

UNIVERSIDADE SÃO FRANCISCO

Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação

SANDRA REGINA AGUIAR GARCIA

O MOVIMENTO DE UMA PROFESSORA NA CONSTITUIÇÃO DE UM AMBIENTE
INVESTIGATIVO COM ALUNOS DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Itatiba

2015

SANDRA REGINA AGUIAR GARCIA

O MOVIMENTO DE UMA PROFESSORA NA CONSTITUIÇÃO DE UM AMBIENTE
INVESTIGATIVO COM ALUNOS DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientadora: Prof.^a D.ra Daniela Dias dos Anjos

Itatiba

2015

371.399.51 Garcia, Sandra Regina Aguiar.
G211m O movimento de uma professora na constituição de um ambiente investigativo com alunos do 7º ano do ensino fundamental / Sandra Regina Aguiar Garcia. – Itatiba, 2015.
139 p.

Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco.
Orientação de: Daniela Dias dos Anjos.

1. Investigações matemáticas. 2. Matemática.
3. Mediações. 4. Ensino de matemática. I. Anjos, Daniela Dias dos. II. Título.

Ficha catalográfica elaborada pelas bibliotecárias do Setor de Processamento Técnico da Universidade São Francisco.



UNIVERSIDADE SÃO FRANCISCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU*
EM EDUCAÇÃO

Sandra Regina Aguiar Garcia defendeu a dissertação "O MOVIMENTO DE UMA PROFESSORA NA CONSTITUIÇÃO DE UM AMBIENTE INVESTIGATIVO COM ALUNOS DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL" aprovada no Programa de Pós Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco em 16 de dezembro de 2015 pela Banca Examinadora constituída pelos professores:

Daniela Dias dos Anjos

Profa. Dra. Daniela Dias dos Anjos
Orientadora e Presidente

Adair Mendes Nacarato

Profa. Dra. Adair Mendes Nacarato
Examinadora

Deborah Dainez

Profa. Dra. Débora Dainez
Examinadora

Aos meus filhos, Lucas e Diego, alegria de
minha vida.

AGRADECIMENTOS

À Deus por permitir a realização deste trabalho.

À professora Celi Espasandin Lopes por me fazer acreditar que seria capaz.

À Regina Célia Grando por me acolher no início deste trabalho com tanto carinho.

À professora Daniela Dias dos Anjos pela orientação, pelo auxílio e pela disponibilidade na elaboração desta dissertação.

Aos membros da banca — Adair Nacarato, Débora Dainez, Ana Paula Freitas e Denise Marquesin — pelas contribuições para a finalização deste trabalho.

Às professoras e amigas Aline Euzébio, Luzinete Mendonça, Margareth Ligeiro e Rosângela Frare pelas sugestões que foram fundamentais na elaboração da dissertação.

Aos professores membros do Gifem (Grupo de Investigação e Formação em Educação Matemática) — Adriana, Andréia, Luzinete, Nathália, Rogério, Sezília e Solange — pela amizade, vocês me inspiram.

A meus pais, Maria e Jair, por cuidarem sempre de mim.

A meu marido, Demetrio, pelo apoio e pela compreensão de minha ausência nesse período.

À amiga Elisabeth Gelain por cuidar de meus filhos nos momentos em que estive ausente.

Aos amigos por manterem o “bem-querer”, apesar do distanciamento.

A todos os professores que fizeram parte de minha formação.

A meus alunos por renovar em mim o desejo de melhorar minha prática pedagógica.

À Capes (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo suporte financeiro.

“A professora apaixonada se indaga sobre os modos de aprender das crianças. E se intriga com os muitos modos de ensinar. [...] a professora apaixonada narra o que viu, o que construiu, o que conheceu” (SMOLKA, 2000, p. 1).

GARCIA, Sandra Regina Aguiar. O movimento de uma professora na constituição de um ambiente investigativo com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. 2015. 139 p. Dissertação (Mestrado em Educação)– Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2015.

RESUMO

Este trabalho de pesquisa de mestrado tem como objetivo investigar o processo vivido por uma professora durante a implementação de um ambiente investigativo de aprendizagem. Com isso, observa-se as mediações envolvidas na aplicação de tarefas exploratório-investigativas e o modo como essas mediações colaboram (ou não) na elaboração conceitual durante o desenvolvimento de conceitos. A produção de dados foi realizada no 7º ano do Ensino Fundamental em 2014, sala em que a pesquisadora é professora. Tendo como base a proposta de Investigações Matemáticas — que prevê introdução da tarefa, a realização da investigação e a discussão dos resultados —, foram elaboradas sequências didáticas abordando o tema “área e perímetro”. Ao todo foram sete as tarefas realizadas. Todo o trabalho desenvolvido foi audiogravado e videogravado. Além desses registros, outros compõem os dados da pesquisa: materiais produzidos pelos alunos na resolução de situações-problema (relatórios e diagramas) e diários de campo da professora-pesquisadora. Neste texto pretende-se analisar o processo de mediação entre aluno e professora e os fatores que influenciaram a elaboração conceitual diante da análise dos registros orais e escritos nas situações experienciadas. A análise dos dados segue três eixos: a intencionalidade da professora, o modo de intermediação da professora e a forma como ela registra e percebe a intermediação. Nos resultados discorre-se sobre o processo da professora de flagrar-se diante da heterogeneidade do modo de aprender dos alunos, sobre o uso de instrumentos no processo de elaboração conceitual e sobre as diferentes formas de ressignificação de uma tarefa investigativa.

Palavras-chave: Investigações matemáticas. Matemática. Mediações. Ensino de matemática.

GARCIA, Sandra Regina Aguiar. The movement of a teacher in the constitution of an investigative environment with students from 7 year of Basic Education. 2015. 139 p. Dissertation (Master in Education) - *Stricto Sensu* Post-graduate Program in Education, Universidade São Francisco, Itatiba, 2015.

ABSTRACT

This master's research project aims to investigate the process experienced by a teacher during the implementation of an investigative learning environment. Thus, there is the mediations involved in the implementation of exploratory and investigative tasks and how these mediations collaborate (or not) in the conceptual developed while developing concepts. The production data was held at 7^oano of primary education in 2014, the room in which the researcher is a teacher. Based on the proposal of Mathematical Investigations, which provides for introduction of the task, carry out the research and discussion of results didactic sequences were prepared addressing the topic "area and perimeter." In all, it was seven tasks. All the work was audio and video recorder. In addition to these records, others make up the survey data: records produced by the students in the resolution of problem situations: reports and diagrams; and the researcher Professor field diaries. In this paper we intend to analyze the process of mediation between student and teacher and the factors that influenced the conceptual elaboration on the analysis of oral and written records in situations experienced. Analysis of data follow three axes: the intentionality of the teacher, b) intermediation so the teacher c) how records and realizes intermediation. The results point out about the process of teacher catch up on the heterogeneity in the way of learning of the students, the use of instruments in the conceptual elaboration process, the different ways of reframing of an investigative task.

Keywords: Mathematical investigations. Mathematics. Mediations. Teaching mathematics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Memória Natural: Representação do estímulo (A) e da realização (B).....	26
Figura 2 - Memória Artificial: Representação do estímulo (A) e da realização (B) por meio da mediação.....	27
Figura 3 - Representação da função do instrumento psicológico.....	27
Figura 4 - Tarefa 1 original.....	69
Figura 5 - Tarefa 1 adaptada.....	70
Figura 6 - Folha para relato da tarefa 1	71
Figura 7 - Tarefa 2	72
Figura 8 - Pares de retângulos fornecidos aos alunos.....	73
Figura 9 - Folha para o relato da tarefa 2	73
Figura 10 - Primeira instrução para a aplicação da Tarefa 5	74
Figura 11 – Segunda instrução para a aplicação da Tarefa 5	75
Figura 12 – Relatório da Isadora, 7ºano B.....	95
Figura 13 - Representação do registro de Eduardo na lousa.....	106
Figura 14 - Relatório de Eduardo sobre a tarefa 5.....	109
Figura 15 - Tarefa 6 original.....	113
Figura 16 - Relatório de Alice e Vanessa sobre a tarefa 6	116
Figura 17 - Relatório de Luis e Roberto da tarefa 6	122

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
1.1 HOJE ME SINTO MAIS FORTE, MAIS FELIZ, QUEM SABE? SÓ LEVO A CERTEZA DE QUE MUITO POUCO EU SEI, OU NADA SEI	13
2 MEDIAÇÃO PEDAGÓGICA: DESENVOLVIMENTO, APRENDIZAGEM E ELABORAÇÃO CONCEITUAL NA PERSPECTIVA HISTÓRICO-CULTURAL	21
2.1 A ABORDAGEM HISTÓRICO-CULTURAL	21
2.2 DESENVOLVIMENTO E APRENDIZAGEM	22
2.3 MEDIAÇÃO PEDAGÓGICA: O PAPEL DO PROFESSOR E A ELABORAÇÃO CONCEITUAL ...	26
2.3.1 O PROFESSOR E A MEDIAÇÃO PEDAGÓGICA	29
2.3.2 A elaboração conceitual	32
3 DIALOGANDO SOBRE ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA COM COMPREENSÃO	40
3.1 Medida, área e perímetro	40
3.2 Investigações matemáticas	41
3.3 O ambiente para ensinar e aprender Matemática	45
4 OS CAMINHOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA	49
4.1 A ESCOLA, A COMUNIDADE E A COMUNIDADE ESCOLAR	51
4.1.1 As turmas	52
4.2 OS INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS	53
4.2.1 Audiogravação	54
4.2.2 Videogravação	54
4.2.3 Diário de Campo	55
4.3 PROCEDIMENTO DE ANÁLISE DOS DADOS	56
5 ANALISANDO AS MEDIAÇÕES ENVOLVIDAS NA TENTATIVA DE CONSTITUIÇÃO DE UM AMBIENTE INVESTIGATIVO NAS AULAS DE MATEMÁTICA	58
5.1 O PLANEJAMENTO DAS TAREFAS	58

5.1.1 DESCRIÇÃO DAS TAREFAS 1, 2 E 5.....	68
5.1.1.1 TAREFA 1 – COMPARAR FIGURAS DE MESMA ÁREA: FORMAS DIFERENTES, MESMO TAMANHO	69
5.1.1.2 Tarefa 2 – Comparar retângulos sem unidades	71
5.1.1.3 Tarefa 5 – Área fixa e perímetro fixo	74
5.2 O USO DE “INSTRUMENTOS” NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM	76
5.2.1 Introduzindo a tarefa: elaborações e mediações iniciais sobre os conceitos de área e perímetro	76
5.2.2 Comparando áreas: o uso de instrumentos e as mediações da professora	78
5.2.3 Papel do professor: como e quando intervir?.....	87
5.3 COMO TEU PAI TE ENSINOU? DIALOGANDO SOBRE O CÁLCULO DE ÁREAS	98
5.4 A ALDEIA INDÍGENA: UM PROBLEMA INVESTIGATIVO	112
5.4.1 Tarefa 6 – Aldeias indígenas.....	113
5.5 SÍNTESE DA ANÁLISE	128
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	130
REFERÊNCIAS	134
ANEXO A – REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA DAS ATIVIDADES	139

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho de pesquisa se iniciou com o desejo de melhorar minha prática pedagógica. Apresentarei o caminho que percorri, com ênfase no contexto profissional, que me constitui como professora e pesquisadora. Diante destas considerações exporei na introdução a problemática deste trabalho, o problema de pesquisa e os objetivos. Com base nessas exposições, também evidenciarei a organização dos capítulos da pesquisa.

1. 1 Hoje me sinto mais forte, mais feliz, quem Sabe? Só levo a certeza de que muito pouco eu sei, ou nada sei¹

Minha vida se entrelaça com a educação desde minha infância, momento este em que minha mãe me alfabetizava em casa. Naquela época, 1980, a escola era muito distante do bairro onde eu residia, e não havia transporte de fácil acesso.

Comecei a frequentar a escola em 1981, no 1º ano, na recém construída EEPG “Procópio Ferreira”, onde completei o então primeiro grau. A escola tinha sua organização pautada na exigência de disciplina, havia algumas aulas que ocorriam em espaço próprio; por exemplo, as aulas de Ciências eram no laboratório e as de Arte, na sala de artes.

Ingressei na Etecap² (Escola Técnica Estadual Conselheiro Antônio Prado) em 1989, no curso técnico de Química, em período integral. Para isso me preparei no cursinho Pré-coltec³. Resolvi muitas listas de exercícios, a maioria das disciplinas era divididas em teoria e prática de laboratório. As disciplinas Biologia, Geografia, História e Arte fizeram parte da grade curricular apenas no primeiro ano do curso. Para concluir o referido curso, estagiei no laboratório de qualidade da fábrica Robert Bosch, em 1992.

¹Trecho da letra “Tocando em Frente”, música composta por Renato Teixeira e Almir Sater.

² A ETECAP é uma escola pública localizada em Campinas que, em período integral e noturno oferece o Ensino Médio e proporciona cursos técnicos na área de Química, Bioquímica e Petroquímica.

³ O Pré-coltec é um cursinho preparatório localizado em Campinas que direciona o estudo para o ingresso nos colégios técnicos.

Em 1993 comecei a cursar bacharelado em Química na PUCC⁴ (Pontifícia Universidade Católica de Campinas). Concomitantemente aos estudos, trabalhei 4 meses como professora substituta de Ciências, 18 como técnica química da empresa Duravin (fabricante de resinas e tintas) e 6 anos como técnica de laboratório da seção de Meio Ambiente da Embrapa (Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária).

Diariamente, no Laboratório de Resíduos de Pesticidas da Embrapa, acompanhei o movimento dos mestrandos, dos doutorandos e dos pesquisadores, e desejei continuar os estudos na área de Química. Porém, a empresa não permitia o afastamento para a pós-graduação de funcionários com funções caracterizadas pelo concurso de admissão em nível médio, esse direito era concedido apenas aos pesquisadores.

Entre 1997 e 1998 dedicava-me ao trabalho científico durante o dia e lecionava a disciplina “Química” no Ensino Médio noturno de uma escola pública de Valinhos. Esta dinâmica me colocou diante de sistemas antagônicos de trabalho: no período diurno fazia um trabalho individual, utilizando recursos de alta tecnologia, e no período noturno realizava um trabalho interpessoal e dinâmico, envolvendo jovens, sendo que ambos me agradavam. Para facilitar a continuidade como professora, cursei “Complementação Pedagógica”⁵ na Faculdade Integrada Maria Imaculada, localizada em Mogi Guaçu; assim, obtive a licenciatura plena em Química.

Quando ocorreu a municipalização do Ensino Fundamental, no final da década de 90, cursei licenciatura em Matemática por meio de uma Complementação Pedagógica, pois pretendia concorrer às vagas de professora das escolas municipais da região de Campinas. Nessa época havia deixado a Embrapa para trabalhar em um

⁴ A PUCC é uma universidade localizada em Campinas que oferece cursos nas áreas de ciências humanas, exatas e biológicas.

⁵ A complementação pedagógica é um programa especial de formação pedagógica de docentes para as disciplinas do Ensino Fundamental, do Ensino Médio e da Educação Profissional em nível médio. Destina-se a suprir a falta de professores habilitados nas escolas, em determinadas disciplinas e localidades, em caráter especial. É regulamentado pela Resolução CNE/CEB Nº. 02/97, que dispõe sobre os programas especiais de formação pedagógica de docentes para as disciplinas do currículo do ensino fundamental, do ensino médio e da educação profissional em nível médio. Conforme o Art. 2º da Resolução 02/97, é destinado aos portadores de diploma de nível superior, em cursos relacionados à habilitação pretendida que ofereçam sólida base de conhecimentos na área de estudos ligada a essa habilitação (CENEBCA, 2015).

laboratório privado (2000), com a promessa de cursar o mestrado e simultaneamente trabalhar. Ingressei no mestrado em Química na Unicamp (Universidade Estadual de Campinas) em 2002, e, por não conseguir conciliar o trabalho e os estudos, desisti. Em 2005 ingressei exclusivamente na carreira docente como professora de escola pública por meio de concurso público.

Tinha consciência que minha formação profissional no magistério continha lacunas e não considerava minha aprendizagem uma boa referência. Com isso, busquei conhecimento para modificar minha prática. Cursei duas especializações voltadas para o ensino de Matemática e atualmente participo do Gifem⁶ (Grupo de Investigações e Formação no Ensino de Matemática).

Concomitantemente, na escola pública estadual, montei (em 2010) uma "Matemateca" e comecei a aplicar algumas atividades diferenciadas nesta. Por meio do projeto que encaminhei ao Prodesc⁷ (Projetos Descentralizados) em 2012 e 2013, conseguimos adquirir vários materiais pedagógicos para compor o acervo da "Matemateca", e esta passou a ser usada semanalmente com duas turmas de 6º ano em 2013 e 2015.

A sistematização do uso da "Matemateca" acrescentou uma variedade de experiências e situações em minha prática pedagógica, porém não houve registros do planejamento, das observações ou da reflexão sobre as atividades dos alunos e/ou sobre as intervenções do professor na maioria das atividades. Apesar do momento reflexivo não ter ocorrido de forma consciente, recordo-me da felicidade dos alunos felizes nas aulas de Matemática e também nas aulas tradicionais de resolução de exercícios.

Das atividades realizadas com os alunos, a mais significativo para mim foi uma simples, enfocada na conta de água. Iniciei o trabalho solicitando que os alunos, após observação, registrassem como seus familiares faziam uso da água. Na aula fizemos a leitura compartilhada de um texto sobre a quantidade de água que gastamos nas

⁷ É uma plataforma digital da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo em que as escolas inserem projetos pedagógicos. Para que o projeto seja executado na escola ocorre um processo com diversas etapas, como: seleção dos projetos, remessa de verba, apresentação dos resultados e avaliação.

atividades corriqueiras do cotidiano, como tomar banho, escovar os dentes, lavar o carro ou a bicicleta, lavar o quintal, dentre outras. Na discussão sobre o texto aproveitaram para colocar as situações observadas e analisar o que poderiam ou não mudar e ainda o que não iriam mudar.

A continuação destas observações foi verificar qual o consumo médio de água por pessoa/mês nas residências. Os alunos levaram uma conta de água e, observando o histórico de consumo dos seis meses anteriores, calculamos o consumo médio por pessoa. Nas discussões consideramos quais fatores influenciaram o menor e o maior consumo de água por pessoa/mês. Escrevi uma narrativa e me debrucei sobre as atividades escritas pelos alunos, como não houve outros tipos de registros, percebi que perdi muitos dados e, em especial, que poderia ter mais detalhes se houvesse um “Diário de Campo”.

Essa atividade foi o ponto de partida de meu interesse em estudar na área de pesquisa de mestrado “Educação Matemática Crítica” e “Educação Estatística”. Também me interessei em fazer pesquisa da própria prática, pois — estudando a tese de mestrado de Claudia Lima (2006), que fez uma análise da própria prática — notei que podia estudar a “mediação pedagógica” no processo de desenvolvimento conceitual dos alunos. A autora relata que, ao analisar os dados, percebeu que na realização das tarefas que propôs aos alunos não deu oportunidade para eles se colocarem. Estive em uma situação semelhante. Na aplicação de uma tarefa, uma das alunas pediu que eu parasse de explicar porque ela queria resolver-la com sua colega.

Enquanto me preparava para a coleta de dados, fiz a leitura da tese de Ole Skovsmose (2007) que aborda “Educação Matemática Crítica” e selecionei muitos textos de jornal que apontassem diferentes aspectos relacionados ao uso da água. Porém, não consegui organizar uma sequência didática direcionada para a “Educação Matemática Crítica” e senti insegurança em continuar com esse tema na pesquisa por três motivos distintos: a) minha capacidade de “problematizar”, b) os alunos não mantinham diálogo comigo, inclusive quando tinham dúvidas e c) o planejamento estava com sua aplicação atrasada e esse assunto não estava contemplado nele.

Em 2014 minha orientadora, a Prof.^a Dr.^a Célia Regina Grando, sugeriu a leitura de *Investigações matemáticas na sala de aula* de Ponte, Brocardo e Oliveira. Nas discussões posteriores decidimos, com base no conteúdo que seria relevante ao aluno, estudar quais seriam as condições necessárias para instaurar um ambiente investigativo na sala de aula para o estudo de área e perímetro. É importante ressaltar que essa decisão foi pautada nas características e nas necessidades de desenvolvimento das duas turmas em estudo, alunos de 7º ano. A professora de Matemática que os acompanhou enquanto cursavam o 6º ano (2013) informou que os conteúdos referentes a área e perímetro não foram abordados. Sendo esses conceitos fundamentais para o desenvolvimento de outros conceitos matemáticos, alteramos o interesse da pesquisa.

As atividades selecionadas propiciaram a participação e o envolvimento da turma na resolução de problemas/questões sobre os conceitos de área e perímetro. Assim, a forma de apresentação da tarefa aos alunos seguiu esta sequência, sugerida em Ponte, Brocardo e Oliveira (2013): introdução da tarefa, discussão em grupo e socialização.

Enquanto cursava as disciplinas do mestrado (2014), fazia relações entre as leituras e minha prática pedagógica. Nessa etapa registrei minhas reflexões e meus sentimentos no Diário de Campo, vivenciando um grande momento de autorreflexão sobre como me constituo professora.

Em 2015 senti muita dificuldade em compreender as leituras sobre Vigotski⁸ e em alguns momentos me senti incapaz de concluir este trabalho. Após a qualificação, a escrita do texto ocorreu de forma lenta, pois encontrei obstáculos para estabelecer relação entre as leituras e os dados já existentes. Foi necessário muito estudo e diálogo com a orientadora e os outros colegas para a finalização desta pesquisa.

Agora, com o trabalho finalizado, tenho a sensação de plenitude. Sinto-me satisfeita por perceber que aprendi muito no decorrer deste estudo. Também tenho certeza de que pouquíssimo sei, o que me motiva a continuar a estudar minhas próprias

⁸ Existem várias publicações com a grafia “Vygotsky”. Usarei a grafia “Vigotski” devido a maioria das publicações que utilizei se apresentarem dessa forma.

práticas pedagógicas e me deixa mais forte, mais feliz. Considerando o percurso acima relatado, o presente estudo configura-se como uma pesquisa da própria prática em uma abordagem qualitativa e tem como foco o processo pelo qual uma professora se apropria de um ambiente investigativo e o constrói com seus alunos. Buscou-se investigar os modos de apropriação de novos conhecimentos e metodologias de ensino e reconhecer como estes afetam e redimensionam a forma de ensinar e intermediar da professora na relação com os alunos.

O objetivo desta pesquisa, portanto, é fazer uma análise, a partir da perspectiva histórico-cultural, do processo vivenciado por mim enquanto professora e pesquisadora que tentou construir um ambiente investigativo nas aulas de Matemática com duas turmas do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal no interior de São Paulo. Nesse processo os objetivos específicos são: a) analisar os fatores que influenciaram a professora no decorrer do planejamento das tarefas, b) estudar o movimento dos alunos e da professora-pesquisadora durante o desenvolvimento das tarefas envolvendo conceitos referentes à área e ao perímetro e c) identificar como a mediação pedagógica interfere no processo de reelaboração de conceitos pelos alunos.

O processo de resolução das tarefas vivenciado por mim e pelos alunos foi videogravado e audiogravado. Esses dados foram analisados entrelaçando-os com referenciais que pudessem contribuir com o objetivo desta pesquisa. Durante a construção dos dados registrei minhas reflexões e meus sentimentos em um Diário de Campo. Este compõe também os dados da pesquisa, apresentada em um “tom narrativo”. Utilizei a primeira pessoa do singular por concordar com Santos (2015, p.18):

Minha voz traz múltiplas vozes, dos autores, dos alunos e dos parceiros desta pesquisa. Além disso, compartilho das considerações de Coracini (1991), que considera que o uso em primeira pessoa em discurso (texto) científico não rompe com a objetividade, uma vez que é garantida pela forma dêitica⁹.

⁹ Dêitico é relativo a dêixis, que corresponde à função indicativa própria de certas unidades linguísticas. Os demonstrativos (este, esse, aquele) são signos dêiticos porque não significam, apenas indicam, mostram. Essa é a natureza intrínseca dos pronomes eu e tu. (MICHAELIS, 2009).

Posto isso, passo a apresentar a organização desta dissertação. No segundo capítulo apresento os pressupostos teóricos, ancorados na perspectiva histórico-cultural. Ao destacar os conceitos de desenvolvimento e aprendizagem, procuro compreender como o pensamento do aluno se organiza nos processos interacionais para estabelecer relação entre o papel do professor diante da elaboração conceitual e a mediação pedagógica.

No terceiro capítulo busco identificar os elementos que favorecem o ambiente que possibilita ensinar e aprender e as características das investigações matemáticas. Também tenciono conhecer a fundamentação teórica sobre a intencionalidade da tarefa e a cultura social da sala de aula que possibilitam o desenvolvimento de conceitos.

Nesses dois capítulos não estreito a relação com o objeto de pesquisa por julgar conveniente que ela aconteça diante do contexto em que foi elaborado. Assim, é criado um entrelaçamento das ideias apresentadas no referencial teórico no capítulo cinco, que analisa as mediações que foram necessárias para constituir um ambiente investigativo na sala de aula. Tal conexão é antecedida pela apresentação dos procedimentos metodológicos deste trabalho de pesquisa (capítulo quatro).

A análise de dados apresentada no quinto capítulo mostra como as leituras de Paulo Freire influenciam minhas reflexões no decorrer da construção dos dados. Descrevo as atividades e o modo como modifiquei as tarefas originais por considerar que a seleção destas no planejamento está associada à intencionalidade que direciona minhas ações. Considero que a análise de um processo requer uma visão ampla em determinado contexto. Neste caso, procuro implementar um ambiente de aprendizagem com características investigativas.

Os quatro episódios selecionados apresentam elementos que podem ser relacionados com os objetivos da pesquisa no decorrer deste processo: o planejamento, as mediações que possibilitam refletir e comunicar ideias e a realização de tarefa investigativa. O primeiro permite analisar os fatores que me influenciaram durante o planejamento das tarefas. As leituras dos três episódios seguintes proporcionam a observação, pelas mediações envolvidas, do movimento de elaboração conceitual; porém, com focos diferentes. O segundo episódio apresenta as mediações e a elaboração

conceitual diante do uso de “instrumentos” na comparação de figuras de mesma área. O terceiro mostra o conhecimento não escolarizado emergindo nas mediações. O quarto episódio apresenta as mediações e o movimento de elaboração conceitual durante a realização de uma Investigação Matemática.

A conclusão se encontra no capítulo seis. Finalizo este trabalho com as considerações que emergem da análise de dados e dialogam com o objetivo da pesquisa.

Sendo assim, apresento no próximo capítulo a mediação pedagógica. Destaco os pressupostos teóricos que relacionam desenvolvimento, aprendizagem e elaboração conceitual na perspectiva histórico-cultural.

2 MEDIAÇÃO PEDAGÓGICA: DESENVOLVIMENTO, APRENDIZAGEM E ELABORAÇÃO CONCEITUAL NA PERSPECTIVA HISTÓRICO-CULTURAL

Neste capítulo exponho os principais conceitos da perspectiva histórico-cultural que foram mobilizados na pesquisa. Em primeiro lugar faço uma breve apresentação da abordagem histórico-cultural. Em seguida, discorro sobre os conceitos de desenvolvimento, aprendizagem e zona de desenvolvimento proximal. Por último, faço considerações sobre o papel do professor, a elaboração conceitual e a mediação.

2.1 A abordagem histórico-cultural

Minha aproximação com a perspectiva histórico-cultural ocorreu enquanto cursava as disciplinas do mestrado, mas estudei esse assunto com maior ênfase durante o processo de escrita da dissertação. O estudo da obra de Vigotski foi realizado por meio de seus próprios textos (VIGOTSKI, 2007, 2008, 2009) e do trabalho de autores que investigaram as ideias dele, tais como Dainez e Deciete (2012), Fontana (2000), Fontana e Cruz (1997), Freitas (2001), Friedrich (2012), Góes (1993), Oliveira (1997) e Smolka (2000, 1997).

A abordagem histórico-cultural foi desenvolvida por um grupo de pesquisadores soviéticos, dentre eles Luria e Leontiev, liderados por Vigotski. Segundo essa perspectiva, nascemos em um “mundo humano” que se diferencia do “mundo natural” pelo modo como usamos os instrumentos¹⁰ criados pelas gerações que nos antecederam e nos apropriamos deles conforme nos relacionamos socialmente e participamos de atividades e práticas sociais. Assim, desde que nascemos estamos em constante interação com outras pessoas: compartilhamos as formas de fazer as coisas, comunicar e pensar, e nos apropriamos dos significados que foram produzidos e acumulados historicamente. Conforme apontam Fontana e Cruz (1997, p. 58), Vigotski destaca que “o homem, pelo trabalho, transforma o meio produzindo cultura” e se constitui nesse processo.

¹⁰ O uso de instrumentos na perspectiva vigotskiana serão abordados na seção “Mediação pedagógica: o papel do professor e a elaboração conceitual”.

Neste trabalho, ao fazer uma análise do movimento de professora e alunos na tentativa de constituição de um ambiente investigativo nas aulas de Matemática, o conceito de mediação semiótica torna-se fundamental. Ele é a base tanto para pensar a relação entre professora e alunos, como entre professora e conhecimento científico, entre alunos e instrumentos, etc.

2.2 Desenvolvimento e aprendizagem

O estudo que envolve o processo de ensino-aprendizagem requer uma discussão em torno das considerações de Vigotski sobre o *desenvolvimento humano*, o *aprendizado* e as relações entre estes. Vigotski analisa três teorias que relacionam desenvolvimento e aprendizado para obter uma visão melhor e apresentar sua posição teórica diante desse tema. As características dessas três principais teorias, segundo Vigotski (2007), são: a) a independência dos processos de desenvolvimento da criança do aprendizado; b) a definição do aprendizado como desenvolvimento; c) a combinação das teorias anteriores. Criticando tais abordagens, Vigotski (2007, p. 95) afirma que “aprendizado e desenvolvimento estão inter-relacionados desde o primeiro dia de vida da criança”. A perspectiva histórico-cultural considera que a criança, ao estar inserida em um ambiente social, com outras pessoas, está exposta a situações de desenvolvimento e aprendizagem desde seu nascimento.

Ao discorrer sobre a relação entre desenvolvimento e aprendizado, Vigotski (2007) distingue dois níveis de desenvolvimento: a) nível de desenvolvimento real e b) Zona de Desenvolvimento Proximal. O nível de desenvolvimento real é o das funções mentais estabelecidas como resultado de certos ciclos de desenvolvimento completados, ou seja, indica a capacidade da criança de conseguir “fazer” determinada tarefa por si mesma. Enquanto o nível de desenvolvimento potencial refere-se ao processo da criança solucionar problemas com a orientação de um adulto ou a colaboração de colegas mais capazes.

Entre estes dois níveis de desenvolvimento encontra-se a *Zona de Desenvolvimento Proximal* (ZPD). Ela é a diferença entre o nível de desenvolvimento real e potencial. Vigotski (2007, p. 97) caracteriza a Zona de Desenvolvimento Proximal como

a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes.

Assim, a “zona de desenvolvimento proximal define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas estão em processo de maturação, funções que amadurecerão, mas que estão em estado embrionário” (VIGOTSKI, 2007, p. 98).

O professor atua neste processo. Ele problematiza, sugere, indica, aponta como se faz algo, faz uso de “instrumentos” para que o aluno futuramente tenha autonomia para realizar a tarefa. Entretanto, o papel do outro na ZDP não estabelece uma relação linear ou previsível nos processos de desenvolvimento e aprendizagem, por isso a expectativa do professor diante de uma sequência didática nesta perspectiva é mais tensa. Conforme alerta Freitas (2001, p. 123):

[...] nem sempre, os modos de assistência do adulto produzem ganhos nos modos de ação da criança. Além disso, constatar a ocorrência ou não de transformações nas capacidades como reflexo de interação eficaz ou ineficaz nos conduz a uma noção circular pouco útil: se o sujeito aprendeu dizemos que o outro atuou na ZDP; se não aprendeu, a atuação foi inócua (ou, em alguns casos, prejudicial). Mais importante que isso, os efeitos dessa atuação como possibilidade de criar ou avançar na ZDP do sujeito nem sempre ocorrem de maneira especular e temporalmente próxima. Algumas vezes, o efeito da interferência é visto de imediato, outras vezes isso não ocorre. Portanto, julgar a qualidade dos modos de mediação, em momentos específicos do presente, não nos garante configurar o desenvolvimento de funções emergentes.

