

UNIVERSIDADE SÃO FRANCISCO
Programa de Pós-graduação *Stricto Sensu* em Educação

BRENDA LEME DA SILVA MENGALI

**A CULTURA DA SALA DE AULA NUMA PERSPECTIVA DE RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS:
O DESAFIO DE ENSINAR MATEMÁTICA NUMA SALA MULTISSERIADA**

Itatiba
2011

BRENDA LEME DA SILVA MENGALI

**A CULTURA DA SALA DE AULA NUMA PERSPECTIVA DE RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS:
O DESAFIO DE ENSINAR MATEMÁTICA NUMA SALA MULTISSERIADA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação.

Área de concentração: Matemática, cultura e práticas pedagógicas.

Orientadora: Prof^ª. Dra. Adair Mendes Nacarato

Itatiba
2011

371.399.51 Mengali, Brenda Leme da Silva.
M514c A cultura da sala de aula numa perspectiva de
resolução de problemas: o desafio de ensinar
matemática numa sala multisseriada. / Brenda Leme da
Silva Mengali. -- Itatiba, 2011.
218 p.

Dissertação (mestrado) – Programa de Pós-
Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade
São Francisco.
Orientação de: Adair Mendes Nacarato.

1. Intervenções pedagógicas. 2. Circulação e
produção de significações matemáticas. 3. Interações.
4. Problematizações. 5. Cultura de aula de matemática.
I. Nacarato, Adair Mendes. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada pelas bibliotecárias do Setor de
Processamento Técnico da Universidade São Francisco.

BRENDA LEME DA SILVA MENGALI

**A CULTURA DA SALA DE AULA NUMA PERSPECTIVA DE RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS: O DESAFIO DE ENSINAR MATEMÁTICA NUMA SALA
MULTISSERIADA**

Dissertação aprovada pelo Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação.

Área de concentração: Matemática, cultura e práticas pedagógicas.

Data da aprovação: 10/02/2011

Banca Examinadora



Profa. Dra. Adair Mendes Nacarato - Orientadora e Presidente



Profa. Dra. Maria Auxiliadora Bueno Andrade Megid
Examinadora



Profa. Dra. Regina Célia Grando
Examinadora

Agradecimentos

Muito obrigada...

A **Deus**, por permitir a concretização desse sonho.

Aos meus amados **pais**, que sempre me incentivaram e por estarem ao meu lado.

Ao meu **marido**, por me incentivar cada dia mais, e também pela paciência nos momentos em que estive ausente para dedicar-me aos estudos.

À Professora **Adair** Mendes Nacarato, minha orientadora e amiga, com quem pude sempre contar. Pelos ensinamentos, pela dedicação à docência, pelo incentivo, pelos conselhos, pelo respeito nos momentos difíceis, por acreditar no meu trabalho, pelo carinho e por representar para mim um exemplo a ser seguido.

À Professora **Regina** Célia Grando, minha professora durante a graduação e pós-graduação, pelas muitas contribuições, pelos ensinamentos, pelo carinho.

À Professora **Maria Auxiliadora** Bueno Andrade Megid, pelas ricas contribuições dadas durante o Exame de Qualificação.

Aos **meus alunos** que se envolveram comigo nesse trabalho, pelos momentos em que aprendemos uns com os outros e pela grande relação de afeto que construímos ao longo do ano de 2009.

A todos os colegas, professores e alunos do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da **Universidade São Francisco**.

A todos os alunos, professores e funcionários da **E.M.E.F. Profª Walda Paolinetti Lozasso**.

A **CAPES**, pelo apoio financeiro.

Não há docência sem discência, as duas se explicam e seus sujeitos apesar das diferenças que os conotam, não se reduzem à condição de objeto, um do outro.

Paulo Freire

Resumo

Esta pesquisa de abordagem qualitativa, caracterizada como pesquisa-ação-estratégica, foi realizada em 2009, na sala de aula da pesquisadora, uma turma multisseriada, com 36 alunos de 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, numa escola pública da zona rural do município de Atibaia/SP. Tem como questão central: “Quais contribuições um ambiente de aprendizagem mediado por problematizações, interações e intervenções pedagógicas traz para a circulação e a produção de significações em matemática?”. Seus objetivos são analisar as formas de interações em sala de aula (aluno-aluno e professora-alunos) e minhas intervenções pedagógicas que são (ou não) potencializadoras de processos de pensamento matemático; analisar os processos de circulação e produção de significações sobre a matemática; analisar minhas aprendizagens ao longo da prática de sala de aula e da pesquisa. A documentação foi constituída de registros escritos: questionário inicial e final, estratégias de resolução de problemas; produção de cartas; audio e videogravação de algumas aulas; e meu diário de campo. O referencial teórico adotou a perspectiva histórico-cultural, com foco nas intervenções pedagógicas, nas interações e na inserção de problematizações nas aulas de matemática. A análise centrou-se na comunicação e nas estratégias de resolução de problemas dos alunos, num contexto de problematizações e circulação e produção de significações nas aulas de matemática. Os resultados apontam para as potencialidades de um ambiente de trabalho coletivo e colaborativo, estabelecido numa relação dialógica, de interações e de intervenções da professora. Os alunos, que puderam apropriar-se de procedimentos e processos matemáticos, tornaram-se protagonistas da própria aprendizagem e muitos deles transformaram suas crenças sobre a cultura da aula de matemática. Eu, professora-pesquisadora, pude desenvolver e rever critérios para a seleção de tarefas e dos grupos nas propostas de trabalho coletivo e tive estimulados a postura indagadora e o respeito pelo tempo de aprendizagem dos alunos.

Palavras-chave: intervenções pedagógicas, circulação e produção de significações matemáticas, interações, problematizações, cultura de aula de matemática.

Abstract

This qualitative research, characterized as a strategic-action research, was carried out in 2009 with the researcher's class, a multigrade group with 36 (elementary) 4th and 5th graders from a countryside school in Atibaia, in the state of São Paulo. Its focus is on the question: "What kind of contribution could a learning environment mediated by problematizing, interaction and pedagogical intervention bring to meaning flow and production in mathematics?" The study is aimed at analyzing the kinds of class interaction (student-student and teacher-students), as well as my pedagogical intervention, which may (or not) empower mathematical thinking processes; analyzing meaning flow and production processes about mathematics; and analyzing my learning during my teaching practice and my research. The documentation included written records: initial and final questionnaires, problem-solving strategies; letter writing; sound and video recording in some classes; and my field diary. For theoretical reference, a historical-cultural perspective was taken, focusing on pedagogical intervention, interaction and the insertion of problematization in mathematics classes. The analysis was focused on the students' communication and problem-solving strategies, in a context of problematization and meaning flow and production in mathematics classes. The results point to the potentialities of a collective and collaborative environment, established in a dialogical relationship, with interaction and intervention provided by me. The students, who were able to make use of mathematical procedures and processes, became agents of their own learning and many of them changed their beliefs about the culture of mathematics classes. I could develop and review criteria for task selection and group choice in collective group work. Also, I felt encouraged for having a questioning attitude and respecting the students' learning time.

Key words: pedagogical intervention; mathematical meaning flow and production; interaction; problematization and mathematics class culture

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Fragmento do diário de campo da professora-pesquisadora em 15/04/09	23
Figura 2 - Fragmento do diário de campo da professora-pesquisadora em 27/07/09	25
Figura 3 - Quadro teórico	32
Figura 4 - Fragmento do diário de campo da professora-pesquisadora em 25/11/09	72
Figura 5 - Quadro-síntese dos instrumentos de documentação da pesquisa	73
Figura 6 - O processo de triangulação dos dados	75
Figura 7 - “O problema do Vinícius” – Dupla Am e St.O. (parte 1)	79
Figura 8 - “O problema do Vinícius” – Dupla Am e St.O. (parte 2)	80
Figura 9 - “O problema do Vinícius” – Dupla Am e St.O. (parte 3)	81
Figura 10 - “O problema do Vinícius” – Dupla Am e St.O. (parte 4)	82
Figura 11 - “O problema do frango” - Trio Mi, Vi e Gui	91
Figura 12 - “O problema dos cavalos” – Dupla: Ma e Jes	106
Figura 13 - “O problema dos cavalos” – Dupla: Pa e Sa	108
Figura 14 - “O problema dos cavalos” – Dupla: Thi e Nati	109
Figura 15 - “O problema dos cavalos” – Dupla: Jef e Am	110
Figura 16 - “O problema dos cavalos” – Dupla: Ge e St.	111
Figura 17 - “O problema dos cavalos” – Dupla: Vi e Ale	112
Figura 18 - “O problema das vans” – Dupla: Vi e Ma	114
Figura 19 - “O problema das vans” – Dupla: An e Clã	115
Figura 20 - “O problema das vans” – Dupla: Bru e J.V.	116
Figura 21 - “O problema das vans” – Dupla: Nati e Mi	117
Figura 22 - “O problema dos brincos” – Aluna As	119
Figura 23 - “O problema dos brincos” – Dupla An e Cla	121
Figura 24 - “O problema dos brincos” – Dupla St.O. e Am (parte 1 e 2)	123
Figura 25 - “O problema dos brincos” – Dupla St.O. e Am	124
Figura 26 - Questionário inicial	129
Figura 27 - Questionário final	129
Figura 28 - Desenho da aluna Nati	139
Figura 29 - Desenho do aluno J.R. (1ª parte)	140
Figura 30 - Desenho do aluno J.R. (2ª parte)	141
Figura 31 - Programação do primeiro congresso matemático	143
Figura 32 - Tarefa proposta durante o primeiro congresso matemático	144

Figura 33 - “O problema das blusas” – Dupla Lu e Kim	161
Figura 34 - “O problema das blusas” – Trio Jes, Gui e As	162
Figura 35 - “O problema das blusas” – Dupla St.O. e Am (parte 1)	163
Figura 36 - “O problema das blusas” – Dupla St.O. e Am (parte 2)	164
Figura 37 - “O problema das blusas” – Dupla Bru e Jô	166
Figura 38 - “O problema das blusas” – Dupla J.R. e Vi	167
Figura 39 - Fragmento do diário de campo da professora-pesquisadora em 25/11/09	169
Figura 40 - Fragmento do diário de campo da professora-pesquisadora em 25/11/09	170
Figura 41 - “O problema das blusas” – Dupla J.R. e Vi	171
Figura 42 - Fragmento do diário de campo da professora-pesquisadora durante a socialização da dupla Bru e Jo em 25/11/09	172
Figura 43 - “O problema das blusas” – Dupla An e Pa	174
Figura 44 - “O problema das blusas continua” – aluna Na	175
Figura 45 - “O problema das blusas” – Dupla Cla e M.F.	176
Figura 46 - “O problema das blusas continua” – aluna Cla	176
Figura 47 - “O problema das blusas” – dupla J.V. e Thi	178
Figura 48 - “O problema das blusas continua” – aluno J.V.	179
Figura 49 - “O problema das blusas continua” – aluno Vi (parte 1)	180
Figura 50 - “O problema das blusas continua” – aluno Vi (parte 2)	181
Figura 51 - “O problema das blusas continua” – aluno Vi (parte 1)	183
Figura 52 - “As blusas ainda geram problemas” – Dupla J.R. e Thi	184
Figura 53 - “As blusas ainda geram problemas” – Dupla Nati e Lu	185
Figura 54 - “As blusas ainda geram problemas” – Dupla Ste e Bru	187
Figura 55 - “As blusas ainda geram problemas” – Dupla J.V. e Jef	188
Figura 56 - “As blusas ainda causam problemas” – Dupla Mi e St.O.	190
Figura 57—“O problema dos frangos” – Dupla Thi e Jef	293

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	13
1 (RE) VISITAR O PASSADO PARA DAR SENTIDO ÀS MINHAS EXPERIÊNCIAS	15
1.1 RECORDAR AS VIVÊNCIAS E DESCOBRIR O QUE SEI DE MIM	15
1.2 APROXIMANDO-ME DA PESQUISA: DE PROFESSORA A PROFESSORA-PESQUISADORA	19
1.3 DESVENCILHANDO-ME DE ALGUMAS MARCAS PARA CONSEGUIR ASSUMIR O NOVO	22
1.4 ASSUMINDO O NOVO: UM PROCESSO DE CONSTRUÇÃO, (DES)CONSTRUÇÃO E (RE)CONSTRUÇÃO PROFISSIONAL	26
2 A SALA DE AULA COMO COMUNIDADE DE INVESTIGAÇÃO	31
2.1 CONSTRUINDO OLHARES PARA A SALA DE AULA	32
2.2 CONSTRUINDO UMA COMUNIDADE DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA NA SALA DE AULA	41
2.3 A INSERÇÃO DAS PROBLEMATIZAÇÕES NA COMUNIDADE DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA	51
3 OS CAMINHOS DA PESQUISA	58
3.1 AS VIVÊNCIAS ANTERIORES DIFICULTANDO ENCONTRAR UM CAMINHO A SER SEGUIDO	58
3.2 A ABORDAGEM METODOLÓGICA ORIENTADORA DE MINHA PESQUISA.....	60
3.3 A QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO	61
3.4 DELIMITANDO OS OBJETIVOS DA PESQUISA	63
3.5 O CENÁRIO E SEUS ATORES	63
3.6 O PROCESSO DE DOCUMENTAÇÃO DA PESQUISA	66
3.6.1 Registros dos alunos	67
3.6.2 A audiogravação	69
3.6.3 A videogravação	70
3.6.4 Meu diário de campo	71
3.6.5 Meu quadro-síntese	73
3.7 O processo de análise	73
4 A COMUNICAÇÃO NAS E DAS AULAS DE MATEMÁTICA	76

4.1 A COMUNICAÇÃO POSSIBILITANDO NEGOCIAR SIGNIFICADOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA.....	77
4.1.1 O problema do Vinícius	79
4.1.2 O problema do frango	89
4.2 A COMUNICAÇÃO POSSIBILITANDO-ME INTERVENÇÕES	104
4.2.1 O problema dos cavalos	106
4.2.2 O problema das vans	113
4.2.3 O problema dos brincos	119
4.3 A ESCRITA DOS ALUNOS POSSIBILITANDO EXPLICITAR CRENÇAS E SENTIMENTOS EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA ESCOLAR E FALAR SOBRE SI	126
4.3.1 As crenças trazidas pelos alunos: resultados de uma trajetória de vida escolar	130
4.3.2 O desenho como forma de representação dos sentimentos pela matemática	138
4.3.3 A escritura de cartas possibilitando aos alunos falarem sobre si mesmos	142
4.4 ALGUMAS SÍNTESES DO CAPÍTULO.....	156
5 AS PROBLEMATIZAÇÕES E A CIRCULAÇÃO E A PRODUÇÃO DE SIGNIFICAÇÕES NAS AULAS DE MATEMÁTICA	159
5.1 O PROBLEMA DAS BLUSAS	160
5.2 UM PROBLEMA DESENCADEIA O OUTRO: “O PROBLEMA DAS BLUSAS CONTINUA”	173
5.3 AS BLUSAS AINDA GERAM PROBLEMAS	182
5.4 O PROBLEMA DO FRANGO	191
5.5 ALGUMAS SÍNTESES DO CAPÍTULO	203
6 UM MOMENTO PARA SINTETIZAR E REFLETIR	205
6.1 REFLETINDO SOBRE AS AÇÕES: UMA POSSIBILIDADE PARA AÇÕES FUTURAS — OS INSTRUMENTOS	205
6.1.1 Os registros escritos	206
6.1.2 A áudio e a videogravação	208
6.1.3 Meu diário de campo	208
6.2 SINTETIZANDO MEUS ACHADOS NA PESQUISA	209
6.3 UM MOMENTO PARA REFLETIR AS MARCAS DEIXADAS	211

6.4 REFLETIR SOBRE AS AÇÕES: POSSIBILIDADES PARA CONTINUAR	213
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	215

APRESENTAÇÃO

O presente trabalho tem como foco os processos de aprendizagem dos alunos nas aulas de matemática dos anos iniciais. Trata-se de uma pesquisa-ação estratégica, de abordagem qualitativa, realizada em minha sala de aula.

Adotei a perspectiva histórico-cultural como quadro teórico e busquei analisar as produções de significações matemáticas a partir das relações de comunicação estabelecidas nos momentos de interações, intervenções pedagógicas e problematizações, acerca da criação de uma comunidade de investigação matemática na sala de aula dos anos iniciais.

O processo de documentação da pesquisa aconteceu durante todo o ano de 2009 numa sala de aula multisseriada (classe com turmas de anos diferentes) de 4º e 5º anos, numa escola da zona rural do município de Atibaia/SP. Essa investigação tem como questão central: “Quais contribuições um ambiente de aprendizagem mediado por problematizações, interações e intervenções pedagógicas traz para a circulação e a produção de significações em matemática?”.

Para responder a essas questões, os objetivos propostos são: 1) analisar as formas de interações em sala de aula (aluno-aluno e professora-alunos) e minhas intervenções pedagógicas, que são (ou não) potencializadoras de processos de pensamento matemático; 2) analisar os processos de circulação e produção de significações produzidas sobre a matemática; 3) analisar minhas aprendizagens ao longo da prática de sala de aula e da pesquisa.

O presente texto está organizado em seis capítulos. No primeiro deles, narrarei minha trajetória profissional de forma a evidenciar como foi acontecendo a minha aproximação com a pesquisa, como foi construído o objeto de investigação e o caminho percorrido até me constituir como pesquisadora.

No capítulo dois, trarei os subsídios teóricos da pesquisa. Apresentarei esse capítulo em três seções: na primeira, pautada na perspectiva histórico-cultural, tecerei reflexões acerca dos olhares que construí para a sala de aula. Na seção seguinte, deter-me-ei em discutir a respeito da possibilidade de criar nas aulas uma comunidade de investigação matemática. E, finalizando esse capítulo, na terceira e última seção, exporei uma discussão sobre a inserção das problematizações na comunidade de investigação matemática.

A abordagem metodológica de minha pesquisa, bem como a questão de investigação e os objetivos constituem o capítulo três. Nele delinearei o processo de coleta de dados para

documentação da pesquisa e todos os instrumentos contemplados nesse processo, descrevendo, ao final, os processos de análise dos dados coletados.

Envolvida pelos dados coletados, realizei as análises a partir de duas categorias. A primeira delas compõe o capítulo quatro. Com o olhar centrado nos momentos de comunicação nas e das aulas de matemática, desmembrei essa categoria em três subcategorias, nas quais estudei: a comunicação como possibilidade para a negociação de significados, considerando, para isso, duas duplas durante a resolução e a socialização de uma situação-problema; a comunicação, possibilitando minhas intervenções e tomando como exemplo a evolução de dois alunos na realização das tarefas; e a escrita dos alunos, possibilitando explicitar crenças e sentimentos em relação à matemática escolar e falar sobre si.

As análises das diferentes estratégias utilizadas pelos alunos para resolver situações-problemas, bem como a maneira pela qual eles vão se apropriando do conhecimento matemático que circula na sala de aula nos momentos de socialização constituem a segunda categoria, apresentada no capítulo cinco, em que também analisarei momentos dos alunos, registrados pelo recurso do vídeo, durante o “II Encontro de alunos que gostam de estudar matemática”. Centrar-me-ei na estratégia de resolução apresentada por uma dupla durante a socialização da tarefa.

No último capítulo, trarei um momento de síntese e reflexão sobre o processo vivenciado durante a pesquisa e apontarei possibilidades de novas pesquisas.

1 (RE)VISITAR O PASSADO PARA DAR SENTIDO ÀS MINHAS EXPERIÊNCIAS

Quando os sujeitos se voltam para o passado, eles não só sofrem a influência do distanciamento temporal que atua em todo processo de reminiscência e dos “sentimentos e emoções que conformam as lembranças”, apagando determinadas experiências e intensificando outras, mas também operam uma seleção, ao escolher os fatos considerados dignos de serem divulgados e ao privilegiar determinados aspectos em detrimento de outros, em busca de dar sentido ao relato da própria vivência.
(VIÑAO FRAGO apud CATANI et al., 2005, p. 35).

Este capítulo traz a história de minha vida profissional como professora-pesquisadora, abordando minha trajetória na carreira docente, bem como a contribuição da pesquisa para a minha formação profissional. Traz, também, o processo pelo qual fui me aproximando desta pesquisa.

1.1 Recordar as vivências e descobrir o que sei de mim

... quanto mais me assumo como estou sendo e percebo a ou as razões de ser de porque estou sendo assim, mais me torno capaz de mudar... (FREIRE, 1996, p. 39).

Este é um momento muito importante para mim, como professora e como pesquisadora. Reservar um espaço deste trabalho, que acredito ser a concretização de um sonho, para contar um pouco da minha história de vida, bem como do meu desenvolvimento profissional e dos caminhos que percorri para chegar até aqui, é reviver o passado e descobrir o que sei de mim. Ao mesmo tempo, também tenho a oportunidade de compartilhar minhas vivências e refletir sobre elas. Nesse sentido, escrevo este texto privilegiando alguns aspectos em detrimento de outros, buscando dar sentido ao relato daquilo que vivi.

Lembro-me das muitas manhãs, ainda na infância, antes de ir para a escola, em que, junto com minhas irmãs e amigas, permanecia horas brincando de “escolinha” diante de uma lousa, tendo nas mãos uma caixa cheia de giz. Desde aquela época já tinha o sonho de ser professora.

Sempre gostei muito de estudar e, à medida que dava continuidade a minha trajetória escolar, fui amadurecendo a ideia de escolher a docência como profissão. E isso se confirmou: assim que terminei o Ensino Fundamental, cursei o Magistério (curso referente ao Ensino

Médio que habilitava exercer a docência nos anos iniciais do Ensino Fundamental, bem como na Educação Infantil) numa escola pública em Bragança Paulista/SP. No ano de 2000, logo que me formei, ingressei no curso de Licenciatura Plena em História, na Fundação de Ensino Superior de Bragança Paulista (FESB), e comecei a trabalhar numa escola particular, com turmas da Educação Infantil. Fiquei nessa instituição exatamente um ano, tempo suficiente para perceber que a teoria aprendida durante o curso de Magistério pouco me ajudou na prática.

Nessa escola meu trabalho era “engessado”: utilizávamos como recurso didático apostilas elaboradas por um grupo professores da escola, o que me dava pouca possibilidade de criar, nas aulas que ministrava; apoiava-me naquele recurso disponível e reproduzia tudo que ali estava, como se fosse um “livro de receitas”.

O curso de graduação em História também não contribuiu para que eu tivesse outra postura, pois os professores tinham suas práticas pedagógicas pautadas no modelo tecnicista. Nosso papel, enquanto alunos, era apenas reproduzir conhecimentos por eles transmitidos. Nesse sentido, a minha prática pedagógica na escola em que trabalhava não me causava incômodo algum.

A permanência nessa instituição não durou muito tempo, pois, no ano seguinte, em 2001, fui aprovada em um concurso público e ingressei como professora na rede municipal de Tuiuti/SP. Iniciaram-se, então, outros conflitos de início de carreira: a escola pública não dispunha dos recursos materiais que eu utilizava na rede particular e, além disso, era eu quem tinha que criar as aulas, elas não mais estavam prontas.

Esse choque de realidade, por algum tempo, gerou em mim muita frustração. Eu me via sem saber dar aula. Tudo o que eu havia estudado durante o Magistério, especialmente a abordagem construtivista, com base nos trabalhos de Jean Piaget, não dava certo na sala de aula, que era superlotada e com casos de alunos de inclusão. Além disso, enfrentei também as interpretações, um tanto errôneas, dessas contribuições para a educação: a de que tínhamos que esperar o tempo de aprendizagem dos alunos, sem realizar nenhum tipo de intervenção pedagógica e de que os seus erros em momento algum poderiam ser apontados. Em suma, os alunos tinham que construir sozinhos seus conhecimentos. Perguntava-me, então: “Mas como fazer isso numa sala de aula com quase 40 alunos, pouco espaço, e sem recursos materiais?”.

Diante desse conflito, dessa insegurança, fui buscar nas lembranças modelos marcantes de professores que tive na minha trajetória de vida escolar. Também me serviram de apoio os modelos de professores do curso de graduação que cursava naquele período. Nesse sentido, passei a reproduzir, com os meus alunos, os modelos de aulas e de professores

que havia tido e que ainda continuava a ter na graduação. Como fui fruto de uma formação bastante tradicional — inclusive no curso superior —, que privilegiava a transmissão de conhecimentos, adotei uma prática pedagógica inspirada nesses modelos.

No ano seguinte, em 2002, aprovada em concurso público para outra rede de ensino, cujas escolas ficavam mais próximas da minha casa, deixei a rede pública de Tuiuti/SP e ingressei na rede pública da cidade de Pedra Bela/SP.

Nesse município, assumi uma sala de aula multisseriada, na qual tinha alunos das quatro primeiras séries dos anos iniciais. A classe não era muito numerosa — aproximadamente, 25 alunos. Diante dessa realidade, os conflitos de início de carreira haviam se tornado mais que inevitáveis, já que não fazia ideia de como desenvolver um trabalho de qualidade numa sala de aula em que tinha sob minha responsabilidade alunos da 1ª, da 2ª, da 3ª e da 4ª séries (equivalentes hoje ao 2º, 3º, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental). Por não saber como trabalhar e tampouco ter orientações de como proceder numa realidade dessa natureza, eu ensinava da forma que achava correta.

Dividia a lousa em quatro partes, uma para cada série. Em alguns momentos planejava tarefas com o objetivo de integrar todos os alunos. Era difícil, principalmente, porque tinha que alfabetizar uma parte deles. O estresse, por muitas vezes, tomava conta de mim, mas sabia que não podia desanimar, pois essa escola, situada na zona rural da cidade, era pequena, e os alunos, muito carentes. Seus pais eram trabalhadores nas olarias do bairro e, por isso, esses alunos viam na escola uma possibilidade de mudar de vida. Então me sentia na responsabilidade de dar o máximo de mim para fazer algo por eles.

Ali fiquei até abril de 2003, quando, aprovada em mais um concurso público, ingressei na rede municipal de Atibaia/SP. Nesse município, assumi uma sala de 2ª série (3º ano), também na zona rural. Ainda vivendo os conflitos de início de carreira, continuei a desempenhar uma prática pautada nos modelos tradicionais de ensino. Foi assim até 2004, quando ingressei na graduação no curso de Licenciatura Plena em matemática na USF/Itatiba-SP.

A partir daí minhas crenças acerca do que era ser professor começaram a mudar. Foi o início de um processo de (des)construção e (re)construção da minha identidade profissional.

Apaixonada por essa área do conhecimento, acreditava que o ensino da matemática se resumisse em resolver listas intermináveis de exercícios. Mas não era só eu quem pensava dessa forma: meus professores também. Entretanto, o currículo do meu curso tinha acabado de ser modificado e, nesse novo modelo, nosso curso, com duração de sete semestres,

ofertaria quatro disciplinas de “Prática Pedagógica” e quatro disciplinas de “Estágio Supervisionado”.

Nesse momento ainda acreditava que “quanto maior fosse o domínio dos métodos e planos de aula, pautados em informações científicas, maior seria a probabilidade de sucesso no ofício” (CATANI et al., 2005, p. 47-48).

Porém, no primeiro semestre desse mesmo ano, na disciplina de “Prática Pedagógica I”, conheci a professora Adair, minha orientadora nesta pesquisa; e, desse momento em diante, considero ter iniciado meu processo de mudanças em relação à prática docente. A maneira como ela conduzia a aula, bem como os textos e as discussões abordadas, começou a incomodar-me. Comecei a perceber que ensinar era mais do que entrar na sala de aula, encher a lousa de conteúdos e falar sem parar. Essa inquietação foi fazendo com que eu refletisse mais sobre o que eu ensinava e sobre o que meus alunos realmente aprendiam.

Ainda assim, não conseguia me desvencilhar de algumas práticas como: ensinar aos alunos os algoritmos, pedir que decorassem a tabuada, ensinar os “passos da divisão”, entre outras metodologias subsidiadas pela reprodução mecânica do conhecimento. Mas eu não me recusava a mudar: não mudava porque aquele era o único método de ensinar que sabia. As inquietações geradas pelas aulas da professora Adair me indicavam a necessidade de propor aos alunos uma prática pedagógica diferenciada, porém estas reflexões não diziam respeito aos métodos disponíveis para ensinar aos alunos dos anos iniciais a operação matemática da divisão, por exemplo.

Esses questionamentos constantes a respeito da minha prática foram se acentuando nos semestres seguintes da graduação. As aulas de “Prática Pedagógica” e o início das atividades de “Estágio Supervisionado”, ainda que em contraste com as metodologias adotadas nas aulas que contemplavam os conteúdos matemáticos, foram me mostrando que havia não só a possibilidade, mas também a necessidade de transformar um modelo tradicional de ensino tão fortemente consolidado em nossa sociedade.

Essa inquietação levou-me a buscar cursos de formação continuada oferecidos para professores dos anos iniciais. Minha meta estava em proporcionar aos meus alunos um modelo de aula diferente do que havia tido quando aluna.

Um convite da professora Adair para que desenvolvesse, sob sua orientação, uma pesquisa de Iniciação Científica fez com que a busca por mudanças na minha prática pedagógica me proporcionasse encontrar um caminho. Na época, aceitei de pronto tal convite, mas confesso ter sentido medo do que vinha pela frente.

1.2 Aproximando-me da pesquisa: de professora a professora-pesquisadora

...o ser humano está sempre em processo de se fazer.
(ELLIOTT, 1990 apud PEREIRA, 1998, p. 173).

No início do segundo semestre de 2006, demos início ao trabalho de Iniciação Científica. Ingressei nesse projeto como voluntária, ou seja, sem fomento, mas com vínculo no Programa de Iniciação Científica (PIC) da USF. Tal pesquisa, desenvolvida dentro da minha sala de aula, numa escola da zona rural do município de Atibaia/SP, teve a duração de um ano, encerrando-se no final do primeiro semestre de 2007. Por tratar-se de uma escola pequena, com poucos alunos e de zona rural, tive a oportunidade de acompanhar a mesma turma de alunos durante três anos: na 2ª, 3ª e 4ª séries (equivalentes ao 3º, 4º e 5º anos atualmente). Isso viabilizou iniciar a pesquisa num ano e concluí-la no ano seguinte. Meu foco esteve na resolução e na elaboração de situações problemas pelos alunos dos anos iniciais que, em 2006, estavam na 3ª série (4º ano), e em 2007, na 4ª série (5º ano) do ensino fundamental.

Esse momento na minha profissão tornou-se um marco para mim, no que diz respeito a mudanças. As leituras propostas pela professora Adair, bem como os momentos de orientação, ajudaram-me a construir um novo olhar para o ensino de matemática. O fato de desenvolver uma pesquisa-ação também foi essencial para que me desenvolvesse profissionalmente, pois nessa perspectiva fui convidada a pensar sobre minha prática docente, além de “buscar estratégias de mudança e transformação para melhorar a realidade concreta” (PEREIRA, 1998, p. 163).

Percebi, diante desse movimento de ação-reflexão-ação (FREIRE, 1996), que uma postura mais criteriosa foi tomando conta de mim, que já não mais aceitava levar para a sala de aula tarefas que não despertassem nos alunos a curiosidade, o envolvimento. Aos poucos, a sala de aula em que os alunos quase não falavam, pouco levantavam da carteira, trabalhavam em grupos apenas de vez em quando, foi ganhando outras formas — digo, até, que foi ganhando vida.

Passei a priorizar os momentos de trabalho coletivo, assim como a dinâmica da comunicação. Com isso, fui percebendo que eu tinha muito para aprender e que a relação de aprendizagem na sala de aula tinha que ser mútua, pois, além de ensinar aos alunos, eu também podia aprender muito com eles.

Junto com o encerramento do trabalho de Iniciação Científica, veio a imensa sensação de vazio. Já estava muito envolvida com o campo da pesquisa e não queria abandoná-la. As mudanças em mim foram tão fortes que, mesmo com o término desse período, continuei a coletar dados, pois o avanço e as potencialidades dos alunos em relação ao conhecimento matemático foram muito significativos e fascinaram-me.

Essas experiências — e quando me refiro à experiência destaco como sendo tudo aquilo que nos passa, nos acontece e nos toca (LARROSA, 2002) — foram muito importantes para romper em mim algumas crenças. Tudo o que vivi durante um ano, tempo de duração da pesquisa de Iniciação Científica, foi essencial para que eu conseguisse desvencilhar-me de crenças até então em mim impregnadas, como a de que os alunos não eram capazes de produzir saberes, somente reproduzi-los.

No ano seguinte, em 2008, com uma nova turma de alunos, longe da universidade, mas não da pesquisa, fui convidada pela professora Adair para participar do projeto de produção de um livro (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009) voltado para professores que ensinam matemática nos anos iniciais. Muito feliz com o convite, dei continuidade à minha prática pedagógica (re)criada a partir das reflexões advindas da pesquisa de Iniciação Científica. A coleta de dados, entretanto, começou no início do ano letivo e estendeu-se até o fim do primeiro semestre.

Embora o tempo fosse curto, consegui vencer alguns desafios. Essa turma de alunos, da qual não tinha ainda sido professora, possuía vivências de aulas de matemática pautadas no “paradigma do exercício” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006). O desafio era grande diante do pouco tempo (seis meses) que tinha para coletar os dados, mas, ainda assim, mais uma vez, fui surpreendida pela potencialidade desses alunos, que em pouco tempo apresentaram mudanças significativas na aprendizagem da matemática.

Por motivos pessoais, fiquei por três meses, durante o segundo semestre desse mesmo ano, afastada da sala de aula. O retorno, no fim do mês de outubro, veio junto com a ideia já amadurecida de realizar o processo seletivo para o Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação na Universidade São Francisco e partir para uma pesquisa mais abrangente, o Mestrado.

Assim que fui aprovada, a ansiedade e as expectativas foram bem maiores do que a insegurança de não conseguir dar conta das minhas futuras responsabilidades como pesquisadora e como professora, pois sabia que, no ano seguinte, seria professora de uma sala multisseriada de 4º e 5º anos, na mesma escola em que havia realizado a pesquisa durante a graduação.

Mais uma vez, estava diante de um grande desafio: ser professora de uma sala multisseriada. No entanto, o contexto seria outro. A superação dos conflitos de início de carreira, somada ao amadurecimento na carreira docente e também ao investimento na formação, deu-me a nítida consciência de que o trabalho seria bem diferente daquele desenvolvido em 2002, quando acabara de ingressar no magistério. Trabalhar com as turmas separadamente, por exemplo, era um dos aspectos que não faziam mais parte da minha prática pedagógica, mesmo estando diante de uma classe com turmas de anos distintos.

O sentimento de insegurança e ansiedade foi-se acalmando quando começaram as aulas no início de 2009. Sem um foco definido para a minha pesquisa, minha orientadora e eu sabíamos que ela seria de abordagem qualitativa e na perspectiva de pesquisa-ação.

As leituras dos textos, muito bem escolhidos pelos professores das disciplinas, passaram a fazer sentido para mim. Não mais representavam, pura e simplesmente, informações, mas algo que me levava a tecer reflexões ainda mais críticas sobre a realidade que estava vivendo na sala de aula, no meu grupo de trabalho, na minha trajetória profissional.

Os momentos de discussões durante as aulas também foram essenciais. Talvez as leituras não tivessem mexido tanto comigo, se não fossem as interações com o grupo, e com os professores, com os quais tive a oportunidade de explicitar e defender pontos de vista e refletir sobre os questionamentos postos em discussão acerca dos temas abordados a partir das leituras.

Além disso, o fato de, durante o trabalho na Iniciação Científica e mais tarde, no Mestrado, ter a possibilidade de desenvolver uma pesquisa-ação também ajudou nesses momentos de reflexão. Afinal, o objetivo da pesquisa-ação é, justamente, a busca por transformações da própria prática, estudando “as condições e os resultados da experiência efetuada” (PEREIRA, 1998, p. 163).

Nesse sentido, posso dizer que, durante todo o ano, tanto no curso das disciplinas, como nos momentos de orientação com a professora Adair, senti-me envolvida num processo de aprendizagem dinâmico, marcado pelas relações dialógicas que me colocaram entre “o fazer e o pensar sobre o fazer”: um pensamento mais criterioso das práticas pedagógicas adotadas por mim, possibilitando e mobilizando meu “ser professora”, com a finalidade de melhorar as minhas práticas futuras (FREIRE apud CAMPOS; PESSOA, 1998, p. 204).

1.3 Desvencilhando-me de algumas marcas para conseguir assumir o novo

O desafio da contemporaneidade se relaciona com a riqueza de perspectivas e, por outro lado, de mundos possíveis onde conviver, mas também exige nos fazer responsáveis pelo lugar em que escolhemos fazê-lo.
(NAJMANOVICH, 2001, p. 28)

Quando fui aprovada no Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação na USF, a professora Adair e eu sabíamos que desenvolveríamos novamente uma pesquisa na minha sala de aula. Com isso, logo no início do ano de 2009, ainda sem uma questão de investigação definida, comecei a coletar dados para documentar ¹minha pesquisa. Afinal, a ideia era de que continuaria a trabalhar numa perspectiva de resolução de problemas.

O maior desafio para mim estava em realizar esse trabalho numa sala de aula que fugia totalmente do contexto vivido durante a pesquisa de Iniciação Científica. Tratava-se de uma classe numerosa e multisseriada, com alunos de 4º e 5º anos, vindos de uma experiência, no ano anterior, em que a professora se preocupava apenas com a transmissão de conhecimentos, o que, conseqüentemente, impediu esses alunos de serem responsáveis por suas próprias produções. Nesse modelo de prática pedagógica centrada na figura do professor, as experiências humanas pouco ou nada são valorizadas, fazendo com que o desafio do trabalho posterior com resolução de problemas se torne ainda maior.

Muito provavelmente, eu também tenha agido dessa forma, quando em 2003, recém-formada no magistério, assumi uma turma de aproximadamente 25 alunos que compunham uma sala multisseriada de 1ª a 4ª séries (2º ao 5º ano). Até por ter vivido essa experiência, acredito que esse desafio se tenha tornado ainda maior, pois, além de objetivar romper com as crenças desses alunos, eu quis provar para mim mesma que era possível, com uma turma de alunos de anos distintos, desenvolver uma prática pedagógica que integrasse todos os alunos e valorizasse suas experiências humanas e também suas potencialidades na produção de saberes.

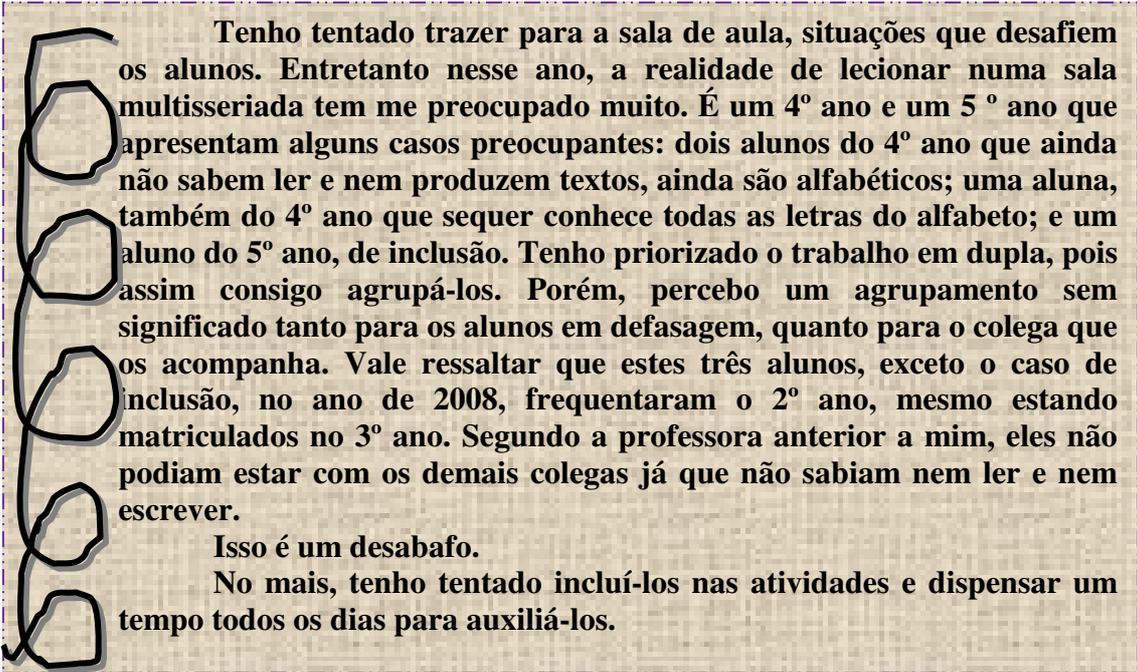
Assim, as propostas de trabalhar todos os alunos num único grupo, sem distinguir os anos em que cada um deles estava, foi o primeiro desafio a ser vencido. Os modelos de tarefas apresentados aos alunos durante as aulas também geraram conflitos, logo no início do ano. Lembro-me das primeiras tarefas de resolução de problemas que propus para esses alunos: a

¹ Expresso-me em primeira pessoa do singular para que seja possível expor fatos que dizem respeito à minha trajetória pessoal e profissional e também aos meus procedimentos didáticos. Desejo esclarecer, porém, que a elaboração, a discussão e a implantação do projeto desta pesquisa desenvolveram-se em parceria com minha orientadora, Professora Doutora Adair M. Nacarato, com quem compus um trabalho conjunto.

preocupação deles estava em responder corretamente, era só o que lhes interessava. Fiquei um tanto assustada, quando percebi que os alunos faziam toda a estratégia de resolução na última folha do caderno, ou numa folha tipo “rascunho”, cujo destino final, na maioria das vezes, era o lixo.

Essa postura dos alunos incomodava-me tanto, que, por muitas vezes, perdi a paciência e, indignada, dizia: *“O que é mais importante em uma resolução de problema, vocês descartam, jogam fora. Não percebem que ela é o que mais importa. Não quero saber se a resposta está certa ou não, quero saber como vocês fizeram para chegar nela”*. Com essas palavras, eu tentava expressar para eles o quanto era importante para mim ter acesso às suas produções. Diferentemente das experiências anteriores vividas por eles, minha conduta era a de valorizar o que traziam consigo acerca dos conhecimentos que estavam sendo circulados nas aulas de matemática.

Precisava dizer isso para eles, expressar a minha não aceitação daquelas atitudes, embora compreendesse que estavam reproduzindo, de alguma forma, o que haviam aprendido. As crenças que tinham das aulas de matemática eram aquelas, e cabia a mim tentar rompê-las. Esse momento bastante conflituoso também se acentuou pela dificuldade que eu estava encontrando em lidar com a diversidade no trabalho numa classe multisseriada. Isso fica bem claro num fragmento do meu diário de campo, no qual faço um desabafo e que trago a seguir.



Tenho tentado trazer para a sala de aula, situações que desafiem os alunos. Entretanto nesse ano, a realidade de lecionar numa sala multisseriada tem me preocupado muito. É um 4º ano e um 5º ano que apresentam alguns casos preocupantes: dois alunos do 4º ano que ainda não sabem ler e nem produzem textos, ainda são alfabéticos; uma aluna, também do 4º ano que sequer conhece todas as letras do alfabeto; e um aluno do 5º ano, de inclusão. Tenho priorizado o trabalho em dupla, pois assim consigo agrupá-los. Porém, percebo um agrupamento sem significado tanto para os alunos em defasagem, quanto para o colega que os acompanha. Vale ressaltar que estes três alunos, exceto o caso de inclusão, no ano de 2008, frequentaram o 2º ano, mesmo estando matriculados no 3º ano. Segundo a professora anterior a mim, eles não podiam estar com os demais colegas já que não sabiam nem ler e nem escrever.

Isso é um desabafo.

No mais, tenho tentado incluí-los nas atividades e dispensar um tempo todos os dias para auxiliá-los.

Figura1: Fragmento do diário de campo da professora-pesquisadora, em 15/04/09

Por algum tempo, diante desses conflitos, fui tomada pelo sentimento de frustração. Sabia da necessidade de oportunizar situações de aprendizagem na sala de aula que dessem conta de ajudar, ao menos em parte, esses alunos com grandes defasagens, bem como contribuir para romper com as crenças dos alunos em relação à matemática.

Com essas intenções, comecei propondo a eles as mesmas tarefas de resolução de problemas apresentadas na pesquisa de Iniciação Científica com a turma de alunos de 2006/2007. Contudo, a diferença dessa tarefa para as outras já realizadas na pesquisa anterior é que esta se apresentava no formato de “relatório de entrada múltipla” (POWELL; BAIRRAL, 2006), cuja finalidade era que os alunos resolvessem a situação e eu, professora-pesquisadora, registrasse intervenções, a fim de provocá-los, causando inquietações capazes de fazê-los avançar nos processos de significações matemáticas.

Essa prática causou-me mais frustrações ainda, pois essas propostas de tarefas vinham acompanhadas de expectativas: eu esperava dessa turma de alunos os mesmos resultados obtidos na pesquisa anterior. Além disso, sentia-me insegura nas intervenções que deveria fazer nas tarefas desses alunos, não sabia quais delas seriam capazes de colocá-los em situação de conflito e possivelmente fazê-los avançar.

Também me senti surpresa quando comecei a perceber que as atividades com resultados satisfatórios com a outra turma de alunos não estavam causando impacto algum com os alunos em 2009. Nesse momento, as orientações da professora Adair foram muito importantes, pois ajudaram-me a compreender que eu estava diante de outra turma de alunos, constituídos por outras vivências escolares, por outras crenças em relação à matemática, além de um outro ambiente de aprendizagem, o de uma classe multisseriada.

Esse momento estendeu-se até a metade do ano. Foi durante o 17º Congresso de Leitura do Brasil (COLE) que meu trabalho começou a tomar forma. No último dia desse congresso, aconteceu o IV Seminário de Educação Matemática. Durante esse seminário, a fala da professora Solange Feres, que apresentou um recorte da sua pesquisa de Mestrado, na qual compartilhou o trabalho desenvolvido com os alunos do Ensino Médio voltado para a escrita nas aulas de matemática, encantou-me. Essa fala me fez refletir sobre o foco da minha pesquisa. Um trecho extraído do meu diário de campo confirma tais inquietações.

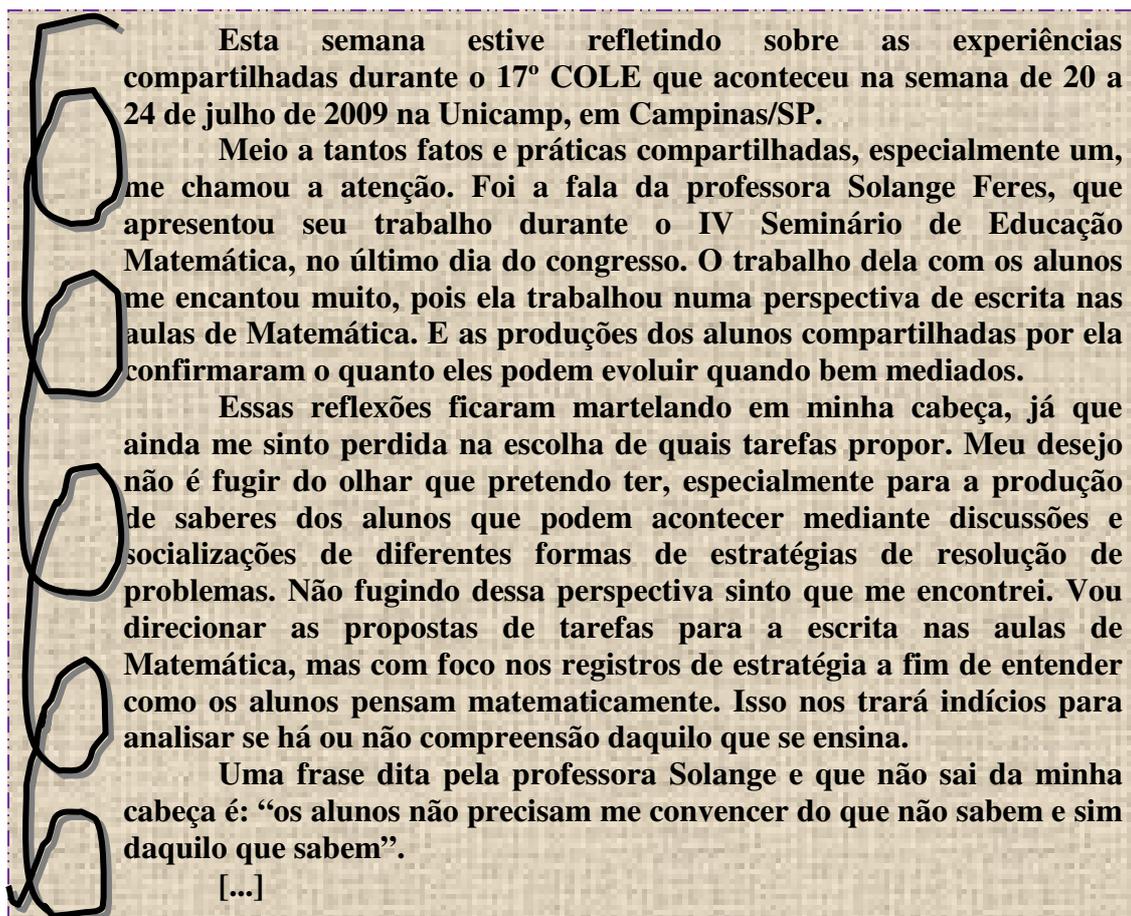


Figura 2: Fragmento do diário de campo da professora-pesquisadora, em 27/07/09

O encantamento com a fala da professora Solange contribuiu para que, na semana seguinte, na volta dos alunos depois do período de férias, eu levasse para a sala de aula uma proposta de tarefa de resolução de problemas, na qual olharia para as suas escritas em relação às estratégias de resolução, bem como para as minhas possíveis intervenções que seriam registradas na tabela de entrada múltipla onde o problema seria proposto.

A fim de contribuir ainda mais para a definição do meu foco de pesquisa, logo no início do mês de agosto/2009, durante uma série de seminários de pesquisa e palestras na USF, com a presença da professora Dra. Beatriz D’Ambrósio (Miami University), tive a oportunidade de discutir com ela a minha pesquisa. Além de fazer questionamentos sobre a minha prática de sala de aula e das minhas intervenções pedagógicas, ela também questionou acerca das minhas propostas de tarefas e do modo como estava realizando os momentos de socialização com os alunos. As reflexões causadas por essas inquietações, somadas às contribuições advindas da participação no 17º COLE ajudaram-me a encontrar um caminho.

Consegui, então, delimitar o foco de pesquisa. Limitei a centralidade deste às problematizações, às interações e às intervenções pedagógicas como elementos mobilizadores da circulação e da produção de significações matemáticas.

Como resultado dessas contribuições, propus aos alunos, no início do mês de setembro, uma tarefa de resolução de problemas na forma de relatório de entrada múltipla, sem um objetivo principal acerca do desempenho dos estudantes.

Também motivada pelas contribuições da professora Dra. Beatriz D'Ambrósio, com essa tarefa dei início a uma forma diferente de socializar as atividades dos alunos. O que antes ficava sob minha responsabilidade passou a ser um momento dos alunos.

A princípio, quando propunha na sala de aula momentos de socialização, minha postura pautava-se na escolha de duas ou três estratégias distintas de resolução apresentadas pelos alunos. Depois da escolha, discutia com eles cada um desses modelos. Ao incorporar na minha prática outra forma de socializar as resoluções dos alunos, o foco deixou de estar na minha fala. Foi dada voz aos alunos, na intenção de torná-los responsáveis pela apresentação das estratégias de resolução das tarefas propostas. A escolha feita por mim de duas ou três resoluções dos alunos para serem compartilhadas permaneceu; porém, agora, a apresentação delas era protagonizada pelos respectivos autores. Essa seleção, no entanto, não tinha centralidade nos acertos ou nos erros, mas na ação de compartilhar diferentes estratégias criadas pelos alunos.

Outra característica importante dessa socialização esteve nos momentos de discussão. Após a apresentação das estratégias de resolução das tarefas, os demais alunos da sala podiam debater com os apresentadores do trabalho, comunicando ideias, defendendo pontos de vista, formulando novas questões.

Aos poucos essa prática foi tomando conta da sala de aula, e meus sentimentos de frustração foram-se dissolvendo, no envolvimento com as novas experiências. Essa nova cultura de aula de matemática passou a dar sentido ao meu caminhar. Foram esses momentos, que julgo muito especiais, que me permitiram enxergar, na incompletude das minhas experiências, outras possibilidades para a minha prática pedagógica nas aulas de matemática.

1.4 Assumindo o novo: um processo de construção, (des)construção e (re)construção profissional

Não se trata meramente de uma “forma de falar”, e sim de um jeito de pensar, de conhecer, de sentir e de perceber o mundo.

(NAJMANOVICH, 2001, p. 7)

Iniciando a quarta e última seção deste primeiro capítulo, volto a afirmar que escrevê-lo é, sem dúvida alguma, um momento muito importante para mim. Ao compartilhar um pouco da minha trajetória de vida pessoal e profissional, além de poder reviver esses momentos, consegui mapear todo o processo de significativas mudanças na minha carreira como professora.

Hoje consigo enxergar como o percurso escolar pelo qual passei me marcou e o quanto esse modelo de ensino contribuiu para a construção de um modelo de prática pedagógica nos meus primeiros anos como docente. Além disso, percebo, com maior clareza, o peso que nós, professores, temos na vida dos nossos alunos, o quanto somos modelos para eles. Nesse sentido, vejo a enorme responsabilidade que temos em relação a nossos alunos.

Outro aspecto que para mim ficou muito forte refere-se às práticas pedagógicas pautadas num modelo tradicional ainda muito presente nas universidades. No meu caso, se não fossem as disciplinas de Prática Pedagógica e Estágio Supervisionado, ofertadas durante a graduação no curso de Licenciatura em Matemática, talvez ainda hoje eu tivesse minha prática pedagógica pautada no modelo tecnicista, esperando dos meus alunos não a produção de conhecimentos, mas, sim, a reprodução deles.

Além das contribuições trazidas pelo curso dessas disciplinas, a minha inserção no campo da pesquisa também foi crucial para a (re)construção da minha identidade profissional. A participação como voluntária durante a pesquisa de Iniciação Científica foi o início desse processo de (re)construção. A pesquisa possibilitou-me perceber a necessidade de mudanças no cenário escolar e o quanto o meu trabalho, como professora dos anos iniciais, precisava ser modificado.

Tornar-me professora-pesquisadora serviu de incentivo para que eu pudesse dar continuidade ao meu processo de formação profissional e concretizar o sonho de realizar uma pesquisa mais abrangente; no caso, o Mestrado.

Nas três primeiras seções produzidas neste capítulo, procurei descrever as marcas deixadas pela minha trajetória de vida escolar como aluna, que, por muito tempo, ficaram impregnadas em mim, mas que, ao abrir-me para viver novas experiências, foram sendo gradativamente apagadas, permitindo-me assumir algo novo.

Talvez me perguntem: novo? Mas novo em que sentido?

Quando penso em novo, penso no desconhecido, no antes não pensado por mim mesma. Assim, o que é novo para mim, não necessariamente o será para o outro.

A esse movimento denominei um processo de construção, (des)construção e (re)construção. Essa denominação deve-se ao fato de que, antes de assumir o novo, havia algo em mim que já estava marcado, construído e, para (re)construí-lo, tive que passar pelo momento da (des)construção. Faço, então, uma analogia com a reforma de uma casa. Para reformá-la, nem sempre é preciso (des)construir a casa por completo: o que é bom permanece, é reaproveitado. Já aquilo que não é bom deve ser descartado, dando início a um processo de (des)construção para que, nesse espaço, seja possível construir algo novo, ou melhor, seja possível a (re)construção.

Ao (re)visitar meu passado para dar sentido às minhas experiências, faço essa comparação. Comparo a constituição da minha identidade profissional à reforma de uma casa. Antes de (re)construir essa identidade, não pude simplesmente descartar o que já estava construído, como se todas as minhas ações fossem inadequadas. Assim, o que era bom na minha prática pedagógica permaneceu, foi reaproveitado; porém, o que não era foi sendo, aos poucos, (des)construído, a fim de ceder lugar para a (re)construção de uma prática pautada na produção de saberes pelos alunos, incentivando-os a serem protagonistas do próprio processo de aprendizagem.

Esse processo de mudanças iniciado durante a pesquisa de Iniciação Científica proporcionou momentos de aprendizagem não só para os alunos, mas também para mim: ao assumir o papel de professora-pesquisadora, não consegui ficar totalmente de fora, imóvel, apenas tecendo reflexões acerca do processo de ensino e aprendizagem e olhando de longe para as ações então desenvolvidas. .

No caso da pesquisa de Mestrado, aconteceu a mesma coisa. O objetivo era que apenas os alunos fossem sujeitos da pesquisa. A intenção era que eu, como professora-pesquisadora, conseguisse distanciar-me de toda essa vivência, a fim de tecer análises acerca dos avanços dos alunos nos processos de aprendizagem. No entanto, não foi possível distanciar-me de todo esse processo de mudanças. A ideia de um sujeito “de corpo abstrato, dominado pela visão em perspectiva e o das medidas padronizadas externas” (NAJMANOVICH, 2001, p. 24) foi tomada por um sujeito “em um *corpo multidimensional*: um corpo ao mesmo tempo material e energético, sensível e mensurável, pessoal e vincular, real e virtual...” (Ibidem, grifos da autora).

Nesse sentido, procurei, durante a pesquisa, afastar-me da objetividade, já que:

[...] O mundo chamado “objetivo” é um mundo muito afastado da experiência humana, inventado por um sujeito que se considera um “observador neutro”. Um universo surgido dos “modelos ideais” e depois “confirmado” por essa forma peculiar de relação com a natureza chamada

método experimental. O corpo que surge desse modo de experimentar e conceber o mundo é um corpo sem vísceras, uma casca mensurável, um arquétipo de “valores normais”, um conjunto de “aparatos”. Um corpo separado da psique, da emocionalidade, do conhecimento. Um corpo abstrato e desvitalizado. (NAJMANOVICH, 2001, p. 18, grifos da autora).

Diante dessas palavras do trecho em destaque, não me classifico como uma observadora neutra em relação ao trabalho desenvolvido na minha sala de aula; tampouco como alguém sem emoção, desvitalizada. Caracterizo-me como uma professora-pesquisadora num permanente processo de transformação, demonstrando vitalidade. A esse sujeito que “participa de uma dinâmica criativa de si mesmo e do mundo com que ele está em permanente intercâmbio” Najmanovich (2001, p. 23) denomina “sujeito encarnado”.

O sujeito encarnado é o nome de uma categoria heterogênea, facetada e de limites difusos. Uma categoria não clássica, já que os elementos que a formam não compartilham de uma propriedade comum, mas têm entre si um “traço familiar”. [...] Cada leitor pode compor sua própria categoria em relação à experiência, aos cruzamentos teóricos, estéticos, éticos, afetivos, eróticos e emotivos que inclua seu próprio devir como sujeito encarnado. (NAJMANOVICH, 2001, p. 28, grifos da autora).

Nesse sentido, ao desenvolver esta pesquisa, não desconsidere as minhas experiências de ser professora numa escola de zona rural; a minha paixão por crianças; a minha angústia por estar responsável por uma sala de aula multisseriada; a ansiedade e os compromissos assumidos, ao cursar os créditos do mestrado; os momentos de incerteza por ter deixado de lado meu casamento, que era recente; as crises conjugais por ter ficado longe de casa por um ano, a fim de realizar esta pesquisa; as minhas frustrações pelas práticas realizadas no início de carreira; os prazeres por estar investindo na minha formação; as expectativas em relação à pesquisa; e muitos outros sentimentos de prazer e desprazer. Afinal,

...como todos os sujeitos encarnados, nossas categorias se desenvolvem na trama evolutiva de nossa vida, estão inseparavelmente ligadas a nossa experiência social e pessoal, às tecnologias cognitivas, sociais, físico-químicas, biológicas e comunicacionais com as quais convivemos. (NAJMANOVICH, 2001, p. 28).

Assim, como destaca a autora, ao assumirmos a corporalidade do sujeito, não conseguimos separar o nosso processo de evolução dos contextos nos quais estamos inseridos social e pessoalmente. Neste capítulo, não trago reflexões acerca do meu processo de aprendizagem enquanto professora-pesquisadora. Decidi trazer esses momentos nos capítulos de análise.

Acredito que o processo de olhar para o meu processo de constituição profissional e o dos meus alunos como aprendizes de matemática poderá contribuir para responder a minha

questão de investigação: “Quais contribuições um ambiente de aprendizagem mediado por problematizações, interações e intervenções pedagógicas traz para a circulação e a produção de significações em matemática?”.

A pesquisa norteia-se pelos seguintes objetivos:

1. Analisar as formas de interações em sala de aula (aluno-aluno e professora-alunos) e as minhas intervenções pedagógicas que são (ou não) potencializadoras dos processos de pensamento matemático.
2. Analisar os processos de circulação/produção de significações produzidas sobre a matemática.
3. Analisar minhas aprendizagens ao longo da prática de sala de aula e da pesquisa.

Para atingir tais objetivos, pautei-me nos fundamentos teóricos da matriz histórico-cultural – meu objeto de discussão no próximo capítulo. Trarei uma discussão acerca do ambiente de aprendizagem que propus aos meus alunos durante a pesquisa. Esse ambiente buscou romper com uma cultura de aula de matemática pautada no paradigma do exercício (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006) e, assim, possibilitar a inserção desses alunos num cenário cujo foco esteve na produção de saberes e não na transmissão deles.

2 A SALA DE AULA COMO COMUNIDADE DE INVESTIGAÇÃO

... Nós teremos realizado nossos trabalhos quando nós formos cobertos pela poeira dos séculos. Antes de nós, tivemos pais, nós teremos descendentes. Somos um elo de uma corrente, mas não inventores...
Lev Vigotski (apud CLOT , 2006a, p.30)

Neste capítulo apresentarei os aportes teóricos que fundamentam esta pesquisa. Como já destaquei anteriormente, o objetivo inicial, ao desenvolver uma pesquisa em minha sala de aula, foi criar, nesse ambiente, um cenário de aprendizagem no qual alunos e professora desempenhassem importantes papéis na construção do conhecimento, visando romper com a concepção de professor como transmissor de conhecimento e de aluno como receptor e reproduzidor desse saber “supostamente” produzido.

