quando se trabalha este conteúdo explicando o funcionamento do olho normal ou emétrope (sem defeitos de visão de quaisquer espécies, seja de ordem refrativo ou congênita) , é comum se relacionar depois as ametropias, e os motivos pelas quais elas acontecem. E neste aspecto, faz-se necessário distinguir os problemas de visão de outros que são conseqüências de análises erradas que a nossa mente faz em conjunto com o sentido da visão. Ainda na área de Óptica, além das figuras impossíveis, poderíamos aqui ainda relacionar outras tantas que trabalham com a reflexão da luz em superfícies planas e esféricas que seriam de extrema aplicabilidade pra se explicar o comportamento da luz nos espelhos planos e nos espelhos esféricos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS OU A ARTE DA SÍNTESE

A Matemática é quase tão antiga quanto a espécie humana. Bem antes da invenção dos números, os homens tiveram que desenvolver métodos para resolver problemas cotidianos, como se localizar no tempo e no espaço e para tentar descrever e explicar o mundo físico. Estes métodos se desenvolveram paralelamente à evolução das linguagens, das ferramentas, das ciências, e por que não dizer a arte.

Entre os matemáticos que estudam a Etnomatemática há aqueles que afirmam que o conhecimento é criado e organizado intelectualmente pelo indivíduo em resposta a um ambiente natural, cultural e social; depois de ter sido difundido pela comunicação, ele é organizado socialmente, tornando-se assim parte integrante de uma comunidade ou cultura, para se explicar fatos e fenômenos. Muitas pessoas como sábios, observadores, “guardiões do poder” e os professores são responsáveis em analisar este conhecimento, depurá-lo e passá-lo adiante. E isto vale para todas as formas estruturadas de conhecimento, desde a religião, passando pela culinária, pela arte e pela matemática.

Ao se reconhecer uma ou mais práticas matemáticas, aceitamos que existem diversas respostas a ambientes diferentes, isto é, há mais de uma maneira de se compreender a realidade. E dentro da visão da etnomatemática, os estudantes devem ser expostos à etnomatemática praticada pelos seus futuros pares, a fim de que possam estar cada vez mais preparados para exercer suas atividades profissionais, além de trazer uma diminuição da agressividade, da arrogância, da intolerância, da segregação e da injustiça. Como a matemática pertence a todas as classes e contextos culturais, ela é marca da civilização humana em sua pluralidade. Dentro de uma visão mais ampla da prática pedagógica, instigar ao educando ter essa visão da matemática, permeado com o olhar atento aos vários pontos de tangência que a matemática tem com outras ciências, áreas do saber e notadamente com a arte traz para todos nós novas possibilidades de trabalho com os nossos alunos.

O estudo da obra de Escher nos permitiu compreender as diferentes possibilidades e familiaridades entre saberes produzidos nas práticas desse artista e nas práticas da matemática escolar. Do ponto de vista da filosofia da linguagem, baseando-se em Wittgenstein e tantos outros que discutiram este assunto, como a organização social humana é baseada quase inteiramente sobre o uso de significados, logo o uso das obras de Escher poderá fazer um maior ou menor sentido de acordo com os objetivos e com a visão que cada educador tem da matemática, seja ela escolarmente estabelecida ou não, tendo em vista que do ponto de vista da Etnomatemática, são produzidas nos meios sociais várias matemáticas distintas.

Tomando como referência as idéias de Wittgenstein, a apropriação feita pelos meios escolares da obra de Escher reflete que, qualquer explicação de uma estrutura social como uma instituição, precisaria explicar os significados partilhados que criam e sustentam a estrutura, e isso faz com que o estudo deste artista dentro de uma perspectiva matemática possa ter um forte significado para o educador no seu trabalho docente.

Quem corrobora com este pensamento é Vilela (2006, p. 4), ao explicar que para Wittgenstein os jogos de linguagem, estão relacionados, a *formas de vida*, e não convergem para uma essência. Assim, jogos distintos geram significados também distintos, o que leva a pesquisadora a discutir as tensões entre o que é chamado de matemática escolar e aquilo que é conhecido como matemática da rua, indicando que as mesmas possuem pontos de tangências ou semelhanças, mas, são de natureza diferentes – natureza essa definida aos usos (não no sentido pragmático do termo) a que estão vinculados.