O estudo sobre ZDP realizado por Freitas (2001) apresenta como os autores contemporâneos consideram essa teoria. Segundo a autora, Valsiner e Van der Veer (1991) acreditam que a compreensão da questão do desenvolvimento tem uma contribuição limitada sob a perspectiva da ZDP e apontam inconsistências nessa teoria. A primeira refere-se aos processos ocultos no presente, Freitas (2001, p. 31-32) os comenta do seguinte modo:

A experiência de ensino-aprendizagem “adianta-se” ao desenvolvimento não no sentido literal de um processo precedendo o outro, mas no sentido de que neste tempo (no presente) esses processos são funcionalmente interdependentes de maneira que o desenvolvimento que está emergindo ainda tem que se tornar estabilizado.

Sendo assim, enquanto o processo de ensino-aprendizagem cria a ZDP no presente, não há caminho pelo qual se possa estudar aquele processo diretamente, no momento atual.

A segunda inconsistência se caracteriza superficialidade do modo como Vigotski explica a passagem de uma função psicológica superior do plano externo para o plano interno. Dessa forma, a ZDP permite que se pense em termos de uma mera transposição de um domínio interindividual para um domínio intra-individual.

Uma análise importante, destacada por Freitas (2001), é a mencionada por L. Winegar¹¹, que enfocou três direcionamentos principais na história da utilização da ZDP: a) a avaliação relativa do desempenho das crianças, b) o aprender interativo e as ações conjuntas e c) a insuficiência de esforços teóricos na psicologia do desenvolvimento. A ZDP, na linha de “avaliação relativa do desempenho”, é vista como “avaliação dinâmica” de “aprendizagem potencial”, ou seja, o conceito possui uma natureza maturacional. A criança, ao ser confrontada com uma tarefa específica, recebe dicas de como resolvê-la e caminha para a solução do problema. Em seguida, a criança pode ser observada transferindo as estratégias utilizadas para novas tarefas, e a eficiência dela para transferir é vista como base para avaliar a ZDP como “mais ampla” ou “mais estreita”.

Assim, o conceito de ZDP é interpretado pela prontidão da criança. Na linha do “aprender interativo e [das] ações conjuntas”, as crianças constroem suas capacidades de aprender a partir de “andaimes” fornecidos pelo outro. A imagem do andaime acentua a natureza externa-interacional da aprendizagem guiada na criança. Essa metáfora não observa atentamente as questões referentes à criatividade do sujeito, a sua capacidade real de ir além do suporte externo.

A insuficiência de esforços teóricos na psicologia do desenvolvimento apresenta que psicólogos contemporâneos estão inseridos em uma crise, devido a seu repertório teórico ser estático e embasado no senso comum. Segundo Freitas (2001), isso faz aumentar a necessidade de construção de sistemas teóricos de desenvolvimento para explicar fenômenos psicológicos complexos. O autor ainda destaca, por meio das

¹¹ Não consta esta referência na tese de Freitas (2001).

considerações de L. Winegar, que há pouco esforço para construir sustentações teóricas que localizem a ZDP em um contexto teórico estruturado.

A ZDP é estudada por diversos autores no contexto escolar, Freitas (2001) apresenta como Lunt (1995) concebe a avaliação. Esta autora faz uma crítica às avaliações derivadas de tradição positivista e reducionista, pois considera que a avaliação deve contemplar a interação dinâmica entre avaliador e avaliado. A ênfase da avaliação deve ser no processo por meio do qual a criança aprende.

No levantamento de Freitas (2001) sobre as pesquisas relacionadas a ZDP, é apresentado o trabalho brasileiro de Mortimer e Carvalho (1996), que avaliou sob diferentes ângulos a relação de ensino-aprendizagem que ocorre nas aulas de Ciências. Freitas (2001) destaca dois estudos desses pesquisadores, um que trata do papel do professor no processo de ensino, tomando por base o conceito de internalização formulado por Vigotski para explicar como ocorre a aprendizagem dos alunos, e outro que mostra, por meio da análise de um episódio ocorrido em contexto de sala de aula, como o conceito em desenvolvimento é construído, com o auxílio da professora, pela ZDP, a docente dá suporte à superação da perturbação cognitiva¹² pelos alunos.

Sobre a contribuição da ZDP, Freitas (2001, p. 129-131) afirma:

A noção de ZDP, embora pareça paradoxal, deixa de sê-lo, uma vez que está necessariamente subordinada às proposições gerais sobre o desenvolvimento. Ao invés de usarmos o crivo “observável – predição – controle”, exigências de um modelo incompatível com a abordagem histórico-cultural, recordamos que, nessa matriz de pensamento, importa o que se indicia como subjacente ao observável; o que se pode conjecturar hoje sobre o futuro, ou seja, a visão prospectiva; e importam as relações dinâmico-causais, isto é, o que uma atuação interessada pode buscar produzir e o que realmente se produz. [...]A noção mostra-se relevante como parte inseparável de um programa de investigação do desenvolvimento como processo dialético, unido a um modelo teórico que se configura como sociogenético; que é orientado para o movimento e para a história dos processos; que se funda nas dimensões cultural e semiótica do funcionamento humano.

¹² A perturbação cognitiva está inserida na teoria piagetina de equilibração.

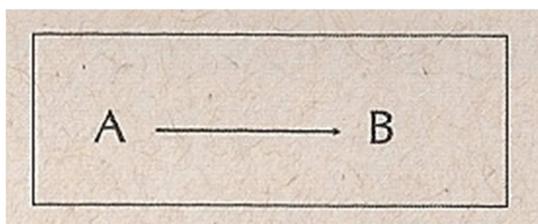
Ao pensar nas relações entre aprendizado e desenvolvimento nessa perspectiva, penso no papel do professor ao interagir com o aluno no processo de ensino-aprendizagem.

2.3 Mediação pedagógica: o papel do professor e a elaboração conceitual

O conceito de mediação é central da obra de Vigotski. Nesta perspectiva as relações que estabelecemos com o mundo e com os outros são sempre mediadas, por instrumentos e signos.

Friedrich (2012) afirma que as funções psíquicas superiores, como a atenção voluntária e a memória lógica, surgem com o auxílio dos instrumentos psicológicos que consequentemente se constituem como fenômenos psíquicos mediatizados. Inversamente as concepções reflexológicas e behavioristas consideram que os processos psíquicos são compostos por dois elementos: o estímulo e a resposta. Por exemplo, ao considerar o estímulo (A) como a tarefa a memorizar e a resposta (B) como a memorização efetiva desta informação, há quem defenda que a memorização consiste em um vínculo associativo e direto entre A e B, característica da memória natural.

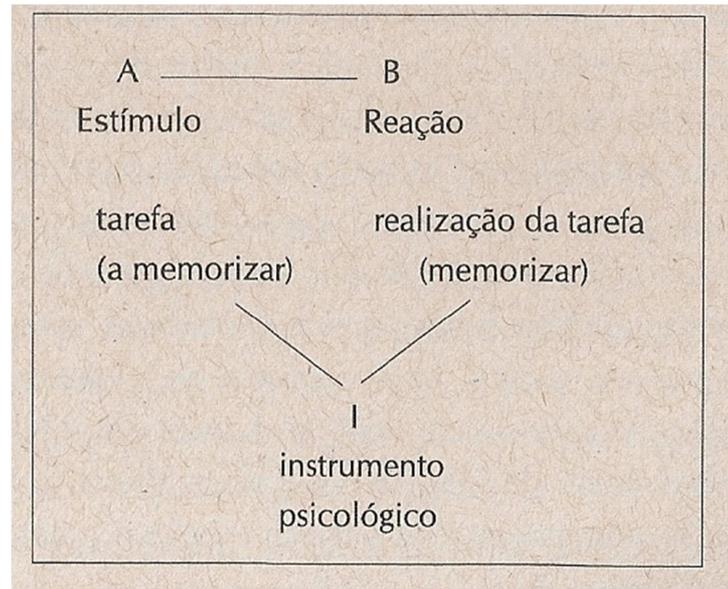
Figura 1 - Memória Natural: Representação do estímulo (A) e da realização (B)



Fonte: Friedrich (2012, p.54)

A memória artificial acontece quando há a introdução de determinados “instrumentos” que facilitam a memorização demandada. O instrumento utilizado para auxiliar a memorização é chamado de “instrumento psicológico” por Vigotski, e transforma a ligação entre A e B em um vínculo indireto mediatizado. O processo de memorização artificial remete ao mesmo resultado obtido pela memória natural, de modo que o instrumento psicológico impõe uma direção artificial que encaminha ao processo natural (FRIEDRICH, 2012, p. 53-56).

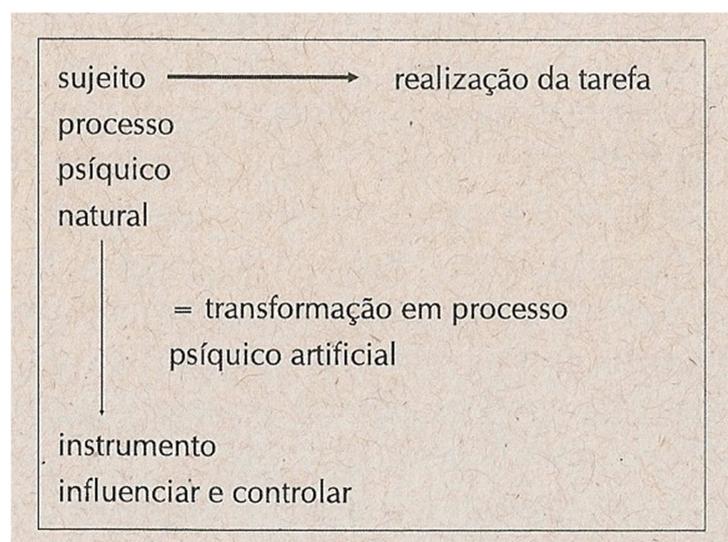
Figura 2 - Memória Artificial: Representação do estímulo (A) e da realização (B) por meio da mediação



Fonte: Friedrich (2012, p.55)

A diferença entre a memória natural e a artificial está na introdução do instrumento psicológico, com a finalidade de fazer com que os fenômenos psíquicos necessários para a realização de uma tarefa se desenvolvam de uma forma melhor.

Figura 3 - Representação da função do instrumento psicológico



Fonte: Friedrich (2012, p.56)

A diferença entre “instrumento” e “instrumento psicológico” considera o primeiro como ferramenta de trabalho, é concebido em função de intervenções preconizadas e produz a transformação no mundo dos objetos. Em contrapartida, o instrumento psicológico está na atividade psíquica do sujeito, que sofre influência da pessoa sobre si mesma (autorregulação e autocontrole). Qualquer objeto pode se tornar um meio mnemotécnico¹³ e permitir que lembremos melhor de algo.

Assim, os “instrumentos” são ferramentas criadas pelo homem para que possa transformar a natureza. Segundo Oliveira (1997, p.29), “o instrumento é um elemento interposto entre o trabalhador e o objeto de trabalho, ampliando as possibilidades de transformação da natureza”. O uso do instrumento deriva de um objetivo que está atrelado à função pela qual foi criado. Temos muitos instrumentos que podemos tomar, por exemplo: o machado, a colher, o prendedor de roupas, a régua, o lápis, a lousa, etc. Os instrumentos estão entre o homem e o ambiente, de modo que ampliam ou modificam sua forma de ação e transformam o comportamento humano. A ação deixa de ser direta sobre o meio, pois o instrumento amplia o modo de agir que seria natural (FONTANA; CRUZ, 1997).

Os instrumentos psicológicos são os signos. Segundo Fontana e Cruz (1997, p.59), “tudo o que é utilizado pelo homem para representar, evocar ou tornar presente o que está ausente constitui um signo: a palavra, o desenho, os símbolos”. Vigotski considera os signos instrumentos, denominando-os “instrumento psicológico”. Como exemplo podemos citar a partitura de uma música, uma lista de compras, o material dourado, um texto, etc. A linguagem é o sistema de signos mais importante para o homem.

Para Fontana e Cruz (1997, p.60), “os significados das palavras são produto das relações históricas entre os homens”. Nesta perspectiva o signo é orientado internamente e altera o funcionamento psicológico do homem. Nós, seres humanos, apropriamo-nos dos instrumentos e dos signos na relação com o outro. A partir dessas relações, reconstruímos internamente as formas culturais de ação, pensamento,

¹³ O termo mnemotécnico é referente a mnemotecnica, que significa “arte de educar e desenvolver a memória” (MICHAELIS, 2009).

ressignificações e uso da palavra, processo esse que diz respeito à ideia de “internalização” trabalhada por Vigotski. Isso leva a considerar que a função psicológica se desenvolve em dois planos: a) na relação entre as pessoas e b) na própria pessoa.

Dainez e Deciete (2012) afirmam que a partir da ideia de instrumentos técnicos e psicológicos, Pino (1995, 2000) e Smolka (2004) elaboram o conceito de instrumentos técnico-semióticos “para destacar a ideia de que o homem produz as condições de sua própria existência e se produz nessas condições” (DAINEZ; DECIETE, 2012, p.1). Os instrumentos técnico-semióticos viabilizam ao indivíduo agir sobre o mundo e sobre si, possibilitando processos de significação. São instrumentos criados com uma função determinada, mas, de acordo com seu uso, também operam internamente nas funções psicológicas superiores. Assim, o instrumento técnico-semiótico interfere no processo de desenvolvimento e aprendizagem conforme as mediações estabelecidas entre este e o conceito que se pretende desenvolver.

Vigotski (2007, p. 100) afirma: “aprendizado humano pressupõe uma natureza social específica e um processo através do qual as crianças penetram na vida intelectual daqueles que as cercam”. Ao refletir sobre essas considerações, indago-me: qual o papel do professor e da escola? Como a estratégia que selecionei propicia o ambiente problematizador que desencadeia questionamentos e reflexões? Como as mediações pedagógicas alteram a elaboração conceitual?

2.3.1 O professor e a mediação pedagógica

Para a perspectiva histórico-cultural, o papel do outro é fundamental no processo de desenvolvimento e aprendizagem. Mas quem é o outro? Na escola o “outro” muda de acordo com a posição social ocupada pela pessoa. Para o aluno, pode ser um colega, o professor ou um funcionário. Segundo Oliveira (1997), a escola é um local que favorece o aprendizado devido à convivência entre alunos e entre alunos e professores, ou seja, a interação social entre pessoas em diferentes estágios do desenvolvimento humano.

Fontana e Cruz (1997) apontam que aluno e professor têm papéis singulares no desenvolvimento das pessoas. A escola possibilita o contato sistemático e intenso das pessoas com sistemas organizados de conhecimento. Assim, mediatiza o processo de

desenvolvimento dos alunos, pois fornece a eles instrumentos para elaborar o conhecimento. Os professores atuam no desenvolvimento proximal ao fazer junto, demonstrar, fornecer pistas, instruir e dar assistência. Podem contribuir para que os processos de elaboração e desenvolvimento que não ocorreriam espontaneamente emergam diante da mediação. As autoras também consideram que o aluno passa por situações de aprendizagem fora do ambiente escolar, no cotidiano elaboram conhecimentos sem perceber. Mas na escola, as condições se modificam devido à intencionalidade e ao planejamento, que visam que a criança aprenda certo tipo de conhecimento e determinado modo de pensar e explicar o mundo.

Tais reflexões levam a pensar sobre meu papel como professora e também sobre as mediações realizadas na tentativa de construção de um ambiente de aprendizagem. Percebi — durante as leituras de Freitas (2001), Friedrich (2012), Fontana (2000) e Fontana e Cruz (1997) — que a mediação pode estabelecer significado, para o aluno, de determinado conceito que intencionei desenvolver, mas o modo como o aluno se apropria dessa intervenção não pode ser “medido”. As teorias estabelecidas, até o momento, não possuem elementos capazes de “mensurar” a eficiência da mediação, posso apenas ter evidências de como os alunos ressignificam determinados conceitos enquanto estão na ZDP.

Estudando sobre as “mediações”, percebi que os estudos vigotskianos são pautados no conhecimento e na intervenção. Assim, a produção de conhecimento científico no quadro da psicologia ocorre apenas por meio do modo mediatizado, ou seja, por meio dos conceitos, das reconstruções e dos instrumentos (FRIEDRICH, 2012, p. 51).

A relação entre professor e aluno é mediada por signos e instrumentos, dentre eles a palavra. Se a palavra direciona o pensamento para a reflexão e a comunicação, esse processo é mediatizado. Assim, podemos pensar na linguagem utilizada pelo professor na interação com os alunos, no modo como essa interfere na atividade psicológica de cada um. Contudo, há que se considerar que o professor não tem meios de controlar o modo de pensar de seus alunos. Na mediação há um conteúdo (aspecto da realidade ao qual a palavra se aplica) comum, sendo que essa coincidência de conteúdo possibilita a comunicação adulto-criança. É “a diferença de elaboração mental entre

ambos que possibilita o desenvolvimento dos conceitos da criança” (FONTANA, 2000, p.19).

Na relação professor-aluno-conhecimento se torna possível um sistema de processos complexos de compreensão ativa e responsiva¹⁴, pois este associa com as experiências e as habilidades que possui. Mesmo que não compreenda a palavra do professor, o aluno organiza seu processo de elaboração mental à margem da palavra do docente. “No curso da utilização conjunta e da internalização dessas palavras, a criança reproduz, apreende e começa a operar com conceitos e praticar o pensamento conceitual antes de ter uma consciência clara da natureza dessas operações”(VIGOTSKI, 1987, p. 59 apud FONTANA 2000, p. 19). Assim, Vigotski considera que a mediação do/pelo professor provoca o desenvolvimento do aluno de forma compartilhada, mesmo que este não utilize os conceitos de forma autônoma.

Essas considerações nos permitem retornar às reflexões apresentadas por Freitas (2001) sobre ZDP na seção anterior, pois não é possível afirmar quando as intervenções provocaram desenvolvimento, reiterando as colocações de Valsiner e Van der Veer. Para Freitas (2001, p. 95), “no tempo presente, os processos de desenvolvimento proximal estão ocultos”. Tal fato nos leva a “refletir sobre a impossibilidade que temos, quando lidamos com desenvolvimento processual, em qualificar, num momento dado, as interações como boas ou más, eficazes ou ineficazes” (FREITAS, 2001, p. 97). Isso leva Freitas (2001) a considerar que as relações entre a ZDP e as mediações do outro nem sempre culminam em avanço e consolidação da ZDP de maneira transparente.

É impossível assegurar os sentidos na relação ensino-aprendizagem, pois eles se constroem no movimento discursivo, implicam consolidação e fluidez, tensão e fusão de ideias. As proposições de Vigotski sobre o *desenvolvimento de conceitos* científicos na criança indicam que não há linearidade na aprendizagem desses conceitos. Góes (1993, p. 3) afirma: “o que o outro faz não determina, plenamente ou unidirecionalmente, o funcionamento do sujeito [...] Ademais, quando as ações do outro parecem afetar o sujeito, nem sempre é fácil dizer o que elas propiciaram construir e como isso se deu”, podendo deixar o professor inseguro quanto a sua atuação na prática pedagógica.

¹⁴ A compreensão ativa e responsiva está inserida na Teoria da Enunciação de Bakhtin.

Segundo Fontana e Cruz (1997, p.85), “a elaboração do mundo tem como intermediário o outro. Por sua mediação revestida de gestos, atos e palavras, vamos nos integrando à cultura, vamos aprendendo a ser humanos”. É pela palavra do outro que nos reconhecemos, que somos nomeados e nomeamos. Assim, Fontana e Cruz (1997) consideram que a palavra nos constitui e nos transforma; a palavra possui função designativa e conceitual, é mediadora de todo nosso processo de elaboração do mundo e de nós mesmos. É por meio das palavras que pensamos.

Fontana e Cruz (1997, p. 85) apresentam as afirmações de Vigotski quando este afirma que pensamento e palavra se articulam dinamicamente na prática social da linguagem:

Nesse sentido, as palavras não são formas isoladas e imutáveis. Elas são produzidas na dinâmica social, seus significados não são estáticos. Uma palavra [...] vai sendo reelaborada no jogo das práticas e das forças sociais.

Na comunicação da criança com o adulto há o compartilhamento de palavras com o mesmo significado para ambos. Porém, não se verifica a coincidência quanto à generalização e à abstração contidas na palavra. Na comunicação entre adulto e criança passam despercebidas as diferenças de generalização e abstração dos modos de elaborar as palavras (FONTANA; CRUZ, 1997).

2.3.2 A elaboração conceitual

Para estudar o processo de mediação pedagógica, um processo dialógico entre aluno e professor, considero relevante apresentar, de modo geral, como os estudos vigotskianos concebem o processo de *elaboração conceitual*, pois as mediações pedagógicas visam, em grande parte, atuar na elaboração de conceitos pelo aluno. Portanto, apesar de não estabelecer uma relação direta com o objeto de estudo da pesquisa, apresentarei brevemente os principais eixos da obra de Vigotski que sustentam a teoria sobre “pensamento e linguagem” e “elaboração conceitual”.

Os estudos de Vigotski se organizam em quatro eixos principais dentro do plano genético. Um deles é a filogênese, a história do desenvolvimento animal relacionado às capacidades da espécie. Outro é a ontogênese que trata do desenvolvimento do ser — relaciona a pertinência à filogênese —, passagem do indivíduo da espécie pela sequência de desenvolvimento, como no desenvolvimento motor — para aprendermos a andar passamos pelas etapas de gatinhar, andar se apoiando, andar sem controle do movimento — para ter domínio do movimento de andar. A sociogênese inclui formas de funcionamento cultural que definem o funcionamento psicológico. Por fim, a microgênese refere-se ao aspecto microscópico do desenvolvimento, indicando que cada pequeno fenômeno tem sua história e que as histórias são diferentes, por exemplo: ao comparar um grupo de meninas — todas de mesma idade, etnia e religião —, elas ainda terão individualmente suas características próprias — identidade, classe social, quantidade de irmãos, filiação, saúde, etc.

Com relação a “pensamento e linguagem”, tanto pela filogênese quanto pela ontogênese, segundo Vigotski (2009), a relação entre pensamento e linguagem se modifica no processo de desenvolvimento. O desenvolvimento do pensamento e da linguagem não ocorre de modo linear ou homogêneo; ele apresenta uns momentos de convergência e outros de divergência, que se alternam constantemente. Apresentarei algumas conclusões de Vigotski sobre esse tema, que engloba a linguagem interior, o sussurro, a linguagem egocêntrica e a psicologia ingênua.

Vigotski (2009, p. 132-133) afirma que “‘a maior descoberta da criança’ só é possível quando já se atingiu um nível relativamente elevado do desenvolvimento e da linguagem”. Com isso, conclui que “para ‘descobrir’ a linguagem é necessário pensar”. As principais conclusões sobre o pensamento e a linguagem, segundo Vigotski (2009, p. 133), são:

1. No seu desenvolvimento ontogenético, o pensamento e a fala têm raízes diferentes.
2. Podemos, com certeza, constatar no desenvolvimento da fala da criança um “estágio pré-intelectual” e, no desenvolvimento do seu pensamento, um “estágio pré-verbal”.
3. Até certa altura, as duas modalidades de desenvolvimento seguem diferentes linhas, independentes uma da outra.
4. Em um determinado ponto, ambas as linhas se cruzam, após o que o pensamento se torna verbal e a fala se torna intelectual.

É importante estabelecer uma relação entre os processos de linguagem interior para o desenvolvimento do pensamento. Vigotski (2009) concorda com o estudo de Watson (1926) que identifica o pensamento com a linguagem interior. Ele destaca a afirmação de Watson (1926) de que não há como identificar em qual momento da organização de sua linguagem a criança passa da linguagem explícita para o sussurro e depois para a linguagem velada. Vigotski (2009, p. 134) afirma que:

Não há nenhuma razão válida para se supor que o desenvolvimento da linguagem interior se processe por via puramente mecânica, por meio da redução gradual da sonoridade da fala, que a transição da linguagem exterior (explicitada) para a interior (velada) se realize através de sussurros, isto é, de uma fala semi-sonora. [...] Nossa investigação mostrou que: 1) no tocante à estrutura, não há nenhuma diferença considerável entre sussurrar e falar alto, e principalmente não há mudanças características da tendência para a linguagem interior; 2) quanto à função, o sussuro difere profundamente da linguagem interior e nem mesmo manifesta uma tendência para assumir suas características típicas; 3) em termos genéticos, a fala sussurrada pode ser suscitada muito cedo, mas ela mesma não se desenvolve espontaneamente de um modo minimamente perceptível antes da idade escolar. Sob pressão social, uma criança de três anos pode, por períodos curtos e com muito esforço, baixar a voz ou sussurrar.

Destaco as considerações que apresentam os instrumentos do pensamento e da experiência sociocultural marcando o desenvolvimento do pensamento e da linguagem:

O desenvolvimento da linguagem interior depende de fatores externos: o desenvolvimento da lógica na criança, [...] é uma função direta de sua linguagem socializada. O desenvolvimento do pensamento da criança depende de seu domínio dos meios sociais do pensamento, isto é, da linguagem. (VIGOTSKI, 2009, p. 148-149).

Vigotski (2009, p. 149) conclui que “um desenvolvimento não é simples continuação direta de outro, mas ocorre uma mudança do próprio tipo de desenvolvimento – do biológico para o histórico-social.” Assim, o desenvolvimento do pensamento é diretamente afetado pela linguagem e experiências socioculturais.

A linguagem egocêntrica acompanha o desempenho infantil e se torna pensamento, assumindo a função de operação de planejamento, de solução de tarefas que surgem no comportamento. Para Vigotski (2009, p. 136),

a linguagem egocêntrica é uma linguagem interior por sua função, é uma linguagem para si, que se encontra no caminho de sua interiorização, uma linguagem já metade ininteligível aos circundantes, uma linguagem que já se enraizou fundo no comportamento da criança e ao mesmo tempo ainda é fisiologicamente externa, e não revela a mínima tendência a transformar-se em sussurro ou em qualquer outra linguagem semi-surda.

Sobre a psicologia ingênua, Vigotski (2009, p. 137) afirma que é “o primeiro exercício da inteligência prática que está brotando na criança”. Isso porque a criança realiza experiência com as propriedades físicas dos objetos e de seu próprio corpo, e a aplicação dessa experiência conta com o uso de instrumento. Ainda sobre esse assunto, Vigotski (2009 p. 138) aponta que,

com a acumulação gradual da experiência psicológica ingênua, a criança passa para o terceiro estágio, que se caracteriza por signos exteriores, operações externas que são usadas como auxiliares na solução de problemas internos. É o estágio em que a criança conta nos dedos, o estágio dos signos mnemotécnicos externos no processo de memorização. No desenvolvimento da fala corresponde-lhe a linguagem egocêntrica.

Esse estudo sobre o pensamento e a linguagem conduz a reflexões sobre a formação conceitual, de fundamental importância dentro dos estudos sobre aprendizagem de alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Ademais, retoma a importância em estimular o adolescente a pensar sobre novas situações. Vigotski (2008, p.73) coloca:

A presença de um problema que exige a formação de conceitos não pode, por si só, ser considerada a causa do processo, muito embora as tarefas com que o jovem se depara ao ingressar no mundo cultural, profissional e cívico dos adultos sejam, sem dúvida, um fator importante para o desenvolvimento do pensamento conceitual. Se o meio ambiente não apresenta nenhuma destas tarefas ao adolescente, não lhe faz novas exigências e não estimula seu intelecto, proporcionando uma série de novos objetos, o seu raciocínio não conseguirá atingir estágios mais elevados, ou só os alcançará com grande atraso.

Para propor tarefas desafiadoras ao aluno, preciso compreender por quais etapas o aluno passa para concluir a formação de determinado conceito. Assim, apresento sucintamente como Vigotski (2009) organiza as etapas da elaboração conceitual. A formação de conceitos é organizada em três fases principais: a) sincretismo; b)

pensamento por complexos; c) pensamento conceitual. No estudo sobre desenvolvimento pela perspectiva histórico-cultural, Santos (2015, p. 36) aponta que

as três fases do processo de formação do conceito não representam um percurso linear, limitado por idade cronológica ou maturação biológica; e a terceira fase não aparece quando a segunda se completa com o pensamento por complexo. Essas últimas coexistem e em determinados momentos se unem e admitem o surgimento de conceitos científicos. Elas não desaparecem no processo evolutivo da formação de conceitos. As diferentes pessoas, até mesmo as mais letradas, não apresentam sempre pensamentos genuínos, em contextos cotidianos também usam pseudoconceitos¹⁵.

Para uma visão ampla das etapas relacionadas à formação de conceitos, organizei-as em uma relação que discrimina esses estágios e suas respectivas subdivisões:

- a) Sincretismo:
 - a. Amontoados sincréticos
 - b. Grupos sincréticos
 - c. Imagem sincrética
- b) Pensamento por complexos:
 - a. Complexo de tipo associativo
 - b. Complexo de coleções
 - c. Complexo em cadeia
 - d. Complexo difuso
 - e. Complexo de pseudoconceito
- c) Pensamento conceitual
 - a. Abstração
 - i. Síntese e análise

O sincretismo é caracterizado por apresentar uma superabundância de nexos¹⁶ subjetivos que leva a criança a confundir a relação entre as impressões e o pensamento com a entre os objetos. Essa superprodução de nexos subjetivos é importante para o futuro processo de seleção de nexos correspondentes à realidade e verificados pela prática. Neste estágio, o significado da palavra atribuído pela criança pode lembrar o

¹⁵ Pseudoconceito é um estágio intermediário entre o pensamento por complexos e outra raiz ou fonte de evolução dos conceitos infantis (VIGOTSKI, 2009).

¹⁶ Nexo tem diferentes significados, refere-se à “conexão, ligação, união, vínculo” ou ao “indivíduo que, na Roma antiga, servia como escravo ao seu credor, até saldar a dívida”. Neste trabalho, “nexo” significa “conexão interna que entrelaça indivíduos e grupos por efeito da dependência social, da mútua compreensão ou da origem comum” (MICHAELIS, 2009).

significado dado à palavra pelo adulto. Assim, frequentemente o significado da mesma palavra para o adulto e para a criança se cruza no mesmo objeto concreto, de forma que ambos se entendem (VIGOTSKI, 2009). O sincretismo, segundo Santos (2015, p. 35),

é um pensamento sensitivo, intuitivo, apresentado por meio de relações difusas e não relacionadas entre si. Qualquer estímulo externo pode desarticular este tipo de pensamento. Os critérios utilizados para constituí-lo são imprecisos e podem ser alterados com muita facilidade durante a atividade. Ele se expressa no pensamento cotidiano. O avanço dessa fase, a princípio, é estabelecido por tentativas de ensaio e erro, por circunstâncias no tempo e no espaço e, depois, por agrupamentos elaborados.

A nova etapa, “pensamento por complexos”, constitui um pensamento coerente e objetivo. Neste estágio, estão refletidos os vínculos objetivos, mas de um modo diferente do que ocorre no “pensamento conceitual”. A construção do complexo tem um vínculo concreto e fatural, que se revela na experiência imediata entre elementos particulares que integram sua composição. Este modo de pensamento é peculiarmente mais importante, “uma vez que esse complexo não está no plano do pensamento lógico-abstrato, mas no concreto-fatural, ele não se distingue pela unidade daqueles vínculos que lhe servem de base e são estabelecidos com a sua ajuda” (VIGOTSKI, 2009, p. 180).

O vínculo que constrói a generalização (ou unificação de objetos heterogêneos concretos) é variado. A diferença entre o vínculo no conceito e no complexo é que no primeiro os vínculos são logicamente idênticos entre si, enquanto no segundo os vínculos não têm nada em comum. No pensamento por complexo há vínculos concretos estabelecidos entre os objetos com traços de alternância múltipla: policrômico, desordenado, pouco sistematizado e não reduzido à unidade. Esse tipo de pensamento deixa resíduos que permeiam a linguagem dos adultos (VIGOTSKI, 2009). Segundo Santos (2015, p. 35),

nesta fase, a criança agrupa objetos e fenômenos por suas semelhanças, por seus contrastes e por suas proximidades no espaço. As associações apresentadas nesse estágio fazem com que as palavras em funções disjuntas deixem de ter sentido isolado e passem a ter sentido na generalização.

O “pensamento conceitual” se baseia nos processos de análise ou síntese. Tanto a decomposição quanto a vinculação são momentos interiores necessários para o desenvolvimento do conceito. Vigotski (2009, p. 220) aponta que

o conceito, em sua forma natural e desenvolvida, pressupõe não só a combinação e a generalização de determinados elementos concretos da experiência, mas também a discriminação, a abstração e o isolamento de determinados elementos discriminados e abstraídos fora do vínculo concreto e fatural que são dados na experiência.