Com essa finalidade, exporei minhas ideias a partir de três seções. Na primeira delas, a intenção é tecer uma discussão dialogando com alguns teóricos cujos trabalhos são inspirados em Vigotski. Numa perspectiva histórico-cultural, pretendo construir olhares para a sala de aula.

Na seção seguinte, buscarei refletir acerca da possibilidade de criar, nas aulas de matemática, uma comunidade de investigação matemática. Dessa forma, discutirei os aspectos que subsidiam a criação dessa comunidade.

Para finalizar, na terceira e última seção, trarei minhas concepções em relação à possibilidade de inserir na comunidade de investigação matemática uma prática pedagógica pautada em problematizações.

As três seções, porém, serão precedidas pelo quadro da Figura 3, em que aponto os teóricos que fundamentam essas discussões e suas conexões:

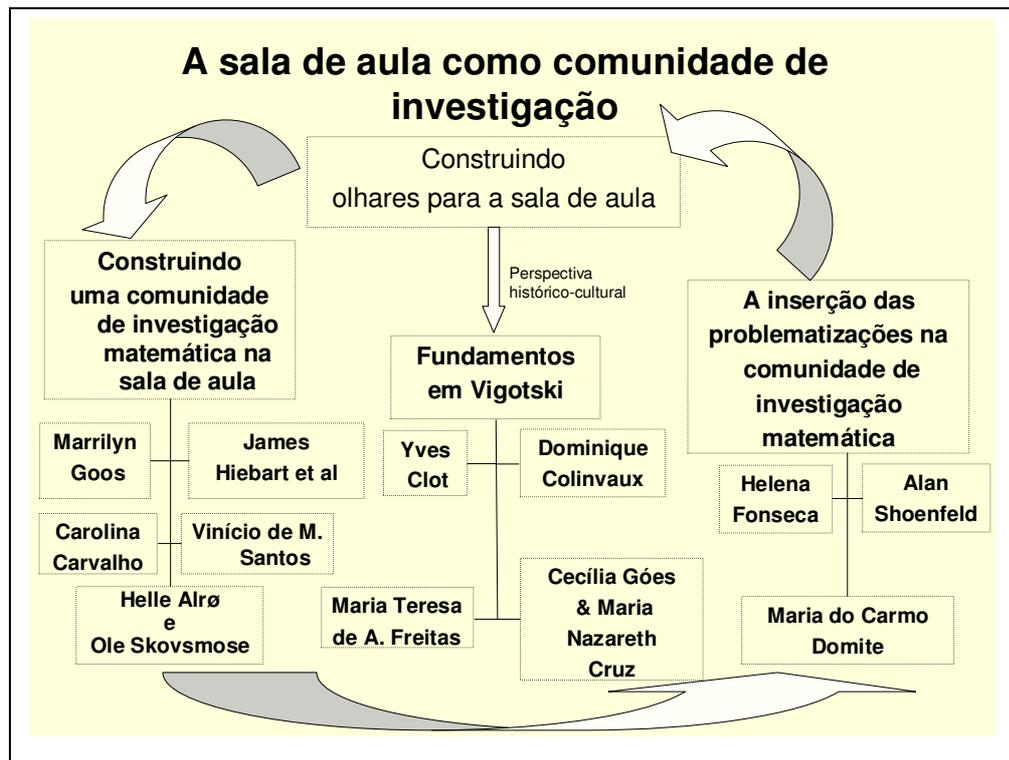


Figura 3 – Quadro teórico

2.1 Construindo olhares para a sala de aula

Um ambiente escolar constitui-se a partir de relações sociais e culturais estabelecidas entre os envolvidos nesse contexto e que foram e são produzidas historicamente: do aluno com o professor, do professor com seu aluno, do aluno com seus colegas, enfim, entre todos aqueles que ali se encontram.

Meu objetivo nesta discussão é construir olhares para a sala de aula, e, para isso, refletirei sobre as relações sociais estabelecidas pelos sujeitos inseridos nesse espaço. Ao buscar um estudo sobre o homem, concordo com Freitas (2002, p.27):

... é necessário compreendê-lo a partir da interação dialética dessas duas linhas de desenvolvimento: a natural e a cultural. Portanto, os estudos que focalizam o ser humano, buscando compreendê-lo, não podem ser examinados fora dessa relação com o social e nem de uma forma estática.

Esta pesquisa de abordagem qualitativa, numa perspectiva histórico-cultural, está fundamentada, principalmente, nas obras de Vigotski, que apresenta como foco de seus estudos as reflexões sobre o indivíduo em sua totalidade e considera o sujeito a partir das relações que este estabelece em seu contexto social.

Para este teórico, a constituição da pessoa humana se dá pelas relações sociais, já que “o homem é uma pessoa social, um agregado de relações sociais encarnados num indivíduo” (SIRGADO, 2000, p. 46). Mas como, no decorrer da história, o homem se constituiu humano?

A fim de satisfazer minha inquietação, busquei em Engels (2010) possíveis explicações desse percurso. Para ele, o trabalho desempenhou um papel significativo nas evoluções sofridas pelo macaco, até que este se transformasse em homem.

As relações do homem com o trabalho, categoria que está no âmbito social e, portanto, propõe mudanças, possibilitaram as transformações ocorridas com os seres humanos. Sem o trabalho, não teríamos o homem. Afinal, através dele estabelecemos um distanciamento entre o homem — capaz de vivenciar situações e refletir sobre elas, atingindo um nível de abstração — e os animais, que jamais alcançarão tais habilidades. Na comparação realizada pelo autor, os trabalhos inicialmente realizados pelo homem tinham como principal ferramenta as mãos, porém, a evolução da mente humana permitiu que o trabalho realizado com as mãos fosse substituído pelas atividades intelectuais.

O surgimento da sociedade trouxe consigo a preferência pelas atividades realizadas a partir do intelecto. As representações que foram sendo construídas entre os humanos numa convivência coletiva, obrigam-nos, de certa forma, a seguir um modelo que nos é imposto e, diante dele, adotar uma postura. Nessas relações com o social, constituímos-nos como humanos. Sem essas relações, tornar-nos-íamos seres vazios. Segundo Vigotski (2000, p.34, grifos do autor):

Se por pensamento puro se entender a atividade do intelecto livre de quaisquer percepções sensoriais, então o pensamento puro é ficção, porque o pensamento, livre de todas as representações, é um pensamento vazio[...] Pois os conceitos são nada mais do que representações e percepções (re)elaboradas...

As representações do mundo, como um todo, não nascem com a criança. As relações sociais e culturais estabelecidas pelo indivíduo com o mundo, desde o seu nascimento, contribuem para que o sujeito se aproprie de modelos e de condutas, considerados sistemas simbólicos culturais que vão constituir sua subjetividade.

O movimento no qual identificamos essas relações do homem com o mundo é chamado por Vigotski de desenvolvimento cultural e fragmentado em três estágios: em si, para outros e para si. Isso nos permite considerar o homem como ser social, alguém que interfere na sociedade; e também como ser individual, porque cada um é diferente de todas as outras pessoas e, portanto, um ser singular.

Destaco, ainda, que Vigotski não considerava o social como uma “coleção de indivíduos”. Segundo Clot (2006a, p.23), apoiado na perspectiva vigotskiana, “o social está presente, mesmo quando estamos sozinhos; ele não está fora de nós mesmos, nem somente entre nós, ele está em nós, no espírito e no corpo de cada um de nós”.

Essas considerações permitem perceber o quanto nos desenvolvemos nas relações com o social; e importa, no contexto desta pesquisa, abordar questões relacionadas com essa concepção, porém observando mais atentamente as interações sociais que acontecem entre os indivíduos. A linguagem, função presente nos momentos de interações, é, segundo Vigotski, determinante nas relações que estabelecemos com o outro.

Na sua gênese, o homem não apresentava, em suas funções biológicas, o desenvolvimento da linguagem. Contudo, no decorrer da evolução humana, por não mais viver de forma isolada, mas inserindo-se em grupos, em comunidades, surgiu no indivíduo a necessidade de comunicar-se com seus pares, a fim de estabelecer algum tipo de relação com eles. Essa convivência coletiva exigiu que esses indivíduos passassem a organizar-se, determinando as funções de cada um. E como defini-las, senão através da linguagem?

A busca pela sobrevivência e a procura por estabelecer o bem comum na convivência com o outro obrigou o homem a desenvolver habilidades que satisfizessem as necessidades de limitar a função de cada sujeito dentro de um determinado grupo de pessoas. Essa habilidade, hoje contemplada na linguagem, representou e representa um meio de comunicação indispensável para o convívio social.

No início, a comunicação se dava através de gestos e balbucios, pois a fala, tal qual dispomos hoje, não existia. A evolução do homem, bem como as relações de trabalho que foram sendo estabelecidas por ele, contribuiu para que, cada vez mais, esse elemento, hoje presente nas funções humanas, se desenvolvesse e se tornasse função inerente ao homem, desempenhando papel importantíssimo nas relações sociais.

Estudos vêm sendo realizados a respeito do desenvolvimento da linguagem na criança. Pino (1991, p. 36, grifos do autor), apoiando-se na perspectiva vigotskiana, considera que o estudo da linguagem leva o indivíduo:

... a fazer da sua aquisição o elemento que transforma as *funções elementares*, de origem natural, em *funções superiores*, de origem sócio-cultural. Isso ocorre quando os signos são incorporados à ação prática (Vygotsky, 1984). Estes *organizam* a atividade instrumental, permitindo que ela seja pensada e planejada em função de determinados fins. A incorporação da fala (sistema sígnico) à ação prática (simples uso de instrumentos) constitui o limiar que separa a atividade propriamente humana, de natureza simbólica, da atividade prática, própria das crianças na fase pré-verbal ou sensório-motora segundo Piaget (Vygotsky, 1984) [...]

Que outro sentido podem ter as palavra [sic] do autor quando afirma que, “desde os primeiros dias do desenvolvimento da criança, suas atividades adquirem um significado próprio num sistema de comportamento social” (Vygotsky, 1984, p.33)? Isso não invalida o fato de que é pela *mediação dos signos* que a criança se incorpora progressivamente à comunidade humana, internalizando sua cultura e tornando-se um *indivíduo social*, ou seja, humanizado.

A criança, inicialmente, é guiada pela palavra do outro, expressa por meio da linguagem. Mais tarde, quando já dispõe de tal recurso, ela própria faz uso da palavra, a fim de orientar o seu pensamento (GÓES; CRUZ, 2006). Essas ideias elucidam a importância da linguagem para o desenvolvimento humano; afinal, essa função permite que as relações sociais entre os indivíduos aconteçam.

Acredito que a comunicação, também expressa por meio da linguagem, pode ser considerada como elemento fundamental nos processos de aprendizagem, pois, através da linguagem, também somos capazes de expressar pensamentos.

Dessa forma, pensamento e linguagem encontram-se intimamente ligados um com o outro, e entendo, portanto, que ocupam o mesmo grau de importância quando nos referimos à aprendizagem. Segundo Clot (2006a), foi com Vigotski que a linguagem encontrou na Psicologia a importância merecida, destacada, até então, na Psicologia Cognitiva tradicional — representada pela obra de Piaget — como aspecto secundário no que se refere ao pensamento. O autor ainda complementa:

Para Vygotski, o pensamento não se exprime na linguagem, ele se realiza na linguagem. Há uma mudança do pensamento na linguagem. O pensamento não espera que a linguagem o exprima como se fosse totalmente pronto sem linguagem. Vygotski forjou uma bela expressão: “o pensamento não espera a linguagem como um vestido já pronto” (VYGOTSKI, 2001, cap.7). Aliás, o pensamento não espera nada, vem com a linguagem. O pensamento vem quando se está falando; e, aliás, frequentemente descobre-se o que pensamos, falando a alguém sobre o que pensamos. Portanto, o pensamento não se exprime na linguagem, a linguagem realiza o pensamento. (CLOT, 2006a, p. 22)

Diante dessa ótica, é possível perceber a riqueza gerada, ao permitir que no ambiente de sala de aula se estabeleça uma relação dialógica. Uma proposta de prática pedagógica centrada nessas concepções torna acessível ao professor parte dos pensamentos dos alunos, pois, como destaca o autor acima citado, “a linguagem realiza o pensamento” (ibidem, p. 22).

Nessa perspectiva, entendo o aluno como sujeito expressivo, alguém que fala e que deve ter espaço para expressar-se, a fim de que o ambiente de sala de aula seja marcado não mais por relações monológicas, em que somente o professor tem voz, e os alunos apresentam-se como seres mudos. Esse ambiente pressupõe uma nova cultura de sala de aula, em que o

aluno é protagonista na produção do conhecimento, tendo espaço para o trabalho coletivo e colaborativo, bem como para falar, ouvir e ser ouvido; ou seja, um ambiente que valorize as interações sociais, tal como argumenta Carvalho (2005, p. 15):

Nos últimos 20 anos, na Psicologia, um número significativo de investigações tem evidenciado as potencialidades das interações sociais na apropriação de conhecimentos e na mobilização de competências, fruto de novos olhares acerca da forma como aprendemos. Quando pensamos na sala de aula, um dos resultados mais conseqüentes de algumas dessas investigações foi mostrar como a construção de conhecimento e os mecanismos que lhe são subjacentes não são socialmente neutros ou simples e que, quando os diferentes parceiros se envolvem num esforço conjunto para resolver uma tarefa, tiram benefícios próprios, pois constroem soluções para a tarefa que individualmente não conseguiriam.

Acredito, assim, que, ao propor, no ambiente de sala de aula, tarefas nas quais os alunos são convidados a trabalhar coletiva e colaborativamente, conseguirei promover uma interação entre eles, provocando seu envolvimento com as tarefas propostas, elemento não tão facilmente identificado nas atividades desenvolvidas individualmente. O trabalho numa perspectiva colaborativa permite ricas interações entre os pares, pois os alunos, nesse processo, são convidados e incentivados a expor pensamentos, defender ideias e explicá-las, avaliar as explicações dos colegas, questionar e negociar significados; possibilita também a produção de saberes que talvez não ocorressem nas propostas de trabalho individual.

O papel do professor não está mais em transmitir conhecimentos, mas em criar situações — e nelas intervir — em que os alunos sejam capazes de produzir saberes; enfim, aprender. Quando o professor assume uma postura questionadora diante do conhecimento, seu objetivo centra-se em intervir nessa construção, bem como em conduzir e incentivar as interações entre os alunos, possibilitando que eles avancem nos processos de aprendizagem de forma mais significativa. Quando falamos em processos, tomamos como referência algo que “opõe-se a estado e remete a dinamismo, portanto a algo que se estende ao longo do tempo” (COLINVAUX, 2007, p. 34).

Com base nessa preocupação em relação à aprendizagem dos alunos, também me apoio nessa autora para explicitar o que entendo por “aprendizagem”. Segundo ela, aprender é um:

... processo de significação que, na sala de aula, gera movimentos individuais e coletivos em torno de algumas formas canônicas de compreensão do mundo material e simbólico. Nesta concepção, destacamos as idéias de processo, significação e movimento e, em especial, de emergência de novidades (COLINVAUX, 2007, p. 30-31)

Ao abordar a emergência de novidades, a autora refere-se aos “processos em que aparecem condutas que indicam novas formas de ver, pensar, fazer ou falar” (ibidem p.36).

Aprender pressupõe dinamismo, movimento e, enquanto humanos, estamos em constante processo de aprendizagem. Aprendemos desde o momento em que nascemos e aprenderemos sempre, enquanto vivermos, em diferentes contextos, tempos e lugares.

Quando nos referimos à aprendizagem nos contextos escolares, é natural que façamos alusões ao ensino de conteúdos. Isso acontece porque, para muitos, ainda é forte a crença de que a qualidade da educação está na quantidade de conteúdos abordados pelos professores em sala de aula. Essas concepções, porém, não fazem parte daquilo que defendo, pois, para mim, a qualidade da educação está no *como* e não no *quanto* se aprende. Isso inclui o fato de os alunos aprenderem os conteúdos escolares de forma que sejam capazes de “apropriar-se de seus usos para ler e interpretar a realidade, para raciocinar e resolver problemas e, ainda, para fundamentar determinadas ações no/sobre o mundo” (COLINVAUX, 2007, p. 30).

Assim, “aprender” é mais complexo do que imaginávamos. Como processo dinâmico, espera-se que, ao aprender, sejamos capazes de modificar, transformar, avançar naquilo que já existe; criar novidades, refletir sobre elas, (re)criá-las, e para isso é necessário apropriar-se de fato do conhecimento que circula nos ambientes de aprendizagem.

Há, em Clot (2006a, p. 24), discussões acerca de uma teoria da apropriação. Fundamentado nos trabalhos de Vigotski dentro da Psicologia, o autor defende a existência de uma teoria da apropriação: “processo de *reconversão* dos artefatos em instrumentos, um verdadeiro processo de recriação. E um processo – avançando um pouco – de subversão do artefato em instrumento”, e não uma teoria de interiorização/internalização.

A fim de complementar essas ideias, na perspectiva da psicologia do trabalho, Clot (2006a) destaca que, na realização do trabalho, são disponibilizadas diversas ferramentas (artefatos) para o sujeito, porém, nem todas são utilizadas por ele, ou seja, nem todas as ferramentas se transformam em instrumentos para esse sujeito; somente aquelas que tiverem serventia aos objetivos apresentados por outrem e por ele próprio. Nesse sentido, é possível entender a diferença da apropriação para interiorização/internalização. No processo de apropriação é possível recriar; o sujeito apropria-se de algo que perdeu significação, ao mesmo tempo que ganhou a significação tirada de seu contexto, de suas interações com o outro, indicando que se tornou dele e, portanto, não foi internalizado por ele.

Portanto, a apropriação concebida como processo de recriação sinaliza o mundo social como inacabado. Sendo assim,

... precisamente porque o mundo social não é acabado que o sujeito torna seus esses conflitos, esse não-acabamento do social; portanto, ele se apropria também desses conflitos, das discordâncias criadoras que o mundo social lhe propõe, colocando algo seu, desenvolvendo esses conflitos. O mundo social, para Vygotski, não é um mundo de restrições. É primeiramente um mundo possível de subversão de significações e de artefatos e, em segundo lugar, um mundo de conflitos inacabados, no qual podemos tomar nosso lugar. E, precisamente, porque é inacabado, *podemos colocar nele algo nosso*. (CLOT, 2006a, p. 25, grifos do autor).

Baseando-me nessas ideias, quando teço olhares para a sala de aula, penso num ambiente em que seja contemplada essa interferência do sujeito/aluno. O foco da pesquisa é determinante em relação à criação de um cenário em que seja possível promover a aprendizagem. O caráter dinâmico que permeia um espaço como esse pressupõe relações sociais estabelecidas entre todos, inclusive o professor, como indivíduos efetivamente participativos e capazes de interferir nos conflitos ali presentes, a fim de que o docente possa contribuir com algo que lhe seja próprio, tomando, portanto, o lugar que lhe pertence.

Nesse sentido, entendo que a aprendizagem se relaciona com essa capacidade de interferir, modificar, transformar algo que seja compartilhado nas interações sociais. Assim, como destaca Colinvaux (2007, p. 32), “a aprendizagem está associada a processos de compreensão do mundo material e simbólico, que pressupõe geração, apropriação, transformação e reorganizações de significações” e, dessa forma, aponta para o dinamismo desse processo.

Nas palavras dessa autora, ao destacar que aprender é um processo de significação, ainda cabe seguir nessa reflexão um pouco mais, a fim de compreender o porquê do termo “significação”, e não “significado” ou “sentido”, dentro do contexto de aprendizagem. Buscando contemplar esse entendimento, segui minhas leituras de autores da perspectiva histórico-cultural que têm seus trabalhos fundamentados nas obras de Vigotski e encontrei o texto de Góes e Cruz (2006), no qual as autoras tecem reflexões sobre esses conceitos.

Tomando as ideias de Vigotski como referência, elas fazem um estudo do texto “Pensamento e palavra”² e interpretam que a significação abrange os enlaces entre *significado* e *sentido*, garantindo que o sentido não faz parte de algo estático, sem movimento.

As autoras apontam que o *significado* é apenas uma parte do *sentido*, atribuindo a esse conceito uma relação com o ato de generalização e, referindo-se a Vigotski, afirmam:

² VYGOTSKI, Lev S. Pensamiento y lenguaje. In: VYGOTSKI, Lev S. *Problemas de Psicología General – Obras Escogidas* – v. 2. (edição dirigida por Alvarez, A. e Del Rio, P.) Madri: Visor, 1993 a, p. 11-348. Original de 1934.

O autor define o significado da palavra como uma generalização, que reflete a realidade num processo diferente daquele que envolve o sensorial e o perceptual, que prenderiam o homem às condições situacionais imediatas. Por isso, a generalização é concebida como o fundamento e a essência da palavra. (GÓES; CRUZ, 2006, p. 36).

Quanto ao *sentido*, argumentam:

O sentido é tematizado por Vigotski principalmente para estabelecer distinções e relações entre linguagem interna e externa, as características funcionais e estruturais da fala para o outro e para si. Nessa discussão salienta a significação da palavra no contexto de seu uso e nas condições de interação dos falantes. As palavras não podem ser consideradas fora de seu acontecimento concreto, pois a variação dos contextos de ocorrência faz com que os sentidos sejam ilimitados e, de certa forma, mostrem-se sempre inacabados. Esses argumentos apóiam-se em parte na noção de relação sentido-contexto, emprestada por F. Pauhlan. No texto escrito, por exemplo: “A palavra ganha sentido no contexto da frase, mas a frase ganha sentido no contexto do parágrafo, o parágrafo o deve ao contexto do livro e o livro adquire no contexto de toda a criação do autor”; além dessa dependência contextual, “o sentido das palavras depende conjuntamente da interpretação do mundo de cada qual e da estrutura interna da personalidade” (VYGOTSKI, 1993a, p.333). (GÓES; CRUZ, 2006, p. 38).

Nessa linha de reflexões, penso no significado com características de algo estável, monótono, que pressupõe um limite. Já no campo dos sentidos, penso em criatividade, instabilidade, algo que não tem limites. O conceito de significação pode ser entendido como um elo estabelecido entre sentido e significado: “o sentido é sempre uma formação dinâmica, variável, que tem diversas zonas de estabilidade diferente. O significado é apenas uma dessas zonas do sentido, a mais estável, coerente e precisa”. (VYGOTSKI apud GÓES; CRUZ, 2006, p. 39).

Essa discussão é possível porque estamos inseridos num mundo social, no qual somos cercados por momentos de interações. Incessantes, essas relações estabelecidas pelo humano só existem porque dispomos de uma essencial função biológica, que é a linguagem, elemento responsável pela realização do pensamento, em que “se vincula à palavra e nela se encarna” (GÓES; CRUZ, 2006, p. 36). Ou ainda:

“a palavra representa a fase superior do desenvolvimento humano, acima da mais elevada forma da ação”[...] “está mais próxima do final do que do início do desenvolvimento. A palavra é o fim em que a ação culmina” (VYGOTSKI, 1993a, p. 345). Ou seja, a atividade humana impregnada de signo, sobretudo verbal, transforma-se em sua estrutura e função e configura a especificidade do humano na filogênese e na ontogênese. (GÓES; CRUZ, 2006, p. 36).

Refletindo acerca dessas considerações, percebo a sala de aula como um ambiente recheado desses elementos, que são colocados em circulação o tempo todo: nos momentos de fala com o outro e consigo mesmo, bem como na comunicação de ideias e na negociação de significados. Conforme tenho enfatizado, criar um ambiente como esse não é tarefa fácil para o professor; demanda comprometimento, responsabilidade, afetividade, dentre outras características essenciais para o exercício da carreira docente.

Num ambiente de aprendizagem com essas características, há espaço para os momentos de interações e intervenções, situações em que é valorizado o trabalho coletivo e colaborativo da sala de aula. Acredito na riqueza desse tipo de relação e defendo que professores e alunos devem participar ativamente dos processos de aprendizagem, com suas respectivas competências; afinal, os professores também se encontram em processo de aprendizagem e de transformações.

Propor um trabalho coletivo e colaborativo durante as aulas pode auxiliar o professor em suas responsabilidades com os alunos, já que estes não dependerão somente da ajuda do docente. Permitir que os alunos colaborem uns com os outros, ou seja, que haja uma interação entre eles e deles com o professor propicia que os conhecimentos sejam mobilizados. E a contribuição do outro poderá tornar-se essencial para os avanços cognitivos. Segundo Facci (2004), a criança, quando orientada pelo professor ou por uma outra criança mais experiente, torna-se capaz de realizar tarefas mais difíceis, que, sozinha, não conseguiria realizar.

Isso não significa que o professor tenha o direito de limitar ou, mesmo, de determinar os níveis de aprendizagem dos alunos, dizendo se são ou não capazes de aprender esse ou aquele conteúdo. A fim de tentar identificar o vínculo existente entre o desenvolvimento e a aprendizagem, aponto os dois níveis de desenvolvimento determinados por Vigotski: o real e o potencial.

No primeiro nível, o de desenvolvimento real, os problemas apresentados aos alunos são solucionados de forma autônoma. Já no “nível de desenvolvimento potencial”, o aluno necessita da ajuda e da colaboração do outro. Entretanto, entre esses dois níveis há uma distância que é chamada por Vigotski de “zona de desenvolvimento proximal” (Z.D.P.).

A zona de desenvolvimento proximal define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação, funções que amadurecerão, mas que estão presentes em estado embrionário. Essas funções poderiam ser chamadas de “brotos” ou “flores” do desenvolvimento, ao invés de “frutos” do desenvolvimento. O nível de desenvolvimento real caracteriza o desenvolvimento mental, retrospectivamente, enquanto a zona de desenvolvimento proximal caracteriza o desenvolvimento mental prospectivamente. (VIGOTSKI, 2001, p.113).

Na intenção de ativar a zona de desenvolvimento proximal (Z.D.P.), o professor deve ter cuidado na elaboração das tarefas, bem como na condução da sua realização. É necessário que as tarefas propostas aos alunos sejam desafiadoras o suficiente para promover situações de conflitos, de instabilidade, pois são esses aspectos que serão responsáveis pelo avanço da criança nos níveis de desenvolvimento.

Segundo Clot (2006a), a Z.D.P. é um nível de desenvolvimento capaz de criar uma situação em que o indivíduo pode despertar o que até então parecia impossível na própria atividade. “A Z.D.P. é um lugar, de certa forma, no qual o psicológico ou o social favorece o sujeito para que ele encontre possibilidades não realizadas” (Ibidem, p.22), sendo, portanto, capaz não só de criar a partir do conhecimento, mas também de (re)criar.

Práticas pedagógicas pautadas nessa perspectiva valorizam o papel do professor como alguém que colabora com os alunos, intervindo na produção de saberes nos ambientes escolares. Suas intervenções poderão possibilitar aos alunos avançarem nos níveis de desenvolvimento, bem como proporcionar momentos de interação entre os sujeitos, dando condições para que sejam capazes de conhecer possibilidades ainda não pensadas. Tanto o professor quanto os alunos podem realizar intervenções nas tarefas propostas em sala de aula. Se estas forem de qualidade e promoverem o real envolvimento dos participantes, os conhecimentos que se encontram na zona de desenvolvimento proximal de hoje poderão ser o nível de desenvolvimento real amanhã.

Busquei, nesta seção, trazer reflexões sobre alguns conceitos, como os de aprendizagem; de significação; significado; sentido; palavra; e zona de desenvolvimento proximal, para que assim possa, de forma mais segura, tecer olhares para a sala de aula e entender os contextos nos quais situei as propostas de tarefas nas aulas de matemática durante o ano de 2009, a partir da teoria que subsidiou minha prática pedagógica.

2.2 Construindo uma comunidade de investigação matemática na sala de aula

O propósito desta seção é discutir a possibilidade de criar, na sala de aula, especificamente nas aulas de matemática, um ambiente em que professores e alunos trabalhem de forma coletiva e colaborativa e, a partir daí, sejam capazes de construir entre eles uma “comunidade de investigação matemática”.

Criar um ambiente como esse, em que os sujeitos se sintam mobilizados para produzir saberes e não apenas reproduzi-los, está muito distante da educação que temos em nossa realidade escolar. É muito forte, ainda, na cultura da sala de aula, um modelo tradicional de

ensino, pautado numa prática pedagógica fundamentada no paradigma do processo-produto (SAUJAT, 2004), no qual o professor assume o papel de transmissor do conhecimento e o aluno, o de reproduzidor.

Estreitando meu olhar e tendo como foco direto as aulas de matemática, reconheço uma gama muito grande de alunos e professores que relacionam o ensino e a aprendizagem dessa disciplina escolar a ideias e técnicas matemáticas num contexto de exercícios, nos quais os alunos apenas reproduzem as técnicas. O professor assume a responsabilidade de apresentar as técnicas, e os alunos reproduzem, de forma mecânica, ideias das quais desconhecem aplicabilidades no contexto da vida real.

A proposta centrada na resolução, única e exclusiva, de exercícios impede que seja valorizado o pensamento reflexivo dos alunos, bem como seus conhecimentos do cotidiano. Além disso, esse modelo de aula de matemática tradicional é marcado por uma relação assimétrica entre professor e aluno, claramente identificada “nas linguagens e códigos, nas concepções, nos tempos e intenções, bem como nos modos distintos de cada um compreender e ver a matemática” (SANTOS, V., 2005, p.118). O autor complementa:

Tal assimetria, fonte de tensão e dificuldades, é também a base a partir da qual a comunicação se estabelece e o ensino e a aprendizagem em Matemática se realiza. Além disso, destacam-se, nesse encontro, as diferentes formas de representar e comunicar idéias matemáticas e processo de apropriação das mesmas pelos alunos. A ação e os discursos praticados pelo professor, quando ensina Matemática, decorrem do seu conhecimento e modo de ver a Matemática, de como enxerga e escuta o aluno.

Uma prática pedagógica pautada na assimetria e com grande influência na Educação Matemática é chamada por Alrø e Skovsmose (2006, p.52) de “paradigma do exercício”. Esse paradigma, segundo os autores (ibidem, p. 52):

... diz respeito à organização das aulas, aos padrões de comunicação entre professor e alunos, bem como ao papel que a Matemática desempenha na sociedade como um todo, por exemplo, com uma função fiscalizadora (exercícios matemáticos encaixam-se perfeitamente em processos de seleção).

Nesse sentido, a concepção do “paradigma do exercício” tem marcado predominantemente a cultura de aulas de matemática com pouca participação do aluno e uma preocupação muito grande do professor em explicar técnicas, regras e fórmulas que devem ser usadas pelos estudantes nas resoluções dos exercícios. Isso faz parte das crenças que são construídas por professores e alunos no decorrer das suas trajetórias de vida e de espaços escolares com os quais conviveram. No que diz respeito às concepções ou aos sistemas de

crenças dos professores em relação à natureza da matemática, Chacón (2003, p. 64) destaca que aquelas se encontram arraigadas “[...]nas diferentes visões da filosofia da matemática. Auxiliar o professor a confrontar-se com as próprias concepções epistemológicas da matemática, que influem em sua prática de ensino, é um dos desafios atuais em didática da matemática”.

No que se refere às concepções e aos sistemas de crenças dos alunos, percebo que, no modelo de ensino da matemática tradicional, o professor é visto como:

[...] o transmissor de conhecimento matemático, é o especialista em conteúdos. O aluno esforça-se para apreender tudo aquilo que o professor lhe transmite. A disciplina está orientada, basicamente, para a aquisição de conceitos, dando-lhe uma finalidade exclusivamente informativa. (CHACÓN, 2003, p.71).

Realizar mudanças, tendo como referência essas concepções, causa um choque nas expectativas tanto dos professores quanto dos alunos. No entanto, discussões mais recentes a respeito das práticas pedagógicas nas aulas de matemática apontam para uma direção em que passa a ser valorizado, no ensino da matemática, o desenvolvimento de habilidades como: comunicar, defender, justificar, conjecturar, argumentar, partilhar, negociar com os outros as suas próprias perspectivas. Segundo Santos, V. (2005, p.119), “a discussão sobre resolução de problemas e sua incorporação ao ensino de matemática na escola básica como potente ferramenta para a aprendizagem representa um marco” para essas mudanças.

Embora seja possível identificar professores que discordem das perspectivas mais tradicionais de ensino, sabemos que discordar desses modelos de ensino não é suficiente para provocar transformações nas práticas docentes. Existem algumas razões que impedem essas mudanças. Um exemplo facilmente notado refere-se aos professores que se sentem impotentes diante das imposições colocadas ora pela instituição escolar, que estabelece suas metodologias de trabalho, mostrando-se autoritária; ora pelas políticas públicas educacionais, diante das quais o professor se sente no dever de preparar os alunos para os mais diversos tipos de exames, como, por exemplo, as provas de vestibulares e as avaliações externas, as quais acreditamos admitirem diante da prática pedagógica do professor uma função fiscalizadora. Essa, entretanto, é uma discussão na qual não pretendo estender-me, pois não constitui o objeto de minha investigação.

Mesmo diante dessa realidade, há também professores que, por encontrarem brechas nas imposições que lhes são propostas, buscam realizar seu trabalho de forma diferenciada.

Acredito na necessidade de romper com o “paradigma do exercício” nas aulas de matemática e, dessa forma, defendo a possibilidade de criar nesse espaço um ambiente em

que os alunos tenham seus conhecimentos mobilizados e, assim, sejam capazes de produzir saberes.

Nesse contexto, penso num ambiente de aula de matemática mais aberto, no qual os alunos possam expor seus pensamentos, comunicar ideias, trabalhar coletiva e colaborativamente, falar, ouvir e ser ouvidos; enfim, um ambiente no qual seja permitido assumir responsabilidades na produção do conhecimento. Um ambiente com essas características difere totalmente do paradigma do exercício e aproxima-se do que Goos (2004, p. 259) chama de “comunidade de investigação matemática”, que, segundo ela, pode ser descrita como um ambiente em que,

ao invés de depender do professor como autoridade inquestionável, espera-se que os estudantes, nestas salas de aula, proponham e defendam ideias matemáticas e debatam de maneira refletida com seus pares. Assim, as práticas e as crenças desenvolvidas dentro de salas de aula reformadas veem o aprendizado como participação em uma comunidade de prática caracterizada por *matemática de investigação* – onde os estudantes aprendem a falar e a agir matematicamente, participando de discussões matemáticas e resolvendo problemas novos (Richards, 1991). Tais salas de aula poderiam ser descritas como *comunidades de investigação matemática*. (ibidem, p. 259, grifos da autora, tradução minha³)

Diante desses dois modelos, identifico que tanto o paradigma do exercício quanto as comunidades de investigação matemática estão presentes nas aulas de matemática. Essas duas concepções são muito distintas. Cada um desses ambientes tem características e objetivos definidos. Meio a tantas adversidades, não cabe discutir suas potencialidades; saliento apenas que, promissores ou não, ambos buscam a aprendizagem dos alunos. A sala de aula é o espaço no qual se encontram professor, aluno e conhecimento e assim constituem o que Alrø e Skovsmose (2006) chamam de “ambientes de aprendizagem”.

Alguns aspectos presentes durante as aulas de matemática permitem aos alunos reconhecer, facilmente, em que ambiente de aprendizagem estão inseridos. Um desses aspectos refere-se ao tipo de tarefas propostas. É importante destacar que os alunos aprendem a partir de propostas de tarefas e se tornarão bons naquilo que realizam com mais frequência. Dessa forma, o tipo de tarefa apresentada numa sala de aula faz toda a diferença.

³ Rather than rely on the teacher as an unquestioned authority, students in these classrooms are expected to propose and defend mathematical ideas and conjectures and to respond thoughtfully to the mathematical arguments of their peers. Thus, the practices and beliefs developed within reform classrooms frame learning as participation in a community of practice characterized by *inquiry mathematics* – where students learn to speak and act mathematically by participating in mathematical discussion and solving new or unfamiliar problems (Richards, 1991). Such classrooms could be described as *communities of mathematical inquiry*.

Uma prática pedagógica pautada nas comunidades de investigação matemática pressupõe que sejam oferecidas tarefas de natureza mais aberta, que possibilitem gerar discussões entre os alunos e deles com o professor. Com esse propósito, é preciso que o professor seja cuidadoso no momento de seleção da tarefa, para que esta, além de contemplar as questões de natureza matemática, seja também capaz de desafiar os alunos intelectualmente. Além disso, o professor necessita estar atento às realidades de seus alunos para que a situação proposta não gere a frustração da incapacidade de resolvê-la.

Segundo Hiebert et al. (1997), ao escolher uma tarefa que atenda a essas necessidades, é necessário observar três critérios: o primeiro deles diz respeito à tarefa como meio para encorajar a reflexão e a comunicação dos alunos. Nesse sentido, espera-se que ela seja desafiadora, intrigante; que represente um problema para o aluno; e que este se sinta motivado, envolvido e disposto a encontrar um caminho que o leve à solução.

O segundo critério considera que a tarefa deve permitir aos estudantes utilizarem ferramentas, quando estas forem capazes de auxiliar na resolução de um problema, o que significa utilizá-las com um propósito. Daí a necessidade de propor tarefas que sejam adequadas às ferramentas dos alunos. Hiebert et al. (1997, p. 20) definem o que seriam essas ferramentas.

Nós definimos ferramentas amplamente para incluir as coisas que o aluno já sabe e materiais que podem ser usados para resolver problemas. As ferramentas são recursos ou suportes de aprendizagem, [...] e incluem as habilidades que foram adquiridas, materiais físicos, escritas de símbolos e linguagem verbal. (HIEBERT et al., 1997, p. 20, tradução minha).⁴

E, por último, o terceiro critério, que, segundo os autores, refere-se à escolha de tarefas que deixem para trás resíduos importantes. Segundo Davis (1992, apud HIEBERT et al., 1997, p. 22), podemos definir o conceito de resíduos como a “aprendizagem que os alunos levam consigo resolvendo problemas”. Tratando da resolução de problemas, Hiebert et al. (1997, p. 22, tradução minha) complementam:

... Davis (1992) sugeriu que por muito tempo projetamos o nosso currículo e instrução a partir da idéia de que devemos primeiro ensinar as habilidades aos alunos e, em seguida, os estudantes devem aplicá-las para resolver problemas. Davis argumentou que é melhor começar com problemas, o que permite aos alunos desenvolver métodos para resolvê-los e reconhecer que o que os alunos tirarem dessa experiência é o que eles têm de aprendizagem. Tal aprendizagem é susceptível de ser profunda e duradoura.

⁴ We define tools broadly to include things the student already knows and materials that can be used to solve problems. Tools are resources or learning supports, [...], and include skills that have been acquired, physical materials, write symbols, and verbal language.

Santos, V. (2005) também se coloca a respeito do trabalho com resoluções de problemas nas aulas de matemática. Segundo ele, adotar essa perspectiva nas práticas pedagógicas torna decisivos os papéis dos alunos e dos professores. Ambos assumem características muito importantes:

... tanto a integração ativa e experiências (VEIA, 1995), por parte dos alunos, quanto o questionamento do professor (MENEZES, 1995), que vai além do interesse em verificar se o aluno tem uma dada informação ou se aprendeu um determinado procedimento e é capaz de generalizar sua aplicação (GÓMEZ-GRANELL, 1995). (SANTOS, V., 2005, p.119-120).

Por isso, ao propor tarefas dessa natureza, o professor não pode se preocupar com o tempo que está sendo consumido para sua realização. O importante é que ele garanta explorar as perspectivas individuais do aluno. Nesse sentido, a comunicação, expressa pelas variadas formas de linguagem, é elemento fundamental para esse processo.

Esse ambiente de aprendizagem distingue-se bastante dos cenários pautados no paradigma do exercício, nos quais o professor é o único responsável pelos discursos durante a aula, caracterizando a prática de um monólogo. O aluno não se comunica de forma expressiva com o professor, apenas estabelece com ele uma relação de pergunta-resposta: o professor pergunta e o aluno responde. Nas comunidades de investigação matemática, espera-se que aconteça o contrário, ou seja, que o professor consiga romper com essa postura centralizada, na qual são impostas aos alunos técnicas e ideias matemáticas. É interessante que o aluno se sinta respeitado e tenha seus conhecimentos valorizados. Essa relação, na qual o professor se abre para os alunos, no sentido de respeitar suas diferenças, bem como de enxergá-los como participantes e construtores do conhecimento, permite que seja estabelecido entre eles o diálogo.

Entendemos um diálogo como uma conversação que visa à aprendizagem. Isso aponta para uma interpretação na qual o diálogo não é concebido como uma conversação qualquer, mas, sim, como uma conversação com certas qualidades: “Dialogar é mais do que um simples ir-e-vir de mensagens; ele aponta para um tipo especial de processo de comunicação em que os participantes ‘se encontram’, o que implica influenciar e sofrer mudanças” (CISSNA; ANDERSON, 1994, p. 10). (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 119-120, grifos dos autores).

Dessa forma, percebo no diálogo possibilidades para que os envolvidos no processo de aprendizagem sejam capazes de avançar cognitivamente, já que ele implica em influenciar e sofrer mudanças. É possível pensar no diálogo não apenas entre professor e aluno, mas também entre o aluno e seus colegas. Isso porque acredito também nas potencialidades do diálogo, ao propor tarefas que sejam realizadas de forma coletiva e colaborativa.

Quando se realizam tarefas de forma colaborativa na sala de aula, mais facilmente se discutem e explicam ideias, se expõem, avaliam e refutam pontos de vista, argumentos e resoluções, ou seja, criam-se oportunidades de enriquecer o poder matemático dos alunos, pois cada um dos parceiros está envolvido na procura da resolução para a tarefa que têm em mãos. (CARVALHO, 2005, p. 15).

Os alunos, para trabalhar de maneira coletiva e colaborativa, têm que respeitar a individualidade de seus parceiros e, ao mesmo tempo, buscar entre essas opiniões o senso comum. Essa negociação realiza-se por meio do diálogo. Alrø e Skovsmose (2006) apontam três aspectos que podem estar presentes nos momentos de diálogo: realizar uma investigação, correr riscos e promover a igualdade.

Tratando-se do primeiro aspecto, ao propor a realização de tarefas investigativas, é possível fazer um convite para que os alunos abram mão da concepção da certeza e assumam uma postura investigativa, no sentido de procurar o desconhecido. Os participantes envolvidos têm o desejo de descobrir algo, com a finalidade de adquirir conhecimentos e, também, novas experiências. “O processo de diálogo incentiva as pessoas a compartilhar o seu desejo de investigar” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 123). O diálogo, portanto, refere-se a “uma conversação de *investigação*” (p. 123, grifo dos autores). Nesse sentido, complementam:

[...] Dessa forma, privilegiar o diálogo significa prestigiar certo tipo de investigação, e esse tipo de investigação, tem muito a ver com os participantes, através de seus pensamentos, entendimentos e pressupostos a respeito das coisas, das ideias e das possibilidades. No diálogo, é importante explorar as perspectivas dos participantes como fontes de investigação. É importante também estar disposto a abrir mão de uma perspectiva para construir outras. (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 125).

Dessa forma, o diálogo mostrou-se um momento muito rico durante a realização de uma tarefa investigativa, pois ele pode revelar perspectivas dos alunos que se encontram ocultas, mas para isso é preciso que o professor esteja disposto a conhecer essas perspectivas.

Trata-se, portanto, de uma prática na qual professores e alunos trabalham juntos, cada um desempenhando seu papel, que é essencial para os processos de aprendizagem: o professor na postura de mediador e os alunos com a responsabilidade de participar de maneira ativa na produção de saberes. Desse modo, percebo a necessidade do abandono das tarefas com respostas prontas e da opção por uma prática pedagógica de caráter mais aberto, que ocupa o espaço da incerteza. No campo do imprevisível, destaco o segundo aspecto do diálogo: “correr riscos”.

Quando se trabalha com tarefas investigativas, não se sabe seu destino final. Permeadas por situações de discussão e por exploração de perspectivas, essas tarefas não têm respostas preestabelecidas, o que indica que imprevistos podem acontecer. O diálogo entre os participantes é caracterizado por um compartilhar de pensamentos e sentimentos: cada um tem a oportunidade de explicitar suas próprias ideias, defender seus argumentos. Diante dessa situação, os participantes estão sujeitos às críticas, ou seja, colocam-se numa posição de risco, já que:

[...] um diálogo é algo imprevisível. Não há respostas prontas, conhecidas de antemão, para os problemas. Elas surgem através de um processo compartilhado de curiosa investigação e reflexão coletiva, com o propósito de obter conhecimento. Imprevisibilidade significa o desafio de experimentar novas possibilidades. (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 128).

Aquele que se propõe a participar do diálogo deve estar disponível não só para vibrar, quando suas contribuições são relevantes para o desempenho da tarefa, mas também para receber críticas, sugestões e questionamentos. É preciso compreender o diálogo não como uma competição, na qual se disputa quem apresenta contribuições mais significativas, mas como um momento coletivo marcado pela busca da compreensão.

Destaco novamente o trabalho do professor, já que é esperado que ele participe desses momentos, não só dando contribuições às perspectivas dos alunos, mas também cuidando para que essa dinâmica aconteça. Assim, para que o docente participe desse diálogo na sala de aula, é importante que também esteja disposto a abrir-se para o novo. Com isso,

...ele não pode ter respostas prontas para problemas conhecidos; ter curiosidade a respeito do que os alunos fariam e estar disposto a reconsiderar seus entendimentos e pressupostos são requisitos para a participação do professor no diálogo. O maior ganho que o professor pode ter é que, ao observar, refletir e expressar sua visão de mundo em um processo cooperativo, ele pode mudar e vir a saber coisas de uma nova forma. Para os alunos, isso significa estarem prontos para abrir seu mundo a exploradores, entrarem em processos momentaneamente incertos e entenderem que não há respostas absolutas para suas questões. (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 126-127).

Nessa perspectiva de trabalho, fica evidente que não somente os alunos aprendem com os professores, como os professores também aprendem com seus alunos.

Quando se tem consciência de que é necessário respeitar a diversidade e as diferenças, numa relação de diálogo, consegue-se promover o terceiro aspecto do diálogo, a igualdade. No diálogo entre professor e aluno, é importante reconhecer que, por ocuparem posições distintas, a desigualdade é natural, o que não quer dizer que esse fator deva limitar o diálogo. Ainda que assumam papéis diferentes no cenário escolar, ambos podem procurar estabelecer

entre si uma relação de igualdade “no nível de relações e comunicações interpessoais”. (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 131). Os autores complementam:

... promover a igualdade não significa negar a diversidade e as diferenças. Ser igualitário significa saber lidar com a diversidade e a diferença, e a chave para isso é a justiça. Justiça não tem a ver somente com os aspectos emocionais, ela também se refere à forma com que se lida com o conteúdo do diálogo. Por isso, promover a igualdade em um diálogo entre professor e alunos inclui lidar com a diversidade e as diferenças. Participar de um diálogo é algo que não deve ser imposto a ninguém. Em sala de aula, isso significa que o professor pode convidar os alunos para um diálogo investigativo, mas eles têm que aceitar o convite para que o diálogo aconteça. [...] A noção de convite reflete a noção de igualdade. Se, digamos, os alunos são forçados a fazer alguma coisa, então o princípio da igualdade se perde. (Idem, p. 131-132).

Quando os alunos se envolvem no diálogo, eles se abrem para os processos interativos com os colegas e com os professores na sala de aula e para os processos de comunicação dos seus pensamentos matemáticos (ou não). No que se refere aos processos interativos, Carvalho (2005) destaca que os momentos de interação são caracterizados pelo dinamismo e pelo trabalho coletivo e colaborativo. Para ela:

Quando se realizam tarefas de forma colaborativa na sala de aula, mais facilmente se discutem e explicam idéias, se expõem, avaliam e refutam pontos de vista, argumentos e resoluções, ou seja, criam-se oportunidades de enriquecer o poder matemático dos alunos, pois cada um dos parceiros está envolvido na procura de resolução para as tarefas que têm em mãos. (CARVALHO, 2005, p.15).

Dessa forma, os alunos abrem-se para conhecimentos novos. Ao trabalhar de forma colaborativa, é preciso respeitar as suas diferentes perspectivas, analisá-las, cada qual dentro do seu contexto de vida e de experiências pessoais. Os conflitos entre os diferentes pontos de vista são negociados pelos alunos que, juntos, podem chegar a um consenso. Mas, até que esse momento seja alcançado, muitas ideias são circuladas. Além disso, os processos de interação social estão intimamente ligados com a comunicação.

Tratando-se dos momentos de comunicação, Santos, V. (2005, p.117) destaca que, nas aulas de matemática,

... a comunicação pode ser entendida, com diferentes autores que têm se ocupado dela, como todas as formas de discursos, linguagens utilizadas por professores e alunos para representar, informar, falar, argumentar, negociar significados. Uma atividade não unidirecional, mas entre sujeitos, cabendo ao professor a responsabilidade de encorajar os alunos e neles despertar o interesse e a disposição para uma participação mais ativa. Menezes (1995), dando um sentido amplo à comunicação na aula de Matemática, considera-a abarcando todas as interações verbais (orais e escritas) que alunos e

professores podem estabelecer recorrendo à língua materna e à linguagem matemática.

Quanto aos processos de comunicação dos pensamentos matemáticos, Sanz (1990, apud SANTOS, V., 2005) destaca que, basicamente, esses processos de comunicação realizam-se por meio da linguagem.

Esse autor aponta para a possibilidade de reconhecer nas aulas de matemática variedades de formas linguísticas que reúnem linguagem corrente e linguagem matemática. Porém, essas duas formas de linguagem apresentam características bastante distintas, começando pelo fato de que a linguagem matemática só circula nos ambientes escolares, diferentemente da linguagem corrente, aprendida desde a infância, em casa. Contudo, a linguagem

... pode ser entendida como uma criação social que utiliza símbolos, também criados socialmente. A linguagem matemática é um sistema simbólico de caráter formal, cuja elaboração é indissociável do processo de construção do conhecimento matemático e tem como função principal converter conceitos matemáticos em objetos mais facilmente manipuláveis e calculáveis, possibilitando inferências, generalizações e novos cálculos que, de outro modo, seriam impossíveis (GRANEL, 1997). [...] Se, nas palavras dessa mesma autora, a Matemática pode ser tomada como uma maneira particular de observar e interpretar aspectos da realidade, utilizando uma linguagem específica diferente da linguagem corrente, aprender matemática significa aprender a observar a realidade matematicamente, envolver-se com um tipo de pensamento e linguagem matemática, utilizando-se de formas e significados que lhes são próprios. (SANTOS, V., 2005, p.117-118).

Outros autores também concordam sobre a importância da comunicação e das interações sociais nas aulas de matemática. Segundo Hiebert et al. (1997), quando se trabalha conjuntamente, os alunos podem compartilhar informações e conhecimentos e, assim, contribuir para que novos métodos de resolução sejam encontrados.

Os alunos podem resolver problemas e construir entendimentos no trabalho cooperativo, que não seriam capazes de realizar trabalhando sozinhos (Noddings, 1985; Schoenfeld, 1989). Alunos diferentes apontam diferentes relações, diferentes aspectos do problema, diferentes abordagens para resolver os problemas. As coisas são notadas, porém, de outra forma, poderiam ser ignoradas. Novos tipos de entendimentos se tornam possíveis. (HIEBERT et al., 1997, p.43, tradução minha).⁵

⁵ Students can solve problems and construct understandings working collaboratively that they would not be able to accomplish working alone (Noddings 1985; Schoenfeld 1989). Different students point out different relationships, different aspects of the problem, different approaches for solving problems. Things get noticed that might otherwise have been ignored. New kinds of understandings become possible.

Reconheço esse cenário como uma comunidade de investigação matemática, na qual é oportunizada ao aluno a possibilidade de assumir papéis nos processos de aprendizagem e de enxergar-se a si mesmo como um participante importante e indispensável na produção de saberes. Quanto à sua possibilidade de criar nas aulas de matemática, Hiebert et al. (1997, p.43, tradução minha) apontam potencialidades para essa prática. Para eles:

Fazer parte de um grupo de matemática significa ver a si mesmo como um participante de uma comunidade. Comunidades compartilham certas metas e introduzem certas maneiras para se trabalhar junto em direção a essas metas. Em comunidades matemáticas, as metas são problemas a serem resolvidos e entendimentos a serem desenvolvidos. As formas de trabalho em conjunto são normas de comunicação e interação com o outro. Aprender a ser um membro de uma comunidade matemática significa tomar posse dos objetivos e aceitar as normas de interação social. Por que é importante que as aulas se tornem comunidades matemáticas e que todos os alunos participem? Porque essas comunidades oferecem ambientes ricos para o desenvolvimento de entendimentos profundos da matemática.⁶

A partir das ideias discutidas até aqui, é possível afirmar que estabelecer, nas aulas de matemática, uma comunidade de investigação matemática, além de romper com crenças e concepções relativas ao ensino dessa disciplina, cria uma nova cultura de sala de aula, em que professores e alunos estejam dispostos a desempenhar papéis relevantes na produção de saberes. Acredito que as propostas de tarefas realmente problemáticas sejam o início dessa nova cultura. Assim, atribuo ao trabalho com problematizações uma possibilidade de contemplar essas expectativas. Na próxima seção trarei uma discussão sobre essa temática.

2.3 A inserção das problematizações na comunidade de investigação matemática

Explicitarei, até aqui, minhas posições contrárias a uma aprendizagem pautada nos modelos tradicionais de ensino. Retomando um pouco das discussões anteriores, relembro que o ensino da matemática, por muito tempo, teve caráter pouco dinâmico no que se refere às práticas de ensino. Sua concepção pautada na certeza e na infalibilidade fez com que professores e alunos não ousassem duvidar, refutar ou contestar essa disciplina escolar,

⁶ Doing mathematics as part of a group means seeing yourself as a participant of a community. Communities share certain goals and certain ways of working together toward the goals. In mathematics communities, the goals are problems to be solved and understandings to be developed. The ways of working together are norms for communications and interacting with each other. Learning to be a member of a mathematical community means taking ownership of the goals and accepting the norms of social interaction. Why is it important that classrooms become mathematical communities and that all students participate? Because such communities provide rich environments for developing deep understandings of mathematics.

orientados pelo objetivo de contemplar conteúdos, cuja principal função dentro das salas de aula foi, e para muitos ainda é, o ensino de técnicas e procedimentos matemáticos.

Em oposição a essa visão, defendo a possibilidade de criar uma nova cultura de aula de matemática. Cultura esta que não prioriza a prática pedagógica centrada na transmissão de conhecimentos, e, sim, na configuração de um modelo no qual os alunos se assumem como responsáveis pelos seus processos de aprendizagem; são capazes de refletir, comunicar ideias, bem como de negociar significados, falando e agindo matematicamente, inserindo-se nos momentos de discussões matemáticas, que aqui tratarei como uma comunidade de investigação matemática.

No entanto, o que vemos comumente nas aulas de matemática é uma matemática que se encontra “muito mais em torno das explicações do que de perguntas” (DOMITE, 2009, p.25), o que não traz contribuições para o desenvolvimento do pensamento matemático. Quando o professor assume a responsabilidade de sempre indicar aos alunos o que e como fazer, dificilmente esses alunos serão capazes de aprender ou desenvolver determinadas estratégias.

Meu objetivo, durante a pesquisa, foi criar nos ambientes de aprendizagem uma comunidade de investigação matemática, garantindo que os alunos fossem encorajados por mim a realizar análises de situações problemáticas, bem como partir delas para problematizar. Minha preocupação era com a qualidade do pensamento utilizado pelos alunos para explorar e refletir sobre as tarefas propostas, e não com a quantidade de tarefas realizadas (FONSECA, 2000, p.26).

Encontrei em Domite (2009, p.26) uma definição para as ações de problematizar:

De todo modo, as ações *perguntar*, *problematizar* e *formular problemas* são hoje, [...], processos similares, ou seja, significam palavras de ordem semelhantes. *Perguntar*, no caso, é *problema*, ou seja, é algo que perturba e desafia um possível resolvidor ou resolvidora: ele ou ela sente necessidade de responder a algo e a resposta não é óbvia [...]. A *problematização*, por sua vez, é um processo no qual perguntas e respostas, não imediatamente claras, vão se construindo porque há uma tensão fértil, uma motivação que impulsiona para a formulação de uma *pergunta mais bem delineada*.

A *problematização* [...] – um caminho composto de formas de comunicação – implica uma força crescente; ela se realimenta nos próprios processos argumentativos por meio dos quais se realiza.

(DOMITE, 2009, p. 25-26, grifos da autora).

Diante dessa concepção, penso o trabalho com resolução de problemas como um potente recurso, capaz de promover momentos de problematização entre os participantes dos processos de aprendizagem, nas aulas de matemática. Nesse sentido, selecionar e propor aos

alunos tarefas problematizadoras pode ser o início de um caminho que conduza a essa nova cultura de aula de matemática; afinal, “problemas bem escolhidos podem ser usados como catalisadores em discussões, levando os alunos a pensar matematicamente” (SCHOENFELD, 1998, p.61).

Esse autor destaca que pensar matematicamente significa

... (a) ver o mundo de um ponto de vista matemático (tendo predileção por matematizar: modelar, simbolizar, abstrair, e aplicar ideias matemáticas a uma larga gama de situações), e (b) ter os instrumentos para tirar proveito para matematizar com sucesso. (SCHOENFELD, 1998, p.68).

Também para Tanner e Jones (1997, apud Fonseca, 2000, p.23, grifo dos autores),

...aprender a pensar matematicamente é mais do que aprender simplesmente a usar ferramentas matemáticas, embora desenvolva também a capacidade de as utilizar. Segundo estes autores, aqueles que pensam matematicamente “têm um modo de ver, representar e analisar o seu mundo, e uma tendência para se envolverem nas práticas das comunidades matemáticas” .

A afirmação de Schoenfeld (1998, p. 69): “Bons problemas conduzem a mais problemas” possibilita pensar nas problematizações, ou seja, na capacidade dos alunos, bem como dos professores, uma vez envolvidos com a tarefa, de formular perguntas, fazer questionamentos, formular novos problemas, partindo de uma situação-problema inicial, escolhida e apresentada pelo professor.

Mas que problemas seriam tão bons, a ponto de desencadear, na discussão entre os participantes, a formulação de perguntas e também a formulação de novos problemas?

Para esse autor, há problemas potencialmente valiosos, denominados por ele “problemas estéticos”, aos quais ele atribuiu quatro propriedades:

- A. Em geral, os bons problemas são (relativamente) acessíveis. [...] problemas que sejam facilmente compreendidos e não requeiram uma quantidade de vocabulário ou maquinaria para poder fazer progresso neles. [...]
- B. ...problemas que possam ser resolvidos, ou pelo menos aproximados, por vários caminhos (maneiras). [...]
- C. Os problemas e as soluções serviriam como introduções a importantes idéias matemáticas. [...]
- D. ...os problemas [...] serviriam, se possível, como “germens” para “honestas e boas” explorações matemáticas. Problemas aberto-fechados [...] são uma maneira de levar os alunos a fazer Matemática. (SCHOENFELD, 1998, p. 68-69).

A partir daí, novamente, evidencia-se o importante papel do professor na sala de aula. É dele a responsabilidade de selecionar as tarefas e orientar os alunos de forma a ajudá-los nos processos de aprendizagem. Segundo Fonseca (2000, p.25), “a influência do professor

sobre o pensamento matemático dos alunos é grande e pode enriquecer esse mesmo pensamento, consoante às experiências que lhes proporcionar”.

Ao ter a expectativa de gerar problematizações entre os alunos nas aulas de matemática, deve-se cuidar das escolhas das tarefas. Quando nos propomos a trabalhar numa perspectiva de resolução de problemas, é preciso, antes de tudo, analisar o perfil dos alunos com os quais trabalhamos. Se o objetivo é promover entre os participantes uma comunidade de investigação matemática, em que se tenha espaço para fazer matemática, o problema deve ser desafiador e, ao mesmo tempo, não pode gerar frustrações pelo grau de dificuldade.

Nesse sentido, acredito que situações-problemas que contemplem essas quatro propriedades são potencializadoras para a prática de problematizar. Propor situações dessa natureza promove entre os alunos envolvidos a capacidade de elaborar perguntas, fazer questionamentos, formular novos problemas, ou seja, realizar problematizações. Quando o aluno é despertado para essas ações, dizemos que há um envolvimento, o que indica que ele está em busca de uma solução. Esse dinâmico movimento pode “levar o resolvidor a atingir alguma aprendizagem” (DOMITE, 2009, p.26).

Para essa autora, podemos reconhecer as problematizações entre alunos e professores como o percurso realizado para alcançar a aprendizagem da matemática, bem como seu ensino. Esse percurso é permeado por processos que devem ser valorizados pelos alunos e pelos professores. Dentre esses processos, a autora destaca quatro: “a) a pergunta por parte do aluno e da aluna; b) a ‘escuta’, c) mundo real *versus* ‘problema pronto’ e d) transformação social como uma das metas do ensino (de matemática) escolar.” (DOMITE, 2009, p.27, grifos da autora).

Quanto à pergunta realizada pelo aluno e pela aluna, a ação de perguntar “é fundamental para conseguir experiências positivas no processo de aprendizagem e ensino da matemática” (DOMITE, 2009, p.27). Daí a necessidade de valorizar, na sala de aula, os momentos de comunicação e o diálogo que se estabelece entre os participantes.

No que se refere à ação de escutar, é um meio no qual “aprendemos a falar com o outro. Escutar, segundo Freire, é, no fundo, *falar com os outros*, enquanto simplesmente falar a eles seria uma forma de não ouvi-los” (DOMITE, 2009, p.27, grifos da autora).

Quanto ao processo de transformação social, a prática pedagógica pautada em problematizações “pode ser um movimento fecundo para o professor atuar não somente no desenvolvimento cognitivo do educando, mas também no seu desenvolvimento como tomador de decisões, cidadão, consumidor, eleitor, entre outros” (DOMITE, 2009, p.27).