Ainda sob esta mesma perspectiva, Villela (2006) busca compreender esse movimento dos saberes em práticas escolares e não escolares, partindo do estudo de trabalhos, em especial no campo da Etnomatemática, que têm adjetivado a matemática como: matemática escolar e cotidiana, ou matemática escolar e matemática da rua, entre outros. Para essa busca, essa autora, apóia-se na já mostrada anteriormente na concepção wittgensteiniana de *Jogos de Linguagem*. Logo, isto nos leva a concluir que a natureza da matemática não é una, mas sim que ela apresenta múltiplas faces, isto é, vamos partir do princípio que não existe uma matemática, mas diferentes matemáticas, produzidas, usadas e significadas nos contextos de diferentes práticas sociais.

De acordo com Paul Ernst a preocupação com as dimensões sociais externas da matemática, que inclui também suas aplicações e usos, tem reforçado o desejo de delinear um quadro multidisciplinar da matemática inspirando em muitas correntes de pensamento nas quais se incluem a etnomatemática, o social construtivismo e a retórica da ciência, o pós-estruturalismo, o pós-modernismo, a semiótica, a psicologia social construcionista, a filosofia geral entre outras correntes. Logo, as pesquisas mais modernas sobre a educação matemática precisam passar pelo crivo das dimensões sociais e externas da matemática, passando pela sua história, aplicações, usos e um forte desejo de ver uma consideração multidisciplinar da matemática que acomode a etnomatemática, os estudos em educação matemática e as críticas multiculturais, impelidos pelo senso da responsabilidade social da matemática.

Seguindo esta linha de raciocínio, nossas análises vão adentrando no campo da Etnomatemática a qual será aqui compreendida como uma idéia vinculada em analisar os conceitos, os sentidos e os significados de saberes matemáticos que emergem de diferentes práticas, como aquelas que motivaram Escher a elaborar os seus desenhos em certo período de sua carreira, bem como todos os artistas que fizeram da Matemática o pano de

fundo de suas obras. E neste sentido podemos aqui propor se não mudanças de currículo, pelo menos estratégias de ações diferenciadas para os professores tornarem a matemática escolar mais atraente e plena de significados para os estudantes.

No que diz respeito ao currículo, artigos de Monteiro e Mendes (2005) indicam as proximidades e possibilidades de discussões sobre o currículo de matemática a partir da convergência de estudos nos campos da matemática escolarizada e da prática social. Para elas, muitas das questões apresentadas enfocam a ação pedagógica, ou seja, buscam responder às perguntas: quais são as implicações das reflexões desenvolvidas por esse campo de pesquisa para a prática escolar e o currículo de matemática? Qual modelo de escola essa perspectiva pressupõe? Segundo as autoras, tais questões têm gerado, na Etnomatemática, um debate recente, que envolve discussões sobre diferença, multiculturalidade entre outras, vai ao encontro das discussões apresentadas pelas teorias que discutem o currículo num escopo mais voltado para o lado social. As autoras complementam a idéia colocando-nos a necessidade da criação de um espaço que não exija um apagamento do que o aluno traz de seu cotidiano, suas formas de conhecimentos não validados e não legitimados pela prática dominante, para que ele “aprenda” a falar dentro do discurso do conhecimento escolar. Esse apagamento tem se dado de forma que aquilo que o aluno traz é silenciado e, às vezes, deixado de lado em função do modo como é apresentada a matemática escolar, como uma forma única e não como uma opção de ação sobre a realidade diante de outras possibilidades que fazem parte das diversas experiências dos alunos na sua prática diária.

D’Ambrosio (1996, p. 95) também nos serve de inspiração e nos traz as diretrizes de como um currículo de vê ser montado: ele deve ser dinâmico, e contextualizado no seu sentido mais amplo, reconhecendo a heterogeneidade entre os alunos e oferecendo estratégias que ampliem o intercâmbio de idéias entre alunos e educadores, possibilitando um crescimento social e intelectual de ambos os lados. Esse autor acrescenta, ainda, que a pesquisa é o elo entre teoria e prática. Então, é possível caminhar para a prática por meio da pesquisa, desde que esta seja fundamentada numa teoria que contém metodologias que contemplem a prática.

Isso pode ser estendido pela idéia de como Escher pode ser inserido no contexto escolar pela matemática. Cada vez mais elementos do mundo científico, sua linguagem e a visão de mundo que o traduz, estão presentes em um amplo conjunto de manifestações sociais. Isto acaba acontecendo porque a matemática e outras ciências igualmente influenciam outros ramos de conhecimento, bem como recebe influências destes ramos, passando por questões que envolvem basicamente a realidade histórica, a afetividade, a subjetividade e a influência da sociologia e das ciências sociais.