Nesse sentido, o pensamento por complexos se mostra fraco quanto ao processo de discriminação de atributo. A função genética deste estágio no desenvolvimento do pensamento infantil é desenvolver a decomposição, a análise e a abstração (VIGOTSKI, 2009). No estudo sobre o pensamento conceitual pela perspectiva vigotskiana, Santos (2015, p. 36) indica que

o pensamento conceitual é a fase caracterizada pela formação de conceitos potenciais. Esta é resultante de um ato real e complexo do pensamento, o qual inclui operações mentais e sínteses em formas mais elaboradas. A criança, nesta fase, desenvolve generalização abstrata de propriedades essenciais dos conceitos, abstraindo as demais. A generalização abstrata se torna a forma principal do pensamento, o qual se concebe e se torna consciência no contexto. Esses conceitos, concebidos como funções psicológicas superiores que representam generalizações em nível abstrato, concretizam-se na função simbólica da linguagem, [...].

O desenvolvimento do significado das palavras, para Vigotski (2008), pressupõe o desenvolvimento de funções intelectuais, tais como atenção deliberada, memória lógica, abstração e capacidade de comparar e diferenciar. Vigotski (2008, p. 104) afirma:

Em qualquer idade, um conceito expresso por uma palavra representa um ato de generalização. Mas os significados das palavras evoluem. Quando uma palavra nova é aprendida pela criança, o seu desenvolvimento mal começou: a palavra é uma generalização do tipo mais primitivo; a medida que o intelecto da criança se desenvolve, é substituída por generalizações de um tipo cada vez mais elevado – processo esse que acaba por levar a formação dos verdadeiros conceitos.

Para a formação de conceitos é necessário que haja um desenvolvimento do uso e da significação das palavras, de modo que a palavra contribua para o desenvolvimento dos conceitos.

No percurso para o desenvolvimento de conceitos, é necessário colocar o aluno diante de uma *tarefa* que faça com que ele mobilize seu raciocínio. Porém, Vigotski (2008, p. 73) afirma:

A presença de um problema que exige a formação de conceitos, não pode, por si só, ser considerada a causa do processo, muito embora nas tarefas com que o jovem se depara ao ingressar no mundo cultural, profissional e cívico dos adultos sejam, sem dúvida um fator importante para o surgimento do pensamento conceitual. Se o meio ambiente não apresenta nenhuma dessas tarefas ao adolescente, não lhes faz novas exigências, e não estimula o seu intelecto, proporcionando uma série de novos objetos, o seu raciocínio não conseguirá atingir os estágios mais elevados, ou só os alcançará com grande atraso.

É pertinente propor situações desafiadoras para ampliar as possibilidades de participação na cultura. No próximo capítulo apresento alguns pontos de proximidade de estudos sobre o ensino de Matemática com a perspectiva histórico-cultural.

3 DIALOGANDO SOBRE ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA COM COMPREENSÃO

Nesta seção apresento estudos que estão relacionados ao ensino de Matemática. Organizo-os em dois blocos: a) o ensino de medidas, contemplando os conceitos de área e perímetro, e b) a Investigação Matemática, usada como estratégia de ensino para desenvolver conceitos matemáticos e fatores que favorecem o aprendizado com compreensão.

3.1 Medida, área e perímetro

Os conceitos de área e perímetro envolvem também o conceito de medida. Ao introduzir esse tema, Caraça (1951) apresenta a relevância desse conceito em situações cotidianas e em diversas profissões. Medir é apresentado pelo referido autor com a comparação de dois segmentos de reta, feita sob três aspectos; Primeiro ele indica a ideia de ser “maior que” ou “menor que”. Segundo, responde quantas vezes um comprimento cabe em outro. Por último, conclui que

[...] se não houver um termo de comparação único para todas nas grandezas de uma mesma espécie, tornam-se se não impossíveis, pelo menos extremamente complicadas as operações de troca que a vida social de hoje exige. (CARAÇA, 1951, p.30).

Esses aspectos do conceito de medir podem ser complementados com ideias importantes destacadas por Van de Walle (2009). Inicialmente, ele afirma “medir envolve uma *comparação* de um atributo de um objeto ou situação com uma unidade que tenha o mesmo atributo” (VAN DE WALLE, 2009, p. 404). Desse modo, antes de medir algo devemos compreender o atributo a ser medido, pois o comprimento será comparado a unidades de medida de comprimento, áreas¹⁷, unidades de área e assim por diante. É relevante que haja uma familiaridade pessoal com a unidade de medida utilizada para medir significativamente e estimar medidas. “É importante compreender como os instrumentos de medida funcionam para que eles possam ser usados corretamente e significativamente” (VAN DE WALLE, 2009, p. 404).

¹⁷ A palavra “área” admite várias significações, porém, neste contexto, usarei apenas o sentido matemático. O conceito de área é apresentado como “o saber matemático que permite comparar e medir o espaço ocupado pela superfície” (FACCO, 2003, p. 23).

Para compreender melhor os conceitos de medida, temos a ideia de que área, perímetro e volume estão relacionados entre si, pois, quando as formas de regiões de objetos tridimensionais mudam, mas mantêm as mesmas áreas ou volumes, há um efeito previsível nos perímetros e nas áreas da superfície. Essa ideia está refletida no conceito de perímetro, que no contexto escolar apresenta-se associado à área, mostrando que figuras de mesma área podem ter perímetros diferentes (LIMA; BELLEMAIN, 2010).

Para Moura e Lorenzato (2001, p.21),

a noção de medida está intimamente ligada à de grandeza. Nem todas as grandezas são perceptíveis através de procedimentos de comparação. É relativamente fácil comparar dois objetos longos e retilíneos, como por exemplo, dois cabos de vassoura, dois palitos, dois canudos, dois pedaços de barbante, dois sapatos, duas garrafas. Dependendo da forma do objeto, é possível sobrepor-los, fazendo coincidir uma de suas extremidades para, de forma perceptível, identificar uma qualidade comum a eles que varia, quantitativamente, como pode ser o comprimento.

As medidas são representações estabelecidas socialmente pelas pessoas. Segundo Moura e Lorenzato (2001), são símbolos de “representação-mediação” que se constituem em um conceito cotidiano e crescem no sentido do conceito científico. Quando a criança é orientada pela tarefa a discutir como se mede, o conceito cotidiano passa a fazer parte de um discurso escolarizado. Se a criança aprende a leitura mecânica da régua ou da balança, o conceito do “instrumento de medir” assume natureza tecnológica e linguagem formal, que o torna ágil e facilita sua aplicabilidade. Conseqüentemente, a relação de entendimento do aluno é mecânica, restringindo a capacidade de (re)criar em sua subjetividade. Porém, se, ao contrário, a criança aprende desenvolvendo os nexos mais simples que o definem, o movimento criativo dela é mais intenso do que apenas repetir o conceito, ela estabelece internamente modos de pensar o conceito diante da realidade. Assim, esses conceitos serão compreendidos com sentido para a criança.

3.2 Investigações matemáticas

Uma forma de desenvolver conceitos é a “Investigação Matemática”. Ao a tomar como estratégia no processo de ensino-aprendizagem, pode-se ampliar as possibilidades

de trabalho do professor com sua(s) turma(s)¹⁸. Mas, quando se planeja um trabalho de Investigação Matemática, o que é relevante? Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 9),

importa saber se está ao alcance dos alunos investigar questões matemáticas e de que forma isso pode contribuir para a sua aprendizagem. Importa também saber de que competências necessitam os professores para promover esse tipo de trabalho nas suas aulas e que condições são necessárias para que isso aconteça.

Então, o que caracteriza uma tarefa como “Investigação Matemática”? Alguns dos processos que caracterizam a atividade investigativa em Matemática — segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 22) — são: “formulação de questões, elaboração de conjecturas¹⁹, teste, refinamento das questões e conjecturas anteriores, demonstração, refinamento da demonstração e comunicação dos resultados aos seus pares”. Ou seja, as tarefas investigativas, ao possibilitar momentos de reflexão, abrem a possibilidade (ou não) de formular novas questões e observações dentro da Zona de Desenvolvimento Proximal.

Nesta perspectiva, o aluno poderá compreender que a tarefa permite várias possibilidades de resposta, na medida em que o professor apresente-a com ênfase na compreensão da tarefa, sem expor um modo de resolvê-la. Não há expectativa de encontrar a “única resposta” que o professor aprovará. Consequentemente, poder-se-á promover ampla discussão entre seus pares. Vou retomar a situação apresentada na introdução, quando uma aluna me solicitou a interrupção da explicação, pois quer realizar a tarefa com o auxílio de sua colega. Essa também é uma forma de mediação necessária, na qual o aluno procurará responder a tarefa por meio de seu conhecimento ou da mediação entre si e seus pares.

A forma como a atividade será elaborada possibilitará ao aluno criar suas próprias conjecturas. Para enriquecer as discussões, é importante que o aluno apresente

¹⁸ Turma tem diferentes significados, segundo o dicionário digital Michaelis (2009) refere-se a “cada um dos grupos de estudantes em que se divide uma numerosa classe de indivíduos”. Neste trabalho, “turma” significa o conjunto de estudantes da mesma sala de aula.

¹⁹ O termo “conjectura” apresenta duas significações: a) “juízo ou opinião com fundamento incerto ou com base sobre aparências, indícios ou probabilidades” e b) “suposição, hipótese” (MICHAELIS, 2009).

seus resultados e que os colegas possam fazer inferências nesse processo que chamamos “socialização”. Cabe ressaltar que apresentar a possibilidade não é indicativo de apropriação pelo aluno. O que tornará a tarefa significativa no desenvolvimento dos conceitos é a mediação, além do desenvolvimento do pensamento e da linguagem.

Algumas vezes os alunos poderão iniciar a resolução da tarefa gerando mais dados, para depois formularem questões que desencadeiam conjecturas. Estas geram a necessidade de fazer testes, que podem resultar em outros dados. O docente, por sua vez, pode incentivar a elaboração de outras questões.

Na discussão dos resultados, os alunos podem compartilhar suas argumentações com outros colegas. A discussão dos resultados é uma etapa de grande relevância, pois estabelece o pensamento matemático ativo e leva o aluno a reflexões que sozinho não poderia alcançar.

Não é óbvio o modo de promover nos alunos uma cultura participativa de comunicação de ideias, necessária a um trabalho de investigação. Porém — conforme descrevem Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) —, em vários trabalhos de linha investigativa os alunos mostram ter avançado na aprendizagem da Matemática e no entusiasmo com ela.

A investigação nas aulas de Matemática é uma das possibilidades de avanço na aprendizagem, que pode ser enriquecida se na cultura social da turma houver características que favoreçam a equidade²⁰ e a acessibilidade²¹. Conforme os apontamentos de Hiebert et al. (1997), tais traços são necessários para que o ensino de Matemática aconteça com compreensão por meio da reflexão e da comunicação, em um ambiente constituído como uma comunidade de aprendizagem. Enquanto busco fazer uso dos preceitos relacionados à Investigação Matemática, estou alterando o “ambiente

²⁰ O sentido de equidade que mais se aproxima do empregado pelo autor é: “disposição para reconhecer imparcialmente o direito de cada qual” (MICHAELIS, 2009). Mas a palavra também pode significar “justiça natural” ou “igualdade, justiça, retidão” (MICHAELIS, 2009).

²¹ Acessibilidade significa “facilidade de acesso, de obtenção” ou “Facilidade no trato”. O autor está se referindo à segurança do aluno em comunicar suas ideias e, mesmo que haja discordância, ser respeitado (MICHAELIS, 2009).

de aprendizagem”, que neste caso chamarei de “ambiente investigativo”, por se tratar de uma estratégia que procura problematizar as tarefas.

O trabalho de Skovsmose (2000) apresenta alguns aspectos semelhantes quanto à natureza das tarefas e à abordagem do professor, mas também considera relevante desenvolver a “Educação Matemática Crítica”. Para Skovsmose (2000), um “ambiente de aprendizagem” problematizador é apresentado como “cenário investigativo”, o “cenário” é uma propriedade relacional, pois torna-se “investigativo” se a turma aceita o convite feito pelo professor. Então, o modo como apresento ou proponho a tarefa aos alunos pode ser considerada um convite ao “cenário investigativo” ou “comando” para cumprir tarefas, dependendo das prioridades da turma. Para Skovsmose (2000, p. 6), “quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação, o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem. No cenário para investigação, os alunos são responsáveis pelo processo”. A constituição desse cenário pode ou não dar suporte a uma abordagem investigativa, ao observar a prática envolvendo professores e alunos. Essa é uma questão empírica e depende da forma como os envolvidos interagem diante da proposta da tarefa (SKOVSMOSE, 2000, p. 6).

O ambiente de aprendizagem pode ser baseado em aulas de Matemática com resolução de exercícios ou em um cenário investigativo. Para Skovsmose (2000), essas práticas pedagógicas podem cruzar-se com as três referências de tipos de exercícios: a) referência à Matemática pura, b) referência à semirrealidade e c) referência à realidade. Na referência à Matemática pura, as questões e as tarefas são realizadas utilizando apenas a própria Matemática. A semi-realidade trata de problemas e tarefas que não são reais de fato, mas foram construídos para utilizar alguns conceitos matemáticos. Skovsmose (2007, p. 7) retoma Christiansen (1997) ao dizer que este se “refere à realidade virtual como uma realidade que é estabelecida pelo exercício matemático”. Na referência à realidade, os alunos trabalham com situações da vida real.

É possível que o professor tenha parâmetros para avaliar se o aluno terá sucesso ao investigar questões matemáticas? Para que o trabalho seja bem-sucedido, os alunos precisam ter um conhecimento inicial dos conceitos envolvidos, de modo que possam observar os dados da questão e elaborar hipóteses. Então, considero que nesta estratégia é mais relevante a possibilidade de instaurar um ambiente problematizador. Esse

ambiente pode ser definido pela “tarefa” apresentada pelo professor e também pela intermediação questionadora provocada por ele.

A estratégia investigativa possibilita em alguns momentos essa intermediação, assim como a proposta de Van de Walle (2009). Enquanto a primeira estratégia está organizada em três etapas — a) introdução da tarefa, b) realização da investigação e c) discussão dos resultados —, a outra apresenta a tarefa a partir de etapas definidas como “antes, durante e depois”. Ambas permitem intermediações entre os participantes de um mesmo grupo de alunos durante a realização da tarefa e entre alunos e professores, principalmente na apresentação dos argumentos construídos para justificar as resoluções.

Essas concepções apresentam pontos de proximidade com as ideias de Vigotski, pois esperam que os alunos argumentem sobre seus diversos modos de resolver os problemas propostos, considerando que “é na relação interpessoal concreta com outros homens que o indivíduo vai chegar a interiorizar as formas culturalmente estabelecidas de funcionamento psicológico” (OLIVEIRA, 1997, p. 38). Também estão de acordo quanto ao questionamento, que estimula o aluno a refletir e comunicar seu método de resolução.

3.3 O ambiente para ensinar e aprender Matemática

No desenvolvimento da pesquisa conheci as ideias de autores como Hiebert et al. (1997) e Christiansen e Walther (1986), que apresentam características marcantes sobre o ensino pela compreensão. Tais ideias permitem que eu reflita sobre a postura que assumi diante da turma. O processo de ensino-aprendizagem, inserido na perspectiva histórico-cultural, envolve a colaboração dos membros da turma, os quais elaboram reflexões diante de uma tarefa proposta e as comunicam aos seus pares. “Fazer Matemática é uma tarefa colaborativa. Depende da comunicação e interação social” (HIEBERT et al., 1997, p. 44, tradução minha). Esse processo está interligado à cultura social da turma.

Hiebert et al. (1997) apontam algumas características que consideram importantes para que a cultura social da turma seja saudável. Elas estabelecem certas condições para a cultura social que favorecem o ensino-aprendizagem de Matemática

pela compreensão das reflexões e das comunicações estabelecidas na resolução de uma tarefa. Podemos considerar que se trata do caráter “abstrato do sujeito”, que, segundo Góes (1993, p. 3), “se faz compatível com a ideia de um ser homogêneo ou uniforme”.

Sobre os alunos “reais”, Hiebert et al. (1997, p.46, tradução minha) apontam: “alunos nem sempre tem os mesmos objetivos, nem sempre são cuidadosos com os sentimentos e necessidades dos outros”²². Os autores indicam que “construir uma comunidade de prática matemática demanda que o professor tome a liderança, estabelecendo expectativas e normas apropriadas” (HIEBERT et al., 1997, p. 46, tradução minha)²³.

O professor, quando estabelece o tipo de ambiente ou cultura da turma, está dando suporte para a reflexão e a comunicação, de modo que a cultura da turma estabeleça significado ao tomar as questões como problemas matemáticos genuínos²⁴. Os pesquisadores ainda destacam duas responsabilidades do professor. Primeiro, indicam o necessário foco na “estratégia matemática” para resolução da tarefa. Segundo, mencionam a importância de deixar claro (para si próprio e para os alunos) em qual “sentido” o professor é uma autoridade (HIEBERT et al., 1997, p. 46).

Para que o aluno possa aprender com compreensão, acredito que é necessário apresentar tarefas a ele que, de acordo com Christiansen e Walther (1986, p. 5), permitam “construir, explorar e resolver problemas”, sendo que as tarefas podem ser realizadas individual ou coletivamente. Mas, dentro da perspectiva histórico-cultural, considero que o trabalho em grupo oportuniza mais interação entre os membros da turma.

²² “students do not always share de same goals, nor are they always mindful of the feelings and need of others”

²³ “Building a community of mathematical practice require teachers to take the lead in establishing appropriate expectations and norms”.

²⁴ Os autores afirmam: “[...] the teacher is to establish the kind of environment or culture in the classroom that support reflection and communication. This means establishing a classroom culture that treats tasks as genuine mathematical problems [...] We will hightlight two responsibilities: one is to focus the mathematical attencion on methods of solving problems. The second is for the teacher to make clear (to herself or himself and to the students) in what sense she or he is an authority” (HIEBERT et al.,1997, p.39).

Para Galvão (2014), essa interação é possível quando nós, professores, mobilizamos os alunos para a realização da tarefa. Nas observações da autora, os alunos gostam de dividir com os colegas suas ideias, interessam-se em ouvir o que o outro pensou sobre uma determinada tarefa. Ela destaca que a comunicação oferece aos alunos a oportunidade de perceber que sozinhos talvez não conseguissem realizar a tarefa, que a troca de ideias e as contribuições das sugestões os colocam em um movimento de reflexão, levando-os a solicitar explicações ou propor ideias.

Em seu estudo, Galvão (2014) apresenta etapas fundamentais da atividade coletiva de Moura et. al. (2010), que fundamentam o processo de desenvolvimento do aluno. Essas etapas são:

1. A divisão dos procedimentos e das operações iniciais, de acordo com as transformações estratégicas construídas no momento da atividade;
2. Mudanças de ações, a partir da necessidade de desenvolver diferentes estratégias, como meio de transformação comum do modelo;
3. Entendimento coletivo obtido pela troca dos resultados da própria ação e das ações dos outros sujeitos participantes da atividade;
4. Diálogo e troca de compreensão mútua;
5. Estabelecimento de um plano de ação individual, tendo em vista as ações do grupo com intuito de obtenção de resultados;
6. Reflexão, observação que permitam exceder os próprios limites em relação à atividade proposta que, conseqüentemente, gera uma atitude crítica dos alunos sobre suas ações e dos outros participantes. (GALVÃO, 2014, p. 35).

Essas etapas fornecem elementos para o professor estabelecer relações entre o processo de ensino-aprendizagem e as tarefas. Portanto, concordo com Galvão (2014, p. 35) quando afirma que elas

fundamentam a organização de um trabalho pedagógico no qual a comunicação, o diálogo e a divisão de ações se fazem presentes, favorecendo um trabalho coletivo que traz inúmeras contribuições tanto para o aluno quanto para o professor.

Ademais, a pesquisadora recomenda que o professor tenha uma atitude que incorpore as interações entre os membros da turma ao método de resolver a tarefa, destacando as possibilidades de resolução mais completas e eficientes, que muito provavelmente facilitarão a compreensão de outros alunos. Também é possível direcionar a atenção do aluno para o caminho percorrido nas discussões, ficando-se

atento às discussões pessoais que podem desviar o caminho da discussão e enfraquecer a tentativa da turma de estabelecer um ambiente saudável.

Diante das recomendações de Hiebert et al. (1997), retomo que, ao deparar-me com uma turma de alunos “reais”, estou diante da microgênese da turma. Mesmo que os alunos tenham algumas características comuns, como idade e classe social, temos que considerar que cada indivíduo se constitui na especificidade de sua própria história, de suas experiências sociais, de seus desejos, de suas motivações e de seus sentimentos. Esses jovens podem, em um dado momento, não estar em consonância com a proposta apresentada a eles, rompendo (positiva ou negativamente) com as expectativas geradas.

O referencial teórico aqui apresentado, como indicado, fundamentou o trabalho que desenvolvi com a turma. A seguir apresento outras bases que ancoram a metodologia utilizada.

4 OS CAMINHOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Neste capítulo apresentarei os instrumentos e as escolhas que fiz. Além disso, indicarei os procedimentos de análise que utilizei para compor a pesquisa.

Esta pesquisa é de abordagem qualitativa. Segundo Lüdke e André (1986),

a pesquisa qualitativa ou naturalista envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes.

Optei por essa perspectiva, pois realizar a pesquisa em parceria com meus alunos faz com que o ambiente de pesquisa seja habitual para mim, facilitando minha percepção diante dos dados.

Com base na proposta de Investigação Matemática, desenvolvi um trabalho de pesquisa com duas turmas de 7º ano de uma escola municipal localizada em Valinhos, interior do Estado de São Paulo, durante o período compreendido entre 22/10/15 e 03/12/15, sendo que foram necessárias 15 aulas. Nesse intervalo de tempo, atuei como professora-pesquisadora, o que configura este texto como pesquisa da própria prática.

Ao interpretar os dados da pesquisa, atribuo significado às mediações realizadas entre mim e o alunos, em uma abordagem de “Interação Simbólica”, na qual os significados são construídos no decorrer da pesquisa. Segundo Gerth e Mills (1953, apud BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 55):

O significado que as pessoas atribuem às suas experiências, bem como o processo de interpretação, são elementos essenciais e constitutivos, não acidentais ou secundários àquilo que é experiência. Para compreender o comportamento é necessário compreender as definições e o processo que está subjacente à construção destas. Os seres humanos criam ativamente o seu mundo: a compreensão entre a biografia e a sociedade torna-se essencial.

Para que, ao observar-me, consiga compreender as relações estabelecidas, é necessário que haja diálogo, pois, segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 55) “a interpretação não é uma força particular, humana ou não. Os indivíduos interpretam com os auxílios dos outros”. Neste contexto, a interpretação é essencial.

A presente pesquisa tem como característica minha própria observação, acercando-se da pesquisa da própria prática pela análise do próprio desenvolvimento. De acordo com Lima (2006, p. 4),

investigar a própria prática implica em analisar o movimento de ideias e práticas que a professora-pesquisadora vivencia no decorrer da pesquisa; implica também, em analisar os saberes profissionais que são mobilizados e produzidos durante o processo, em se olhar as aprendizagens e transformações vividas e em analisar o próprio desenvolvimento profissional.

Analisando meu desenvolvimento e as transformações que vivenciei, também me aproximo da pesquisa-ação. Segundo Lima (2006, p. 49), vários autores se referem a essa modalidade de pesquisa como uma técnica poderosa, aplicada com o objetivo de promover a mudança relativa a qualquer assunto de natureza social e utilizada localmente. A análise reflexiva diante das mediações pode trazer mudanças para as percepções de outros leitores.

Nesta pesquisa, em que atuei como professora-pesquisadora, as atividades propostas foram previamente selecionadas por mim, assim como a condução da aula, as mediações e os instrumentos de produção de dados. Os alunos participaram como colaboradores da pesquisa. Houve um acordo, no que se refere aos procedimentos e aos instrumentos da produção de dados, também com seus responsáveis, além da aprovação do Comitê de Ética da Universidade São Francisco, para a efetivação deste estudo.

Considerando minha experiência, o conhecimento dos alunos e o conteúdo do planejamento que deveria ser aplicado, decidi propor tarefas exploratório-investigativas, abordando aspectos relacionados ao tema “área e perímetro”. Esses momentos foram audiogravados para registrar as discussões realizadas. Além disso, os alunos fizeram o registro escrito referente às tarefas realizadas. Ao término da realização das tarefas, houve a etapa de socialização dos procedimentos gerados pelos grupos para a resolução dos problemas. Esses momentos foram audiogravados e videogravados.

Houve a organização de uma sequência de sete tarefas que abordaram os conteúdos “área e perímetro”. A aplicação de todas as tarefas seguiu as seguintes fases: introdução da tarefa, realização da investigação e discussão dos resultados. Para a realização das tarefas, os alunos e a professora deveriam percorrer um caminho

determinado, planejado, mas aberto a modificações e peculiaridades relacionadas ao pensamento dos indivíduos envolvidos. Os alunos foram organizados em grupos ou duplas para facilitar a relação entre alunos e entre alunos-professora. As tarefas sobre o conteúdo “perímetro e área” foram adaptadas das propostas de Van de Walle (2009), das atividades indicadas no *site* da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) — que é uma realização do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (Impa) — e do *site* da Associação dos Professores de Matemática de Portugal (APM).

Para facilitar a compreensão, vou me referir às tarefas de 1 a 7 conforme segue:

- a) Tarefa 1: Comparação de figuras de mesma área. Formas diferentes, mesmo tamanho.
- b) Tarefa 2: Comparação de retângulos sem unidades.
- c) Tarefa 3: Decomposição de figuras.
- d) Tarefa 4: Comparação de figuras usando o preenchimento.
- e) Tarefa 5: Perímetros e áreas fixas.
- f) Tarefa 6: Aldeias indígenas.
- g) Tarefa 7: Exploração dos quadrados sombreados ... ao infinito.

Apresentarei a descrição das tarefas no capítulo 5 para indicar com mais clareza como ocorreram o processo de planejamento das tarefas, as reflexões, a mediação e as aproximações da estratégia empregada.

4.1 A escola, a comunidade e a comunidade escolar

A escola está localizada no município de Valinhos, interior do estado de São Paulo. Sua estrutura contempla sala dos professores, sala de vídeo, uma sala de informática, quadra poliesportiva coberta, brinquedoteca, biblioteca, diretoria, secretaria, sala da coordenação, sala de atendimento de psicopedagogia, sala de instrumentos da fanfarra, almoxarifado, banheiros, além de 10 salas de aula. As dependências estão conservadas, e o prédio não apresenta rabiscos ou pixações, sendo que estes não são vistos nas carteiras e no interior das salas de aula.

A escola mantém algumas atividades como tradições há cerca de 11 anos, visto que neste período conta com a mesma equipe gestora. A Festa “Tudo Junto e Misturado” possibilita que os alunos usem fantasias ou roupas diferentes para comemorar o encerramento do semestre. A Festa Junina é geralmente aberta ao público; porém, em 2014, contou apenas com a presença de alunos. A Feira Científica e Cultural acontece concomitante às comemorações do Dia da Família — há abertura do evento com a apresentação da fanfarra da escola, entrega das medalhas aos alunos formandos do ano anterior (caso a escola tenha se classificado com bom desempenho no Saesp), apresentação dos alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e visitação às salas com trabalhos dos alunos do 5º ao 9º ano, organizados por tema. O Desfile Cívico da Escola e a Fanfarra acontecem no dia 7 de setembro. Esses eventos contam com grande público, por serem o momento de lazer das famílias, além de os alunos serem avaliados de acordo com a participação nas atividades.

A comunidade é de classe C, as casas e o comércio são simples. Há uma curiosidade: neste município não há “favelas”. Há indícios de tráfico de drogas na região. A comunidade usa a quadra no período noturno e nos finais de semana. Ademais, as relações entre professores e alunos são cordiais.

Nos últimos anos a escola tem apresentado bons resultados nas avaliações externas (Saesp e Prova Brasil). O município avalia 20 escolas do Ensino Fundamental, e esta unidade educacional se mantém entre os quatro melhores do município, de acordo com a série e as disciplinas avaliadas. Os alunos sentem-se orgulhosos dos resultados e demonstram empenho na realização das provas.

4.1.1 As turmas

As duas turmas envolvidas na pesquisa apresentam características diferentes, sendo que a turma “A” se apresentou no início do ano muito silenciosa. Os alunos não participavam da aula com questionamentos ou comentários. Depois de trabalharem em duplas ou grupos e apresentarem o resultado das discussões (socialização) para a turma, mudaram de atitude e participaram ativamente da aula. Esta turma era composta por 27 alunos, sendo 9 meninos e 18 meninas. A idade variava entre 12 e 15 anos, apenas 6

deles tinham 12 anos de idade. Ao término do ano letivo, 9 alunos foram retidos²⁵ na mesma série (5 meninos e 4 meninas).

A turma “B” era muito brincalhona e distraída. Os alunos não mantinham a concentração nas tarefas, pois se dispersavam observando os colegas. Havia muitos momentos de risadas coletivas, originadas por fatos corriqueiros, como o “espirro” de um colega. Esse comportamento permaneceu durante todo o ano letivo. Com 26 alunos, esta turma teve 9 meninos e 17 meninas, a idade variava entre 12 e 15 anos, dos quais 6 tinham 12 anos. Ao final do ano letivo, 8 alunos foram retidos na mesma série (4 meninos e 4 meninas).

Apesar do alto índice de retenção, o resultado destas turmas na avaliação do Saresp, em 2014, foi acima da média no estado e no município. Elas obtiveram o segundo melhor desempenho em Matemática entre as escolas da rede municipal de Valinhos.

A turma “A” teve a participação de 10 alunos na coleta de dados, assim como a turma “B”. A não participação de parte dos alunos ocorreu por vários motivos: alguns esqueceram de trazer a autorização e outros não tinham um bom relacionamento com os pais e não quiseram solicitar a autorização. Além disso, houve ainda responsáveis que temiam a divulgação da imagem do aluno em *sites* impróprios, sensibilizados por terem conhecimento desse tipo de situação.

4.2 Os instrumentos de coleta de dados

Neste trabalho utilizei, para compor os dados, os instrumentos de audiogravação, videogravação e Diário de Campo. Descrevo em seguida o modo como eles foram usados.

²⁵ Na Rede Municipal de Valinhos há retenção por notas e/ou faltas em todas as séries do Ensino Fundamental. Os alunos que completam 16 anos e mantêm baixo aproveitamento escolar costumam solicitar transferência para o Ensino de Jovens e Adultos (EJA)₂ oferecido pelo município nos períodos matutino e noturno.

4.2.1 Audiogravação

Utilizei dois aparelhos gravadores de som para realizar as audiogravações. A referência deste tipo de material constará como “gravador”. Os arquivos gerados pelos gravadores são do tipo “mp3” e têm *backup* em duas máquinas e uma HD externa.

Nos momentos de discussão dos grupos, utilizei um dos gravadores. Ele ficou comigo para que fosse possível registrar os momentos de discussão entre mim e os alunos.

Nos momentos de socialização da primeira tarefa, percebi que os alunos se apresentavam falando baixo e direcionavam suas considerações apenas para mim, que estava assistindo posicionada ao lado da lousa (da mesa do professor). Para que os demais alunos participassem da socialização, nas demais tarefas me posicionei ao “fundo” da sala de aula no momento de socialização e coloquei dois gravadores, um foi posto no suporte de giz da lousa e outro próximo a mim, no fundo da classe.

Os gravadores foram ligados durante a socialização²⁶. Alguns trechos de gravação foram importados para o Programa “Audacity” para retirar o ruído e compreender a conversa.

A transcrição dos diálogos foi feita por mim. Os trechos de gravação com muitos ruídos de interferência tiveram apenas registro do tempo e anotação sobre o assunto, caso fosse necessário localizar algum diálogo. Realizei algumas adequações na transcrição para que houvesse compreensão das falas.

4.2.2 Videogravação

Utilizei uma câmera digital, sendo que os arquivos gerados pela câmera digital são do tipo “mp4”. Esses arquivos têm *backup* em duas máquinas e uma HD externa.