Apoio-me em Domite (2009) para as ideias acima explicitadas. No entanto, discordo quando a autora aborda a questão do mundo real *versus* o problema pronto. Domite contrapõe-se a uma proposta de trabalho a partir de resolução de problemas. Entendo que, na sua visão, não é possível, através da resolução de problemas, promover, entre os alunos, a problematização. Sua oposição se refere “às ações pedagógicas que giram em *explicações* ou de propostas em que *as questões já vêm formuladas pelo professor*” (DOMITE, 2009, p.27, grifos da autora); no caso, a resolução de problemas. Para ela, nesse contexto quase não há, por parte do professor, a ação de “escuta”, tampouco a interação de forma dialógica com as perguntas formuladas pelos alunos; ou, ainda:

...o professor e a professora, como condutor de todo o processo, tolhe o potencial do aluno e da aluna para captar as informações da realidade, ao invés de ajudá-los a selecionar o que é mais relevante para chegar a uma interpretação matemática de uma situação/questão físico-social. (DOMITE, 2009, p.28).

Sua concepção de resolução de problemas é a do problema pronto como desencadeador do conceito matemático com o qual se vai trabalhar. A autora defende que as problematizações só podem ocorrer na direção de formulação de problemas, “questões formuladas entre alunos/alunas e professor (a) geradas no contexto social do grupo” (DOMITE, 2009, p.26).

No entanto, acredito que, dentro de uma sala de aula, o professor pode não se aproximar dessa concepção e, mesmo assim, promover entre os alunos momentos de problematizações. Para mim, é possível o professor partir de um simples problema ou até de um simples exercício, para criar, nesse ambiente de aprendizagem, momentos ricos de investigação. Isso vai depender do tipo de questão que o professor formula.

Penso que a sala de aula é um espaço bastante complexo e nem sempre é possível para o professor começar um determinado conteúdo partindo de uma situação-problema e abarcando o contexto social dos alunos. Porém, isso não impede que o professor, após trabalhar esse conteúdo, proponha uma situação-problema em que os alunos apliquem o conteúdo abordado no momento da resolução e esta gere um contexto riquíssimo para problematizações.

Isso vai depender da postura investigativa do professor, que poderá, diante de qualquer dado ou informação que emerge numa sala de aula, transformá-lo numa investigação, numa problematização. Assumir essa postura investigativa não é uma tarefa fácil e, nesse sentido, compartilho das afirmações de Lytle e Cochran-Smith (1999, p. 288-289, tradução minha):

Ensinar é uma atividade complexa que ocorre dentro de teias de significados sociais, históricos, culturais e políticos. Ao longo da história de vida, afirmamos que uma postura de investigação fornece um tipo de alicerce no ambiente mutável das culturas de reforma escolar e de agendas políticas concorrentes.⁷

Partindo dessa perspectiva, vejo de outra forma a questão das problematizações. Esses momentos podem emergir nas aulas de matemática, quando o professor assume uma postura investigativa e reconhece, nas situações mais adversas, uma possibilidade de fazer boas perguntas, a fim de instigar os alunos a envolver-se nesse movimento de comunicação, dando continuidade às discussões, valendo-se das próprias inquietações por elas geradas. “Se pensarmos em questões que promovam uma resposta do tipo ‘sim’ ou ‘não’ ou que já incluam a resposta na própria formulação não ajudamos de modo algum o raciocínio dos alunos” (FONSECA, 2000, p.47, grifos da autora). A autora complementa:

Numa sala de aula em que se pretende promover o pensamento dos alunos, o papel do professor no discurso acaba por ser mais complexo (Menezes, 1997). A partir do pedido de justificação para as ideias dos alunos e de clarificação de argumentos, o professor terá de controlar a frequência de seus comentários, sob o risco dos alunos se demitirem da validação do conhecimento matemático da aula. No entanto, o professor deverá intervir no discurso quando julgar conveniente, pois é a ele que cabe fornecer informações à medida que elas se tornarem pertinentes, selecionar as intervenções dos alunos que se revelem com mais interesse para o decorrer do trabalho e ainda gerir a participação dos alunos. (FONSECA, 2000, p. 47-48).

Acredito que, ao adotar essa postura, o professor acaba sendo o grande incentivador e também o modelo a ser seguido pelos alunos. A criação de um ambiente de aprendizagem como esse, nas aulas de matemática, depende muito do trabalho do professor. O aluno não vai aprender a ser investigador, muito menos formular perguntas, boas perguntas, se não tiver um modelo a ser seguido e se não for incentivado para essas ações.

É preciso romper com a concepção de que somente o professor é capaz de formular perguntas que possam colocar os alunos em processo de reflexão, ou ainda que o ajudem a identificar onde estão suas dificuldades. O trabalho realizado durante um ano numa sala de aula multisseriada evidenciou que essas contribuições também podem partir dos alunos, quando estes se sentem mobilizados para participar dos processos de aprendizagem.

Identifico, assim, a potencialidade problematizadora que emerge dos alunos quando são convidados a participar, nas aulas de matemática, de uma comunidade de investigação

⁷ Teaching is a complex activity that occurs within webs of social, historical, cultural, and political significance. Across the life span, we assert that an inquiry stance provides a kind of grounding within the changing cultures of school reform and competing political agendas.

matemática. Criar esse ambiente nas salas de aula, partindo do trabalho com resolução de problemas, passa a ser para mim uma das várias possibilidades que podem ser reconhecidas. Penso que, nessa perspectiva, é possível valorizar as perguntas realizadas pelos alunos, escutá-los, interagir dialogicamente com eles e transformá-los; em suma, despertá-los para as ações de problematizar, já que este é um caminho para aprender a matemática com compreensão.

Esses foram os pressupostos que subsidiaram este trabalho. No próximo capítulo trarei o percurso da construção metodológica da pesquisa.

3 OS CAMINHOS DA PESQUISA

*A transformação de sentido implica reconstrução do próprio
sujeito.*
(FRANCO, 2005)

Neste capítulo minha proposta está em apresentar os caminhos metodológicos desta pesquisa. Caracterizada como uma pesquisa-ação estratégica, o processo de coleta de dados ocorreu durante todo o ano letivo de 2009, numa classe multisseriada⁸ de 4º e 5º anos, numa escola da zona rural de Atibaia/SP, na qual eu, professora-pesquisadora, era efetiva.

3.1 As vivências anteriores dificultando encontrar um caminho a ser seguido

No primeiro semestre de 2009, ainda estava sem um foco definido para a pesquisa. Contudo, procurei, dentro do possível, propor aos alunos da turma com a qual a pesquisa estava sendo realizada tarefas envolvendo a resolução de diferentes tipos de problemas. Muito presa à pesquisa de Iniciação Científica, desenvolvida durante o curso de graduação, tentei, nesse primeiro momento, reproduzir na sala de aula muitas das experiências anteriores.

Assim, meu olhar estava voltado para a criação de estratégias de resolução de problemas por parte dos alunos. Esqueci, entretanto, que os sujeitos de pesquisa eram outros e o espaço em que estávamos inseridos, no caso, a classe multisseriada, também era outro. Visto dessa forma, muitas foram as dificuldades enfrentadas logo de início.

Uma dessas dificuldades estava no fato de se tratar de uma classe multisseriada, na qual os alunos se encontravam em diferentes níveis de conhecimento matemático. Desde o início do ano letivo tinha como meta não fazer distinção nas propostas de atividades entre os dois anos, ou seja, as tarefas apresentadas seriam as mesmas para as duas turmas. Isso implicava na seleção de conteúdos que fossem comuns às duas séries. Por um lado, essa ação facilitaria o trabalho em sala de aula e, por outro, abriria a possibilidade de uma riqueza maior de informações e interações com alunos em diferentes níveis de aprendizagem, sem, no entanto, prejudicar o cumprimento do planejamento elaborado para todas as escolas da zona rural desse município. É importante destacar que essa decisão foi tomada por mim, professora-pesquisadora, em consenso com a coordenadora pedagógica da escola.

Outra dificuldade que também convém destacar estava relacionada às crenças desses alunos acerca da cultura de sala de aula. Para eles, a prática pedagógica proposta rompia com

⁸ Classes multisseriadas são aquelas em que alunos de anos distintos ocupam o mesmo espaço de aprendizagem, porém, com uma única professora.

a cultura de aula de matemática com a qual eles estavam familiarizados. Os alunos vinham de uma prática de resolução de problemas do tipo exercício, com aplicação direta de algoritmos, baseada em modelos propostos por livros didáticos de abordagem mais tecnicista. Trabalhar com problemas abertos, com múltiplas possibilidades de resolução, com textos mais elaborados e desafiadores, bem como trabalhar em grupos, trocar ideias com os colegas, explicar procedimentos, comunicar ideias, saber ouvir como o colega pensou, dentre outros procedimentos — tudo isso era muito novo e diferente para os alunos.

Acrescente-se a isso o fato de que, enquanto professora-pesquisadora, eu vinha de uma experiência de pesquisa de Iniciação Científica, na qual havia trabalhado com essa abordagem metodológica em sala de aula, e tinha como expectativa encontrar um grupo de alunos que estivesse no mesmo ritmo de trabalho daqueles com os quais a pesquisa anterior havia sido desenvolvida.

Arelada a essa vivência, propunha tarefas semelhantes às desenvolvidas ao final da pesquisa anterior, esquecendo-me de que estava diante de um novo grupo e era necessário um tempo; um trabalho mais sistemático, que possibilitasse aos meus alunos autonomia de pensamento para a criação de estratégias pessoais de resolução de problemas; e a possibilidade de vivenciar um novo ambiente de aprendizagem em sala de aula.

Essas dificuldades também foram gerando frustrações e, por isso, passei a sentir-me perdida no momento de escolher as tarefas para os alunos. Esse conflito, entretanto, foi se desfazendo quando, no segundo semestre de 2009, consegui delimitar um foco para a pesquisa. Um fato determinante para isso foi o encontro com a professora Dra. Beatriz D'Ambrosio⁹, em agosto, quando ela participou de uma série de seminários de pesquisa e palestras na USF, na condição de professora visitante. Na discussão de minha pesquisa com a professora Beatriz, ela fez alguns questionamentos que me levaram a refletir sobre a minha prática em sala de aula, sobre as intervenções pedagógicas nas produções dos alunos, bem como sobre as tarefas propostas.

A partir daí, defini que meu foco para a questão da pesquisa seria o processo de produção de significações pelos alunos, no movimento de pensar matematicamente, num ambiente de aprendizagem marcado pelo diálogo, pela troca, pelo trabalho em parceria e, principalmente, pelos momentos da minha intervenção oral e escrita e também das intervenções orais dos alunos. Esse novo enfoque, entretanto, não me fez abandonar o vasto

⁹ Professora da Miami University.

material documentado no semestre anterior: parte dele, como o questionário inicial, por exemplo, foi utilizada como material de análise.

Nesse sentido, foi possível melhor delinear meus propósitos na pesquisa. Assim, no presente capítulo, trarei a caracterização metodológica da pesquisa, seus objetivos, os procedimentos de coleta e análise das informações, bem como a caracterização dos alunos e da escola.

3.2 A abordagem metodológica orientadora de minha pesquisa

Antes mesmo de iniciar o processo da coleta de dados para documentação da pesquisa, sabia que ela se realizaria no meu ambiente de trabalho, espaço que será mais bem descrito posteriormente, e que meus alunos seriam os parceiros da pesquisa. Configurado a partir desses aspectos, reconheço que o presente trabalho adota a abordagem metodológica de uma pesquisa-ação qualitativa.

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006, p.112), a pesquisa-ação acontece quando “o pesquisador se introduz no ambiente a ser estudado não só para observá-lo e compreendê-lo, mas, sobretudo, para mudá-lo em direções que permitam a melhoria das práticas e maior liberdade de ação e de aprendizagem dos participantes”.

Partindo dessa concepção, fui em busca de autores que pudessem me clarificar mais sobre essa modalidade de pesquisa. Isso me permitiu conhecer um pouco mais sobre as pesquisas de Franco (2005) e, a partir daí, tomá-las como referência teórica para justificar essa perspectiva metodológica por mim adotada.

Essa autora, além de discutir aspectos relevantes sobre a pesquisa-ação, destaca que existe a possibilidade de tratá-la a partir de três conceitos distintos: pesquisa-ação colaborativa, pesquisa-ação crítica e pesquisa-ação estratégica. Neste momento, preocupar-me-ei em detalhar apenas a pesquisa-ação estratégica, na qual as transformações que se desejam são previamente planejadas pelo pesquisador, que, sozinho, sem a participação dos sujeitos da pesquisa, acompanha os efeitos e avalia os resultados de sua ação/implementação. Esse modelo por mim destacado é a metodologia que adotei para a esta pesquisa, podendo dizer claramente que ela assume o caráter de pesquisa-ação estratégica qualitativa.

Ainda na perspectiva da pesquisa-ação, Franco (2005, p. 489) defende que esta, quando

estruturada dentro de seus princípios geradores, é uma pesquisa eminentemente pedagógica, dentro da perspectiva de ser o exercício

pedagógico, configurado como uma ação que cientificiza a prática educativa, a partir de princípios éticos que visualizam a contínua formação e emancipação de todos os sujeitos da prática.

Estas ideias foram ao encontro de meus objetivos iniciais, que visavam minhas transformações enquanto pesquisadora e também minha prática, enquanto professora, além das expectativas de mudanças para os meus alunos. É importante destacar que essa metodologia de pesquisa pressupõe um trabalho reflexivo por parte do professor-pesquisador.

Para Campos e Pessoa (1998, p.191),

as professoras e professores com ações reflexivas não ficam presos a uma só perspectiva, examinam criteriosamente as alternativas que a eles se apresentam como viáveis, como também aquelas que lhes parecem mais distantes da solução, com o mesmo rigor, seriedade e persistência.

Essas ações reflexivas permitem que nós, professores-pesquisadores, sejamos mais criteriosos para escolher tarefas a serem levadas para a sala de aula, possibilitando-nos propor atividades cada vez mais desafiadoras, a fim de alcançar alguns objetivos de minha pesquisa, como ocorreu com a transformação da minha prática pedagógica e com meus parceiros da pesquisa, os alunos.

Franco (2005, p. 489) também discute os processos de reflexão presentes na pesquisa-ação e, diante dessas discussões, percebo o quanto as minhas concepções se aproximam do que ela defende:

Nesse processo reflexivo de coletar dados, registrá-los coletivamente, discuti-los e contextualizá-los, já se está caminhando para a construção de saberes e para seu compartilhamento, num processo único, dialético, transformador dos participantes e das condições existenciais.

Acredito, assim como essa autora, que, na intenção de transformar a própria prática de aulas de matemática nos anos iniciais, a pesquisa e a ação caminham juntas. Portanto, vejo nessa metodologia uma abordagem que considero referência para minha pesquisa.

3.3 A questão de investigação

Com o foco da pesquisa definido, consegui também delimitar a questão norteadora do meu trabalho: “Quais contribuições um ambiente de aprendizagem, mediado por problematizações, interações e intervenções pedagógicas, traz para a circulação e a produção de significações em matemática?”.

Embora já tenha discutido no capítulo anterior minhas perspectivas teóricas, julgo oportuno retomar alguns dos pressupostos que assumi para justificar minha questão de investigação.

Defendo que o docente, em sua prática pedagógica, deve proporcionar ao aluno um ambiente de aprendizagem em que ambos participem da construção do conhecimento e que este não seja um trabalho exclusivo do professor ou do aluno. Quando o professor assume uma postura de mediador do conhecimento, seu objetivo centra-se em intervir nessa construção, possibilitando aos alunos um avanço na aprendizagem, que terá significado para eles. Assim, o papel do professor passa a ser o de criar um ambiente para que a aprendizagem aconteça, abandonando a figura de mero transmissor de conhecimentos.

Nesse sentido, passo a dar grande importância ao trabalho coletivo e colaborativo entre alunos e professores, acreditando na potencialidade desses momentos para os processos de aprendizagem. Quando se trabalha de forma coletiva, abre-se espaço para as interações entre os participantes, permitindo que sejam realizadas intervenções pelo professor ou pelos alunos, ações capazes de provocar avanços nos processos de aprendizagem.

Tomando como referência a importância de um ambiente de aprendizagem com essas características, busco no conceito de “zona de desenvolvimento proximal”, de Vigotski, elementos para justificar essas qualidades. Segundo Vigotski (1998, p.113):

A zona de desenvolvimento proximal provê psicólogos e educadores de um instrumento através do qual se pode entender o curso interno do desenvolvimento. Usando esse método podemos dar conta não somente dos ciclos e processos de maturação que já foram contemplados, como também daqueles processos que estão em estado de formação, ou seja, que estão apenas começando a amadurecer e a se desenvolver. Assim, a zona de desenvolvimento proximal permite-nos delinear o futuro imediato da criança e seu estado dinâmico de desenvolvimento, propiciando o acesso não somente ao que já foi atingido através do desenvolvimento, como também àquilo que está em processo de maturação.

Dessa forma, acredito que o papel do professor é indispensável. Ele é o principal colaborador na produção de saberes. Suas intervenções poderão contribuir para que os alunos avancem nos níveis de desenvolvimento, os quais, sozinhos, certamente não conseguiriam alcançar.

Além do professor, os alunos também desempenham importante papel nesse cenário. Quando incentivamos um trabalho colaborativo entre os alunos, eles podem tornar-se parceiros do professor, já que são capazes de auxiliar os colegas através de questionamentos, podendo também provocar conflitos, realizar críticas e tentar convencer o outro, argumentar, na negociação de significados.

Assim, esses momentos de interações tornam-se indispensáveis à prática pedagógica que aqui defendo, pois acredito que são eles os responsáveis pelo “ativar de mecanismos cognitivos de aprendizagem, como a mobilização de conhecimentos” (CARVALHO, 2005, p.15). Ao ter seus saberes mobilizados, pressuponho que o conhecimento circulado passe a fazer sentido para a criança.

Com isso, percebo também o papel preponderante da comunicação nos ambientes de aprendizagem como esse. Segundo Alrø e Skovsmose (2006, p.12), a aprendizagem “... depende da qualidade do contato das relações interpessoais que se manifesta durante a comunicação entre os participantes. Em outras palavras, o contexto em que se dá a comunicação afeta a aprendizagem dos envolvidos no processo”.

Essa discussão permite perceber o quanto é importante para os alunos estarem inseridos numa sala de aula em que o professor dá voz e ouve o aluno, bem como valoriza o conhecimento e oferece possibilidades de trabalhar coletivamente. Esses aspectos favorecem a ativação da zona de desenvolvimento proximal em sala de aula, possibilitando que os alunos avancem nos processos de aprendizagem.

3.4 Delimitando os objetivos da pesquisa

Norteadada pela minha questão de investigação, delimitarei os seguintes objetivos para esta pesquisa:

4. Analisar as formas de interações em sala de aula (aluno-aluno e professora-alunos) e minhas intervenções pedagógicas, que são (ou não) potencializadoras dos processos de pensamento matemático.
5. Analisar os processos de circulação e produção de significações sobre a matemática.
6. Analisar minhas aprendizagens ao longo da prática de sala de aula e da pesquisa.

3.5 O cenário e seus atores

Apresentarei nesta seção uma descrição do cenário desta pesquisa e de seus atores. Chamo de cenário a escola; e de atores, os alunos e a professora-pesquisadora.

Começarei pelo cenário. Destaco a escola em que foi realizado todo o processo de documentação da pesquisa. Situada na zona rural do município de Atibaia/SP e pertencente à Secretaria de Educação dessa prefeitura, a escola é pequena e, no ano letivo de 2009, contou com apenas quatro turmas, uma delas de Educação Infantil.

Por ser uma escola de zona rural, nem sempre as classes atingem o número mínimo de 20 alunos, estabelecido pela Secretaria da Educação e necessário para compor uma sala de aula. Dessa forma, a sugestão é de que se unam os alunos de anos diferentes, formando, portanto, o que chamamos de salas multisseriadas.

Sendo assim, em 2009, funcionaram nessa escola, no período matutino, uma sala de 1º ano, uma sala multisseriada com 2º e 3º anos e uma classe com alunos da Educação Infantil; e no período da tarde, minha sala, uma classe multisseriada com 4º e 5º anos, com a qual desenvolvi a presente pesquisa.

A partir do segundo semestre, a rede disponibilizou, para as escolas da zona rural, professores para darem aulas de reforço no período inverso ao que os alunos estudavam. Por não haver um professor que contemplasse as condições para atender aos alunos que estudavam no período da tarde, foi sugerido que a nossa sala trocasse o período de aula. Assim que as aulas do segundo semestre iniciaram, a classe passou a funcionar no período da manhã, ficando, então, as quatro salas da escola funcionando no mesmo período.

O número de alunos por sala variou de 20 a 36, sendo a classe multisseriada do 4º e 5º anos a mais numerosa, que encerrou o ano letivo com 36 alunos frequentes.

Por ser uma escola de zona rural, podemos dizer que esses alunos têm acesso um tanto limitado aos meios de comunicação e muitos deles, embora novos ainda, costumam ajudar os pais – nas plantações ou nas moradias em que são caseiros – no período inverso da escola. Esse, talvez, seja um dos motivos de esses alunos valorizarem a escola, pois, provavelmente, veem nela uma possibilidade de alcançar condições melhores do que a de seus pais. Considero que essas crenças, também presentes nos pais dos alunos, configuram um fator relevante para justificar a postura que eles revelavam de incentivadores e reconhecedores do importante papel da escola na vida dessas crianças. Vi essas características como aspectos positivos, no que se refere à realização do trabalho pedagógico na sala de aula.

Um ambiente como esse favoreceu estabelecer com os alunos uma relação muito próxima. Por isso, desde o início do ano, tive o cuidado de esclarecer aos alunos que ao longo do ano eles participariam de uma pesquisa e que trabalharíamos juntos, com a finalidade de produzir novos conhecimentos no ensino de matemática dos anos iniciais. Essa conversa foi muito importante, pois tive a oportunidade de aproximar os alunos de algumas das realidades vivenciadas no campo da pesquisa. Além disso, torná-los cientes de que participariam desse projeto foi um incentivo para que se comprometessem com as propostas de tarefas realizadas no decorrer do ano.

Logo no início da pesquisa, havia 19 alunos do 4º ano e 19 do 5º ano, totalizando 38 alunos. No entanto, no decorrer do ano, dois alunos do 5º ano pediram transferência, contabilizando assim, não mais 19 alunos, e sim, 17. Com isso, encerramos o ano com o total de 36 alunos. O número elevado de alunos na sala, bem como o fato de ser uma sala multisseriada, não representou para mim uma tarefa fácil.

Desde o início, meu objetivo era promover processos de aprendizagem dos dois grupos de alunos, o do 4º e o do 5º anos. Como já disse, busquei, no decorrer da prática pedagógica, propor a eles um trabalho coletivo, contemplando os mesmos conteúdos com os dois anos. Para isso, em consenso com a coordenação pedagógica da escola, foi pensado num planejamento único, selecionando conteúdos de natureza semelhante, porém, priorizando ora os conteúdos do 4º ano, ora os do 5º ano.

Minha preocupação diante dessa tomada de decisão foi abordar os conhecimentos das diferentes áreas, priorizando a qualidade, e não a quantidade. Além disso, essa prática permitiu mostrar aos alunos que havia a possibilidade de aprender, sem que precisasse cada ano compor um grupo separado de trabalho.

É importante dizer que essa cultura de sala de aula só foi possível porque propus aos alunos tarefas de natureza mais aberta, o que possibilitou um trabalho coletivo e colaborativo, em que os conhecimentos familiares aos alunos puderam ser, como um todo, valorizados pelo professor.

Em virtude do número elevado de alunos e do espaço físico da sala de aula, na maioria dos dias, optei por manter os alunos organizados em duplas ou até mesmo em grupos de quatro alunos, não importando o ano ao qual pertenciam. Contudo, tive a preocupação de também proporcionar momentos de trabalho individual.

A proposta de trabalhar coletivamente vem da concepção que tenho acerca das potencialidades que emergem dos alunos quando têm oportunidades de trabalhar com seus pares. Acredito que, em um trabalho integrado entre alunos de anos diferentes, cada um traz consigo conhecimentos — construídos ao longo da vida escolar e também fora dela — que são incorporados de diferentes maneiras pelos alunos; e, quando circulados no ambiente de aprendizagem, através da comunicação, podem contribuir para os processos de aprendizagem de todos eles, mesmo que pertençam a séries diferentes.

Dessa forma, os alunos puderam experienciar um ambiente de aprendizagem pautado nesses aspectos, constituindo um grupo de trabalho, uma comunidade. Na sala de aula não houve divisões e procurei valorizar o conhecimento de cada um dos alunos da melhor forma possível.

Carvalho (2005) discute acerca dessa heterogeneidade na qual estive imersa durante a pesquisa, e na sua fala é possível entender o quanto se pode tornar rica uma prática pedagógica desenvolvida nesse ambiente diverso que é o da sala multisseriada.

Aprender necessita de interpretação para relacionar a nova informação com os conhecimentos anteriores e com as vivências pessoais. A heterogeneidade fundamental para que ocorram interpretações divergentes, atendendo às diferenças individuais dos alunos, facilmente acontece na sala de aula; e mais do que procurar aproximar todos os alunos, anulando as suas diferenças, há que aceitar o desafio de as catalisar e considerá-las um recurso do grupo. (CARVALHO, 2005, p. 18).

Apoiada nessa concepção, a prática pedagógica numa sala de aula multisseriada tornou-se mais prazerosa e desafiadora, pois busquei nas diversidades dos alunos um importante recurso para contribuir nos momentos de produção de saberes.

Enfrentei inúmeras dificuldades desde o início do ano, que não foram suficientes para desanimar ou desistir, mas devem ser compartilhadas, até para que se tornem conhecidas as condições de trabalho. Ressalto que, além de minha sala de aula ser multisseriada, um aluno do 5ºano era considerado um caso de inclusão e outros três, do 4ºano, no início ano, não sabiam ler nem escrever. Entre tantas diversidades, empenhei-me imensamente para que, ao término do período letivo, esses alunos estivessem em um grau menor de defasagem.

Além dos alunos, destaco a professora-pesquisadora como um dos atores desse cenário. Professora dessa escola desde o ano de 2004, procurei, ao longo da pesquisa, propor aos alunos um ambiente de aprendizagem no qual eles se sentissem à vontade para participar da produção de saberes. Proporcionei a essa turma de alunos uma nova cultura de sala de aula, promovendo, nesse ambiente de aprendizagem, a proposta de tarefas desafiadoras, a comunicação e a circulação de ideias, bem como a oportunidade de serem eles protagonistas da própria aprendizagem.

3.6 O processo de documentação da pesquisa

Apresentarei nesta seção o processo de documentação da pesquisa. Os dados coletados foram compostos por registros (orais e escritos) dos alunos das produções em sala de aula, ao longo do ano de 2009; audiogravação de algumas aulas, principalmente dos momentos de socialização das estratégias utilizadas pelos alunos para a resolução das situações-problemas propostas; meu diário de campo; e videogravação de duas atividades denominadas “Encontro de alunos que gostam de estudar matemática”.

A fim de caracterizar os instrumentos utilizados para a documentação de minha pesquisa, decidi apresentar uma breve discussão acerca de cada um deles.

3.6.1 Registros dos alunos

São recentes as discussões acerca da escrita nas aulas de matemática. Acredito, assim como Powell e Bairral (2006, p. 27-28), que

podemos alcançar diferentes objetivos quando os alunos escrevem sobre a matemática que estão produzindo. Diferentemente da fala, a escrita é um meio estável que permite a alunos e docentes examinarem colaborativamente o desenvolvimento do pensamento matemático.

Confiante na potencialidade da comunicação escrita nas aulas de matemática é que propus aos alunos diversas tarefas priorizando esse momento. Entendo que os registros representam as produções orais, escritas e pictóricas dos alunos, através das quais busquei compreender como se foi elaborando o pensamento matemático dos alunos, e identificar em qual momento o aluno “se perdeu” no pensamento, o que me ajudou a realizar intervenções que pudessem de alguma maneira contribuir para os avanços dos alunos nos processos de aprendizagem.

Segundo Toricelli (2008, p. 106-107):

Para o professor, os registros se analisados em sua amplitude, podem tornar-se um meio de avaliação para compreender o que a criança está pensando, analisando a ampliação dos registros.[...] É importante ressaltar que nem todas as atividades realizadas pelas crianças necessitam ser registradas. Entretanto, quando a professora reconhece no registro da criança uma possibilidade de avanço, de evolução, entendemos que aquele passa a ter, para essa professora, um outro sentido – também de reflexão sobre a sua prática.

Nesse sentido, reconheço que utilizar o registro nas aulas de matemática pode ter múltiplas funções, contribuindo com os alunos e com o professor. Aos alunos, a escrita dá oportunidade de expressar os pensamentos, bem como a possibilidade de (re)construí-los. Para mim, professora-pesquisadora, além da ajuda para entender os processos de pensamento matemático dos alunos, proporciona refletir sobre a própria prática e efetuar mudanças necessárias para o avanço de meus alunos.

A escrita nas aulas de matemática garante que o conhecimento que ali circula fique registrado, ou seja, que não se perca na memória, podendo o aluno ou até mesmo o professor, dependendo do objetivo da tarefa realizada, recorrer a essas informações quantas vezes achar

necessárias e, a partir delas, tecer reflexões, questionamentos, (des)construir e (re)construir significações.

Também merecem atenção os registros pictóricos (desenhos) dos alunos. Utilizarei essas representações para realizar análises acerca dos sentimentos dos alunos em relação à matemática, bem como das crenças em relação à resolução de problemas, perspectiva adotada na maioria das atividades propostas para a coleta de dados.

Os registros escritos permitem analisar os processos de produção de significações dos alunos nas aulas de matemática, pois acredito que “escrever em matemática, auxilia a aprendizagem dos alunos de muitas maneiras, encorajando a reflexão, clareando as idéias e agindo como um catalisador para as discussões em grupo” (CÂNDIDO, 2001, p.24).

Dentre os momentos de escrita nas aulas de matemática, destaco os tipos de registros produzidos pelos alunos que serão utilizados para o processo de análise:

- Estratégias de resolução de problemas: utilizei a tabela de entrada múltipla como instrumento para analisar a aprendizagem dos alunos no que se refere às significações matemáticas. Essa tarefa foi apresentada numa folha dividida em quatro seções iguais, contendo, na primeira, a situação-problema a ser resolvida e, nas demais, um espaço reservado para reflexões escritas dos alunos e para as minhas intervenções pedagógicas. Uma tarefa dessa natureza permite aos alunos que “reflitam novamente ou ‘meta-reflitam’ sobre o que escreveram em versões anteriores” (POWELL; BAIRRAL, 2006, p.81). No caso do professor, o trabalho com relatórios de entrada múltipla permite “saber o que o aluno aprendeu (ou não), o que foi significativo para ele e as inquietações que ele teve” (POWELL; BAIRRAL, 2006, p.83). É importante ainda destacar que:

... a dinâmica de escrita <<reflexão<<(re)escrita<<reflexão é imprescindível para que os interlocutores tenham consciência das dificuldades inerentes ao aprendizado e, ao mesmo tempo, conscientizem-se de que esse processo necessita amadurecimento, envolvimento crítico na reconstrução da escrita-tarefa e contínuos intercâmbios colaborativos com os colegas. (POWELL; BAIRRAL, 2006, p.83).
- Questionário inicial e final: desde o início da pesquisa tinha a intenção de realizar uma tarefa com esses alunos a fim de identificar as suas crenças em relação às aulas de matemática, bem como seus sentimentos em relação a essa disciplina. Para isso, propus a eles dois questionários: inicial (logo na primeira semana de aula) e final (nos últimos dias do ano letivo). Meu objetivo era realizar uma análise comparativa a partir dos dois questionários respondidos

pelos alunos e, através deles, reconhecer se a prática pedagógica na qual estiveram imersos durante o ano todo foi capaz (ou não) de modificar suas crenças. Acredito, assim como Pehkonen e G. Törner (1999, apud VILA; CALLEJO, 2006, p.45), que “as experiências de aprendizagem dos alunos influem em suas crenças e, por sua vez, estas medeiam sua maneira de abordar e realizar atividades matemáticas”.

- Cartas: mais uma vez recorri ao recurso da escrita nas aulas de matemática. Dessa vez, a proposta de tarefa aos alunos contemplou o gênero literário “carta”. A ideia de solicitar a eles que escrevessem esse tipo de texto surgiu em setembro, quando realizamos, na sala de aula do 4º e 5º anos, o “I Encontro de alunos que gostam de estudar matemática”. Tratou-se de um congresso matemático, uma adaptação da prática realizada pelo grupo de pesquisa da professora Beatriz D’Ambrósio nas escolas norte-americanas. Nesse evento, os alunos foram convidados a realizar uma tarefa (situação-problema) em grupo de quatro e socializar com seus pares e comigo as respectivas estratégias de resolução. A finalidade era saber quais seus sentimentos em relação a essa experiência e se esta mobilizaria ou não a produção de significações matemáticas. Assim, solicitei que escrevessem uma carta para a professora que estava orientando a pesquisa, contando da experiência de participar de um evento, até então inédito na vida deles. É interessante destacar que, desde o início do ano, os alunos estavam cientes de que participariam desta pesquisa e, por isso, no momento em que propus essa tarefa, já conheciam, não pessoalmente, mas por inúmeras referências feitas por mim, quem era a professora que orientava a pesquisa. Outro aspecto importante a comentar é que através desse recurso desenvolveu-se um diálogo entre a professora-orientadora e os alunos dessa turma, culminando num encontro entre eles no dia 10/12/2009, motivado pelo “II Encontro de alunos que gostam de estudar matemática”.

3.6.2 A audiogravação

No decorrer da pesquisa, propus aos alunos dessa sala inúmeras tarefas, envolvendo, na maioria das vezes, a resolução de problemas. Tive cuidado para selecioná-las, já que o

objetivo era que, no momento de resoluções, elas promovessem entre os alunos a comunicação de ideias e a possibilidade de avaliar e refutar “pontos de vistas, argumentos e resoluções” (CARVALHO, 2005, p. 15), visto que, na maioria das vezes, trabalharam em duplas. A fim de recuperar momentos importantes dessas discussões entre eles, durante a realização da tarefa e depois, com seus pares e comigo, no momento de socialização, escolhi a audiogravação como um dos instrumentos de produção de dados.

Acredito que esse recurso permite que detalhes não se percam na memória. Embora tivesse adotado também o diário de campo como instrumento de registro de informações, enfrentei, na produção desse material, a dificuldade de não me lembrar de detalhes que talvez fossem relevantes no momento de análise dos dados. Os diários de campo, por serem elaborados depois da aula ou no dia seguinte, via de regra dificultam recordar detalhes das discussões e das falas dos alunos, bem como das intervenções da professora-pesquisadora.

Segundo Bogdan e Biklen (1994), alguns observadores esquecem-se de que, para que esse material seja codificado e analisado, deverá ser transcrito — processo bastante trabalhoso. Dessa forma, preocupei-me em transcrever na íntegra apenas os episódios que seriam utilizados no momento da análise.

3.6.3 A videogravação

Optei, durante o processo de coleta de dados, por utilizar a videogravação, pois acredito ser esse

... um importante e flexível instrumento para a coleta de informação oral e visual. Ele pode capturar comportamentos valiosos e interações complexas e permite aos pesquisadores reexaminar continuamente os dados (CLEMENTE, 2000). Ele estende e aprimora as possibilidades da pesquisa observacional pela captura do desvelar momento-a-momento, de nuances sutis na fala e no comportamento não-verbal (MARTIN, 1999). Ele supera a limitação humana de observação por ser capaz de capturar não apenas “parte do retrato integral” (MARTIN, 1999, p.76) e é superior às notas do observador, uma vez que não envolve edição automática (MARTIN 1999, p.81).[...]. (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004, p.86).

Ao recorrer a esse instrumento, estive atenta à questão ética da videogravação. Por isso, antes de coletar esses dados, logo no início do ano, procurei informar os alunos e seus respectivos responsáveis de que participariam de uma pesquisa e solicitei, para isso, o consentimento dos pais. Entretanto, para selar tal consentimento, estes assinaram um “termo de consentimento livre e esclarecido”, que previa a utilização dos dados coletados para a pesquisa, bem como a participação dos alunos em áudio e videogravações, com a garantia da

manutenção do anonimato destes. Assim, na análise do material, utilizarei as iniciais dos seus nomes.

Destaco que utilizei esse instrumento apenas para a realização do processo de análise das tarefas propostas aos alunos e não o aproveitei para o trabalho com os alunos.

Planejei inicialmente utilizar, no momento da análise, a videogravação dos dois momentos importantes vivenciados por mim e por meus alunos: os dois congressos matemáticos, que chamamos de “Encontro dos alunos que gostam de estudar matemática” — I e II. O objetivo das tarefas propostas em ambos os congressos consistiu em propor uma situação-problema para os alunos resolverem coletivamente e, depois, apresentarem a solução para seus pares e para mim, professora-pesquisadora, para as possíveis discussões.

Nos capítulos de análise, optei por utilizar as transcrições apenas dos momentos vivenciados no segundo evento, pois durante a realização do primeiro evento nem tudo aconteceu como o previsto.

No “I Encontro dos alunos que gostam de estudar matemática”, tanto eu como meus alunos nos encontrávamos um pouco inseguros em relação à realização da tarefa que havia planejado. Tanto a tarefa escolhida por mim, quanto a forma de conduzir tal atividade não aconteceram como previa. Um aspecto que prejudicou muito foi o fato de estar sozinha na sala de aula e ter que conduzir a tarefa e filmar ao mesmo tempo. Isso acabou comprometendo o desempenho dos alunos e também o meu, o que pouco possibilitou reconhecer o processo de aprendizagem pelos alunos na realização dessa tarefa.

Por esse motivo, para as referências a esse primeiro encontro, utilizarei os registros dos alunos, bem como as cartas escritas para a professora-orientadora da pesquisa contando sobre essa experiência. Já acerca do segundo evento, pretendo analisar a apresentação dos alunos no momento da socialização e, para isso, estabeleci uma categoria de análise que será apresentada no último capítulo.

3.6.4 Meu diário de campo

Além dos recursos já citados para o processo de coleta de dados, destacarei, nesta seção, o diário de campo elaborado por mim, professora-pesquisadora, como parte da documentação da minha pesquisa. Procurei, no decorrer do ano, produzir, com o máximo de detalhes que consegui, os registros da maioria dos momentos nos quais os alunos realizaram as tarefas nas aulas de matemática.

Julgo que esse instrumento, além de permitir ao professor-pesquisador registrar os momentos na sala de aula, também oportuniza tecer reflexões pessoais sobre as experiências

vividas durante a pesquisa. É importante destacar que entendo por experiência tudo “o que nos passa, o que nos acontece, o que nos toca” (LARROSA, 2002, p.21).

Bogdan e Biklen (1994, p.150) destacam que as notas de campo são constituídas “pelo relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo”. Segundo esses autores, quanto mais detalhes compuserem as notas de campo, mais rico e mais completo se torna o processo de análise dos dados.

Os autores apontam que as notas de campo podem ser produzidas a partir de dois tipos de materiais: o descritivo e o reflexivo. Para eles, a parte descritiva desse instrumento constitui “de longe a mais extensa, representa o melhor esforço do investigador para registrar objectivamente os detalhes do que ocorreu no campo. O objectivo é captar uma fatia da vida” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 152). Quanto ao material reflexivo, que também compõe as notas de campo, os autores destacam serem

[...] frases e parágrafos que refletem um relato mais pessoal do curso do inquérito. É nesta parte que é registrada a parte mais subjetiva da sua jornada. A ênfase é na especulação, sentimentos, problemas, ideias, palpites, impressões e preconceitos. [...] Espera-se que você deixe sair tudo: confesse seus erros, as suas inadequações, os seus preconceitos, os seus gostos e aversões. (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 165).

Tentei, na produção do diário de campo, apoiar-me nessas concepções defendidas por Bogdan e Biklen (1994), aproximando-me ao máximo desses aspectos. Como exemplo, trago, na Figura 4, um fragmento do meu diário de campo.

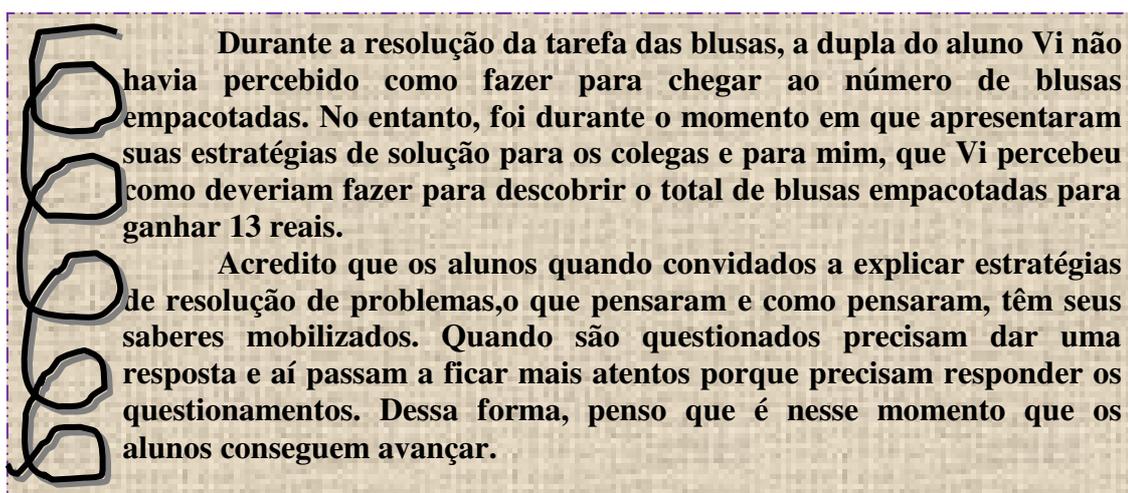


Figura 4: Fragmento do diário de campo da professora-pesquisadora, em 25/11/09

Há, nesse fragmento, um relato mais pessoal, no qual registro meus sentimentos, minhas impressões, meus palpites, ou seja, é um texto mais reflexivo, que reflete a subjetividade do que foi vivenciado.

3.6. 5 Meu quadro-síntese

Nesta seção apresentarei um quadro-síntese que define um símbolo para cada recurso utilizado no processo de produção de dados para a documentação da pesquisa. Esses símbolos serão usados nos capítulos de análise, com a finalidade de identificar, por meio do símbolo visualizado, de qual ou quais instrumentos o texto trata.

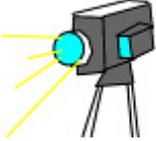
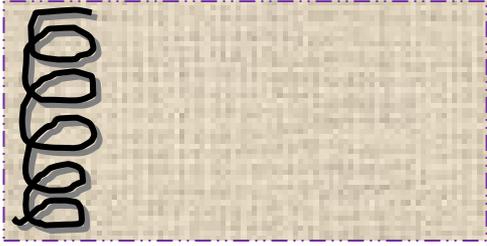
TIPO DE INSTRUMENTO	SÍMBOLO	
REGISTROS DOS ALUNOS	Questionário inicial	Q.I.
	Questionário final	Q.F.
	Cartas	
AUDIOGRAVAÇÃO		
VIDEOGRAVAÇÃO		
DIÁRIO DE CAMPO		

Figura 5: Quadro-síntese dos instrumentos de documentação da pesquisa

3.7 O processo de análise

Para o processo de análise do conteúdo, tomei como referência o discurso de Franco (2003), quando trata da importância de o pesquisador ter a fundamentação teórica antes de iniciar as análises. Para ela,

... a análise de conteúdo requer que as descobertas tenham relevância teórica. Uma informação puramente descritiva não relacionada a outros atributos ou às características do emissor é de pequeno valor. Um dado sobre o conteúdo de uma mensagem deve, necessariamente, estar relacionado, no mínimo, a outro dado. O liame entre esse tipo de relação deve ser representado por alguma forma de teoria. Assim, toda análise de conteúdo, implica comparações contextuais. Os tipos de comparações podem ser multiderivados. Mas, devem, obrigatoriamente, ser direcionados a partir da sensibilidade, da intencionalidade e da competência teórica do pesquisador. (FRANCO, 2003, p. 16).

Dessa forma, busquei investir na fundamentação teórica, a fim de conhecer de forma mais aprofundada a teoria daquilo que foi observado, atentando para o foco de minha questão de investigação, e a fim de poder relacionar a teoria com a prática, possibilitando, portanto, a produção de saberes acerca do problema da pesquisa.

Diante do vasto material documentado, realizei uma pré-análise, que consistiu em organizar todos os dados recolhidos para a pesquisa. Segundo Franco (2003), esse processo é composto por três momentos: o momento da escolha de documentação; a formulação de hipóteses; e a elaboração dos indicadores (categorização), responsável por fundamentar a interpretação final da análise. Contudo, é importante destacar que estabelecer categorias faz parte de um processo muito difícil, que,

...na maioria dos casos, implica constantes idas e vindas da teoria ao material de análise, do material de análise à teoria, e pressupõe a elaboração de várias versões do sistema categórico. As primeiras, quase sempre aproximativas, acabam sendo lapidadas e enriquecidas para dar origem à versão final, mais completa e mais satisfatória. (FRANCO, 2003, p. 52).

No caso desta pesquisa, para a análise, fiz um recorte do vasto material de que disponho e estabeleci duas categorias, as quais serão analisadas a partir da metodologia de triangulação dos dados. Para Cowman (1993, apud ARIAS, 2000), a triangulação pode ser definida como uma combinação de múltiplos métodos no estudo de um mesmo objeto, um modelo para abordar melhor o fenômeno que se investiga.

Dessa forma, utilizei o método de triangulação de instrumentos, no qual cruzei três dos instrumentos utilizados na coleta de dados: o registro dos alunos, o diário de campo da pesquisadora e as gravações em áudio e vídeo. A Figura 6 explicita como penso a técnica de triangulação de instrumentos utilizada na análise de dados de minha pesquisa.



Figura 6: O processo de triangulação dos dados.

Esse processo de triangulação possibilitou a construção de duas categorias de análise:

1. A comunicação nas e das aulas de matemática. Essa categoria foi organizada em três subcategorias: a comunicação possibilitando negociar significados; a comunicação possibilitando-me fazer intervenções; e a escrita dos alunos possibilitando explicitar crenças e sentimentos em relação à matemática escolar e falar sobre si.
2. As problematizações e a circulação e a produção de significações nas aulas de matemática.

No capítulo a seguir apresentarei a primeira categoria de análise.

4. A COMUNICAÇÃO NAS E DAS AULAS DE MATEMÁTICA

O sujeito que se abre ao mundo e aos outros inaugura com seu gesto a relação dialógica em que se confirma como inquietação e curiosidade, como inconclusão em permanente movimento na história.

Paulo Freire (1996, p.136)

Neste capítulo, centro o foco de análise na comunicação nas e das aulas de matemática.

Como já destacado anteriormente, busquei, ao longo deste trabalho em sala de aula, assumir o papel de mediadora do conhecimento e colaboradora do processo de aprendizagem dos alunos, de forma a torná-los protagonistas na produção de saberes. Ao colocar o aluno no centro desse processo, acredito que ele seja capaz de participar ativamente da construção do próprio conhecimento, quando estimulado e incentivado. Criei, dessa forma, um ambiente de aprendizagem em sala de aula.

Esse ambiente criado para uma participação ativa do aluno tem como principal característica os momentos de comunicação, priorizando e valorizando as falas dos alunos, dando espaço para uma interação verbalizada, à qual eles mesmos não estavam habituados. Assumo, dessa forma, que a comunicação é “uma atividade não unidirecional, mas entre sujeitos, cabendo ao professor a responsabilidade de encorajar os alunos e neles despertar o interesse e a disposição para uma participação ativa”. (SANTOS, V., 2005, p. 117).

Acredito que os momentos de comunicação são potencializadores dos processos em que os alunos conseguem dar significações aos conhecimentos que circulam na sala de aula. Entendo também, assim como Santos, V. (2005), que a comunicação não tem definição única. A fala, os argumentos, as discussões, as problematizações, todos esses elementos compõem o que se classifica como comunicação, que pode ser expressa em forma de registro escrito ou pictórico ou por meio da oralidade.

A análise dos momentos de comunicação nas aulas de matemática será organizada em três subcategorias: a comunicação possibilitando negociar significados; a comunicação possibilitando-me fazer intervenções; e a escrita dos alunos possibilitando explicitar de crenças e sentimentos em relação à matemática escolar e falar sobre si.

4.1 A comunicação possibilitando negociar significados nas aulas de matemática

Como já discuti anteriormente, por muito tempo, as aulas de matemática estiveram centradas na figura única do professor, cuja função era a de transmitir conhecimentos. No entanto, nas discussões contemporâneas acerca do ensino e da aprendizagem de matemática, essa visão perdeu espaço, e passamos então, a considerar “como relevante o desenvolvimento da capacidade de comunicar, justificar, conjecturar, argumentar, partilhar, negociar com os outros as próprias idéias” (SANTOS, V. 2005, p.119).

Com o propósito de promover entre os alunos esses momentos de comunicação, propus, no decorrer do segundo semestre de 2009, tarefas de resolução de problemas, pois acredito que bons problemas “podem ser usados como catalisadores em discussões, levando os alunos a pensar matematicamente” (SCHOENFELD, 1998, p. 61). Outro recurso do qual dispus para essas propostas de tarefas foi a organização dos alunos em duplas.

O critério para a divisão dos grupos partiu quase sempre de mim, professora-pesquisadora, que selecionei alunos de anos diferentes para ficarem juntos nas duplas, garantindo que se ajudassem mutuamente. A proposta era unir alunos com conhecimentos mais avançados àqueles que apresentassem qualquer tipo de dificuldade, acreditando no papel de assumir a responsabilidade, de colaborar com o colega e de realizar a tarefa, respeitando as opiniões um do outro.

Como destacado nas discussões teóricas, acredito nas potencialidades do trabalho coletivo e colaborativo. Acredito que ele pode contribuir significativamente para o avanço dos alunos nos processos de aprendizagem, já que propicia que os alunos discutam e expliquem suas ideias; exponham, avaliem e refutem pontos de vista, argumentos e resoluções.

O trabalho nessa perspectiva contribuiu para que os alunos estabelecessem entre eles formas de comunicação, o que revelou ricos momentos de negociação de significados, entendida por mim como “o modo como alunos e professores expõem uns aos outros a maneira de ver/entender conceitos e processos matemáticos procurando aproximar-se do que o currículo e a escola reconhecem como válido” (SANTOS, V. 2005, p. 117).

No entanto, estava diante de um grande desafio: como capturar tais momentos de interações numa sala numerosa, com 36 alunos, em que, mesmo propondo o trabalho com os alunos organizados em duplas, estas somavam dezoito no total?

Diante dessa realidade, encontrei na socialização o recurso necessário para participar dos momentos de discussões entre os alunos. Então, a cada tarefa realizada por eles, eu

escolhia duas ou três duplas que concordassem em expor suas soluções para os colegas da sala.

Aos poucos, fui conseguindo romper com os alunos a crença de que estavam inseridos naquele ambiente apenas para ouvir a professora. Consegui, ainda, estabelecer com eles uma comunicação de estrutura horizontal (CARVALHO, 2005), em que a interação social se dá pelo respeito mútuo entre os pares, aceitando diferenças, limitações, buscando a igualdade e, assim, possibilitando que o conhecimento seja circulado no cenário de aprendizagem.

A socialização realizada a partir das tarefas de resolução de problemas era dividida em dois momentos: no primeiro, a dupla escolhida apresentava suas estratégias de resolução da situação proposta, usando como recurso material os registros na lousa. No segundo momento, eu e os alunos protagonizávamos uma discussão acerca da apresentação dos colegas. O objetivo era que, após a fala da dupla, surgissem dúvidas, comentários, refutação de pontos de vista, ideias, culminando na apropriação de conhecimentos matemáticos.

Enquanto a dupla apresentava suas estratégias, ninguém podia interromper. Em seguida, eu, professora-pesquisadora, era quem conduzia o debate, com o propósito de explorar as perspectivas dos participantes. Segundo Alrø e Skovsmose (2006, p. 125-126):

Explorar as perspectivas dos participantes não pode acontecer como uma espécie de transmissão. Os participantes do diálogo vivenciam um processo colaborativo de investigação de perspectivas. Nesse processo, perspectivas devem ser expressas em palavras para que se tornem tangíveis na superfície da comunicação. O processo de explicitação das perspectivas pode revelar perspectivas escondidas, que podem servir de motivo para a continuação da investigação. Além disso, cada participante pode ter novos *insights*, ao vislumbrar um problema ou uma solução a partir de uma nova perspectiva. Em sala de aula, o professor, ao explorar as perspectivas dos alunos através do diálogo, tenta ajudá-los a expressar seu conhecimento tácito. (grifos dos autores)

Contudo, as tarefas, quando socializadas, não foram escolhidas aleatoriamente. Com vistas aos momentos de interações e intervenções pedagógicas, bem como à riqueza na negociação de significações matemáticas, como professora-pesquisadora, tive o cuidado de realizar, a cada proposta de tarefa, uma pré-análise das soluções dadas pelos alunos, com o propósito de eleger para o momento de socialização, não as tarefas que estivessem corretas, mas as soluções que pudessem, de alguma forma, promover boas discussões. Dessa forma, penso que a qualidade da circulação de significações matemáticas durante essa prática não está na resposta certa ou errada para a tarefa proposta, mas nas problematizações que podem ser geradas nos debates, nas discussões, na comunicação de ideias que possam promover os *insights* nos participantes.

Pretendo, portanto, nesta subcategoria, analisar duas tarefas realizadas pelos alunos, nas quais os momentos de comunicação estiveram fortemente presentes como recurso de negociação de significados. No meu entender, essas tarefas possibilitaram a comunicação e a produção de significações matemáticas nas aulas de matemática.

Para a primeira situação na qual minha intervenção prevaleceu durante o trabalho de uma dupla, apoiar-me-ei nos aportes vigotskianos, a fim de analisar a dialogia envolvida no movimento de Z.D.P. Para a segunda situação, apoiar-me-ei nas dinâmicas de interação discutidas por Carvalho (2005), uma vez que o relato envolve os alunos em um contexto de negociação de significados.

4.1.1 “O problema do Vinícius”

Propus, no dia 21/10/09, a seguinte situação de resolução de problemas aos alunos:

“Vinícius conseguiu um emprego para trabalhar das 8h às 14h de segunda à sexta-feira. No entanto, não terá tempo para o almoço. Mas ele optou por parar para almoçar e compensar o tempo parado no final do expediente. Vinícius para dois quartos de hora para comer e um quarto de hora para escovar os dentes e usar o banheiro. Ele faz isso todos os dias da semana. Sendo assim, a que horas Vinícius vai embora de seu trabalho?”

Nessa tarefa, selecionei a sequência de discussões envolvendo a dupla Am e St.O., a qual apresentou o seguinte registro para a situação proposta:

O Vinícius vai
embora de
seu trabalho
17:00h do traba-
lho

$$\begin{array}{r} 2 \quad \left. \begin{array}{l} 2:00 \\ +1 \quad \left. \begin{array}{l} +3:00 \\ \hline 3 \end{array} \right\} \right\} 5:00 \text{ PM} \end{array} \right\} \end{array}$$

R: Vinícius vai embora de seu trabalho 17:00 h do trabalho

Figura 7: O problema do Vinícius – Dupla Am e St.O. (parte 1)

Essa dupla considerou dois quartos de hora como sendo duas horas e um quarto de hora como sendo uma hora. Foi possível perceber isso na adição feita. Em seguida, a dupla apresentou a seguinte resposta: *Vinícius vai embora de seu trabalho 17:00h do trabalho*. A dupla realizou dois algoritmos: no primeiro, adicionou o tempo considerado por elas de quanto Vinícius demorou para almoçar, ir ao banheiro e escovar os dentes; no segundo, adicionaram esse tempo à hora em que ele deveria sair do seu trabalho. Ressalto, ainda, a preocupação que tiveram em identificar que a resposta dada se refere ao período pós-meio-dia, destacando *5:00 PM*.

Depois de dar a resposta, a dupla trouxe a justificativa, a qual transcrevo para facilitar a leitura.

Explicação:
 nós fizemos a
 adição porque
 ele sai do
 trabalho às
 2:00h e aí
 ele demora
 3:00h para fazer
 tudo e ir ao
 banheiro e
 comer etc.
 Então fizemos
 a adição

$$\begin{array}{r} 2:00h \\ + 3:00h \\ \hline 5:00 \end{array}$$

então ele
 vai embora
 5:00h.

Explicação:
 Nós fizemos a adição porque
 ele sai do trabalho às 2:00h
 e aí ele demora 3:00h para
 fazer tudo e ir ao banheiro e
 comer e etc. Então nós
 fizemos a adição (o
algoritmo novamente).
 Então ele vai embora 5:00h.

Figura 8: O problema do Vinícius – Dupla Am e St.O. (parte 2)

Ao analisar essa estratégia da dupla, antes da socialização, no momento de pré-análise dessas tarefas, realizei algumas intervenções escritas, a fim de promover desestabilizações no pensamento dessas alunas. A intenção era causar conflito e fazer com que elas saíssem de uma zona de conforto de desenvolvimento real e entrassem na de desenvolvimento proximal, com a finalidade de alcançar a zona de desenvolvimento potencial. No entanto, isso não aconteceu, como revela a sequência de intervenções compartilhadas a seguir.

<p>Vocês acham possível alguém demorar 3 horas para ir ao banheiro e comer? Justifique.</p> <p>R: Bom eu acho que sim porque tem gente que come de vagar.</p> <p>Vocês tem todos os dias 25 minutos para comer e ir ao banheiro. Também tem gente que come bem devagar, mas consegue fazer tudo isso nos 25 minutos de recreio. E aí o que vocês me dizem? É mesmo não havíamos pensado nisso que 3:00 h é muito</p>	<p>para ele mas até ele ir a um lanchonete num bar ele demora um pouquinho e com o resto do tempo para trabalhar.</p> <p>isso quer dizer que ele sai que horas do seu trabalho?</p> <p>R: 14:00 que já fala situação que ele entra às 8:00 e sai às 14:00.</p> <p>Cópia desenhe um relógio e pinte nele a representação de $\frac{1}{4}$ de hora.</p>	<p>Professora-pesquisadora: Vocês acham possível alguém demorar 3 horas para ir ao banheiro e comer? Justifique.</p> <p>Alunas: Bom eu acho que sim porque tem gente que come de vagar.</p> <p>Professora-pesquisadora: Vocês têm todos os dias 25 minutos para comer e ir ao banheiro. Também tem gente que come bem devagar, mas consegue fazer tudo isso nos 25 minutos de recreio. E aí o que vocês me dizem?</p> <p>Alunas: É mesmo não havíamos pensado nisso que 3:00h é muito tempo para ele, mas até ele ir a uma lanchonete num bar ele demora um pouquinho e com o resto do tempo para trabalhar.</p> <p>Professora-pesquisadora: Isso quer dizer que ele sai que horas do seu trabalho?</p> <p>Alunas: 14:00 que já fala a situação que ele entra às 8:00 e sai às 14:00.</p>
--	--	---

Figura 9: O problema do Vinícius – Dupla Am e St.O. (parte 3)

Até então, as alunas ainda não tinham entrado num movimento de pensar matematicamente, a partir das minhas intervenções. Estas não possibilitaram que os alunos entrassem em conflitos, o que impediu a dupla de continuar a investir naquela solução. Há que acrescentar também que, provavelmente, os pontos de referência das alunas não eram os mesmos que eu, professora-pesquisadora, tinha. Nas intervenções que eu fazia, do ponto de vista do pensamento matemático, minhas questões remetiam as alunas aos sentidos que elas davam à situação, como, por exemplo, o tempo de demora de um trabalhador, quando este sai do ambiente de trabalho e se dirige a uma lanchonete ou a um bar – mesmo que tais informações não estivessem no enunciado do problema. Assim, na tentativa de validar o raciocínio utilizado, as alunas buscavam por sentidos de contextos reais e não do problema matemático em si.

Para concluir as intervenções, solicitei à dupla que desenhasse um relógio e pintasse nele a representação de um quarto de hora. A dupla apresentou o seguinte desenho:

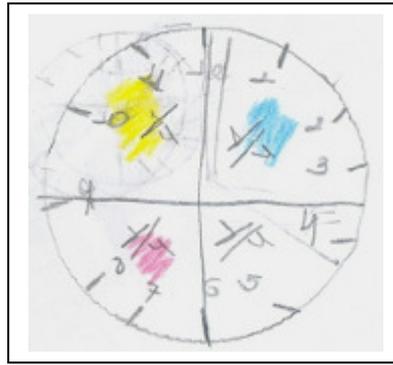


Figura 10: O problema do Vinícius – Dupla Am e St.O. (parte 4)

A partir do desenho, concluí que a dupla não havia compreendido as noções de frações. Assim, escolhi essa dupla dentre aquelas que iriam se apresentar no momento da socialização.

Trago aqui a transcrição desse momento de socialização, que foi audiogravado. Organizei a análise dessa discussão em momentos de interação (GOMES, 2007), ou seja, momentos em que os alunos e a professora estão em constituição na e pelas relações sociais. Para cada um desses momentos, apresento aqui: falas dos alunos; tempo em que essas falas ocorreram na gravação e comentários; descrições e ou explicações sobre a discussão captada pelo aparelho gravador de áudio e pelo meu diário de campo.