Diante dessa teia de relações que acabam tornando a nossa prática docente ao mesmo tempo apaixonante e desafiadora, temos uma primeira pergunta a que não pretendo responder categoricamente, mas trazer alternativas e uma pequena contribuição para todos que usufruam desta pesquisa futuramente. De que forma podemos trabalhar com a matemática escolar como sendo fruto de uma construção humana, inserida num processo histórico e social identificada em várias manifestações da vida comum de um ser humano qualquer, em diferentes âmbitos e setores, como nas artes ou em quaisquer atividades que tenham um sentido ou significado para as nossas vidas? Ou ainda, de que forma podemos pensar em organização de trabalhos, atividades e encaminhamentos didáticos pedagógicos que proporcionem aos alunos tanto se aproximar de saberes e valores artísticos como escolares transcendendo ao saber técnico geralmente abordado tanto nas aulas de matemática quanto nas de artes?

Para cativar, abrir e despertar o interesse dos nossos alunos e para o público geral em Matemática, uma das alternativas é fazer esta ligação com a Arte através de propostas de trabalho com os alunos que transcendam o formalismo da apresentação de conteúdos. Normalmente, isso é executado nos trabalhos escolares com os livros paradidáticos, que dão pistas de como podemos usar recursos educacionais os mais distintos possíveis para trabalharmos com metodologias adequadas para fins educacionais. E neste aspecto temos traçar algumas considerações.

Por razões não totalmente identificadas, do ponto de vista da arte, nota-se que os livros paradidáticos da área de matemática apresentam sérias limitações tanto no que diz respeito aos conteúdos abordados, bem como nas atividades propostas que muitas vezes partem sempre de repetidas situações do cotidiano. Passa-se a idéia de que todos os alunos vivem num mesmo contexto social e que o conhecimento do aluno se restringe a algumas atividades práticas que até apresentam conexões com a matemática, mas que não devem ser tomadas como as únicas que fazem parte da realidade do estudante.

Segundo Silva (2004), o processo da produção dos manuais pedagógicos, e aqui incluímos os livros didáticos e paradidáticos, é complexo e envolve diversos fatores, tais como os dispositivos de organização dos conteúdos a serem estudados, constantes dos currículos e programas da escola normal, as leis mediante as quais o governo controla a literatura escolar em geral e o desenvolvimento de iniciativas editoriais. Todos esses aspectos deverão ser evidentemente observados, a fim de que entendamos as razões pelas quais muitas vezes não encontramos livros que apresentem este viés de compartilhar conhecimentos que emergem de áreas que a priori não apresentem uma maior relação.

Dos vários livros que tive contato, apenas um deles tinha como proposta associar a Arte com a Matemática, algo que o livro faz de forma coerente, no entanto utilizando

apenas as obras de arte como uma forma do aluno adentrar no campo da geometria, como o estudo de formas geométricas, áreas, simetrias, mosaicos, não ultrapassando muito esta fronteira de conhecimento, sem provocar, evocar, instigar e amadurecer nos alunos outras concepções que a matemática pode vir a ter quando correlacionadas com uma obra de arte. Certamente é válido, mas no entanto restringe as potencialidades que estão latentes no estudo de vários artistas no que tange nos paralelos que podem ser estabelecidos com o estudo da matemática.

Como já foi exposto nos capítulos anteriores, a obra de Escher oferece ao professor de matemática um material para que o ele transforme a sua sala de aula num ambiente no qual o aluno amplia seus conhecimentos e seu gosto pela arte e pela matemática, através da combinação inteligente destes fatores. Por razões pessoais escolhi este artista, mas porém há outros como Volpi, Mondrian, Salvador Dali, Magritte , Tarsila do Amaral, entre tantos gênios das artes que podem ser aplicados pelo professor em seu trabalho na sala de aula.



FIGURA 41 - "UM OUTRO MUNDO II", 1947, XILOGRAVURA

Tomemos como base essa figura de Escher intitulada "Um Outro Mundo II", de 1946. A escolha por esta figura foi aleatória, dentre tantas outras possibilidades que o artista oferece dentro da sua genialidade. Não se pode esperar apenas que a figura sirva de uma forma de provocação sobre qual é a maneira certa de se ver este desenho, mas sim discuti-la sob todos os aspectos matemáticos. Primeiramente e mais primariamente analisar quais

as são as formas geométricas que ali podem ser observadas. Depois tentar junto com os alunos passar a idéia de ponto de fuga e verificar quantos ali foram utilizadas para que o gravurista passasse esta sensação de profundidade, de confusão que quase beira a um certo mal-estar para o expectador. Para a surpresa de todos, só há um ponto de fuga utilizado nesta gravura, sendo que na verdade ele apresenta uma função tripla para confundir cima com baixo, direita com esquerda e frente com trás!