As videogravações foram feitas em todos os momentos de socialização, possibilitando perceber os registros representados na lousa, assim como o significado dos gestos dos alunos ao descrever a estratégia que criaram para responder à tarefa. Nos

²⁶ Houve responsáveis que não autorizaram a participação de alguns alunos na pesquisa. Na apresentação ou na conversa de alunos que não estavam autorizados a participar da pesquisa, o gravador foi colocado em “pausa”. Nos momentos de socialização o gravador e o videogravador foram ligados após a apresentação desses alunos.

demais momentos a videogravação foi utilizada de modo aleatório para garantir o registro de dados, caso o audiogravador não funcionasse de modo satisfatório.

A câmera foi acoplada a um suporte (tripé) e posicionada em uma carteira escolar. Dessa forma, ficava enquadrado o aluno apresentador e a lousa. O aparelho foi ligado durante a socialização.

4.2.3 Diário de Campo

O Diário de Campo participa do movimento de narrar e refletir da professora-pesquisadora, contribuindo na produção de sentidos para as experiências vivenciadas. É um instrumento que pode proporcionar à pesquisadora, “o movimento de olhar para si mesma, para sua formação atual e anterior, a partir de reflexão e problematização [...] colocando em discussão determinadas práticas e projetando-se para outras” (NACARATO; PASSEGGI, 2011, p. 8). A construção deste instrumento favorece a análise dos dados e está em comunhão com o objetivo da pesquisa.

Este instrumento foi manuscrito em caderno espiral. Ouvir as audiogravações foi um momento que precedeu o registro das reflexões durante a construção dos dados.

Fiz a gravação de algumas reflexões no aparelho celular e as transcrevi no Diário de Campo. Isso ocorreu quando tive compromissos e não tive horário para escrever minhas percepções. Considerava importante que as reflexões fossem anotadas no mesmo dia da aplicação da atividade ou em data próxima. Os registros manuscritos e a audiogravação foram transcritos para um arquivo do *Word*.

4.3 Procedimento de análise dos dados

Os registros do Diário de Campo, das audiogravações e das videogravações foram analisados em diálogo com a perspectiva histórico-cultural. Observei o processo de mediação que fiz na tentativa de instaurar um ambiente investigativo na sala de aula.

O foco desta pesquisa, conforme apresentado no início deste trabalho, é o processo no qual me flagro diante de minhas apropriações na tentativa de consolidar um ambiente investigativo com os alunos. No diálogo com a perspectiva histórico-cultural, alguns pontos se destacam:

- a) Meu processo de aprendizagem como professora;
- b) os modos de aproximação de uma estratégia de ensino de conceitos matemáticos até então desconhecidos;
- c) a análise das mediações que realizei ao ensinar um determinado conteúdo matemático (área e perímetro) por meio das investigações matemáticas;
- d) a observação de meu movimento e das reações dos alunos, enquanto procuramos aprender como agir diante de uma nova estratégia de trabalho.

Ao me distanciar do papel de professora e me aproximar do papel de pesquisadora, durante a análise dos dados tenho a oportunidade de avaliar meu trabalho docente, fazer autorreflexões, observando em quais mediações consigo problematizar e direcionar o processo de ensino-aprendizagem para a significação de conceitos científicos. É um modo de me analisar diante da prática pedagógica.

Do processo vivido, selecionei quatro episódios para a análise. Essa escolha foi baseada nos aspectos relevantes, que colocam as mediações como um elemento central, interligado ao planejamento da tarefa, ao uso de instrumentos, à aprendizagem externa ao contexto escolar emergindo durante a aula e à realização de uma tarefa investigativa. Como se trata de pesquisa da própria prática, ora descrevo minha atuação como professora ora me posiciono como pesquisadora.

A pesquisa faz uma análise do processo de formação que vivenciei como professora e também como pesquisadora. Apresento apontamentos diante das

dificuldades e das reflexões ocorridas no movimento que realizei tentando implementar um “ambiente investigativo” na sala de aula, reinterpretados a partir da perspectiva histórico-cultural. Com esse objetivo, a análise dos dados segue três eixos que direcionam o estudo diante das mediações pedagógicas:

- a) Intencionalidade da professora;
- b) modo de intermediação da docente;
- c) modo como registra e percebe a intermediação.

Esses eixos estão imbricados. Porém, no próximo capítulo há episódios que não apresentam evidências que conduzam a análise pelos três eixos.

5 ANALISANDO AS MEDIAÇÕES ENVOLVIDAS NA TENTATIVA DE CONSTITUIÇÃO DE UM AMBIENTE INVESTIGATIVO NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Selecionei quatro episódios para a análise ancorada nas ideias de Moura e Lorenzato (2001, p.14), que consideram um episódio como “o conjunto de ações que desencadeia o processo de busca da resposta do problema em questão”. Nesses episódios apresentarei: a) as reflexões que nortearam meu planejamento e a seleção das tarefas, b) o uso dos instrumentos papel quadriculado e régua no processo de ensino-aprendizagem de área e perímetro, c) o conhecimento apreendido fora do contexto escolar inserido no ensino escolarizado e d) uma tarefa realizada em um contexto investigativo.

Os dados selecionados apresentam evidências do processo de apropriação que vivenciei durante a coleta e a análise de dados. Optei por apresentar as tarefas nesta seção para facilitar a compreensão de como ocorreu seu processo de seleção, organização e aplicação. Visto que estamos analisando o processo de mediação de modo amplo, considere o planejamento importante para percebermos como interpretava as leituras e como reelaborei os conceitos sobre “Investigação Matemática” no decorrer do processo.

Elaborei uma sequência com sete tarefas, sendo que apresentarei apenas as que compõem o contexto do episódio. Ou seja, apresentarei as tarefas 1, 2, 5 e 6 na medida que for necessário estabelecer referência a elas. Para facilitar a compreensão, refiro-me às atividades de 1 a 7 conforme quadro do Anexo A.

5.1 O planejamento das tarefas

Para planejar a sequência de tarefas que conduziria os alunos a uma “Investigação Matemática”, fiz a leitura de *Investigações Matemáticas na Sala de Aula* de Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), com a intenção de conhecer melhor essa estratégia de ensino.

Destaco a seguir algumas reflexões que registrei no Diário de Campo e que mostram minha insegurança diante da estratégia de ensino que pretendia utilizar.

Diário de Campo, 09/10/2014

Apenas neste momento percebo que poderia ter registrado todos os movimentos que vivi na formação atual e anterior que me construíram, desconstruíram-me, reformularam-me, modificaram-me, pois mudaram meu modo de olhar o mundo: as pessoas, a família e os alunos.

Hoje tive uma tarde silenciosa, aproveitei para ler *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*, de João Pedro da Ponte, Brocardo e Oliveira. Meus pensamentos fizeram muitas conexões:

Com o material que selecionei para as atividades:

- Estão adequadas?
- São para preparar o aluno para uma investigação ou são apenas exercícios?
- São atividades que permitem várias possibilidades?

Com atividades que realizei anteriormente:

- Não tinha conhecimento das etapas, conjecturas, conclusões, etc.

Meu conhecimento será suficiente para avaliar conjecturas e conclusões? Serei capaz de fazer a pergunta adequada ao aluno? Não a pergunta que mede conhecimento, mas a pergunta que abre possibilidade de reflexão, permite pensar em outras coisas.

Questionava se as atividades selecionadas seriam adequadas para proporcionar a mediação que facilitaria o desenvolvimento dos conceitos científicos “área e perímetro”. Indagava se seria capaz de mediar de modo que o aluno compreendesse o conteúdo e que este fizesse sentido a ele. Tinha consciência que minha intervenção seria importante para que essa abordagem fosse significativa no processo de ensino-aprendizagem, pois tive o seguinte pensamento: “Serei capaz de fazer a pergunta adequada ao aluno? Não a pergunta que mede conhecimento, mas a pergunta que abre possibilidade de reflexão,

permite pensar em outras coisas”. Na etapa de planejamento me senti muito insegura, sendo que essa foi a primeira vez que usei as “Investigações Matemáticas” como estratégia de ensino.

Pretendia desenvolver o conceito “área e perímetro” e me sentia incerta quanto a minha conduta na sala de aula. Ao observar a “turma”, preocupava-me em criar condições para que todos os alunos desenvolvessem as tarefas de modo semelhante. Também os considerava como um grupo homogêneo, uma turma idealizada, em que todos deveriam cumprir as tarefas solicitadas satisfatoriamente.

Dessa forma, acreditava que todos estariam no mesmo estágio de desenvolvimento, pois não conhecia as etapas deste. Por esse motivo, as diferenças no desenvolvimento do aprendizado dos alunos me incomodavam. Atualmente, a partir dos estudos na perspectiva histórico-cultural, compreendo que são as diferenças no desenvolvimento das pessoas que impulsionam o desenvolvimento de conceitos para estágios mais avançados, pois uma pessoa pode atuar na ZDP da outra, auxiliando na execução de tarefas para que em outro momento possa executá-la autonomamente.

Mas os modos de aprender são heterogêneos; e, portanto, não existe turma homogênea. Aqui está a tensão da ação de ensinar. Quando compreendemos a diversidade do desenvolvimento humano, isso tem implicação na atividade de ensinar. O processo de organizar o ensino, considerando a heterogeneidade que desconcerta e desregula as expectativas e as ações do professor, pode ser compreendido conhecendo como ocorre o processo de desenvolvimento e aprendizagem e a relação estabelecida pela atuação do professor na ZDP.

Registrei no Diário de Campo minhas percepções durante o planejamento, destacando a questão do silêncio. Considero importante que haja silêncio em determinados momentos da aula para que possamos, alunos e professora, nos compreender. Preciso estabelecer relações entre a fala do aluno e os conceitos envolvidos, para elaborar argumentos que o façam compreender os conceitos que pretendo ensinar. Em um ambiente com muita conversa, brincadeiras, risadas, meu pensamento se desorganiza, minha atenção se divide entre duas funções distintas: ensinar e manter a disciplina.

Mesmo que intencione ignorar a questão disciplinar, sinto dificuldade em compreender a fala do aluno nesse ambiente. Apenas estabeleço relações quando estou em ambiente calmo, tranquilo; refiro-me a um ambiente em que se estabeleça uma comunicação em que se respeite a fala de cada indivíduo. Concordo com Laplane (2000, p. 66) quando diz que “podemos, assim, prestar atenção ao fato de que, quando alguém fala, alguém cala, alguma coisa é silenciada. Onde há linguagem, há também silêncio”. Nesse processo de falar de um determinado lugar estabelecido socialmente, tanto posso silenciá-los, como também posso ser silenciada. Mas as intenções deste trabalho proposto aos alunos envolvia enfrentar o silêncio por meio da comunicação entre professora e alunos, da exposição das ideias, em uma “atividade mediatizada” por palavras.

Cabe lembrar que minha formação é tecnicista²⁷, repleta de leituras prescritivas, a maioria descrevendo o modo de realizar experimentos/análises químicas. A prática pedagógica está relacionada às observações do modo como me “vi” como aluna e também da forma de trabalhar de alguns colegas, como os participantes do Gifem.

Por não seguir intencionalmente uma teoria acadêmica prescrita na abordagem dos conteúdos com os alunos, compreendo, com Smolka e Laplane (1994, p. 79), “que os modos de agir não estão sempre coerentes e inextricavelmente articulados aos princípios teóricos mesmo quando estes existem claramente”. Assim, minha prática pedagógica estabelece relação com minhas experiências.

Segundo Smolka e Laplane (1994, p. 79),

o modo como o professor trabalha e lida com a complexidade²⁸ depende do modo como ele interpreta os acontecimentos. O modo de interpretar depende, por sua vez, da sua história, da sua formação, da sua experiência, bem como do acesso aos conhecimentos produzidos historicamente.

²⁷ Tecnicismo significa o mesmo que linguagem própria de uma arte ou ciência, cheia de termos desconhecidos para os que lhe são estranhos (MICHAELIS, 2009).

²⁸ Os autores referem-se à complexidade que caracteriza a sala de aula.

As considerações de Smolka e Laplane (1994) se entrelaçam com a perspectiva vigotskiana, pois destacam as relações construídas histórica e socialmente, direcionando a conduta do professor.

Nas aulas que antecederam a realização desta pesquisa, em alguns momentos, costumava propor perguntas aos alunos durante a correção dos exercícios matemáticos. Com isso, os alunos podem colocar em palavras como compreendem os conceitos envolvidos nas tarefas. O momento da resolução de exercícios também propicia a comunicação entre mim e os alunos, auxiliando-os na compreensão de palavras e atuando na reelaboração conceitual.

Diário de Campo, 09/10/2014

Estive pensando também sobre o silêncio.

Hoje o silêncio me ajudou, possibilitou que meus pensamentos percorressem muitos caminhos, com tranquilidade, calma. Os pensamentos mudavam, mas não se conflitaram, organizavam-se. Sensação de pleno domínio de meu intelecto.

O silêncio lembrou-me do 7º ano A no início do ano. Que classe silenciosa! Durante a chamada, a explicação, a resolução de exercícios, as correções, sempre silêncio. Por que tão silenciosos? Se tivessem dúvidas, por que não perguntariam?

Essa resposta chegou durante a apresentação de um doutorando, da área de linguagem, em um seminário de iniciação científica. Seu trabalho era sobre a terceira fase de Foucault²⁹. Ouvi, silenciosa, a apresentação. Do início ao fim o silêncio me

²⁹ Michel Foucault tem suas obras organizadas em três períodos. O primeiro período é a chamada fase arqueológica, a qual estão atribuídos os textos desde “Doença mental e personalidade” (1954) até “A ordem do Discurso” (1971). A segunda fase trata das problemáticas relativas ao poder, iria desde 1971 até o primeiro volume da “História da Sexualidade” (1976). A terceira fase de Foucault abrange a subjetividade, visa a filosofia como um estilo de vida e não tanto uma caça da verdade, é quando Foucault rediscute a ética como um campo desvinculado da moral (GOMES, 2006).

dominou, nada fazia sentido. Não seria capaz de formular perguntas, não havia conhecimento anterior que me fizesse compreender o que estava sendo dito. Coloquei-me na condição de aluno e compreendi qual o motivo do silêncio. Algo precisava mudar! Não posso mudar o outro, mas posso mudar minha percepção, meu olhar, minhas atitudes.

Iniciei meu trabalho com os alunos do 7º ano recentemente, neste ano letivo. São duas turmas com características bem distintas. O 7º ano A é uma turma muito silenciosa, no início do ano ficavam em silêncio em todos os momentos da aula. Durante a explicação nunca faziam perguntas, durante a resolução de exercícios também! Como a escola, pelas orientações da direção, exige silêncio das crianças, eu achava que isto fazia parte da formação que eles tiveram ali desde o ingresso no 2º ano.

Quando ingressei nessa escola também fui orientada, logo no planejamento, que, quando estivesse em aula, a escola deveria estar tão silenciosa quanto naquele dia com apenas dez professores. Naquele ano, 2013, minhas aulas foram assistidas diversas vezes, a pressão de manter o silêncio estava sendo cobrada de perto.

Voltando ao silêncio do 7º ano A, percebia que eles ficavam bastante tempo resolvendo os exercícios, mas quando entregavam, muitos registros não tinham sentido, não em relação ao erro, mas ao raciocínio, aos dados do problema.

Conhecendo o trabalho de Laplane (2000, p. 64) sobre as crianças que não falam com os adultos, ancorado na perspectiva discursiva, considero relevante destacar algumas de suas considerações ao analisar o silêncio:

São poucos os trabalhos que enfocam o silêncio como tema e poucos, também, os que teorizam sobre ele. Algumas abordagens, como a etnografia da comunicação, discutem suas possíveis funções. Segundo os autores, o silêncio significa, intervém na estruturação de situações, possui conteúdo proposicional ou não, inclui gestos ou não. Ele pode também expressar significado gramatical, pode ser simbólico ou convencional. O silêncio pode ter valores positivos, indicando maior entendimento ou intimidade; ele pode não ser apenas uma ausência de palavras, mas uma presença ativa e realizar a necessidade defensiva de evitação. Ao considerar o silêncio como parte de uma estrutura comunicativa interacional, essa perspectiva representa um avanço em relação àquelas que nem mesmo discutem a questão, e constitui um esforço no sentido de construir uma teoria mais abrangente da comunicação, que seja capaz de conter os fenômenos a ela ligados.

Não obstante, o estatuto do silêncio e o lugar que ele efetivamente ocupa na estrutura comunicativa não estão suficientemente claros.

Porém, estabelecendo relação entre este estudo e a situação vivenciada com esta turma, considero que os alunos estavam silenciados pela posição social que ocupam e pelo modo como ela foi estabelecida.

O silêncio na sala de aula me incomodava por desconhecer que o silêncio significa e intervém nas situações. De acordo com os registros do Diário de Campo, considerava que os alunos não se comunicavam por não haver significação diante das tarefas propostas. Ao refletir sobre uma situação vivida, pensei que “Não seria capaz de formular perguntas, não havia conhecimento anterior que me fizesse compreender o que estava sendo dito”. Mas no estudo sobre o silêncio percebo que meu silêncio significava a busca de sentido sobre algo ainda desconhecido, senti-me como a Adriana (criança mencionada no estudo citado que não responde as questões da professora e a cada pergunta recomeça seu processo de ressignificação), para Laplane (2000, p. 67), “seu silêncio evoca um silêncio que atravessa a fala dos adultos na busca de sentido”. Porém, minha busca estava além do conhecimento sobre Foucault, pretendia perceber-me pesquisando, conhecendo com maior profundidade os modos de ensinar e aprender.

Inicialmente me agradava que a turma fosse silenciosa, pois assim não haveria possibilidade de ser advertida pela gestão escolar quanto à disciplina da sala. Então, o silêncio também se dava pela posição social estabelecida até o momento. Essa perspectiva é apresentada por Laplane (2000, p. 64):

O deslocamento da ideia de papéis sociais para a de posições de sujeito permite pensar o discurso como lugar de produção dos sujeitos e do sentido e se mostra prolífica para a análise das interações. Segundo Maingueneau (1991), nessa perspectiva, o sentido pode ser concebido como não dominado pelo sujeito, e as tentativas de estabilização nunca são definitivas, e sim sujeitas a mudanças decorrentes do jogo de forças presente no discurso.

Porém, conforme as verificações de aprendizagem ocorreram (avaliações, exercícios em aula, correções), ficou evidente que o processo não era profícuo. Isso gerou a seguinte reflexão: “Não posso mudar o outro, mas posso mudar minha percepção, meu olhar, minhas atitudes”.

Na perspectiva histórico-cultural a constituição do sujeito se dá na relação com o outro. Assim, o modo como o outro me vê me constitui na medida em que executo ações, pronuncio palavras, faço gestos. Ou seja, esse processo atua sobre o outro e sobre mim. Porém, mesmo que haja uma determinada intencionalidade em nossas ações, não temos “controle” de como essas interações afetam o “outro”. No contexto escolar, os diferentes níveis de desenvolvimento entre as pessoas fazem com que uma mediação seja profícua com um determinado sujeito e não com outro. Mas, devido à subjetividade da questão, não temos como “medir” a eficiência da intermediação ou a mudança provocada no outro, nem como vincular essa mudança “imensurável” com a intencionalidade da intermediação.

Minha intencionalidade quanto ao objeto de estudo foi alterada durante o planejamento das tarefas, pois entendia que as tarefas da pesquisa precisavam dialogar com a necessidade dos alunos. Assim, modifiquei minha concepção de conceitos relevantes especificamente para aquelas turmas.

Diário de Campo, 15/10/2014

[...] de tantas coisas que estudei, cada vez mais me distancio do que gostaria de considerar meu objeto de estudo. Quanto mais estudo, mais percebo que minha formação básica foi falha, cheia de lacunas.

[...] em 25/09 decidimos³⁰ que faria um estudo na linha investigativa com alunos do 7º ano para coleta de dados. Verificamos, pelo planejamento, que seria adequado “investigar” o conteúdo “área, perímetro e volume”. Concluí a leitura do livro *Investigações Matemáticas na Sala de Aula* de Ponte, Brocardo e Oliveira, e novamente o tema “água” voltou a meus pensamentos, mas estava claro que deveria partir para outro caminho. [...]

³⁰ Esta decisão ocorreu com a Regina Célia Grando, orientadora da pesquisa naquele momento.

As turmas que irei trabalhar nesta linha “investigação” tiveram (pouco hábito) poucas oportunidades de trabalho em duplas ou grupos. Quando percebi que os alunos pouco interagiam comigo, comecei a colocá-los em duplas ou grupos. Eles também chegaram a fazer um experimento no pátio para coleta de dados, usando medidas. Eles apresentam dificuldade em Matemática e são considerados pelos professores da escola como turmas “fracas”. Diferenciam-se pelo comportamento: 7º ano A, turma silenciosa, que nada questiona, e 7º ano B, turma que brinca muito, por motivo algum os alunos riem e não se concentram nas atividades.

Em ambas as salas houve mudança de postura na aula. O 7º ano A interage entre os membros das equipes, eles participam mais da aula, colocam suas dúvidas. Constituiu-se um ambiente de diálogo, transparência, eles se sentem acolhidos para falar do que não entendem. O 7º ano B está atento às explicações. Quando estão em duplas ou grupos se mantêm atentos às atividades. Mesmo com algumas brincadeiras eles conseguem compreender o principal conteúdo da aula.

Conversei com a professora E. L., e ela me informou que não pôde ensiná-los sobre área, perímetro ou volume no ano anterior. Como eles pouco sabem sobre o conteúdo, as primeiras atividades não seguem o estilo conjectura-teste-demonstração, que caracterizam as investigações matemáticas.

Destacando o planejamento de uma sequência didática, é pertinente considerarmos o contexto no qual está inserida. Nas discussões em grupo e na socialização, desejava que os alunos comunicassem suas reflexões e pudessem interagir com os colegas, que estavam apresentando seus resultados. Mas a percepção que tinha das turmas era a de que não estavam comunicando o que pensavam por dois motivos. O primeiro devia-se à rígida disciplina da escola, que preza pelo “silêncio”, fator indispensável em todas as aulas, exigência desde o ingresso a partir do 2º ano do Ensino Fundamental. O segundo relacionava-se a convicção de que intervir na explicação de um colega poderia causar-lhe constrangimento e, conseqüentemente, este poderia reagir, criando questões que o deixassem sem argumentos durante sua explicação por não ter domínio sobre o assunto em estudo.

Havia a necessidade de construir com os alunos a cultura social da turma, uma cultura que os auxiliasse no processo de reflexão e comunicação de ideias. Hiebert et. al. (1997, p. 45), citando Noddings (1985) e Schoenfeld (1989), afirma: “estudantes que podem resolver problemas e construir conhecimento trabalhando colaborativamente não teriam essa habilidade trabalhando sozinhos”³¹

Porém, conhecendo as regras impostas pela direção e pela coordenação nessa escola, ministrava a maioria das aulas tradicionalmente: explicação oral, lista de exercícios e correção. Raramente solicitei que os alunos se organizassem em grupos. Algumas vezes utilizei jogos, e os alunos foram orientados a “comemorar” a vitória sem fazer barulho. Desejando realizar uma atividade com os discentes no pátio, levei-os para jogarem aviões de papel e registrarem as distâncias de cada um. A coordenadora chamou-lhes a atenção pelo barulho diversas vezes. Em outra oportunidade, ela elogiou o trabalho desenvolvido por mim e pelos alunos. Essa foi a primeira vez que senti liberdade para usar uma estratégia diferenciada. Após vivenciar esse período de distanciamento, não sabia como oportunizar aos alunos uma mudança de cultura, realizaria tentativas empíricas.

Considerarei que seria mais significativo aos alunos um estudo que desenvolvesse os conceitos referentes à área e ao perímetro, por ter conhecimento que este conteúdo deveria ter sido ensinado no 6º ano, o que não ocorreu. A opção de trabalhar com “Educação Matemática Crítica” colocaria outros conteúdos matemáticos importantes de lado, prejudicando o desenvolvimento dessas turmas nos conceitos matemáticos.

As duas tarefas selecionadas, que considero adequadas para a “Investigação Matemática” exigiam que os alunos tivessem conhecimento sobre área e perímetro. Então, organizei uma sequência com cinco tarefas que direcionassem os alunos ao estudo necessário, utilizando as etapas: introdução da tarefa, discussão em grupos e socialização. Usar essas tarefas com essa organização requer que os alunos criem autonomia e expressem suas ideias nos grupos. Assim, desejei que os alunos comunicassem suas reflexões para que o conhecimento originado nessa relação

³¹ “Students can solve problems and construct understandings working collaboratively that they would not be able to accomplish working alone”

dialógica (entre si e os colegas e entre si e a professora) tivesse sentido por serem ressignificadas pela compreensão.

Enquanto estive conhecendo as “Investigações Matemáticas” e a “Educação Matemática Crítica”, tive insegurança, dúvidas, medo de não estar preparada para ensinar área e perímetro utilizando uma nova estratégia. Cabe destacar que o processo de apropriação de novas estratégias e significados é dinâmico e demanda tempo.

A decisão de mudança do objeto da pesquisa não se limitou apenas aos aspectos relacionados à capacidade de desenvolver o trabalho, mas considerou as características das turmas e suas necessidades de aprendizagem do conteúdo matemático. Levei em conta que a turma selecionada para a pesquisa precisava ampliar o conhecimento de conceitos matemáticos básicos.

Nessa etapa da pesquisa, sentia-me insegura, pois a “Investigação Matemática” foi vivenciada por mim e pelos alunos pela primeira vez. Não sabíamos como conduzir as atitudes em um cenário investigativo. Preocupei-me com a seleção da tarefa, pois acreditei que a participação do aluno no “cenário investigativo” ocorre em consequência de uma tarefa que os discentes desejem responder, e isso pode variar de acordo com a turma. Durante o planejamento observei as atitudes dos alunos nas aulas, caracterizando o perfil da “turma”, fator que determina as relações que seriam estabelecidas no decorrer da realização das atividades.

As mediações ocorridas na realização das tarefas refletem a insegurança, originada pela falta de conhecimento estabelecido sobre a estratégia, e principalmente por não considerar totalmente compreendido, naquele momento, qual seria o objeto da pesquisa. Em seguida, descrevo as tarefas para depois tratar das citadas mediações.

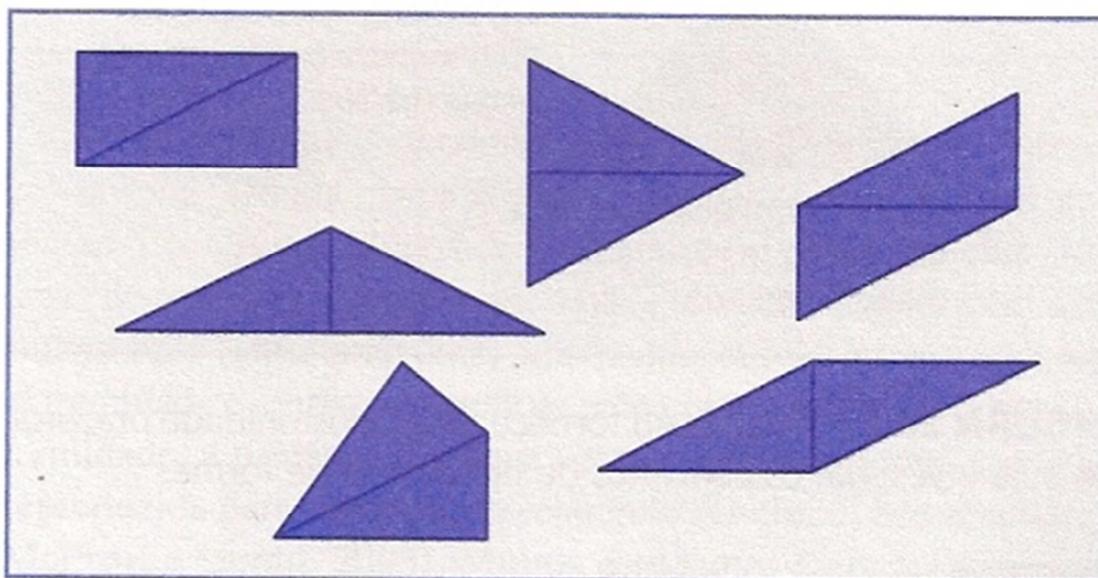
5.1.1 Descrição das Tarefas 1, 2 e 5

Como já indiquei, fiz uma seleção de tarefas que compõe o estudo nesta dissertação. Abaixo descrevo as tarefas 1, 2 e 5, para compreensão dos dados selecionados na análise no presente trabalho.

5.1.1.1 Tarefa 1 – Comparar figuras de mesma área: formas diferentes, mesmo tamanho

Esta tarefa é proposta por Van de Walle (2009) dentro do contexto de “Pesquisa com número, dados e espaço”, adequado para alunos de 3º ano. O autor recomenda que o conjunto de atividades sugeridas sejam aplicadas na metade de uma unidade de pelo menos três semanas que enfoca medidas lineares, incluindo: estimativas, uso de unidades padrão ou não (o habitual e o métrico) e réguas. A tarefa de comparar áreas deve ser realizada com discussão sobre os tamanhos e a forma das figuras apresentadas a seguir:

Figura 4 - Tarefa 1 original

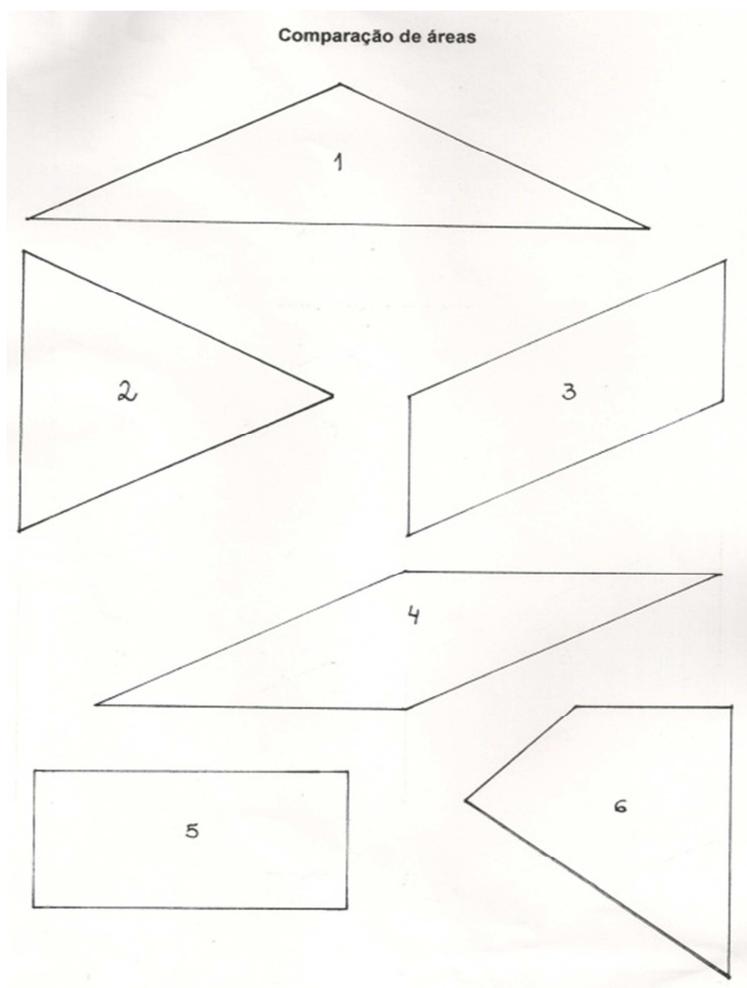


Fonte: Van de Walle (2009, p.413).

A figura acima apresenta sete formas geométricas de mesma área, sendo que cada polígono é composto por dois triângulos retângulos. O professor pode questionar os alunos com perguntas como: “Uma forma é maior que a outra? Quanto ela é maior? A pessoa gastará mais papel para fazer alguma delas, ou todas tem a mesma quantidade de papel?”.

Para aplicação desta tarefa no 7º ano, apresentei as figuras sem as linhas que as dividem, conforme a figura 6.

Figura 5 - Tarefa 1 adaptada



Fonte: arquivo da pesquisadora.