Momento de interação 1: A dupla St.O. e Am apresentou sua estratégia.		
	<p>0:01:40 St.O.: <i>Ó... A gente chegou à conclusão que é duas horas por quê? Porque a gente fala que no final do expediente que é no final do trabalho. Ele só almoça no final do trabalho né? Então, ele não tem tempo para almoçar no meio do trabalho. Aí, professora, a gente primeiro achou que era cinco horas. A gente pensou que dois quartos era duas horas... Aí a gente tinha feito a conta do duas horas mais três horas que deu cinco.</i></p>	<p>A aluna St.O. concordou em explicar a estratégia pensada pela dupla no momento de resolução dessa situação-problema.</p>
	<p>0:02:11 St.O.: <i>E... [inaudível] aí depois a professora escreveu pra gente: “Vocês acham possível alguém demorar 3 horas para ir ao banheiro e comer? Justifique.”. Daí eu falei pra professora que não [inaudível].</i></p>	<p>Percebi um silêncio durante a fala, mostrando que a aluna, ao ler a pergunta feita pela professora e a resposta dada na folha de tarefa, começou a repensar a resolução apresentada.</p>
	<p>0:02:38 Am.: <i>A gente respondemos que não, né, que tem gente que come devagar e come rápido. Aí a professora escreveu uma outra pergunta que foi assim: “Vocês têm todos os dias 25</i></p>	

	<i>minutos para comer e ir ao banheiro. Também tem gente que come bem devagar, mas consegue fazer tudo isso nos 25 minutos de recreio. E aí, o que vocês me dizem?."</i>	
0:03:10	St.O.: <i>Que é muito três horas. Para ele, mas ele [inaudível]hum, né...É, vamos ver.</i>	A aluna revelou novamente sensação de conflito, não aceitando apenas a resposta dada por ela e por sua colega no momento da solução. Ao dizer "é, vamos ver", sinalizou a necessidade de uma revisão.
0:03:17	St.O.: <i>Daí ela falou assim "E o que vocês me dizem sobre o trabalho?" ...Que ele volta duas horas que a gente leu de novo no expediente que fala : Vinícius conseguiu um emprego pra trabalhar das oito as duas horas. [inaudível] No entanto, não terá tempo para almoçar, mas ele optou parar almoçar no final do expediente que é no final do trabalho. Então, ele não terá tempo para almoçar no trabalho; só no final.</i>	

Nesse primeiro momento a dupla teve liberdade para compartilhar suas estratégias de resolução sem que houvesse qualquer tipo de intervenção da minha parte ou dos demais alunos da sala. Porém, percebi que, ao explicitar o pensamento que elas tiveram durante a resolução da situação-problema, a aluna St.O. entrou num momento de conflito, pois ela reproduziu a resposta que está na tarefa realizada por elas, mas, ao expressar a seguinte fala: "Que é muito três horas. Para ele, mas ele [inaudível]hum, né...É, vamos ver", revelou que a solução dada precisava ser revista.

Momento de interação 2: As primeiras intervenções da professora-pesquisadora.		
0:03:43 	Professora-pesquisadora: <i>Ah, ele vai almoçar no final. Ah, tá. E aí, o que vocês responderam?</i>	A dupla reproduziu as respostas apresentadas na solução inicial da tarefa.
0:03:48	St.O.: <i>Que Vinícius sairá do trabalho às duas horas da manhã que já fala a situação que ele entra às oito e sai às duas.</i>	
0:03:56	Professora-pesquisadora: <i>Calma aí, lê de novo que eu não entendi.</i>	

0:03:59	St.O.: <i>Que ele sai às duas horas da tarde. Fala a situação que ele entra às oito e sai às duas e depois você falou pra gente desenhar um relógio e pintar nele a representação de um quarto.</i>	
0:04:10	Professora-pesquisadora: <i>E aí, vocês fizeram? Como foi a representação [inaudível]?</i>	Nesse momento, percebi que a dupla, em voz alta, negociava quem iria desenhar na lousa o relógio. St.O. acabou cedendo e concordou em fazer o desenho.
0:05:07	St.O.: <i>Aqui é três [inaudível], aqui é dois, aqui é três. Daí, aqui a gente coloca um quarto ...</i>	A aluna desenhou o relógio, mas, no momento em que foi pintar a representação de um quarto de hora, não o fez como na tarefa realizada pela dupla. A pintura de três quartos de hora feita no desenho do relógio na tarefa da dupla, não foi reproduzida na lousa, pois a St.O. pintou corretamente a fração correspondente.
0:05:14	Professora-pesquisadora: <i>Quer pintar com giz colorido? Tem aí. É... Esse aí você fez pra responder o que, mesmo?</i>	Realizei a intervenção para verificar se a aluna havia entendido o que foi solicitado na tarefa: “desenhar um relógio e pintar nele a representação de um quarto de hora”
0:05:53	St.O.: [inaudível] <i>Agora desenha um relógio e nele a representação de um quarto de hora.</i>	

Nesse momento, fiz apenas perguntas com as quais a dupla devia retomar a estratégia apresentada anteriormente na folha de tarefas. Percebi que, ao recorrer a essas respostas a fim de responder as questões levantadas, a aluna St.O. não se sentiu satisfeita com o que havia respondido na folha de tarefas, sinalizando que a estratégia usada não a convencia mais.

Essa situação de conflito em que a aluna se encontrou é perceptível nas falas em voz alta, indicando que ela estava na zona de desenvolvimento proximal: havia ideias que ainda não haviam amadurecido, mas estavam a um passo de tornar-se maduras nos processos de significação do pensamento matemático.

Desenhar na lousa o relógio e pintar nele corretamente a representação de um quarto de hora demonstrou que existia uma situação de instabilidade, na qual a dupla, especialmente a aluna St.O., estava em busca de uma nova solução para a situação-problema inicial, admitindo que a solução encontrada por elas não estava correta.

Percebendo esse movimento, segui a discussão em busca de intervenções que fizessem com que a dupla saísse da zona de desenvolvimento proximal, para atingir a zona de desenvolvimento potencial.

Momento de interação 3: As intervenções da professora-pesquisadora começaram a fazer sentido.		
0:05:58 	Professora-pesquisadora: <i>Tá. Um quarto de hora. Tá bom. Então, olha só, eu vou começar fazendo uma pergunta pra vocês. Durante a apresentação, vocês disseram que o Vinícius almoça no final do expediente. Vocês têm certeza de que ele almoça no final do expediente?</i>	Ao fazer o primeiro questionamento, percebi que cada uma das alunas deu uma resposta, apontando que as opiniões eram divergentes. A aluna Am afirmou que sim, e a aluna St.O. negou. Isso revelou que as duas alunas não estavam no mesmo tempo do processo de significação: enquanto Am se sentia convencida com as respostas dadas, o mesmo não ocorria com a St.O., pois ela começou a contestar a solução anterior. Ao fazer esse questionamento, notei que a aluna Am acompanhou St.O na resposta, mas isso não queria dizer que ela também se encontrasse num momento de conflito. Realizei algumas intervenções a fim de que a dupla percebesse que havia dados na situação-problema que respondiam aos questionamentos realizados por mim. Contudo, quando retomei a leitura das informações trazidas no texto da situação, aproveitei para sinalizar às alunas a importância da leitura, bem como revelar que era possível recorrer ao texto quantas vezes achassem necessário.
0:06:18	Am.: <i>Temos.</i>	
0:06:19	St.O.: <i>Não. Ele almoça quando acaba o trabalho dele e aí ele pode passar numa lanchonete. Ele não sai do trabalho dele.</i>	
0:06:28	Professora-pesquisadora: <i>Ele não sai do trabalho dele?</i>	
0:06:30	Dupla: <i>Não.</i>	
0:06:32	Professora-pesquisadora: <i>E por que vocês acham que ele não sai do trabalho dele?</i>	
0:06:34	St.O.: <i>Porque aqui já diz que ele trabalha das oito até às duas.</i>	
0:06:37	Professora-pesquisadora: <i>Ã?</i>	
0:06:38	St.O.: <i>Por isso eu acho.</i>	
0:06:40	Professora-pesquisadora: <i>Mas e quando fala assim: “no entanto não terá tempo para o almoço, mas ele optou parar pra almoçar”, olha o que diz ali: ele optou parar pra almoçar.</i>	
0:06:52	St.O.: <i>Só que depois ele fala: “no final do expediente”.</i>	
0:06:55	Professora-pesquisadora: <i>E compensar o tempo parado no final do expediente. O que significa compensar o tempo parado no final do expediente?</i>	
0:07:03	St.O.: <i>Trabalhar depois [inaudível] trabalhar depois que almoçou. [inaudível] porque tipo assim... se ele fica vinte e cinco minutos comendo, depois ele vai ficar mais</i>	

	<i>vinte e cinco minutos trabalhando.</i>	
--	---	--

Esse trecho da transcrição aponta a importância da leitura também nas aulas de matemática. Ela é essencial em todas as áreas do conhecimento, pois é nela que apoiamos nossa capacidade humana de interpretar, compreender e transformar informações e conhecimentos que, em sua maioria, nos são apresentados na forma de texto escrito.

A leitura também compõe uma forma de comunicação. As intervenções realizadas por mim incentivaram a dupla a retomar a leitura de todas as informações registradas na tarefa, a fim de que compreendessem que as leituras nas aulas de matemática não devem restringir-se apenas a satisfazer respostas de perguntas formuladas por outros. Concordo com Solé (1998, apud FONSECA; CARDOSO, 2005, p.69, grifo da autora), quando destaca que limitar o objetivo da leitura não contribui

para que os alunos se tornem *leitores autônomos em Matemática*, adaptados à variabilidade que se poderia atribuir à leitura na atividade matemática: ler para obter uma informação precisa, ler para seguir instruções, ler para obter uma informação de caráter geral, ler para aprender, ler para revisar um escrito próprio, ler por prazer, ler para comunicar um texto a um auditório, ler para praticar a leitura em voz alta, ler para verificar o que se compreendeu.

É importante enfatizar que repeti trechos do texto da situação-problema para a dupla, tentando fazer com que percebessem que as questões que estavam sendo apresentadas tinham suas respectivas informações contidas no texto, o que indicava a necessidade de uma leitura mais atenta.

As intervenções continuaram.

Momento de interação 4: Além da professora-pesquisadora, os colegas se manifestaram para ajudar a dupla.		
0:07:56 	Professora-pesquisadora: <i>Tá. Então, se ele parar pra almoçar durante o trabalho dele vinte e cinco minutos, depois ele vai trabalhar vinte e cinco minutos a mais. É isso?</i>	A dupla sinalizou que as intervenções realizadas começavam a fazer sentido, o que me instigou a dar continuidade aos questionamentos.
0:08:06	St.O.: <i>Isso.</i>	
0:08:07	Professora-pesquisadora: <i>E diante dessa conclusão, vocês acham que a resposta que ele sai às cinco horas tá certa?</i>	
0:08:12	St.O. <i>Cinco horas não.</i>	
0:08:15	Professora-pesquisadora: <i>Agora... e na situação-problema não tá contando quanto</i>	Insisti nas questões relacionadas às informações

	<i>tempo ele gasta pra almoçar, ir ao banheiro...Aí você...não tá contando isso ou não? Na situação-problema não fala?</i>	presentes no texto da situação-problema.
0:08:34	St.O.: <i>Fala.</i>	
0:08:35	Professora-pesquisadora: <i>Quanto tempo ele usa pra comer?</i>	
0:08:39	St. O.: <i>Vinte e cinco minutos.</i>	A aluna St.O. recorreu ao exemplo dado anteriormente e respondeu de pronto “vinte e cinco minutos”, mas ficou em dúvida com o questionamento que fiz. Ela não tinha certeza de sua resposta.
0:08:40	Professora-pesquisadora: <i>Vinte e cinco minutos?</i> [inaudível]	
0:08:46	Professora-pesquisadora: <i>Calma aí, deixa a Mi fazer uma pergunta. Vai, Mi.</i>	Percebendo que St.O. ainda permanecia insatisfeita, em situação de conflito diante dos questionamentos, dei voz à aluna Mi, que se manifestou para ajudar.
0:08:51	Mi: <i>Se, ao invés de vinte e cinco minutos, ele usar quinze minutos, porque ali no relógio que vocês desenharam tá pintado quinze minutos.</i>	

Percebi que além de mim, outro colega se mobilizou para tentar fazer com que a dupla compreendesse o que estava sendo comunicado. O fato de as intervenções não serem realizadas somente por mim permitem perceber um ambiente coletivo de trabalho, no qual é dado espaço para a participação de todos.

Momento de interação 5: A aluna St.O. finalmente se apropriou das ideias circuladas durante o momento de discussão.		
0:09:02	 Professora-pesquisadora: <i>Olha lá, a Mi tá falando e se ao invés de vinte e cinco minutos ele parar pra comer, usar quinze minutos porque ali no relógio que vocês desenharam tá pintado quinze minutos.</i>	A aluna St.O. conseguiu, através da intervenção de Mi, atribuir sentido às intervenções anteriores realizadas por mim, enfim compreendendo a que horas Vinícius saía do trabalho.
0:09:15	St. O.: <i>Ele vai sair duas e... (a aluna pensa) quarenta e cinco.</i>	
0:09:20	Professora-pesquisadora: <i>Por que duas e quarenta e cinco?</i>	Continuei intervindo, fazendo questões, a fim de descobrir se a aluna realmente se havia apropriado das considerações feitas até o momento. As respostas dadas por ela indicaram que a intervenção feita pela aluna Mi foi crucial para que conseguisse resolver o conflito no qual se encontrava.
0:09:22	St.O.: <i>Porque quinze mais quinze são trinta, com quinze, quarenta e cinco.</i>	
0:09:24	Professora-pesquisadora: <i>Por que você está somando quinze mais quinze, trinta, mais quinze, quarenta e cinco?</i>	
0:09:27	St.O.: <i>Porque a Mi falou porque aqui cada um vale quinze minutos</i> [inaudível].	
0:09:39	Professora-pesquisadora: <i>Quanto que vale cada pedaço aí?</i> [inaudível] <i>A Mi falou que vale?</i>	
0:09:46	St.O.: <i>Quinze minutos</i> [inaudível]	

O papel dos alunos durante as discussões é essencial, principalmente numa sala com muitos alunos e, no caso desta em especial, com alunos de anos distintos. Aqui eu compartilho com meus alunos a postura de mediadora na produção de saberes.

Minhas intervenções, certamente, foram relevantes para que a dupla, principalmente a aluna St.O., entrasse numa situação de instabilidade, (des)construísse a estratégia que para elas estava correta e, a partir dos conflitos, construísse outras significações matemáticas para a mesma atividade. Porém, foi por meio da fala da aluna Mi que St.O. realmente conseguiu dar sentido às falas anteriores. Esta aluna, que, no início da apresentação, estava numa zona de desenvolvimento real, colocou-se numa posição de conflito gerada pelas suas próprias ideias, ao explicitar em voz alta para mim e para os demais colegas a estratégia de resolução. Durante as intervenções, a aluna apresentava-se numa zona de desenvolvimento proximal, que dependia desse movimento para atingir a zona de desenvolvimento potencial, alcançada no momento em que a aluna Mi fez a intervenção.

Após a apropriação das ideias pela aluna St.O., continuei questionando, para ter certeza de que realmente tinha havido compreensão.

Momento de interação 6: A produção de significações a partir da fala dos outros.		
0:09:55 	Professora-pesquisadora: <i>Tá, mas por que vocês pintaram os três espaços?</i>	Fiz questionamentos a respeito do desenho apresentado pela dupla na folha de tarefas a fim de compreender por que os desenhos eram diferentes.
0:09:59	St.O.: <i>Porque a gente pintou.</i>	
0:10:02	Professora-pesquisadora: <i>Tá, mas por que vocês pintaram?</i>	
0:10:05	St.O.: <i>Porque a gente separou três tempos que aqui fala: ele tem dois quartos pra almoçar e um quarto para ir ao banheiro.</i>	
0:10:12	Professora-pesquisadora: <i>Ah, agora eu entendi o que vocês fizeram.</i>	
0:10:16	Bru: <i>Ah, agora eu entendi também.</i>	

Nesse momento da socialização, percebi que St.O. participou ativamente da discussão. Já sua colega, Am, não teve a mesma presença. Penso que ela foi se perdendo nas falas e também na compreensão e nas significações das intervenções. Isso indica que nem todos os alunos se encontram no mesmo tempo de aprendizagem. Também revela que as intervenções que mobilizam um determinado aluno não necessariamente vão mobilizar, com o mesmo

êxito, outro ou outros. Isso indica que se deve respeitar o tempo dos alunos, pois cada um se encontra num determinado momento do pensamento matemático.

Quando, no momento 3, a dupla discordou em suas opiniões, a aluna Am seguiu calada e não mais se manifestou. Possivelmente encontrava-se num tempo distinto daquele em que estava a aluna St.O.

A análise revela que, durante toda a discussão, St.O. foi reunindo todas as intervenções que julgou importantes para o seu processo do pensamento matemático e depois as relacionou e produziu significações diferentes das iniciais, o que mostra a riqueza desse momento durante as aulas de matemática.

Embora a dupla não estivesse no mesmo tempo de aprendizagem, minha intenção foi priorizar a negociação de significados a partir da comunicação instaurada durante minha socialização com a dupla e dos demais alunos comigo e também com a dupla. Ainda que não tivesse havido a participação de mais alunos nessa discussão, talvez pela novidade, tentei romper o obstáculo do silêncio dos alunos e valorizar a atividade colaborativa e coletiva nas aulas de matemática.

É importante também destacar que considero essa tarefa um “bom problema”, já que foi capaz de gerar situações de problematizações e de mobilizar os alunos para pensarem matematicamente. Contudo, esses momentos só se tornaram ricos porque foi oportunizada aos alunos a socialização. Se não tivesse sido dispensado esse tempo para a discussão, a tarefa teria sido encerrada quando a dupla me entregasse a folha com a situação-problema solucionada.

Trago, na sequência, a segunda tarefa que compõe esta análise, bem como a estratégia apresentada pelo grupo que a realizou.

4.1.2. O problema do frango

Como já comentado anteriormente, fizeram parte de minha prática pedagógica não só a proposta de tarefas de resolução de problemas, mas também, em especial, os momentos de socialização, que possibilitaram situações ricas de discussão, negociação de significados e produção de significações matemáticas.

O diálogo estabelecido por intermédio dessas tarefas envolveu os alunos e também a mim, professora-pesquisadora. Essa prática de socializar as tarefas realizadas pelos alunos com seus colegas e comigo aos poucos foi rompendo com as crenças desses alunos em relação ao papel do professor. Esse movimento permitiu aos alunos assumir responsabilidade nos

processos de aprendizagem, descentralizando a figura do professor, fazendo-se protagonistas na produção de saberes.

Nas últimas tarefas, os momentos destinados à socialização foram marcados pela participação efetiva dos alunos nas discussões, nos quais eu, professora-pesquisadora, assumi apenas o papel de coordenadora das discussões, organizando o ambiente a fim de que não houvesse tumulto, garantindo que as perguntas, bem como as respostas, fossem ouvidas e também compreendidas pelos alunos, respeitando o tempo de aprendizagem de cada um, revelando que:

...alunos podem independente e autonomamente monitorar, estruturar e conduzir uma investigação de um problema matemático; sustentar os seus engajamentos com o problema para um periódico de tempo prolongado; e discursivamente desenvolver e implementar heurísticas e idéias matemáticas que levam até o crescimento no entendimento matemático. (POWELL, 2009, p.97).

Essas práticas de discussão entre os participantes podem ser chamadas, segundo Powell (2009), de interlocução. Neste estudo, elas ocorrem nos momentos que os alunos compartilham com os colegas — no grupo ou no coletivo da classe — suas estratégias e ideias matemáticas. Por essas características, considero esses momentos, conforme Carvalho (2005), “dinâmicas de interação”. Esse referencial norteará a minha análise do problema que recebeu o nome de “problema do frango”. Segundo a autora:

Quando um aluno tem de formular uma resposta cognitiva para uma tarefa, começa por construir uma representação da própria tarefa, dos conhecimentos que julga serem necessários e da sua finalidade. Paralelamente, se estiver a trabalhar com outro, pode acontecer que essa mesma situação esteja a ser vivida por este sujeito de uma outra forma, e a partir de agora “as novas cognições vão construir-se num jogo social complexo no qual a negociação de significado vai ter um lugar determinante” (GILLY; ROUX; TROGNON, 1999, p. 22). Esta negociação é uma forma subtil e implícita de construir um significado para a situação através da comunicação, não podendo, por isso mesmo, ser entendida como uma actividade cognitiva dinâmica e complexa. (CARVALHO, 2005, p. 19).

A seguir, apresento a tarefa do “problema do frango”¹⁰, que foi proposto para os alunos durante o segundo congresso matemático, no dia 09/12/09.

¹⁰ Esta situação-problema é uma paráfrase da situação — apresentada pela Prof^ª Dra. Beatriz D’Ambrósio (Miami University) durante uma palestra na USF — que traz a ideia do tempo de preparo do peito de peru para a comemoração do Dia de Ação de Graças.

Na próxima sexta-feira será realizado aqui na escola o almoço de Natal. Este ano o cardápio programado é macarrão ao forno, frango assado e salada verde. A receita do frango que a Silvia vai fazer diz que, para cada 1 kg de frango, são necessários 15 minutos de forno. Ao todo são 13 kg de frango. A que horas a Silvia deverá pôr o frango para assar, se o almoço será servido às 10:30h?

Essa tarefa foi apresentada aos alunos no “II Encontro de alunos que gostam de estudar matemática”. O momento de socialização foi videogravado e será mais bem detalhado no capítulo 5, quando farei a análise de uma outra dupla que socializou sua estratégia de resolução.

Para esse momento, analisarei as interações entre os participantes a partir da resolução desse problema. Destacarei o grupo de Mi, Vi e Gui, que realizaram juntos essa tarefa. É importante ressaltar que o aluno Gui era um caso de inclusão e, segundo seus pais, suas necessidades especiais não tinham sido diagnosticadas. Aponto algumas de suas características: fala pouco desenvolvida, dificuldades na coordenação motora para algumas tarefas e, em relação ao desenvolvimento cognitivo, durante o ano conseguiu aprender a copiar seu primeiro nome, Guilherme. Diante dessa realidade, procurei, durante todo o ano, incluí-lo nos grupos; por isso essa tarefa foi realizada em trio e não dupla, como de costume.

Para essa situação, o grupo apresentou a seguinte estratégia de resolução:

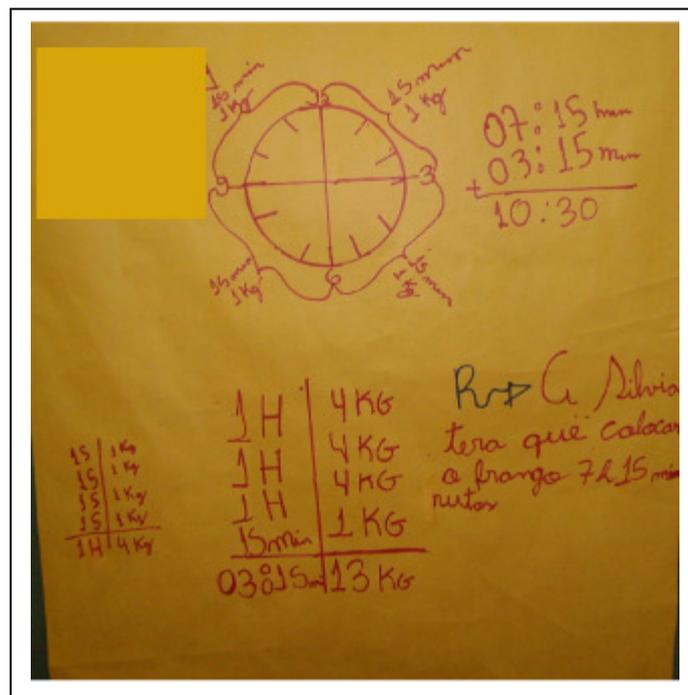


Figura 11: O problema do frango - Trio Mi, Vi e Gui

Antes de trazer a análise da transcrição da socialização desta tarefa, cabe explicitar os motivos que me levaram a selecionar esse grupo para participar desse momento.

Na minha interpretação, a solução apresentada pelo grupo estava correta. No entanto, no registro dessa solução, o grupo não fez referência sobre como descobriram que a merendeira deveria colocar o frango no forno às sete horas e quinze minutos. Talvez tenham chegado ao tempo total de forno e realizado mentalmente uma subtração, tirando das dez horas e meia (horário que o almoço seria servido), três horas e quinze minutos (tempo para assar o frango). Para confirmar esse cálculo, fizeram uma adição.

Isso me fez acreditar que, ao compartilhar essa estratégia, os alunos se envolveriam numa interessante discussão.

Momento de interação 1: Apresentação da estratégia de resolução do grupo.		
0:18:43 	Vi: <i>Ó... a gente pensou é... a gente pensamos que, aí a gente fez um relógio. Aí, de 15 em 15 minutos, ela consegue assar um quilo. Aí a gente fez. Aí, aqui são quatro quilos. Aí a gente somou a do relógio.</i>	Vi começou explicando a estratégia do grupo, porém orientado pela aluna Mi, que antecipou para ele que explicasse a estratégia, mas não deixasse de mostrar o desenho do relógio feito por eles.
0:18:58	Mi: <i>Uma hora que é igual a quatro quilos e aqui quatro quilos. Daí a gente viu que ia passar, se eu colocasse mais quatro quilos. Daí eu coloquei quinze minutos, que é um quilo, que vai dar três e quinze, que aqui vai ser três e quinze. E a gente fez essa soma aqui que deu quinze mais quinze, mais quinze, que deu uma hora e quatro quilos. Daí depois eu fiz aqui: sete e quinze mais três e quinze, que eu vi que dava dez e meia.</i>	Mi interrompeu e continuou a explicação.
0:19:33	Vi: <i>Aí, por isso. Aí quando ele fez, ela somou aqui, aí a gente sabia, aí ela somou. Aí agora a gente descobriu que ela... Aí a resposta “a Silvia terá que colocar o frango sete e quinze”.</i>	O aluno Vi, por ter sido interrompido no início, assim que Mi terminou de falar, voltou, mostrou o desenho novamente e apresentou a sua conclusão.

De início os alunos apresentavam-se bem à vontade para explicar suas ideias. O aluno Vi, orientado por Mi, foi seguindo tudo aquilo que dizia e parecia construir em paralelo uma resposta semelhante à de Mi. Esse movimento Carvalho (2005) define como uma dinâmica de interação caracterizada pela “co-elaboração por consentimento”. Segundo essa autora, na forma de coelaboração por consentimento, “o aceitar dos argumentos do colega funciona como um reforço positivo que controla a resposta proposta por um, mas aceite pelos dois” (CARVALHO, 2005, p.19-20).

Tanto o aluno Vi quanto a aluna Mi se preocuparam em explicitar de forma clara a estratégia usada por eles durante a resolução desse problema. Percebi que o aluno Gui, pelas suas limitações, permaneceu o tempo todo do lado dos colegas do grupo.

Durante a apresentação, todos eles, assim como eu, permaneceram em silêncio, ouvindo os colegas, avaliando suas afirmações e interpretando-as, para, posteriormente, apresentar questionamentos. Terminada a fala dos alunos, organizei o momento das perguntas, uma vez que mais de um aluno se manifestou para questionar.

Momento de interação 2: As primeiras intervenções dos colegas.		
0:20:03 	Professora-pesquisadora: <i>Vamos fazer silêncio para ouvir as perguntas.</i>	Organizei os alunos à medida que foram levantando a mão para falar.
0:20:06	J.R.: <i>É... Por que você fez sete e quinze mais três e quinze?</i>	J.R. iniciou questionando o porquê da adição feita pelo grupo, já que não identificou, na resolução, como os colegas chegaram ao resultado de sete horas e quinze minutos.
0:20:11	Mi: <i>Porque eu já sabia que ia dar dez e meia [inaudível]... É três e quinze.</i>	A aluna Mi não percebeu que o colega que fez essa pergunta não havia conseguido entender como eles chegaram ao resultado de sete horas e quinze minutos. Ela deu a resposta, pressupondo que o aluno soubesse que o grupo havia subtraído, das dez horas e meia, três horas e quinze minutos, chegando, portanto, ao valor de sete horas e quinze minutos.
0:20:17	Vi: <i>Porque ó, você tem... Ó... Tipo, você tá com sete e quinze, ó... Você... Tipo você entra... Vamos supor, você entra na escola às sete e quinze e sai às três e quinze da tarde. Aí você somando tudo vai dar sete e meia. E daí...</i>	O aluno Vi tentou uma explicação, talvez porque tivesse percebido que a pergunta feita por J.R. não havia sido compreendida por Mi, mas não obteve êxito, pois se demonstrou totalmente confuso. Além disso, revelou que nem ele havia entendido o porquê da adição.
0:20:35	Mi: <i>Você vai ficar dez horas e meia.</i>	Mi tentou ajudar e antecipou a resposta. Mas ambos demonstraram que se haviam confundido. Provavelmente, ao resolver essa situação os alunos calcularam mentalmente a diferença entre a hora em que o frango

		deveria ser servido e o tempo dele no forno. No entanto, preocuparam-se em registrar o algoritmo que confirmava tal solução. Quando questionados a respeito da adição, ambos não deram conta de responder.
0:20:38	Vi: <i>Você vai ficar dez horas e meia na escola.</i>	Vi reproduziu a fala da aluna Mi, mas ela demonstrou não estar convencida do exemplo dado pelo colega.
0:20:43	Mi: <i>Não precisa ser de escola, né? Mas tá bom.</i>	

Essas primeiras intervenções revelaram que os alunos, além de envolvidos em falar e ouvir uns aos outros, queriam, com seus questionamentos, entender como seus colegas pensaram para chegar até à resposta da situação de resolução de problema. Nesse sentido, identifico, nos questionamentos do aluno J.R., ao formular sua pergunta, um esforço em tentar descobrir o que seus colegas estavam querendo dizer com a estratégia utilizada.

Com a pergunta formulada pelo colega, tanto a aluna Mi quanto o aluno Vi mobilizaram-se e pensaram em voz alta, com o propósito de descobrir seus próprios pensamentos e satisfazer a inquietação de seu colega. Nesse pensamento em voz alta, é possível identificar não só a tentativa de elaborar de imediato uma solução, mas também a disponibilidade para o trabalho colaborativo. Quando a aluna Mi auxiliou Vi durante as explicações que tentaram dar, ficou nítido que “cada um dos parceiros está envolvido na procura da resolução para a tarefa que têm em mãos” (CARVALHO, 2005, p. 15).

No entanto, houve um momento de desacordo no grupo. Ao tentar explicar uma ideia, o aluno Vi exemplificou utilizando o contexto “escola”, que não foi bem aceito por Mi. Esta, porém, ao exprimir seu desacordo, não argumentou, nem propôs algo novo. A essa dinâmica de interação Carvalho (2005, p.21) chama de “co-elaboração por confronto com desacordo”.

As intervenções continuaram e eu as organizei.

Momento de interação 3: As intervenções ainda não fizeram sentido para o grupo.		
	0:20:50 Professora-pesquisadora: <i>Tem gente que não entendeu. Fala, Ma.</i>	Esse questionamento pode indicar que os tempos de aprendizagem dos alunos não eram os mesmos. Com seu questionamento, Ma revelou que não havia entendido, ainda, como o grupo chegara ao total de três horas e quinze minutos, sinalizando para nós, professores, que temos também que nos mobilizar para essas adversidades presentes nas salas de aula.
	0:20:56 Ma: <i>Ó, vocês somaram aqueles três quinze minutos, aí colocaram uma hora. Como vocês colocaram quatro minutos (fazendo referência aos quatro quinze minutos), aí como deu quatro horas? Por que vocês não [inaudível] quatro horas.</i>	
	0:21:13 Mi: <i>Fala mais alto aí, que cê tá</i>	A aluna Mi reclamou que não escutou a

	<i>falando muito baixo.</i>	pergunta, e, ao refazer, o aluno Ma não repetiu como da primeira vez.
0:21:18	Ma: <i>Tem quantos quinze aí?</i>	
0:21:19	Mi: <i>Tem quatro.</i>	Ma sinalizou que não havia entendido como a soma de quatro quinze minutos pode dar uma hora.
0:21:21	Ma: <i>Vocês colocaram uma hora?</i>	
0:21:23	Mi: <i>É, mais meia hora. Daí meia hora mais meia hora fica igual a uma hora. Daí depois a gente somou aqui uma hora. Aí ficou quatro quilos. Aí a gente fez essa conta que deu treze quilos.</i>	O aluno Ma reformulou sua pergunta, Mi entendeu e tentou explicar como o grupo havia pensado. Para isso, mostrou a estratégia (os dois algoritmos) utilizada pelo grupo, registrada no painel. Fez isso de forma rápida, pois pressupôs que fosse de fácil compreensão.
0:21:40	Ma: [inaudível]	Ma continuou perguntando, parecendo que ainda não havia entendido as explicações do grupo.
0:21:49	Professora-pesquisadora: <i>Não dá pra ouvir, gente.</i>	Os alunos se irritaram com o barulho dos demais colegas e reivindicaram uma postura da minha parte. Imediatamente, chamei a atenção dos alunos.
0:21:54	Mi: <i>Não tá dando mesmo, prô.</i>	
0:21:56	Professora-pesquisadora: <i>Fala de novo, Ma.</i>	
0:21:58	Ma: <i>Aí, cês somaram aqueles quatro um ali que deu quatro quilos. Aí, do outro lado cês puseram treze, catorze e, com aqueles quinze minutos, deu três e quinze.</i>	Ma continuou questionando e demonstrou mais uma vez que não havia entendido as explicações de Mi.
0:22:15	Mi: [inaudível] <i>Depois a gente juntou três e quinze mais sete e quinze, que é igual a dez e meia [inaudível] a gente sabia que a resposta era sete e quinze que ela tinha que colocar o frango no forno.</i>	Mi não percebeu que Ma ainda estava com muitas dúvidas e seguiu na explicação, como se ele tivesse entendido sua fala.
0:22:29	Professora-pesquisadora: <i>Você entendeu o que ela explicou? Fala, Thi.</i>	Ao perguntar se o aluno havia entendido, percebi que não, porém dei sequência aos questionamentos de outros alunos, na intenção de que outros apontamentos auxiliassem também o aluno Ma.

Nesse momento de interação, organizei a fala dos alunos, evitando tumulto entre eles, já que muitos se manifestaram para realizar questionamentos. Contudo, identifiquei que os alunos que participaram desse momento de interação facilmente se irritaram com o barulho dos demais colegas da sala. Essa socialização aconteceu depois que dois grupos já haviam se apresentado, o que sinaliza que os alunos se concentram por pouco tempo numa atividade. Isso é revelador de que, no momento da socialização, o professor não pode solicitar que todos os grupos se apresentem, pois a dispersão dos alunos pode comprometer o trabalho.

Outro aspecto importante no momento de interação 3 foi a sensibilidade que se fez necessária para não insistir na fala do aluno Ma: percebi que as perguntas feitas pelo aluno não estavam sendo compreendidas pelo grupo que estava apresentando, e que as respostas dadas por Mi não satisfizeram o aluno questionador. Por isso, ao ver que o momento estava se tornando cansativo para o aluno que seguia perguntando e para o que seguia respondendo, mesmo sabendo que Ma não havia compreendido, dei continuidade às discussões, deixando que outros alunos participassem desse momento de interação.

Momento de interação 4: A intervenção dos alunos na tentativa de descobrir como o grupo pensou.		
0:22:33 	Thi: <i>Ali cês fizeram três vezes uma hora, certo? Então da onde cês tiraram aqueles quinze minutos?</i>	No caso de Thi, quando formulou sua pergunta, revelou que havia compreendido perfeitamente como o grupo tinha feito para chegar à conclusão de que quatro vezes quinze minutos é igual a uma hora (dúvida não compreendida pelo aluno Ma). No entanto, indicou que queria descobrir como o grupo havia concluído que 13 kg correspondem a três horas e quinze minutos de forno.
0:22:40	Mi: <i>Da onde que eu tirei isso?</i>	
0:22:43	Thi: <i>Não, o outro.</i>	
0:22:44	Mi: <i>Esse?</i>	
0:22:45	Thi: <i>É, do lado desse aí.</i>	
0:22:48	Mi: <i>Aqui?</i>	
0:22:49	Thi: <i>Esse aí que a Mi mostrou.</i>	
0:22:53	Mi: <i>Tá [inaudível] eu já sabia que ia dar mais do que treze se eu colocasse outro quatro. Daí a gente já sabia que lá tava falando que um quilo é igual a quinze minutos. Só que precisava pra fazer e a gente colocou. E a gente somou [inaudível] aí deu treze.</i>	Nesse momento, a aluna Mi tentou explicar a Thi que, se ela colocasse na coluna das horas mais uma hora, isso não permitiria fazer referência aos treze quilos, anunciando que passaria. Dessa forma, ela justificou o porquê de adicionar à coluna das horas mais quinze minutos, correspondente a um quilo de frango, e não um hora, quatro quilos de frango.
0:23:09	Vi: <i>Que ela quer dizer que a gente somou aqui quatro, quatro, quatro. Daí, quatro mais quatro, oito, mais quatro, doze, aí se a gente ponesse mais quatro quilos, ia passar. Aí, ela ponzou um, mais um quilo que ia ser quinze minutos que [inaudível] daí vai dar treze quilos, três horas e quinze minutos.</i>	O aluno Vi interrompeu a fala da aluna Mi, pois, provavelmente, percebeu que Thi ainda não estava entendendo. Por isso tentou explicar passo a passo o procedimento utilizado pelo grupo para chegar a três horas e quinze minutos de forno, correspondente a treze quilos de frango. Vi foi mostrando no painel como o grupo havia pensado: “quatro mais quatro, oito, mais quatro, doze, aí se a gente ponesse mais quatro quilos, ia passar”.
0:23:28	Professora-pesquisadora: <i>Entendeu, Thi?</i>	Percebi que, mesmo diante das duas explicações dadas por Vi e por Mi, o aluno Thi não havia conseguido entender, por isso

		questionou.
0:23:31	Thi: <i>Eu não entendi, professora.</i>	Sem qualquer constrangimento, Thi respondeu, dizendo que não havia entendido.
0:23:33	Professora-pesquisadora: <i>Você não entendeu? Então explica de novo, então.</i>	Solicitei ao grupo que tentasse explicar de novo. Esse movimento estimulou os alunos a procurarem outras formas para comunicar suas ideias, quando estas não fossem entendidas.
0:23:35	Mi: <i>Ó... A gente pegou... A gente sabia que uma hora era quatro quilos. Daí a gente fez uma hora, uma hora... Daí aqui nós somou: quatro com mais quatro, oito, com doze, daí nós sabia que nós colocava quatro, ia passar e daí a gente pensou ali e colocou um quilo que era quinze minutos. Deu três e quinze, daí nós somou [...] aqui.</i>	A fim de que o aluno Thi entendesse como o grupo havia pensado, Mi explicou mais uma vez. Só que agora o fez detalhadamente. Começou fazendo as referências na tabela: tempo/quantidade de frango. A partir daí, ela se apropriou da fala anterior de Vi “ <i>Daí aqui nós somou: quatro com mais quatro, oito, com doze, daí nós sabia que nós colocava quatro, ia passar e daí a gente pensou ali e colocou um quilo que era quinze minutos. Deu três e quinze, daí nós somou.</i> ”
0:23:54	Thi: <i>Entendi.</i>	A explicação de Mi foi entendida por Thi, que se apropriou dessas ideias.
0:23:55	Professora-pesquisadora: <i>Entendeu?</i>	O aluno sinalizou com a cabeça que havia entendido.

Nesse momento de interação, novamente os alunos revelaram-se interessados em descobrir como o grupo da aluna Mi havia procedido para solucionar o problema inicialmente proposto. Mais uma vez esse grupo, de forma colaborativa, tentou explicitar os seus próprios pensamentos. No entanto, essa comunicação de ideias não foi prontamente compreendida, obrigando o grupo a, rapidamente, buscar outras formas de explicar seus pensamentos, já que desejavam ser entendidos.

Primeiro, a aluna Mi tentou explicar. O não entendimento do aluno Thi fez com que Vi desse continuidade às explicações. Novamente o aluno Thi não entendeu; então, a aluna Mi retomou novamente sua ideia inicial, unindo suas informações primeiras com a da fala de seu colega Vi. Reformulou a resposta, num movimento chamado de “co-elaboração por co-construção” (CARVALHO, 2005, p.20), e foi capaz de satisfazer às dúvidas de Thi.

Nesse tipo de co-elaboração, assistimos a uma verdadeira co-construção de uma solução, sem que haja manifestação observável de desacordos ou contradições entre os dois alunos que estão a trabalhar em pares com o objectivo de resolver uma tarefa. (Ibidem, p. 20).

Quando se oportuniza aos alunos um ambiente como esse, em que eles têm a possibilidade de estabelecer entre si a comunicação, tão logo criamos “diversas oportunidades de trocarem informações, de interagirem, de descobrirem o que cada um pensa e sabe acerca da tarefa que têm para resolver” (CARVALHO, 2005, p.23).

Nesse ambiente de aprendizagem, não há espaço para constrangimentos acerca daquilo que não se sabe ou não se entende. Na fala de Thi, “*Eu não entendi, professora*”, o aluno demonstrou que não havia problemas em não compreender o que estava sendo comunicado, revelando que o interesse estava, de fato, em descobrir como o grupo havia pensado tais estratégias. Para que essa prática se consolide no grupo, é preciso que o professor possibilite essa troca, esse envolvimento, para que os estudantes se sintam à vontade para discutir entre si, sem peso para os erros nem para as críticas.

A fim de que os alunos apresentassem suas dúvidas, dei sequência à discussão.

Momento de interação 5: A aluna Mi apropriou-se das ideias circuladas nos momentos de interação.		
0:23:56 	Professora-pesquisadora: <i>Mais alguém tem pergunta?</i> (os alunos sinalizam que não). <i>Eu tenho.</i>	Perguntei os alunos se havia mais perguntas. Ao sinalizarem que não, tomei partido e formulei uma questão acerca da fala do aluno Vi, logo no começo da discussão.
0:24:03	Professora-pesquisadora: <i>Eu tenho uma pergunta: o Vi disse assim que... Perguntaram assim: como que tinha chegado nas sete horas , é... nas dez e meia. Aí ele falou que se a gente chegasse na escola...</i>	Os alunos manifestaram-se, dizendo que não era válido eu formular uma questão. No entanto, não me importei e segui explicitando minha pergunta, porém, me perdi na formulação; mas, logo em seguida, dei continuidade e Bru interrompeu, dizendo que sabia o que eu ia perguntar. Isso indicou que essa fala de Vi havia incomodado mais gente, além de mim. Segui falando e concluí a pergunta.
0:24:18	Bru: <i>Prô, eu sei o que a senhora vai perguntar.</i>	
0:24:19	Professora-pesquisadora: <i>...às sete e quinze e saísse três e quinze, nós ficaríamos dez horas e meia na escola, será?</i>	
0:24:30	Mi: <i>Por isso que eu falei que com escola não.</i>	Mi manifestou-se imediatamente, retomando sua posição contrária ao exemplo dado por Vi, mas tentou explicar.
0:24:34	Professora-pesquisadora: <i>Calma aí, deixa a Mi falar.</i>	
0:24:38	Mi: <i>Eu pensei assim ó: se nós colocasse [inaudível] tinha que sair tipo assim, sair de casa, nós se arrumava aqui e parava aqui, daí nós tinha que sair dez e meia. Acho que eu vou pensar outro jeito [inaudível]</i>	Mi iniciou a explicação por meio de um exemplo; no entanto, quando foi concluí-lo, percebeu que este não satisfazia a pergunta da professora. Ela se confundiu e logo percebeu que deveria encontrar outro exemplo, já que esse não daria conta de esclarecer os questionamentos da professora.

0:24:57	Professora-pesquisadora: <i>Alguém quer ajudar?</i>	Ao perceber que outros alunos levantaram a mão para falar, perguntei se alguém queria ajudar a aluna Mi.
0:25:02	Bru: <i>Tipo assim, ela vai pro trabalho, começa a trabalhar às sete horas e quinze minutos da manhã. Aí ela... Sete horas e quinze minutos. E depois ela passa pra comprar pão numa padaria que ela demora pra chegar em casa mais três horas e quinze minutos. Aí dá dez e meia, dez horas e meia.</i>	Bru tentou exemplificar, com uma situação do cotidiano, como o grupo da aluna Mi havia feito para chegar ao resultado de sete horas e quinze minutos, tentando justificar a adição das sete horas e meia com as três horas e quinze minutos feita pelo grupo na resolução do problema. Um pouco confuso, o aluno Bru concluiu o exemplo, esperando que a aluna Mi se apropriasse de suas ideias.
0:25:30	Professora-pesquisadora: <i>Entendeu, Mi?</i>	Para certificar se a aluna havia entendido ou não, eu os questionei.
0:25:32	Mi: <i>Entendi.</i>	Mi sinalizou que havia entendido as ideias que Bru havia comunicado.
0:25:33	Professora-pesquisadora: <i>Fala, St.O.</i>	A aluna St.O. tentou impor sua maneira de pensar ao grupo: <i>“ela tinha que fazer assim, ó”</i> .
0:25:46	St.O.: <i>Professora, ela tinha que fazer assim ó. Ela fez dez e meia menos três horas e quinze que foram o resultado que deu, que é a hora que a Silvia vai demorar, que deu as três horas e quinze. Aí depois, ela viu que [inaudível], igual eu falei pra eles, pra ver se dava certo as horas que ele tirou, pra ver se dava dez e meia, certinho.</i>	De forma clara, a aluna conseguiu explicitar, como, provavelmente, o grupo havia pensado para chegar às sete horas e quinze minutos: <i>“Ela fez dez e meia menos três horas e quinze”</i> . Depois complementou, apontando o porquê de o grupo ter feito a adição: <i>“pra ver se dava certo as horas que ele tirou pra ver se dava dez e meia, certinho”</i> .
0:25:58	Professora-pesquisadora: <i>Entendeu o que ela falou pra vocês?</i>	Novamente questionei se o grupo havia entendido.
0:26:00	Mi, Vi e Gui: <i>Entendemos.</i>	Os três alunos responderam positivamente. Embora Gui não tivesse participado efetivamente da atividade, devido às suas necessidades especiais, ainda assim, sinalizou com a cabeça que havia entendido.
0:26:01	Professora-pesquisadora: <i>Foi isso que você fez, Mi?</i>	
0:26:02	Mi: <i>Daí que eu fiz essa conta pra ver se tava certo.</i>	A fala da aluna St.O. foi clara o suficiente para que a aluna Mi entendesse os questionamentos que estavam sendo feitos.
0:26:05	Professora-pesquisadora: <i>Ah, então essa conta você fez pra ver se tava certo? E como que você chegou nas sete horas e quinze minutos?</i>	Continuei questionando, pois desejava saber se os alunos chegaram às sete horas e quinze minutos (hora que a Silvia deveria começar a assar o frango) através do cálculo mental.
0:26:12	Mi: <i>Fazendo de cabeça, né, prô.</i>	Mi respondeu, expressando indignação por eu não ter percebido que utilizara o recurso do cálculo mental.
0:26:14	Professora-pesquisadora: <i>Você foi fazendo de cabeça? E como que</i>	Continuei insistindo, pois queria que a aluna, explicasse como havia pensado.

	<i>you thought of it?</i>	
0:26:31	Mi: <i>I got ten and a half and took three and fifteen, that's what I saw that was seven and fifteen. At that time I saw that was right.</i>	Mi apropriou-se das ideias comunicadas pelos seus colegas no momento da discussão e compreendeu os questionamentos realizados pelos participantes na tentativa de descobrir como o grupo havia pensado matematicamente a estratégia de solução da resolução de problemas.
0:26:35	Professora-pesquisadora: <i>Ah, you spent more than three hours and fifteen minutes to confirm that it would be ten and a half.</i>	

Percebi, no momento de interação 5, que os alunos estavam cansados, dispersos, esperando que eu encerrasse logo a discussão; no entanto, os alunos foram surpreendidos com minha pergunta para o grupo.

Na tentativa de responder ao meu questionamento: “*Se a gente chegasse na escola às sete e quinze e sáísse três e quinze, nós ficaríamos dez horas e meia na escola, será?*”, somente a aluna Mi se manifestou. Novamente, ela se colocou em desacordo com esse exemplo trazido pelo seu colega Vi no momento de interação 2; porém, dessa vez, ela reagiu, discordando da ideia inicial de Vi e argumentando com outra. A essa dinâmica de interação Carvalho, (2005, p.21) chama “co-elaboração por confrontos contraditórios”. Ao tentar explicitar essas ideias através de exemplos do cotidiano, Vi também acabou por confundir-se. No entanto, a prática de um trabalho colaborativo como rotina desses alunos fez com que Bru se prontificasse a ajudar a aluna Mi.

Em seguida, notei que outros alunos também se mobilizaram para isso. Tanto o aluno Bru quanto a aluna St.O. tentaram, em suas falas, convencer Mi da maneira pela qual deveria pensar, revelando que cada um queria impor sua própria forma de pensar matematicamente.

Ao perguntar, após as duas contribuições, se Mi havia entendido a comunicação de ideias, tentei verificar se a aluna tinha ou não compreendido. Essa situação revela que, assim como o professor, os alunos também são capazes de mediar avanços dos processos de aprendizagem. Essas interações estabelecidas entre o professor e os alunos e entre os próprios alunos permitem que estes tenham suas atividades criativas estimuladas, bem como tornam possíveis “novas formas de compreensão das idéias matemáticas” (CARVALHO, 2005, p.23).

Momento de interação 6: A fala dos outros fazendo sentido para Mi.		
0:26:40 	Professora-pesquisadora: <i>Fala, Ma, que faz tempo que você tá levantando a mão.</i>	O aluno Ma demonstrou que não havia entendido o desenho do relógio feito pelo grupo.

0:26:43	Ma: <i>Aí vocês desenharam um relógio e fizeram aquele negócio e colocaram quinze minutos e um quilo.</i>	
0:26:51	Vi: <i>A gente fez isso daqui porque é quinze minutos que ela demora pra assar um quilo. Daí aqui a gente já descobriu que ela demora uma hora para assar quatro quilos. Aí a Mi fez isso e isso aqui, entendeu? E aqui uma hora era quatro quilos. Uma hora, quatro quilos. Uma hora, quatro quilos. E quinze minutos, um quilo, entendeu?</i>	Vi recorreu ao painel elaborado pelo grupo e, no relógio desenhado nesse painel, ele explicou detalhadamente como o grupo havia pensado.
0:27:18	Professora-pesquisadora: <i>A última do Thi e daí a gente encerra e vai pra outra.</i>	Vendo que os alunos já se apresentavam impacientes, demonstrei que queria encerrar a discussão, mas Thi manifestou-se para falar.
0:27:23	Thi: <i>Então, já que vocês colocaram quinze minutos. Ali era um quilo, certo? Aí você colocou um quilo, quatro quilos. Um quilo, quatro quilos. Um quilo, quatro quilos. Então por que, quando chegou no quinze minutos, vocês colocaram um quilo e não colocaram meia hora?</i>	Thi retomou a questão feita no momento de interação 4, indicando que as explicações dadas pelo grupo não foram suficientes para que ele compreendesse. Embora tivesse dito anteriormente que havia entendido, sua pergunta revelou que a referência ao tempo de quinze minutos para um quilo de frango ainda não fazia sentido para ele. O aluno questionou o porquê de o grupo ter desenhado um relógio para representar os quatro quilos de frango, não tendo feito o mesmo para indicar os quinze minutos restantes, que compreendem um quilo de frango.
0:27:42	Mi: <i>Eu não coloquei um relógio nisso porque daí eu tinha que fazer outro relógio pra colocar e dividir ele em quatro.</i>	Mi explicou, mas não foi clara na sua fala.
0:27:59	Professora-pesquisadora: <i>Entendeu ou não entendeu? (senti que ele ainda não havia entendido).</i>	Fiz a pergunta, e Thi, assim como a aluna An, respondeu que não havia entendido. Logo, pedi a Mi que tentasse explicar novamente.
0:28:04	Professora-pesquisadora: <i>Não entendeu, An? Explica de novo, Mi. Mas só que ela vai explicar e vocês têm que fazer silêncio, porque senão quem tá fazendo a pergunta não vai ouvir a resposta.</i>	

0:28:18	Mi: <i>Ó... O Thi perguntou por que eu não fiz um relógio falando disso. Daí eu falei assim: daí eu tinha que fazer outro relógio e dividir ele só em uma parte e deixar o resto assim. Daí eu ia dividir ele em uma parte e colocar quinze minutos – um quilo, pra ser igual esse que eu coloquei aqui.</i>	Mi, agora, tentou explicar, mostrando no relógio que, caso, fosse representar os quinze minutos no relógio, teria que desenhar outro relógio, dividir em quatro partes (cada uma representando quinze minutos) e em seguida indicar nele apenas uma fração de quinze minutos sendo igual a um quilo restante, para completar os treze quilos de frango (total).
0:28:40	Professora-pesquisadora: <i>Você entendeu, An?</i>	A aluna Na manifestou ter entendido a explicação de Mi.
0:28:41	An: <i>Sim.</i>	
0:28:42	Professora-pesquisadora: <i>Se vocês tivessem que desenhar os relógios pra representar os treze quilos, quantos relógios vocês teriam que desenhar?</i>	Intervim mais uma vez e formulei outra pergunta.
0:28:52	Mi: <i>Cinco, por que representa também esse?</i>	A aluna Mi entendeu perfeitamente a pergunta feita por mim e respondeu corretamente, indicando que toda a discussão acerca da sua tarefa tinha feito muito sentido, ou seja, ela se apropriou das ideias comunicadas.
0:28:56	Professora-pesquisadora: <i>Sim.</i>	
0:28:57	Mi: <i>Daí nós tinha que desenhar quatro relógios.</i>	
0:28:58	Professora-pesquisadora: <i>Quatro relógios.</i>	
0:29:01	Mi: <i>Achei mais fácil assim.</i>	A aluna sentiu necessidade de justificar o porquê de ter adotado tal perspectiva na resolução da situação-problema.
0:29:03	Professora-pesquisadora: <i>Ah! Entendi.</i>	Finalmente, encerrei o momento de socialização.
0:29:05	Professora-pesquisadora: <i>Acabou.</i>	

Nesse momento de interação, ficou evidente que o tempo de aprendizagem dos alunos é diferente. Quando dei voz ao aluno Ma e o ouvi, ele revelou que não havia compreendido sequer o relógio que o grupo havia desenhado para fazer a relação entre a quantidade de frango e o seu respectivo tempo de forno. Esse questionamento repetiu a pergunta feita por esse aluno no início da socialização, o que indicou que as discussões realizadas não foram capazes de fazê-lo apropriar-se das ideias matemáticas que foram comunicadas.

O mesmo aconteceu com o aluno Thi, que, ao formular sua questão, demonstrou que não havia compreendido as explicações dadas pelo grupo no momento de interação 4.

No entanto, embora os alunos estivessem cansados, o grupo respondeu aos questionamentos. Tanto o aluno Vi quanto a aluna Mi procuraram buscar formas de comunicar suas ideias para que seus colegas entendessem como pensaram. Novamente se

revelou, no trabalho colaborativo desses dois alunos, uma dinâmica de interação situada na coelaboração por coconstrução.

Não é fácil saber se cada um dos alunos chegaria à mesma solução se estivesse a trabalhar isoladamente; o que se verifica é que cada um aproveita a ideia do colega para o seu raciocínio. Cada um dos alunos reforça o que o colega vai dizendo quando utiliza a sua ideia. (CARVALHO, 2005, p.20).

Com o propósito de encerrar o momento de socialização, aceitei prontamente quando os alunos Ma, An e Thi disseram que compreenderam as ideias matemáticas explicitadas. Ainda assim, não hesitei e formulei mais uma pergunta aos alunos; e Mi, ao responder, revelou que toda a dinâmica de interação, bem como as intervenções realizadas pelos colegas de sala e por mim, haviam sido apropriadas por ela.

Tanto Mi como Vi demonstraram avanços nos processos de aprendizagem nesse momento de interação, evidenciando a importância de criar, nos ambientes de sala de aula, situações nas quais os alunos trabalhem de forma coletiva e sejam convidados a protagonizarem sua própria aprendizagem.

Quando um aluno tem que formular uma resposta cognitiva para uma tarefa, começa a construir uma representação da própria tarefa, dos conhecimentos que julga serem necessários e da sua finalidade. Paralelamente, se estiver a trabalhar com outro, pode acontecer que essa mesma situação esteja a ser vivida por este sujeito de uma outra forma, e a partir de agora “as novas cognições vão construir-se num jogo social complexo no qual a negociação do significado vai ter lugar determinante” (GILLY; ROUX; TROGNON, 1999, p. 22). Esta negociação é uma forma subtil e implícita de construir um significado para a situação através da comunicação, não podendo, por isso mesmo, ser entendida como um acordo pré-existente entre dois sujeitos, com o objectivo de resolver uma tarefa proposta, mas como uma actividade cognitiva dinâmica e complexa. (CARVALHO, 2005, p.19).

Nesse sentido, reconheço a potencialidade dessa prática nas aulas de matemática. É importante, porém, destacar que não é possível garantir, numa sala de aula, a participação ou o envolvimento de todos os alunos. Isso se deve à complexidade desse ambiente de aprendizagem.

Em ambos os momentos de interação compartilhados nesta seção de análise, ficou evidente que apenas alguns alunos participaram das discussões. Vários fatores podem ser motivadores dessa realidade; destaco, aqui, a possibilidade de um deles referir-se às crenças desses alunos em relação a essa nova cultura de aula de matemática, para a qual não estavam acostumados a ter voz e a serem ouvidos.

Ainda assim, mesmo não envolvendo todos os alunos nessa discussão, oportuneizei tais momentos aos alunos, pois acredito que, ao favorecer, nos ambientes de aprendizagem, os momentos de interação, “assistimos a seqüências de trabalho cognitivo tanto individual como social”. (CARVALHO, 2005, p.19).

4.2. A comunicação possibilitando-me intervenções

É comum, na maioria das salas de aula, a ocorrência da comunicação caracterizada por uma relação de desigualdade entre professores e alunos. Segundo Alrø e Skovsmose (2006, p. 27-28):

O professor conhece as respostas para suas questões de antemão e espera que os alunos adivinhem o que ele tem em mente. Esse procedimento é repetido muitas vezes: uma resposta certa dá origem a novas questões formuladas pelo professor. A experiência dos alunos possivelmente se torna fragmentada, porque eles não conseguem formar uma imagem do propósito geral da atividade. Eles precisam fazer grande esforço, acompanhando o professor o tempo todo, para conseguir consolidar uma visão geral do que está acontecendo. Isso significa que os alunos concentram-se mais no processo de adivinhação do que no conteúdo matemático estudado.

Meu objetivo, durante a pesquisa, foi romper com a crença dessa prática pedagógica centrada na figura do professor, sinônima de silêncio, de ausência de comunicação, caracterizada apenas pela oralidade do professor.

Apoio-me em Santos, V. (2005, p. 117), quando destaca que a comunicação nas aulas de matemática pode ser entendida:

...como todas as formas de discursos, linguagens utilizadas por professores e alunos para representar, informar, falar, argumentar, negociar significados. Uma atividade não unidirecional, mas entre sujeitos, cabendo ao professor a responsabilidade de encorajar os alunos e neles despertar o interesse e a disposição para uma participação mais ativa.

Reconhecendo a importância da comunicação nos espaços escolares, busquei, ao longo da pesquisa, propor tarefas que promovessem a comunicação entre os alunos e destes comigo. É sabido que a responsabilidade de escolher tarefas apropriadas é do professor; por isso, procurei propor atividades nas quais os alunos pudessem refletir e comunicar ideias matemáticas.

O trabalho nessa perspectiva garantiu que os momentos anteriormente caracterizados por minhas explicações cedessem lugar à formulação de perguntas elaboradas por mim. Essas tarefas tiveram como principal objetivo promover discussões entre mim e os alunos, com a

finalidade de desenvolver as capacidades de comunicar ideias num ambiente de aprendizagem permeado pelo diálogo, por intervenções e interações.

Buscando abrir espaço para os momentos de problematizações nas aulas de matemática, propus vários tipos de tarefas de resolução de problemas. As análises nessa subcategoria estão centradas nas resoluções de problemas apresentadas em tabelas de entrada múltipla.

Esse modelo de tarefa foi ganhando espaço no nosso ambiente de sala de aula, por possibilitar minha intervenção escrita. Na primeira coluna está o texto e, nas demais, fica o espaço para minhas intervenções e para as “meta-reflexões” (POWELL; BAIRRAL, 2006) e as (re) construções de significações matemáticas dos alunos. Para a produção de significações, é “imprescindível que os discentes reflitam novamente ou ‘meta-reflitam’ sobre o que escreveram em versões anteriores” (POWELL; BAIRRAL, 2006, p.81, grifo dos autores). Nesse sentido é que investi nesses modelos de tarefas, acreditando nas suas contribuições para os avanços nos processos de aprendizagem dos alunos.

Praticamente todas as tarefas propostas no segundo semestre de 2009 foram realizadas com os alunos organizados em duplas, já que, como comentei em outros momentos, acredito na potencialidade do trabalho coletivo e colaborativo. No caso de minha sala de aula multisseriada, o desafio foi unir, nas duplas, alunos de anos distintos, com a finalidade de trabalharem juntos num mesmo problema, acreditando na riqueza dos saberes produzidos a partir de uma proposta de trabalho coletivo.

Nesta subcategoria, a análise tem como foco os momentos de comunicação como possibilidade de fazer as minhas intervenções. Meu objetivo está em identificar em quais momentos essas intervenções foram capazes de colocar em movimento o pensamento matemático dos alunos, fazendo-os avançar nos processos de aprendizagem, tornando-os capazes de fazer, sozinhos, o que antes fora realizado com meu auxílio.

Para essa análise apoiar-me-ei no conceito de zona de desenvolvimento proximal (Z.D.P.), definido por Vigotski como:

[...] a distância entre o nível de desenvolvimento real que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes. (VIGOTSKI, 1998, p. 112).

Fiz um recorte das tarefas propostas durante a pesquisa. Selecionei três tarefas de resolução de problemas. Dentre essas três, destaquei algumas duplas e analisarei minhas intervenções escritas.

4.2.1 O problema dos cavalos

Esta tarefa foi realizada pelos alunos organizados em duplas no dia 14/09/09:

José Carlos é pai de três filhos. No mês passado ele faleceu. Agora seus filhos terão que dividir os 19 cavalos deixados pelo pai. O que vocês sugerem que façam para que essa divisão não deixe nenhum dos filhos em desvantagem?