Pode-se aproveitar a mesma figura para abordar outros temas interessantes como falar sobre a maneira que enxergamos o mundo do ponto de vista da influência euclideana e da existência de outras geometrias que podem explicar fatos que esta geometria milenar não consegue desvendar. Ou ainda falar da existência de buracos negros, gravidade e curvatura do tempo-espaço e inserindo conceitos que estão cada vez mais difundidos em documentários na televisão e revistas, procurando trazer ao leigo mais noções sobre o espaço e o universo. Uma outra possibilidade é também falar sobre o Universo e a sua provável infinitude para associar com a representação assintótica de algumas funções matemáticas bem como a existência de séries matemáticas infinitas, que muitas vezes podem ser somadas, dando-nos um valor real, como a soma de uma progressão geométrica infinita.

É evidente que algumas provocações acima colocadas não podem ser aceitas para alunos de quaisquer séries ou ainda de quaisquer escolas, e talvez a figura acima não seja a mais apropriada para os temas levantados pelas questões. É fato também que existam outros conteúdos estudados na matemática escolar bem como na física que poderiam ser abordados com a utilização desta mesma gravura, mas aqui objetivei apenas mostrar que as possibilidades são inúmeras. E isso que torna empolgante o estudo das relações entre arte e matemática tomando como base este artista.

Ao longo do estudo de Maurits Cornelis Escher vivi as mais diversas emoções e sensações. Uma delas que gostaria de compartilhar agora é o temor de não saber delimitar e delinear quais aspectos deveriam ser abordados para que este estudo pudesse ter as informações que realmente pudessem ser de interesse comum para quem quisesse adentrar mais a fundo no estudo deste artista. Como relatei no início deste texto, antes da qualificação não consegui me fixar em uma questão orientadora apenas, mas sim em várias, dado as várias possibilidades que enxergava ao se trabalhar com este artista que definitivamente vai marcar a minha trajetória de vida.

Tendo em vista a pergunta orientadora que impregnou o meu coração e a minha mente nos últimos 24 meses, acredito que foi uma tarefa complexa e prazerosa comprovar as mais distintas possibilidades e temáticas que podem ser exploradas a partir de Escher tomando como base as mais diversas perspectivas e saberes matemáticos, principalmente aqueles produzidos dentro das mais diferentes práticas sociais . De forma sutil, Escher me

conduziu a olhar seus desenhos de todos os ângulos e com os mais diferentes pensamentos em mente para que busquemos as imagens, mensagens e pensamentos que permearam a mente do artista quando da execução dos seus desenhos. Apesar de agora no final da pesquisa, com a biografia dissecada e conscientes que alguns de seus desenhos foram feitos por pura diversão sem querer trazer nenhum significado extra tanto pelo artista como também através de suas obras, acabamos treinando a nossa mente para testarmos os limites da nossa percepção visual.

É inegável que as análises finais nos conduzam a compartilhar as responsabilidades e tarefas no que concernem a termos a nossa prática escolar modificada com este trabalho. Não havia em Escher o compromisso de que cada uma de suas obras fossem didaticamente dispostas para que elas acompanhassem os conteúdos escolares. E nem é a proposta desta dissertação oferecer ao leitor propostas concretas de atividades extra-curriculares ou não que podem ser trabalhadas para cada uma das obras. Mas indubitavelmente foi a minha intenção trazer que, apesar dos nossos sentidos serem equivocados, e sentirmos frio quando o calor prevalece ou ainda de escutar um ruído que para nós poderia ser um som desagradável, mas que muitas vezes é um fragmento de uma bela sinfonia, os nossos sentimentos expressam muito bem o que se passa em cada um de nós. Logo, que essa combinação do nosso olhar que espelha a alma de cada indivíduo, com a nossa percepção e o desejo de sermos professores que possam contribuir para termos um mundo melhor, sem injustiças, desigualdades sociais ou ignorância tenham em Escher um combustível, um moto perpétuo, um sopro divino propulsor a ponto de nos levar a regiões do conhecimento que antes nem sabíamos que existia por não oferecermos o tempo de termos a experiência de passarmos por estas situações, no sentido mais larrossiano da palavra.