Os alunos foram organizados em grupos de três ou quatro integrantes. Os grupos deveriam ter o organizador, redator, relator e cronometrista. Em uma carteira foram disponibilizados papel quadriculado, folha de seda e régua. Houve uma discussão prévia sobre o significado de área, perímetro e comparação na introdução da tarefa. Os alunos foram instruídos a apresentar no relatório todas as hipóteses que elaboraram até chegar à conclusão final. Eles utilizaram várias cópias das figuras para registrar diferentes formas de comparação. O relato de trabalho foi apresentado em folha impressa, conforme o modelo a seguir:

Figura 6 - Folha para relato da tarefa 1

<p>Atividade 1: Comparação de áreas. Data: ____/____/____</p> <p>Redator: _____</p> <p>Relator: _____</p> <p>Cronometrista: _____</p> <p>Organizador: _____</p> <p>Comparem as formas apresentadas na folha anexa e indiquem se há alguma forma maior ou menor ou se são iguais. Expliquem como chegaram nessa conclusão.</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>
--

Fonte: arquivo da pesquisadora

5.1.1.2 Tarefa 2 – Comparar retângulos sem unidades

Esta tarefa, assim como a tarefa 1 e 5³², compõe o mesmo conjunto de atividades propostas por Van de Walle (2009) dentro do contexto de “Pesquisa com número, dados e espaço”, adequado para alunos de 3º ano. As instruções para aplicação desta atividade estão no diagrama abaixo:

³² A tarefa 5 será apresentada no episódio “Como teu pai te ensinou”.

Figura 7 - Tarefa 2

Comparar retângulos – sem unidades

Forneça aos alunos pares de retângulos como os seguintes.

Par A: A1 de 2×9 e A2 de 3×6 .

Par B: B1 de 1×10 e B2 de 3×5 .

Par C: C1 de 3×8 e C2 de 4×5 .

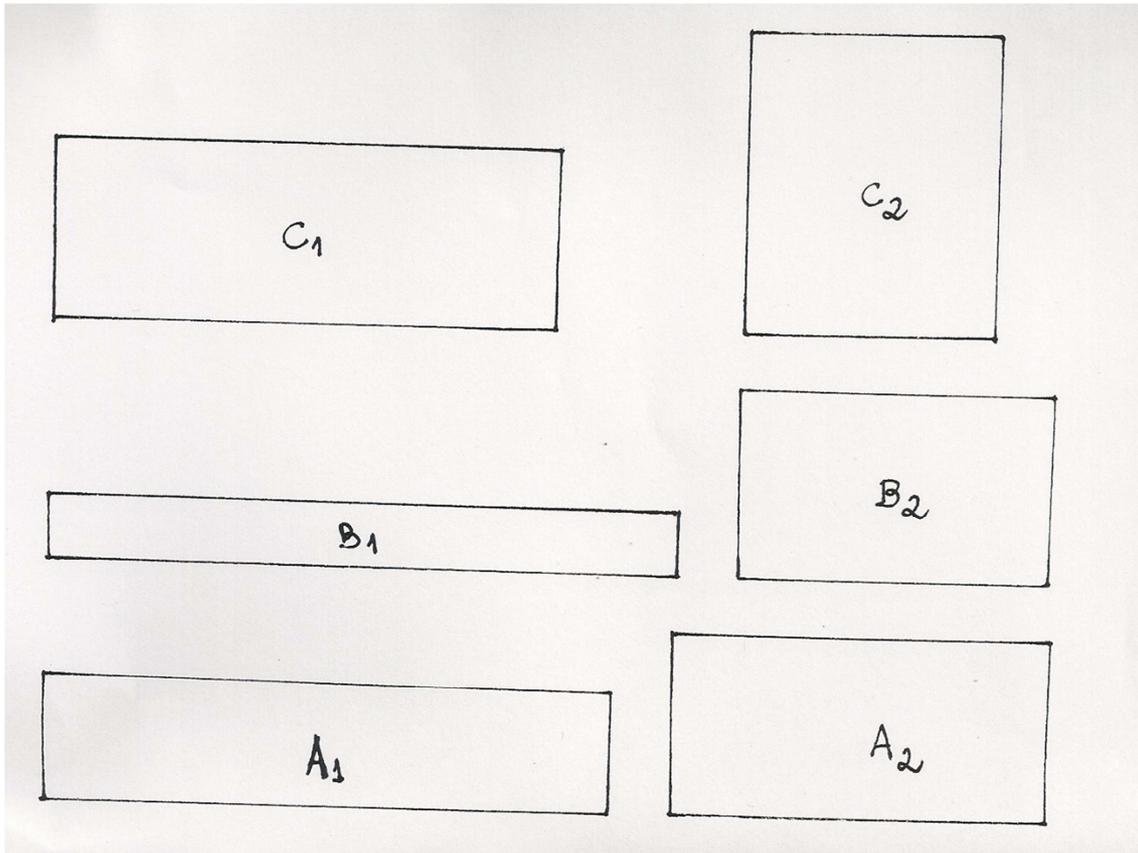
Os retângulos devem ser brancos com exceção dos rótulos. A tarefa dos alunos é decidir em cada par que retângulo tem a maior área ou se os dois têm a mesma área. Os alunos podem cortar ou dobrar os retângulos de qualquer forma que desejarem, mas têm de incluir uma explicação para a sua decisão em cada par. O Par C causará maior dificuldade e você pode preferir reservá-lo para um desafio.

Nos primeiros dois pares, o retângulo mais fino pode ser dobrado e recortado para ou emparelhar (Par A) ou ser facilmente comparado (Par B) ao segundo retângulo. Para o Par C, um retângulo pode ser sobreposto ao outro e então os pedaços estendidos serem comparados.

Fonte: Van de Walle (2009, p. 413).

Os alunos foram organizados em grupos de três ou quatro integrantes, permitindo que eles escolhessem os membros de sua equipe, não opinei na formação das equipes. Solicitei que os membros do grupo tivessem as funções de: organizador, redator, relator e cronometrista, de modo que todos tivessem suas responsabilidades no decorrer da realização da tarefa. Em uma carteira foram disponibilizados papel quadriculado, folha de seda e régua. Novamente os estudantes foram instruídos a apresentar no relatório todas as hipóteses que elaboraram até chegar à conclusão final. Utilizaram várias cópias das figuras para registrar diferentes formas de comparação, e o relatório foi apresentado em folha impressa. As figuras a serem comparadas e o impresso para registro do relatório estão apresentados a seguir:

Figura 8 - Pares de retângulos fornecidos aos alunos



Fonte: arquivo da pesquisadora

Figura 9 - Folha para o relato da tarefa 2

Atividade 2: Comparação de áreas. Data: ____/____/____

Redator: _____

Relator: _____

Cronometrista: _____

Organizador: _____

Comparem cada par de retângulos apresentados na folha anexa. Decidam se há algum maior ou menor ou se são iguais. Podem usar a folha anexa e o material disponível na caixa do modo que acharem conveniente, mas devem incluir uma explicação de como chegaram nessa conclusão.

Fonte: arquivo da pesquisadora

5.1.1.3 Tarefa 5 – Área fixa e perímetro fixo

Esta tarefa indicada por Van de Walle (2009) propõe o uso de outros materiais para o 3º ano, como o “ladrilho” e o “cordão”. Para a aplicação no 7º ano usei a “dica” de usar o papel quadriculado. Os alunos realizaram a atividade em duplas. As instruções para aplicação desta atividade, prescritas por Van de Walle (2009), estão dispostas a seguir:

Figura 10 - Primeira instrução para a aplicação da Tarefa 5

Áreas fixas

Forneça aos alunos 36 ladrilhos quadrados tais como os ladrilhos coloridos. A tarefa é ver quantos retângulos podem ser feitos com uma área de 36 – isto é, usando todos os 36 ladrilhos para preencher todo o retângulo e não apenas as suas bordas. Cada retângulo novo deve ser registrado, desenhando o contorno e suas dimensões em papel quadriculado. Malhas quadradas de um ou de meio centímetro são bons recursos para o registro. Em cada retângulo, os alunos devem determinar e registrar o perímetro.

Fonte: Van de Walle (2009, p.414)

Figura 11 – Segunda instrução para a aplicação da Tarefa 5

Perímetros fixos

Dê aos alunos um laço de fio que tenha exatamente 24 unidades de comprimento (Use um fio não elástico. Dobre o fio e marque a distância de um pé do laço. Amarre

um nó justo acima das marcas de modo que o laço resultante tenha 24 polegadas). A tarefa é decidir que retângulos de diferentes tamanhos podem ser feitos com um perímetro de 24 polegadas. Os alunos podem querer usar uma malha de 1 polegada para colocar os seus fios. Cada retângulo diferente pode ser registrado em papel quadriculado com a área anotada.

Uma alternativa para o laço de fio é usar uma malha de papel quadriculado com 1 centímetro e desafiar os estudantes a encontrar retângulos com um perímetro de 24 unidades.

Fonte: Van de Walle (2009, p.416).

A instrução foi apenas oral, sendo que entreguei o papel quadriculado, e as duplas de alunos fizeram figuras retangulares com área de 36cm^2 e, em outra folha, figuras retangulares com 24cm de perímetro. Na socialização alguns alunos representaram suas figuras na lousa com o registro da área e do perímetro. Depois finalizei a socialização com alguns comentários sobre unidade de área e comprimento.

Na realização das tarefas 1 e 2 disponibilizei alguns materiais (papel quadriculado, papel de seda, régua e tesoura) para uso dos alunos. Para a tarefa 5 ofereci apenas o papel quadriculado 1x1cm. Orientei os alunos para que as tarefas fossem realizadas seguindo três etapas: introdução da tarefa, realização da tarefa em grupos e socialização dos resultados para a turma.

5.2 O uso de “instrumentos” no processo de ensino-aprendizagem

Para que os alunos pudessem elaborar novas estratégias na resolução das tarefas considerei importante discutir, por meio de suas palavras, os conceitos área e perímetro.

5.2.1 Introduzindo a tarefa: elaborações e mediações iniciais sobre os conceitos de área e perímetro

Apresento alguns diálogos que aconteceram nas etapas de introdução das tarefas e discussão dos grupos.

Contexto: turma “A”, durante etapa de introdução da tarefa 1 (Comparação de áreas), no dia 22/10/2015 (videogravação):

T 1 P: – *Vocês vão observar essa folha que tem várias figuras. O título dessa atividade é comparação de áreas. Primeira coisa: o que é área?*

T 2 Lúcia: – *São os lados.*

T 3 P: – *Área é lado?*

T 4 Irene³³: – *Não, é o todo, é dentro.*

T 5 P: – *Área é o que está dentro?*

T 6 Irene: – *É.*

T 7 P: – *O que vocês acham, área é lado, é o que está dentro, o que é?*

T 8 Elisa: – *Tudo.*

T 9 P: – *A área é tudo?*

T10 Carolina: – *A área são os lados.*

³³ Os nomes dos alunos apresentados neste trabalho são fictícios.

T11 Irene: – *É, dona, a área são os lados. Tipo uma cerca. Posso te dar um exemplo: dois metros daqui até aqui é uma área.* [Nesta fala há uma pausa quando diz “daqui até aqui”, indicando o intervalo de tempo usado em gestos para representar a distância]. *Você vai fazendo aquelas medidas que a gente fez, tipo do canteiro de obras. Exemplo, João vai colocar cerca no canteiro de obras, quantos metros é a área que ele vai medir?*

T12 P: – *A Elisa está dizendo que área é dentro, outros que área é lado, vamos organizar estas informações, prestem bastante atenção. A área é o espaço dentro dessa figura e o perímetro é o contorno. Então, quando vocês fizeram aquele probleminha que ela falou da cerca, a gente estava calculando o perímetro. O espaço dentro é a área. [...] Qual é a área desse terreno? É o espaço de terreno que ele tem. Quanto de cerca ele precisa para cercar o terreno? É o contorno do terreno, a gente chama de perímetro. Nessa atividade a gente vai comparar as áreas. Então a gente vai comparar o espaço dentro dessas figuras. [...] Tem muitas formas diferentes da gente comparar essas áreas. O que vocês acham que significa comparar?*

[Muitos alunos respondem ao mesmo tempo]

T 13 Irene: – *Ver se uma é maior ou se é menor [...]*

T 14 P: – *Nós vamos fazer nesse sentido que a Irene falou, ver qual é maior, qual é menor, se são iguais. Pode ser que a figura 1 seja de mesma área da figura 6, mas as duas menores que outra. Vocês vão fazer uma comparação.*

A introdução da tarefa inicia com a tentativa de trazer a “voz” dos alunos para a aula, primeiramente abrindo espaço para que eles apresentem qual o significado de área. Os alunos colocam-se em diferentes fases da elaboração conceitual, por isso utilizei as ideias que eles expuseram para esclarecer as diferenças entre área e perímetro.

No turno 11, a Irene associa o cálculo de área com um problema que resolveram em aula. Ela está em processo de elaboração conceitual. Assim, ela mobiliza outros conhecimentos e uma tarefa realizada em outro momento para auxiliá-la na elaboração do conceito de área. Neste momento ela mostra confusão entre os conceitos de área e

perímetro dizendo “*dois metros daqui até aqui é uma área*” e exemplificando com um problema que considerou a medida da cerca correspondente à área, a saber: “*João vai colocar cerca no canteiro de obras, quantos metros é a área que ele vai medir?*”.

Ao estabelecer essas associações, suas relações mantêm um vínculo concreto e fatural, sendo um pensamento desorganizado e pouco sistematizado. No turno 12, explico o que significa “área” e “perímetro”. Irene poderia perceber que naquele contexto a palavra “perímetro” seria mais adequada. A mediação envolvida também procura fazer do “erro” um espaço de aprendizagem, apresentando um outro modo de colocar em palavras o conceito de área: “*A área é o espaço dentro dessa figura e o perímetro é o contorno*”. Apresento uma definição diferente da apresentada pelo aluno no turno 4: “*é o todo, é dentro*”. São as tentativas de, por meio da mediação pedagógica, contribuir com a aprendizagem.

A mediação pedagógica produz um modo indireto, mediatizado, de reconstrução por meio de conceitos. A palavra pode ser um instrumento psicológico que, na ideia de mediação, estabelece nos processos psíquicos superiores uma confusão conceitual. A elaboração conceitual requer a intervenção por várias mediações, pois trata-se de um processo que requer um movimento que desloque o pensamento por complexo para o pensamento abstrato, construindo a generalização que caracteriza esse tipo de pensamento.

5.2.2 Comparando áreas: o uso de instrumentos e as mediações da professora

A partir do diálogo a seguir, discutirei alguns aspectos que tratam das mediações no processo de ensino-aprendizagem.

Contexto: turma “A”, durante etapa de discussão em grupos da tarefa 1 (Comparação de áreas), no dia 22/10/2015 (audiogravação):

T 15 P: – *Como vocês estão pensando em comparar as áreas?*

T 16 Irene: – *Eu estou medindo tudo para poder comparar depois.*

T 17 P: – *Como você pensa em comparar com outras medidas?*

T 18 Irene: – *Depois eu vou pegar e somar tudo e dividir por dois. – Ou depois pegar as medidas e comparar.*

T 19 P: – *Você está pensando em fazer uma conta? Ou depois pegar as medidas e comparar?*

T 20 Irene: – *Ou pegar as medidas que estão do lado, tipo, essa é uma área igual, mas esse aqui não bate porque esse daqui é maior.*

T 21 P: – *Será que tem algum jeito de comparar sem usar essas medidas?*

T 22 Irene: – *Sim.*

T23 P: – *Tem alguns materiais. O que vocês podem usar?*

T24 Irene: – *A régua.*

[Afastei-me para atender outros grupos e retornei mais tarde.]

T25 P : – *Você está somando estas medidas?*

T26 Irene: – *Eu somei as três medidas.*

T27 P : – *Para que?*

T28 Irene: – *Eu somei e dividi por três para poder saber a área.*

T29 P : – *Você está tentando calcular a área do triângulo?*

T30 Irene: – *É. Eu já sei que é 11,4.*

T31 P : – *Quando soma tudo isso, está calculando o perímetro.*

T32 Irene: – *E dividi para descobrir a área.*

T33 P: – *Você dividiu por quanto?*

T34 Irene: – *Mas eu dividi por três.*

- T35 P : – *Então você calculou a média com as medidas dos lados do triângulo.*
- T36 – *É isso que precisa fazer para calcular esse espaço aqui dentro?*
- T37 Irene: – *Hã, hã.*
- T38 P : – *Por que?*
- T39 Irene: – *É por causa das medidas.*
- T40 P: – *Vocês concordam com a Irene? Somar os lados vai dar a área desse espaço?*
- T41 Alice: – *Concordo, tem que dividir por 3, porque são três lados.*
- T42 P: – *Somar os lados vai dar a medida desse espaço, dentro do triângulo?*
- T43 Irene: – *Não.*

Esperava que os alunos apresentassem diversas técnicas para comparar as áreas. Para isso forneci alguns materiais, instrumentos, cujo uso considerei que dominavam. Intencionava que os alunos utilizassem na tarefa 1 o papel quadriculado ou o papel vegetal e que pudessem perceber que todas as figuras poderiam ser decompostas em dois triângulos isósceles congruentes. Ainda pensei que, apenas dividindo a figura em duas partes iguais, percebessem que todos tinham triângulos de mesma forma e tamanho. Enquanto na tarefa 2 imaginei que iriam transferir a figura para o papel quadriculado ou que simplesmente calculariam a área por meio da multiplicação da largura e do comprimento.

Ainda não tinha utilizado o papel quadriculado com essas turmas. Porém, acreditava que tivessem usado anteriormente régua e papel quadriculado, pois é material manuseado no Ensino Fundamental em diversas disciplinas, como Geografia, Arte e Matemática.

Considerando que a maioria das aulas foi tradicional, também pretendia que essa estratégia proporcionasse situações em que os alunos tivessem autonomia para decidir

como atender a proposta da tarefa, acreditava que deveria interferir o mínimo possível no andamento das discussões em grupos. Durante as aulas de resolução de exercício, muitos alunos têm o hábito de solicitar ajuda em todas as tarefas ou no mínimo perguntam a solução correta antes da correção coletiva. Essa dinâmica reforça que as tarefas matemáticas têm uma única solução e limita a criatividade dos alunos quanto às estratégias de resolução, pois eles aguardam a resolução do professor. O trabalho proposto prevê somente um resultado, todas as figuras têm a mesma área, mas os alunos poderiam criar diversas estratégias para chegar a essa conclusão.

Diante dessas colocações, não pretendia apontar como resolver a questão, apenas sugerir o uso dos materiais disponibilizados para facilitar a visualização das semelhanças. Na intermediação feita nas discussões em grupo procurei, no turno 15, indagar sobre a estratégia de resolução da tarefa proposta à turma. Este grupo era formado por quatro alunos (três meninas e um menino). Sendo a Irene uma aluna muito comunicativa, ela interessou-se pelo “cenário investigativo” e compartilhou, turno 16, o modo como estava tentando realizar a tarefa, mobilizando os conceitos de “medida” e “comparação”. Ao perceber isso, questionei a aluna, turno 17, retomando a estratégia de comparação. Irene continuou compartilhando o caminho que seguiu para resolver a tarefa, turno 18: apresentou a ideia de “*somar tudo e dividir por dois*” e, na sequência, retomou a ideia de comparação. Mais adiante, turno 43, reelaborou a estratégia que fez: “*eu dividi por três*”, para resolver a tarefa.

Nesse processo de compreensão, turno 19, indaguei se faria uma comparação de medidas ou uma conta, Irene sugeriu outra opção, turno 20: “*Ou pegar as medidas que estão do lado*”. Ela não reconheceu que essa proposta é uma comparação de medidas e confundiu a medida do lado com a da área ao afirmar: “*tipo, essa é uma área igual*”. Ela ainda indicou que esse desfecho não seria profícuo, ao dizer: “*mas, esse aqui não bate*”. O uso da conjunção “mas” indica contraposição, pois ela percebeu que esse não seria um caminho proveitoso. E justificou: “*Porque esse daqui é maior*”.

Enquanto Irene coloca em palavras suas escolhas e o modo como compreende esses conceitos, reinterpreta, reelabora esses conceitos. No dizer para o outro, para a professora, a aluna reelabora o modo de realizar a atividade.

Continuei fazendo indagações, turno 21, na tentativa de que os alunos procurassem outra estratégia. Dei uma pista de um material que poderia ajudar, imaginando que poderiam utilizar o papel quadriculado, quando perguntei: “*Tem alguns materiais, o que vocês podem usar?*”. Irene respondeu imediatamente: “*a régua*”, indicando que esse instrumento lhe foi apropriado.

Também procurei usar o “erro” como uma estratégia para retomar outros conceitos: “*Então você calculou a média com as medidas dos lados*”. Pensei que por estar neste processo de reelaboração, ao relacionar a fala da aluna — turnos 30, 32 e 34 — com conceitos matemáticos, pudesse minimizar uma possível desmotivação pelo erro cometido. Pelos turnos 29, 30 e 31 e pela análise do relatório de Irene, considero que ela conseguiu medir corretamente os lados identificando as medidas de 9cm, 9cm e 16,2cm. Ao dizer que a área é 11,4cm, refere-se ao cálculo $(9+9+16,2)/2$. Aponto categoricamente que suas ações de medir são relacionadas ao conceito de perímetro em elaboração, pois ela ainda confunde os conceitos área e perímetro.

Ao observar essa mediação como um todo, percebo que Irene está reformulando, reinterpretando e reelaborando seu conhecimento conforme lhe faço perguntas para compreender as estratégias que criou. Nessa mediação questionadora consigo compreender o processo de reflexão da aluna e procuro conduzi-lo de modo que perceba que, pela estratégia que havia apontado, não conseguiria justificativas adequadas para a comparação de áreas.

Ademais, tendo em vista dos turnos 42 e 43, percebo que tenho pontos de proximidade com o estudo de Galvão (2014, p.123), que afirma:

Acredito que quando o professor se depara com uma situação onde o aluno sente-se tão confortável com sua maneira de pensar matematicamente, é fundamental que perceba a necessidade de gerar desequilíbrio intencional, ou seja, que o desafie apresentando argumento matemático mais forte, de modo que o aluno analise novas possibilidades, reflita sobre elas e perceba uma nova maneira de lidar com a questão.

A partir da pergunta “*Somar os lados vai dar a medida desse espaço, dentro do triângulo?*”, a própria aluna reconheceu que sua estratégia não é possível e passou a buscar novas formas de resolver a tarefa.

Podemos considerar neste episódio a mediação como a relação que se estabelece enquanto o professor auxilia o aluno na ZDP a avançar em seu desenvolvimento. As interações sociais estão em lugar de destaque nos estudos vigotskianos, segundo Sforni (2008, p.2):

[...] seu valor no contexto escolar não está restrito à relação sujeito-sujeito, mas no objeto que se presentifica nessa relação – o conhecimento. Em outras palavras, é somente na relação entre sujeito-conhecimento-sujeito que a mediação se torna um conceito fundamental ao desenvolvimento humano. O entendimento dos conceitos de objetivação e apropriação dos mediadores culturais é fundamental para a compreensão da importância da atividade mediada como condição para o desenvolvimento humano.

Com a intenção de promover o desenvolvimento da criança, cercada de intencionalidade, faço uso de instrumentos psicológicos (ou semióticos) que auxiliem a criança no processo de ensino-aprendizagem. De acordo com Sforni (2008, p.3),

apesar da ação com instrumentos e signos propiciar mediações diferentes entre sujeito e objeto, é um sistema imbricado, já que a criação, utilização e transmissão de instrumentos são carregadas de signos e somente se efetivam por meio deles. Quanto maior a complexidade da mediação com instrumentos mais complexos serão os sistemas de mediação simbólica.

A tarefa selecionada poderia ser realizada com instrumentos que, neste contexto, propõem uma mediação que simboliza a área pelo modo de uso do papel quadriculado, do papel vegetal ou da régua.

Percebendo que alguns alunos usavam a régua e elaboravam os conceitos de medidas de comprimento, destaco o seguinte diálogo:

Contexto: turma “A”, socialização da tarefa 02 (Comparar retângulos sem unidades), no dia 30/10/15 (videogravação):

T 72 P: – *Na régua, a medida começa do zero* [desenho uma escala começando com o zero]. *Há bastante dúvida se começo com o “zero” ou com o “um”. Tem as marcações em “cm”* [...] [desenho uma reta]. *Eu queria falar sobre a medida da régua. Vocês estão usando qual unidade para medir?*

T 73 Irene: – *Centímetros e milímetros.*

T 74 P: – *Centímetros e milímetros, por exemplo: se tivesse uma marcação no meio, aqui [faço uma marcação correspondente a 1,5cm]. A régua mediu do zero até bem no meio, aqui, entre o um e o dois, qual é a medida?*

T 75 Irene: – *Um e meio.*

T 76 P: – *Um e meio. Um vírgula cinco centímetros. Quantos milímetros?*

T 77 Irene: – *Cinco*

T 78 P: – *Dez mais cinco, [mostra na figura] 15 milímetros. Eu sei que vocês sabiam disso, mas é importante lembrar, né? Então, essas marcações pequeninas que tem na régua, elas são os milímetros.*

Considerei importante retomar o uso da régua por perceber, enquanto abordei as equipes, que alguns alunos não tinham conhecimento do uso deste instrumento e das unidades de medida de comprimento. Podemos notar que Irene compreende tanto o uso do instrumento quanto da unidade de medida de comprimento. Parece estranho que apenas Irene participe desse diálogo que está aberto a todos os membros da turma, mas é uma característica sua apressar-se em responder antes dos colegas. Ela responde inclusive as questões que foram dirigidas explicitamente a outro.

A necessária retomada do uso da régua e das unidades de medida de comprimento no uso da palavra indica que o “signo” determinado pelas marcações da régua poderia ser compreendido, (re)significado, processo que ocorre na relação com o outro. Nas discussões dos grupos e nos registros dos relatórios, percebi que muitos alunos, mas não todos, tinham desenvolvido esses conceitos previamente.

Fragmento do Diário de Campo de 22/10/14, que justifica retomar o uso da régua e o conceito de medida.

“A equipe do Eduardo, do André e do Marcelo, enquanto usava a medida da régua, chamava a marcação de palitinhos. Também houve uma dúvida em como comparar as

medidas (cm e mm). Na marcação 13,5 Marcelo achava que deveria ser 18 (13+5). Vou retomar medidas no início da próxima aula”.

Ao discorrer, por meio de palavras e diagramas, sobre o uso da régua e suas unidades, estes conceitos aparecem na voz de Irene, nos turnos 73 e 75, quando aponta que conhece as unidades de medida e o funcionamento da régua. Ainda assim é importante considerar que cada aluno está em uma etapa diferente do desenvolvimento conceitual descrito por Vigotski (2009). Quando retomo conceitos apresentados em situações anteriores, estou me aproximando da ZDP do aluno que ainda não desenvolveu aquele conceito, mas que, com minha ajuda, minhas mediações, poderá avançar em seu aprendizado e, conseqüentemente, no próprio desenvolvimento.

O papel quadriculado e a régua são instrumentos técnico-semióticos. Desejando ampliar uma figura, construir um gráfico, determinar coordenadas no plano cartesiano, usamos o papel quadriculado, “que carrega consigo, portanto, a função para o qual foi criado e o modo de utilização desenvolvido durante a história do trabalho coletivo” (OLIVEIRA, 1997, p. 29).

Esse mesmo elemento pode ser usado como “instrumento psicológico” no desenvolvimento do conceito “área”, como uma ferramenta que auxiliará os processos psicológicos, facilitando a comparação entre uma unidade de área e a figura em estudo. Para que o papel quadriculado possa ser um “instrumento psicológico”, primeiramente deverá ser constituído como instrumento em seu uso no contexto escolar. Caso não seja reconhecido pela turma pela função de “transportar” figuras geométricas para comparação de áreas, não haverá significado ou sentido em seu uso.

Os alunos estão habituados a usar a régua como instrumento na “comparação” de grandezas. Porém, a régua é instrumento que auxilia o homem a realizar medidas e comprimentos, ou seja, poderia auxiliar os alunos a medir o comprimento dos lados e, conseqüentemente, possibilitar o cálculo do perímetro das figuras estudadas.

Pretendia que os alunos utilizassem o papel quadriculado, mas, ao questionar um dos grupos para que os alunos tivessem a iniciativa de usar o papel, Irene considera que deveria trabalhar com a régua, indicando que domina o uso desse instrumento. Ainda

assim alguns alunos não tinham o domínio desse instrumento. As dúvidas giraram em torno de iniciar a medida no número “zero” ou no “um”. Além disso, com relação à unidade de medida, os estudantes chamaram as marcações (traços) dos milímetros de “palitinhos”. Na turma “A” não houve grupos que apresentassem o uso do papel quadriculado. Esses são indicadores de que era necessário ensinar o uso e a função da régua e do papel quadriculado, por isso houve, no encerramento da socialização da tarefa 02, apresentação do modo de uso desses instrumentos.

Considerando a régua como “instrumento” de uso no cotidiano, segundo Friedrich (2012), frequentemente esquecemos que ela se baseia na interpretação dos traços, que representa a medida em milímetros e centímetros, tornando possível nos liberarmos da percepção imediata de seu uso. Assim, interpretamos ou reconstruímos um fato por intermédio de um conhecimento que já existe, que mediatiza diretamente, ou por meio da produção do conhecimento do fato em questão, uma construção que se deve ao uso de um instrumento.

Estabelecendo uma relação entre o uso da régua e a tarefa, os alunos que conhecem o modo de posicionar a régua e associar os traços com as medidas fazem esse movimento sem perceber, colocando sua atenção na figura em estudo e procurando estratégias de comparação. Já os alunos que não têm esse conhecimento prévio não estabelecem significado entre os traços e a medida. Não compreendendo o modo de funcionamento do instrumento, não podem se envolver com as questões pertinentes à resolução da tarefa, suas ações ficam restritas.

Como professora, identificando tais dificuldades, procuro mostrar a forma de uso do instrumento e direcionar a atenção do aluno para a elaboração de estratégias de resolução da tarefa. Ao pressupor conhecimento do aluno quanto ao uso do papel quadriculado, restrinjo sua elaboração diante do conceito de área. Pude perceber que parte dos alunos não tinha o conhecimento sobre o que significa “área”, mas, por estar habituada a usar a régua como instrumento de medida, fez a medida dos lados e comparou os perímetros. A indicação do uso do papel quadriculado ou a instrução sobre ele acontece em um momento tardio. Percebi que esses alunos não tinham domínio do uso desse instrumento após a socialização das tarefas 1 e 2.

O papel quadriculado, considerado um instrumento técnico-semiótico neste contexto, auxiliaria as funções psíquicas superiores a constituírem um fenômeno psíquico mediatizado no processo de compreensão e estabelecimento da memória lógica. Ou seja, para compreender o conceito de área, o papel quadriculado é um intermediário que auxilia os processos psíquicos a estabelecerem uma relação entre a figura e a unidade de área (neste caso o cm^2). Como apresentado anteriormente, o instrumento psicológico atua na atividade psíquica da pessoa, sendo um meio de influência sobre si.

Porém, por conta de os alunos não terem conhecimento sobre o modo de uso do instrumento, o papel quadriculado não atua como “instrumento psicológico”. Assim, eles não estabelecem a relação entre esse instrumento e a tarefa, não há o conhecimento pré-existente necessário para liberar o modo de uso do material, para realizar a comparação de áreas.

Nas discussões em grupo, alguns alunos consideraram difícil convencer seus colegas de suas ideias ou aceitar as ideias dos colegas e preferiram, depois de algumas atividades, continuar individualmente, o que descaracterizou o trabalho investigativo. Durante as socializações nas primeiras atividades, os alunos se limitaram a ler os relatórios. Não ocorreu a interação entre os membros da turma. Porém, a partir da terceira atividade, percebi que, após todos se apresentarem na socialização e não chegarem ao resultado esperado, poderia provocar novas observações por meio de perguntas e pude intervir. Os alunos foram muito participativos nessas discussões, a turma que antes nada dizia estava se comunicando muito bem.

5.2.3 Papel do professor: como e quando intervir?

Com o fragmento do Diário de Campo abaixo apresento como concebia o papel do professor dentro da estratégia de ensino-aprendizagem baseada na comunicação e na reflexão dos alunos diante da tarefa.

Diário de Campo, 22/10/2014

Verifiquei que todas as equipes pelas quais passei estavam usando régua e medindo os lados [...], tentei induzi-las a usar o papel quadriculado, pois era isso que esperava que acontecesse. Quando vi que estava tentando manipulá-los, voltei à questão das medidas. A Irene foi a aluna que mais se comunicou comigo nesta equipe, ela estava percebendo que havia algumas medidas que se repetiam. Afastei-me para que eles tivessem mais liberdade para discutir entre si. Quando retornei, eles tinham somado a medida dos lados e dividido por três ou quatro, porque essas figuras tinham esta quantidade de lados. Questionei os alunos quanto aos cálculos, disse que eles estavam calculando a média da medida dos lados. Questionei sobre o que eles já haviam aprendido sobre área, e eles mostraram que compreendem que área está relacionada ao espaço plano, porém não sabiam calcular. Novamente tentei forçar o uso do material, coloquei uma folha de papel quadriculado e outra de papel vegetal na mesa deles, e disse que havia outras formas de comparar que não usam cálculos. Deixei-os novamente, por pouco tempo, e percebi que eles ficaram perdidos, não tinham ideia do que fazer com o material. Retornei a Irene e disse: “vocês lembram que no início estavam comparando medidas, você pode retomar aquela ideia novamente, tentei conduzi-los para o que eu queria”. Essa estratégia é bem interessante, e muito me agrada, mas alguns hábitos são difíceis de controlar. Ainda estou no início do trabalho, espero que logo esteja habituada a não interferir no caminho que eles escolheram.