<p>José Carlos é pai de três filhos. No mês passado ele faleceu. Agora seus filhos terão que dividir os 19 cavalos deixados pelo pai. O que sugere que façam para que essa divisão não deixe nenhum dos três filhos em desvantagem?</p>	<p>Eu e a Jéssica fizemos um desenho atrás da folha e vimos que deu 6 pra cada um criança e eu e ela fizemos divisão e também sobrou 1 cavalo foi fácil fazer a conta</p> <p>O que vocês vão fazer com o cavalo que sobrou? eu venderia por 20 reais</p>	<p>E depois o que fariam com o dinheiro da venda? eu compraria mais 3 cavalos e dividiria para cada um</p>
---	--	--

Dupla: *Eu e a Jéssica fizemos um desenho atrás da folha e vimos que deu 6 pra cada um criança. Eu e ela fizemos divisão e também sobrou 1 cavalo. Foi fácil fazer a conta*

Professora-pesquisadora: *O que vocês vão fazer com o cavalo que sobrou?*

Dupla: *Eu venderia por 20 reais.*

Professora-pesquisadora: *E depois, o que fariam com o dinheiro da venda?*

Dupla: *Eu compraria mais 3 cavalos e dividiria para cada um.*

Figura 12: O problema dos cavalos – Dupla: Ma e Jes

Na primeira resposta dada por essa dupla, os alunos ignoraram o fato de ter sobrado um cavalo. Responderam apenas que cada filho recebeu seis cavalos. No entanto, quando fiz a intervenção escrita, perguntando o que fazer com o cavalo que sobrou, os alunos sugeriram que ele poderia ser vendido por vinte reais. Quando questionados a respeito do que fazer com o dinheiro da venda, a dupla, provavelmente, não pensou numa possível divisão desse dinheiro, tampouco relacionou o fato com situações do cotidiano, já que um cavalo,

difícilmente, será vendido por vinte reais. Ou, provavelmente, esse era um contexto distante da realidade deles, daí não conseguem pensar no valor real de um cavalo.

Questionados sobre o que fariam com o dinheiro da venda dos cavalos, a dupla disse que compraria mais três cavalos para serem divididos entre os três filhos. Com as minhas intervenções, não foi possível aos alunos enxergarem a possibilidade de dividir o dinheiro entre os três filhos de José Carlos – que era a sua expectativa. A resposta dada pelos alunos me fez pensar que eles estimaram, caso realizassem uma outra divisão, que esta apresentaria resto e provavelmente, surgiria novo questionamento. Isso fez com que finalizassem logo a situação; e por isso deram a resposta de que utilizariam o dinheiro para comprar mais três cavalos, pois assim não teriam problemas com o resto, já que a divisão dos três cavalos adquiridos seria exata.

Fica evidente ainda que o fato de vender um cavalo para comprar três (situação um tanto difícil) não incomodou os alunos dessa dupla. Isso leva a refletir, ainda, que faz parte da cultura de uma aula de matemática o aluno dar a resposta a um problema, não importando o quanto ele possa ou não fazer sentido do ponto de vista da realidade. Isso porque a ênfase é posta, na maioria das vezes, em problemas escolares, o que não permite que o aluno estabeleça relações com outras práticas que não sejam as escolares.

A mesma intervenção não repercutiu igualmente em outra dupla. Pa e Sa deram outra sugestão do que fazer com o cavalo que sobrou. Como revela a Figura 14, as alunas nem cogitaram a ideia de vender o cavalo e dividir o dinheiro. Sugeriram, de imediato, que os irmãos usassem o cavalo juntos, justificando a solução para o problema.

<p>José Carlos é pai de três filhos. No mês passado ele faleceu. Agora seus filhos terão que dividir os 19 cavalos deixados pelo pai. O que sugere que façam para que essa divisão não deixe nenhum dos três filhos em desvantagem?</p> $\begin{array}{r} 19 \\ -18 \\ \hline 01 \end{array}$ <p>Eu peguei o 19 que é o total de cavalos e dividi por 3 que é o total de filhos que deu 6 cavalos para cada um de seus filhos.</p> <p>No entanto, sobrou um cavalo. O que você sugere que os três filhos façam com ele?</p>	<p>Eu sugiro que o cavalo que sobrou eles usem juntos e assim não sobra nem um cavalo</p>	<p>legal! Agora escreva o que vocês acharam dessa situação-problema.</p> <p>Eu achei que essa situação-problema é interessante por que fala de uma divisão e eu acho interessante divisão e isso</p>	
<p>Dupla: Eu peguei o 19, que é o total de cavalos, e dividi por 3, que é o total de filhos, que deu 6 cavalos para cada um de seus filhos.</p> <p>Professora-pesquisadora: No entanto, sobrou um cavalo. O que vocês sugerem que os três filhos façam com ele?</p> <p>Dupla: Eu sugiro que o cavalo que sobrou eles usem juntos e assim não sobra nem um cavalo.</p>			

Figura 13: O problema dos cavalos – Dupla: Pa e Sa

No caso de outras três duplas, os alunos já apresentaram, na primeira resposta para essa situação, uma solução para o cavalo que sobrou: vendê-lo. Diante dessa resposta dada pelos alunos, dei sequência às intervenções e desafiei-os, com o propósito de descobrir o que fariam com o dinheiro após a venda.

Thi e Nati (Figura 14), quando questionados por mim sobre o que fazer com o dinheiro adquirido com a venda do cavalo, logo responderam que doariam tal quantia. Não satisfeita com a resposta, continuei questionando, talvez pela expectativa de obter da dupla uma resposta parecida com a de Ma e Jes, que atribuíram um valor para essa venda e justificaram que essa quantia seria dividida entre os filhos.

Insisti com os questionamentos, dizendo que poderia acontecer de um dos filhos não aceitar a doação do dinheiro da venda do cavalo. Sem qualquer problema, a dupla sugeriu que os filhos comessem o cavalo.

Questionadas por qual valor venderiam o cavalo, as duas duplas escolheram valores cuja divisão por três não deu exata. Então, desafiei-os mais uma vez, questionando como dividiriam esse dinheiro entre os três filhos. Como explicitam as Figuras 15 e 16, ambas as duplas utilizaram como recurso o algoritmo da divisão para encontrar o resultado dessa divisão.

<p>José Carlos é pai de três filhos. No mês passado ele faleceu. Agora seus filhos terão que dividir os 19 cavalos deixados pelo pai. O que sugere que façam para que essa divisão não deixe nenhum dos três filhos em desvantagem? PROVA REAL</p> $\begin{array}{r} 19 \overline{) 19} \\ -18 \\ \hline 01 \end{array}$ $\begin{array}{r} 6 \\ \times 3 \\ \hline 18 \\ \hline 19 \end{array}$	<p>Eles vão vender 1 cavalo.</p> <p>E fazer o que com o dinheiro da venda?</p> <p>Dividir com os irmãos.</p>	<p>Por quanto vocês venderiam esse cavalo?</p> <p>Resposta: Eu venderia por 100 reais.</p>	<p>E como dividiria os 100 reais entre os 3 irmãos?</p> $\begin{array}{r} 100 \overline{) 3} \\ -9 \\ \hline 10 \\ \hline 1 \end{array}$ <p>O que fazer com o dinheiro que sobrou? Vou guardar o dinheiro.</p>
--	--	--	--

Dupla: *Eles vão vender 1 cavalo.*

Professora-pesquisadora: *E o que vão fazer com o dinheiro da venda?*

Dupla: *Dividir com os irmãos.*

Professora-pesquisadora: *Por quanto vocês venderiam esse cavalo?*

Dupla: *Eu venderia por 100 reais.*

Professora-pesquisadora: *E como dividiriam os 100 reais entre os três irmãos?*

Dupla: *A dupla apresenta o algoritmo da divisão corretamente.*

Professora-pesquisadora: *O que fazer com o dinheiro que sobrou?*

Dupla: *Vou guardar o dinheiro.*

Figura 15: O problema dos cavalos – Dupla: Jef e Am

<p>José Carlos é pai de três filhos. No mês passado ele faleceu. Agora seus filhos terão que dividir os 19 cavalos deixados pelo pai. O que sugere que façam para que essa divisão não deixe nenhum dos três filhos em desvantagem?</p> <p>FILHOS:</p>  <p>CAVALOS:</p>	$\begin{array}{r} 19 \overline{) 3} \\ -18 \quad 06 \\ \hline 01 \end{array}$ <p>R: Cada um recebe 6 cavalos, a vendemos 1 que sobrou</p> <p>Nós pensamos assim: Se 19 cavalos é pra dividir entre 3 filhos aí eu falei vamos desenhar que fica mais fácil, nós desenhamos 3 filhos e 19 cavalos demos 6 pra cada um aí sobrou 1 que nós vendemos</p>	<p>Vocês sugeriram a venda do cavalo que sobrou. E depois o que fazer com o dinheiro da venda?</p> <p>Com o dinheiro nós dividiremos com os 3 filhos</p>	<p>E por quanto vocês acham que os filhos devem vender esse cavalo?</p> <p>Por 1.000 reais.</p> <p>E depois da venda, como dividiriam esse dinheiro de maneira que nenhum deles saia prejudicado?</p> $\begin{array}{r} 1000 \overline{) 3} \\ -9 \quad 0300 \\ \hline 1 \quad \text{um c d v} \end{array}$ <p>R: Cada um recebeu 300,00</p>
<p>É o que fazer com o dinheiro que sobrou?</p> <p>R: Nós doaríamos para os mais necessitados</p>			
<p>Dupla: Nós pensamos assim: Se 19 cavalos é pra dividir entre 3 filhos aí eu falei vamos desenhar que fica mais fácil nós desenharmos 3 filhos e 19 cavalos demos 6 para cada um e sobrou 1 que vendemos.</p> <p>Professora-pesquisadora: Vocês sugeriram a venda do cavalo que sobrou. E depois o que fazer com o dinheiro da venda?</p> <p>Dupla: Com o dinheiro nós dividiremos com os três filhos.</p> <p>Professora-pesquisadora: E por quanto vocês acham que os filhos devem vender esse cavalo?</p> <p>Dupla: Por 1000 reais.</p> <p>Professora-pesquisadora: E depois da venda, como dividiriam esse dinheiro de maneira que nenhum deles saia prejudicado?</p> <p>Dupla: Cada um receberá 300,00.</p> <p>Professora-pesquisadora: E o que fazer com o dinheiro que sobrou?</p> <p>Dupla: Nós doaríamos para os mais necessitados.</p>			

Figura 16: O problema dos cavalos – Dupla: Ge e St.

As estratégias dos alunos realizadas depois das minhas intervenções revelaram que novamente a divisão não deu exata, e, por isso, as intervenções continuaram. Perguntei o que os alunos fariam com o resto dessa divisão.

É importante destacar que, quando foi proposta essa tarefa, os alunos não haviam aprendido ainda o conteúdo matemático dos números decimais. Esse fator, no entanto, não

impediu que eu os questionasse quanto ao resto da divisão. Desconhecendo a possibilidade de continuar essa divisão, os alunos encontraram uma forma para responder às minhas inquietações.

Recorreram às situações do cotidiano, dando as opções de guardar o dinheiro e fazer uma doação aos mais necessitados. Acredito que a prática de guardar dinheiro deve ser comum à rotina desses alunos, já que a maioria é bem carente em termos econômicos, e a maioria dos pais nem mesmo conta bancária possui. Quanto à ação de doar, talvez isso se deva porque no bairro onde fica a escola há uma ONG, que oferece diversos cursos gratuitos às crianças, sendo mantida por doações.

Para encerrar a análise dessa situação-problema, apresentei a resolução dos alunos Vi e Ale, como mostra a Figura 17, que trouxeram, na primeira resposta, que cada um dos filhos ficaria com seis cavalos e o cavalo restante seria vendido. Além disso, também estipularam um valor para a venda do cavalo.

<p>José Carlos é pai de três filhos. No mês passado ele faleceu. Agora seus filhos terão que dividir os 19 cavalos deixados pelo pai. O que sugere que façam para que essa divisão não deixe nenhum dos três filhos em desvantagem?</p> $\begin{array}{r} 1913 \\ -1800 \\ \hline 01 \end{array}$ <p>Eu venderia o único cavalo que sobrou um cavalo por isso sobrou um cavalo então eu irei vendê-lo por 1500 reais</p>	<p>Br para R\$ 500 reais para cada filho.</p> <p>Parabéns pela resolução.</p> <p>Mas me respondam por que venderiam o cavalo por 1500 reais? por que assim R\$ 500 reais para cada filho foi por isso que que eu vendem o cavalo por 1500 reais</p>	<p>Legal! E será que esse mesmo cavalo poderia ser vendido por outro preço que não seja 1500 reais?</p> <p>Sim por 3000 reais aí dá 1000 reais para cada filho</p>	
--	---	--	--

Dupla: *Eu venderia o único cavalo, que sobrou um cavalo, por isso sobrou um cavalo. Então eu irei vendê-lo por 1500 reais pelo menos dá para dar 500 reais para cada filho.*

Professora-pesquisadora: *Mas me respondam por que venderiam o cavalo por 1500 reais?*

Dupla: *Porque assim dá 500 reais para cada filho foi por isso que eu vendia o cavalo por 1500 reais.*

Professora-pesquisadora: *Legal! E será que esse mesmo cavalo poderia ser vendido por outro preço que não seja 1500 reais?*

Dupla: *Sim por 3000 reais aí dá 1000 reais para cada filho.*

Figura 17: O problema dos cavalos – Dupla: Vi e Ale

No caso dessa dupla, os alunos anteciparam-se na primeira resposta sobre a sobra de um cavalo e justificaram o que fariam com ele. É possível notar também que, ao escolher um valor para o cavalo, os alunos indicaram uma quantidade múltipla de três, já para não ter problemas com o resto na divisão. Essa resposta, que possivelmente pode ser analisada como completa, não foi recebida por mim como encerramento da tarefa.

Mesmo os alunos apresentando a resposta esperada, fiz um novo desafio: pedi que encontrassem outro valor possível para a venda do cavalo. Sem qualquer tipo de dificuldade, os alunos apresentaram, então, outro valor e indicaram, ao final, com qual quantia cada filho ficaria.

Nos seis casos aqui analisados, realizei intervenções, com o objetivo de que os alunos se sentissem desestabilizados e, a partir desses conflitos, fossem capazes de avançar nos processos de aprendizagem. Essas intervenções ora possibilitaram, ora não, as instabilidades nas duplas. Mesmo quando a dupla se sentiu desestabilizada, esses conflitos não foram iguais a todas as duplas, o que revela, mais uma vez, que cada um dos alunos se encontra num determinado tempo de aprendizagem, e que nem sempre as intervenções realizadas são capazes de possibilitar que avanços aconteçam.

4.2.2 O problema das vans

Para a realização dessa tarefa, os alunos também se organizaram em duplas. Proposta no dia 21/09/09, essa situação de resolução de problemas foi elaborada por mim utilizando contextos reais para a formulação do texto, já que os alunos iriam, juntamente comigo, participar de um evento promovido pela Secretaria da Educação em um bairro próximo à escola.

No próximo sábado iremos participar da “Praça de Leitura”, no bairro do Tanque. A prefeitura irá disponibilizar vans de 15 lugares para levar os alunos. Nossa sala tem 34 alunos. Quantas vans serão necessárias para nos levar até o evento?
--

<p>No próximo sábado iremos participar da "Praça da Leitura", no Bairro do Tanque. A prefeitura irá disponibilizar Vans de 15 lugares para levar os alunos. Nossa sala tem 34 alunos. Quantas vans serão necessárias para nos levar até o evento?</p> $\begin{array}{r} 34 \overline{) 15} \\ -30 \\ \hline 04 \end{array}$ <p>Resposta tem 2 vans para a nossa sala que sobra 4 vans nós fizemos a divisão para descobrir o resultado.</p>	<p>Como de trás cultura o resultado</p> <p>Sobrarão quatro vans ou quatro alunos? - sobrarão 4 vans</p>	<p>E quantas pessoas cabem em 4 vans? cinco pessoas cabem em cada vans</p>	
<p>Dupla: Resposta tem 2 vans para a nossa sala que sobra 4 vans nós fizemos a divisão para descobrir o resultado. Professora-pesquisadora: Sobrarão quatro vans ou quatro alunos? Dupla: Sobrarão 4 vans. Professora-pesquisadora: E quantas pessoas cabem em 4 vans? Dupla: Cinco pessoas cabem em cada van.</p>			

Figura 18: O problema das vans – Dupla: Vi e Ma

Analisando a resolução dessa dupla, é possível perceber que, antes de fazer o algoritmo da divisão, esses alunos fizeram uma subtração ($34 - 15 = 19$). No entanto, apagaram esse algoritmo e, em cima dele, escreveram a divisão ($34 \div 15 = 2$). Porém essa divisão não deu exata, o que não representou qualquer problema para essa dupla, que logo respondeu que seriam necessárias duas vans para levar todos os alunos ao evento.

Ao dar esse resultado, os alunos não se manifestaram a respeito dos quatro alunos, resto da divisão. Diante dessa solução, realizei uma intervenção, esperando que os alunos entrassem em conflito com a resposta dada e, a partir daí, pudessem pensar na necessidade de mais uma van. Questionados se o resto da divisão se referia aos alunos ou às vans, os alunos responderam que sobriam quatro vans. Fiz nova interferência.

Ao serem questionados em relação ao número de pessoas que quatro vans acomodariam, os alunos responderam cinco pessoas. Esse valor, descontextualizado da situação, mostrou que essa minha intervenção não possibilitou aos alunos sentirem-se

uma viagem". Diante dessa resposta, eu, sem argumentos, encerrei as intervenções, retomando essa discussão no momento da socialização, mas reflexões sobre ela não fazem parte da análise dessa tarefa.

O mesmo aconteceu com a dupla Bru e J.V. (Figura 20). A solução dessa dupla também mostrou que os alunos não admitiram a possibilidade de três vans em vez de duas. Provavelmente esses alunos, ao relacionarem essa situação com o cotidiano, acharam pouco provável a prefeitura disponibilizar três vans para buscá-los na escola.

<p>No próximo sábado iremos participar da "Praça da Leitura", no Bairro do Tanque. A prefeitura irá disponibilizar Vans de 15 lugares para levar os alunos. Nossa sala tem 34 alunos. Quantas vans serão necessárias para nos levar até o evento?</p> $\begin{array}{r} 15 \\ \times 2 \\ \hline 30 \end{array}$ <p>duas vans pode acomodar 30 alunos e os 4 alunos vão com os pais.</p>	<p>E se os pais desses quatro alunos não puderem levar seus filhos. O que vocês sugerem?</p> <p>Sugiro que um responsável leve eles.</p> <p>Mas a responsabilidade é da escola e não dos pais. Portanto a escola terá que solucionar esse problema. Sugira como.</p>	<p>Sugiro que a van volte para pegar as 4 crianças.</p> <p>Parabéns! Gostei muito da produção de vocês. Usem o espaço ao lado para representar o que sentem pela matemática.</p>	<p>Nos sentimos muito prazer de fazer a matemática porque é muito divertida, emocionante, engajada e desafiadora.</p>
--	--	--	---

Dupla: Duas vans pode acomodar 30 alunos e os 4 alunos vão com os pais.
 Professora-pesquisadora: E se os pais desses quatro alunos não puderem levar seus filhos. O que vocês sugerem?
 Dupla: Sugiro que um responsável leve eles.
 Professora-pesquisadora: Mas a responsabilidade é da escola e não dos pais. Portanto, a escola terá que solucionar esse problema. Sugira como.
 Dupla: Sugiro que a van volte para pegar as 4 crianças.

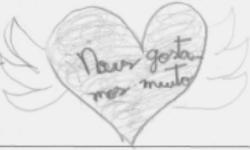
Figura 20: O problema das vans – Dupla: Bru e J.V. (transcrição)

A resolução apresentada pela dupla de Bru e J.V. evidencia que estes alunos fizeram um único algoritmo: uma multiplicação ($2 \times 15 = 30$). Em seguida apresentaram a resposta. Embora a situação inicial proposta tivesse como informação a necessidade de levar ao evento 34 alunos, provavelmente a dupla estimou que, se realizassem outro algoritmo, no caso: 3×15 , este ultrapassaria a quantidade de alunos que iriam ao evento, e, por isso, os alunos sugeriram que os quatro alunos restantes deveriam ir ao evento com seus pais.

Outro aspecto a ser observado é a opção por resolver a situação-problema através do algoritmo da multiplicação. Penso que esta seja uma postura resultante da forte presença do algoritmo nas aulas de matemática e do fato de esta ser tida como conhecimento exato. Ao realizarem o algoritmo, embora diferentes — An e Cla, o algoritmo da divisão; e Bru e J.V., o da multiplicação —, prevaleceu o resultado da conta.

Nos dois casos, realizei intervenções, na tentativa de romper com essa ideia, porém não obtive êxito em nenhum dos dois casos, uma vez que os alunos não deram a resposta por mim esperada. Quando essas duas duplas levantaram a possibilidade de a van fazer mais uma viagem, elas apresentaram uma solução compatível com a realidade, ou seja, não dispondo de mais veículos para o transporte, um deles poderia fazer mais de uma viagem.

O mesmo fato não ocorreu com a dupla de Nati e Mi.

<p>No próximo sábado iremos participar da "Praça da Leitura", no Bairro do Tanque. A prefeitura irá disponibilizar Vans de 15 lugares para levar os alunos. Nossa sala tem 34 alunos. Quantas vans serão necessárias para nos levar até o evento?</p> $\begin{array}{r} 1 \\ 25 \\ +15 \\ \hline 30 \\ \\ 34 \\ -4 \\ \hline 30 \end{array}$	<p>Eu pensei em adição porque 4 alunos faltaram e de 34 - 4 é igual a 30 que também dá para pensar em $2 \times 15 = 30$ que o resultado. 2 vans serão necessárias.</p>	<p>E se eles não tivessem faltado. O que vocês sugerem para resolver essa situação? R: 2 vans e um carro. Mas a prefeitura não mandará carro, somente van. E agora? O que vocês sugerem? Eu sugiro que 17 crianças fiquem em cada van.</p>	<p>Mas só cabe 15 pessoas. O que fazer? Como levará 17? A prefeitura não mandará 3 vans. Parabéns! gostei muito. Façam um desenho expressando o que sentem pela matemática.</p> 
--	--	--	---

Dupla: *Eu pensei em adição porque 4 alunos faltaram e de $34 - 4$ é igual a 30 que também dá para pensar em $2 \times 15 = 30$ que o resultado. 2 vans serão necessárias.*

Professora-pesquisadora: *E se eles não tivessem faltado. O que vocês sugerem para resolver essa situação?*

Dupla: *2 vans e um carro.*

Professora-pesquisadora: *Mas a prefeitura não mandará carro, somente van. E agora? O que vocês sugerem?*

Dupla: *Eu sugiro que 17 crianças em cada van.*

Professora-pesquisadora: *Mas só cabem 15 pessoas. O que fazer? Como levará 17?*

Dupla: *A prefeitura mandará três vans.*

Figura 21: O problema das vans – Dupla: Nati e Mi

No caso dessa dupla, as alunas inicialmente também não admitiram a possibilidade de três vans em vez de duas. É interessante notar que a dupla apresentou dois algoritmos: uma adição ($15 + 15 = 30$) e uma subtração ($34 - 4 = 10$); no entanto, na justificativa, indicaram ter feito uma multiplicação ($2 \times 15 = 30$), o que revela que a dupla compreendeu a multiplicação como adição de parcelas iguais. Mas o que me chamou a atenção foi que, encontrando a quantidade igual a 30, as alunas fizeram uma subtração e registraram que, dos 34 alunos, quatro haviam faltado.

Isso indica que essa dupla, assim como as analisadas anteriormente, não admitiu, a princípio, a possibilidade de três vans para levar todos os alunos. Por isso, justificaram os quatro alunos que sobraram como se tivessem faltado no dia do evento.

Realizei as intervenções e, diante das respostas dadas pela dupla, é possível pensar em duas possibilidades. Uma delas é que essas perguntas foram essenciais para que as alunas refletissem sobre a situação e os questionamentos apresentados por mim foram capazes de desestabilizar a dupla, que, na busca por deixar esse conflito, conseguiu avançar. Outra possibilidade é que as alunas podem ter dado essa resposta por não verem outra alternativa, diante dos meus questionamentos. É possível identificar nessa situação a emergência da Z.D.P. A dupla precisou da minha ajuda para resolver o problema. As respostas das alunas a partir das intervenções realizadas por mim indicaram que essas alunas apresentavam funções ainda não amadurecidas, mas que estavam prestes a amadurecer, o que permite destacar a observação de Vigotski quanto à Z.D.P. Para ele, através da Z.D.P. “podemos dar conta não somente dos ciclos e processos de maturação que já foram completados, como também daqueles que estão em estado de formação, ou seja, que estão apenas começando a amadurecer e a se desenvolver” (VIGOTSKI, 1998, p. 113).

Nessa perspectiva, evidencio a importância dos momentos de interações na sala de aula, seja minha com meus alunos, seja destes com seus colegas. Segundo Colaço et al. (2007, p. 52):

...as interações em sala de aula dão conta de uma rica possibilidade para o favorecimento da maturação de funções ainda em vias de desenvolvimento, ampliando cada vez mais o estado de desenvolvimento atual, potencializando-o para o futuro.

Na análise da tarefa a seguir também se revela a importância das interações na sala de aula, bem como do trabalho colaborativo para a emergência da Z.D.P.

4.2.3 O problema dos brincos

O objetivo era que esta tarefa, assim como outras, também fosse realizada em dupla. No entanto, como nesse dia o número de alunos era ímpar, uma aluna realizou a tarefa sozinha. Propus, no dia 28/10/09, essa situação-problema que denominei “O problema dos brincos”. Esta situação também foi elaborada por mim, com o objetivo de trabalhar a ideia de frações.

Juliana faz brincos e colares para vender. Ela demora um quarto de hora para fazer um par de brincos simples e dois quartos de hora para fazer um par de brincos sofisticado. Juliana recebeu uma encomenda para entregar no final do mês. São 20 pares de brincos simples e 10 pares de brincos sofisticados. Quantas horas Juliana terá que trabalhar para fazer todos os pares de brincos encomendados?

<p>Juliana faz brincos e colares para vender. Ela demora um quarto de hora para fazer um par de brinco simples e dois quartos de hora para fazer um par de brinco sofisticado. Juliana recebeu uma encomenda para entregar no final do mês. São 20 pares de brincos simples e 10 pares, sofisticados. Quantas horas Juliana terá de trabalhar para fazer todos os pares de brincos encomendados?</p>	<p style="text-align: center;"><i>sofisticados,</i></p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>E que fração você pintaram no desenho acima?</p> <p>$\frac{1}{4}$ quarto de hora</p> <p>E quanto é um quarto de hora?</p>	
<p>20 : 10 : + 30 ----- 30</p> <p>20 10+ - 20 2 ----- 40</p> <p>Ela demorará 30 minutos para fazer os pares de brincos simples e 40 minutos para fazer os pares sofisticados.</p>	<p>E quanto é um quarto de hora?</p> <p>É uma hora.</p>	

Aluna: Ela demorará 30 minutos para fazer os pares de brincos simples e 40 minutos para fazer o brinco sofisticados.

Professora-pesquisadora: E que fração vocês pintaram no desenho acima?

Aluna: $\frac{1}{4}$ quarto de horas.

Professora-pesquisadora: E quanto é um quarto de hora?

Aluna: É uma hora.

Figura 22: O problema dos brincos – Aluna Sa

Para resolver esse problema, a aluna Sa realizou dois algoritmos: uma adição e uma divisão. Penso que a opção por fazer duas contas esteja ligada ao questionamento presente nesta situação: “Quantas horas Juliana terá que trabalhar para fazer todos os pares de brincos?”. Provavelmente, pelo fato de o texto trazer as informações sobre dois tipos de brincos, os simples e os sofisticados, a aluna tenha visto a necessidade de realizar duas operações.

Seu trabalho revela também que, para fazer esses dois algoritmos, a aluna utilizou apenas a informação dos números naturais: a quantidade vinte e a quantidade dez.

Primeiro ela fez uma adição. Somou as quantidades vinte e dez. Julgo que, ao colocar na frente tanto da quantidade vinte, quanto da quantidade dez os dois pontos, essa aluna tenha feito uma relação da quantidade com a representação de hora, conceitos abordados em momentos anteriores.

Depois Sa dividiu vinte por dez e encontrou como resultado a quantidade correta, dois. No entanto, talvez por não aceitar dois como sendo dois minutos, já que, provavelmente, usou como unidade de medida a hora, escreveu errado o resto da divisão. Ao invés de efetuar a subtração, Sa fez uma adição.

Em seguida, justificou na sua resposta que o resultado da adição se referia ao tempo gasto por Juliana para fazer um par de brincos simples e o resultado da divisão era referente ao tempo necessário para fazer os brincos sofisticados. Complementou sua resposta com um desenho de um círculo dividido em quatro partes (provavelmente o relógio) e nele representou a primeira fração mencionada na situação-problema.

Ao realizar a primeira intervenção, eu quis saber da aluna a qual fração ela estava se referindo quando apresentou o desenho. Sem qualquer problema, Sa respondeu que havia representado a fração “um quarto”. Questionei-a novamente para saber a quantos minutos correspondia “um quarto de hora”, porém a aluna deu uma resposta equivocada e disse: “*É uma hora*”.

Não continuei com as intervenções. Talvez isso tenha acontecido porque posso ter criado certas expectativas para as respostas que a aluna daria e, por isso, eu não soube, naquele momento, como proceder com as intervenções, a fim de provocar nessa aluna situações de instabilidade para uma possível emergência da Z.D.P.

Diante dessa situação, é importante destacar que as experiências na prática docente não eximem o professor da ocorrência de fatos como este, e que isso não é indicativo de “fracasso” na ação. O trabalho pautado nessa perspectiva pressupõe que não haja a possibilidade de fazer previsões para as respostas dos alunos e, por isso, é natural que muitas

destas surpreendam o professor, que, de imediato, pode não encontrar outras formas para continuar com suas intervenções.

No caso das alunas An e Cla, percebi que minhas intervenções escritas seguiram a mesma perspectiva da tarefa compartilhada anteriormente. Talvez isso tenha acontecido porque as justificativas apresentadas foram muito próximas.

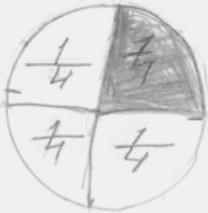
<p>Juliana faz brincos e colares para vender. Ela demora um quarto de hora para fazer um par de brinco simples e dois quartos de hora para fazer um par de brinco sofisticado. Juliana recebeu uma encomenda para entregar no final do mês. São 20 pares de brincos simples e 10 pares, sofisticados. Quantas horas Juliana terá de trabalhar para fazer todos os pares de brincos encomendados?</p> <p>20 -10 10</p> <p>ela terá dez hora para fazer</p>	<p>R: A GENTE FEZ 20 - 10 QUE DEU 10 HORAS</p>  <p>E esse desenho, se refere a que?</p> <p>R: Ele se refere a um quarto de hora</p> <p>E quantos minutos são $\frac{1}{4}$ de hora?</p> <p>R: São 15 minutos</p>	<p>15 minutos é o tempo que ela demora para fazer um par de brincos simples. Agora descubra quanto tempo ela demora para fazer 20 pares desses brin- cos.</p> <p>15 20 10 0</p>	
<p>Dupla: Ela terá dez horas para fazer. A gente fez $20 - 10$ que deu 10 horas. Professora-pesquisadora: E esse desenho se refere a quê? Dupla: Ele se refere a um quarto de hora. Professora-pesquisadora: E quantos minutos são um quarto de hora? Dupla: São 15 minutos. Professora-pesquisadora: Quinze minutos é o tempo que ela demora para fazer um par de brincos simples. Agora descubra quanto tempo ela demora para fazer 20 pares desses brincos. Dupla: 2.</p>			

Figura 23: O problema dos brincos – Dupla An e Cla

Para resolver essa situação, a dupla fez o algoritmo da subtração, subtraindo da quantidade dez de vinte. Diferentemente da aluna anterior, essas alunas não se preocuparam as informações sobre os dois tipos de brincos. Encontraram como resultado desse cálculo a quantidade dez e justificaram a estratégia utilizada, dizendo que Juliana levaria dez horas para fazer todos os brincos. Junto com a resposta, elas também explicaram o procedimento realizado: “A gente fez $20 - 10$ que deu dez horas”.

Assim como a aluna Sa, as alunas An e Cla também fizeram o desenho de um círculo, dividiram-no em quatro partes e representaram a fração “um quarto”. Como já comentei, acredito que o fato de os alunos utilizarem essa estratégia se deva a abordagens anteriores, nas aulas de matemática, acerca do conteúdo de frações. Outro aspecto que também destaco é que a dupla, quando respondeu que Juliana levaria dez horas para fazer todos os brincos, o fez corretamente.

No entanto, a resposta correta foi mera coincidência, já que, pelos procedimentos apresentados pela dupla, é possível perceber que as alunas utilizaram nos cálculos a quantidade de brincos, e não o tempo, informado no texto, que Juliana demorava para fazê-los.

Ao identificar que essa dupla também fez uso do desenho para representar a primeira fração citada na situação-problema, realizei a primeira intervenção. Esse questionamento inicial foi muito parecido com aquele feito na tarefa da dupla anterior.

As alunas An e Cla responderam corretamente a pergunta feita por mim. Prossegui com mais perguntas e questionei: “*Quantos minutos são um quarto de hora?*”. Na pergunta feita a essa dupla, incluí a palavra “minutos”, enquanto na intervenção realizada na tarefa da aluna Sa a apenas questionei “*Quanto é um quarto de hora?*”. Talvez a palavra “minutos”, nesse caso, tenha colaborado para que as alunas pensassem melhor para responder.

Dessa forma, esta dupla respondeu corretamente que um quarto de hora equivale a quinze minutos. Satisfazendo às minhas expectativas, as intervenções continuaram. Com essa nova intervenção, a dupla não entrou numa zona de conflito, o que aponta que, nesse momento, a intervenção realizada não possibilitou a emergência da Z.D.P.

Porém, há outro aspecto interessante na análise desta situação: minhas intervenções. A proximidade da solução inicial apresentada nestas duas tarefas aponta que, ao verificar que o questionamento feito para a aluna Sa não havia favorecido a emergência da Z.D.P., procurei fazê-lo de uma outra maneira, na busca de auxiliar a dupla na resolução desse problema. Isso remete a uma reflexão acerca das palavras de Colaço et al. (2007, p. 54):

No ambiente escolar, situações didáticas que favorecem o intercâmbio entre as crianças e destas com o professor são ricos espaços de discussão que geram uma contínua construção de mediadores semióticos envolvidos na realização de tarefas. Tanto professores como alunos participam desse processo, criando estratégias que melhor viabilizam a resolução de problemas. Isto implica situações de aprendizagem para ambos.

Os benefícios que se podem identificar, quando se proporcionam, numa sala de aula, momentos como esses de interações, ficam ainda mais evidentes com a análise da tarefa de St.O. e Am.

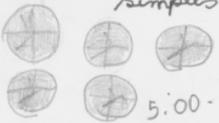
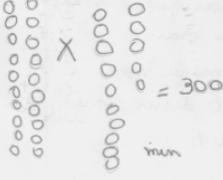
<p>Juliana faz brincos e colares para vender. Ela demora um quarto de hora para fazer um par de brinco simples e dois quartos de hora para fazer um par de brinco sofisticado. Juliana recebeu uma encomenda para entregar no final do mês. São 20 pares de brincos simples e 10 pares, sofisticados. Quantas horas Juliana terá de trabalhar para fazer todos os pares de brincos encomendados?</p> <p>Resposta Juliana demora 7:30h para fazer tudo</p> <p>Brincos simples</p>  <p>5:00</p>	<p>Brincos sofisticados</p>  <p>30</p> <p>2:30h</p> <p>7:30h</p> <p>500</p> <p>+2:30</p> <p>7:30</p> <p>Explicação:</p> <p>nós fizemos 3 arcos para 8 Brincos simples e a gente dividiu 4 a até chega ao vinte que deu 0:00</p>	<p>depois nós fizemos 3 arcos dos dividio em 4 mas cada parte vale 15 minutos que no total da 2:30 para fazer os 10 Brincos sofisticados em 15:00</p> <p>2:30</p> <p>+15:00</p> <p>7:30</p> <p>Isso quer dizer que ela demora 7:30 h para fazer tudo</p>	<p>Muito bem! Mas quanto tempo juliana demora para fazer um par de brincos sofisticados?</p> <p>Resposta Juliana demora 2:30 para fazer brincos sofisticados</p> <p>mas quero saber um par é meia hora</p> <p>E 10 desses pares?</p> <p>5:00 h</p>
<p>Quanto tempo Juliana demora para fazer 1 par de brincos simples?</p> <p>Resposta 15 minutos</p> <p>E 20 desses pares?</p> <p>Resposta 3:00</p> <p>$20 \times 15 = 300$</p> <p>Use o desenho para representar.</p>  <p>300 minutos são quantas horas?</p> <p>3:00h</p>	<p>Quanto minutos tem uma hora?</p> <p>60 min.</p> <p>Em 300 minutos cabem quantas horas?</p> <p>5:00h</p> <p>60</p> <p>+60</p> <p>120</p> <p>+120</p> <p>240</p> <p>+120</p> <p>360</p> <p>300</p> <p>Esse é o tempo que Juliana demora para fazer os 20 pares de brincos simples. Agora para fazer os 30 pares de brincos, quantas horas Juliana trabalhará? 10h.</p>	<p>5:00</p> <p>5:00</p> <p>10:00</p>	

Figura 24: O problema dos brincos – Dupla St.O. e Am (partes 1 e 2)

Dupla: *Juliana demora 7:30 h para fazer tudo. Explicação: Nós fizemos 5 círculos para o brinco simples e a gente dividiu ele em 4 até chegar ao vinte que deu 5:00. Depois nós fizemos os círculos, dividiu em 4, mas cada parte vale 15 minutos que no total dá 2:30 para fazer os 10 brincos sofisticados. Então fizemos a conta $2:30 + 5:00 = 7:30$. Isso quer dizer que ela demora 7:30 h para fazer tudo.*

Professora-pesquisadora: *Muito bem! Mas quanto tempo Juliana demora para fazer um par de brincos sofisticados?*

Dupla: *Juliana demora 2:30 para fazer brincos sofisticados.*

Professora-pesquisadora: *Mas quero saber um par.*

Dupla: *É meia hora.*

Professora-pesquisadora: *E dez pares?*

Dupla: *5:00 h.*

Professora-pesquisadora: *Quanto tempo Juliana demora para fazer um par de brincos simples?*

Dupla: *15 minutos.*

Professora-pesquisadora: *E vinte desses pares?*

Dupla: *3:00.*

Professora-pesquisadora: *Use o desenho para representar.*

Dupla: *300 min.*

Professora-pesquisadora: *Trezentos minutos são quantas horas?*

Dupla: *3:00 h.*

Professora-pesquisadora: *Quantos minutos tem uma hora?*

Dupla: *60 min.*

Professora-pesquisadora: *Em trezentos minutos cabem quantas horas?*

Dupla: *5:00.*

Professora-pesquisadora: *Esse é o tempo que Juliana demora para fazer os vinte pares de brincos simples. Agora para fazer os trinta pares de brincos, quantas horas Juliana demora?*

Dupla: *10 h.*

Figura 25: O problema dos brincos – Dupla St.O. e Am

As alunas St.O. e Am utilizaram como estratégia de solução o desenho. Entendo que cada um dos círculos desenhados pela dupla corresponde a um relógio, já que elas o fizeram para representar o tempo gasto por Juliana para fazer tanto os brincos simples como os sofisticados. Além da resposta apresentada, a dupla deu uma explicação de como pensou para resolver o problema dos brincos.

No entanto, percebi que as alunas, em sua primeira resposta, consideraram que o tempo dispensado para fazer um par de brincos simples era o mesmo que para o par de brincos sofisticados: quinze minutos. Com isso, chegaram ao total de horas trabalhadas por Juliana igual a sete horas e meia. Diante dessa resposta, fiz, então, a primeira intervenção e questionei as alunas acerca do tempo utilizado por Juliana para fazer um par de brincos sofisticados.

A dupla respondeu que “*Juliana demora 2:30 para fazer brincos sofisticados*”. Essa resposta indica que as alunas consideraram o tempo total encontrado por elas para fazer os dez pares de brincos sofisticados, em vez do tempo dispensado para fazer apenas um par de brincos. Segui com os questionamentos e insisti: “*Mas eu quero saber um par*”. Nesse momento, provavelmente, a dupla recorreu ao texto da situação e fez uma nova leitura, respondendo a minha pergunta corretamente: “*é meia hora*”.

Percebendo que as alunas haviam dado a resposta esperada, realizei uma outra intervenção. Quis saber quanto tempo Juliana demoraria para fazer os dez pares de brincos sofisticados, total dos brincos informados no texto. Mais uma vez a dupla respondeu de forma correta *5:00 h*.

A fim de que as alunas percebessem que a resposta dada por elas inicialmente, total de sete horas e meia para fazer todos os pares de brincos, não estava correta, fiz mais um questionamento: “*Quanto tempo Juliana demora para fazer um par de brincos simples?*”. Novamente, de forma correta, St.O. e Am responderam: “*15 minutos*”.

A resposta das alunas permitiu-me dar sequência às intervenções, perguntando acerca do tempo que Juliana demorava para fazer os vinte pares de brincos simples informados na situação. A dupla, então, através da multiplicação $20 \times 15 = 300$, respondeu *3:00*. Ao ver representados os trezentos minutos dessa forma, entendi que talvez as alunas pudessem ter relacionado os trezentos minutos com três horas e, por isso, solicitei que a dupla usasse o desenho para representar a estratégia utilizada.

Depois do desenho feito, a dupla respondeu *300 minutos*, o que me sugeriu mais uma intervenção: “*300 minutos são quantas horas?*”. St.O. e Am responderam que 300 minutos era o mesmo que *3:00 h*, confirmando minha hipótese em relação ao equívoco das alunas de relacionar trezentos minutos com três horas.

Na intenção de que as alunas percebessem esse erro, perguntei-lhes quantos minutos tinha uma hora. Responderam corretamente: “*60 min.*”, o que fez com que eu visse a possibilidade de continuar com as intervenções. Em seguida, questionei quantas horas cabiam em trezentos minutos. A dupla, através do algoritmo da adição, foi somando a quantidade sessenta até chegar aos trezentos minutos e descobriu que os trezentos minutos eram equivalentes a cinco horas, e não a três, como tinham apresentado anteriormente.

Para encerrar, fiz uma última intervenção e perguntei: “*Esse é o tempo que Juliana demora para fazer os vinte brincos simples. Agora para fazer os trinta pares de brincos, quantas horas Juliana trabalhará?*”.

St.O. e Am, através da adição, chegaram ao resultado e deram como resposta “10h.”, indicando a apropriação das minhas intervenções e sinalizando estas como responsáveis pela emergência da Z.D.P. Para Vigotski (1998, p. 113):

[...] a zona de desenvolvimento proximal permite-nos delinear o futuro imediato da criança e seu estado dinâmico de desenvolvimento, propiciando o acesso não somente ao que já foi atingido através do desenvolvimento, como também àquilo que está em processo de maturação.

O fato de a dupla ter conseguido, ao final das minhas intervenções, resolver o “problema dos brincos” não indica que os processos de maturação tivessem sido completados. “Na verdade, naquele momento eles apenas começaram” (VIGOTSKI, 1998, p. 118).

A análise dessas três tarefas despertou-me para reflexões acerca da importância dos momentos de interações proporcionados na sala de aula. Ajudaram-me a reconhecer o quão potencializadoras e mobilizadoras para a produção de saberes podem se tornar as relações sociais construídas pelo professor e por seus alunos no contexto escolar. Assim, como Colaço et al. (2007, p. 54), busquei, no decorrer desta seção, “a compreensão dos espaços de trocas gerados em sala de aula, os quais revelam condições de construção de conhecimento e, por conseguinte, emergência de ZDP”.

4.3 A escrita dos alunos possibilitando explicitar crenças e sentimentos em relação à matemática escolar e falar sobre si

Escrever nas aulas de matemática ainda é novidade para os alunos. A maioria deles relaciona o ensino dessa disciplina apenas aos números e suas operações. Propor qualquer tipo de tarefa de matemática na qual não tenham que resolver procedimentos algorítmicos e sim, escrever, não faz parte do contexto e das concepções da maioria dos alunos em relação a essa área do conhecimento.

As discussões contemporâneas vêm defendendo uma postura docente nas aulas de matemática que consiga romper com a excessiva valorização das aptidões e habilidades para o trabalho matemático focado no uso de ferramentas, procedimentos e conceitos básicos. Trata-se de assumir posturas e práticas que busquem aproximar cada vez mais os alunos dos processos de construção do conhecimento matemático; práticas nas quais os alunos participem ativamente na produção de saberes.

Destaco, aqui, a importância da escrita nas aulas de matemática. Esse recurso pode ajudar os alunos a desenvolverem percepções, conhecimentos e reflexões pessoais. Além de

promover uma série de habilidades, a escrita possibilita identificar situações de dúvidas, inseguranças, estratégias de pensamentos e outros elementos importantes para que os professores possam auxiliar seus alunos.

Outro aspecto que esse recurso promove nos espaços da sala de aula é a comunicação — escrita ou oral —, que possibilita ao professor conhecer melhor seus alunos: como pensam, como estão construindo os conceitos matemáticos, quais equívocos estão cometendo, quais suas concepções e quais suas crenças sobre a escola, sobre matemática e sobre si mesmos. A comunicação possibilita ao aluno que explicita suas ideias e pensamentos e possa conhecer os dos colegas.

O interesse por conhecer os sistemas de crenças dos estudantes[...] está no fato de que eles incidem nos seus comportamentos, ajudam a explicá-los e oferecem pistas para modificá-los. As crenças influem na forma como se aprende, se ensina e se aplica a matemática; por sua vez, a forma de aprender e utilizar a matemática configura as crenças. Embora as crenças e as práticas formem um círculo às vezes difícil de romper, pode-se tentar quebrá-lo por algum lado: constatou-se que as mudanças nas práticas de aula podem modificar as crenças tanto dos professores como dos alunos. (VILA; CALLEJO, 2006, p.52).

Apoiei-me nos aspectos positivos da escrita nas aulas de matemática para propor, ao longo da pesquisa, um trabalho em sala de aula que contemplasse esse recurso. Sabia, de início, que não seria uma tarefa fácil, pois, provavelmente, em suas vivências escolares anteriores esses alunos não haviam passado por esse tipo de experiência.

Partindo desses pressupostos, propus no início do ano um questionário, que chamarei de questionário inicial – Q.I. –, com a finalidade de identificar as crenças trazidas por esses alunos de vivências anteriores de aulas de matemática¹¹. Apresentei ainda um segundo questionário, ao final do ano letivo, denominado questionário final – Q.F. –, visando fazer uma análise comparativa e identificar as possíveis transformações nas crenças desses alunos, quando imersos em uma prática pedagógica nas aulas de matemática distinta das que estavam habituados.

Não pretendo aqui definir crenças, até porque se trata de um conceito polissêmico, com diferentes conotações. Trarei apenas uma das concepções sobre crenças: aquela em que me apoiei nesta pesquisa.

...diremos que as crenças são uma forma de conhecimento pessoal e subjetivo, que está mais profunda e fortemente arraigado que uma opinião; constroem-se por meio de experiências, informações, percepções, etc., e delas se desprendem algumas práticas. As crenças gozam de uma certa

¹¹ Embora na literatura, crenças e concepções frequentemente apareçam juntas nas discussões, em meu trabalho optei por centrar o foco apenas nas crenças.

estabilidade, mas são dinâmicas, já que a experiência ou o contraste com outras podem modificá-las; estão, pois submetidas à evolução e à mudança. As crenças relacionam-se umas com as outras, formando uma estrutura mais ampla, que chamaremos de *sistemas de crenças*. (VILA; CALLEJO, 2006, p. 44, grifos dos autores).

As experiências escolares, bem como os professores acabam por influenciar o sistema de crenças dos alunos. No entanto, não é possível excluir desse contexto o sistema de crenças que constitui os professores, construídos ao longo da vida estudantil e até mesmo profissional.

Para Nacarato, Mengali e Passos (2009), os professores no início de carreira acabam por reproduzir os modelos vivenciados ainda como estudantes. Segundo as autoras:

Se tais modelos não forem problematizados e refletidos, podem permanecer ao longo de toda a trajetória profissional. Isso contribui para a consolidação não apenas de uma cultura de aula pautada numa rotina mais ou menos homogênea do modo de ensinar matemática, mas também de um currículo, praticado em sala de aula, bastante distante das discussões contemporâneas no campo da educação matemática. (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009, p. 32).

Ainda que não o faça intencionalmente, o professor, na sua atividade docente, deixa emergir sentimentos, crenças, concepções, significados próprios em relação a determinadas áreas do conhecimento, o que certamente, influenciará nas crenças dos alunos.

No caso do ensino da matemática, principalmente nos anos iniciais, é comum encontrar professores que dificilmente conseguem esconder a não aceitação em relação a essa disciplina. Relatos que revelam insegurança, medo, aversão, dificuldade para aprender e difícil compreensão são comuns entre os docentes dos anos iniciais. Esses sentimentos passam a ser visíveis e perceptíveis nas falas dos alunos, que acabam também formando opiniões negativas em relação a esse campo do conhecimento.

Segundo Chacón (2003), é possível identificar qual visão o docente tem da Matemática a partir da ênfase dada por ele em sua prática pedagógica. Baseando-se nos estudos de Thompson (1984, apud CHACÓN, 2003) acerca da prática pedagógica do professor, a autora descreve perfis de professores:

- um instrumentalista ensina de maneira prescritiva, enfatizando regras e procedimentos;
- um platônico ensina enfatizando o significado matemático dos conceitos e da lógica dos procedimentos matemáticos;
- um matemático que estiver na linha da resolução de problemas enfatizará atividades que levam o estudante a interessar-se por processos gerativos da matemática. (CHACÓN, 2003, p. 65).

Nos dois primeiros aspectos identificados, é possível relacionar as práticas ao ensino de modelo tradicional, no qual os alunos são meros espectadores e o conhecimento é transmitido e não construído com compreensão, tendo os alunos uma participação passiva no processo de ensino e de aprendizagem.

O último modelo abordado pela autora, no qual pauto minha prática pedagógica, apresenta o professor no papel de mediador no processo de construção do conhecimento, cabendo ao aluno a responsabilidade de protagonizar a produção dos seus próprios saberes.

Diante disso, busquei nas respostas do Q.I. e do Q.F. elementos para analisar as crenças desses alunos, ora influenciadas pelo contexto social, aquele em que o aluno se vê inserido dentro da escola, ora pertencentes ao seu próprio sistema de crenças, ora movidas também pelas práticas de seus professores.

O Q.I., cujas questões estão na Figura 26, foi proposto como tarefa aos alunos na primeira semana de aula, mais precisamente, no dia 16 de fevereiro de 2009.

<p>Você aprendeu matemática nos anos anteriores, então vamos escrever sobre isso.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Você gosta de matemática? Por quê? ➤ O que você mais gosta de matemática? Justifique sua resposta. ➤ Por que você acha que devemos estudar matemática? ➤ Você usa a matemática fora da escola? Onde? ➤ Se você fosse representar seus sentimentos pela matemática através de um desenho, que desenho você faria? Faça-o.
--

Figura 26: Questionário inicial

O Q.F. foi uma proposta de tarefa realizada pelos alunos no dia 1º de dezembro de 2009 e tinha como questões:

<p>Neste ano fizemos muitas atividades de matemática. Agora quero saber de vocês como avaliam tudo o que produzimos juntos.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ O que você pensa sobre a matemática? Você gosta dessa disciplina? Por quê? ➤ Se você tivesse que atribuir uma nota para as aulas de matemática desse ano, que nota daria? Por quê? ➤ De que atividades de matemática realizadas durante o ano você gostou? Justifique sua resposta. ➤ Por que você acha que devemos estudar matemática? ➤ É possível usar a matemática fora da escola? Onde? ➤ Use sua criatividade e faça um desenho para expressar o que você sente pela matemática.

Figura 27: Questionário final

Na sequência, apresento a análise dessas produções, trazendo ao final um quadro comparativo, a fim de verificar se as propostas do trabalho desenvolvido foram suficientes para romper e/ou transformar as crenças dos alunos acerca da matemática.

Pelo fato de atuar nessa escola como professora efetiva da rede, conhecia as práticas dos outros colegas professores dessa escola, inclusive as de sala multisseriada. Em todas as salas de aula havia duas lousas, ocupando duas paredes da sala, a fim de que o professor pudesse separar o que proporia a cada um dos grupos presentes na sala. Sabia, ainda, que as professoras dos anos anteriores não ofereciam as mesmas tarefas para os dois anos, ou seja, uma turma de alunos tinha sua organização do grupo de frente para uma das lousas e fazia as lições daquele ano; já a outra turma, referente ao outro ano, deveria acompanhar as tarefas propostas na outra lousa, em outra parede da sala.

Esse, portanto, era o contexto de aula de matemática familiar a esses alunos. As professoras anteriores, ao dividirem a sala em duas turmas, não oportunizavam trabalhos coletivos aos alunos e não buscavam uma integração entre as disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática. Esta proposta de trabalho, diferenciada nesse aspecto, além de integrar os alunos dos dois anos nas mesmas propostas de tarefas, promovia, ao longo do ano nas aulas de matemática, os processos de comunicação oral e escrita, buscando integrações entre essas duas áreas do conhecimento.

4.3.1 As crenças trazidas pelos alunos: resultados de uma trajetória de vida escolar

As questões que compõem o questionário inicial (Q.I.) não se distinguem muito das apresentadas no questionário final (Q.F.). Considerarei 25 questionários dos 36 alunos dessa sala, pois utilizarei os registros dos alunos presentes nos dois dias da realização da tarefa. Para essa análise, apoiar-me-ei nos trabalhos de Chacón (2003).

Início considerando o Q.I. Perguntados, primeiramente, se gostavam de matemática e solicitados a justificar tal resposta,

- vinte dos alunos responderam explicitamente que sim.
- três alunos não responderam explicitamente que sim.
- uma aluna apresentou sentimentos positivos e negativos ao mesmo tempo.
- um aluno respondeu que não gosta de matemática.

As justificativas dos alunos que responderam explicitamente que sim revelam sentimentos de prazer em relação à matemática e falam dela positivamente. A fala de La é representativa desse grupo de justificativas: “*porque é legal demais para aprender.*” (La).

Ainda com relação a esse grupo de respostas, identifiquei aspectos positivos nos quais percebi a boa impressão que os alunos atribuem à matemática e a sua valorização, sem explicitações dessa importância. Por exemplo:

porque a gente aprende mais com a matemática. (Ge)

Porque a matemática é muito legal, e é muito interessante para nós. (St.Q.)

porque faz os outros aprender mais. (Jef.A.)

porque ensina você a fazer matemática. (Bru)

Identifiquei, também, alunos que gostam de matemática, mas relacionam-na com a competência no uso de ferramentas e procedimentos básicos. Outro aspecto que se evidencia na fala desses alunos é a forte presença do algoritmo, o que permite relacionar a aprendizagem desses alunos com uma prática pedagógica centrada na mecanização e na memorização de procedimentos algorítmicos. Esses alunos, provavelmente, “investirão mais tempo em fazer do que refletir sobre o problema, sobre o que fazem e para que serve o que estão fazendo” (CHACÓN, 2003, p.67). Eis algumas dessas falas:

porque é muito legal. Divisão é a minha melhor matéria e x(vezes) também. Eu amo matemática. (Am)

porque quando eu comecei a escrever a primeira coisa que eu aprendi com a minha mãe foi matemática. Ela sempre passa continha pra mim. (M.H.)

porque tem conta. Porque ensina a fazer as contas de matemática. (Jess)

Dois alunos revelaram que, além de gostarem de matemática, veem nesse conhecimento um meio para alcançar um objetivo.

porque para trabalhar no dia a dia. (J.V.)

porque no futuro a gente vai precisar. (St.O.)

O aluno J.V., é evidente, vê na matemática um caminho para sobrevivência no futuro.

É importante ressaltar que, nesses dois casos, os alunos trazem consigo o contexto de vida, pois, por fazerem parte de uma comunidade carente, com poucas oportunidades, atribuem ao conhecimento uma possibilidade de melhorar a condição de vida. É “um desejo

forte de superação e ser capaz de oferecer a outros o que ele não experimenta em sua vida familiar” (CHACÓN, 2003, p.70).

Os três alunos que não responderam explicitamente que gostavam de matemática, mas justificaram positivamente seus sentimentos em relação a ela, possivelmente acharam desnecessário responder sim ou não; ou não compreenderam que a primeira questão apresentava duas perguntas. Assim como os alunos do grupo anterior, estes também revelaram sentimento de prazer com a matemática ou valorizaram a sua utilidade, sem, no entanto, explicitá-la, como destacado por Jes: *“Porque a matemática me ensina. Para mim é bom que a gente fica sabendo.”* (Jes).

É possível também interpretar que gostar ou não de matemática pode estar relacionado a atitudes próprias em relação a esse conhecimento, ao grau de dificuldade que o aluno encontra, ao peso que o erro muitas vezes tem na sua vida. Com isso, os alunos podem ter sentimentos negativos e positivos ao mesmo tempo — como foi o caso de uma aluna que disse gostar *“mais ou menos porque tem coisa fácil e difícil.”* (Al); ou, então, apenas sentimentos negativos — caso de outro aluno que declarou: *“Porque eu não sei matemática”* (Ale).

É importante destacar que o aluno Ale foi um caso excepcional na sala, pois, assim como mais dois alunos dessa turma, ele frequentou o 2º ano em 2008, quando estavam regularmente matriculados no 3º ano. Isso porque os alunos não estavam alfabetizados e, segundo a professora da turma, eles teriam que aprender a ler e escrever. Com permissão da direção e da coordenação, os alunos não frequentaram o ano em que estavam regularmente matriculados e sofreram, portanto, um salto na seriação: foram em 2009 para uma turma de 4º ano, sem terem vivenciado as experiências escolares de 3º ano.

Esses sentimentos, positivos ou negativos, como diz Chacón (2003), são crenças que os alunos têm sobre o sucesso e o fracasso escolar. Em muitos casos, “o gosto pela matemática aparece como um motivo interno incontrolável” (Ibidem, p.77).

Na segunda pergunta do Q.I., indaguei aos alunos sobre o que mais gostavam em matemática e pedi que também justificassem. Do total de alunos, 22 indicaram um dos algoritmos das quatro operações e apenas três não fizeram referência a eles. Destaco algumas falas:

De probleminhas e das continhas. (Jo)

Eu gosto da divisão e vezes porque a gente vai aprendendo mais. É legal fazer divisão. É gostoso fazer conta. Eu amo. (Am)

Eu gosto de continha de mais. Porque é muito gostoso estudar a matemática. (Mi)

Conta de menos, de mais, de multiplicação, mas de divisão não. (M.F.)

É a conta de mais e multiplicação. É muito legal. (Er)

Divisão, porque a divisão fez eu aprender muito mais. (Jef.A.)

Dentre os que não fizeram referências a algoritmos, as falas foram:

Matemática é uma coisa para ensinar todos para ficar sabidos. (Jes)

O que eu mais gosto de matemática que tem que pensar, porque é legal. (Lu)

Tudo. Porque é muito bom pra todos nós. (J.R.)

Com relação aos alunos que citaram algoritmos, percebo que suas crenças acerca da matemática se restringem à resolução de algoritmos, ou seja, aos procedimentos de cálculo. Isso reafirma minha posição já destacada nas análises da primeira questão: a de que, nos anos anteriores, nas vivências de aulas de matemática, essa prática, provavelmente, esteve fortemente presente. Posso, assim, pressupor que esses professores se identifiquem com uma prática pedagógica que valoriza os processos mecânicos como forma de aprendizado. Considero ainda que essas crenças também podem referir-se aos valores que a própria família atribui à reprodução de técnicas matemáticas.

Embora se saiba que existe um número significativo de docentes em busca de mudanças nas metodologias de ensino, a ênfase nos procedimentos algorítmicos ainda predomina nas aulas de matemática, principalmente nos anos iniciais, apontando o quanto as crenças dos professores influenciam nas crenças dos alunos.

Hersh (1986, apud CHACÓN, 2003, p. 67) destaca:

As próprias convicções do que é matemática afetam a convicção de como deveria ser apresentada. A própria maneira de apresentá-la é uma indicação do que uma pessoa acredita que seja e o mais essencial nela... A questão, então, não é: qual é a melhor maneira de ensinar? mas, o que é realmente a matemática?

Assim, acredito que a força dos algoritmos presentes nas salas de aula acaba por constituir as crenças dos alunos de que essa é a essência da atividade matemática e que essa disciplina se orienta, “basicamente, para a aquisição de conceitos, dando-lhe uma finalidade exclusivamente afirmativa.” (CHACÓN, 2003, p. 71).

Depois de um ano inteiro de trabalho, ao propor para os alunos o Q.F., fiz uma pergunta semelhante: “*De que atividades de matemática realizadas durante o ano você gostou? Justifique sua resposta.*”. Ao fazer esse questionamento, buscava reconhecer se houve transformações ou não nas crenças desses alunos quanto à matemática como aquisição de ferramentas, procedimentos e conceitos matemáticos básicos.

Dos 25 alunos:

- Dez responderam de forma explícita, referindo-se aos conteúdos matemáticos. Isso permite pensar que esses alunos continuam concebendo a matemática como uso de técnicas e procedimentos matemáticos. O ambiente de aprendizagem proporcionado ao longo do ano não foi suficiente para que eles concebessem de outra forma o conhecimento matemático. Novamente reduziram suas crenças à simples aquisição de ferramentas, procedimentos e conteúdos matemáticos básicos. Estas são algumas dessas falas:

Eu gosto mais de porcentagem porque é muito legal e interessante para mim. (La)

Frações porque é legal (Ge)

Decimais porque eu aprendi bastante (Jef)

Da divisão, porque eu gosto de divisão o dia todo (Er)

Eu gostei de fração e divisão por cem, porque é mais fácil de fazer e de aprender a fração e divisão (Jes)

No caso desses alunos, percebi que suas crenças se configuraram como um círculo difícil de ser rompido. Embora tenha tentado quebrá-lo a partir de minhas práticas e intervenções pedagógicas, não obtive êxito. O ambiente de aprendizagem que propus não foi capaz de promover nesses alunos a mobilização para refletirem sobre o que fazem ou sobre para o que serve o que fazem. Os alunos citaram os últimos conteúdos trabalhados em sala.

Dessa forma, não é possível dizer que essas crenças arraigadas nos alunos sejam consequências apenas das suas vivências escolares, já que as crenças também:

...contextualizam-se em diversos âmbitos, além da escola: na família, entre os amigos e os colegas, nos meios de comunicação social, etc. Nesses espaços, as crenças dominantes, do ponto de vista de sua frequência ou de sua centralidade psicológica, podem entrar em conflito com outras. [...] Os alunos vivem, pois, dentro de uma complexa rede de influências em que a matemática está presente, o qual vai modelando suas crenças em torno da matemática e da atividade matemática. (VILA; CALLEJO, 2006, p. 53-54).