Segundo Larrosa a experiência já não é o que nos acontece e o modo como lhe atribuímos ou não um sentido, mas o modo como o mundo nos mostra sua cara legível, a série de regularidades a partir das quais podemos conhecer a verdade do que são as coisas e dominá-las. A partir daí o conhecimento já não é um páthos matos, uma aprendizagem na prova e pela prova, com toda a incerteza que isso implica, mas um mathema, uma acumulação progressiva de verdades objetivas que, no entanto, permanecerão externas ao homem. Ainda Larrosa afirma que a experiência, a possibilidade de que algo nos aconteça ou nos toque, requer um gesto de interrupção, um gesto que é quase impossível nos tempos que correm: requer parar para pensar, parar para olhar, parar para escutar, pensar mais devagar, olhar mais devagar, e escutar mais devagar; parar para sentir, sentir mais devagar, demorar-se nos detalhes, suspender a opinião, suspender o juízo, suspender a vontade, suspender o automatismo da ação, cultivar a atenção e a delicadeza, abrir os olhos e os

ouvidos, falar sobre o que nos acontece, aprender a lentidão, escutar aos outros; cultivar a arte do encontro, calar muito, ter paciência e dar-se tempo e espaço.

Esta verdadeira experiência que cada um de nós pode ter com o artista certamente fará com que o enxergamos com olhos, corações e mentes completamente diferentes, que nos colocará num outro lugar dentro da matemática muito semelhante a tantos outros que Escher representou nos seus desenhos: a princípio um mundo impossível, mas de rara beleza que nos prende, assombra, encanta e maravilha e que nos transforma como educadores e como pessoas!

REFERÊNCIAS

- AGUILHON, Maurice. **O aprendizado da república**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1995.
- ANDRÉ, Marli Eliza D. A. de. **Etnografia da prática escolar**. Campinas (SP): Papyrus, 1995.
- ARNHEIM Rudolf. **Arte e percepção visual**. São Paulo: Pioneira, 1994
- BORDIEU, Pierre. **O poder simbólico**. Rio de Janeiro: 3. ed. Bertrand Brasil, 2000.
- BOYER, Carl B. **História da matemática**. São Paulo. 2.ed. Edgard Blucher.
- D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação matemática: Da teoria à prática**. 9. ed. Campinas (SP): Papyrus, 1996.
- _____. **Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar e conhecer**. 5. ed. São Paulo: Ática, 1998.
- DURAND, Gilbert. **O imaginário: ensaio acerca das ciências e da filosofia da imagem**. 3. ed. Rio de Janeiro: DIFEL, 2004.
- ERNST, Bruno. **O espelho mágico de M. C. Escher**. Colônia (Alemanha): Taschen, 1978.
- FLORES, Claudia Regina. **Olhar, saber, representar: Ensaio sobre a representação em perspectiva**. UFSC, Florianópolis, 2003, tese de doutorado.
- GOMBRICH, Ernest Hans. **Arte e ilusão: um estudo da psicologia da representação pictórica**. 3 ed. São Paulo: Martins Fontes, 1995.
- GONÇALES, Tereza Cristina Bertoncini. **A imagem indecível: um viés sobre o papel da fotografia na arte contemporânea**. UNICAMP, Campinas, 2006, tese de doutorado.
- JANOTTI, Maria de Lourdes et al. **Fontes históricas**. São Paulo: Contexto, 2005.
- JORGE, Alice. **Técnicas da gravura artística**. Lisboa (Portugal), Livros Horizonte, 1986.
- KLINE, M. **O fracasso da matemática moderna**. Ibrasa, 1976
- LARROSA, J. **Pedagogia profana: danças, piruetas e mascaradas**. Trad. de Alfredo Veiga-Neto. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2000.
- MANGUEL, Alberto. **Lendo imagens: uma história de amor e ódio**. São Paulo: Companhia das Letras, 2006.
- MIGUEL, Antonio. A constituição do paradigma do formalismo pedagógico clássico em educação matemática. **Revista Zetetike**, n. 3, 1995.
- _____. **Escher, espaços curvos e corvos: sobrepondo jogos de linguagem visual e verbal**. Mesa Redonda: IV Seminário Linguagens na Educação Infantil, UNICAMP - 2005.

MONTEIRO Alexandrina; MENDES, Jackeline R. Currículo de Matemática: reflexões sobre a incorporação de saberes e práticas excluídas do contexto escolar. In: **Anais VI Colóquio sobre questões curriculares, II colóquio Luso Brasileiro sobre questões curriculares. Currículo: Pensar, Inventar, diferir** 16 a 19/08. UERJ. 2004.

MONTEIRO, Alexandrina; JUNIOR, Geraldo Pompeu. **A matemática e os temas transversais**. São Paulo: Moderna, 2001.

PAIVA, Heloisa Borges. **O infinito na matemática e suas manifestações na arte de M.C. Escher**. CEFET, Rio de Janeiro, 1999, dissertação de mestrado.