Concomitantemente ao planejamento e à coleta de dados, cursava uma disciplina sobre Paulo Freire que influenciou a maneira de me observar enquanto professora. Naquele momento me considerava uma professora pautada no “bancarismo”³⁴, descrito por Freire (2013) como perspectiva que “deposita” conhecimento e “menospreza” o conhecimento de seus alunos.

³⁴ O termo “bancarismo” é usado por Paulo Freire no livro *Pedagogia do oprimido* e caracteriza o professor como um depositário de conhecimento.

As reflexões apresentadas no Diário de Campo estão mediadas principalmente pela leitura do livro *Pedagogia do oprimido*, escrito por Paulo Freire em 1968, durante seu exílio no Chile, e publicado no Brasil apenas em 1974. Esse título se organiza em quatro partes principais: justificativa da pedagogia do oprimido, concepção “bancária” da educação como instrumento da opressão, seus pressupostos e sua crítica; e dialogicidade como essência da educação enquanto prática da liberdade e teoria da ação antidualógica.

A obra apresenta vários contrapontos em seu discurso. Como se coloca o oprimido e o opressor? Quais as diferenças entre a concepção bancária e a concepção problematizadora e libertadora da educação? O que conduz para uma ação dialógica ou para uma ação antidualógica? Esses contrapontos permitiram-me uma reflexão sobre minha própria ação no mundo. Em quais situações agi como “opressor” ou “oprimido”? Quais são os *slogans* e os mitos que me colocam na posição de “oprimido”? Como coloco meu pensamento nas discussões das quais participo, imponho-os ou faço uma mediação participativa?

Do estudo de *Pedagogia do oprimido*, gostaria de destacar o segundo capítulo, que trata da concepção “bancária” de educação. Sabendo que nosso pensamento se constitui pela palavra, qual o sentido da palavra dita pelo professor em sua aula? Ou melhor, qual o sentido para o aluno da palavra dita por mim durante a aula?

Segundo Freire (2014, p.81), “só existe saber na invenção, na reinvenção, na busca inquieta, impaciente, permanente, que os homens fazem no mundo, com o mundo e com os outros”. Nesse sentido, pode-se estabelecer relação entre a obra de Freire e a perspectiva histórico-cultural, pois ambas perspectivas consideram a importância das interações socioculturais estabelecidas pelo homem. Para Freire e Vigotski, a relação com os outros é de fundamental importância no processo de ensino.

Os estudos freireanos me sensibilizaram e me fizeram analisar a prática educativa que utilizava naquele momento, de modo que desconsiderei o contexto amplo ao qual pertencço e a complexidade da prática pedagógica. Segundo Smolka e Laplane (1994, p. 79), “a prática não é transparente nem homogênea. [...] As teorias constituem,

assim, um lugar do qual se olha a prática cotidiana”, pois o modo como o professor atua em sua prática é permeado por muitos possíveis lugares teóricos.

Assim, ocorreram momentos de reflexão mediados pelos textos que li. Primeiramente refleti sobre minha capacidade em conduzir a tarefa de acordo com a intenção.

Em consequência da interpretação que fiz das leituras freireanas, questionei-me: para romper com minha própria imagem de professora autoritária que constituí, como deveria agir? Qual é o papel do professor nas mediações, visando o desenvolvimento de conceitos? Como proceder para que o aluno desenvolva conceitos e também autonomia?

Essa percepção equivocada ocorreu por considerar que minha postura em sala de aula era autoritária. A gestão escolar exigia que os professores mantivessem suas turmas em silêncio. Porém, ao verificar meus planos de aula sobre análise combinatória (aplicados no 7º ano em 2013 na escola municipal) e as medidas de tendência central (aplicadas no 6º ano de 2013 na escola estadual), percebi que desenvolvi práticas educativas que seguiam as três etapas descritas por Van de Walle (2009), “antes, durante e depois”, e se inseriam na perspectiva histórico-cultural. Mas, durante o planejamento das tarefas da proposta da pesquisa, ainda não tinha conhecimento teórico para associar minha experiência profissional com as teorias educacionais.

Sobre a relação entre ensinar e significar, Smolka (2010, p. 116) afirma: “conceitos e concepções se (trans)formam com e pelas palavras entretidas às práticas. Se as questões sobre significação e o sentido persistem, outros modos de problematização, formulação e compreensão tornam-se possíveis [...]”. Partindo dessa ideia, os significados de “assinalar, apontar, mostrar, assinar, marcar, fazer incidir, imprimir signos na mente, fazer sinais (signos)” são retomados pelas observações de Smolka (2010, p. 116-117) em seis modos, que indicam como se mantêm e se transformam:

1. A função indicativa do gesto de apontar emerge na relação;
2. Um signo se produz na relação entre pelo menos duas pessoas;
3. Produz-se a partir de condições concretas, materiais de existência, a partir de um movimento orientado para algo, que integra essa relação;
4. Essa ação partilhada implica e ao mesmo tempo leva a significação, isto é, produção de signos/sentidos, que

convencionalizam, se estabilizam, e, ao mesmo tempo, se singularizam num acontecimento;

5. O que se produz afeta, reverte, reverbera, marca aqueles que participam da produção. O signo é um meio/modo de relação social que afeta o funcionamento mental. O signo modifica as relações interfuncionais (Vygotsky, 1996)

6. Sentidos múltiplos e diversos vão sendo assim produzidos na dinâmica dessas relações. (SMOLKA, 2010, p. 116-117).

Hoje considero que faz parte do processo de ensino-aprendizagem que o professor aponte aos alunos como proceder, que indique quais opções podem usar para resolver o problema. Mas considero que o momento em que os estudantes estão criando mecanismos para resolver um determinado problema *não adequado* para restringir as opções de sua resolução oferecendo um *único caminho* que, como professora, penso estar correto.

Considerei importante problematizar durante a realização das atividades aqui narradas, e essa prática não era comum na relação que estabelecia com meus alunos. Usei uma proposta que pretendia que eles tivessem autonomia para expor a própria ideia, refletir sobre ela e a comunicar, tendo em vista a postura do professor na sala de aula que julgava correta. Acreditava que poderia propor alternativas para a continuidade do trabalho. Mas propor alternativas é diferente de impor um caminho determinado.

Neste momento convém destacar alguns aspectos apresentados por Stein e Smith (2009) para embasar uma reflexão sobre o papel do professor no contexto investigativo. Esses autores expõem o caso do professor de Matemática, também de 7º ano, Ron Castleman. Ele participava de um grupo de professores da Escola Ridgeway, em 1994 e 1995, que se reunia uma vez por mês para apoiarem-se moralmente diante de suas tentativas de propor tarefas significativas aos alunos. O docente filmou uma de suas aulas e, ao final da tarefa nela proposta, teve a sensação de que a aula aconteceu muito rápido e solicitou que seus colegas dessem um *feedback* dela.

A tarefa selecionada por Ron tratava das várias maneiras de representação de uma quantidade fracionária. Ela é classificada nesse estudo com “exigência de nível elevado” e usava a abordagem “fazendo matemática” (STEIN; SMITH, 2009, p. 7).

Após a etapa de introdução da tarefa, os alunos perguntaram: “Como é que isto se faz?” (STEIN; SMITH, 2009, p. 7). Ron devolvia-lhes a questão dizendo que a tarefa

consistia nisso. Mas este modo de atuar durou pouco tempo. Conforme os alunos foram ficando ansiosos, Ron começou a dar “pistas”, e o que tinha começado como um problema intratável, é resolvido rapidamente.

Durante o *feedback*, os colegas de Ron assistiram ao vídeo e perceberam que a “pista” fornecida alterou o problema, fazendo com que os alunos separassem o pensamento do diagrama da tarefa e, conseqüentemente, do significado do número decimal, da porcentagem e da fração. Os alunos não utilizaram o diagrama sequer para verificação do resultado. Após discussão, seus colegas concluíram que, ao ceder às perguntas que procuram saber como se faz, Ron eliminou os aspectos desafiantes e lógicos da tarefa, retirando a oportunidade do aluno de desenvolver a competência de raciocínio e pensamento, e de alcançar uma compreensão matemática significativa. Também consideraram que a tarefa foi implementada em um nível abaixo do que foi apresentada, passando a exigir que os alunos apenas aplicassem um procedimento.

Ao observar minha atitude na tarefa que propus, acredito que tinha receio de minha ação restringir o desafio ao aluno. O uso do papel quadriculado era a opção que, a partir da posição de professora e do conhecimento anteriormente estabelecido, escolheria, mas os alunos poderiam simplesmente recortar a figura e sobrepor, dentre outros caminhos que poderiam criar. Ao indicar o uso do papel ou retomar que não havia necessidade de fazer cálculos, estava dando “pistas” de outras formas de resolver a questão. Mas o aluno tinha que ser respeitado ao escolher sua opção, mesmo que errada. A socialização seria o momento de comparação entre sua estratégia de resolução de problemas e as de seus colegas, oportunizando a reflexão e a comunicação sobre a resolução da tarefa.

Em minhas reflexões no Diário de Campo aponto que “quando vi que estava tentando manipulá-los, voltei à questão das medidas”. Usei o termo “manipulá-los” por considerar que insisti no uso do papel quadriculado. Hoje considero que não foi uma forma de manipulação, e sim uma maneira de indicar outras possibilidades aos alunos. Considerar previamente que os alunos conheciam o papel quadriculado também interfere no modo como (não) percebo os motivos que os levam a escolher a régua como instrumento. Ainda assim poderiam utilizar outra estratégia para comparar as áreas.

Sobre o papel do professor, há um registro do Diário de Campo que destaco para análise: “esteja habituada a não interferir”. Essa reflexão antecede meu conhecimento sobre as mediações e sobre o papel do professor na perspectiva histórico-cultural. Não percebia ainda que o papel do professor contempla interferir no processo de ensino-aprendizagem, atuando na ZDP, de forma que o aluno desenvolva conceitos científicos por meio dessa relação estabelecida socialmente.

Para atuar como professora, posso apontar, assinalar, mostrar. Esse movimento permite a problematização, colocando o aluno como agente ativo no processo. Mas tenho receio de, nesse movimento, minha abordagem ser um fator limitador que restrinja o pensamento do aluno a uma única forma de pensar. Então, o professor pode “interferir” e, se for capaz de problematizar, fazer com que o aluno seja impulsionado a reflexões. Ao compartilhá-las, o aluno gerará novas perguntas, ampliando sua capacidade de raciocínio. Essa etapa pode ser direcionada à análise e à síntese, propiciando o pensamento abstrato.

Além disso, a posição social ocupada pelo professor pode ser interpretada pelo aluno como uma posição de “poder”, significando o gesto do professor em um tom prescritivo. Ao apresentar o pensamento de Vigotski, com foco na análise psicológica, Smolka (2000, p. 30) relata: “Não é que o indivíduo é, a priori, que explica seus modos de se relacionar com os outros, mas são as relações sociais nas quais ele está envolvido que podem explicar seus modos de ser, de agir, de pensar, de relacionar-se”.

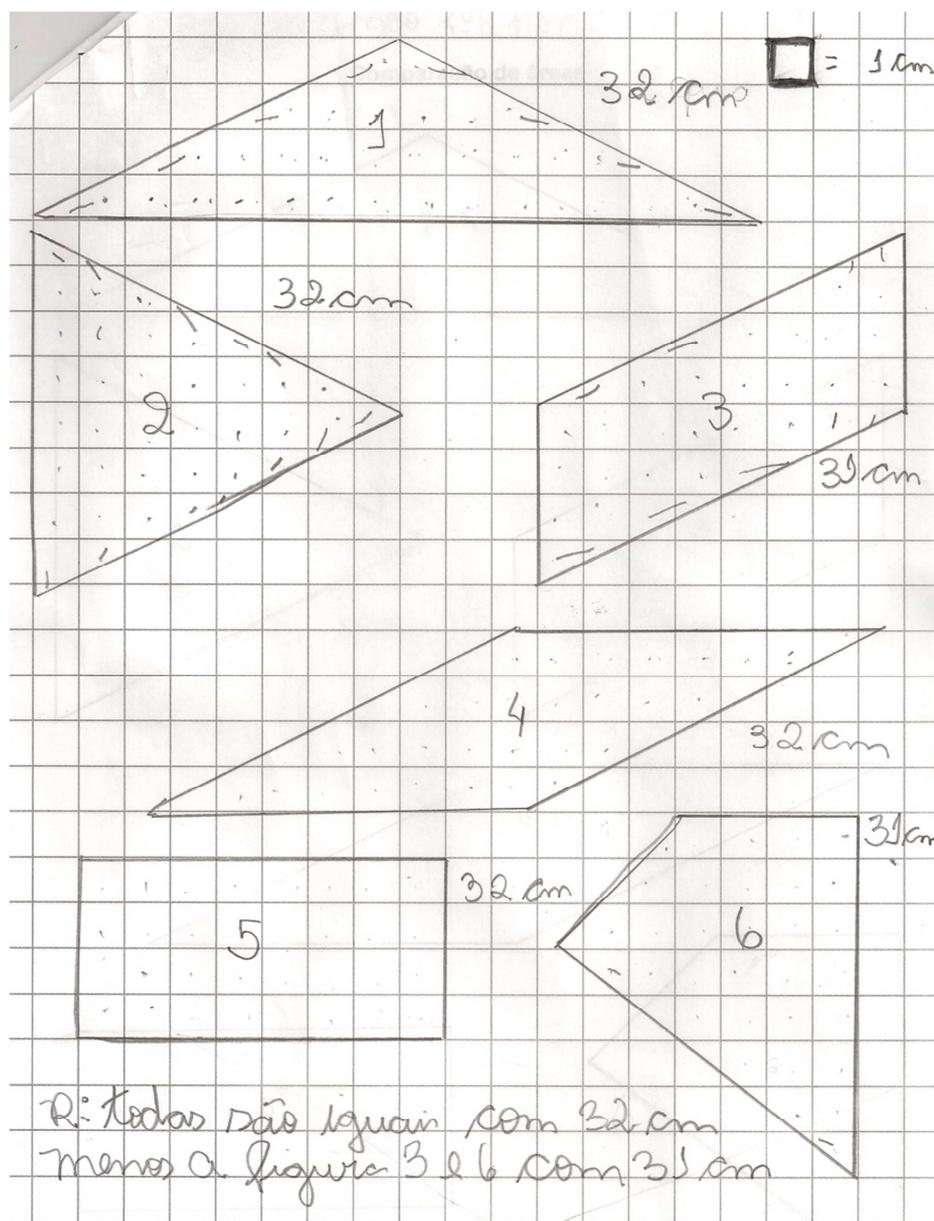
Diante das posições sociais ocupadas por aluno e professor, uma mesma atitude pode ser interpretada de diferentes formas pelos “atores” na mediação estabelecida entre eles. O gesto de apontar pode ser interpretado como uma sugestão para facilitar a continuidade do trabalho ou como uma “regra” a ser seguida.

Deparo-me, portanto, com “o drama na relação de ensino”. Estou diante das múltiplas dimensões no trabalho de ensinar apresentadas por Smolka (2010) ao tratar das (não) coincidências da pessoa consigo mesma. A autora mostra que a dinâmica da personalidade é “drama”, este invade/permeia o gesto de ensinar. Se o gesto de ensinar, marcado por “apontar, marcar, significar”, faz emergir a significação, Smolka (2010, p. 128) questiona: “Apontar o que, por que e para onde?”. As teorias estabelecidas ainda

não respondem a essa questão, mas as pesquisas podem auxiliar o professor nas escolhas que direcionem suas atitudes diante da prática pedagógica.

Os registros do Diário de Campo me fizeram perceber que transferi questões apresentadas em uma sala para reflexão com a outra turma. Houve diferença nas turmas quanto ao uso dos instrumentos. A turma “A”, apesar de minha sugestão de uso do papel quadriculado ou papel de seda, não apresentou esta tentativa como estratégia para resolver a tarefa. Enquanto na turma “B” vários grupos utilizaram o papel quadriculado, como apresento em um relatório a seguir. Alguns grupos conseguiram dispor as figuras de modo apropriado no papel quadriculado. Porém, outros colocaram as figuras sem utilizar as linhas do “quadriculado”. O fato de a cultura social das turmas ser distinta e antagônica também influenciou o modo de atuar durante a realização das tarefas. Essas diferenças, principalmente no modo de mediar as tarefas, ficaram evidentes para mim apenas durante a análise de dados.

Figura 12 — Relatório da Isadora, 7ºano B



Fonte: arquivo da pesquisadora.

Ao vivenciar essas situações na prática pedagógica, levaram-me a refletir ao escrever no Diário de Campo. Apresento a seguir as relações que fiz entre a teoria e a vivência escolarizada.

Diário de Campo, 26/10/2014.

Como elas [alunas do 7º ano B] perguntaram sobre como poderiam comparar as áreas, dei sugestões de como usar o papel quadriculado e vegetal. Elas copiaram as figuras nos dois tipos de papel, mas não usaram as medidas do papel quadriculado para compor o desenho. O retângulo que tinha apenas medidas inteiras ficou com os quadrados das duas colunas laterais cortados ao meio. Nossa! Paulo Freire novamente: conhecer o contexto em que meu aluno está inserido, inclusive seu contexto escolar. Será que eles não usaram papel quadriculado antes?

Nessa etapa do trabalho considerei as premissas de Ponte, Brocardo e Oliveira (2013) sobre o papel do professor em aula, que deve proporcionar investigações que privilegiam uma postura interrogativa, de forma que o aluno perceba que o docente apoia seu trabalho e não apenas valida-o. A compreensão inicial que tive sobre o papel do professor para atender uma aula investigativa foi equivocada. Assumi que ele, nessa estratégia, era secundário. Nessa interpretação, deveria atuar apenas na organização, na administração do tempo, e interferir apenas se solicitada. A construção dos dados ocorre sob influência dessa interpretação, de modo que acreditei que deveria apenas organizar a realização da tarefa. Mas a relação que se estabelece com os alunos durante as tarefas propostas rompe com o “papel do professor” que havia preconizado.

Pude perceber essa “falha” de interpretação na análise dos dados ao comparar o papel do professor estabelecido por Ponte, Brocardo, Oliveira (2003) e por Hiebert et al. (1997). A releitura foi um momento de ressignificação para mim. As ideias apresentadas por Hiebert et al. (1997) sobre o papel do professor, a cultura social da turma e a circulação de ideias em decorrência da comunicação estão bem interligadas com esta pesquisa. Mas essa leitura ocorreu após a construção de dados, de modo que não tive oportunidade de dialogar com esses autores durante a realização das tarefas com os alunos.

Pretendia não interferir nas discussões em grupos. Acompanhá-los com certa distância seria uma forma de colocá-los para pensar e deslocá-los do papel passivo de aguardar uma sequência de instruções de como fazer algo, tendo iniciativa para

apresentar propostas ou estratégias para concluir a tarefa. Essa postura está interligada à interpretação que fiz da leitura de *Investigações matemáticas na sala de aula*.

Os alunos poderiam utilizar outros materiais para fazer as comparações, porém ainda não estavam habituados a ter liberdade na escolha do material, a aula investigativa estava sendo vivenciada pela primeira vez por mim e por eles. A entrega do papel quadriculado, que considere uma forma de manipulação, pode ser considerada uma mediação, o fornecimento de uma “pista” para a realização da atividade.

A régua era o material que os alunos estavam habituados a usar, em contrapartida a professora estava acostumada a determinar como as atividades deveriam ser conduzidas, inclusive na escolha do material. Para o professor se torna difícil analisar o conhecimento do aluno, em qual momento deve apenas mediar e em qual deve compartilhar informações, “correndo o risco” de retornar à “educação bancária”, descrita por Freire (2014) como aquela em que o professor é um “depositário de conhecimento”.

O aprendizado escolar é direcionado para que o aluno se aproprie do conhecimento científico. Mas como professores podemos nos aproximar do conhecimento do aluno para direcionar nossas ações enquanto atuamos na ZDP, como aponto na reflexão: “Nossa! Paulo Freire novamente: conhecer o contexto em que meu aluno está inserido, inclusive o seu contexto escolar. Será que eles não usaram papel quadriculado antes?”. Com essa colocação, apontava a proximidade de Freire com a teoria vigotskiana que aborda o conhecimento espontâneo.

Freitas (2001), discorrendo sobre o trabalho de Góes (1997), afirma que o conhecimento é socialmente constituído. Dessa forma, um dos principais aspectos da abordagem de ensino-aprendizagem está nas diferenças entre professor e aluno, relacionadas aos conhecimentos dominados e aos modos de elaboração conceitual.

O professor se ocupa da mediação pedagógica por meio tanto da palavra quanto do uso de ferramentas de ensino na concepção de instrumentos mediadores. A mediação promovida pelo professor poderá ser a referência para que o aluno estabeleça “reflexões” entre a tarefa e o conceito. “A mediação é um processo essencial para tornar possível atividades psicológicas voluntárias, intencionais, controladas pelo próprio

indivíduo” (OLIVEIRA, 1997, p. 33). Porém, o professor deve ter conhecimento do que os alunos sabem para que o uso desses instrumentos proporcionem tais reflexões. O registro do Diário de Campo de 26/10/14 aponta que não houve instruções prévias sobre como utilizar o “papel quadriculado”, fato que facilitaria a visualização da figura estudada.

Nesse episódio o fato de o aluno não conhecer o instrumento (papel quadriculado) deixa uma marca importante. Aponta a importância de o professor considerar o domínio (ou não) do uso de instrumentos pelos alunos. O instrumento poderá assumir a função mediadora (instrumento técnico-semiótico) se, durante o uso, o procedimento de utilização do instrumento for deixado de lado, colocando a própria tarefa em evidência.

Passarei agora ao próximo episódio. Ele destaca o conhecimento espontâneo emergindo na sala de aula.

5.3 Como teu pai te ensinou? Dialogando sobre o cálculo de áreas

Este episódio contempla situações nas quais um dos alunos apresenta seu desenvolvimento acontecendo dentro e fora do contexto escolar. Os diálogos entre mim e o estudante ocorreram durante a realização das tarefas 1 e 2.

Contexto: turma “A” durante etapa de discussão em grupos – tarefa 1 (Comparação de áreas), no dia 22/10/2015 (audiogravação).

T 44 P: – *A forma maior que teve foi da figura 4 com 20,8cm e a menor que teve foi da figura 5 com 12,1cm.* [leitura do relatório do grupo]

[...]

T 45 P: – *Quando vocês pegaram essas figuras, pegaram a largura pela altura e você calculou a área. Por que vocês pensaram isso?*

T 46 Eduardo: – *Veio na cabeça, dona. Eu já fiz isso uma vez.*

T 47 P: – *Você já estudou com seu pai? Seu pai estava fazendo algum curso?*

- T 48 Eduardo: – *Não, não. Ele já fez isso daí, dona.*
- T 49 P: – *Seu pai já fez cálculo de área?*
- T 50 Eduardo: – *Quando ele era jovem trabalhou com isso.*
- T 51 Marcelo: – *Quando era jovem [risos]. Ele é velho agora?*
- T 52 P: – *Você lembra o que estava calculando com seu pai?*
- T 53 Eduardo: – *Eu lembrava, acho que era multiplicar ou somar a largura com a altura. Aí, eu fiz, eu somei.*
- T 54 P: – *Quando você fez com seu pai, que figura era?*
- T 55 Eduardo: – *Era um quadrado.*
- T 56 P: – *Então você fez a largura vezes a altura para calcular a área do quadrado? Então falasse [estava me referindo a escrita do relatório].*
- T 57 Eduardo: – *Dona, eu falei.*
- T 58 P: – *Deixa eu pensar uma coisa. Posso? [Essa pergunta indica que eu queria escrever na folha atividade do aluno]. Nessa figura 1, essa é a altura do triângulo, se a gente fizer do jeito que você falou do seu pai, a largura vezes a altura. Estou desenhando na sua folha. Quando você faz a largura vezes a altura, esse retângulo que o triângulo está dentro, também a largura vezes a altura, a medida dos lados é a mesma, o resultado é o mesmo, mas a área é a mesma?*
- [Silêncio de alguns segundos]
- T 59 P: – *Aquele cálculo que você fez com seu pai calcula a área desse retângulo, mas como será que tem que fazer para calcular a área do triângulo?*
- T 60 Eduardo: – *Se eu lembrar, multiplica... era um quadrado que fiz com ele.*

[Professora solicita silêncio da turma]

T 61 P: – *Quando você fez com seu pai, você calculou a área do quadrado, e do retângulo consegue fazer. Mas, quando eu te mostrei este desenho, não deu, né?*
[Estava me referindo a área do triângulo]. *Então, Eduardo, ao invés de calcular, você pode comparar, ou comparar um dos lados. [...] A área do retângulo você sabe. Você pode observar essa figura de outra forma que você possa comparar a área do retângulo. O que você acha do que eu estou falando?*

T 62 Eduardo: – *Oi?*

T 63 P: – *Você entendeu o que estou falando?*

T 64 Marcelo: – *Nada!* [risos]

T 65 P: – *O que você pensa?*

T 66 Eduardo: – *Estou vendo aqui o triângulo, para ver o tanto que do quadrado ocupa.*

T 67 P: – *Ah! Isso mesmo, a ideia é essa. Se você pegar o retângulo e jogar essa parte [indicando metade do triângulo da figura 1] para cá, você consegue calcular a área do triângulo.*

Nesse contexto, Eduardo demonstra que aceitou o convite de participar de um “cenário investigativo”³⁵, ele fez tentativas, fez relações de situações vivenciadas em outros contextos para criar estratégias de resolução do problema. Mas podemos perceber que seus colegas de equipe não participaram da discussão, não se envolveram com a questão e ainda procuraram desviar o assunto. No turno 51 – “*Quando era jovem [risos]. Ele é velho agora?*” – Marcelo está alheio à discussão, provavelmente não compreendeu a proposta apresentada por Eduardo, e ambos não conseguiram estabelecer uma relação dialógica. Penso que, nesse momento, minha abordagem com os alunos, sendo problematizadora, abriria oportunidades de diálogo entre os membros

³⁵ O termo cenário investigativo é apresentado por Skovsmose e consta do referencial teórico.

do grupo. Então, ignoro a colocação de Marcelo, acreditando que, naquela circunstância, um comentário do professor sobre isso seria interpretado como palavras sem significado, sem vínculo com a realidade do aluno. Seria, segundo Freire (2014), apenas “blá, blá, blá”.

Mas, fazendo uma autorreflexão, questiono-me se, ao ignorá-lo, não tenho uma atitude acolhedora, evitando colocá-lo na discussão por considerá-lo um aluno indisciplinado, por não acreditar que ele possa contribuir, por ter interesse em produzir dados relevantes para a pesquisa e vê-lo como inadequado para isso. Ainda percebo no turno 64 que Marcelo sente alguma satisfação quando Eduardo também não compreende, finalmente sente que sua dificuldade de compreensão é comum à de seu colega.

Nesse processo de flagrar-me dando “valores” diferentes aos alunos, percebo o quanto são importantes o registro e a análise desses para nós, professores. Percebermos quando estamos subestimando ou discriminando algum aluno intencionalmente, ou não. Durante as leituras de textos acadêmicos, ficamos muito próximos de “situações” ideais do aluno, do professor, da turma, da cultura, das relações sociais, das mediações do professor, da gestão escolar. Em uma determinada situação podemos nos deparar com condições ideais de aprendizagem tornando-se reais. Porém, professores e alunos são pessoas reais que, mergulhadas em diversos contextos — nos quais assumem posições de aluno(a), filho(a), namorado(a), estudante, esportista, artista, adolescente, amigo(a), pai/mãe, marido/esposa, trabalhador(a), religioso(a), etc. —, levam para a sala de aula seus sentimentos, suas realizações ou suas frustrações, e, durante a convivência, estabelecem o modo de relacionar-se adequado ao ambiente escolarizado, desumanizado algumas vezes, repleto de interesses adjacentes³⁶.

Para o professor, podemos dizer que tais interesses são: o cumprimento do planejamento escolar, a criação de estratégias para que os alunos consigam bom desempenho nas avaliações externas e a entrega dos conceitos no prazo solicitado. Para o aluno, a escola envolve: conseguir notas para “passar de ano”, ingressar no cursinho (inglês, informática, etc.), manter as relações de amizade, conquistar um(a) namorado(a) e ter uma boa imagem nas redes sociais. As diversas facetas que usamos e a dinâmica

³⁶ Adjacente, neste contexto, significa próximo, vizinho, situado nas imediações (MICHAELIS, 2009).

estabelecida na atualidade pelas mídias ocupam nosso tempo, de modo que poucas vezes criamos “espaços” de reflexão coletiva ou autorreflexão. Isso seria uma boa oportunidade para percebermos nossa própria incompletude e avançarmos no desenvolvimento das estratégias de ensino-aprendizagem, com mediações mais eficientes que sejam significativas aos alunos (in)capazes, (in)disciplinados.

Nas mediações entre mim e Eduardo percebi uma oportunidade de relacionar um conhecimento espontâneo, que o aluno havia levado de fora do contexto escolar, com um conhecimento científico e, por meio da reflexão e da comunicação, estabelecer a significação desse conhecimento. Pude perceber como a vivência cotidiana, fora do espaço escolar, repercute na apropriação do conhecimento escolar e como esse, por sua vez, possibilita novas relações do aluno em outras instâncias sociais.

Na tentativa de compreensão da estratégia elaborada por Eduardo, pergunto “*por que vocês pensaram isso?*” (turno 45). O aluno primeiramente apresenta como se fosse um processo espontâneo, afirmando que “*veio na cabeça*”, e ancora em uma experiência vivida ao afirmar “*eu já fiz isso uma vez*”. Pressupus que esse conhecimento poderia estar relacionado com o estudo de seus pais, pois fui professora de sua mãe no EJA em 2012 e tinha conhecimento que seu pai também foi aluno desse curso anteriormente (turno 47), sendo que ambos se mostram muito interessados pelo estudo do filho. Procurei nomear (turnos 48 e 49), chamando de “*cálculo de área*” o que o aluno comentara que havia feito. No turno 52, com o questionamento “*Você lembra o que estava calculando com seu pai?*” auxiliei o aluno no processo de memorização. Apesar de o aluno ter feito o cálculo de área com seu pai, seu conceito sobre área não estava formado, conforme Eduardo apresenta no turno 53, quando recordava o cálculo de área que fez com seu pai. A partir do dizer do aluno, perguntei:³⁷ “*Então, você fez a largura vezes a altura para calcular a área do quadrado?*”.

Nos turnos 53 e 56, o Eduardo falou que somou os lados, como constava em seu relatório. A partir dessa “fala”, apresentei o conceito de área pela multiplicação. Esse diálogo ocorreu durante a discussão nos grupos. Os alunos estavam conversando alto, a sala de aula estava barulhenta. Continuei a mediação, apontando a “multiplicação”

³⁷ Sugiro a alteração para favorecer a fluidez textual.

como alternativa para o cálculo de área para quadrado ou retângulo. Não percebi que o cálculo de área, por meio da multiplicação, ainda não tinha significado para ele. Eduardo também não percebeu esse equívoco. Isso é visível nos turnos 56 e 57, quando digo que ele deveria ter escrito que multiplicou: “*Então você fez a largura vezes a altura para calcular a área do quadrado? Então falasse*”. Eduardo está ressignificando o conceito de área quando afirma: “*Dona, eu falei*”.

Esta mediação desencadeou a mediação seguinte, que fez Eduardo perceber, turnos 58, 59 e 61. Problematizei para que Eduardo percebesse que o triângulo tem a metade da área do retângulo. Ao dizer “*a largura vezes a altura, a medida do lado é a mesma, o resultado é o mesmo, mas a área é a mesma?*” e continuar a problematização — “*Como será que tem que fazer para calcular a área do triângulo?*” —, pretendi colocar o aluno em reflexão, pois concordo com Galvão (2013, p. 176,) quando afirma que “enquanto professores, precisamos estar engajados em ajudar nossos alunos a construir entendimentos acerca da Matemática, ouvindo o que eles têm a nos dizer e questionando-os quando necessário”.