Nesse caso, tais fatores também podem ter contribuído para o rompimento dessas crenças dos alunos, bem como para a possibilidade de perceber a matemática a partir de outros olhares.

No entanto, 15 alunos revelaram com as suas respostas que a prática pedagógica adotada por mim foi capaz de romper e ou transformar as crenças em relação à matemática. Percebi, nas falas desses alunos, o quão marcante foram para eles as propostas de tarefas desafiadoras nas quais eles foram convidados a envolver-se e a pensar matematicamente. Algumas dessas falas estão aqui transcritas:

Eu gostei mais da atividade dos brincos, porque foi muito interessante. (Pa)

Foi a atividade do congresso que eu mais gostei porque foi a mais legal e a mais interessante e além disso foi a primeira vez que eu vi esse tipo de apresentação.(Jo)

Das folhinhas que você deu sobre, Fernando, dos brincos e tudo mais. Porque é legal de se fazer. Nós pensamos melhor. (Am)

Eu gostei do congresso porque foi legal e interessante. (Ma)

O congresso de matemática porque foi diferente. (St.O.)

Eu gostei da dos brincos e das blusas porque eu torrei os neurônios. (Bru)

Bem, o congresso porque aprendemos mais com ele, porque tem explicação, tem alunos que vão apresentar. (J.R.)

O negócio do retroprojektor. (Vi)

A atividade da apresentação, porque essa atividade é muito bom de aprender e receber uma atividade legal para fazer para quem não sabe como se faz. (Na)

Estas falas expressam como essas atividades marcaram a vivência desses alunos. Atividades como o congresso matemático foram lembradas pelos alunos, mesmo quase três meses após seu acontecimento, quando esse questionário foi respondido. Um dos recursos materiais, desconhecido pela maioria dos alunos, utilizado durante esse evento foi o retroprojektor, lembrado pelo aluno Vi.

Outro aspecto destacado pelos alunos refere-se às tarefas de resolução de problemas. Quando os alunos citam *a dos brincos*, *a do Fernando*, *a das blusas*, todas elas foram situações-problemas desafiadoras que propus aos alunos no segundo semestre de 2009.

Ao comparar as repostas presentes nos dois questionários, é perceptível uma mudança, o que permite concluir que “as tarefas escolares influem, sem dúvida, na visão que os alunos

têm da matemática. Suas características vão configurando algumas imagens sobre essa ciência e sobre a atividade matemática”. (VILA; CALLEJO, 2006, p.71).

Na terceira questão feita aos alunos no Q.I., perguntei a eles por que deveríamos estudar matemática. As respostas dadas podem ser assim agrupadas:

- Dezesseis acreditam que devemos estudar matemática porque faz parte do contexto escolar.
- Nove referem-se à necessidade de aprender matemática como uma função social ou que devemos aprender matemática porque possibilita o desenvolvimento de habilidades para o trabalho.

O fato de os alunos valorizarem a matemática escolar leva a refletir sobre o quanto o contexto social em que vivem contribui para que concebam a escola como local de aprendizagem, como ilustrado pelas falas:

Porque a gente vai começando a aprender mais, vai conhecendo os números. (Sa)

Porque eu acho que a matemática ensina mais as pessoas. (Ca)

Porque sim. Se você não estuda, não ia aprender nada. (Er)

Quanto à valorização da aprendizagem da matemática como uma função social, pode-se dizer que é a influência do contexto também, pois esses alunos veem a escola como uma oportunidade de terem condições de vida e possibilidades de empregos bem melhores do que seus pais. O mais importante para eles é:

...obter um diploma que lhes abra as portas de um possível trabalho. Outras metas de formação cultural ou de aprendizagem da matemática estão em segundo plano, aparecendo apenas o valor dos estudos como meio para obter um trabalho. (CHACÓN, 2003, p. 82).

Constata-se que eles valorizam e atribuem qualidades e utilidades para o ensino da matemática escolar. Para eles, a matemática é um conhecimento que pode ajudá-los em situações extraescolares, pois a destacam como pré-requisito para o trabalho, para situações futuras ou ainda para situações de compra e venda, como evidenciam em suas respostas:

Porque se não estudar, não trabalha. (Jo)

Porque senão nós vamos fazer um trabalho e não sabe. (Nat)

Porque a matemática ensina e tem que estudar senão não pode trabalhar. (Jes)

Porque quando a gente for em uma loja e precisar fazer uma soma é só usar a cabeça e a matemática. (St.Q.)

Porque a matemática serve para o trabalho. (Vi)

Porque vamos precisar no futuro. (St.O.)

Porque quando a gente crescer nós vamos trabalhar de vender mesas, camas e quando alguém comprar uma cama, nós vai contar, fazer conta, então é assim. (Am)

No caso de Am, sua fala indica um possível sonho profissional: trabalhar no comércio. Minhas experiências ao longo da convivência com os alunos foi mostrando o quanto a escola era por eles valorizada como possibilidade de ter oportunidades distintas das dos seus pais, no que se referia ao campo de trabalho. Quando questionados a respeito das profissões que desejavam seguir, os alunos sempre citavam o trabalho no comércio, como lojas, supermercados, farmácias, restaurantes, entre outros estabelecimentos comerciais.

A quarta e última questão *Você usa a matemática fora da escola? Onde?* foi a mesma no Q.I. e no Q.F., e isso me permitiu realizar uma análise comparativa entre as respostas dadas pelos alunos a fim de identificar se houve ou não mudanças nas concepções por eles apresentadas.

Os dados do Q.I. evidenciam que, dos 25 alunos que responderam essa questão, 16 não conseguiram fazer qualquer relação da matemática com as situações da realidade; seis alunos estabeleceram algum tipo de conexão da matemática com o cotidiano; dois deles, apenas, responderam “não”; e uma aluna apresentou o registro escrito ilegível.

Em comparação com as respostas presentes no Q.F., identifiquei que apenas um aluno não conseguiu reconhecer o uso da matemática fora dos espaços escolares e justificou:

Sim, na minha casa eu tenho um caderno que eu faço conta (M.H. – Q.I).

Em contas na faculdade. (M.H. – Q.F.)

Percebi, na fala desse aluno, que em ambos os momentos suas crenças em relação à matemática se apresentam relacionadas ao uso de ferramentas, procedimentos e conteúdos matemáticos, atribuindo um grande valor aos procedimentos algorítmicos.

No entanto, 24 alunos apontaram em suas falas a possibilidade de utilizar a matemática fora da escola, o que mostra que a matemática passou a ser concebida sob outras perspectivas que transpõem o cenário escolar. Suas respostas apresentadas nos dois momentos (Q.I. e Q.F.) trazem indícios de que o ambiente de aprendizagem por mim oportunizado foi capaz de modificar as crenças desses alunos acerca desses aspectos.

Uso em casa na conta. (Nati – Q.I.)
Sim em casa, em brincadeiras. (Nati – Q.F.)

Não. (Pa – Q.I.)
Sim, no trabalho. (Pa – Q.F.)

Eu uso em casa estudando divisão menos mais vezes eu amo matemática. (Am – Q.I.)
Sim. Em todo lugar nós podemos usar a matemática, porque tem várias lojas por exemplo, lojinha de um real têm várias delas e se nós contar quantas, isso já é matemática. (Am – Q.F.)

Eu uso sim em casa para fazer contas. Quando meus pais pedem. (Bru – Q.I.)
Sim, em qualquer lugar. (Bru – Q.F.)

Às vezes em casa pra quando tem prova de matemática na escola. (J.R. – Q.I.)
Em todos os lugares quando temos dificuldades. (J.R – Q.F..)

Uso em casa fazendo a lição da minha irmã. (Sa – Q.I.)
Num calendário, no mercado, numa loja, num bar, numa sorveteria. (Sa – Q.F.)

(Jes – Q.I. ilegível)
Nós usa a matemática para saber o peso das coisas. (Jes – Q.F.)

No caso desses alunos, percebi que o contexto escolar no qual estiveram inseridos durante a realização da pesquisa foi essencial para fazê-los identificar o uso da matemática em outros lugares fora da escola. As crenças de que esse conhecimento se reduz a procedimentos e técnicas matemáticas foram modificadas: corroboram a ideia de que “o sentido e o significado do que para eles é realmente a matemática é modelado pela cultura escolar, que determina suas respostas às questões matemáticas, assim como a forma de utilizar e aplicar essa ciência”. (VILA; CALLEJO, 2006, p.69).

4.3.2 O desenho como forma de representação dos sentimentos pela matemática

Nos dois questionários apresentados aos alunos, solicitei que fizessem um desenho para representar seus sentimentos em relação à matemática. Muitos dos desenhos feitos por eles me chamaram a atenção; no entanto, selecionei, dentre todos, dois, para realizar uma análise.

- Aluna Nati, do 4º ano:

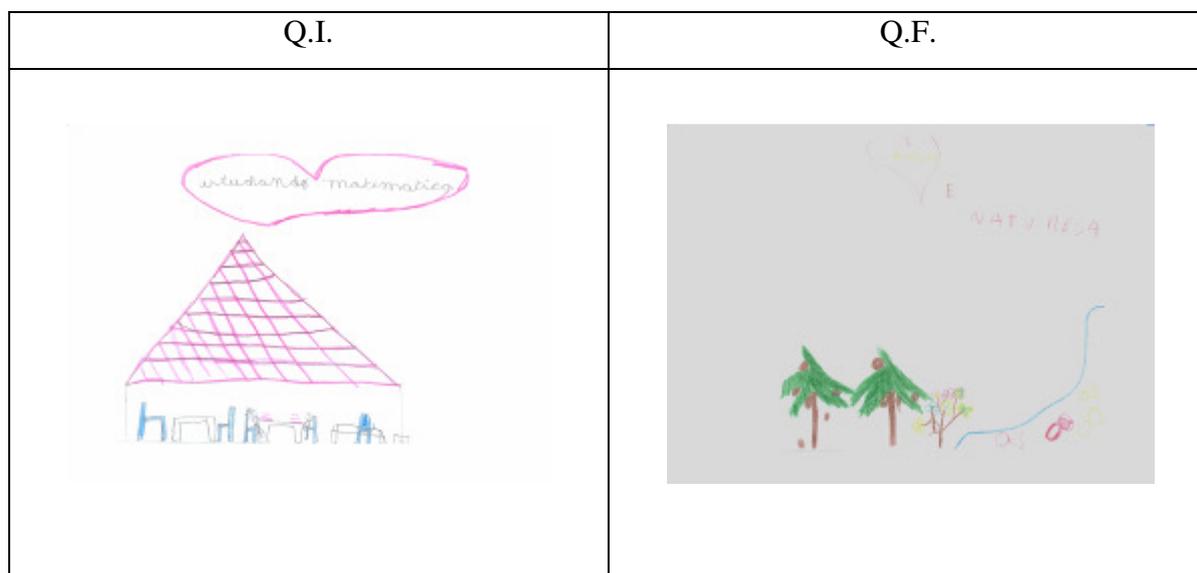


Figura 28: Desenho da aluna Nati

No primeiro desenho, a aluna fez a sala de aula com mesas, tendo, inclusive, um aluno que parece desenvolver algum tipo de tarefa. Acredito que Nat reproduziu seu sentimento pela matemática com situações que fizeram parte de sua trajetória escolar. Na segunda figura, as representações do espaço físico escolar não aparecem e, na parte superior de seu desenho, Nat fez um coração, escreveu dentro a palavra “amor” e, logo abaixo, “e natureza”, o que permite pensar que as crenças até então apresentadas no desenho inicial não fazem mais parte das suas crenças atuais em relação à matemática.

A fim de expressar o prazer por essa área do conhecimento, a aluna fez uma relação com os aspectos positivos da vida cotidiana: o amor e a natureza. Trouxe para o desenho seus sentimentos e sua afetividade.

- Aluno J.R., do 4º ano:

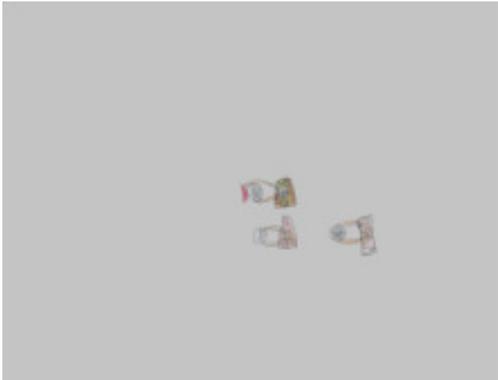
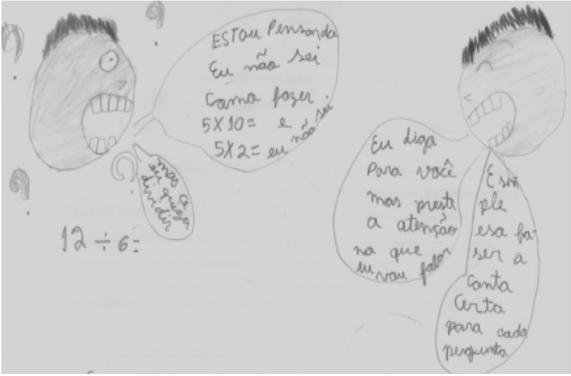
Q.I.	Q.F.
	 <p>— Estou pensando. Eu não sei como fazer 5×10 e 5×2. Eu não sei.</p> <p>— Eu digo para você, mas preste atenção no que eu vou falar.</p> <p>— Mas e se eu quiser dividir $12 \div 6$?</p> <p>— É simples é só você fazer a conta certa para cada pergunta.</p>

Figura 29: Desenho do aluno J.R. (1ª parte)

No primeiro desenho, o aluno expressou seu sentimento pela matemática desenhando uma sala de aula com as carteiras dispostas em fileira e alunos sentados, provavelmente fazendo alguma tarefa, observando a lousa ou até mesmo o professor.

Para mim, a representação de J.R. reproduz suas experiências escolares nas aulas de matemática. A sala de aula representada no desenho revela uma prática pedagógica permeada pelos modelos tradicionais de ensino, no qual o aluno trabalha individualmente, sentado e em silêncio.

Na imagem seguinte, os sentimentos demonstrados por J.R. são muito diferentes do anterior. O aluno desenhando dois personagens e escreveu um diálogo entre eles. O primeiro personagem diz: “Estou pensando. Eu não sei como fazer 5×10 e 5×2 . Eu não sei; Mas se eu quiser dividir: $12 \div 6$?”. O segundo responde: “Eu digo para você, mas preste atenção no que vou falar. É simples é só fazer a conta certa para cada pergunta”.

E segue explicando no desenho:

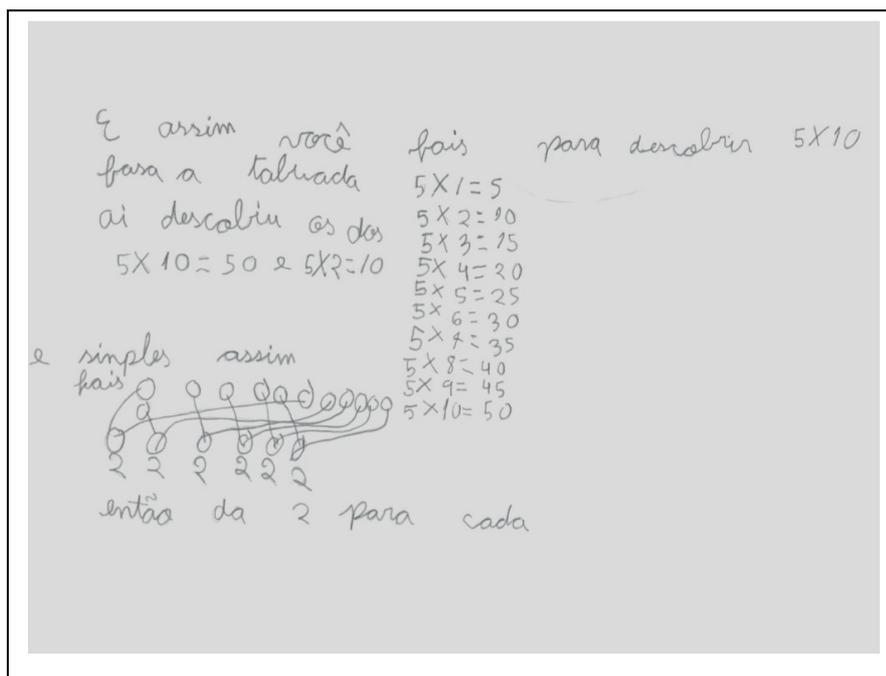


Figura 30: Desenho do aluno J.R. (2ª parte)

Esse desenho indica que o aluno se preocupa com a aquisição de habilidades e que emprega ferramentas para resolver as situações matemáticas. Porém achei muito interessante a forma que J.R. usou para descrever sua estratégia de solução para a dúvida inicial de seu personagem. Para a multiplicação, recorreu à tabuada, elemento, provavelmente, muito forte para ele. No entanto, usou-a de forma equivocada — pois é ensinada dessa forma pela maioria dos professores —, uma vez que ele escreve a relação “é quíntuplo de...”. Na divisão, percebi que em momento algum apareceu o algoritmo da divisão, já que J.R. recorreu ao recurso da representação através do desenho.

Comparando os dois desenhos, é possível notar, ainda, que houve a ruptura e também uma grande transformação nas crenças desse aluno em relação à matemática. Destaco, especialmente, a questão da comunicação, já que no desenho isso aparece de forma bastante explícita. Esse elemento fortemente valorizado durante minhas práticas foi incorporado nas concepções de aulas de matemática de J.R. Outro aspecto que também pode ser destacado é que o aluno, através do desenho, revelou que não há problema algum em não saber determinado conhecimento e não há constrangimento no pedido de ajuda.

O caso de J.R. demonstra o quanto o professor, através de suas posturas, atitudes e metodologias, influencia seus alunos quanto às crenças acerca do conhecimento matemático.

4.3.3 A escritura de cartas possibilitando aos alunos falarem sobre si mesmos

Dentre as diferentes formas de escrita nas aulas de matemática, a escritura de cartas tem-se revelado uma ferramenta que possibilita aos alunos não apenas falarem sobre a matemática, mas também extravasarem sentimentos e emoções. Os alunos dos anos iniciais de escolarização, ao escreverem cartas, não se sentem constrangidos para falarem sobre si mesmos, suas famílias, seus medos, suas inseguranças...

O gênero textual carta, além de não ser tão formal, pressupõe sempre um destinatário que, no meu entender, não deve ser o próprio professor. Assim, na presente pesquisa, ao decidir pela escritura de cartas, foi eleita a professora-orientadora como a destinatária. O contexto que originou essa escritura de cartas foi uma atividade realizada com os alunos no mês de setembro.

No capítulo metodológico informei que promovi entre os alunos o “Encontro de alunos que gostam de estudar matemática”. Esse evento ocorreu por duas vezes: em setembro e, depois, em dezembro.

A ideia de realizar um evento como esse numa sala de aula dos anos iniciais surgiu da vontade de aproximar os alunos do campo da pesquisa, da qual participavam como sujeitos. Tal ideia surgiu, como anteriormente já indiquei, quando da visita da Profa. Dra Beatriz D’Ambrosio, à USF, em agosto de 2009. Naquela ocasião, ela apresentou a ideia do congresso em sala de aula, tendo, inclusive, numa de suas palestras, apresentado um vídeo de uma experiência norte-americana. Apropriei-me, portanto, dessa ideia e modifiquei-a para a realidade que vivia com meus alunos.

Já fazia parte da minha prática compartilhar com eles minhas participações em congressos, e isso despertou sua curiosidade. Eu tinha, então, a proposta de um evento. O desafio seria: que tipo de tarefa propor para que o congresso acontecesse?

Foi no segundo semestre de 2009 que dei início à prática de socializar situações-problemas resolvidas pelos alunos. Porém essa socialização diferenciava-se das praticadas anteriormente por mim. Em vez de eu mesma escolher a resolução, apresentar para a turma de alunos e eles debaterem juntos a resolução daquele aluno ou daquela dupla, propus aos alunos que eu escolheria algumas das resoluções, porém eles próprios ficariam com a responsabilidade de explicar suas soluções para os colegas e para mim, tendo, em seguida, tempo para os possíveis debates.

Bem recebida pelos alunos, essa metodologia foi incorporada às minhas práticas pedagógicas, e, pensando nessa perspectiva, é que a tarefa para ser apresentada no congresso matemático foi organizada.

No primeiro congresso, promovido em setembro, propus a seguinte tarefa: a partir da história *De hora em hora*, contada por Ruth Rocha¹², os alunos teriam o desafio de elaborar uma forma de ensinar o personagem Marcelo a ver as horas no relógio.

Organizados em grupo de quatro alunos, eles deveriam ler a história e elaborar uma solução para aquele desafio. Depois seriam escolhidos por mim dois grupos que teriam de apresentar a solução para os demais colegas e também para mim.

Para parecer, de fato, com um evento acadêmico, logo na porta da sala, no dia em que ocorreu o congresso, anexe o cronograma do que seria feito naquele dia.

I ENCONTRO DE ALUNOS QUE GOSTAM DE ESTUDAR MATEMÁTICA	
PROGRAMAÇÃO	
07h30min	– Chegada dos alunos participantes do 4º e 5º anos.
07h50min às 8h10min	– Comunicação oral “Ensinando matemática nas salas das séries iniciais” - Profª Brenda Leme da Silva Mengali.
08h10min às 8h25min	– Momento de reflexão.
8h30min	– Apresentação da proposta de tarefa em grupos.
8h30min às 9h30min	– Realização da tarefa pelos grupos.
9h40min	– Apresentação da tarefa realizada pelo grupo 1.
10h00min	– Apresentação da tarefa realizada pelo grupo 2.
10h20min às 10h40min	– Reflexões a partir das apresentações.
10h45min	– Encerramento.

Figura 31: Programação do primeiro congresso matemático

Com o recurso do retroprojetor, apresentei algumas transparências com trabalhos de alunos que haviam participado de uma pesquisa de Iniciação Científica realizada por mim em

¹² ROCHA, Ruth. *De hora em hora...* Ilustração de Helena Alexandrino. 3. ed. – São Paulo: Quinteto Editorial, 1998. (Coleção hora dos sonhos)

2007; depois propus aos grupos a tarefa para aquele evento. Abaixo segue a tarefa tal como foi apresentada aos alunos:

Escola: _____
Alunos(as): _____
Data: _____ Turma: _____

DE HORA EM HORA
RUTH ROCHA

Marcelo vivia perguntando:

- *Mamãe, o que é bandapassá?*
- *Bandapassá? Sei não, menino! Onde é que você viu isso?*
- *Tem uma música que diz assim: pra vê bandapassá...*
- *Não é bandapassá, Marcelo. É banda passar. Pra ver a banda passar.*

Banda de música.

No outro dia lá vinha o Marcelo:

- *Pai, sinal tem pêlo?*

O pai de Marcelo não entendia:

- *Que sinal, menino? Não estou entendendo.*
- *Sinal, pai, do pelo-sinal-da-santa-cruz...*

O pai de Marcelo suspirava e tentava explicar:

- *Não, Marcelo, não é pêlo-pêlo. É pelo-pelo...*

E todo dia era a mesma coisa.

- *O que é terra margarida, mãe?*
- *Não é terra margarida, Marcelo. É terra mais garrida, mais bonita, mais enfeitada...*

Um dia Marcelo perguntou:

- *O que é veazora, mãe?*
- *Veazora, Marcelo? Sei lá!*
- *A Gabriela indagorinha disse que ia veazora.*
- *Não, Marcelo, não é veazora. É ver as horas. Ver que horas são. Que horas são do dia.*
- *E como é que a gente faz isso?*
- *Bem, Marcelo. Pra isso a gente usa o relógio.*
- *E como é que a gente vê as horas no relógio?*

[...]

Agora é com vocês, pessoal. O Marcelo quer aprender como ver as horas no relógio. Em grupo elaborem uma ou mais formas de explicarem para o Marcelo como é que se faz para ver as horas no relógio. Bom trabalho!

Figura 32: Tarefa proposta durante o primeiro congresso matemático

Esse congresso, por ser novidade para todos naquele cenário de aprendizagem, não agradou muito às minhas expectativas, mas, mesmo com a frustração perante o evento, pedi

aos alunos que escrevessem uma carta para sua professora-orientadora contando como havia sido o “Encontro de alunos que gostam de estudar matemática”.

A realização dessa tarefa pelos alunos deu início a um movimento no qual a comunicação rompeu os limites de sala de aula e conseguiu aproximar, através do registro escrito, no gênero carta, os meus alunos da professora-orientadora da pesquisa. Os alunos escreveram as cartas, que foram entregues à professora-orientadora, mas nem todos seguiram a orientação de contar sobre como havia sido o evento do qual tinham participado.

Identifiquei, nessas escritas, que a preocupação dos alunos não estava em contar como foi o evento do qual participaram, mas em contar de si, a fim de que o destinatário conheça um pouco da sua história. O local no qual a escola está localizada e o contexto de vida desses alunos talvez tenham motivado a preocupação em falar de si próprio. Além disso, o gênero textual carta também é incentivador para esse tipo de narrativa.

Outro aspecto merecedor de destaque é a forma como esses alunos se referiram à professora-orientadora da pesquisa. Ficou nítido o carinho que eles explicitaram, sem sequer conhecê-la, demonstrando que, na verdade, reproduziam minha postura, quando, em muitos momentos, deixei transparecer, durante as aulas, ao referir-me à minha professora, o carinho, a admiração, o apreço que sinto por ela.

Trago, a seguir, as cartas de cinco alunos. Em função de terem sido escritas a lápis, preferi transcrevê-las, respeitando a escrita dos alunos, porém corrigindo os erros de ortografia.



- Aluna Nati

*Atibaia, 1 de outubro de 2009
Querida professora Adair
Olá professora Adair meu nome é Nat gostei muito de fazer aquela apresentação.
Gosto muito de estudar.
A professora Brenda fala muito de você.
Fala que você é muito estudiosa, legal, bonita, atenciosa e muito esperta.
Estudo muito porque quero ser modelo.
Quando tiver um tempo vem nos visitar.
Tchau professora Adair.
Nati*

É nítido que essa aluna se preocupou muito pouco em descrever detalhadamente como foi o evento do qual tinha participado. Talvez esse momento no qual foram convidados a contar como havia sido uma determinada aula tenha sido difícil, pelo fato de não terem tido a oportunidade de escrever relatórios sobre as aulas.

Também ficou explícito o carinho ao qual me referi anteriormente. Mesmo sem conhecer a professora-orientadora, a aluna antecipou conceitos a respeito dela, provenientes dos comentários realizados por mim. Identifiquei ainda que Nati sentiu necessidade de contar um pouco sobre si, a fim de que a professora Adair tivesse uma ideia de com quem estava conversando.



Resposta da professora Adair:

*Campinas, 11 de novembro de 2009.
Olá, Nat!
Tudo bem com você? Comigo está tudo ótimo.
Fiquei muito feliz ao receber sua carta. A professora Brenda sempre fala de vocês com muito carinho. Ela gosta muito de vocês.
Desculpe-me pela demora na resposta, mas estive sem tempo, pois trabalho muito.
Que legal que você quer ser modelo. Mas você tem razão: primeiro precisa estudar.
E que bom que você gosta de estudar. Quando eu tinha sua idade eu também estudava muito. Até hoje eu estudo e gosto muito.
Eu quero que você me conte como foi a sua apresentação. O que seu grupo fez?
Fiquei curiosa.
Vou sugerir à Professora Brenda para fazer outro congresso na sua classe e me convidar para eu assistir às apresentações de vocês.
Aguardo sua nova carta me contando sobre o trabalho do seu grupo.
Beijos.
Adair*



Resposta da Nati à professora Adair:

*Atibaia, 13 de novembro de 2009.
Olá, professora Adair.
Tudo bem com você? Comigo está.
Na minha apresentação foi assim nós mostramos como nós fizemos no relógio de ponteiro e digital.
Adorei sua carta.
Beijos e abraços.
Nati*

Na carta enviada a essa aluna, a professora-orientadora solicitou que contasse com detalhes como havia sido o congresso. No entanto, a aluna foi bastante breve e relatou rapidamente, sem maiores detalhes, sobre a apresentação do seu grupo.

Porém percebi que Nat iniciou sua carta reproduzindo o que a professora Adair escrevera para ela: “*Olá, professora Adair. Tudo bem com você? Comigo está.*”, mostrando ter-se apropriado desses mesmos recursos. Ainda que a proposta de descrever como havia sido o “Encontro de alunos que gostam de estudar matemática” não tenha acontecido, acredito que esse contato foi importante porque estabeleceu um laço dos alunos com a professora-orientadora, bem como valorizou e determinou funções para a escrita dos alunos.



Atibaia, 1º de outubro de 2009

Querida professora Adair

Querida professora Adair meu nome é Kim e tenho 9 anos e eu só fico de toca eu tenho vergonha de tirar a minha toca eu queria muito conhecer você a Brenda fala muito de você e todo mundo fica feliz eu vou falar da comunicação oral “ensinando matemática” no dia que a gente fez a ensinando matemática foi muito interessante eu gostei demais aí a gente entramos e fizemos a ensinando matemática a gente ficamos até a saída fazendo isso foi muito legal eu queria conhecer você um dia. Fica com Deus.

Beijos!

Kim

Assim como na carta da aluna Nati, Kim não se preocupou muito em trazer, na carta, informações detalhadas sobre o congresso. Sua necessidade estava em dar o máximo de características pessoais, a fim de que a professora Adair pudesse conhecê-la.

Compartilhar esse texto é muito mais do que analisar as palavras, é olhar para o contexto, para a postura dessa aluna na sala de aula. Realmente, ela sempre estava de touca e, por mais que eu pedisse para tirar, em função do calor, muitas vezes isso não acontecia. Questionada por mim, diversas vezes, sobre o porquê de não querer tirá-la, Kim, sempre se esquivou da resposta, jamais respondeu. Porém expressou, através da carta, os motivos pelos quais sempre estava de touca: por não achar-se bonita. Eu já tinha desconfiado a respeito do motivo, mas não tinha ouvido, até então, a confirmação pela própria aluna. Na tentativa de que a aluna escrevesse mais detalhes sobre o evento, a professora Adair respondeu para Kim:



Resposta da professora Adair para a aluna Kim:

Campinas, 11 de novembro de 2009.

Olá, Kim!

Tudo bem com você? Comigo está tudo ótimo.

Fiquei muito feliz ao receber sua carta. A professora Brenda sempre fala de vocês com muito carinho. Ela gosta muito de vocês.

Desculpe-me pela demora na resposta, mas estive sem tempo, pois trabalho muito.

Não vejo problemas em você gostar de ficar de touca. Mas às vezes você tira, não é mesmo? Principalmente neste calor!

Eu quero que você me conte como foi o trabalho que vocês fizeram. O que seu grupo fez? Fiquei curiosa.

Vou sugerir à Professora Brenda para fazer outro congresso na sua classe e me convidar para eu assistir às apresentações de vocês. O que acha?

Aguardo sua nova carta me contando sobre o trabalho do seu grupo.

Beijos.

Adair



E Kim retribuiu essa carta com outra:

Atibaia, 13 de novembro de 2009

Olá, Adair

Tudo bem com você? Como que você sabe que de vez em quando eu tiro a touca? Mas eu tiro nesse calor eu não sou muito bonita mas algumas pessoas acham eu bonita eu quero muito conhecer você e no congresso eu falo para a professora Brenda te convidar para mim te conhecer e etc.

No congresso de matemática eu amei eu aprendi bastante foi muito legal e eu quero conhecer você pessoalmente para ver se você não é brava eu não sei mas você é linda e eu quero que a prô Brenda traz você aqui para nós te conhecer.

Eu quero tanto te conhecer eu estou curiosa pra te conhecer.

Kim

Acredito ser esse um dos benefícios de trabalhar produção de textos nas diversas áreas do conhecimento. No caso da carta, foi possível conhecer mais sobre essa aluna, além do que, na última carta escrita para a professora Adair, ficou bastante nítido o progresso dessa aluna nas questões estruturais do texto.

Embora, novamente, ela não tenha dado detalhes sobre o congresso matemático, é possível visualizar que, na primeira carta, a aluna escreveu o texto estruturado em um único parágrafo, não se preocupou com a pontuação. No entanto, ao responder a carta da professora Adair, é visível que a estrutura do texto já está diferente, demonstrando que houve preocupação no momento da elaboração, uma preocupação que pressupõe uma função para a

escrita, pois há a certeza de que a carta terá um leitor que precisa compreender o que foi comunicado.



• Aluna Ge:

Atibaia, 1º de outubro de 2009

Querida professora Adair

Meu nome é Ge, eu tenho 10 anos e pelo jeito que a professora fala de você, você deve ser legal, eu queria tanto mas tanto te conhecer mas a professora disse que você não tem tempo, vou fala um pouco de mim: — Eu sou branquela; tenho sardas no nariz; meu cabelo é liso e louro mas louro forte; meus olhos são castanhos; sou alta, sou legal, e você como é?

Vou falar como é o meu dia-a-dia, de segunda à sexta eu venho para a escola de, quarta-feira eu tenho aula de flauta e tricô de, sábado eu tenho aula de balet e de domingo eu tenho catequese.

Vou falar como foi o dia, 30/09/2009 que nós fizemos a lição “I encontro de alunos que gostam de estudar matemática”, foi muito legal, a professora apresentou umas lições dos alunos que ela deu em 2007, depois ela deixou nós fazer grupos de 4 com quem a gente quisesse eu fiz grupo com a Jen, Ste, Jo e eu depois a gente tinha que ensinar o Marcelo a ver as horas nossa dupla fizemos um relógio de ponteiro e o digital, depois a professora escolheu o meu grupo e o de outro para ensinar o Marcelo aí nós fomos lá na frente.

Beijos de Ge

Espero que goste de minha carta que Deus te abençoe.

Essa aluna descreveu com mais detalhes como foi o congresso, não deixando, porém, de trazer informações sobre si própria para que a professora Adair pudesse conhecê-la um pouco mais. Ge, na carta, contou um pouco de sua rotina, das coisas que fazia no dia a dia. É importante destacar que as aulas de tricô, flauta, *ballet*, às quais a aluna se refere são atividades oferecidas por uma ONG que fica próxima à escola. Essa instituição tem o objetivo de tirar as crianças da rua e, por isso, oferece muitos cursos gratuitos, que são aproveitados pela maioria dos alunos dessa escola.

Outro aspecto a ser destacado é a estrutura desse texto. Diferente dos anteriores, a aluna Ge apresenta uma escrita mais bem organizada, tornando mais acessível a sua compreensão.



A resposta da professora Adair:

Campinas, 11 de novembro de 2009.

Olá, Ge!

Tudo bem com você? Comigo está tudo ótimo.

Fiquei muito feliz ao receber sua carta. A professora Brenda sempre fala de vocês com muito carinho. Ela gosta muito de vocês.

Desculpe-me pela demora na resposta, mas estive sem tempo, pois trabalho muito.

Você parece ser uma garota muito legal, que faz muitas coisas gostosas e interessantes.

Achei muito legal o que vocês fizeram com o relógio e mostraram para a classe.

Conte mais um pouco pra mim dessa atividade. Como foram esses relógios?

Vou sugerir à Professora Brenda para fazer outro congresso na sua classe e me convidar para eu assistir às apresentações de vocês.

Aguardo sua nova carta me contando sobre o trabalho do seu grupo.

Beijos.

Adair

Mesmo a aluna trazendo em sua carta informações mais detalhadas sobre o evento, a professora Adair pediu detalhes sobre a apresentação do grupo dela.



Em resposta, Ge escreveu:

Atibaia, 13 de novembro de 2009

Olá Adair!

Comigo está tudo na paz e no amor, e com você está tudo na paz e no amor também espero que sim. Você perguntou como é que foi os relógios e como foi a atividade, a professora disse pra gente fazer grupo de quatro, mas antes ela mostrou um pouco das atividades dos alunos que ela deu aula em 2007 depois ela disse que fez um livro, continuando o negócio do grupo, aí eu escolhi a Jen, Jo, Ste, e eu Ge aí a professora mandou a gente ler a história que ela leu que era da Ruth Rocha, que tinha uma pergunta assim e vocês como ensinariam o Marcelo a ver as horas, aí nós falamos que para ele aprender a ver as horas ele teria que saber a tabuada do cinco e que tinha que ver em que sala ele tá porque se ele estivesse no pré ele não saberia a tabuada, aí a professora escolheu o meu grupo e o grupo do Bru, o primeiro grupo a se apresentar foi o do grupo do Bru, mas antes a professora, mandou eu e o Bru fazer um relógio em de ponteiro e outro digital o meu grupo fez o relógio digital o grupo do Bru o de ponteiro, continuando o Bru explicou como é que via as horas no de ponteiro, depois foi o meu grupo nós falamos e explicamos como é que via as horas no digital. E assim termina eu sou muito legal com quem é legal comigo e sou chata com quem é chato comigo. Eu tenho 12 cachorros, 4 gatos e 1 periquito.

Te amo

Ge

Ge, ao escrever a carta de resposta, procurou contar de forma mais esclarecida o que causara curiosidade na professora Adair. Porém, desta vez, apresentou um texto não muito bem estruturado, escreveu tudo em único parágrafo, não pontuou o texto em alguns momentos, tornando-o confuso. No entanto, rico em detalhes sobre a atividade em si.

É importante destacar que, mesmo a resposta da carta acontecendo com certa demora, a aluna não se esqueceu dos detalhes. Lembrou-se das atividades que a professora havia compartilhado com eles, inclusive o ano em que as realizara. Outro elemento que demonstra que a tarefa foi significativa é a referência feita à autora do texto que fora trabalhado. Mesmo tendo passado mais de um mês da realização do congresso, a aluna lembrou detalhes dos momentos que, provavelmente, foram marcantes para ela.

Algo muito interessante é a relação que aluna fez entre aprender a ver as horas no relógio e saber a tabuada do cinco, bem como a preocupação do grupo com o personagem da história, o Marcelo, em saber qual série/ano ele se encontrava, pois, caso estivesse na educação infantil, não poderia aprender a ver as horas no relógio, pois não saberia a tabuada.

Essas atividades nas quais os alunos tiveram que escrever cartas revelaram o quanto pode ser rico para a aprendizagem dos alunos o uso desse recurso, fazendo-nos confiar ainda mais nas potencialidades da comunicação escrita. “Os textos escritos em diferentes instrumentos e espaços comunicativos de um ambiente de aprendizagem, por suas singularidades, contribuem, diferentemente, no desenvolvimento da cognição matemática”. (POWELL; BAIRRAL, 2006, p.101).

-  Aluno Thi:

Atibaia, 1º de outubro de 2009
Querida professora Adair
Eu gostaria muito de conhecer você, a professora fala muito de você, que ensina muita coisa pra gente e eu adoro aprender as lições da professora, eu adorei o trabalho de matemática que a professora deu pra gente e gostei de ajudar o Marcelo a saber a ver os relógios e foi muito bom trabalhar em equipe porque um teve que colaborar com o outro mas o que é melhor é aprender para ser alguém no futuro pra crescer saudável para ter educação é muito bom então boa sorte e estude bem beijo tchau!
Até um dia
Beijo
Thi

O aluno Thi foi bastante breve em sua carta. Não expressou com clareza como foi o evento, porém, o que chamou a atenção na carta desse aluno foi a referência que fez ao

trabalho realizado em equipe: “foi muito bom trabalhar em equipe porque um teve que colaborar com o outro”.

Ao propor tarefas nessa perspectiva, meu objetivo foi aproximar esses alunos da possibilidade de unir competências na busca de algo em comum, pois para isso é necessário envolver-se, estar disposto a ajudar com o que tem de melhor, com a finalidade de estabelecer no grupo uma via de mão dupla, na qual o participante depende de sua equipe e esta, do participante.

A fala desse aluno evidenciou os aspectos positivos do trabalho em equipe e valorizou a prática, por mim adotada, de potencializar nas aulas de matemática, bem como em outras áreas do conhecimento, o trabalho coletivo e colaborativo. Thi também trouxe em sua carta a crença nos estudos para um futuro profissional, ou seja, a escola como possibilidade de mobilidade social.



Em resposta a Thi, a professora Adair escreveu:

*Campinas, 11 de novembro de 2009.
Olá, Thi!
Tudo bem com você? Comigo está tudo ótimo.
Fiquei muito feliz ao receber sua carta. A professora Brenda sempre fala de vocês com muito carinho. Ela gosta muito de vocês.
Desculpe-me pela demora na resposta, mas estive sem tempo, pois trabalho muito.
Achei muito interessante você me contar que gosta de trabalhar em equipe. Eu também gosto. A gente sempre pode ajudar o outro e ser ajudado, não é mesmo? Eu sempre gostei de estudar e vi que você gosta também. Isso é legal!
Eu quero que você me conte como foi essa aula diferente que vocês tiveram. O que o grupo fez? Fiquei curiosa.
Vou sugerir à Professora Brenda para fazer outro congresso na sua classe e me convidar para eu assistir às apresentações de vocês.
Aguardo sua nova carta me contando sobre o trabalho do seu grupo.
Beijos.
Adair*



E Thi respondeu de forma ainda mais sucinta a carta da professora Adair:

*Atibaia, 13 de novembro de 2009
Olá Adair
Eu adorei Adair! Porque eu adoro matemática e a professora ensina muito bem, eu gosto. Muito obrigado espero te ver hein! Beijo tchau!!!
Eu adorei como a professora Brenda ensinou como ajudar o Carlos a ver as horas eu gostei.*

Fica claro que o aluno não se preocupou em satisfazer as curiosidades expressas pela professora Adair. Ele não retomou, muito menos descreveu mais detalhes da “tal” aula diferente. Possivelmente faltaram-lhe lembranças, já que se referiu ao personagem Marcelo, chamando-o desta vez de Carlos.

Porém, nos aspectos estruturais do texto, identifiquei certo progresso. Na segunda carta, o aluno já usou mais de um parágrafo, bem como abusou mais dos sinais de pontuação. É importante ressaltar que escolhi esse texto para compartilhar porque Thi foi o único aluno a mencionar a importância do trabalho em grupo.

A seguir, trago a transcrição da quinta carta selecionada para compor esta análise.

-  Aluna Jes:

Atibaia, 1º de outubro de 2009
Querida professora Adair
Eu tenho vergonha de conversar na escola eu não gosto de falar na escola eu gostei de ontem na escola tava muito legal eu só converso na minha casa eu gosto muito da minha professora. Ela é muito bonita eu não faço bagunça na sala de aula eu sento com um menino que é muito bagunceiro. Ele não fica quieto nenhum minuto ele é chato demais e quando ele não faz a lição ele fica de castigo ele demora de copiar a lição que a professora passa na lousa.

Comentei, nas discussões anteriores, como foi rico o uso do recurso da comunicação escrita nas aulas de matemática. Infelizmente essa prática só foi iniciada praticamente no final do ano letivo. Ainda assim, foi possível identificar progressos nas produções dos alunos.

Foi difícil selecionar quais cartas eu traria para realizar esta análise. Em especial, as produções desta aluna não poderiam ficar de fora. Inicialmente, não se nota nada de especial na escrita dela, mesmo porque ela contou bem pouco sobre o congresso. Porém, ao conhecer um pouco da história desta aluna, será possível entender o porquê de compartilhar suas produções.

Jes iniciou o ano letivo de 2009 com doze anos de idade. Estava matriculada no 5º ano e tinha sido reprovada diversas vezes nos anos anteriores. Com muitas defasagens na aprendizagem, lia e escrevia com muita dificuldade. Seu comportamento sempre marcado pela apatia, característica dela e de seus seis irmãos, fez com que as professoras dos anos anteriores encaminhassem-na para uma ajuda psicológica e psicopedagógica.

Por diversos problemas familiares, essa aluna não foi ajudada, e seu comportamento na escola continuou apático. Falava pouco, bem pouco, essa é a principal característica que

posso atribuir a ela durante o ano de 2009. Além disso, sempre estava sozinha. Não conversava com os colegas, nem brincava com eles. Comigo, as conversas eram sempre breves, pois sempre demonstrou muita timidez.

De repente, Jes escreveu uma carta e ali expressou algumas de suas ansiedades. Comunicou-se com a professora Adair, alguém que ela ainda não conhecia, mas sentia-se segura para um desabafo. Falou da sua vergonha de conversar na escola e disse que só falava na sua casa.

Ao referir-se ao congresso de matemática, disse apenas ter sido legal. Para mim, o maior ganho foi a participação dessa aluna na atividade. Ainda que tenha citado o evento sem qualquer detalhe, entendo que ela compreendeu o que havia sido solicitado. Conhecendo um pouco da história de Jes, fica evidente que o recurso da carta possibilitou um avanço muito grande.



E a professora Adair retribuiu, respondendo:

Campinas, 11 de novembro de 2009.

Olá, Jes!

Tudo bem com você? Comigo está tudo ótimo.

Fiquei muito feliz ao receber sua carta. A professora Brenda sempre fala de vocês com muito carinho. Ela gosta muito de vocês.

Desculpe-me pela demora na resposta, mas estive sem tempo, pois trabalho muito.

A gente não pode ter vergonha de conversar na escola. É lógico que fazer bagunça não é legal, mas conversar com os amigos, falar com a professora, contar o que a gente está aprendendo, isso é legal.

Eu quero que você me conte como foi essa aula diferente que vocês tiveram. O que o grupo fez? Fiquei curiosa.

Vou sugerir à Professora Brenda para fazer outro congresso na sua classe e me convidar para eu assistir às apresentações de vocês.

Aguardo sua nova carta me contando sobre o trabalho do seu grupo.

Beijos.

Adair



A resposta dada por Jes desta vez foi ainda mais breve:

Data: 13/11/2009

Nome: Jes

Esta carta é pra você Adair. Eu te amo você Adair eu fiquei muito feliz com sua resposta. Eu aprendi a ler mais ou menos e escrever com a minha professora Brenda e eu sei fazer matemática para você Adair amor te amo você Adair Beijo para você.

Nesse pequeno texto, a aluna apenas disse que ficou muito feliz em receber a resposta da professora Adair, mas não se preocupou em contar sobre o evento, tarefa solicitada na carta. Talvez, por motivos que desconheço, essa aluna não se tenha sequer recordado de como fora o congresso matemático, mas justifica que “*aprendeu a ler e escrever mais ou menos*”. Certamente esse recurso da comunicação não somente transpôs os espaços da sala de aula, como também teve uma grande função social na vida dessa aluna, inserindo-a num ambiente de que talvez tivesse se sentido excluída por muito tempo.

Assim, a linguagem escrita pode ser vista tanto como um instrumento para atribuir significados e permitir a apropriação de conceitos quanto como uma ferramenta alternativa de diálogo, na qual o processo de avaliação e reflexão sobre a aprendizagem é continuamente mobilizado. (SANTOS, S., 2005, p.128).

Percebi, como um todo, que a maioria dos alunos, ao escrever as cartas à professora Adair, preocupou-se mais em expressar emoções e afetividades em relação a ela do que em atender à tarefa, propriamente dita, de descrever como havia sido o congresso matemático e o que tinham aprendido com ele.

Esse fato fez com que a proposta dessas tarefas tomasse outro rumo, diferente do inicial, que era escrever nas aulas de matemática, com o propósito de enriquecer o próprio vocabulário e utilizá-lo no contexto da própria compreensão matemática. Isso revela o quanto a sala de aula é um ambiente complexo, no qual o curso planejado, muitas vezes, desvia-se de seu caminho previamente planejado.

Mais do que mobilizar saberes, escrever nas aulas de matemática, para esses alunos, teve uma significativa função social. Através desse recurso, pude conhecer mais de perto angústias, tristezas, aspectos negativos, que, possivelmente, justificam o comportamento, o comprometimento e o desenvolvimento desses alunos na sala de aula. Mas isso só foi possível

pelo gênero textual escolhido: a carta. Esse gênero textual possibilita uma comunicação mais afetiva entre as pessoas.

A partir dessas propostas de atividades, consegui romper com as crenças dos alunos de que as aulas de matemática estejam relacionadas, única e exclusivamente, com a tarefa de resolver exercícios rotineiros de aplicação dos conteúdos trabalhados, no qual o treino está fortemente presente; consegui despertá-los para uma cultura de sala de aula não vivida por eles até então, na qual puderam estabelecer momentos de comunicação dentro e fora da sala de aula.

4.4 Algumas sínteses do capítulo

Neste capítulo propus-me a analisar os processos de comunicação em sala de aula. Para isso, tomei como objeto de análise as seguintes produções dos alunos: registros das estratégias de resolução de cinco problemas, aqui denominados: “O problema do Vinícius”, “O problema dos cavalos”, “O problema das vans”, “O problema dos brincos” e “O problema do frango”; questionários inicial e final; desenhos e cartas.

No problema do Vinícius, a análise centrou-se no registro dos alunos, no registro das minhas intervenções e na audiogravação do momento de socialização das estratégias. No “problema dos cavalos”, “das vans” e “dos brincos”, os registros incluem minhas intervenções. No caso do problema do frango, cuja situação foi videogravada no momento da socialização, a análise centrou-se na sua transcrição.

Nos questionários inicial e final, os alunos falaram sobre as suas crenças em relação à matemática escolar; nos desenhos, expressaram os sentimentos em relação à matemática; e nas cartas enviadas à professora-orientadora relataram sobre o primeiro congresso matemático.

A análise dos processos de comunicação — oral e escrita —, interações e intervenções a partir dessas produções possibilitaram algumas conclusões, que enumero a seguir.

1. A criação de uma comunidade de investigação matemática na sala de aula trouxe como uma das principais potencialidades a abertura de espaço para que os alunos tivessem voz e fossem ouvidos e possibilitou que os alunos adquirissem, gradativamente, a confiança para se expressarem. Isso corrobora a ideia de Goos (2004, p. 259) de que nessa comunidade “os alunos aprendem a falar e a agir matematicamente participando de discussões matemáticas”.

2. O ambiente de respeito e trabalho coletivo/colaborativo, marcado pelo diálogo, contribuiu para que os alunos se expressassem sem medo de errar. O erro, nessa comunidade de investigação matemática, constituiu uma forma de aprendizagem, rompendo com o absolutismo de, nos momentos de correção, esses erros serem reduzidos apenas à condição de erros. Os momentos de socialização possibilitaram que os alunos vivenciassem momentos de incerteza (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006) e compreendessem que fazer matemática é um processo que envolve verdades provisórias.

3. A construção, no ambiente de sala de aula, de uma comunidade de investigação matemática possibilitou estabelecer com os alunos uma relação de confiança capaz de incentivá-los a protagonizarem os seus próprios processos de aprendizagem, assumindo responsabilidades, ou seja, participando ativamente. Possibilitou também mudar a cultura da aula de matemática, criando espaços para que os alunos se tornassem condutores do próprio processo educacional. (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006).

4. A natureza das tarefas também foi um elemento essencial nessa comunidade de investigação matemática. Aprendi, neste processo, que uma boa tarefa é aquela que possibilita gerar, na sala de aula, momentos ricos de aprendizagem, marcados pela circulação e pela produção de significações matemáticas. As tarefas selecionadas nessa comunidade tiveram os três critérios elencados por Hiebert et al. (1997): encorajaram a reflexão e a comunicação dos alunos, pois, de fato, constituíram contextos de problematizações; possibilitaram que os alunos utilizassem ferramentas matemáticas para a sua realização; e permitiram deixar resíduos — este critério voltará a ser discutido no próximo capítulo.

5. Outro elemento essencial nessa comunidade foi o trabalho em grupo. Por tratar-se de uma sala de aula multisseriada, essa forma de trabalho permitiu integrar os alunos de diferentes anos em um mesmo grupo, a fim de que trabalhassem coletiva e colaborativamente. Essa dinâmica de trabalho possibilitou que a zona de desenvolvimento proximal de alguns deles fosse acionada.

6. A inserção das problematizações nessa comunidade foi fundamental para que os alunos aprendessem a formular questões — o que foi evidenciado nos momentos de socialização das tarefas propostas, nos quais os alunos faziam questões interessantes ao grupo que estava apresentando sua estratégia de resolução.

7. A escrita nas aulas de matemática também se revelou outro elemento central dessa comunidade. Cada uma das escritas utilizadas em sala de aula revelou suas potencialidades próprias. A escrita dirigida, nos questionários inicial e final, possibilitou a emergência das crenças dos alunos em relação à matemática escolar e à cultura de sala de aula. Possibilitou

também identificar deslocamentos entre o que pensavam no início do ano letivo e ao final dele. Evidentemente, nem todos os alunos explicitaram mudanças; no entanto, sabemos que se trata de um processo lento de rupturas de experiências escolares anteriores. O registro das estratégias de resolução revelou-se um importante instrumento para minhas intervenções e para discussões nos momentos de socialização. Além disso, esses registros explicitaram formas de pensamento matemático dos alunos, ideias equivocadas, concepções de que os algoritmos são os únicos recursos de resolução de problemas e que todo problema precisa ter uma resposta. A escritura de cartas permitiu aos alunos falarem de si mesmos e trazerem elementos pessoais até então desconhecidos por mim, revelando tratar-se de um poderoso instrumento para o conhecimento que o professor pode ter de seus alunos.

E quais aprendizagens eu, professora-pesquisadora, obtive nesse processo de comunicação nas e das aulas de matemática?

Uma primeira aprendizagem foi em relação ao próprio processo de escolha de tarefas. Como meu objetivo foi constituir no ambiente de sala de aula uma comunidade de investigação matemática, vi que a seleção de tarefas que contribuíssem para que essa comunidade se consolidasse foi se aprimorando. Assim como os alunos, também passei por um processo de aprendizagem, no que se refere à formulação de perguntas. Outra aprendizagem que posso destacar diz respeito à dinâmica de socialização. Esta me permitiu enxergar a riqueza das falas dos alunos, o quanto era importante ouvi-los e o quanto eles tinham a dizer; permitiu-me também aprender sobre a forma de organizar esse momento de socialização, não convidando mais que três duplas ou grupos para apresentarem suas estratégias de resolução, uma vez que o tempo de concentração dos alunos é limitado. Aprendi, ainda, nesses momentos de socialização, a deixar que os próprios alunos falassem, fazendo as intervenções nos momentos oportunos, não explicitando meu pensamento de forma que inibisse a expressão dos alunos. Fui, então, no decorrer do processo, aprendendo os momentos adequados de formular e realizar intervenções.

No próximo capítulo, continuarei com o processo de análise e trarei novas aprendizagens discentes e docentes.

5. AS PROBLEMATIZAÇÕES E A CIRCULAÇÃO E A PRODUÇÃO DE SIGNIFICAÇÕES NAS AULAS DE MATEMÁTICA

*... os instrumentos sociais são apropriados “por ele”, quando
são apropriados “para ele”*

Yves Clot (2006b, p.221 – grifos do autor).

Neste capítulo, apresento a segunda categoria de análise, centrada nas estratégias utilizadas pelos alunos nas resoluções de problemas. Meu objetivo é olhar para as possíveis problematizações que podem surgir a partir desses diferentes procedimentos e o quanto essas problematizações podem contribuir para a circulação e a produção de significações nas aulas de matemática.

Retomando alguns aspectos já abordados anteriormente, destaco que minhas propostas de tarefas estiveram centradas numa perspectiva de resolução de problemas. Dessa forma, optei por propor aos alunos situações-problemas apresentadas em tabelas de entrada múltipla. Através desse tipo de tarefa, procurei promover na sala de aula, a partir dos problemas propostos, situações de problematizações.

Para incentivar esses momentos de problematizações, além das minhas intervenções escritas durante a resolução dos problemas pelos alunos, analisadas no capítulo anterior, também foram propostos momentos de socialização, durante os quais procurei priorizar o diálogo entre os alunos e destes comigo, entendendo esses momentos na perspectiva de Cissna e Anderson (1994, apud ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 120, grifo no original), que o descrevem como “um tipo especial de processo e de comunicação em que os participantes se ‘encontram’, o que implica influenciar e sofrer mudanças”.

Nesse sentido, penso tecer este capítulo contemplando dois aspectos. O primeiro deles refere-se às estratégias utilizadas pelos alunos para resolver os problemas propostos por mim. O outro aspecto que pretendo analisar diz respeito à apropriação pelos alunos dos conhecimentos que circulam na sala de aula nos momentos de socialização, que aqui tratarei como “resíduos” (HIEBERT et al., 1997).

A fim de refletir sobre esses dois aspectos, trago, nesta análise, quatro tarefas realizadas pelos alunos. A primeira delas, denominada por mim “Problema das blusas”, foi proposta no dia 16/11/09. A segunda situação-problema, trabalhada pelos alunos no mesmo dia, foi elaborada a partir do contexto do problema das blusas e a denominei “O problema das blusas continua”. A terceira situação de resolução de problemas foi proposta aos alunos no dia 04/12/09 e, por trazer no seu contexto as blusas, foi por nós denominada “As blusas ainda geram problemas”. Para a análise dessas três tarefas, utilizei os registros escritos dos alunos,

bem como os registros escritos do meu diário de campo. A quarta e última tarefa que será analisada foi desenvolvida pelos alunos no dia 09/12/09, durante o “II Encontro de alunos que gostam de estudar matemática”. Foi denominada por nós “O problema do frango” e para sua análise transcreverei o momento da socialização, que foi videogravado.

5.1 O problema das blusas

Esta tarefa de resolução de problemas os alunos realizaram agrupados em duplas. A situação proposta foi a seguinte:

Fabiano é um menino de 9 anos. Ele quer uma bicicleta. Seu pai não tem dinheiro para comprá-la, então Fabiano decidiu “trabalhar”. Está ajudando a sua avó, que tem uma fábrica de blusas. Sua tarefa é empacotá-las. Fabiano recebe cinco centavos por blusa empacotada. Ele já recebeu 13 reais. Quantas blusas Fabiano já empacotou?

Nesse dia, pelo número de alunos presentes, foi possível formar 13 duplas e, destas,

- cinco duplas responderam que Fabiano havia empacotado 65 blusas;
- uma dupla respondeu que Fabiano havia empacotado 63 blusas;
- uma dupla respondeu 55 blusas;
- uma dupla respondeu 45 blusas;
- uma dupla respondeu 02 blusas;
- uma dupla respondeu 15 blusas;
- duas duplas responderam que Fabiano havia empacotado 260 blusas;
- uma dupla respondeu que não sabia quantas blusas haviam sido empacotadas por Fabiano.

Percebi que, para resolverem essa situação-problema, os alunos utilizaram várias estratégias. Dentre todas, selecionei apenas quatro para serem analisadas e começarei minha análise pela resolução apresentada pela dupla das alunas Lu e Kim.

<p>Fabiano é um menino de 9 anos. Ele quer uma bicicleta. Seu pai não tem dinheiro, para comprá-la, então, Fabiano decidiu "trabalhar". Está ajudando sua avó que tem uma fábrica de blusas. Sua tarefa é empacotá-las. Fabiano recebe cinco centavos por blusa empacotada. Ele já recebeu 13 reais. Quantas blusas Fabiano já empacotou?</p>	<p>* nós pensamos em fazer uma conta de divisão e não deu certo X E aí nós fizemos uma de vezes que deu certo.</p>		
<p> $\begin{array}{r} 13 \text{ L5} \\ -10 \text{ 00} \\ \hline 03 \end{array}$ $\begin{array}{r} 213 \\ \times 5 \\ \hline 65 \end{array}$ R = Fabio já empacotou 65 blusas </p>			
<p>Transcrição: Fabio já empacotou 65 blusas. Nós pensamos em fazer uma conta de divisão e não deu certo e aí nós fizemos uma de vezes e deu certo.</p>			

Figura 33: O problema das blusas – Dupla Lu e Kim

No caso dessa dupla, percebi que as alunas iniciaram a resolução fazendo corretamente o algoritmo da divisão: $13 \div 5$, chegando ao quociente 2 e resto 3. Em seguida, fizeram outra operação: uma multiplicação. Ao encontrarem o resultado 65 a dupla apresentou a seguinte resposta: “Fabio já empacotou 65 blusas. Nós pensamos em fazer uma conta de divisão e não deu certo e aí nós fizemos uma de vezes e deu certo”.

Acredito que a solução apresentada por essa dupla indica que era grande a preocupação das alunas em apresentar uma resposta para a situação-problema proposta. Nessa intenção, buscaram estratégias de resolução, a fim de garantir não somente uma resposta para o problema, mas também uma resposta que tivesse sentido para elas e fosse considerada “certa”.

Provavelmente, ao obterem a quantidade 2, resposta do primeiro algoritmo, as alunas perceberam que o resultado encontrado não tinha sentido, pois não aceitaram a possibilidade de Fabiano ter empacotado apenas duas blusas, já que havia recebido 13 reais pelo total de blusas empacotadas. Por esse motivo, a dupla seguiu em busca de uma resposta que, antes de tudo, lhes fizesse sentido. Então realizaram outro algoritmo, uma multiplicação, e, finalmente, aceitaram o resultado obtido como resposta.

Destaco ainda outro aspecto que julgo interessante: os valores empregados pelas alunas nos dois algoritmos realizados foram os mesmos. Os valores 5 e 13 apareceram nas

duas operações, o que permite pensar que, provavelmente, essas alunas acreditavam que a solução de uma situação-problema estivesse estritamente condicionada aos números que apareciam no texto inicial, mas, como não aceitaram o resultado da divisão como resposta, as alunas realizaram outro algoritmo, uma multiplicação.