SILVA, Vivian Batista; CORREIA, Antonio Carlos da Luz. **Saberes em viagem nos manuais pedagógicos**. Cadernos de Pesquisa, v.34, n. 123.

VILELA, Denise. **Uma compreensão das matemáticas como práticas sociais**. UNICAMP, 2005.

_____. **Dos gregos à modernidade, o medo do infinito.**, Scientific American Brasil, **Os grandes erros da Ciência**. São Paulo: Duetto, 2007

ANEXO

ENTENDENDO O OFÍCIO DE ESCHER - TÉCNICAS DE GRAVURAS

Quando analisadas com acuidade, utilizando até de lentes de aumento, as gravuras de Escher são perfeitas, sem reparos no que diz respeito à agudeza dos seus olhos e a certeza de suas mãos. Ao iniciar o seu trabalho, o artista limitou-se por opção, a alguns tipos de materiais e técnicas. Ainda na escola fez linoleogravuras, não chegou a usar pintura a óleo e aquarelas por não gostar e nas gravuras só utilizou a cor quando ela era indispensável para a compreensão, sendo raríssimas as estampas nas quais a cor é fator de ornamentação.

Escher admirava muito o saber técnico, procurando se esmerar em aplicá-lo na sua totalidade, porém a técnica não era um fim em si mesmo. Afirmava que não sabia desenhar, buscando os desenhos na sua memória, ou seja, ela precisava sempre de um molde, ou de uma estrutura concreta para reproduzir o desenho. Para desenhar uma borboleta, por exemplo, Escher não conseguia fazer o desenho apenas imaginando a borboleta, mas sim olhando uma figura do inseto num livro, foto ou de um modelo feito de qualquer material.

Estranhamente não havia conexão entre as mãos e o cérebro, mas sim entre as mãos e os olhos, ficando a sua criatividade limitada a reproduzir figuras que estavam ao alcance da sua visão. Fazer a observação in loco do que desejava mostrar a sua arte se tornava então indispensável. Quando ele inseria nas suas gravuras pessoas ou animais era necessário copiar da natureza; para isso havia basicamente duas possibilidades: olhar ilustrações em livros ou fazer modelos em barro, plasticina, ou qualquer outro material que possibilitasse uma eventual reprodução. Interessante é saber que ele mesmo posou na frente do espelho para algumas de suas obras.

Durante os seus estudos Escher aprendeu várias técnicas de gravura. Não gostava da calcografia, porque tinha preferência em trabalhar do preto para o branco, como nas linoleogravuras e xilogravuras. As linoleogravuras foram inicialmente confeccionadas na Escola Secundária de Arnheim, sob a orientação de Samuel Jesserun de Mesquita. Lá ele aprendeu a xilogravura usando a técnica no sentido da fibra da madeira, deixando reconhecer no impresso a textura da madeira. Quando sentiu a necessidade de reproduzir com pormenores mais finos, foi-se afastando cada vez mais da madeira de fibra e passou a utilizar a madeira de topo.

A necessidade de poder reproduzir também os seus desenhos levou-o à litografia. A princípio trabalhava na pedra litográfica como se quisesse fazer um desenho por raspagem. A partir de 1930, desenhava normalmente na pedra com lápis litográfico, que dava maior liberdade do que a xilogravura, pois com o lápis passar do preto para o cinza e depois

posteriormente para o branco era mais simples. As litografias eram reproduzidas em tipografias que Escher conhecia, e as pedras que ele trabalhava eram emprestadas, sendo que da ocasião de sua morte muitas de suas obras se perderam por este fato.

Segundo Jorge (1984) o conceito de gravura original apresenta grandes controvérsias já que as reproduções, as cópias e as fotografias de revistas e jornais, por exemplo, também podem ser tecnicamente chamadas de gravuras. Logo, existe a necessidade de se diferenciar a gravura original de cunho artístico, que é o nosso foco no momento da reprodução mecânica. A gravura original é aquela concebida e executada pelo próprio artista ou sob a sua orientação.

A prova considerada final é aprovada para tiragem e assinada a lápis pelo autor, entregue ao impressor, como prova de apoio ou definitiva, ficando esta fora da série. As matrizes são destruídas e as tiragens são numeradas com o número de prova e de tiragem, sendo que alguns exemplares são numerados a parte, pois ficarão de provas do artista, que são as mais procuradas pelos colecionadores devido à sua raridade.