Ainda podemos pensar sobre a dificuldade do aluno em expressar seu pensamento. Segundo Alrø e Skovsmose (2006, p. 70 apud Galvão, 2014, p. 117),

talvez seja difícil para o aluno expressar sua ideia matematicamente, ou, em geral, expressar a perspectiva que ele quer estabelecer para o problema. O professor pode atuar como um facilitador ao fazer perguntas com uma postura investigativa, tentando conhecer a forma com que o aluno interpreta o problema. Quando o aluno torna-se apto a expressar-se em sua própria perspectiva, então ela pode ser reconhecida em termos matemáticos, não somente para o professor, mas também pelo aluno.

Essa reflexão coloca o professor em um papel importante no processo de ensino-aprendizagem, e a análise pode ajudá-lo a perceber os modos de mediação que mostram um caminho na elaboração conceitual.

Para poder continuar a mediação, “provoquei” o aluno a se comunicar comigo (turnos 63 e 65). Isso fez com que Eduardo colocasse nas palavras “*Estou vendo aqui o triângulo, para ver o tanto que do quadrado ocupa*” que estava percebendo a

possibilidade do cálculo de área pela decomposição da figura (triângulo inscrito no retângulo).

A percepção que ele teve nesse momento poderia ser utilizada para as outras figuras. Mas ele conseguiria ir adiante sozinho? A aula estava acabando e decidi mostrar, pela mediação (turno 67), as formas geométricas congruentes (triângulos). Assim, Eduardo poderia avançar nas comparações com as outras figuras também.

Percebi que ele estava tentando colocar a figura inscrita em um retângulo. Com isso, pude intervir por meio de perguntas, assim ele teria algumas dicas para perceber que os triângulos ocupavam metade da área que ele registrou.

Eduardo ausentou-se por um dia, devido a uma inflamação na garganta, retornando apenas na etapa de socialização. Ele e um colega foram apresentar suas argumentações, o colega leu o relatório e o Eduardo desenhou na lousa a figura 1, inscrita em um retângulo, com um segmento dividindo a figura ao meio. Naquele momento, Eduardo estava “sem voz” e tentava explicar para o colega suas conclusões, mas não teve êxito. Percebi que os integrantes da equipe não discutiram a tarefa, ainda não estava estabelecida uma cultura social participativa.

Usei esse momento para intervir, apresentando para a turma a discussão que tive com o Eduardo, como consta no diálogo a seguir.

Contexto: turma “A”, durante a socialização da tarefa 1(Comparação de áreas), no dia 22/10/2015 (audiogravação).

T 68 P: – *No dia da aula, ele me mostrou que calculou todas as áreas fazendo a medida da largura pela altura. Conversando, ele disse isso, que ele tinha estudado com o pai, que quando ia fazer as áreas dos quadrados e dos retângulos, que ele estava estudando junto ao pai. Eles multiplicavam [faço o desenho de quadrado e retângulo] a medida de um lado vezes a medida do outro, a medida da base vezes a medida da altura [com gesto mostro a base e a altura, enquanto falo]. Então, ele pegou um triângulo e fez a medida da base vezes a medida da altura. Depois, a gente desenhou um retângulo por fora do triângulo [o desenho estava na lousa, e indico passando por cima da figura], e a gente viu*

que, se fizesse a base vezes a altura, a área seria a mesma. Ele viu que essa daqui é igual a essa [mostro triângulos 1 e 2 da figura abaixo], e essa é igual a essa [mostro triângulos 1 e 2 da figura abaixo]. Chegou a alguma conclusão? [ele fala para mim e indica metade da base e a altura depois].

T 69 P: – *Ele poderia fazer essa metade vezes a altura. Fazer a base vezes a altura, só que tirar metade, porque essa parte é igual a essa, e essa é igual a essa [refiro-me a $1=2$ e $3=4$]. Entenderam? Ele fez isso apenas na primeira figura, depois ficou doente, faltou e não conseguiu continuar a atividade com os colegas.*

Apesar da intencionalidade que tive em dar “voz” ao aluno, a cultura social da turma, além da “afonia” do aluno, não favoreceu as reflexões estabelecidas, não permitiu eles mesmos apresentassem suas observações e suas reflexões. Assim, procurei recontar para a turma, o modo como Eduardo estava podendo visualizar a figura decomposta a partir das mediações introduzidas pelo conhecimento espontâneo, estabelecido em sua relação com o pai. Ao concluir que a área do triângulo poderia ser calculada pela multiplicação da base pela altura, retirando metade da área do retângulo, ele está em direção à compreensão do cálculo de área de um triângulo pela fórmula matemática, porém construindo o significado da divisão que consta na fórmula matemática.

Sobre o ensino de medidas, concordo com Bagne (2012, p. 115):

O fato, no entanto, é comumente as questões de medida, ainda hoje, são trabalhadas na escola de maneira mecanizada, recheada de “modelos” que atendem exclusivamente as conversões de unidades, afastando tanto aluno quanto professor de possíveis questionamentos referentes à diversidade de assuntos que podem ser abordados, bem como da aproximação dos conhecimentos matemáticos à vida do aluno. Numa perspectiva vigotskiana, é fundamental que o trabalho com conceitos científicos esteja articulado com os conhecimentos que os alunos trazem de suas práticas sociais não escolarizadas, ou seja, os conceitos espontâneos.

Assim, acredito que o papel do professor no movimento de auxiliar o aluno na memorização de um procedimento deve ser o de estabelecer ações mediatizadas que promovam compreensão.

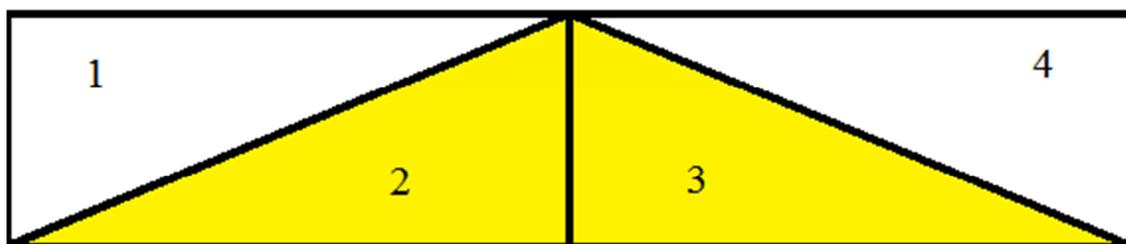
Associando o conhecimento espontâneo de Eduardo, recontando suas conclusões, procurei estabelecer significado ao conceito de área. Após todas as socializações, fiz um fechamento, comentando algumas resoluções e dando destaque ao procedimento utilizado por Eduardo, como apresento a seguir.

Contexto: turma “A” durante etapa encerramento da socialização da tarefa 1 (Comparação de áreas), no dia 23/10/2015 (videogravação).

T 70 P: – [...] *O Eduardo infelizmente não conseguiu concluir. [...] O que ele fez está mostrando, que este triângulo pintado de amarelo é igual a este.* [Eu pinto a figura que já estava na lousa, representando a figura abaixo, acrescentando a numeração de 1 a 4 nos triângulos para facilitar a compreensão do diálogo]

T 71 P: – *Então, a área, essa medida [mostro a base] vezes essa [mostro a altura] sai a área do retângulo. Mas aqui [mostro metade da figura, triângulos 1 e 2] não é metade do que está pintado? E aqui [mostro o triângulo 3 e 4] não é metade que está pintado? Então, a área do triângulo tem que retirar metade.*

Figura 13 - Representação do registo de Eduardo na lousa



Fonte: arquivo da pesquisadora.

No turno 71, procuro “mostrar” que a figura está decomposta em triângulos congruentes. Utilizo a figura que Eduardo deixou na lousa como um “instrumento” e

pelas palavras, chamadas de “instrumento psicológico”, tenho a possibilidade de conduzir os processos psicológicos responsáveis pela memorização.

Durante a tarefa 2, os alunos poderiam utilizar essa estratégia (multiplicação) para apresentá-la na socialização, porém isto não aconteceu. Procurei, pela mediação, que Eduardo resgatasse a discussão ocorrida em aula anterior, como descrevo pelo diálogo a seguir.

Contexto: turma “A” durante etapa de socialização em grupos da tarefa 2, no dia 30/10/2015 (videogravação):

T 79 P :– *Esse retângulo “A1” tem um lado de 11,2 por 1,2.*

T 80 Eduardo: – *Aqui, esse risquinho representa esse comprimento. Cortei mais um desse e sobrou 3cm.*

T 81 P:– *Você lembra que na outra aula você mostrou como você aprendeu a calcular área com seu pai?*

T 82 Eduardo:– *Hã hã.*

T 83 P :– *Não era área de retângulo?*

T 84 Eduardo:– *Era.*

T 85 P:– *Você não pode usar aquilo aqui, agora?*

T 86 Eduardo:– *Eu usei, dona.*

T 87 P :– *Como? Não entendi.*

T 88 Eduardo: – *Como era para saber qual era o menor e o maior eu não multipliquei, eu só fiz isso daqui. 1,2 de altura e comprimento 4,6, que é esse daqui [Eduardo mostra a figura na lousa]. Depois eu cortei aqui [mostra a*

posição que corta a figura] e coloquei aqui [faz a sobreposição das figuras], aí já deu e sobrou altura. É do mesmo tamanho desse e sobrou 3cm.

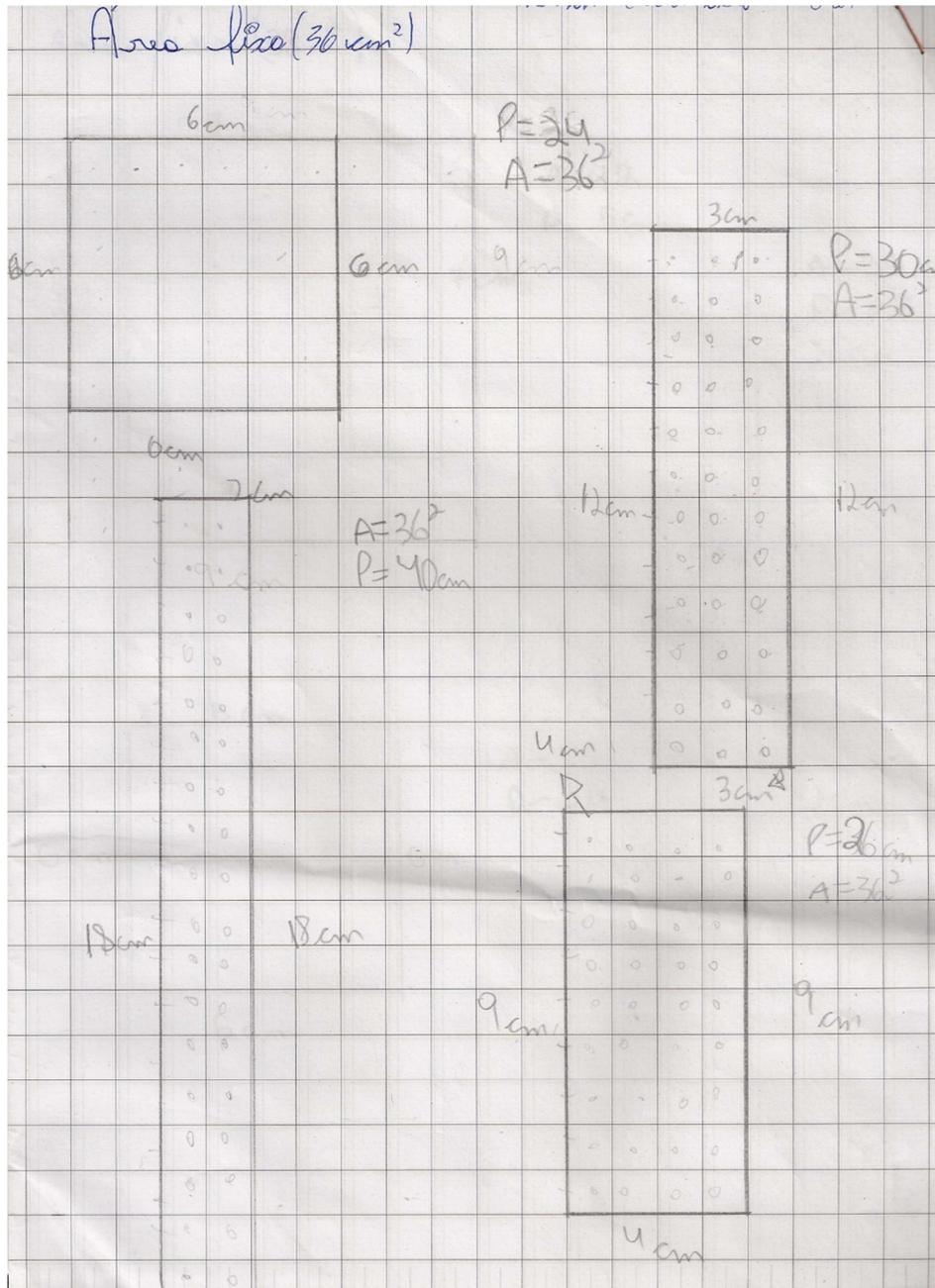
Nesse diálogo, Eduardo mostrou que não seria necessário efetuar cálculos — como visto na fala “*eu não multipliquei*” (turno 88) — para responder à questão bastava comparar as figuras entre si: “*Como era para saber qual era o menor e o maior eu só fiz isso*”. Durante a socialização, Eduardo indicou que fez a sobreposição de figuras, ele recortou uma figura e colou sobre a outra para efetuar a comparação.

Coloquei questões, turnos 81, 83, 85 e 87, para que pudesse apresentar a área pela multiplicação. É uma tentativa de expor a discussão ocorrida anteriormente pela voz do aluno. Em sua justificativa ele afirmou que não multiplicou e reapresentou a sobreposição das figuras. Mas equivocadamente compreendi que ele multiplicou, de modo que não compreendo o que estava dizendo.

Compreendo que, como professora, posso abrir espaço para o aluno colocar o conhecimento que carrega da vivência em outras esferas que não a escolar. Quando esse conhecimento se apresenta durante a aula, posso acolhê-lo para transformar, redimensionar essa experiência, complexificando os modos de pensar. Nos turnos 81, 83 e 85, procurei estabelecer uma relação entre o cálculo de área que Eduardo fizera com o pai e a tarefa, mas Eduardo ainda não compreendia esse conceito.

Eduardo poderia novamente usar a multiplicação para o cálculo de área na atividade 2 e 5, porém a atividade dele e de seu colega não apresentou registro de cálculos. Cada quadrado do papel quadriculado tinha uma marcação, provavelmente os quadrados foram contados um a um, como mostra a próxima figura.

Figura 14 - Relatório de Eduardo sobre a tarefa 5



Fonte: Arquivo da pesquisadora

Na socialização dessa atividade, vários alunos fizeram registro na lousa, e Eduardo estava entre eles. Como algumas anotações das unidades estão erradas, fiz uma explicação, como segue abaixo:

Contexto: Turma “A”, encerramento da socialização da tarefa 5, 19/11/2015 (videogravação).

T 89 P: – *A medida do lado está certinho, está representando 7cm.*

[...]

T 90 P: – *Então, aquele quadrado é uma unidade de área. Quando eu pego a régua para medir o lado, é uma unidade linear. E aqui, cada quadradinho é uma unidade de área. Vocês fizeram uma atividade ontem que tinha um quadradinho maior. Então, tenho uma unidade de área que pode ser o cm^2 [faço gesto com o dedo indicando 1cm], pode ser o m^2 [abro as mãos mostrando um espaço maior], pode ser um quadradinho de outro tamanho, pode ser um triângulo. Porque a área é comparação mesmo. Eu comparo com determinada unidade. Quando estou trabalhando desse jeito aqui [mostra o retângulo na lousa], a gente usou o quadriculado. A gente usou o cm^2 . Então, esse quadradinho aqui [desenho um quadrado na lousa] representa uma unidade de área. Na sua folha é um quadradinho que tem um centímetro por um centímetro. A área desse quadradinho é um centímetro quadrado. Aqui ele tem uma área de 7 vezes 5, 35 centímetros quadrados e o perímetro é a medida do contorno, que é 24 centímetros.*

Considerando que os alunos estão na ZDP, é necessária a mediação do professor, mostrando, apontando como se faz. Nesse caso, a mediação é necessária para que no futuro o aluno consiga utilizar as unidades de comprimento e área adequadamente.

O ato de falar e usar os gestos indicativos, pode ser interpretado pelo aluno e compor a relação. Segundo Smolka (2010, p.113), “o movimento, afetado pela interpretação do outro, converte-se em meio na relação”. O movimento, o gesto, a interpretação ou a indicação são carregados de significado.

Em decorrência das tarefas, mantenho a prática de refletir diante dos acontecimentos da aula e estabelecer relações com a teoria que estudava naquele momento. Segue abaixo uma reflexão sobre as mediações que abordaram o conhecimento que Eduardo adquiriu na releção entre ele e seu pai.

Diário de Campo, 22/10/2014.

Na conversa com ele, pensei em alguns trechos do livro de Paulo Freire, que colocaram a importância de dar voz ao aluno. O fato de ele apresentar o estudo que fez com seu pai, e a importância de nos aproximarmos da realidade do aluno. Outro estudo [...] aparece no fato de ele ter um conhecimento que se origina na interação dele com o pai, e outro que se modifica na relação com a professora e os colegas.

Destaco as relações sociais que resultam em uma relação sujeito-conhecimento-sujeito. Ainda em processo de elaboração, Eduardo tem seu conhecimento ressignificado pela mediação com o pai, pela palavra, talvez por atividades do cotidiano (mediatizadas) que viveram juntos. Ele continua ressignificando nas mediações com os colegas de turma e comigo. Nesse processo, a elaboração conceitual se mostra em movimento, em desenvolvimento. Segundo Santos (2015, p. 40),

o processo de elaboração conceitual é dinâmico e articulado, não se esgota quando uma generalização é elaborada ou quando um conceito científico é desenvolvido. Isso porque, ao se deparar com uma nova problemática, conceitos científicos fazem com que conceitos espontâneos sejam desenvolvidos e utilizados para que outros conceitos científicos sejam desenvolvidos e/ou (re)significados.

Os conceitos espontâneos, sendo ressignificados podem contribuir no desenvolvimento de outros conceitos. Ao observar o movimento de Eduardo elaborando um conceito apresentado na relação com seu pai, penso em tantos outros que não pude perceber. Assim, meu ponto de vista se aproxima da percepção de Galvão (2014, p. 166):

O momento da análise dos dados produzidos revelou-se a mim surpreendente. No calor do momento, em meio a agitação da sala de aula, não me dei conta de fatos essenciais como: o quão rica foi a fala de um aluno, quão significativo foi um registro escrito; que poderia ter feito uma mediação diferente; que poderia ter dado mais ou menos ênfase a determinadas ideias; o quanto fui insistente; o quanto fui superficial; que só compreendi realmente a ideia do aluno no momento da análise. Mas creio que esse exercício de análise tem essa potencialidade, ao analisar, refletimos sobre algo e, posteriormente, temos a oportunidade de mudança de postura e, desse modo, temos

embasamento para cobrar mais ou menos do aluno, pois percebemos suas potencialidades ou dificuldades.

A análise desses dados me fez perceber que muitas vezes aluno e professor estão envolvidos por interesses diferentes. Esse fator ocasiona interpretações diferentes de uma mesma mediação.

5.4 A aldeia indígena: um problema investigativo

Esta tarefa estuda a viabilidade (ou não) da compra em conjunto de uma tela para cercar dois terrenos de mesma área. É considerada um problema de investigação, pois sua questão permite diversas respostas e interpretações. A interpretação da situação-problema foi discutida de modos diferentes nas duas turmas, o que gerou distintas discussões na introdução da tarefa. Essa tarefa é uma proposta do grupo “Novos Programas de Matemática do Ensino Básico” (NPMEB)³⁸ para o ensino de áreas e perímetros de alunos de 5º ano, ano letivo 2008 e 2009. A proposta concebe que os alunos poderiam realizar as comparações usando a malha quadriculada maior ou menor e observar o perímetro pelo quadrado como unidade ou ainda calcular em metros ou quilômetros.

Para realizar esta tarefa, os alunos foram organizados em duplas e receberam uma folha de atividade com a seguinte situação-problema:

³⁸ Este grupo tem encontros na sede da Associação de Professores de Portugal. Os autores são professores das turmas piloto do 5º ano de escolaridade.

5.4.1 Tarefa 6 – Aldeias indígenas

Figura 15 - Tarefa 6 original

Nasceu a aldeia “Amabran”

Conforme descobriste na tarefa “terrenos nas aldeias”, as duas aldeias vizinhas passaram a pertencer a quatro famílias como mostra a figura:

Aldeia Amabran

Lê com atenção o diálogo entre os dois proprietários:

Moura: Caro Alves, vou vedar meu terreno para proteger dos ventos.

Alves: Também estou a pensar fazer o mesmo.

Moura: Como os nossos terrenos tem a mesma área, então poderíamos comprar a rede em conjunto e depois dividiríamos a despesa ao meio. O que achas?

Alves: Deixa-me pensar! Vou falar com minha esposa e depois dou-te uma resposta.

Moura: Preciso que tome uma decisão já! Pois vou comprar a rede agora mesmo!

Que decisão deve o senhor Alves tomar? (Justifica a tua resposta)

Fonte: APM (2008, p. 9).

Os alunos escreveram os relatórios em folha de monobloco. Utilizaram várias cópias para fazer esquemas de estratégia de resolução do problema. Seguem alguns diálogos para análise, com foco nas mediações que foram significativas nesse processo de ensino-aprendizagem para que o aluno pudesse elaborar sua estratégia de resolução da tarefa. Como o estudo é sobre o processo de forma ampla, apresentarei, em um

primeiro momento, os diálogos realizados durante as discussões em grupo, havendo nelas a primeira intervenção direta que fiz. Na sequência, apresentarei a segunda intermediação que realizei nas duplas, e finalizo com as “apresentações” feitas durante a socialização, que condensam a forma como essas mediações interferiram na ressignificação do aluno.

Contexto: Turma “B”, discussão em grupos da Tarefa 6 (Aldeias indígenas), no dia 24/11/15 (audiogravação):

T 91 Alice: – *É certeza que o Moura e o Alves têm a mesma área? É certeza isso? Eu fui contar os quadrados para ver se era. Mas eu não entendi se ele vai comprar a rede em conjunto.*

T 92 P: – [observando o relatório] *Mas, esta linha está torta.*

T 93 Alice: – *É, está torto.*

T 94 P: – *Então, aqui forma um [quadrado] e aqui também. Não está dando certo porque suas linhas estão tortas.*

T 95 Alice: – *Hum, hum!* [concordando]

T 96 P: – *Quantos quadrados tem nesse [Moura] e no do Alves?*

T 97 Alice: – *Oito.*

T 98 P: – *Nesse também?*

T 99 Alice: – *É!*

T 100 P: – [...]

T 101 Alice: – *Aqui deu metade cada um. Então vai dar um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito. E aqui tem nove. Peraí, um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito!*

T 102 P: – *O que você queria saber, Alice?*

T 103 Alice: – *Agora eu não sei. Esse negócio de rede.*

T 104 P: – *Eles querem comprar uma rede para fechar o terreno.*

T 105 Alice: – *A gente vai ter que calcular esse daqui de um quilômetro?*

T 106 P: – *Não. [...] Leia a questão de novo.*

T 107 Alice: – [leitura da questão em voz alta]

T 108 P: – *O que você achou?*

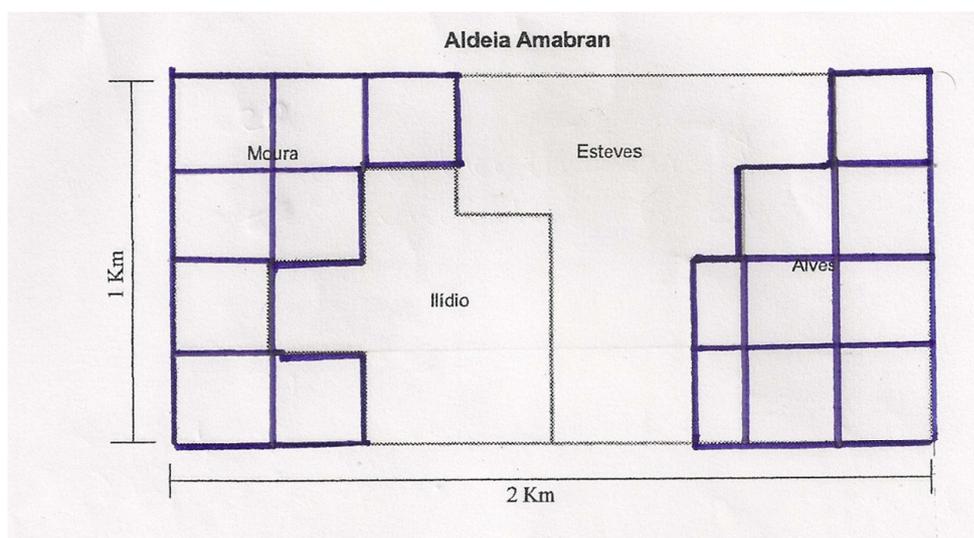
- T 109 Alice: – *Já que o terreno dele é a mesma área do Alves, eles querem comprar uma rede em conjunto e dividir a despesa ao meio. Metade para cada um.*
- T 110 P: – *Essa rede serve para fazer o que?*
- T 111 Alice: – *Vedar dos ventos.*
- T 112 P: – *Então, com esse jeito que você está fazendo com as mãos, você quer dizer que eles vão fazer como se fosse uma cerca?*
- T 113 Alice: – *Isso.*
- T 114 P: – *E os dois terrenos sendo do mesmo tamanho, a cerca vai ser do mesmo tamanho?*
- T 115 Alice: – *Provavelmente sim.*
- T 116 P: – [...]
- T 117 Alice: – *Se eles têm a mesma área.*
- T 118 P: – *Então você confirmou que eles têm a mesma área. E o tamanho da cerca, vai ser o mesmo? Se for o mesmo eles vão ter a despesa igual, porque está propondo dividir a despesa ao meio.*
- T 119 Alice: – *Mas quando você tem a área igual, não quer dizer que o tamanho é o mesmo?*
- T 120 Vanessa: – *Não.*
- T 121 P: – *O que você acha, Vanessa?*
- T 123 Vanessa: – *Ah, dona. Se as áreas são iguais.*
- T 124 P: – *A área é igual, agora ele está querendo fazer a cerca.*
- T 125 Alice: – *Então é o perímetro.*
- T 126 P: – *É, é o perímetro.*
- T 127 Alice: – *Então, não é igual.*
- T 128 Vanessa: – *Não, não é, dona. Acho que não é.*
- T 129 P: – *Vai dar 12 [...] não sei.*

Na introdução da tarefa foi realizada uma discussão para indicar que “vedar” terreno significava “cercá-lo”. Percebi que seria importante fazer uma apresentação da questão mais detalhada, pois o enunciado do exercício colocava o termo “vedar” para “proteger do vento”.

Quanto à tarefa selecionada, seria investigativa? Durante o planejamento, considerei que essa questão teria apenas uma resposta correta, mas poderia apresentar diferentes estratégias para concluir que o Sr. Alves não deveria aceitar a proposta do Sr. Moura. Os alunos me surpreenderam com propostas diferentes para resolver a tarefa. Para isso, foi necessário que ocorressem mediações que dessem condições para o aluno compreender a tarefa. Neste episódio, apresento alguns diálogos que mostram o processo de construção das estratégias que os alunos elaboraram para resolver o problema.

O diálogo, turnos 91 a 113, ocorrido durante as discussões nos grupos, é uma continuidade da “introdução da tarefa”. As alunas apontaram suas dúvidas. Para compreenderem a situação proposta pela tarefa, apesar da informação explícita no enunciado — “Como os nossos terrenos tem a mesma área, então poderíamos comprar a rede em conjunto e depois dividiríamos a despesa ao meio” —, os alunos sentiram necessidade de confirmar esta informação. Para isso, quadricularam a figura, pois o pensamento por complexo estabelece relações entre fatos. Como Alice e Vanessa quadricularam a figura com traços não paralelos aos lados, não conseguiram perceber quando a figura tinha apenas metade do quadrado, considerado unidade de área. Após apontar esse erro no traçado do papel, turnos 92 e 94, as alunas conseguiram quadricular corretamente a figura, como apresentado a seguir.

Figura 16 - Relatório de Alice e Vanessa sobre a tarefa 6



Fonte: arquivo da pesquisadora.

Pelo turno 101, podemos ter uma evidência que essa nova composição da figura, consequente da intermediação citada, possibilitou que a aluna percebesse que as áreas dos dois terrenos são iguais. Nessa etapa do desenvolvimento, as alunas estavam no “pensamento por complexos”. Muitas vezes, o significado das palavras se entrelaçava com o mesmo significado do que eu dizia em outros momentos. É preciso problematizar — turnos 102, 107 e 110 —, deixar que o próprio aluno elabore como elucidar sua dúvida para que consiga estabelecer relações entre seu conhecimento e a estratégia que está tentando configurar.

Mas a mediação que direcionou a compreensão sobre as áreas iguais, com perímetros diferentes, ocorreu? Essa mediação aconteceu no momento em que as alunas relacionam o conhecimento científico com a situação de uma tarefa, com referência na semi-realidade³⁹, no turno 125, associando o tamanho da cerca ao perímetro. Essa conclusão é referente a um processo de mediação, elas mostraram nos turnos 115, 117, 119 e 123 que estavam reorganizando o pensamento, característica do pensamento por complexos. Essa reorganização foi desencadeada pelo questionamento, turno 114 e 121, no qual elas aceitaram responder em uma ação ativa e responsiva, participando do processo de elaboração conceitual, que, tendo em vista o turno 129, ainda estava em processo de desenvolvimento.

A intervenção foi necessária em outras duplas para compreensão do problema, como a situação apresentada a seguir.

Contexto: Turma “B”, discussão em grupos, Tarefa 6 (Aldeias indígenas), 24/11/15 (audiogravação).

T 130 P: — *Vocês quadricularam a folha de vocês. O que entenderam dessa atividade?*

T 131 Luis: — *Que não tem a mesma área.*

T 132 P: — *Que não tem a mesma área? Qual é a área desse terreno?*

T 133 Luis: — *Oito.*

T 134 P: — *E desse?*

³⁹ Verificar Skovsmose (2000), citado no capítulo três.

- T 135 Luis: – *Sete e meio*
- T 136 P: – [...]
- T 137 Luis: – *1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 mais duas metades.*
- T 138 P: – *Sete mais duas metades.*
- T 139 Luis: – *Vai dar oito.*
- T 140 P: – *Oito. [...] Eles têm a mesma área, o que eles estão querendo fazer mesmo, Luis? Qual é a questão do problema?* [silêncio] *Leia em voz alta a questão.*
[Luis lê a questão]
- T 141 P: – *Então, eles estão querendo fazer o quê?*
- T 142 Roberto: – *Vender a casa e o terreno.* [...]
- T 143 P: – *Mas é isso que ele está falando? Ele pergunta: vamos saber a área do nosso terreno?*
- T 142 Roberto: – *A decisão que Alves tem que tomar?*
- T 143P: – *Qual é a decisão que Alves tem que tomar? Parece-me, que vocês estão indo certo neste caminho de quadricular, mas eu quero que vocês leiam e conversem. Qual é a pergunta dessa questão?*

Ao questionar “*O que entenderam dessa atividade?*”, turno 130, fiz os alunos falarem sobre a tarefa. Segundo Ducrot (1983, p. 103 apud Laplane, 2000 p. 65), “a pergunta não se contenta em oferecer o diálogo, mas o impõe: ela obriga o ouvinte a falar por sua vez”. Luis apresentou o modo como estava construindo seus argumentos para responder a tarefa, turno 131: “*Que não tem a mesma área*”.

Enquanto fazia a pergunta, turno 132, “*Qual é a área desse terreno?*”, Luis precisava lembrar como concluiu que as áreas são diferentes. A área “*oito*”, turno 133, e “*sete mais duas metades*”, turno 137. Repetindo suas palavras, turno 138, fiz Luis perceber que a área também é oito.

Essa dupla não compreendeu o problema, como evidencia o turno 142. Considerei importante afastar-me para que eles conseguissem elaborar suas próprias estratégias e resolver a tarefa. Ao elogiá-los, quanto ao modo de quadricular o diagrama, minimizei o “erro” que cometeram ao considerar “que não tem a mesma área”, turno 131. Eles também resignificaram essa consideração pela mediação, turnos 132, 134, e

138. A proposta é que se envolvam com a compreensão da tarefa, turno 143. Retornei na outra aula (mesma data) para acompanhar como estavam diante da questão.