Esses aspectos também ficaram evidentes na resolução e na explicação dada pelo trio composto por Jes, Gui e Sa, que apresentaram a seguinte estratégia para esse problema:

<p>Fabiano é um menino de 9 anos. Ele quer uma bicicleta. Seu pai não tem dinheiro, para comprá-la, então, Fabiano decidiu "trabalhar". Está ajudando sua avó que tem uma fábrica de blusas. Sua tarefa é empacotá-las. Fabiano recebe cinco centavos por blusa empacotada. Ele já recebeu 13 reais. Quantas blusas Fabiano já empacotou?</p> $\begin{array}{r} 9 \cdot 15 \\ + 5 \cdot 13 \\ \hline 135 \end{array}$ $\begin{array}{r} 15 \overline{) 135} \\ \underline{15} \\ 0 \\ \hline \end{array}$ <p>R: Fabiano empacotou 15 blusas.</p>	<p>Nós fizemos três contas, uma de mais, outra de menos e divisão. Na divisão deu 7 e na de mais 15 e de menos 2. Então nós usamos a conta de mais. E o resultado é que</p>	<p>Fabiano já empacotou 15 blusas. Essa foi a nossa conta.</p>	
<p>Transcrição: Fabiano empacotou 15 blusas. Nós fizemos três contas, uma de mais, outra de menos e divisão. Na divisão deu 7 e na de mais 15 e na de menos 2. Então nós usamos a conta de mais. E o resultado é que Fabiano já empacotou 15 blusas. Essa foi a nossa conta.</p>			

Figura 34: O problema das blusas – Trio Jes, Gui e Sa

Vale a pena destacar que, em alguns momentos serão analisadas tarefas realizadas por grupos com mais de dois alunos. Como já comentei em outros momentos, essa classe contou com o aluno Gui, caso de inclusão. Por esse motivo, nas propostas de tarefas no decorrer do ano, tive o cuidado de sempre incluí-lo em um grupo, mesmo sabendo das suas limitações. No caso desta tarefa, o aluno Gui ajudou a compor o grupo das alunas Jes e Sa.

Esse grupo, assim como a dupla analisada anteriormente, buscou mais de uma estratégia para encontrar uma resposta para o problema das blusas. No primeiro algoritmo feito pelos alunos, uma adição, eles somaram a idade de Fabiano com o valor recebido por ele para empacotar uma única blusa, demonstrando que não reconheceram que os dois valores envolviam medidas diferentes.

Jes, Gui e Sa, depois da adição, fizeram mais duas operações: uma subtração e uma divisão. Na subtração, obtiveram resultado 2 e na divisão, 7. Diante desses três resultados, os alunos aceitaram como resposta o resultado da adição e justificaram: “*Nós fizemos três contas, uma de mais, outra de menos e divisão. Na divisão deu 7 e na de mais 15 e na de menos 2. Então nós usamos a conta de mais. E o resultado é que Fabiano já empacotou 15 blusas. Essa foi a nossa conta*”.

Os alunos apenas registraram que escolheram o resultado da adição, mas não indicaram os motivos de tal escolha. Contudo, acredito que tenham optado por esse resultado pelo fato de ele ser o maior dentre os três, e para esse grupo, assim como para a dupla analisada anteriormente, não fazia sentido Fabiano empacotar poucas blusas, por isso a opção pelo maior valor, que, nesse caso, é o resultado da adição.

No caso da dupla a seguir, as alunas chegaram à resposta correta para essa situação-problema e apresentaram a seguinte estratégia:

<p>Fabiano é um menino de 9 anos. Ele quer uma bicicleta. Seu pai não tem dinheiro, para comprá-la, então, Fabiano decidiu “trabalhar”. Está ajudando sua avó que tem uma fábrica de blusas. Sua tarefa é empacotá-las. Fabiano recebe cinco centavos por blusa empacotada. Ele já recebeu 13 reais. Quantas blusas Fabiano já empacotou?</p> <p>As Fabiano empacotou 260 blusas. $13 \times 20 = 260$.</p>	<p><u>Explicação</u></p> <p>nós fizemos 13×20 porque 13 é o que está se repetindo e o 20 é porque nós contamos 20 vezes o cinco até chegar no um real e fizemos 13×20 porque no total ia dar 13 reais</p>		
<p>Transcrição: <i>Fabiano empacotou 260 blusas. Explicação: Nós fizemos 13×20 porque 13 é o que está se repetindo e o 20 é porque nós contamos 20 vezes o cinco até chegar no um real e fizemos 13×20 porque no total ia dar 13 reais.</i></p>			

Figura 35: O problema das blusas – Dupla St.O. e Am (parte 1)

quantidade de um real, valor recebido por 20 blusas empacotadas. St.O. e Am organizaram essa coluna e adicionaram as quantidades, até chegarem ao valor de 13 reais, recebido por Fabiano por empacotar todas as blusas.

Entretanto, algo me chamou a atenção: a dupla realizou a soma errada. Em vez de chegar às 260 blusas (quantidade total empacotada), a dupla indicou como resultado da soma o valor de 240 blusas.

Depois fizeram uma multiplicação e registraram: $13 \times 20 = 240$. Porém, na hora de dar a resposta para o problema na tabela de entrada múltipla, as alunas colocaram o resultado correto, 260 blusas. Acredito que talvez, no momento de registrarem novamente a multiplicação na coluna da tabela, tivessem percebido o erro, mas também há a possibilidade de essas alunas terem ouvido ou até mesmo visto a resolução correta de outra dupla.

Outro aspecto por mim observado é que as alunas explicaram de maneira equivocada a multiplicação 13×20 . Deram a seguinte explicação: *“Nós fizemos 13×20 porque 13 é o que está se repetindo e o 20 é porque nós contamos 20 vezes o cinco até chegar no um real e fizemos 13×20 porque no total ia dar 13 reais”*. No entanto, não é a quantidade treze que se repete nessa multiplicação, mas, sim, o vinte.

Bru e Jo integraram a segunda dupla que também concluiu que, pelos 13 reais recebidos, Fabiano havia empacotado 260 blusas. Eles utilizaram uma estratégia (Figura 37) parecida com a das alunas St.O. e Am, porém não registraram como fizeram para deduzir que, para receber 13 reais, Fabiano deveria empacotar 20 blusas. Como o aluno Bru, desde o início do ano, destacava-se nas aulas de matemática, é possível pensar que essa dupla tenha utilizado como recurso o cálculo mental. Outra hipótese é de que os alunos tenham registrado em outra folha ou mesmo no próprio caderno o procedimento utilizado para concluir a etapa inicial.

<p>Fabiano é um menino de 9 anos. Ele quer uma bicicleta. Seu pai não tem dinheiro, para comprá-la, então, Fabiano decidiu "trabalhar". Está ajudando sua avó que tem uma fábrica de blusas. Sua tarefa é empacotá-las. Fabiano recebe cinco centavos por blusa empacotada. Ele já recebeu 13 reais. Quantas blusas Fabiano já empacotou?</p> <table border="1"> <tr><td>20 = 1,00</td></tr> <tr><td>20 = 2,00</td></tr> <tr><td>20 = 2,00</td></tr> <tr><td>20 = 1,00</td></tr> <tr><td>20 = 1,00</td></tr> <tr><td>20 = 1,00</td></tr> <tr><td>20 = 1,00</td></tr> <tr><td>20 = 2,00</td></tr> <tr><td>+ 20 = 1,00</td></tr> <tr><td>260</td></tr> </table>	20 = 1,00	20 = 1,00	20 = 1,00	20 = 1,00	20 = 1,00	20 = 2,00	20 = 2,00	20 = 1,00	20 = 1,00	20 = 1,00	20 = 1,00	20 = 2,00	+ 20 = 1,00	260	<p><i>explicação</i></p> <p><i>nós fizemos esta conta para saber quantas camisetas Fabiano empacota.</i></p> <p><i>Resposta: Ele empacotou 260 blusas.</i></p>		
20 = 1,00																	
20 = 1,00																	
20 = 1,00																	
20 = 1,00																	
20 = 1,00																	
20 = 2,00																	
20 = 2,00																	
20 = 1,00																	
20 = 1,00																	
20 = 1,00																	
20 = 1,00																	
20 = 2,00																	
+ 20 = 1,00																	
260																	
<p>Transcrição: <i>Explicação: Nós fizemos esta conta para saber quantas camisetas Fabiano empacota. Resposta: Ele empacotou 260 blusas.</i></p>																	

Figura 37: O problema das blusas – Dupla Bru e Jo

Em seguida, Bru e Jo organizaram as informações em uma tabela, indicando na primeira coluna a quantidade de blusas empacotadas e, na segunda, o valor recebido por empacotar essa quantidade de blusas. No final da tabela, os alunos indicaram o total apenas das blusas, deixando sem completar a coluna referente ao dinheiro recebido.

J.R. e Vi utilizaram uma estratégia parecida com a realizada pela dupla de Bru e Jo e também pela dupla de St.O. e Am. No entanto, o que mais me chamou a atenção na tarefa dos alunos J.R. e Vi foi que, no momento de darem a resposta, disseram que não sabiam quantas blusas Fabiano havia empacotado.

Ao analisar a tarefa realizada por essa dupla, na Figura 38, percebem-se muitas marcas de registros apagados na folha, o que indica que, antes de apresentarem essa estratégia, lançaram mão de outras tentativas. As marcas mostram que a dupla fez somas sucessivas da quantidade 5 (valor recebido por Fabiano para empacotar cada blusa). Através desses registros mal apagados deixados pelos alunos na folha, é possível perceber que eles registraram vários números “cinco”, fizeram a soma e obtiveram um real como resultado.

Diante da justificativa por eles apresentada, percebi que essa tarefa, se socializada, poderia gerar entre os alunos boas discussões, possibilitando, inclusive, a J.R. e Vi, avanços nos processos de aprendizagem. Por isso fiz o convite, que foi aceito pela dupla.

A segunda dupla convidada para compartilhar com os colegas a estratégia utilizada para resolver o problema das blusas foi composta pelos alunos Bru e Jo, que chegaram ao resultado correto utilizando procedimentos não convencionais, como estratégia de resolução, que, aos meus olhos, poderia ser interessante compartilhar com os demais colegas.

Como já comentei em outros momentos, uma prática que se tornou hábito no decorrer do ano, nas propostas de tarefas dessa natureza, foi a socialização. Para que esse momento acontecesse, eu fazia uma breve análise das resoluções dos alunos e selecionava duas ou três delas que, a meu ver, poderiam provocar boas discussões durante a socialização.

Encerrada essa etapa, eu fazia o convite às duplas pré-selecionadas e, uma vez aceito, seus integrantes deveriam ir até à lousa e apresentar a(s) estratégia(s) utilizada(s) para resolver a situação-problema. No final da apresentação, eu abria espaço para comentários, questionamentos, minhas intervenções e dos demais colegas da sala, na intenção de envolvê-los nesse processo dinâmico de circulação de ideias.

A tarefa realizada por J.R. e Vi, aos meus olhos, poderia gerar boas discussões na sala de aula, pois a dupla havia desenvolvido uma estratégia para resolver o problema das blusas, porém não havia conseguido chegar ao total de blusas empacotadas por Fabiano. Além disso, as possíveis intervenções realizadas depois da apresentação da dupla poderiam contribuir para que os alunos finalmente descobrissem quantas blusas Fabiano havia empacotado para ganhar 13 reais.

Nessa expectativa em relação a essa dupla, fiz aos alunos o convite, e estes prontamente aceitaram socializar com o grupo as estratégias por eles utilizadas para tentar resolver o problema das blusas. Como já sabiam do combinado, a dupla foi até a lousa e registrou sua estratégia de resolução. O aluno Vi foi quem conduziu a fala e fez a apresentação. Na etapa seguinte, o momento para os questionamentos, fui eu que iniciei com as questões. Exponho a seguir (Figura 39) um fragmento do meu diário de campo, com essas primeiras intervenções:

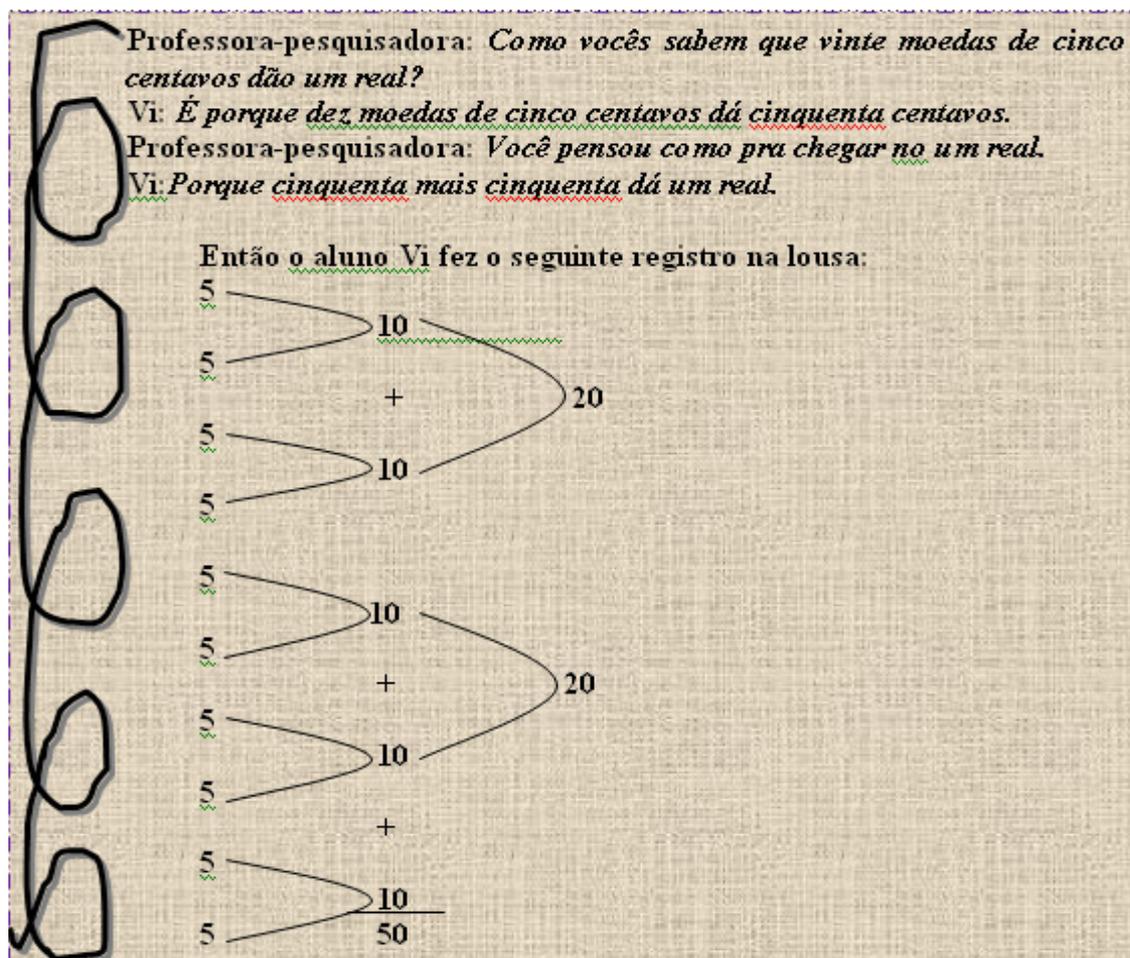


Figura 39: Fragmento do diário de campo da professora-pesquisadora, em 25/11/09

Esse fragmento revela o quanto é importante proporcionar momentos, durante as aulas, em que os alunos possam, de alguma maneira, compartilhar parcial ou integralmente a forma como pensaram uma determinada situação. Também evidencia a importância das boas perguntas. A explicação pelo aluno de como resolveu a situação-problema não garante que eles compartilhem esse tipo de detalhe. No caso da socialização desta tarefa, foram as perguntas realizadas acerca da apresentação do aluno Vi que possibilitaram o acesso a sua forma de pensar o problema.

Mais um fragmento, a seguir, demonstra o quanto esses momentos de intervenção e interação podem contribuir para que os envolvidos nesse processo avancem e se apropriem das ideias circuladas nesse ambiente de aprendizagem. Apresento (Figura 40) um trecho do diário de campo que relata o momento em que as intervenções dos outros passam a fazer sentido para Vi.

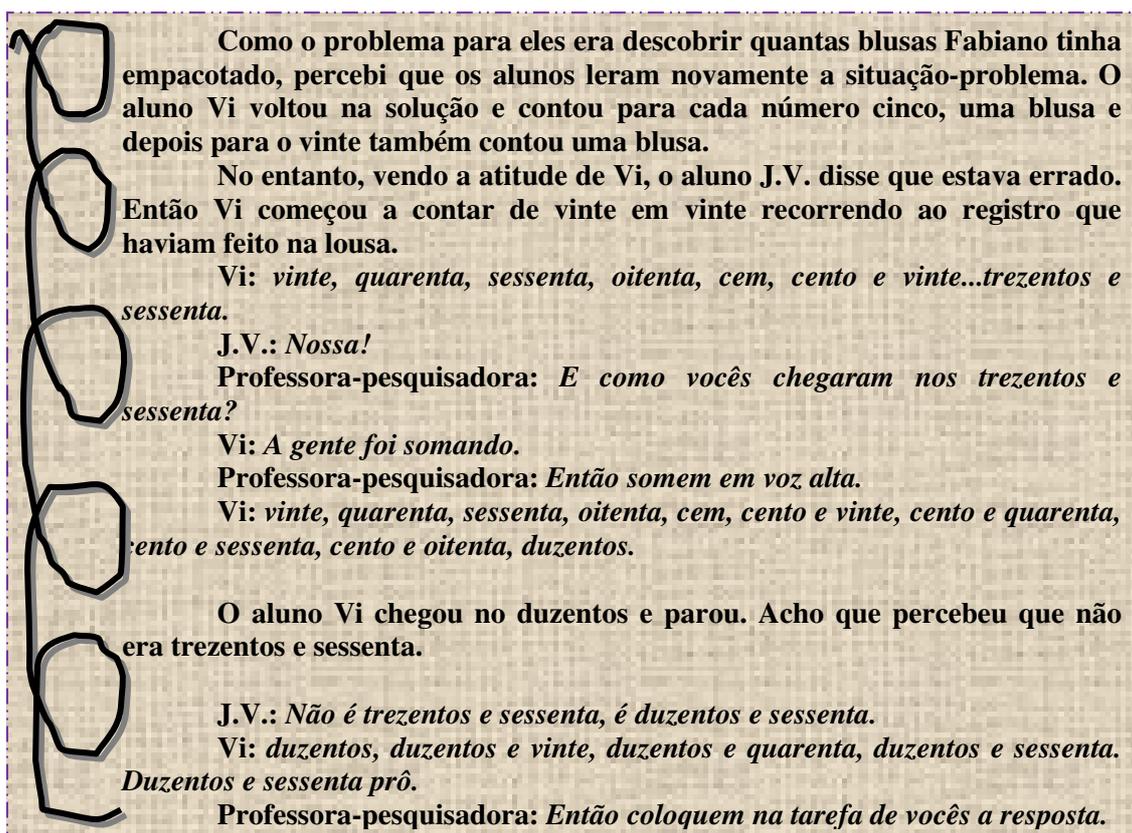


Figura 40: Fragmento do diário de campo da professora-pesquisadora em 25/11/09

Nesse excerto, dois aspectos destacam-se: o trabalho colaborativo e o diálogo. São evidentes, na atitude do aluno J.R., o envolvimento e a disposição para colaborar com Vi, que buscava uma resposta para o problema das blusas. Sob a ótica do aluno J.R., Vi estava desenvolvendo de forma equivocada seu pensamento e, por isso, J. R. manifestou-se, dizendo que estava errada a forma como o colega estava pensando. Essa dinâmica de negociação de significações matemáticas aconteceu por meio do diálogo, que se consolidou como um processo de comunicação especial, no qual os participantes podem influenciar uns aos outros e sofrer mudanças.

Ao final da socialização, como revela o fragmento do diário de campo, solicitei aos alunos da dupla que registrassem na folha de tarefas a resposta encontrada por eles durante a dinâmica da socialização. Novamente foi Vi quem conduziu e registrou a justificativa. A Figura 41 expõe o registro claro e demonstra que Vi se apropriou das ideias circuladas na sala de aula no momento em que protagonizou sua estratégia de resolução para o problema das blusas.

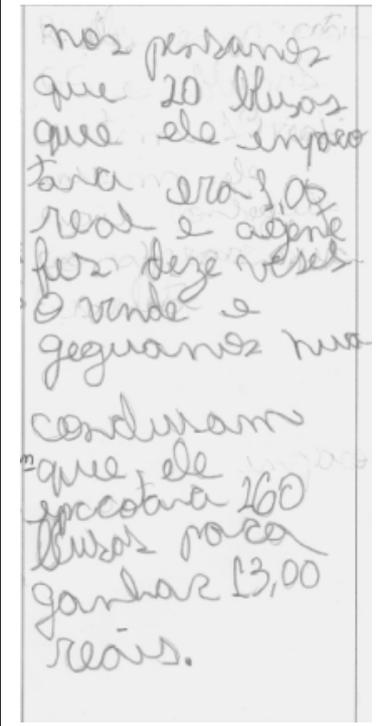
	<p>Transcrição: <i>Nós pensamos que 20 blusas que ele empacotava era 1,00 real e a gente fez treze vezes o vinte e chegamos à conclusão que ele empacotava 260 blusas para ganhar 13,00 reais.</i></p>
---	---

Figura 41: O problema das blusas – Dupla J.R. e Vi

É importante destacar que, a partir desses dados, fica evidente que essa justificativa apresentada pela dupla se referia à quantidade de números 20 por eles encontrada durante a resolução do problema e não necessariamente à realização de uma multiplicação. O aluno Vi foi quem participou efetivamente desse momento e J.R. não expressou qualquer comentário ou movimento de participação durante a socialização da estratégia da dupla.

Também se evidenciou que as intervenções realizadas provocaram conflitos em Vi, mas, provavelmente, em J.R. isso não aconteceu. Acredito que Vi tenha avançado nos processos de aprendizagem, pois a análise da justificativa registrada por ele na folha de tarefas depois da socialização permite dizer que ele se apropriou das intervenções realizadas e estas fizeram sentido para ele.

Fica evidente o quanto esse momento dispensado para a socialização das tarefas realizadas pelos alunos pode ser potencializador para os avanços dos processos de aprendizagem. O diálogo estabelecido entre os alunos e deles comigo pode tornar-se essencial para que os alunos entrem em conflito e metarreflitam sobre suas estratégias, podendo, com isso, avançar no conhecimento.

Para essa situação-problema, a dupla formada por Vi e J.R. não foi a única a apresentar sua estratégia de resolução. A segunda tarefa socializada a meu convite foi a da dupla formada pelos alunos Bru e Jo, que respondeu corretamente quantas blusas Fabiano

empacotou para receber 13 reais. Ao propor a socialização dessa tarefa, meus objetivos não foram os mesmos pensados para a dupla formada pelos alunos J.R. e Vi. A intenção esteve em apresentar para a turma mais uma das muitas possibilidades para resolver o problema das blusas.

Quem conduziu essa apresentação para a socialização foi o aluno Bru. Jo, no entanto, ficou o tempo todo calada e não expressou qualquer comentário. O excerto seguinte do meu diário de campo é bastante revelador.

O aluno Bru foi quem conduziu a apresentação da estratégia realizada pela dupla na resolução do problema das blusas. Antes de iniciar sua fala o aluno fez na lousa o seguinte registro:

260	20 = 1,00 20 = 1,00	13,00
-----	---	-------

Bru: *A gente pensou assim: vinte blusas dá 1,00.*
Professora-pesquisadora: *E como vocês chegaram nas vinte blusas?*
Bru: *Porque a gente foi contando de cinco em cinco até chegar no um real e aí deu um real é igual a vinte blusas. Aqui é a fileira das blusas e aqui quanto ele ganha. Então deu duzentas e sessenta blusas.*
Thi: *Mas como vocês chegaram nas duzentas e sessenta blusas.*
Bru: *É só fazer a tabuada do dois: dois, quatro, seis, oito, dez, doze...vinte e seis e aí acrescenta um zero e dá 260 blusas.*
Professora-pesquisadora: *Muito bem!*

Figura 42: Fragmento do diário de campo da professora-pesquisadora durante a socialização da dupla Bru e Jo, em 25/11/09

Como esses registros indicam, eu pouco intervim na apresentação da estratégia dessa dupla. Quando questionados pelo aluno Thi sobre como a dupla havia feito para chegar ao resultado das 260 blusas, Bru respondeu com segurança: “É só fazer a tabuada do dois: dois, quatro, seis, oito, dez, doze...vinte e seis e aí acrescenta um zero e dá 260 blusas”.

É importante destacar que o questionamento foi feito pelo aluno Thi, e não por mim, evidenciando o que já comentei no capítulo 4: os alunos sentiam-se à vontade para perguntar.

Não identifiquei, nos registros do diário de campo, outras intervenções. Segundo meu registro, logo que Bru respondeu ao questionamento do aluno Thi, o momento de socialização foi encerrado, não tendo havido qualquer questionamento acerca da fala de Bru, quando disse que, ao final, bastaria acrescentar o zero.

Este episódio parece revelar minha percepção, naquele momento, de que a fala de Bru oferecia oportunidade para questionamentos, mas, como não consegui formular questões para estender o debate, decidi encerrar a apresentação e, conseqüentemente, o momento da socialização.

Essa situação evidencia um dos importantes aspectos do diálogo: a imprevisibilidade. Quando se participa de um diálogo, é importante saber que há riscos; afinal, ele é um processo de comunicação no qual não é possível fazer previsões. Num diálogo “não há respostas prontas, conhecidas de antemão, para os problemas” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p.128).

Encerrada a apresentação dessa dupla, propus, num momento seguinte, uma outra situação-problema parecida com a que acabei de analisar. Essa tarefa teve como objetivo reconhecer, nas estratégias dos alunos, elementos que haviam sido discutidos no momento da socialização do problema das blusas, a fim de identificar os “resíduos”, ou seja, os conhecimentos circulados na sala de aula que tivessem feito sentido para os alunos e por eles tivessem sido apropriados.

Em síntese, as estratégias socializadas traziam em comum a ideia de agrupamentos — 20 blusas correspondem a 1 real — e o pensamento multiplicativo proporcional: quantos grupos de 1 real cabem em 13 reais.

5.2. Um problema desencadeia o outro: “o problema das blusas continua”

Depois de encerrar a socialização do problema das blusas, decidi propor uma situação-problema parecida com a primeira.

Fabiano vai comprar uma bicicleta que custa R\$150,00. Quantas blusas Fabiano terá que empacotar para conseguir essa quantia?

Dentre os 17 alunos que realizaram essa tarefa,

- dois alunos responderam que Fabiano teria que empacotar 110 blusas;
- dois alunos responderam que Fabiano teria que empacotar 150 blusas;
- três alunos responderam que Fabiano teria que empacotar 340 blusas;

- dois alunos responderam que Fabiano teria que empacotar 1500 blusas;
- quatro alunos responderam que Fabiano teria que empacotar 3000 blusas;
- um aluno respondeu que Fabiano teria que empacotar 3040 blusas;
- três alunos responderam que Fabiano teria que empacotar 3120 blusas.

O objetivo dessa tarefa — proposta para que os alunos trabalhassem individualmente — estava em verificar se apareceriam, nas resoluções dos alunos, estratégias que haviam sido compartilhadas pelas duplas que tiveram suas tarefas socializadas: a dupla dos alunos J.R. e Vi e a dupla dos alunos Bru e Jo. Para essa análise, escolhi a tarefa de quatro alunos.

Apresentarei a seguir a estratégia apresentada por esses alunos para resolverem a primeira situação-problema proposta e, depois, a resolução desses alunos para a proposta de situação-problema seguinte, denominada por mim “O problema das blusas continua”.

Começarei pela aluna An. Na primeira tarefa, ela trabalhou junto com a aluna Pa. Coletivamente, apresentaram a seguinte solução:

<p>Fabiano é um menino de 9 anos. Ele quer uma bicicleta. Seu pai não tem dinheiro, para comprá-la, então, Fabiano decidiu “trabalhar”. Está ajudando sua avó que tem uma fábrica de blusas. Sua tarefa é empacotá-las. Fabiano recebe cinco centavos por blusa empacotada. Ele já recebeu 13 reais. Quantas blusas Fabiano já empacotou?</p> $\begin{array}{r} 1 \\ 13 \\ \times 5 \\ \hline 65 \end{array}$ <p>Res: ele já empacotou 63 blusas</p>	
<p>Transcrição: <i>Ele já empacotou 63 blusas.</i></p>	

Figura 43: O problema das blusas – Dupla An e Pa

Na situação-problema proposta depois do momento da socialização, An apresentou a seguinte resolução:

Handwritten work by student An. The work includes several diagrams of numbers with arrows indicating relationships, a division problem $218 \overline{) 80}$, and a final answer: "R: Ele terá que embalar 340 blusas."

Figura 44: O problema das blusas continua – aluna An

Quando a aluna trabalhou em dupla com Pa, a resolução da situação se deu, equivocadamente, por meio do algoritmo da multiplicação. Para ganhar 13 reais, An e Pa responderam que Fabiano deveria empacotar 63 blusas. Na resolução do problema seguinte, An resolveu sozinha a situação e notei que ela primeiro registrou na sua tarefa uma estratégia bem parecida com a que o aluno Vi havia feito na lousa, quando mostrou como havia procedido para descobrir que dez moedas de cinco centavos eram equivalentes a 50 centavos.

No entanto, ao encontrar o valor de 150, talvez por não estar convencida, An fez do lado o algoritmo da divisão, no qual dividiu 218 por 80. Depois encontrou como resultado o valor de 340. Vê-se que a resolução apresentada por essa aluna está toda equivocada. Ela resolveu erroneamente o algoritmo, e não foi possível entender o valor 218 registrado por ela no momento de efetuar a divisão.

Ficou clara sua preocupação em apresentar uma resposta para o problema. Entretanto, o que me chamou a atenção foi o fato de que o procedimento utilizado na resolução deste problema foi bem semelhante à estratégia compartilhada pelo aluno Vi no momento da socialização do “problema das blusas”. Outro aspecto a destacar é que, provavelmente, a aluna An tenha utilizado tal estratégia sem saber por quê; o que sabia era que aquele procedimento era um caminho possível para chegar à resposta, porém não identificou, no problema proposto, quais informações poderiam ser utilizadas no momento da resolução. O mesmo aconteceu na resolução da tarefa pela aluna Cla.

Para o primeiro problema proposto, Cla trabalhou com o aluno M.F. A dupla resolveu a situação através do algoritmo da divisão, como demonstra a Figura 45:

Fabiano é um menino de 9 anos. Ele quer uma bicicleta. Seu pai não tem dinheiro, para comprá-la, então, Fabiano decidiu "trabalhar". Está ajudando sua avó que tem uma fábrica de blusas. Sua tarefa é empacotá-las. Fabiano recebe cinco centavos por blusa empacotada. Ele já recebeu 13 reais. Quantas blusas Fabiano já empacotou?

$$\begin{array}{r} 93 \text{ R} \\ 5 \overline{) 465} \\ \underline{45} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 00 \end{array}$$

R: Nós fizemos divisão por cinco que deu cinquenta e cinco, por isso a gente fez divisão.

Figura 45: O problema das blusas – Dupla Cla e M.F

Para o problema seguinte, Cla, trabalhando individualmente apresentou a seguinte estratégia:

11/200 20 40 70 80

20

20 40

20

10 20 40

10

20 20

10

10 20 30

20

10 - 10

150

2 70 180

- 52

340

000

R: deu conta 340 erracota e não tem a troca e gansa

Cla: Deu a conta 340 essa conta e não tem o [ilegível].

Figura 46: O problema das blusas continua – aluna Cla

Acredito que, assim como An, a aluna Cla registrou na sua resolução algo que, de certa forma, acabou deixando marcas nela durante o momento em que o aluno Vi compartilhou com a turma a sua estratégia para o problema das blusas. Cla também organizou seus registros como Vi, mas aparentemente, aos meus olhos, ela sabia que aquele poderia ser um caminho para chegar ao resultado, porém não soube concluir. Por isso, também apresentou um algoritmo.

Também não consegui identificar qual ou quais relações a aluna, ao dividir 210 por 80, estabeleceu com esse valor, que não apareceu nem no texto da situação, nem nas tarefas socializadas pelas duas duplas.

Tanto na resolução de Cla como na da aluna Na, o resultado não estava correto. Porém, por meio dos registros apresentados, vi que a circulação de ideias no momento da socialização contribuiu para que, de alguma forma, essas alunas produzissem significações matemáticas. Elas apresentaram a mesma estratégia utilizada pelo aluno Vi, durante a socialização, o que, para mim, indica que as alunas sabiam que esse procedimento era um dos possíveis caminhos para chegar ao resultado, mesmo que ainda não conseguissem, de fato, desenvolver tal raciocínio.

Isso rompe com a crença de que a melhor maneira de ensinar conceitos matemáticos é partir da explicação clara desses conceitos pelo professor, seguidos da prática deles em exercícios. Segundo Hiebert et al., “podemos mudar nossa maneira de pensar e de ensinar para que os estudantes estejam autorizados a desenvolver conceitos” (1997, p.22, tradução minha¹³).

O aluno J.V., no problema das blusas, trabalhou colaborativamente com o aluno Thi. Nesse momento, apresentaram a seguinte estratégia:

¹³ Our recommendation is that we change our way of thinking and teaching so that students are allowed to develop concepts[...].

<p>Fabiano é um menino de 9 anos. Ele quer uma bicicleta. Seu pai não tem dinheiro, para comprá-la, então, Fabiano decidiu "trabalhar". Está ajudando sua avó que tem uma fábrica de blusas. Sua tarefa é empacotá-las. Fabiano recebe cinco centavos por blusa empacotada. Ele já recebeu 13 reais. Quantas blusas Fabiano já empacotou?</p> $\begin{array}{r} 13 \\ \times 5 \\ \hline 65 \end{array}$ <p>R: fabiano empacotou 65 blusas</p> 	<p><u>Justificação</u></p> <p>* 5 porque ele ganha 5 centavos</p> <p>* 13 porque ele ganhou e deu 65 blusas</p>
<p>Dupla: R: Fabiano empacotou 65 blusas. Justificação: cinco porque ganha cinco centavos. Treze porque ele ganhou e deu sessenta e cinco blusas.</p>	

Figura 47: O problema das blusas – dupla J.V. e Thi

Para a resolução desse problema, a dupla apresentou como estratégia uma multiplicação ($5 \times 13 = 65$) e justificou a que correspondia cada valor. No caso do 5, os alunos referiam-se aos centavos recebidos por Fabiano para empacotar apenas uma blusa, e o 13 indicava o total de dinheiro recebido pelo empacotamento de todas as blusas. Ao trabalhar individualmente, J.V. apresentou a seguinte resolução para o “problema das blusas continua”:

1560 blusas empacotadas. Conectou as duas tabelas e, ao lado, realizou mais um algoritmo da adição, com os valores do total, encontrados nas duas tabelas. O aluno percebeu, através da adição, que faltaram apenas sete reais para atingir o valor da bicicleta, 150 reais. Então ele organizou uma terceira tabela e nela fez somas sucessivas de um real, valor equivalente a 20 blusas empacotadas. Ao chegar ao montante de sete reais, J.V. concluiu corretamente que, para conseguir dinheiro para comprar a bicicleta, Fabiano teria que empacotar 3000 blusas.

A análise dessa resolução permite reconhecer que os dois momentos dedicados por mim para a socialização do problema das blusas envolveram os alunos, possibilitando que eles se apropriassem das ideias circuladas, o que, para mim, representa os resíduos, aprendizagem que deixa marcas nos alunos quando são convidados a resolver problemas.

Com o objetivo de evidenciar ainda mais a potencialidade do trabalho com resolução de problemas e de revelar como estes, quando bem trabalhados, podem deixar resíduos importantes para os alunos e contribuir para a produção de saberes, exponho a resolução do aluno Vi, que, na situação do “problema das blusas”, trabalhou junto com J.R. e encontrou uma estratégia para resolver o problema; no entanto, não conseguiu concluí-lo a ponto de chegar à resposta.

Para a segunda situação-problema, Vi apresentou a seguinte resolução:

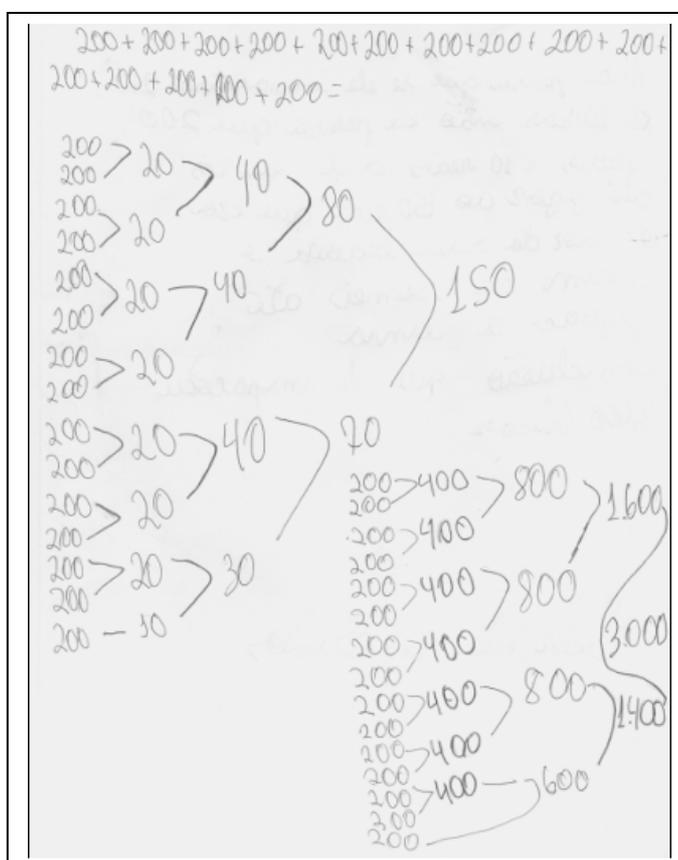


Figura 49: O problema das blusas continua – aluno Vi (parte 1)

	<p>Transcrição: <i>Eu pensei que se ele empacotava duzentas e sessenta blusas então eu pensei que duzentas blusas é dez reais aí eu fiz até chegar ao cento e cinquenta reais que era o valor de sua bicicleta e assim eu somei até chegar a uma conclusão que ele empacotou três mil blusas.</i></p>
--	---

Figura 50: O problema das blusas continua – aluno Vi (parte 2)

O procedimento utilizado por Vi para resolver o segundo problema proposto por mim e a explicação dada por ele, em forma de registro, mostram como o momento dedicado à socialização de sua tarefa foi importante para que ele avançasse nos processos de aprendizagem e também para que a comunicação de ideias matemáticas produzisse sentidos para ele.

Dessa forma, reconheço que a socialização do problema das blusas deixou para esses alunos resíduos importantes. Acredito, assim como Hiebert et al., (1997, p. 24, tradução minha) que:

Este tipo de resíduo é extremamente valioso, pois permite que os alunos resolvam uma variedade de problemas sem ter de memorizar procedimentos diferentes para cada novo problema. Embora os estudantes possam adquirir estratégias específicas para tarefas específicas através de formas mais tradicionais de ensino, acreditamos que elas adquirem abordagens gerais para o desenvolvimento de seus próprios procedimentos somente se eles estão autorizados para tratar tarefas como problemáticas. Em outras palavras, os alunos aprendem a construir método para resolver problemas se eles estão autorizados a fazer exatamente isso.¹⁴

¹⁴ This kind residue is extremely valuable because it enables students to solve a variety of problems without having to memorize different procedures for each new problem. Although students can acquire specific strategies for specific tasks through more traditional forms of instruction, we believe that they acquire general approaches for developing their own procedures only if they are allowed to treat tasks as problematic. In other words, students learn how to construct method to solve problems if they are allowed to do just that.

Sobretudo, vale ressaltar que essas contribuições só foram possíveis porque procurei estabelecer, nesse ambiente de aprendizagem, uma comunidade de investigação matemática que oportunizou aos alunos serem protagonistas dos seus próprios processos de aprendizagem.

5.3. As blusas ainda geram problemas

Esta proposta de resolução de problemas foi feita aos alunos no dia 04/12/09, alguns dias depois da resolução dos dois problemas das blusas. A situação apresentava o seguinte problema:

Lembra do Fabiano, aquele que trabalha de empacotar blusas porque quer comprar uma bicicleta? Então, ele demora cerca de cinco minutos para dobrar e empacotar uma única blusa. Ele faz esse trabalho só de manhã, porque à tarde vai para a escola. Para não se cansar, ele empacota, por manhã de trabalho, 40 blusas. Sabendo que ele tem que parar às 11:00h para tomar banho e almoçar, que horas Fabiano tem que começar a empacotar as blusas?

Para a realização dessa tarefa, os alunos organizaram duplas. Em razão do número de alunos presentes, foi possível formar 14 duplas e um aluno ficou sozinho e trabalhou individualmente. Desse total destaquei as respostas encontradas pelos alunos para esse problema:

- quatro duplas responderam que Fabiano tinha que começar a trabalhar às oito horas;
- uma dupla respondeu que Fabiano tinha que começar a trabalhar às oito horas e quarenta minutos;
- uma dupla respondeu que Fabiano tinha que começar às duas horas;
- uma dupla respondeu que Fabiano tinha que começar às sete horas;
- uma dupla respondeu que Fabiano tinha que começar às nove horas;
- uma dupla respondeu que Fabiano tinha que começar às cinco horas e quarenta minutos;
- uma dupla respondeu que Fabiano tinha que começar às oito horas e vinte minutos;
- uma dupla respondeu que Fabiano tinha que começar às oito horas e quinze minutos;
- uma dupla e o aluno que trabalhou individualmente responderam que Fabiano tinha que começar às sete horas e quarenta minutos;

- duas duplas não apresentaram resposta.

Desse total de tarefas, selecionei seis para esta análise. Pretendo olhar para as diferentes estratégias utilizadas pelos alunos para chegarem à resposta, bem como para os resíduos deixados pela atividade de socialização do “problema das blusas”, que, como se pôde perceber, gerou momentos muito valiosos.

Das quatro duplas que responderam ter Fabiano que começar a trabalhar às oito horas, duas resoluções me chamaram a atenção. A primeira delas foi a resolução apresentada pela dupla Pa e Er, exposta na Figura 51:

Lembra do Fabiano, aquele que trabalha de empacotar blusas porque quer comprar uma bicicleta? Então, ele demora cerca de 5 minutos para dobrar e empacotar uma única blusa. Ele faz esse trabalho só de manhã, porque à tarde vai para a escola. Para não se cansar ele empacota por manhã de trabalho 40 blusas. Sabendo que ele tem que parar às 11:00h para tomar banho e almoçar, que horas Fabiano tem que começar a empacotar as blusas?

$$\begin{array}{r} 40 \\ \times 5 \\ \hline 200 \text{ horas} \end{array}$$

R: Fabiano tem que começar às 2:00 horas

Transcrição: *Fabiano tem que começa às 2:00 horas.*

Figura 51: “As blusas ainda geram problemas” – Dupla Pa e Er

Como mostra o registro, essa dupla utilizou o algoritmo da multiplicação como estratégia. Eles multiplicaram os cinco minutos (tempo dispensado por Fabiano para empacotar uma única blusa) pelo total de blusas. No entanto, equivocaram-se na interpretação do resultado dessa conta, deixando de considerar que se tratava de minutos e não de horas.

Nesse caso, seriam 200 minutos, o equivalente a três horas e vinte minutos, não duas horas como a dupla concluiu.

Pa e Er aceitaram o resultado da multiplicação como resposta para esse problema, deixando de pensar que esse seria o total de tempo gasto por Fabiano para empacotar as 40 blusas e não a hora em que ele deveria começar a trabalhar.

A dupla formada pelos alunos J.R. e Thi também não considerou o resultado da multiplicação como minutos, porém avançou um pouco mais, apresentando, além da multiplicação, mais um algoritmo, o da subtração.

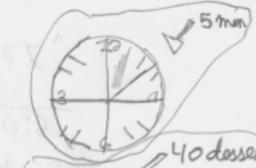
<p>Lembra do Fabiano, aquele que trabalha de empacotar blusas porque quer comprar uma bicicleta? Então, ele demora cerca de 5 minutos para dobrar e empacotar uma única blusa. Ele faz esse trabalho só de manhã, porque à tarde vai para a escola. Para não se cansar ele empacota por manhã de trabalho 40 blusas. Sabendo que ele tem que parar às 11:00h para tomar banho e almoçar, que horas Fabiano tem que começar a empacotar as blusas?</p> <p><i>Justificação</i></p> <p><i>Ção</i></p> <p>* Ele demora 5 minutos!</p>	<p>* Ele empacota de manhã 40 blusas!</p> <p>* Ele para às 11:00 hs</p> <p><i>Questão</i></p> <p>* Que horas Fabiano tem que começar a empacotar as blusas?</p>	 <p>11:00</p> <p>← hora que ele para!</p> <p>40</p> <p>x 5</p> <p>200</p>	<p>11:00</p> <p>2:00</p> <hr/> <p>08:00</p> <p>R: 8:00 hs</p> <p>E quantos minutos ele demora para empacotar 2 blusas?</p> <p>5</p> <p>+5</p> <hr/> <p>10</p> <p>R: demora 10 minutos</p>
<p>Transcrição: Dupla: <i>Justificação: Ele demora cinco minutos!</i> <i>Ele empacota de manhã quarenta blusas!</i> <i>Ele para às 11:00 hs.</i> <i>Questão: Que horas Fabiano tem que começar a empacotar as blusas?</i> <i>R: 8:00 hs.</i> Professora-pesquisadora: <i>E quantos minutos ele demora para empacotar duas blusas?</i> Dupla: <i>Demora dez minutos.</i></p>			

Figura 52: “As blusas ainda geram problemas” – Dupla J.R. e Thi

É interessante notar que essa dupla, antes de realizar o algoritmo da multiplicação, registrou algumas informações presentes na situação-problema. Em seguida, fez desenhos para cada uma dessas informações. Para o desenho da blusa, os alunos realizaram o mesmo algoritmo apresentado pelos alunos Pa e Er, a multiplicação $5 \times 40 = 200$. Já no resultado dessa conta, a dupla registrou 2:00, em vez de 200, o que indica que estavam considerando os duzentos minutos como duas horas.

Depois disso, registraram mais duas informações: 11:00 e 2:00. Na sequência, fizeram o algoritmo da subtração, com a ideia de tirar, das onze horas, duas horas, tempo que, segundo a dupla, era gasto por Fabiano para empacotar as 40 blusas. J.R. e Thi efetuaram erroneamente a subtração e, em vez de responderem nove horas, responderam oito horas. Como fica claro na análise da tarefa realizada por essa dupla, iniciei as intervenções a fim de provocar conflitos acerca da resposta apresentada pelos alunos.

J.R. e Thi responderam corretamente ao questionamento feito por mim e, em seguida, no verso dessa folha de tarefas, as intervenções continuaram. No entanto, não aprofundarei reflexões sobre essas intervenções, pois dediquei uma subcategoria para analisar essas potencialidades no capítulo quatro.

Outra estratégia que trago para essa análise é o procedimento utilizado pela dupla formada pelas alunas Nat e Lu.

<p>Lembra do Fabiano, aquele que trabalha de empacotar blusas porque quer comprar uma bicicleta? Então, ele demora cerca de 5 minutos para dobrar e empacotar uma única blusa. Ele faz esse trabalho só de manhã, porque à tarde vai para a escola. Para não se cansar ele empacota por manhã de trabalho (40) blusas. Sabendo que ele tem que parar às 11:00h para tomar banho e almoçar, que horas Fabiano tem que começar a empacotar as blusas?</p> 	<p><u>Explicação</u> Nós pensamos em contar de 5 em 5 até da 40 que deu no 7. Ele entra 7 hs da manhã</p> <p>E quanto tempo Fabiano leva para empacotar 2 blusas? 10 segundos porque eu já empacotei 2 blusas</p>	<p>da meu pai e deu 10 segundos.</p>
<p>Transcrição: Dupla: <i>Explicação: Nós pensamos em contar de cinco em cinco até dar quarenta que deu no sete. Ele entra sete horas da manhã.</i> Professora-pesquisadora: <i>E quanto tempo Fabiano leva para empacotar duas blusas?</i> Dupla: <i>Dez segundos porque eu já empacotei duas blusas do meu pai e deu dez segundos.</i></p>		

Figura 53: “As blusas ainda geram problemas” – Dupla Nati e Lu

É possível perceber que, na folha de tarefas, as alunas Nati e Lu circularam no texto a quantidade 40, que indicava o número de blusas empacotadas por Fabiano. Já no momento de registrarem a estratégia de resolução, essas alunas fizeram o desenho de um relógio.

Desenharam os ponteiros que marcavam sete horas. A princípio, não entendi o pensamento dessas alunas, mas a explicação dada por elas esclareceu a forma como raciocinaram.

Ao registrarem que pensaram em contar de cinco em cinco até chegar ao 40, percebi que as alunas consideraram esse valor como uma medida de tempo, 40 minutos, em vez de 40 blusas empacotadas por Fabiano. Partindo dessa interpretação, as alunas contaram os minutos no relógio, de cinco em cinco, e, quando atingiram a quantidade 40, provavelmente concluíram ser esse o horário em que Fabiano deveria começar a trabalhar. No entanto, essa soma feita por elas estava equivocada, pois deveriam ter chegado até o número 8 no relógio, e não na quantidade 7.

Diante da resposta apresentada, iniciei minhas intervenções e repeti a mesma pergunta feita para os alunos J.R. e Thi: “*E quanto tempo Fabiano demora para empacotar duas blusas?*”. Provavelmente por não saberem responder ao questionamento feito por mim e por perceberem a necessidade de apresentar uma resposta, Nati e Lu recorreram a situações do cotidiano e rapidamente responderam: “*Dez segundos porque eu já empacotei duas blusas do meu pai e deu dez segundos*”. Partiram das experiências vividas e não do que havia sido proposto.

No caso da dupla Ste e Bru (Figura 54), os alunos também não chegaram à resposta correta para essa situação, entretanto a estratégia por eles utilizada mostrou que parte do problema estava correta.

Eles iniciaram fazendo uma tabela de dupla entrada. Na primeira coluna, indicaram o número de blusas e, na segunda, os minutos que Fabiano demorou a empacotá-las. Registraram, para cada duas blusas, dez minutos; e os alunos fizeram isso por seis vezes, a quantidade exata de 12 blusas, demorando 60 minutos para empacotá-las. Provavelmente tinham visto nesse procedimento uma forma mais fácil de realizar a contagem até o 60, referindo-se aos minutos, o que indica que, de antemão, esses alunos já sabiam a equivalência entre 60 minutos e uma hora.

Depois Ste e Bru fizeram somas sucessivas da quantidade 12, embaixo da coluna que indica o número de blusas; e as somas da quantidade 60, que a dupla fez questão de registrar sua equivalência com uma hora, embaixo da coluna que indica os minutos. Corretamente, os alunos chegaram às três horas e vinte minutos, tempo gasto por Fabiano para empacotar 40 blusas.

<p>Lembra do Fabiano, aquele que trabalha de empacotar blusas porque quer comprar uma bicicleta? Então, ele demora cerca de 5 minutos para dobrar e empacotar uma única blusa. Ele faz esse trabalho só de manhã, porque à tarde vai para a escola. Para não se cansar ele empacota por manhã de trabalho 40 blusas. Sabendo que ele tem que parar às 11:00h para tomar banho e almoçar, que horas Fabiano tem que começar a empacotar as blusas?</p> <p><i>2B = 10 min</i> <i>2B = 10 mi</i> <i>2B = 10 mi</i> <i>2B = 10 mi</i> <i>2B = 10 mi</i> <i>2B = 10 mi</i></p> <p><i>12B 60m = 1h</i> <i>12B 60m = 1h</i> <i>24B 2h</i> <i>36 3h</i> <i>40</i></p>	<p>Ele tem que começar a trabalhar às 8:50</p> <p><i>Ele tem que começar a trabalhar às 8:50</i></p> <p><i>Explicuem como chegaram às 8:50h?</i></p> <p><i>Nós fomos diminuindo das 11:00</i></p> <p><i>Muito bem! O recurso usado por vocês foi muito interessante. Adorei a estratégia.</i></p>	<p><i>Agora pensem comigo, se vocês me disseram que foram diminuindo as horas. Mas quantas horas vocês diminuiriam?</i></p> <p><i>2º foi diminuindo 3 horas e 20 minutos e ele começa a trabalhar às 8:40</i></p>	
--	--	---	--

Transcrição: Dupla: *Ele tem que começar a trabalhar às oito horas e cinquenta minutos.*

Professora-pesquisadora: *Explicuem como chegaram às oito horas e cinquenta minutos?*

Dupla: *Nós fomos diminuindo das onze horas.*

Professora-pesquisadora: *Muito bem! O recurso usado por vocês foi muito interessante. Adorei a estratégia. Agora pensem comigo, se vocês me disseram que foram diminuindo as horas, quantas horas vocês diminuiriam?*

Dupla: *Foi diminuindo três horas e vinte minutos e ele começa a trabalhar às oito horas e quarenta minutos.*

Figura 54: “As blusas ainda geram problemas” – Dupla Ste e Bru

No entanto, no momento em que foram diminuir esse tempo das 11 horas, como apontaram os registros e as explicações da dupla, os alunos efetuaram erroneamente essa operação e responderam que Fabiano deveria começar a trabalhar às oito horas e cinquenta minutos.

Iniciei as intervenções escritas e pedi para a dupla explicar os procedimentos utilizados para chegar ao resultado de oito horas e cinquenta minutos. Ste e Bru apresentaram, então, outra resposta, dizendo que foram diminuindo, das 11 horas, as três horas e vinte minutos e, portanto, Fabiano deveria começar a trabalhar às oito horas e quarenta minutos.

A dupla formada pelo aluno J.V. e Jef. também utilizou a tabela como estratégia para resolver essa tarefa de resolução de problema.

Lembra do Fabiano, aquele que trabalha de empacotar blusas porque quer comprar uma bicicleta? Então, ele demora cerca de 5 minutos para dobrar e empacotar uma única blusa. Ele faz esse trabalho só de manhã, porque à tarde vai para a escola. Para não se cansar ele empacota por manhã de trabalho 40 blusas. Sabendo que ele tem que parar às 11:00h para tomar banho e almoçar, que horas Fabiano tem que começar a empacotar as blusas?

Minutos	blusas
5	1
20	4
40	8
50	10
1:00	20
2:00	40

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 1 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 4 \\ \hline 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 8 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 10 \\ \hline 50 \\ \hline 50 \text{ min} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50 \\ \times 2 \\ \hline 100 \text{ hora} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11:00 \\ - 3:20 \\ \hline 7:40 \end{array}$$

Resposta: FABIANO TEM QUE COMEÇAR A EMPACOTAR ÀS 9:00 hora.
 Quantos minutos são necessários para completar 1 hora?
 60 minutos

m	h
5	1
20	4
40	8
50	10
60	12
80	24
3:20	40

Resposta: FABIANO TEM QUE COMEÇAR A EMPACOTAR ÀS 8:20 horas.

Transcrição: Dupla: *Resposta: Fabiano tem que começar a empacotar às nove horas.*

Professora-Pesquisadora: *Quantos minutos são necessários para completar uma hora?*

Dupla: *Fabiano tem que começar a empacotar às oito horas e vinte minutos.*

Figura 55: “As blusas ainda geram problemas” – Dupla J.V. e Jef

Essa dupla, assim como a anterior, também utilizou como estratégia de resolução uma tabela. O uso desse procedimento indica como os momentos de socialização foram importantes para a circulação e a produção de significações matemáticas pelos alunos durante as aulas. O pensamento multiplicativo proporcional, por exemplo, socializado pela dupla do aluno Bru durante a tarefa do “problema das blusas” apareceu nas tarefas de resolução de problemas que propus em momentos que sucederam essa socialização.

J.V. e Jef mostraram, na sua estratégia de resolução, que compreenderam esse tipo de pensamento matemático. Iniciaram indicando na tabela que uma blusa equivalia ao tempo de cinco minutos, justificando para essa conclusão uma multiplicação de $1 \times 5 = 5$. Depois, a multiplicação $4 \times 5 = 20$ justificou a equivalência, na tabela, para o tempo de 20 minutos. Em seguida, mais uma multiplicação, $8 \times 5 = 40$, justificou o tempo de quarenta minutos na tabela.

Ocorreu o mesmo para justificar os 50 minutos. No entanto, quando a dupla multiplicou duas vezes os 50 minutos, a fim de descobrir o tempo equivalente para Fabiano empacotar 20 blusas, os alunos se equivocaram e não compreenderam o resultado como 100

minutos, e sim, como uma hora. Depois, na tabela, já fizeram o pensamento proporcional, indicando que Fabiano demoraria duas horas para empacotar as 40 blusas.

Para finalizar a resolução, J.V. e Jef fizeram a subtração $11:00 - 2:00 = 9:00$ e deram como resposta: “*Fabiano tem que começar a empacotar às 9:00 horas*”. Questionados por mim acerca de quantos minutos seriam necessários para completar uma hora, a dupla rapidamente respondeu: “*60 minutos*” e, em seguida, elaboraram outra tabela de duas entradas.

Pelo que se pôde ver, essa intervenção foi essencial para que os alunos entrassem em conflito e realizassem uma meta-análise da resposta dada por eles inicialmente. Isso levou os alunos à construção de outra tabela. Mais uma vez, revelou-se a forte presença do pensamento proporcional. Os alunos chegaram à conclusão de que Fabiano não demoraria duas horas para empacotar 40 blusas, mas, sim, três horas e vinte minutos.

Ao subtrair esse resultado das 11 horas, momento em que Fabiano deveria parar de trabalhar, a dupla não o fez corretamente, pois, provavelmente, não enxergou que essa subtração, embora tratasse de medida de tempo, também necessitava de reagrupamentos. O fato de essa dupla não ter chegado ao resultado correto para a resolução desse problema não era central, pois meu objetivo era olhar para os caminhos que os alunos percorreram em busca de uma resposta para o problema proposto.

Outra dupla que também utilizou a tabela como estratégia para resolver essa situação-problema era formada pelas alunas Mi e St.O. (Figura 56), que apresentarei mais adiante. Elas inicialmente colocaram uma sequência da quantidade 5, referente aos minutos que Fabiano demorava a empacotar uma única blusa. Fizeram isso até atingirem os 60 minutos, que já sabiam serem equivalentes a uma hora. Em seguida, provavelmente por terem achado mais fácil, agruparam 10 quantidades cinco e indicaram 10 blusas.

Na tabela, as alunas apresentaram, para cada 10 blusas, a equivalência de 50 minutos. Fizeram isso até chegarem ao total de 40 blusas, o equivalente a 200 minutos. Sem qualquer problema, Mi e St.O. fizeram, em seguida, a soma sucessiva de 60 minutos, para realizar a conversão dos 200 minutos em horas. Primeiro, encontraram que 3 horas equivalem a 180 minutos. Depois, somaram a esses minutos mais 20 e concluíram que 200 minutos equivalem a três horas e vinte minutos.

Além disso, através desse recurso consegui ter acesso a formas de pensar dos alunos, as quais, sozinhos, os procedimentos utilizados para resolver uma tarefa não dariam conta de mostrar.

5.4 O problema do frango

Para finalizar o processo de análise desta categoria, trago a análise de uma última tarefa de resolução de problemas, proposta aos alunos no dia 09/12/09 como parte do segundo congresso matemático elaborado para encerrar o ano letivo.

Apresento novamente “O problema do frango”, já enunciado no capítulo 4.

Na próxima sexta-feira será realizado aqui na escola o almoço de Natal. Este ano o cardápio programado é macarrão ao forno, frango assado e salada verde. A receita do frango que a Silvia vai fazer diz que, para cada 1kg de frango, são necessários 15 minutos de forno. Ao todo são 13 kg de frango. A que horas a Silvia deverá pôr o frango para assar, se o almoço será servido às 10:30h.?

Das 14 duplas que realizaram essa tarefa,

- sete duplas responderam que a Silvia deveria colocar o frango para assar às sete horas e quinze minutos;
- uma dupla respondeu que a Silvia deveria colocar o frango para assar às dez horas e quinze minutos;
- uma dupla respondeu que a Silvia deveria colocar o frango para assar às seis horas;
- uma dupla respondeu que a Silvia deveria colocar o frango para assar às seis horas e vinte e seis minutos;
- uma dupla respondeu que a Silvia deveria colocar o frango para assar às sete horas e trinta minutos;
- uma dupla respondeu que a Silvia deveria colocar o frango para assar a uma hora e quarenta e cinco minutos;
- uma dupla deu como resposta: “*Ele vai ter que terminar às oito e meia*” (alunas Jes e La);
- uma dupla justificou: “*Eu pensei três tipos de conta uma deu diferente nas duas contas deu igual. Eu acho que as duas contas deram certas e a conta que deu*”

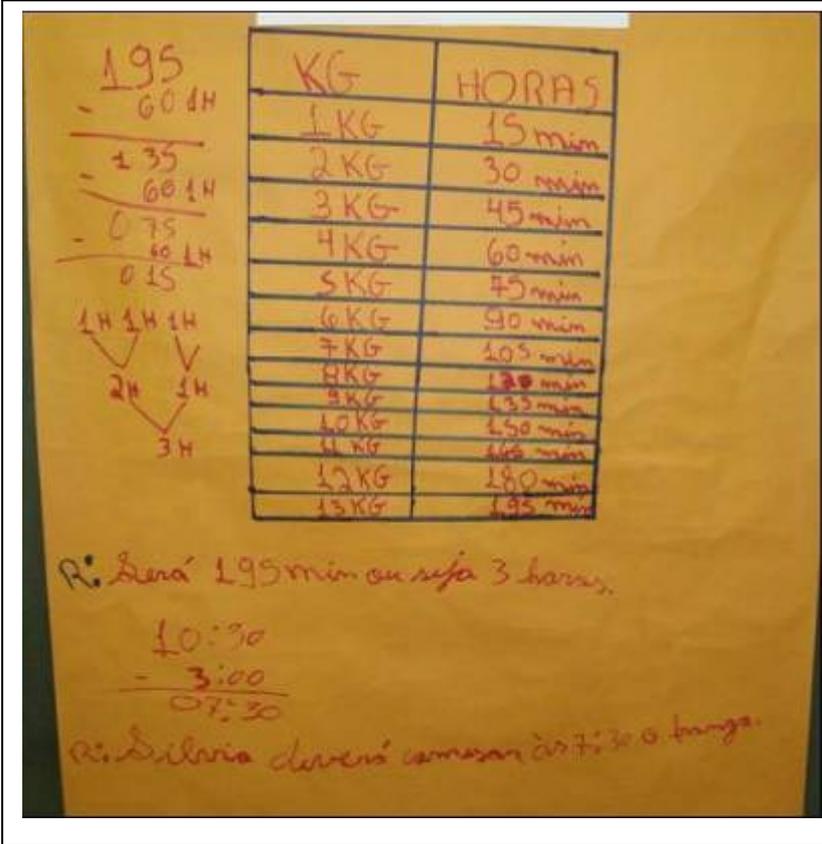
diferente eu acho que deu errada, mas eu acho que as três contas deram erradas”
(alunas Cla e Sa).