Todas as gravuras têm dois tipos de informação: uma técnica e outra estética, sendo que a primeira refere-se ao processo utilizado para obtenção da matriz, e a outra diz respeito à parte formal e estilo utilizado pelos artistas que a realizam. É sobre o primeiro tipo de informação que vamos aqui discorrer um pouco mais.

A gravura sobre madeira ou xilogravura foi a mais antiga técnica que permitiu a multiplicação de suas provas, usada inicialmente na estampagem de tecidos ou para imprimir gravuras em livros. Na Europa as estampas eram confeccionadas com fins religiosos, nas ornamentações de vestes e igrejas. Longe da descoberta da imprensa que acontece com Gutenberg no século XV, a influência da estampagem em madeira fez a sua aparição no século XIV. As gravuras aparecem nos livros não só como ilustrações, mas também nas grandes iniciais decorativas, dando sinais de que a gravura em madeira estava a substituir cada vez mais o manuscrito. Com a difusão da xilogravura, aumentou a impressão de imagens de santos, calendários e cenas religiosas, que eram o único meio de comunicação e contemplação de imagens religiosas que o povo podia adquirir, aquecendo o comércio da época, e para a Igreja Católica a única maneira de evangelizar as pessoas que não eram alfabetizados.

No Renascimento, com a invenção dos tipos gráficos móveis o gravurista deixa de ser o artífice medieval e passa a ser o artista moderno. O gosto pela arte, seguido de investimentos financeiros, provoca uma procura crescente por obras de arte. O artista não é mais um simples executor, mas um autônomo, no qual a sua assinatura, dentro do mundo da arte, passa a ter um valor social e econômico que é socialmente estabelecido.

Há duas técnicas distintas para se trabalhar com xilogravura: a gravura de fibra e a gravura de topo, as quais serão explicadas mais detalhadamente na sequência do texto. Das duas técnicas, a gravura de topo é a mais recente historicamente falando.

Uma gravura talhada em madeira é uma matriz pronta para a reprodução de várias provas em preto e branco ou a várias cores impressas sobre uma folha de papel. A gravura sobre madeira de fibra é a mais antiga e a mais utilizada pelos artistas contemporâneos. No final deste capítulo podemos encontrar algumas figuras que farão comparações sobre as mais diferentes técnicas de gravura.

A impressão em relevo é feita como em tipografia, o relevo ou o plano da madeira é impregnado de tinta e as superfícies rebaixadas ou sulcadas conservam-se brancas. A madeira de fibra, assim designada pelo fato da prancha onde se grava ser cortada no sentido longitudinal de tronco da árvore, ou seja, no sentido da altura, deixa ver os veios da madeira, rígidos e salientes, ou pequenos sulcos de que os artistas tiram efeitos especiais, dando preferência às madeiras compactas e fáceis de serem trabalhadas, como a pereira, a cerejeira e o pau marfim. As principais ferramentas utilizadas para a gravura sobre madeira no sentido da fibra são: o canivete com lâmina triangular em bisel, os formões de lâmina reta, oblíqua e curva, as goivas em forma de V e em forma de U, maço de madeira e os grampos. A gravura sobre a madeira requer ferramentas constantemente afiadas, método e boas condições de trabalho. Mesa em uma altura ideal, luminosidade, fixação dos elementos que serão utilizados são alguns detalhes que não deverão ser desprezados. A gravura sobre a madeira é semelhante a um carimbo. A estampa obtida possui o desenho do relevo que recebe a tinta e a parte clara corresponde às depressões do carimbo que não tem cor.

Desenhar sobre uma madeira polida, esvaziando os claros do desenho e deixando só os traços salientes e entintá-los, aplicar com pressão uma folha de papel sobre esta superfície, ainda com a tinta fresca, é o princípio da estampa gravada em relevo. A impressão pode ser feita com a prensa ou manualmente com um rolo ou usando um instrumento de madeira lisa, sem quinas, com o qual vai se pressionando a superfície entintada com uma ou várias cores, sendo que para cada cor é necessário uma matriz. A cor tradicionalmente usada pelo gravador é a preta e os papéis são especiais, geralmente artesanais, utilizados para este fim específico.

Já no processo de gravar sobre a madeira de topo há a utilização de uma ferramenta chamada buril, responsável em abrir os sulcos, sendo que contrariamente à gravura de fibra, não é a ferramenta que muda de posição segundo o desenho, mas o desenho que vai de encontro ao buril com o girar da madeira. Na madeira de topo o gravador tem a liberdade de gravar à sua vontade, e orientar os traços do buril, desde que respeite os valores que o

artista fixou no desenho. Nos dois tipos de xilogravura os brancos serão sempre os traços abertos com os instrumentos, e para a obtenção do desenho, este deve ser decalcado em vegetal e invertido na madeira para que na prova final fique no sentido correto. O processo de gravura de topo teve como principal fim a ilustração de livros e jornais, mais utilizados como processo de reprodução.

Outra técnica de gravação utilizada é o linóleo como matriz em relevo. Alguns artistas (como o próprio Escher) usam este material feito de plástico sintetizado para gravar devido à sua textura fechada e macia. De aparência pobre, ele possibilita bons efeitos gráficos, pois os cortes podem ser feitos em todas as direções, pois não tem o obstáculo da fibra. Na execução dos cortes, as ferramentas utilizadas são as goivas com que se trabalham na madeira e outras especiais, próprias para serem usadas num material mais leve. Para facilitar o trabalho do corte o linóleo pode ser grudado numa madeira de igual tamanho, a fim de evitar a destruição do material em cortes mais profundos. Como qualquer gravura em relevo, o linóleo se imprime da mesma maneira sendo que a tintagem pode variar, podendo-se obter efeitos de sobreposição de cores.

Já a litografia é um processo de gravura plana, inventado pelo alemão Aloys Senefelder em 1798, que se baseia na incompatibilidade entre duas substâncias – a gordura e a água. A pedra é desenhada com os materiais próprios, tinta ou lápis litográfico a base de gordura. Em seguida ela é acidulada, isto é, coberta com uma solução de goma arábica e ácido nítrico nas proporções convenientes para cada tipo de trabalho. As propriedades da goma arábica vão contribuir para que o desenho se fixe. Por sua vez, as zonas não desenhadas ficam aptas a rejeitarem a gordura da tinta de imprimir devido às qualidades de absorção da pedra que é sempre umedecida na fase de impressão. Muitas vezes se utilizam placas de zinco ou de cobre em substituição das pedras. As pedras de xistos calcáreos são as mais recomendadas para a litografia, devido as suas propriedades de porosidade e dureza.

Não há muitas restrições quanto ao tamanho das pedras, bem como à espessura, desde que elas tenham uma espessura mínima de 6 cm. Como quebram com facilidade, devem ser manuseadas com cuidado. A superfície da pedra deve ser granida com abrasivos próprios. Existem pós apropriados para se fazer a limpeza das pedras como aqueles originários do ácido de alumínio e da mistura de carbono e silício. Os materiais a serem utilizados para a impressão aqui são um pouco distintos dos outros já citados nas outras técnicas de gravuras: pincéis, trinchas, escovas pequenas, lápis litográfico, tinta litográfica sólida e líquida, terebintina, água destilada, canetas e aparos, lâminas, pontas e bisturis, e por fim barra de pedra-pomes.

Sobre o lápis litográfico é pertinente citar que ele é feito de cera, sabão, negro de fumo e goma-laca, sendo que este último determina o grau de dureza. Já a tinta litográfica

aparece no mercado com o nome de tushe e se deve dar opção para as tintas sólidas, pois as líquidas são apenas recomendadas para cobrir zonas lisas ou desenhos sem grande detalhe ou delicadeza, de tal forma que a preferência do artista é que vai definir quais são os materiais que deverão ser utilizados pelo gravador.

As transferências de gravuras podem ser feitas tanto para a pedra como para as chapas. Existem papéis cuja superfície lisa foi previamente preparada a base de substâncias solúveis na água que servem como transportes de desenhos ou outras imagens, para serem passadas para as placas ou chapas. Para isso devemos desenhar com a tinta ou a lápis no papel de transporte. O papel é colocado em cima da pedra, de modo que a superfície desenhada fique em contato com a pedra ou chapa. Prende-se com fita gomada num dos lados e aplica-se por cima papel umedecido. Passa-se a prensa várias vezes fortemente. Depois umedece as costas do papel com uma esponja umedecida com água morna, secando a pedra em seguida. E depois se prepara a pedra para iniciar a gravação.

Na impressão em plano, as partes entintadas e não entintadas ficam no mesmo plano, bem diferente dos processos anteriores. A separação entre as zonas com ou sem desenhos se dá através de um fenômeno químico, a repulsão entre gordura e água. O desenho é traçado com tinta gordurosa sobre a pedra porosa que é em seguida molhada com água. Repelida pela gordura, a água se acumula nas partes sem tinta. Ao aplicar na pedra a tinta de impressão, as áreas trabalhadas com a tinta litográfica a aceitam, e as partes com água, não. O impressor vai alternadamente umedecendo, entintando e fazendo as estampas.