Depois que os alunos realizaram a tarefa, pedi que as duplas reproduzissem num papel pardo suas estratégias de resolução, para serem apresentadas em forma de pôster no dia do congresso. O evento, denominado pelos alunos e por mim “Encontro dos alunos que gostam de estudar matemática”, foi videogravado e teve a presença da professora-orientadora desta pesquisa.

Para esta análise, escolhi apenas uma dupla, formada pelos alunos Thi e Jef, e para isso fiz a transcrição do momento de socialização. O foco desta explanação estará na estratégia utilizada pelos alunos; no momento de interação; e na produção de significações matemáticas que circularam.

Os alunos desta dupla apresentaram como estratégia de resolução uma tabela de dupla entrada. É importante destacar que o uso de tabelas vinha se tornando uma prática para a resolução de problemas por essa turma de alunos, o que permite ressaltar a importância dos momentos de socialização, já que as estratégias compartilhadas durante esse momento foram sendo apropriadas por eles. Na primeira coluna, Thi e Jef indicaram a quantidade de frango em quilos. Na segunda, indicaram o tempo de forno em horas. Para os 13 quilos de frango, a dupla chegou à conclusão de que seriam necessários 195 minutos de forno. Porém, no momento de converter os 195 minutos em horas, a dupla não considerou os 15 minutos restantes e justificou que 195 minutos eram equivalentes a três horas e não a três horas e quinze minutos, como seria correto registrar.

Como revelará mais adiante a Figura 57, os alunos, em seguida, utilizaram o algoritmo da subtração e tiraram, das 10 horas e 30 minutos (tempo que o frango deveria ficar pronto), as 3 horas que, segundo a dupla, equivaliam a 195 minutos.



195
- 60 1H

135
- 60 1H

75
- 60 1H

15

1H 1H 1H
 V V
2H 1H
 V
3H

KG	HORAS
1KG	15 min
2KG	30 min
3KG	45 min
4KG	60 min
5KG	75 min
6KG	90 min
7KG	105 min
8KG	120 min
9KG	135 min
10KG	150 min
11KG	165 min
12KG	180 min
13KG	195 min

R: Será 195 min ou seja 3 horas.

10:30
- 3:00

07:30

R: Dilevia deverá começar às 7:30 o frango.

Transcrição: R: Silvia deverá começar às 7:30 do frango.

Figura 57: “O problema dos frangos” – Dupla Thi e Jef

Ao fazer uma rápida análise desta estratégia e da resposta apresentada pela dupla, vi que essa resolução poderia gerar boas discussões, caso fosse socializada e, por isso, convidei os alunos para que socializassem sua tarefa durante o congresso.

A seguir farei a transcrição dessa socialização. Para cada um desses momentos, apresentarei: falas dos alunos, tempo em que essas falas ocorreram na gravação e comentários, descrições ou explicações sobre o movimento captado pelo vídeo.

Momento de interação 1: A dupla Thi e Jef apresenta sua estratégia.¹⁵

0:09:06



Thi: Já que a gente sabia que um quilo era quinze minutos, a gente foi fazendo dois, três, quatro, cinco, seis, sete, até chegar o treze; aí, depois, deu cento e noventa e cinco minutos. Aí, dos cento e noventa e cinco minutos, a gente queria saber quantas horas tinha os cento e noventa e cinco minutos. Aí a gente começou tirar sessenta,

No momento da apresentação, a dupla teve que escolher quem seria o interlocutor, ou seja, quem apresentaria a solução dada por eles durante a resolução da situação. Escolhido o aluno Thi, foi ele quem ficou responsável pela fala.

¹⁵ Como já destacado no capítulo 4, a análise da videogravação será organizada em momentos de interação. (GOMES, 2007).

	<p><i>ai aqui sobrou, porque não ia dar pra tirar sessenta; ai eu somei um, dois, três, ai ficou três horas, ai depois eu coloquei a resposta assim: “Terá cento e noventa e cinco minutos, ou seja, três horas”. Ai depois eu tirei, dez e meia menos três horas, ai deu sete e meia. Ai depois eu respondi: “Silvia deverá começar assar sete e meia o frango”.</i></p>	<p>Durante a apresentação o aluno Jef, também participante da dupla, não expressou comentário algum, permanecendo o tempo todo em silêncio.</p>
--	---	---

Terminada a apresentação, perguntei aos demais alunos se havia questões a serem feitas. Os alunos, alvoroçados, foram levantando as mãos, pois todos queriam fazer perguntas, o que para mim, revela que os alunos estavam mobilizados para a atividade.

Então, começaram os questionamentos.

Momento de interação 2: As primeiras intervenções dos colegas.		
<p>0:10:11</p> 	<p>Jen: <i>Por que você não somou aqueles quinze minutos que sobraram?</i></p>	<p>A aluna Jen questionou a respeito dos quinze minutos que apareceram na subtração realizada pelos alunos para encontrar a equivalência dos 195 minutos com as 3 horas. No entanto, a aluna referiu-se à soma dos 15 minutos restantes na subtração com as 3 horas, que era o resultado final desta.</p>
	<p>J.V.: <i>Não somou, tirou.</i></p>	<p>Esse aluno interpretou de maneira diferente o mesmo algoritmo apresentado por Thi. Ele entendeu que os 15 minutos restantes na subtração deveriam ser tirados da resposta final: 7 horas e 30 minutos e, por isso, questionou a aluna Jen pela sua intervenção.</p> <p>Jen não concordou com a interferência do aluno J.V. e, por isso, olhou para ele, demonstrando sua não aceitação.</p>
<p>0:10:15</p>	<p>Thi: <i>Porque quinze não vai dar para tirar sessenta.</i></p>	<p>O aluno Thi não enxergou a possibilidade de tirar uma hora (sessenta minutos) dos quinze minutos restantes na subtração, por isso deu essa resposta.</p>

Esses diálogos iniciais entre os alunos evidenciaram que eles usaram diferentes estratégias e que, no momento de discutir a estratégia do colega, tentaram impor seu próprio ponto de vista. Neste caso, J.V. tentou impor a Jen sua compreensão da estratégia dos colegas.

A resposta dada por Thi deixou os demais alunos ansiosos para falar. Nesse momento, eles queriam explicar a Thi o que estavam entendendo e como deveria entender a pergunta realizada. A classe ficou alvoroçada: vários falavam ao mesmo tempo; levantavam as mãos, indicando que queriam a palavra. Na tentativa de organizar, fui dando voz a quem levantava as mãos.

Momento de interação 3: As intervenções ainda não produzem sentido a Thi e Jef.		
0:10:24 	<p>J.V.: <i>Ó, você tirava os quinze porque sobrou... é... pera aí (o aluno demonstra nervosismo e rapidamente esquece a sua pergunta) ...ali é quinze quilos, não é? Então ali é quilos ou horas?</i></p> <p>Thi: <i>Aqui seria horas. Um, dois, três.</i> [inaudível]</p> <p>J.V.: <i>Aí é o minuto. Pronto. Quinze minutos. Aí você podia tirar ali, ó, porque tem o primeiro, ó. Um quilo é quinze minutos. Você podia tirar. Ia ficar sete e quinze.</i></p>	<p>No início, J.V. ficou nervoso e por um instante esqueceu a pergunta que iria fazer, mas, assim que se lembrou, retomou sua fala e concluiu o porquê da intervenção feita à aluna Jen, referindo-se ao termo “tirar” (subtração) e não “somar”. Revelou, ainda, que seu pensamento estava adiante do que havia pensado Jen, pois ele solicitou ao Thi que subtraísse quinze minutos da resposta dada para a solução da situação-problema.</p> <p>O aluno Thi, no entanto, não demonstrou entender a intervenção feita por J.V.; por isso eu permiti que outros alunos também dessem seus pareceres.</p>
	<p>Bru: <i>Prô, prô...</i></p> <p>Professora-pesquisadora: <i>Calma aí, acho que ele não entendeu o que você quis dizer. Vamos ver outra pessoa falando. Eu entendi, mas acho que ele não entendeu.</i></p>	<p>Nesse momento, permiti que outro aluno expressasse seu pensamento a respeito da discussão, visando possibilitar à dupla Thi e Jef outra estratégia, a fim de que eles entendessem as intervenções realizadas.</p>
0:11:03	<p>Bru: <i>Prô, não era pra ser três horas e quinze minutos? Porque sobrou quinze minutos, certo? Aí deu três horas, aí três horas faltou quinze minutos, porque aqueles quinze minutos que sobrou também é um quilo.</i></p>	<p>O aluno Bru apresentou a mesma interpretação de Jen, pois questionou a possibilidade de Thi e Jef terem somado os quinze minutos restantes na subtração das três horas que haviam encontrado, chegando, assim, à solução de que Silvia deveria ter colocado o frango para assar às 7 horas e 15 minutos, e não às 7 horas e 30 minutos, como a dupla havia respondido.</p>
	<p>Professora-pesquisadora: <i>Você entendeu o que ele explicou?</i></p>	<p>Questionei se o aluno Thi, até então participante ativo da discussão, havia entendido ou não. O aluno fez que sim com a cabeça.</p>
	<p>Professora-pesquisadora: <i>Você entendeu? Então fala o que você</i></p>	<p>Meu objetivo, com essa intervenção, era avaliar se o aluno estava entendendo ou não</p>

	<i>entendeu!</i>	as intervenções até então realizadas pelos colegas.
0:11:24	Thi: <i>Já que aqui tinha sobrado quinze minutos, ele tava falando que um quilo já seriam quinze minutos. Então podia pegar esses quinze minutos e tirar aqui e aí ficar zero. Aí ele pode até ficar... [o aluno pensou, falou consigo mesmo, foi tentando resolver a conta, pensou...]. Aí ia ficar três, aí depois [inaudível] vai ficar zero, vai ficar um, dois, três, vai ficar três [inaudível]</i>	O aluno ainda permanecia confuso ou em processo de (re)formulação de suas ideias.
0:12:15	Professora-pesquisadora: <i>Tem gente que quer ajudar. A Ca quer ajudar. Calma aí. Fala, Ca.</i>	

Os diálogos revelam que alguns dos colegas, nesse caso, os alunos J.V. e Bru, realizaram intervenções na tentativa de ajudar Thi a avançar nos níveis de desenvolvimento, o que, certamente, sozinho, ele não conseguiria. Essa interação entre os alunos possibilita o avanço de níveis na zona de desenvolvimento proximal, conceito abordado por Vigotski (2001). A fim de que esses avanços aconteçam, as intervenções são indispensáveis, pois são elas que provocam, através da comunicação e do diálogo, os momentos de conflito, os quais permitem que a zona de desenvolvimento proximal de hoje seja o nível de desenvolvimento real amanhã.

Nessa perspectiva, no momento de interação 3 pode ser observado o período de conflito instalado em Thi pelas intervenções dos colegas. Ao ser questionado por mim se havia entendido ou não tais intervenções, tentou justificar; porém demonstrou insegurança na sua fala, ao parar para pensar, e o fez em voz alta, evidenciando o exato momento de conflito. Segundo Alrø e Skovsmose (2006, p. 113, grifos dos autores):

Pensar alto significa expressar pensamentos, idéias e sentimentos durante o processo de investigação. Expressar o que se passa dentro de si expõe as perspectivas de investigação coletiva. Algumas questões hipotéticas costumam surgir no pensar alto e estimulam a investigação.

O que estava em xeque era o conhecimento real de Thi e o conhecimento potencial. O pensar em voz alta demonstrava que o aluno começava a (re)formular seu posicionamento, embora ainda não tivesse dado sentido às intervenções realizadas. No entanto, aproximava-se

de fazer o seu conhecimento potencial assumir o caráter de conhecimento real; estava, provavelmente, na zona de desenvolvimento proximal. Nesse momento, percebi a necessidade de mais intervenções, para provocar ainda mais o conflito no qual Thi se encontrava; por isso, dei voz a Ca. Assim, as intervenções continuaram.

Momento de interação 4: Nem todos os alunos se encontram no mesmo tempo, no que se refere à construção do pensamento matemático.		
0:12:30 	Ca: <i>O prô, por que o Thi e o Jef fez aquela tabela?</i>	Esse questionamento demonstrou o quanto o tempo dos alunos é diferente. A aluna Ca (5º ano), com seu questionamento, mostrou que não havia sequer entendido a tabela, o que evidencia as diversidades com as quais os professores lidam na sala de aula e revela o quanto os docentes têm que mobilizar-se para garantir que seus alunos consigam produzir sentido para as propostas de tarefas apresentadas.
	Thi: <i>Eu fiz pra saber quanto que era treze quilos. Do um quilo eu fiz até treze quilos.</i> Professora-pesquisadora: <i>Entendeu, Ca?</i>	Os alunos ficaram agitados, manifestaram-se, querendo ajudar o aluno Thi a responder a pergunta feita pela aluna Ca. Percebi que a justificativa apresentada por Thi não havia convencido Ca e por isso a questioneei acerca do seu entendimento.
0:12:50	Ca: <i>Fala de novo, Thi.</i> Thi: <i>Aqui eu queria saber de 1 quilo até treze, aí eu e o Jé desenhou uma tabela pra saber quanto que seria e fizemos do um até o treze.</i> Ca: <i>Ah, tá.</i>	A aluna Ca, sem constrangimento algum, pediu ao Thi que explicasse novamente seu pensamento. Thi tentou explicar novamente e parece ter convencido Ca.

O que se percebe, nesse momento do diálogo, é que os alunos passam por processos de pensamentos distintos: enquanto Thi tentava justificar e até mesmo entender os 15 minutos que ele não colocara no curso da solução apresentada pela sua dupla, foi surpreendido por um questionamento em que a aluna demonstrou não ter entendido sequer o motivo da construção da tabela para a estratégia apresentada.

Esse aspecto permite observar a heterogeneidade presente numa sala de aula, sendo ela multisseriada ou não. Dar voz ao aluno e oferecer prontidão para ouvi-lo passa a fazer sentido, pois é nesse diálogo, estabelecido no ambiente de aprendizagem proporcionado, que o

professor identifica se é possível avançar ou não na aprendizagem de um determinado conceito. Neste caso, a aluna Ca deu indícios de que não adiantaria Thi continuar sua explicação, caso ela não compreendesse inicialmente o porquê de a dupla ter construído a tabela. Ca, assim como outros colegas, encontrava-se num tempo diferente dos alunos Thi, J.V. e Bru, o que remete a pensar nos limites que nós, docentes, devemos respeitar, quando se fala em propor um ambiente de aprendizagem no qual o aluno seja protagonista da produção do seu próprio conhecimento.

Outro aspecto a destacar acerca dos diferentes tempos de aprendizagem refere-se ao aluno Jef, que faz parte da dupla e que realizou com Thi a resolução desse problema. Até o presente momento de interação, esse aluno não se havia manifestado, permaneceu em silêncio, o que, faz pensar que, provavelmente, ele se encontrasse num tempo diferente de aprendizagem, assim como Ca e outros alunos.

Momento de interação 5: Início da produção de sentido para as intervenções dos colegas.		
0:13:06 	J.V.: <i>O Thi, pra te ajudar. Sabe como você poderia fazer? Podia pegar as sete horas e meia e tirar os 15.</i>	J.V., percebendo que Thi ainda se encontrava confuso, tentou de outra maneira comunicar sua ideia para que seu colega concluísse de forma esperada a resolução para essa situação-problema.
	Professora-pesquisadora: <i>Fala, J.A.</i>	Tive também essa percepção e permiti a intervenção de outro colega: outro Jef da turma (aluno do 4º ano).
0:13:22	J.A.: <i>O Thi, aí nessa conta aí, sobrou quinze, não sobrou? O que vai ser esses quinze? Aonde que vai ficar esses quinze? Vai ter que ficar junto com as três horas, não vai? Daí vai ficar dez e meia menos três horas e quinze minutos.</i> Mi.: <i>É isso que eu ia falar, daí ia dar sete e quinze.</i> Professora-pesquisadora: <i>Entendeu, Thi?</i>	Foi interessante a intervenção do aluno Jef, que foi mostrando para Thi como deveria pensar, porém o fez a partir de indagações que ele mesmo respondia.

Novamente, ficou visível a ansiedade de J.V. em fazer com que Thi compreendesse o que ele estava tentando comunicar; por isso o fez de diferentes formas. Mesmo assim,

percebendo que Thi ainda estava em situação de dúvida, dei voz a outro colega, na tentativa de que a fala de outro aluno contribuísse para a compreensão de Thi.

Então J.A., de forma didática, tentou explicar a Thi o que até então este não havia conseguido entender. As intervenções realizadas anteriormente contribuíram para que o aluno entrasse em conflito, gerando a necessidade de uma (re)formulação de ideias, bem como da maneira de comunicar-se nos momentos de justificativa. Thi deu indícios de que começava a produzir significações matemáticas a partir das intervenções realizadas.

Cabe ainda destacar que a análise deste diálogo permite identificar que o pensamento matemático, aqui evidenciado, emergiu naturalmente no aluno. Em momento algum fiz qualquer direcionamento ao que o aluno devia pensar. Os alunos intervieram, esperando do colega a produção de significações para o que estava sendo comunicado.

Percebe-se que Thi escutou as afirmações de seus colegas, elegeu as que eram pertinentes, reuniu-as às hipóteses que já tinha e, em seguida, estabeleceu relação entre essas informações, para produzir, enfim, um sentido para todos os argumentos e justificativas gerados nessa discussão.

Momento de interação 6: Finalmente, Thi compreende.		
0:13:50 	Professora-pesquisadora: <i>Fala, Pa.</i> Pa: <i>Como é que vocês sabem que cento e noventa e cinco minutos são três horas?</i> Thi: <i>Treze horas?</i> Pa: <i>Não, três horas.</i> Thi: <i>Aí eu fiz na divisão, né? Eu fiz um quilo, aí eu dividi por quinze, aí dois quilos eu dividi por quinze, aí depois deu trinta, aí três quilos eu dividi por quinze e deu quarenta e cinco. Aí eu fui dividindo tudo por quinze até chegar nos cento e noventa e cinco minutos.</i>	Mais uma vez se perceberam os diferentes momentos entre os alunos. A aluna Pa (4º ano) não havia entendido como a dupla fizera para descobrir a equivalência entre os 195 minutos e as 3 horas. Outro aspecto a destacar é acerca da heterogeneidade presente nos alunos do mesmo ano, bem como de anos diferentes. Essa sala multisseriada, nesse episódio, evidenciou essa diversidade, que nesse ambiente se tornou uma riqueza na produção de saberes pelos alunos.
	J.A.: <i>Tem certeza que você dividiu?</i> Thi: <i>Ah, não. Multipliquei, falei errado.</i>	Percebi o quanto os alunos se mantiveram atentos e questionaram acerca dos termos usados nas falas de seus colegas.
0:14:28	Professora-pesquisadora: <i>Mas ele respondeu sua pergunta, Pa?</i>	Ao notar que Thi não havia respondido a pergunta da aluna Pa, não hesitei em

	<p>Professora-pesquisadora: <i>Será? O que você perguntou, Pa? Pergunta de novo.</i></p> <p>Pa: <i>Cento e noventa e cinco minutos são três horas?</i></p>	<p>questionar.</p> <p>A aluna permaneceu em dúvida e os demais alunos também. Nesse momento, alguém respondeu que sim, e então fez nova intervenção.</p>
0:14:50	<p>Professora-pesquisadora: <i>Como que vocês descobriram que cento e noventa e cinco minutos são três horas? É isso que ela perguntou.</i></p>	<p>Interferi e refiz a pergunta, do mesmo jeito que havia sido feita da primeira vez.</p>
0:14:57	<p>Thi: <i>Aqui eu fiz treze vezes o quinze, aí deu cento e noventa e cinco.</i></p> <p>J.V.: <i>É só você tirar dos sessenta, porque sessenta é uma hora.</i></p>	<p>Os alunos revelaram sensibilidade para perceber em que os colegas apresentavam dúvidas.</p>
0:15:10	<p>J.V.: <i>Ali, igual você fez aquela conta para descobrir que é três horas. Ó, você tirou sessenta dos cento e noventa e cinco. É essa conta aí que você tem que fazer. Que você falou pra Pa, que a Pa tem que fazer.</i></p> <p>Mi: <i>Ele fez ali aquela conta que deu três horas. É só você juntar aqueles 15 minutos e tirar.</i></p> <p>Thi: <i>Eu não ouvi. A Pa tava falando.</i></p> <p>Mi: <i>Você pegou naquela conta ali e somou só as três horas, mas você esqueceu dos quinze minutos que tava ali e que também era um quilo.[inaudível]</i></p> <p>Thi: <i>Eu pensei que daria pra tirar sessenta, só que aí não deu, aí eu deixei aí.</i></p> <p>Mi: <i>Mas você tinha que juntar com as três horas.</i></p> <p>Professora-pesquisadora: <i>Entendeu, Thi?</i></p> <p>St.O: <i>Thi, você deveria ter juntado esses quinze minutos no três, ficaria três e quinze. Você tirava do horário</i></p>	<p>Nesse momento o aluno Thi pensava, enquanto J.V. concluía seu pensamento.</p> <p>Após a intervenção de J.V., o aluno pensou novamente.</p> <p>Pedi à aluna Mi que repetisse sua fala.</p>

0:16:57	<p><i>do almoço que ia dar sete e quinze e somar sete e quinze mais três horas e quinze minutos pra ver se dava exato.</i></p> <p>Thi: <i>Hum... Agora entendi.</i></p>	
---------	---	--

O professor, ao deparar-se com uma realidade de sala de aula numerosa ou, como nesse caso, numerosa e multisseriada, pode compartilhar responsabilidades. Em vez de desesperar-se, tentando garantir que todos os alunos aprendam com a sua explicação, pode compartilhar essa tarefa com os demais alunos que, como vimos, têm capacidade e sensibilidade para mobilizar e contribuir para a produção de significações dos colegas. O conhecimento passa a ser uma produção coletiva e não um processo de transmissão pelo professor.

Se Thi compreendeu onde estava a incompletude de sua estratégia, nem todos os alunos compreenderam. Novos questionamentos foram feitos a Thi, que agora respondia com segurança.

Momento de interação 7: A apropriação da fala dos outros.		
	<p>0:17:05</p> <p>Ma: <i>Mas você colocou aqueles treze, deu cento e noventa e cinco. Mas como você colocou aquelas três horas ali?</i></p>	<p>O aluno Ma (4º ano), mesmo com as explicações dadas, não conseguiu entender a equivalência dos minutos em horas; por isso, não se envergonhou em perguntar o que já havia sido questionado mais de uma vez, o que fez com que o aluno Thi comunicasse novamente seu pensamento, porém de forma diferente, buscando o entendimento de Ma.</p>
<p>0:17:12</p>	<p>Thi: <i>Porque eu já falei já, ó. Porque cento e noventa e cinco são três horas, porque eu fui tirando sessenta. Aí ficou: uma, duas, três.</i></p> <p>J.V.: <i>Aí, Thiago, é isso aí que você devia ter falado pra Pa.</i></p>	<p>Nessa justificativa, percebe-se que o aluno Thi se apropriou das intervenções realizadas pelos colegas.</p>
<p>0:17:25</p>	<p>Ma: <i>Aí você colocou três ali, né?</i></p> <p>Mi: <i>É, só que esqueceu de juntar os quinze.</i></p> <p>Professora-pesquisadora: <i>E aí, vocês chegaram à conclusão do quê?</i></p>	<p>Percebendo que os demais alunos já estavam dispersos, visto que a mesma pergunta havia sido repetida várias vezes, resolvi finalizar a apresentação, pedindo que Thi concluísse então a solução da situação-problema.</p>

0:17:38	Thi: <i>Que a Silvia deverá começar às sete e meia. Então, aquele tá errado, porque seriam quinze. Então seriam: Silvia deverá começar às sete e quinze o frango.</i> Professora-pesquisadora: <i>Muito bem!</i>	Os demais colegas aplaudiram, encerrando a apresentação do pôster dessa dupla.
---------	---	--

Depois de reunir as intervenções que achou pertinentes e relacioná-las entre si, Thi, finalmente, conseguiu produzir sentido às intervenções dos colegas e transformou a informação dada no início, quando, por diversas vezes, havia tentado justificar-se diante dos questionamentos. Com essa justificativa final de Thi, ficou evidente que toda essa discussão contribuiu para que os alunos produzissem significações acerca da situação-problema apresentada, bem como dos conceitos que emergiram a partir dela. Embora os alunos tivessem revelado tempos de aprendizagem diferentes, minha preocupação esteve em garantir uma atividade colaborativa e coletiva, na qual um pudesse aprender com o outro, possibilitando a eles a percepção de que um cenário de aprendizagem não é protagonizado apenas pelo professor e, sim, pelo professor e seus alunos.

É importante destacar, na análise deste problema, a riqueza do recurso do vídeo. As imagens produzidas possibilitaram observar os comportamentos e os gestos, que outros instrumentos não foram capazes de registrar. Embora também apresente falhas e incompletude quanto a seu uso como instrumento de análise, acredito, ainda assim, que:

o vídeo é um importante e flexível instrumento para a coleta de informação oral e visual. Ele pode capturar comportamentos valiosos e interações complexas e permite aos pesquisadores reexaminar continuamente os dados (CLEMENTE, 2000). Ele estende e aprimora as possibilidades da pesquisa observacional pela captura do desvelar momento-a-momento, de nuances sutis na fala e no comportamento não-verbal (MARTIN, 1999). Ele supera a limitação humana de observação por ser capaz de capturar não apenas “parte do retrato integral” (MARTIN, 1999, p.76) e é superior às notas do observador, uma vez que não envolve edição automática (MARTIN, 1999, p. 81). (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004, p. 86).

Foi no movimento de ir e vir nas imagens produzidas e na audiogravação simultânea que consegui captar as vozes, os gestos e os movimentos dos alunos.

5.5 Algumas sínteses do capítulo

Neste capítulo propus-me a analisar as estratégias utilizadas pelos alunos nas tarefas de resolução de problemas. Para isso tomei como material de análise quatro tarefas, sendo a última delas videogravada.

A análise desta categoria possibilitou-me algumas conclusões, as quais elenco a seguir:

1. A proposta de tarefas de resolução de problemas envolvendo situações do cotidiano, como o “problema das blusas”, evidenciou a facilidade que os alunos encontram para a criação de estratégias. Como o contexto envolvia dinheiro, a maioria dos alunos usou o recurso do agrupamento dos reais. Outro aspecto observado em relação a essa tarefa foi que alguns alunos trazem soluções do próprio cotidiano, situações que fazem parte de suas práticas e não, necessariamente, da situação proposta.

2. Minha postura indagadora durante os momentos de socialização incentivou os alunos a também se tornarem bons perguntadores. Nos momentos de socialização isso ficou evidente. A análise do “problema do frango” evidenciou as boas perguntas formuladas pelos alunos, bem como a forma como protagonizaram o momento da socialização, deixando para mim a função de apenas organizar a fala dos alunos para que todos tivessem oportunidade de falar e ser ouvidos.

3. A inserção das problematizações na comunidade de investigação matemática, criada em sala de aula, foi motivada pelas propostas de resolução de problemas desafiadoras, o que contribuiu para as mudanças de concepções dos alunos do que seja resolver um problema. A concepção de que um problema apresenta todas as informações necessárias para sua resolução e que admite apenas uma resposta foi cedendo lugar à concepção de que, para resolver um problema, é preciso selecionar a(s) informação(ões) necessária(s), reconhecer o conhecimento a ser empregado e admitir que existe a possibilidade de este problema ter uma ou diversas formas de resolução, ou ainda, que não poder ser resolvido.

4. Outra potencialidade dos momentos de socialização das tarefas dos alunos refere-se à apropriação das estratégias utilizadas. Os resíduos deixados pelas duplas, ao compartilharem com os colegas os procedimentos utilizados para resolver a situação-problema, foram facilmente identificados na análise dessas quatro tarefas. Dentre as estratégias que mais apareceram, cito os agrupamentos, o pensamento multiplicativo proporcional, bem como os tipos de representação: tabelas e uso do relógio em contextos de horas.

5. Os momentos de socialização foram essenciais para que eu pudesse perceber que os alunos têm tempos de aprendizagem diferentes. Os questionamentos feitos por eles possibilitaram-me reconhecer esses aspectos.

6. Além do tempo de aprendizagem dos alunos, há que considerar também o seu tempo de concentração nos momentos de socialização. Percebi que o ideal é que para esse momento sejam socializadas duas tarefas, no máximo três. Os alunos ficam cansados e, quando propomos um número maior que três, eles dispersam, comprometendo a qualidade da atividade.

7. Outro elemento muito importante está no uso do vídeo. Esse recurso foi muito rico para o momento de análise dos dados. Analisar o comportamento, a expressão facial dos alunos só foi possível porque eu dispunha das imagens, que me proporcionaram recuperar elementos não capturados nas audiogravações, nem nos registros em diários de campo.

Tal como destacado na síntese do capítulo anterior, uma das minhas aprendizagens foi em relação aos momentos de socialização. O último deles, “o problema do frango”, ocorrido durante o segundo congresso matemático, trouxe evidências do quanto me apropriei, a partir das experiências anteriores, de um modo de conduzir os alunos no momento em que as estratégias de um grupo estão sendo discutidas. As imagens documentadas em vídeo revelam o quanto os alunos foram protagonistas desse momento.

Outra aprendizagem diz respeito aos critérios para a seleção das duplas ou grupos cujas estratégias serão socializadas. Esses critérios pautam-se em: estratégias inadequadas ou incompletas cuja apresentação e intervenções dos colegas podem possibilitar que seus autores as reavaliem e se apropriem das ideias em circulação; estratégias criativas e diferenciadas que valem a pena ser compartilhadas com toda a classe. À medida que realizava as escolhas, eu ia aprendendo a observar mais atentamente quais os pensamentos matemáticos que estavam em circulação nos diferentes grupos; quais poderiam gerar boas discussões; ou quais autores poderiam ser beneficiados com as discussões dos colegas.

Os resultados obtidos com essa pesquisa corroboram minha crença inicial na importância da montagem de grupos com alunos em diferentes estágios de aprendizagem. Embora nos momentos de socialização um componente da dupla/trio se destacasse, nos momentos de produção foi possível constatar o envolvimento de todos os participantes. Observei, ao longo do processo, o quanto os alunos em estágio/ano avançado em relação aos parceiros tinham uma postura de respeito para com os colegas, assumindo, muitas vezes, uma postura didática para questionar ou ajudar o colega na resolução das tarefas propostas.

6. UM MOMENTO PARA SINTETIZAR E REFLETIR

Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender
(FREIRE, 1996, p. 23)

Ao encerrar esta pesquisa, vejo nas palavras de Freire (1996) uma forma de descrever meus sentimentos em relação a tudo que vivenciamos — meus alunos, minha orientadora e eu — ao longo da pesquisa que se estendeu por todo o ano de 2009. Mais uma vez me vejo surpreendida pela potencialidade dos alunos, que não só aprenderam comigo, mas também me ensinaram muito nessa relação mútua que estabelecemos: o ato de ensinar e aprender.

Essa disponibilidade que me acompanha desde a pesquisa de Iniciação Científica também envolveu os alunos, que assumiram no cenário de aprendizagem, a nossa sala de aula, responsabilidades nos processos de aprendizagem. Os medos e as inseguranças dos alunos e também os meus, no início da pesquisa pouco a pouco foram desaparecendo, cedendo lugar à busca pelo novo, por desafios.

Assumir-me como pesquisadora remexeu minha memória, e nesse processo de busca interna, pude fazer um balanço dos anos em que atuei como professora, bem como das práticas pedagógicas por mim adotadas. Essas reflexões proporcionaram-me enxergar meus alunos com outro olhar, deixando de lado a sobrecarga de ter conduzido um trabalho numa sala de aula multisseriada.

Com o encerramento desta pesquisa, retomo neste capítulo as potencialidades dos instrumentos utilizados para a sua documentação, seus objetivos e a questão de investigação, a fim de fazer uma síntese reflexiva acerca dos resultados obtidos. Pretendo também apontar questões para possíveis continuidades da pesquisa.

6.1 Refletindo sobre as ações: uma possibilidade para ações futuras — os instrumentos

Para a realização deste trabalho, apropriei-me de vários instrumentos para a documentação da pesquisa, os quais acredito terem contribuído para a aprendizagem dos alunos. Minha proposta centrou-se em proporcionar a eles oportunidades de protagonizar os processos de aprendizagem, bem como de participar de uma comunidade de investigação matemática. Cada um desses instrumentos foi abordado no capítulo 3.

É importante destacar que, ao refletir sobre as potencialidades dos instrumentos por mim utilizados, estou tecendo olhares sob minha perspectiva. Nesse sentido, considerarei

nossas vivências, nossas experiências, meus alunos, bem como o ambiente de sala de aula multisseriada no qual a pesquisa aconteceu.

6.1.1 Os registros escritos

O desejo de fazer uma análise comparativa a respeito das crenças dos alunos em relação à matemática incentivou-me a propor a eles dois questionários: o questionário inicial e o questionário final. As perguntas semelhantes em ambos possibilitaram comparar as respostas dos alunos em dois momentos: no início e no final do ano letivo.

Nesse sentido, esse recurso foi um importante instrumento. Através dele pude conhecer as representações que os alunos atribuíam ao ensino e à aprendizagem do conhecimento matemático no início do ano, o que me ajudou a compreender muitas das maneiras pelas quais os alunos realizavam as tarefas propostas.

Identifiquei nas respostas trazidas pelos alunos no questionário inicial a forte relação estabelecida por eles entre a matemática e o uso de técnicas e procedimentos algorítmicos. Tentei, no decorrer da pesquisa, com os tipos de tarefas propostas e o tipo de ambiente de aprendizagem oferecido, romper com essas crenças que poderiam tornar-se obstáculos para a aprendizagem.

Reconhecer as mudanças nas crenças dos alunos só foi possível porque, ao final do ano letivo, propus o questionário final com perguntas semelhantes. As respostas dos alunos apontaram que, para alguns, as crenças continuavam as mesmas, mas, para outros, o cenário de aprendizagem foi essencial para que fossem desestabilizadas e, no lugar delas, outras experiências fossem valorizadas.

Nesse contexto, percebi que o questionário inicial, bem como o questionário final, desempenhou importante função no processo de documentação da pesquisa e ambos me possibilitaram realizar uma análise reflexiva sobre minha ação docente.

Outro recurso muito importante por mim adotado refere-se aos relatórios de entrada múltipla. Utilizá-los como instrumento para a documentação da pesquisa constituiu, antes de tudo, um grande desafio para mim. No início, ao conhecer esse recurso, fiquei encantada com a possibilidade de acessar facilmente os registros dos alunos, bem como com a oportunidade de intervir em suas produções.

Ao levar para a sala de aula as propostas de resolução de problemas nesse modelo de relatório, percebi que intervir nas produções dos alunos a fim de provocar conflitos não era tão simples assim. Nas primeiras intervenções, fui tomada pela frustração e pela insegurança

de não saber fazer boas perguntas. Depois, veio a superação, com a busca por vencer o desafio de desestabilizar os alunos a partir de suas próprias produções e fazê-los avançar.

Esse recurso constituiu um importante instrumento para minha pesquisa, bem como para minha prática pedagógica. Através desse relatório, foi possível registrar as estratégias de resolução dos alunos para os problemas propostos e organizar de forma gradativa a produção do conhecimento matemático pelos alunos após cada intervenção realizada por mim.

Destaco ainda que esse tipo de tarefa foi muito importante para que os alunos aprendessem a formular perguntas. Minha postura indagadora esteve presente não apenas nos momentos de socialização, mas, também, a cada tarefa de resolução de problemas proposta em relatórios de entrada múltipla, em que registrava minhas indagações, meus questionamentos em relação às estratégias apresentadas pelos alunos.

A experiência com a tabela de entrada múltipla contribuiu para a minha aprendizagem, no que diz respeito a realizar boas intervenções, pois ajudou-me a desenvolver habilidades de perceber quais perguntas poderiam provocar conflitos nos alunos, promovendo a “dinâmica de escrita <<reflexão<<(re)escrita<<reflexão” (POWELL; BAIRRAL, 2006, p.83).

Além disso, é importante destacar que aprendi não apenas a formular perguntas, mas, sobretudo, a elaborar situações-problemas. À medida que fui me sentindo desafiada a realizar boas perguntas para desestabilizar os alunos, a fim de que eles avançassem no processo de aprendizagem, passei a enxergar a possibilidade de criar situações-problemas contextualizadas com o seu cotidiano. A maioria das tarefas de resolução de problemas que analisei nos capítulos 4 e 5 foi elaborada por mim: o “problema das vans”, o “problema do Vinícius”, o “problema dos brincos”, o “problema das blusas”. Em vez de selecionar problemas desafiadores para serem propostos aos alunos, passei a criar essas situações, buscando sempre a proximidade do texto apresentado com o contexto dos alunos.

Outro importante instrumento foram as cartas. Elas tiveram início no segundo semestre, depois do primeiro congresso matemático. A intenção de estabelecer uma comunicação entre os alunos e a professora-orientadora foi motivada por esse evento, que procurou aproximar os alunos dos anos iniciais às experiências acadêmicas, que, para mim, eram comuns.

Não foram muitas as cartas escritas pelos alunos, apenas duas. Embora tenham sido poucas, elas evidenciaram algumas potencialidades. Permitiram aos alunos falar de si mesmos e revelar elementos pessoais até então desconhecidos por mim; descobri tratar-se de um poderoso instrumento para o conhecimento que o professor pode ter de seus alunos.

6.1.2 A áudio e a videogravação

Durante a pesquisa, propus aos alunos muitas tarefas de resolução de problemas. Dentre essas, algumas foram selecionadas para o momento de socialização e, por isso, foram audiogravadas, assim como os dois congressos matemáticos promovidos por mim durante o ano.

A audiogravação foi importante para capturar a fala dos alunos durante o momento de comunicação de ideias e negociação de significados. Por saber que meu diário de campo poderia não registrar detalhes importantes das falas dos alunos, recorri ao gravador de voz.

No entanto, há alguns aspectos negativos a destacar em relação a esse recurso. Um deles está na qualidade do áudio, pois, para capturar as falas com nitidez, é preciso que o gravador fique bem perto daquele que está falando. Em alguns momentos, isso não aconteceu e, no momento da análise, na hora em que fiz as transcrições das falas, observei que havia perdido alguns momentos, pois, uma vez distante, o aparelho gravador não conseguiu capturar com clareza o que estava sendo falado pelos alunos.

Outro aspecto que para mim se tornou negativo, depois de utilizar o vídeo como meio para documentar os dados, está no fato de que, na audiogravação, não temos acesso às imagens que capturam gestos, e estes fazem muita diferença no momento de tecer as análises.

Destaco, então, a potencialidade do uso do vídeo. Foi ele quem me possibilitou recuperar detalhes maiores ainda. Através das imagens, pude analisar os gestos dos alunos, os comportamentos, as expressões faciais, detalhes que contribuem ricamente para o momento de análise. Só é possível ter acesso ao movimento através do vídeo. A audiogravação e o diário de campo não proporcionam esses detalhes. Ficam evidentes, portanto, as potencialidades da videogravação para o desenvolvimento da pesquisa.

6.1.3 Meu diário de campo

Ainda que tenha havido esforço da minha parte para descrever na íntegra tudo o que ocorreu em campo, é certo que, pelo fato de ser o registro produzido após a aula, muitos detalhes acabam se perdendo na memória. Nesse sentido, parece importante a produção reflexiva desse material, em que o professor tem a oportunidade de expressar seus sentimentos de medo, insegurança, frustração, alegria, confiança, entre outros.

Embora esse instrumento não capture, por si só, detalhes das falas e dos movimentos dos alunos durante a realização das tarefas propostas, destaco que as potencialidades desse

recurso estão nas reflexões pessoais das experiências vividas, registradas por mim após cada tarefa proposta.

6.2 Sintetizando meus achados na pesquisa

Ao longo de minha pesquisa, procurei destacar o tipo de ambiente em que ela foi realizada. Embora o contexto fosse adverso, caracterizado pela sala multisseriada, procurei estabelecer com os alunos, nas aulas de matemática, uma comunidade de investigação matemática, em que eles tivessem a oportunidade de “aprender a falar e agir matematicamente participando de discussões matemáticas” (GOOS, 2004, p.259).

Ao inserir os alunos nesse contexto escolar, busquei responder a pergunta central desta pesquisa: “Quais contribuições um ambiente de aprendizagem, mediado por problematizações, interações e intervenções pedagógicas, traz para a circulação e a produção de significações em matemática?”.

Os instrumentos utilizados para a documentação da pesquisa, bem como as análises realizadas a partir de um recorte desse material permitiram-me reconhecer que essa comunidade de investigação matemática que consegui constituir na minha sala de aula, marcada por problematizações, interações e intervenções pedagógicas, foi capaz de mobilizar os alunos para a produção de saberes. As tarefas propostas, nem tão fáceis a ponto de desestimular os alunos, nem tão difíceis a ponto de os alunos se sentirem frustrados pela incapacidade de resolvê-los, mas, ao mesmo tempo, desafiadoras, contribuíram para a emergência desses aspectos e para a circulação e a produção de significações matemáticas.

Essas constatações contribuíram para reforçar minha crença – apontada no capítulo 2 – de que é possível, mesmo a partir de um problema “pronto”, criar espaços para as problematizações. E essas ocorreram em diferentes contextos, propostas tanto por mim quanto pelos próprios alunos, nos momentos de socialização. Assim, posso dizer que as tarefas têm um papel central numa comunidade de investigação e podem ser selecionadas, visando possibilitar a emergência dos processos de significação e a criação de estratégias interessantes.

Mas, se o professor não dispõe de tempo, de material ou até mesmo se está sob um processo de coerção pelo uso de algum material didático – livro ou material apostilado –, ele tem margem de autonomia para criar esse ambiente de problematização?

Acredito que sim, pois parto do pressuposto de que são as boas perguntas sobre o que está posto que poderão desencadear um processo mais interativo e significativo em sala de

aula. Nesse sentido, o professor, mesmo sem tempo suficiente para elaborar tarefas, sem material, ou até mesmo diante de uma limitação quanto ao uso do material didático imposto pela unidade escolar, pode tornar o ambiente de sala de aula mais dinâmico, desde que esteja disposto a mudanças na prática escolar. Os momentos de socialização das tarefas, segundo o meu olhar, foram os mais ricos. Nesses momentos de interação oportunizados a cada tarefa proposta de resolução de problemas, pude compartilhar saberes, estabelecendo um diálogo entre os participantes. Pude perceber também a criatividade dos alunos nas estratégias utilizadas, as quais, compartilhadas, deixaram marcas nos demais alunos que se apropriaram dos procedimentos socializados para a resolução de novos problemas, ou seja, elas deixaram, atrás de si, resíduos importantes.

Durante a socialização, pude reconhecer o quão problematizadores os alunos se tornaram. As minhas boas perguntas passaram a dividir o espaço com as boas perguntas dos alunos, que se tornaram também bons questionadores, assumindo comigo a postura de intervir pedagogicamente nas tarefas dos colegas.

Assim, acredito que essa prática de socializar as estratégias de resolução de problemas, oportunizada aos alunos apenas no segundo semestre de 2009, quando já estavam, de certa forma, habituados a trabalhar coletiva e colaborativamente, não teria alcançado os mesmos resultados, se levada a efeito em outro tempo; por exemplo, logo no início do ano, quando os alunos ainda não estavam envolvidos com a dinâmica de participar ativamente nos processos de aprendizagem.

Esta pesquisa corrobora outros trabalhos, aqui tomados como referência, que mostram que um ambiente de aprendizagem em sala de aula, quando pautado no diálogo, na problematização e na investigação, é altamente potencializador de aprendizagens matemáticas e da apropriação de uma outra cultura de aula, que rompe com o tecnicismo e com o “paradigma do exercício”. Como este texto já mencionou, o ineditismo deste trabalho está no fato de ter sido desenvolvido em uma classe multisseriada dos anos iniciais.

Dessa forma, entendo que respondi minha questão de investigação e atingi os objetivos traçados para a pesquisa. No capítulo 4, analisei as formas de interações em sala de aula (aluno-aluno e professora-alunos) e minhas intervenções pedagógicas, que são (ou não) potencializadoras dos processos de pensamento matemático. Os resultados evidenciam:

- a importância do trabalho coletivo e colaborativo;
- a possibilidade de os alunos serem protagonistas nos processos de aprendizagem;
- o importante papel que têm as tarefas propostas;

- a importância dos registros escritos;
- a postura indagadora minha e dos alunos;
- a importância dos momentos de socialização;
- o respeito entre os alunos, meu com relação aos alunos, dos alunos com relação a mim;
- a influência das crenças nos processos de aprendizagem;
- a disponibilidade para aprender;
- a comunicação de circulação de ideias.

No capítulo 5, analisei como ocorreram os processos de circulação e produção de significações sobre a matemática e as principais aprendizagens discentes. Os resultados revelam:

- a potencialidade do trabalho com resolução de problemas;
- a importância da inserção de problematizações nas aulas de matemática;
- os resíduos deixados pelas tarefas e pelos momentos de socialização;
- a importância do uso do vídeo;
- os diferentes tempos de aprendizagem dos alunos;
- o importante papel do professor no critério de seleção dos grupos numa proposta de trabalho coletivo;
- a aprendizagem com compreensão;
- a criação, pelos alunos, de estratégias interessantes para resolver problemas.

Ao longo dos dois capítulos de análise, principalmente nas sínteses finais, destaquei minhas principais aprendizagens ao longo da prática de sala de aula e da pesquisa. Outras estão sendo refletidas neste momento de síntese.

6.3 Um momento para refletir sobre as marcas deixadas

Antes de finalizar este trabalho, não posso deixar de trazer algumas reflexões acerca das ricas experiências vividas durante todo o ano em que realizei a pesquisa.

Acredito que o grande desafio foi constituir com os alunos uma comunidade de investigação matemática. Confesso que, no início do ano, não acreditava nessa possibilidade, até mesmo porque os alunos vinham de vivências distintas das que eu desejava propor. O trabalho coletivo e colaborativo, bem como a presença da comunicação nas aulas não era

comum a esses alunos que pensavam a matemática apenas como a reprodução de técnicas e procedimentos algorítmicos. Essas crenças ficaram bem evidenciadas nas análises realizadas no capítulo 4.

Outro aspecto, a princípio visto por mim como negativo, foi o fato de atuar como professora-pesquisadora numa sala de aula multisseriada. Esse fator constituía para mim um tipo de limitação para o desejo de transformar nos alunos a maneira como concebiam a matemática, bem como a sua aprendizagem. Entretanto, à medida que fui propondo aos alunos tarefas desafiadoras, a partir da proposta de trabalho coletivo e colaborativo, esse cenário foi se modificando e minhas expectativas também.

Acredito que minha postura com relação aos alunos também contribuiu para que eles se tornassem mais seguros e confiantes para comunicar ideias, defender pontos de vista, argumentar. O fato de tentar colocar-me numa posição de colaboração com os alunos, a fim de estabelecer com eles um diálogo, foi essencial para desencadear essas ações.

Acreditar e investir nas potencialidades dos alunos penso que foi um incentivo para eles. Não valorizar os erros, mas desejar conhecer os caminhos por eles percorridos para chegarem a uma produção, também serviu de incentivo. Aos poucos, a sala de aula foi ganhando uma característica própria, em que as diferenças foram responsáveis pelos muitos momentos de aprendizagem mútua: minha com eles e deles comigo.

Um espaço marcado pelas relações dialógicas, pelo respeito, pelo trabalho coletivo e colaborativo, um ambiente em que aprendemos juntos. Aprendemos — meus alunos e eu — a falar e agir matematicamente. Digo aprendemos porque, para mim, essa foi, com certeza, uma verdadeira aprendizagem. Aprendemos a participar de discussões matemáticas e, por isso, acredito, constituímos uma comunidade de investigação matemática.

Se pensarmos na sala de aula como um todo, se analisarmos os alunos, perceberemos que os tempos de aprendizagem são distintos. Alguns se destacaram pela sua destreza, outros pelas produções interessantes de estratégias de resolução de problemas, outros ainda pelas boas perguntas formuladas, outros pela facilidade em comunicar-se nas aulas, outros pela capacidade de intervir pedagogicamente nas tarefas dos colegas, outros pelos pequenos avanços e outros pelos grandes avanços nos processos de aprendizagem.

Ainda que, ao final do ano letivo, os alunos em sua totalidade não estivessem no mesmo nível de aprendizagem, posso afirmar que, de alguma forma, eles foram tocados. Os avanços, ainda que mínimos, existiram, mas o que, de fato, ficou marcado foi a constituição de um grupo — um grupo que esteve junto e cujos elementos procuraram, dentro de suas limitações, respeitar as limitações do(s) outro(s).

Destaco, ainda, que toda a teoria com a qual tive contato foi essencial para que, a cada dia, eu me abrisse mais ao novo. Este é um momento necessário de encerramento de uma etapa, de entrega de um relatório final de pesquisa, representado por esta dissertação, mas as reflexões, as lembranças, as marcas, essas ficaram e estão sendo renovadas dia após dia, evidenciando que a formação do professor é um processo contínuo.

Nesse momento em que posso, numa fração de tempo, refletir, lembrar, (re)viver essa pesquisa, vejo que aprendi muito com esses alunos. Aprendi muito mais nas diferenças do que nas semelhanças. O que vivemos ficará gravado em mim, e a satisfação de ter conseguido produzir esse trabalho numa sala de aula multisseriada, situada na zona rural e com 36 alunos, é, sem dúvida alguma, indescritível.

Depois destes registros reflexivos, que, acredito eu, não poderiam ficar de fora desse texto, reafirmo as palavras de Freire (1996) presentes na epígrafe que inicia este capítulo: “quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender”.

6.4 Refletir sobre as ações: possibilidades para continuar

Ao término deste trabalho, algumas indagações ainda persistem, e outras emergiram no decorrer do próprio processo.

Uma primeira questão diz respeito às formas de documentação da pesquisa. Busquei utilizar uma variedade de instrumentos, com a intenção de garantir o maior número de informações, principalmente por ocupar o duplo papel em sala de aula: professora e pesquisadora. No momento da análise, constatei a superioridade do vídeo sobre os demais instrumentos. Nas seções em que utilizei os dados transcritos de videogravação, pude complementá-los com os gestos, as expressões fisionômicas, as posturas dos alunos, dentre outros aspectos.

Isso evidenciou o quanto esse recurso dá conta de capturar detalhes na sala de aula. No entanto, não há como desconsiderar que videografei apenas os momentos de socialização, os quais, sem dúvida, são momentos em que os alunos conseguem parar para ouvir o que o colega está a dizer. Sei que, durante os momentos em que os alunos trabalham em grupo, é muito difícil capturar as falas de forma audível, pois a sala de aula se converte em um ambiente em que todos se comunicam ao mesmo tempo.

Destaco, ainda, que a videogravação só foi possível pela presença de outra pessoa na sala de aula – no presente caso, a professora-orientadora. Embora saiba das dificuldades para o uso de videogravação na sala de aula, em se tratando de pesquisa na própria sala de aula,

reforço sua potencialidade, principalmente porque o vídeo pode tornar-se ferramenta valiosa, pois possibilita que os alunos analisem sua atuação em aula. Tais constatações sugerem que essa pode ser uma forma de tornar a comunidade de investigação matemática mais dinâmica.

Como outra inquietação, aponto que o presente trabalho foi desenvolvido com 4º e 5º anos do Ensino Fundamental. Seria ele possível nos anos/séries anteriores? Quais seriam as interações que alunos mais novos estabeleceriam entre si, quando imersos num ambiente de problematizações?

A escritura de cartas só foi realizada ao final do ano letivo. Dadas as suas potencialidades, acredito que se esse gênero textual for utilizado desde o início do ano, ele possibilitará ao professor conhecer melhor seus alunos: seus sentimentos, seus sonhos, suas angústias, suas inseguranças... Uma prática contínua com esse gênero textual talvez gere produções com maior conteúdo matemático, se os alunos já puderem ter falado sobre si mesmos.

Outro recurso que se revelou potencializador da produção de significações matemáticas pelos alunos foram os registros de explicações das estratégias. Julgo que esse tipo de registro possibilita o acesso aos processos de pensamentos dos alunos. Assim, pesquisas futuras que queiram centrar-se nesse recurso poderão trazer elementos que ampliem as discussões sobre as formas de pensamento matemático de alunos dos anos iniciais.

Finalmente, como teria sido o processo de aprendizagem dos alunos, parceiros deste trabalho, se a socialização, tal como realizada ao final do ano, tivesse sido implementada desde o início do ano?

Essas questões, além de outras, têm-me provocado, ao encerrar esta etapa da pesquisa. Ao buscar a completude para meus questionamentos iniciais, percebi que essa busca não cessou, apenas aumentou o desejo de continuar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALRØ, Helle; SKOVSMOSE, Ole. *Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática*. Tradução de Orlando Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

ARIAS, Maria Mercedes Valencia. *La triangulación metodológica: sus principios, alcances y limitaciones*. Texto disponível em: <http://tone.udea.edu.co/revista/mar2000/Triangulacion.html>. Acesso em: ago. 2009.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria dos números e aos métodos*. Portugal: Porto, 1994.

CAMPOS, Silmara de; PESSOA, Valda Inês Fontenele. Discutindo a formação de professoras e de professores com Donald Schön. In: GERALDI, Corinta M. G.; FIORENTINI, Dario; PEREIRA, Elisabete Monteiro de A. *Cartografias do trabalho docente: professor(a)-pesquisador(a)*. Campinas, SP: Mercado de Letras, 1998. p. 183-206.

CÂNDIDO, Patrícia. Comunicação em matemática. In: SMOLE, Kátia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira. *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 15-28.

CARVALHO, Carolina. Comunicações e interações sociais nas salas de Matemática. In: LOPES, Celi Aparecida Espasandin; NACARATO, Adair Mendes (Org.). *Escritas e leituras na educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p. 15-34.

CATANI, Denice Bárbara et al. O que eu sei de mim: narrativas autobiográficas, história da educação e procedimentos de formação. *Educação e Linguagem*, Local, ano 8, n.11, p. 31-50, jan./jun. 2005.

CHACÓN, Inês M. Gómez. *Matemática emocional: os afetos na aprendizagem matemática*. Tradução de Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2003.

CLOT, Yves. Vygotski: para além da psicologia cognitiva. *Pro-Posições* — Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, v. 17, n. 2(50), p. 19-30, maio/ago. 2006a.

CLOT, Yves. Psicologia. In: BRAIT, Beth (Org.). *Bakhtin: outros conceitos-chave*. São Paulo: Contexto, 2006b. p. 219-241.

COLAÇO, Veriana de Fátima Rodrigues et al. Estratégias de mediação em situação de interação entre crianças em sala de aula. *Estudos de Psicologia*, Natal, v. 12, n. 1, p. 47-56, 2007. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo>. Acesso em: dez. 2010.

COLINVAUX, Dominique. Aprendizagem e construção/constituição de conhecimento: reflexões teórico-metodológicas. *Pro-Posições* — Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, v. 18, n. 3(54), p. 29-52, set./dez., 2007.

DOMITE, Maria do Carmo S. Formulação de problemas em educação matemática: a quem compete. *Movimento* – Revista da Faculdade de Educação da Universidade Federal Fluminense, EdUFF, Niterói, n. 14, p. 24-37, 2009.

ENGELS, F. *O papel do trabalho na transformação do macaco em homem*. Disponível em: <[HTTP://www.marxists.org/portugues/marx/1876/mes/macaco.htm](http://www.marxists.org/portugues/marx/1876/mes/macaco.htm)>. Acesso em: 2 mar. 2010.

FACCI, Marilda Gonçalves Dias. *Valorização ou esvaziamento do trabalho do professor?: um estudo crítico comparativo da teoria do professor reflexivo, do construtivismo e da psicologia vigotskiana*. Campinas, SP: Autores Associados, 2004. (Coleção formação de professores).

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção formação de professores).

FONSECA, Helena. *Os processos matemáticos e o discurso em actividades de investigação na sala de aula*. 2000. Tese (Mestrado em Educação) — Universidade de Lisboa, Lisboa. Disponível em: <<http://ia.fc.ul.pt/textos/index.htm>>. Acesso em: 5 set. 2010.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis; CARDOSO, Cleusa de Abreu. Educação Matemática e Matemática para ler o texto. In: LOPES, Celi Aparecida Espasandin; NACARATO, Adair Mendes (Org.). *Escritas e leituras na educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p. 63-76.

FRANCO, Maria Amélia Santoro. Pedagogia da pesquisa-ação. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 483-502, set./dez. 2005.

FRANCO, Maria Laura Puglisi Barbosa. *Análise de conteúdo*. Brasília: Plano, 2003.

FREIRE, Paulo. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREITAS, Maria Teresa de Assunção. A abordagem sócio-histórica como orientadora da pesquisa qualitativa. *Cadernos de Pesquisa*, n. 116, p. 21-39, jul. 2002.

GÓES, Maria Cecília Rafael de; CRUZ, Maria Nazaré da. Sentido, significado e conceito: notas sobre as contribuições de Lev Vygotski. *Pro-Posições* — Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, v. 17, n. 2(50), p. 31-46, maio/ago. 2006.

GOMES, Adriana Ap. Molina. *Aulas investigativas na Educação de Jovens e Adultos (EJA): o movimento de mobilizar-se e apropriar-se de saber(es) matemático(s) e profissional(is)*. 2007. 189 p. Dissertação (Mestrado em Educação) — Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, SP, 2007.

GOOS, Merrilyn. Learning Mathematics in a classroom community of inquiry. *Journal for Research in Mathematics Education* — NCTM, USA, v. 35, Issue 4, p. 258-291, July 2004.

HIEBERT, James et al. *Making sense: teaching and learning mathematics with understanding*. Portsmouth: Heinemann, 1997.

LARROSA, Jorge. Notas sobre a experiência e o saber da experiência. *Revista Brasileira de Educação*, Rio de Janeiro, n. 19, p. 20-28, jan./fev./mar./abr. 2002.

LYTLE, Susan L.; COCHRAN-SMITH, Marilyn. Aprender de la investigación de los docentes: una tipología de trabalho. In: ANGULO, J. et al. *Desarrollo profesional del docente: política, investigación y practica*. Madrid: Akal, 1999. p. 320-338.

NACARATO, Adair Mendes; MENGALI, Brenda Leme da Silva; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. *A matemática nos anos iniciais: tecendo fios do ensinar e do aprender*. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

NAJMANOVICH, Denise. *O sujeito encarnado – questões para pesquisa no/do cotidiano*. Rio de Janeiro: DP&A, 2001.

PEREIRA, Elisabete M. Aguiar. Professor como pesquisador: O enfoque da pesquisa-ação na prática docente. In: GERALDI, Corinta M. Grisolia; FIORENTINI, Dario; PEREIRA, Elisabete M. Aguiar (Org.). *Cartografias do trabalho docente*. Campinas, SP: Mercado de Letras, 1998. p.153-181.

PINO, Angel. O conceito de mediação semiótica em Vygotsky e seu papel na explicação do psiquismo humano. *Cadernos CEDES*, Campinas: Papirus, n. 24, p. 32-43, 1991.

POWELL, Arthur B. Quando alunos colaboram para resolver um problema aberto e desafiante de matemática: categorias do discurso. Tradução de Maria Cecília de C. B. Fantinato e Ana Isabel de A. Spínola Dias. *Movimento – Revista da Faculdade de Educação da Universidade Federal Fluminense*, EdUFF, Niterói, n. 14, 2009.

POWELL, Arthur; BAIRRAL, Marcelo. *A escrita e o pensamento matemático: interações e potencialidades*. Campinas, SP: Papirus, 2006. (Coleção perspectivas em Educação Matemática).

POWELL, Arthur B.; FRANCISCO, John M.; MAHER, Carolyn A. Uma abordagem à análise de vídeo para investigar o desenvolvimento de idéias e raciocínios matemáticos de estudantes. *Bolema — Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática*, Unesp, Rio Claro, ano 17, n. 21, 2004.

SANTOS, Sandra Augusta. Explorações da linguagem escrita nas aulas de Matemática. In: LOPES, Celi Aparecida Espasandin; NACARATO, Adair Mendes (Org.). *Escritas e leituras na educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p. 127-142.

SANTOS, Vinício de Macedo. Linguagens e comunicação na aula de Matemática. In: LOPES, Celi Aparecida Espasandin; NACARATO, Adair Mendes (Org.). *Escritas e leituras na educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p. 117-126.

SAUJAT, Frédéric. O trabalho do professor nas pesquisas em educação: um panorama. In: MACHADO, Anna Rachel (Org.). *O ensino como trabalho: uma abordagem discursiva*. Londrina: Eduel, 2004. p. 3-34.

SCHOENFELD, Alan. Por que toda esta agitação acerca da resolução de problemas? In: ABRANTES, Paulo; LEAL, Leonor C.; PONTE, João Pedro (Org.). *Investigar para aprender matemática* (textos selecionados). 2. ed. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 1998. p. 61-71.

SIRGADO, Angel Pino. O social e o cultural na obra de Lev S Vigotski. *Educação e Sociedade*, Campinas, n. 71, p. 45-78, 2000.

TORICELLI, Luana. O registro das crianças e a matemática na educação infantil. In: GRANDO, Regina Célia; TORICELLI, Luana; NACARATO, Adair Mendes (Org.). *De professora para professora: conversas sobre Iniciação Matemática*. São Paulo: Pedro & João Editores, 2008. p. 103-121.

VIGOTSKI, Lev S. *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. Tradução de José Cipolla Neto, Luís Silveira Mena Barreto, Solange Castro Afeche. Organização de Michael Cole et al. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

VIGOTSKI, Lev S. Manuscrito de 1929. *Educação e Sociedade*, Campinas, n. 71, p. 21-44, 2000.

VIGOTSKI, Lev S. *A construção do pensamento e da linguagem*. Tradução de Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

VILA, Antoni; CALLEJO María Luz. *Matemática para aprender a pensar: o papel das crenças na resolução de problemas*. Tradução de Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.