Contexto: Turma “B”, discussão em grupos, Tarefa 6 (Aldeias indígenas), 24/11/15 (audiogravação).

T 144 P: – *Como foi aqui? Você pode me dizer? O que é esse oito, o que é o seis e meio, Luis?*

T 145 Luis: – [...]

T 146 P: – *Não tem nada para explicar aqui?*

T 147 Luis: – *Eu não sei explicar direito.*

Os alunos ainda não estavam com o modo de pensar organizado, turno 147. Mas, ao considerar que isso é um processo e que este requer um tempo que pode variar de pessoa para pessoa, deixei-lhes outra vez a discutir entre si.

Ainda no processo de elaboração das hipóteses para responder a tarefa, as duplas apresentam outras relações.

Contexto: Turma “B”, discussão em grupos, Tarefa 6 (Aldeias indígenas), 24/11/15 (audiogravação).

T 148 Vanessa: – *Agora, para descobrir área que você quer, vai ter que fazer o maior menos o menor?*

T 149 P: – *A área você já tinha me falado que são iguais.*

T 150 Vanessa: – *O perímetro, quero dizer.*

T 151 P: – *Vocês já tinham até somado o perímetro, tinham medido com a régua. O que você perguntou que eu não entendi?*

T 152 Vanessa: – *Se o perímetro maior vai fazer menos o menor.*

T 153 P: – *Eu não entendi o que você quer saber. Mas eu vou falar sobre a pergunta.*

T 154 Vanessa: – *Tá.*

T 155 P: – *Ele tem que comprar cerca para os dois terrenos. O que ele quer saber? [...] O Moura propôs comprar cerca para os dois terrenos e dividir por dois o preço. Você acha que o Alves deve aceitar isso, ou não? É essa a pergunta.*

- T 156 Alice: – *A gente fez com os quadradinhos, a gente comparou, agora ficou reto. É para ler?*
- T 157 P: – *Não, você pode me explicar.*
- T 158 Alice: – *O Sr. Alves tinha que conversar com a esposa dele, porque ele tinha que medir o tamanho do terreno dele, porque se a área é igual não significa que o tamanho é o mesmo, ou seja, se o tamanho desse menor que do Moura, ele vai pagar uma coisa que não é dele, ele vai pagar uma coisa a mais.*
- T 159 P: – *E sua conclusão é que?*
- T 160 Alice: – *É que ele tem que analisar o tamanho do terreno dele, e se não for.*
- T 161 P: – *É isso que você tem que fazer, Alice.*
- T 162 Alice: – *Eu já analisei, a gente viu que o do Alves é menor que o do Moura, e não será justo cada um pagar a metade. Por que ele vai pagar algo a mais, a dele é menos que a metade.*

Ao iniciarem este diálogo, suas análises e suas conclusões estavam prontas, redigidas. Mas, para elas, o conhecimento não estava estabilizado. Então, no turno 148, Vanessa inicia um diálogo. Sua intenção era confirmar se a nova hipótese que estava passando em seus pensamentos estaria correta. Quanto ao papel do professor, é importante apontar os caminhos para o aluno, mas também é importante que o aluno faça uma reflexão sobre os modos de conduzir suas ações e suas estratégias para resolver as tarefas. Neste caso, considerei que minha mediação seria devolver a questão da tarefa, turnos 153 e 155, para que elas próprias analisassem se a proposta era coerente. No turno 156, quando questionou se “*é para ler?*”, noto que o relatório estava redigido. Nos turnos 158, 160 e 162, percebo que as discussões sobre a questão foram definidas pela dupla, mas Vanessa ainda está elaborando hipóteses, enquanto Alice compreende a questão e argumenta sobre a decisão que Alves deve tomar. Percebi que, nas mediações ocorridas nos grupos, fui movida pela intencionalidade, com o intuito de desenvolver conceitos sobre área e perímetro a partir de questionamentos e articulações, levando-os a um procedimento de análise.

Contexto: Turma “B”, socialização, Tarefa 6 (Aldeias indígenas), 26/11/15 (videogravação).

T 163 Roberto: – *Meu grupo chegou à conclusão que ele deveria aceitar o acordo, mas ao invés dele vedar a área de cada um, vedaria isso tudo e protegeria o terreno dos ventos.*

T 164 P: – *Diferente a resposta deles das outras. Ele acha que deveria fazer uma vedação dos quatro terrenos, é isso?*

T 165 Roberto: – *É.*

T 166 P: – *Por que vocês acham que é mais vantajoso fazer isso?*

T 167 Roberto: – *Porque eu protegeria todos.*

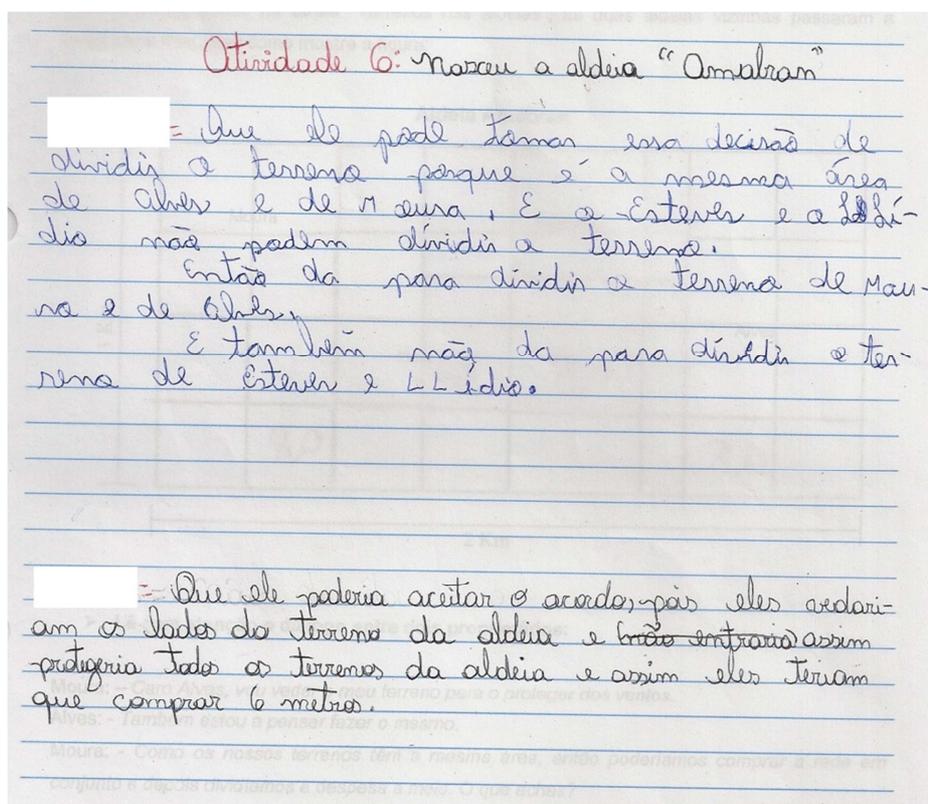
T 168 P: – *E apenas o Alves e o Moura vão pagar?*

T 169 Roberto: – *Todos: o Estevão, o Alves, o Moura e o Ilidio.*

T 170 P: – *Então, o Roberto propôs todos dividirem e fazer um fechamento por fora.*

A discussão iniciada por Roberto, turno 163, mostra uma nova opção de vedar os terrenos. Tal opção não estava dentre as possíveis respostas que concebi que poderiam surgir e foi a maior surpresa. A opção de Roberto e Luis de cercar os quatro terrenos rompe com as respostas idealizadas pelos autores da tarefa e por mim. Mas ambos não conseguiram estabelecer um consenso, pois apresentaram no relatório diferentes interpretações quanto à compreensão da tarefa, como pode-se ver a seguir.

Figura 17 - Relatório de Luis e Roberto da tarefa 6



Luis: – Que ele pode tomar essa decisão de dividir o terreno porque é a mesma área de Alves e Moura. E o Esteves e o Ilídio não podem dividir o terreno.

Roberto: – Que ele poderia aceitar o acordo, pois eles vedariam os lados do terreno da aldeia e assim protegeria todos os terrenos da aldeia e assim eles teriam que comprar 6 metros.

Fonte: arquivo da pesquisadora.

Mesmo que a atividade seja em dupla, e as soluções socializadas, há marcas de posicionamento individual, apontando que os alunos se posicionam de acordo com suas convicções, inclusive demonstram divergência quanto à interpretação do problema. Isso é um indício de que ambos não conseguiram construir argumentos que mudassem a opinião do colega. As considerações de Roberto mostram indícios que ele ressignificou a interpretação, a compreensão sobre o que foi solicitado na tarefa. Luis pode não ter compreendido a questão ou utilizando-se da palavra área quando pretendia se referir à “tela”.

Como estávamos bem no final do ano letivo e tínhamos uma grande sequência de tarefas, os alunos mostraram-se cansados e, algumas vezes, desinteressados. Coube a

mim mostrar-lhes que era importante ouvir a apresentação dos colegas, como indico a seguir.

Contexto: Turma “B”, socialização, Tarefa 6 (Aldeias indígenas), 26/11/15 (videogravação).

T 171 P: – *Espera um pouquinho que tem gente rindo ainda, e eles vão prestar atenção em você.*

Em todas as trocas de duplas que iriam se apresentar, a turma se dispersava com conversas, brincadeiras, indisciplina. Fim de ano, todos cansados. Tinha que manter a atenção dos alunos nas “falas” dos colegas. Como estabelecer a cultura social participativa da turma se os alunos estavam aflitos com as provas de recuperação ou com a possibilidade de avançar para o 8º ano ou não? Cansados de estudar e animados para brincadeiras, começaram a jogar pedacinhos de borracha no cabelo das meninas. Estas, por sua vez, se mostravam indignadas com a situação e exigiam providências da professora. Eu me via irritada com tudo isso, esperava construir bons dados para a pesquisa e não me encontrava com argumentos positivos para reorganizar a participação dos alunos na aula.

Esse desgaste nas relações entre mim e os alunos e entre os próprios alunos emergiu no final da realização da tarefa 6 e “explodiu” durante a realização da tarefa 7, quando precisei parar de acompanhar as discussões dos grupos para observar o comportamento dos alunos que jogavam as borrachinhas e mantinham “ar de deboche” ao serem advertidos verbalmente por isso. Para eles, foi apenas “blá, blá, blá”. Logo chegaram as férias para acalmar os ânimos. Esse contexto dá indícios das condições concretas de realização do trabalho do professor e da pesquisa.

Durante a socialização apresentamos o processo para elaboração da estratégia de resolução da tarefa, como destacado a seguir.

Contexto: Turma “B”, socialização, Tarefa 6 (Aldeias indígenas), 26/11/15 (videogravação).

T 172 Glaucia: – [...] *Antes de a dona ir à mesa com a gente, a gente tinha concluído que o senhor estava errado por causa da área, mas aí a dona falou lá, e a área estava certa.*

T 173 P: – *Primeiro vocês acharam que as áreas eram diferentes, depois a gente viu que no enunciado as áreas eram iguais. Como vocês tiveram certeza que as áreas eram iguais?*

T 174 Glaucia: – *A gente partiu dos quadrados e contou, viu que a quantidade de quadrados era igual. Depois vimos o perímetro dos dois terrenos e pudemos constatar que compensa dividir com o Moura, se o perímetro de um é maior que outro, um vai ficar com um a mais, porque vai colocar e vai sobrar, e o outro vai ficar certo, então compensa. Entendeu?*

T 175 Lucio: – *Não entendi nada.*

T 176 P: – *Depois disso vocês fizeram o que mesmo?*

T 177 Glaucia: – *A gente dividiu o perímetro.*

T 178 P: – *Como vocês dividiram o perímetro?*

T 179 Glaucia: – *A gente contou.*

T 180 P: – *Eram iguais?*

T 181 Glaucia: – *Não.*

T 182 P: – *Quem tinha o perímetro maior?*

T 183 Telma: – *Moura.*

T 184 P: – *Vocês concluíram que valia a pena o Alves aceitar.*

T 185 Glaucia: – *Porque vai dividir, né? Aí ele vai pagar metade do preço. O outro [Moura] vai usar tudo e não vai sobrar nada. O Alves, já não, vai usar e sobrar um pouco ainda.*

T 186 P: – *Então, ela está dizendo que deveria comprar a quantidade igual de tela, e o Alves, guardar a quantidade de tela que sobrou.*

Glaucia iniciou argumentando que suas considerações foram possíveis por conta da mediação ocorrida no processo de discussão nas duplas, pois considerou que compreender que as áreas eram iguais e os perímetros diferentes é relevante na

elaboração de sua estratégia. A proposta apresentada por Glaucia também é diferente das respostas que imaginei sendo apresentadas. Em sua interpretação, a quantidade de rede a ser comprada deve exceder ao perímetro dos terrenos, de modo que cada um, Moura e Alves, receba a mesma quantidade de rede, e Alves guarde a sobra desta, visto que seu perímetro é menor. Considero que essa não é uma resposta adequada devido à rede que sobra, mas também não posso negar que é uma maneira diferente de conceber a questão. Como não construímos argumentos matemáticos para derrubar essa estratégia, mesmo que alguns alunos não a compreendessem, turno 175, ela é válida.

Durante a socialização os alunos apresentaram como conceberam as unidades de medida de área.

Contexto: Turma “B”, socialização, Tarefa 6 (Aldeias indígenas), 26/11/15 (videogravação).

T 187 Patrícia: – *As áreas são as mesmas, mas os perímetros são diferentes, porque o de Moura tem 16cm^2 e o de Alves tem 12cm^2 . Então, [...] Moura vai ficar com mais que Alves. Então, vai ficar faltando ou sobrando para ele, ele deve recusar porque não vai dar certo.*

T 188 P: – *O que você falou que é 12cm^2 ?*

T 189 Alice: – *O perímetro de Alves.*

T 190 Duda: – *Não é 12cm^2 , é 12cm .*

Aluno: – *Não é quadrado.*

T 191 P: – *Ela usou a medida da folha, usando cada centímetro como um, né? Mas ela falou em cm quadrado. Centímetro quadrado é unidade de área ou perímetro? [...] Eu sei, mas quero que vocês falem.*

T 192 Yara: – *Centímetro quadrado é área.*

[...]

T 193 Yara: – *A gente somou as duas áreas para ver quantos metros teriam que comprar.*

T 194 P: – *Vocês vão pensar no que ela está falando, hein?*

T 195 Yara: – *Ele deve recusar porque o dela deve ser 12 m de perímetro e o dela é 16 m de perímetro.*

T 196 P: – *Eles têm perímetros diferentes e...*

- T 197 Coro: – *Áreas iguais.*
- T 198 P: – *É a mesma coisa que a Patrícia falou ou é diferente?*
- T 199 Yara: – *É a mesma coisa que ela, só que dela foi em cm e é metros.*
- T 200 P: – *Nem cm, nem metros. Na figura está em km. E o quadradinho de vocês não tem 1cm. Mas o que vocês fizeram está certo, vocês pegaram uma unidade e compararam, tem 16 unidades em um perímetro e 12 unidades em outro perímetro, então tudo bem. Na opinião de vocês, qual está certo? [comentários] Roberto, tem gente que não entendeu a sua proposta, volte aqui. [nem o Roberto, nem Luis quiseram voltar] O Roberto falou que a proposta, do Moura e do Alves, é cada um cercar o seu terreno. Ele falou assim: em vez de cercar esse terreno e esse [mostra na lousa a figura que representa os terrenos de Moura e Alves], ele deveria cercar esse terreno com os quatro dentro, porque ele protege os quatro.*
- T 201 Patrícia: – *Nossa, que legal.*
- T 202 P: – *A proposta deles está errada? Está diferente, mas está errada?*
- T 203 Coro: – *Não.*
- T 204 Yara: – *O certo seria todo mundo ajudar, não só os dois.*
- T 205 P: – *Mas, só os dois comparando, o custo que teriam para vedar só o terreno deles. Será que eles vedando por fora, o custo seria maior ou menor?*
- T 206 Coro: – *Depende/ menor.*
- T 207 P: – *Vocês falaram que esse o perímetro era 16 e 12, num total de...*
- T 208 Coro: – *28.*
- T 209 P: – *Olha na folhinha de vocês, por fora, qual seria o perímetro? [...] Por fora, quantos quadradinhos?*
- T 210 Alice: – *24, $8+8=16$, $16+4+4=24$. [toca o sinal que indica o término da aula]*
- T 211 P: – *Para concluir, 24 é o perímetro externo, e se eles fizessem do terreno dos dois, como seria?*
- T 212 Coro: – *28.*
- T 213 P: – *O que compensa de tudo isso que a gente conversou?*
- T 214 Guga: – *Recusar.*
- T 215 Yara: – *Aceitar e fechar tudo.*
- T 216 P: – *Aceitar e fechar por fora.*

T 217 Yara: – *Mas é injusto. Os outros dois também tinham que ajudar.*

T 218 Duda: – *Também acho.*

O que torna a tarefa “investigativa” é o modo como o professor faz o convite para realizá-la e como os alunos aceitam a proposta. Esta tarefa foi apresentada após os alunos vivenciarem, diversas vezes, em momentos anteriores, as etapas de introdução da tarefa, discussão em grupos e socialização. Ao final dessa sequência de tarefas, alguns discentes estão sentindo-se confiantes para apresentar suas ideias nos grupos e na socialização. Continuo lecionando para estes alunos (2015), e eles participam da aula, perguntam, comentam como compreendem as questões. Alguns são bem tímidos e pedem que me dirija a sua carteira para esclarecer as dúvidas. Mas há uma relação dialógica nesse processo de ensino-aprendizagem.

Muitas vezes, pelo desejo de acelerar o processo de ensino-aprendizagem para cumprir o planejamento, utilizei como prática pedagógica “explicações” sobre a interpretação do problema, sem permitir a participação do aluno. Durante esta pesquisa, mudei essa atitude, colocando o aluno para expressar o modo como pensa e depois, usando sua “fala”, complementar ou problematizar o que desejava. A introdução dessa tarefa foi muito “rica” nesse sentido.

Conhecendo as dificuldades da turma quanto à interpretação de problemas, a atividade teve uma discussão ampla sobre o significado de “vedar”. Introduzindo a participação dos discentes nesta etapa, os quais sentiram-se em condições favoráveis para se expressar durante a atividade. Ao observar essa participação, concordo com Galvão (2014, p.107) quando afirma que “a tarefa colocou os alunos em movimento de comunicação e reflexão de ideias”. A aplicação de tarefas a serem resolvidas, utilizando as três etapas (introdução da tarefa, discussão em grupos e socialização), permitiu que muitos alunos sentissem confiança em participar ativamente da discussão, após realizarem várias tarefas com essa abordagem. Então, segundo Galvão (2014, p. 117), ao usar essa estratégia investigativa:

[...] o movimento de ensinar os alunos a trabalharem em grupo, é tanto ensinar a pensar junto, quanto mostrar a corresponsabilidade de comunicar ao outro, de fazer com que percebam que essa tarefa não é apenas do professor, mas que eles próprios podem assumi-la.

Assim, os alunos poderão apresentar suas reflexões com autonomia, sem medo de serem ridicularizados, pois estão construindo na cultura da turma essa possibilidade de relação entre si.

Finalizando as considerações deste episódio, destaco que podemos notar que as mediações, que neste contexto se utilizam da palavra como instrumento psicológico, auxiliaram os alunos a reelaborar os conceitos que estavam envolvidos no movimento de criar uma estratégia de resolução da tarefa. Alguns alunos, como Roberto, puderam avançar nesse contexto. Mas, como comentado anteriormente, os modos de aprender são diferentes, assim, uma mesma mediação não ajudou Luis a reelaborar de modo a compreender o objetivo da tarefa.

5.5 Síntese da análise

Ao considerar que o planejamento constitui uma etapa essencial do processo de ensino-aprendizagem, apresento no primeiro episódio (“O planejamento das tarefas”), como relacionei meu conhecimento ressignificado e a prática diante da insegurança de implementar uma estratégia de ensino nova para mim e para os alunos. Com a construção da pesquisa, compreendo que a tensão da ação de ensinar se estabelece nas formas heterogêneas de aprender, de modo que desconcerta e desregula as expectativas e as ações do professor. Ao considerar a heterogeneidade nos modos de aprender, nós, professores, podemos amenizar a tensão do processo de ensinar, compreendendo o processo de desenvolvimento e aprendizagem e a relação que se estabelece com a ZDP.

Destaco a questão do silêncio diante dos papéis sociais ocupados por professores e alunos. O silêncio significa, pode expressar a necessidade defensiva de evitação. Também considero o silenciamento pela posição social que se ocupa, mas neste trabalho me preocupo em dar voz ao aluno, enfrentando esse silenciamento com a reflexão e a comunicação de ideias.

No segundo episódio se destaca a realização de tarefas mediatizadas pela palavra e pelo instrumento. No decorrer da análise, percebo que alunos não conheciam o modo de usar os instrumentos “régua” e “papel quadriculado”. O fato de os alunos não conhecerem o uso do instrumento impede que este atue como instrumento técnico-semiótico e auxilie na compreensão e na memorização dos conceitos. Neste episódio, o

maior destaque refere-se ao professor (não) ter conhecimento das condições dos alunos. Nas mediações percebi o movimento do aluno na elaboração conceitual e, acompanhando-o na ZDP, usei palavras para auxiliá-lo na elaboração dos conceitos de área e perímetro. Diante disso, coloco a questão do papel do professor perante a intervenção, possibilitando que os alunos possam encontrar estratégias diferentes para resolver as tarefas. Também comento sobre como os papéis sociais ocupados por professor e aluno podem ser interpretados, e o drama na relação de ensino que coloca o professor diante das múltiplas dimensões do trabalho de ensinar.

O terceiro episódio, “Como teu pai te ensinou? Dialogando sobre o cálculo de áreas”, emerge do conceito cotidiano que se apresenta nas mediações. Procurei participar da reelaboração conceitual para que o aluno desenvolvesse o conceito científico. Ainda usei as palavras do aluno para introduzir o cálculo de área pela multiplicação para a turma. Procurei evidências de apropriação do conceito de área pela multiplicação por Eduardo, mas não encontrei. Aqui, destacam-se as mediações que emergem de um conceito espontâneo.

No último episódio, os alunos se mostraram participativos, o que sugere que eles aceitaram participar do cenário investigativo. Analisei a mediação ocorrida em três grupos distintos de alunos, pois estes apresentaram diferentes soluções para tarefa. Para que se tenha uma visão ampla desse processo de reelaboração, apresento as várias etapas em que faço intervenções, finalizando com a proposta do grupo. Destaco o modo como a mediação reelabora o pensamento do aluno e indico quando a mediação não o ajuda a ressignificar.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste momento preciso buscar elementos na análise dos dados que estabeleçam relação entre o que pretendia conhecer e o que de fato pude apreender. Considerando que o foco do trabalho é o processo no qual coloco-me a flagrar-me diante de minhas apropriações, na tentativa de consolidar um ambiente investigativo com os alunos, pude perceber que as mediações pedagógicas se fizeram presente em todos os episódios.

Também percebo que avancei no conhecimento teórico da perspectiva vigotskiana, desconhecida por mim no início desta pesquisa. As leituras realizadas enquanto cursava as disciplinas de mestrado ampliaram o conhecimento sobre educação fazendo com que eu refletisse. Ao escrever meus pensamentos procuro estabelecer relação entre as leituras e a vivência no contexto escolar e acadêmico. Esse movimento de inquietação pela busca de significação é percebido na análise do Diário de Campo. Assim, esse instrumento contribuiu na identificação dos fatores que me influenciaram no decorrer do planejamento das tarefas, tais como a insegurança na implementação de uma estratégia de ensino-aprendizagem desconhecida por mim e pelos alunos, as leituras freireanas associadas a minha atuação na sala de aula e o silêncio dos alunos durante as aulas.

Por desconhecer a teoria vigotskiana e interpretar de modo equivocado o papel do professor diante das “Investigações matemáticas” tive dúvidas, senti insegurança de como deveria atuar com os alunos. As leituras, as releituras e as mediações que vivenciei no decorrer da pesquisa fizeram com que ressignificasse o papel do professor diante da turma, não de forma categórica, pois isso se relaciona com a complexidade da sala de aula e com a descoberta de que estou diante de um sistema heterogêneo. Conhecendo sobre o desenvolvimento da aprendizagem posso compreender que os modos de o aluno aprender são diferentes, e nós, professores, podemos ajudá-los (ou não) nesse processo enquanto estão na ZDP. Posso direcionar minhas atitudes de acordo com a intencionalidade, mas tendo conhecimento de que outros fatores poderão surgir e me colocar em um papel diferente do planejado.

As leituras freireanas permitiram que fizesse reflexões sobre minha atuação como professora; no entanto, estas foram reelaboradas com as leituras sobre

desenvolvimento e mediação pedagógica na perspectiva vigostkiana. Se inicialmente considerava que fui autoritária tentando impor o uso de determinados instrumentos, agora considero que o professor pode apontar, indicar, propor sugestões para resolver a tarefa; porém, em alguns momentos, podemos apenas retomar a compreensão da situação proposta para que a tarefa continue sendo desafiadora ao aluno. Identificando como a mediação pedagógica interfere no processo de reelaboração conceitual dos alunos, analiso o movimento de mediação com os alunos e destaco as atividades mediatizadas de dois modos distintos: a) pela palavra e b) pelo instrumento.

Na mediação pela palavra pude perceber que a pergunta impõe que o aluno interaja com o professor em um processo dialógico. Assim, um ambiente problematizador favorece a comunicação e, conseqüentemente, a circulação de ideias. Porém, nem sempre a mediação resultará em uma reelaboração efetiva para o aluno, temos apenas indícios de como eles estão sendo ressignificados enquanto atuamos na ZDP. Ainda vivenciei o drama de não saber se intervir seria profícuo (ou não) durante a elaboração conceitual do aluno.

Na atividade mediatizada pelo instrumento ficou em destaque que este poderá desempenhar a função técnico-semiótica, se o aluno dominar o uso do objeto de acordo com a função para o qual foi criado. Assim, a régua ou o papel quadriculado contribuem para que os alunos compreendam como medir distâncias ou áreas, se primeiramente lhes for ensinado como é o uso dessa régua e desse papel quadriculado.

Ao considerar os dois instrumentos citados como técnico-semióticos, estes atuam nas funções psíquicas superiores se o uso do instrumento for conhecido. Deixando de lado a própria função desse instrumento, coloca-se em evidência sua utilização na resolução da tarefa proposta, ou seja, é primordial que se tenha conhecimento sobre o modo de uso de instrumentos. O surpreender-me diante do não conhecimento do aluno sobre o instrumento impediu que a tarefa fosse significativa para ele, realçando a importância de ensinar a função e o uso dos instrumentos utilizados na prática escolar.

É interessante pensar que muitas vezes me percebi incomodada com a indisciplina na sala de aula, porém uma das turmas apresentou-se muito silenciosa. O

silêncio também é apontado nos registros do Diário de Campo. Dessa forma, por meio de Laplane (2000) aprendi que o silêncio pode corresponder à busca de significação, a um bom entendimento, à intimidade ou ainda à realização de uma necessidade defensiva de evitação.

Analisando o movimento dos alunos durante a pesquisa, pude perceber que inicialmente sentiam-se inseguros e não intervinham durante a apresentação dos colegas. Porém, o caminhar desse modo diferente, no qual os alunos precisavam comunicar suas ideias, possibilitou que a turma conseguisse propor diferentes argumentos para responder à tarefa 6. Apesar de o “Ambiente Investigativo” não se consolidar na cultura social da turma devido a uma aluna optar por buscar soluções ao problema individualmente, percebi que os estudantes se desenvolveram quanto à capacidade de comunicação, assim como na elaboração de estratégias para resolver a tarefa, sendo este um ponto de aproximação com a estratégia de ensino-aprendizagem em evidência.

Destaco algumas considerações que julgo relevantes na composição de uma pesquisa: o foco da pesquisa e o Diário de Campo. O pesquisador deve conhecer com profundidade o referencial que permeia o objeto de estudo, ou seja, deve delimitá-lo bem. Assim, precedendo à construção dos dados, é necessário realizar leituras que estabeleçam relação com o ponto central da pesquisa.

Os registros no Diário de Campo são significativos para a pesquisa da própria prática, pois os dados da pesquisa são descritivos, com interesse em observar o processo em estudo. Visando acompanhar o percurso de apropriação do professor-pesquisador, o registro do Diário de Campo pode ser utilizado para acompanhar a própria formação no decorrer do estudo durante as disciplinas e a participação em seminários e congressos, além de ser útil enquanto realiza as leituras que estabelecem relação com o objeto de estudo. Os registros podem apresentar o estabelecimento de relações, percepções, reflexões, sentimentos... que no momento da análise justificam a conduta do professor durante a construção dos dados. Ainda contribuem para acompanhar como o pesquisador interpreta e age nas situações ocorridas durante a construção dos dados e marcar quais reflexões realizou durante esses acontecimentos. Percebi que poderia ter

enriquecido a pesquisa se tivesse realizado registros no Diário de Campo enquanto cursava as disciplinas e durante a escrita da dissertação.

É importante ressaltar que o registro reflexivo do Diário de Campo é condição necessária para a pesquisa da própria prática. Recomendo que os registros sejam detalhados, para isso devem ser feitos em momento próximo à observação e devem apresentar, além da descrição dos fatos, as reflexões do professor-pesquisador e do modo como, naquele momento, estabelece relação com o foco da pesquisa, para que de fato este instrumento possa contribuir na análise dos dados. Uma pesquisa da própria prática pode melhorar a formação da professora-pesquisadora ou ainda contribuir para que outros professores, conhecendo esse processo vivenciado, estabeleçam relações com a própria prática pedagógica para avançar na melhoria da educação de nossos alunos.

Finalmente, pensando neste trabalho como uma longa caminhada iniciada em 2014 me sinto capaz de estudar outros aspectos de minhas aulas ainda não observadas com profundidade. Por diversas vezes estive em guerra com o tempo para cumprir as etapas desta pesquisa em um prazo restrito, talvez insuficiente para um maior aprofundamento deste estudo. Hoje posso andar devagar em meus estudos, em um ritmo confortável, “por que já tive pressa, e levo este sorriso porque já chorei demais” (SATER; TEIXEIRA, 1991). A dedicação para compreender a perspectiva vigotskiana me põe a pensar em sintonia com Almir Sater e Renato Teixeira: “Cada um de nós compõe a sua história, cada ser em si carrega o dom de ser capaz, e ser feliz”.

REFERÊNCIAS

APM. Proposta de conjunto de tarefas para o 5º ano – 2º ciclo. In: _____. **Actividades e Recursos**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2009. Disponível em: http://sitio.dgidec.min-edu.pt/matematica/Documents/npmeb/Materiais_Racionais_5ano.pdf. Acesso em: 2 ago.2014.

BAGNE, J. **A elaboração conceitual em matemática por alunos do 2º Ano do Ensino Fundamental**: movimento possibilitado por práticas interativas em sala de aula. 2012. 206 f. Dissertação (Mestrado)— Universidade São Francisco, Itatiba, 2012.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

CARAÇA, B. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Tipografia Matemática, 1951.

CENEBRA. Complementação pedagógica ou segunda graduação. Wenceslau Braz, 2015. Disponível em: <http://cenebra.com/complementacao-pedagogica-ou-segunda-graduacao>. Acesso em: 10 out. 2015.

CHRISTIANSEN, I. M. When negotiation of meaning is also negotiation of task. *Educational Studies in Mathematics*, v.34, n. 1, p. 1-2, 1997.

CHRISTIANSEN, B.; WALTHER, G. Tarefa e actividade. In: CHRISTIANSEN, B.; HOWSON, G.; OTTE, M. (Org.). **Perspectives on mathematics education**. Dordrecht: D. Reidel, 1986. p. 243-307. Disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/sd/mestrado-bibliografia.htm>.> Acesso em: 6 mar. 2015.

DAINEZ, D.; DECIETE, N. Práticas de leitura nas con(tra)dições da educação inclusiva. **Revista Leitura: Teoria & Prática**, n.58, p.854-863, jun. 2012.

FACCO, S. **Conceito de área, uma proposta de ensino aprendizagem**. 2003. 184 f. Dissertação (Mestrado)— Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2003.

FONTANA, R. **Mediação pedagógica na sala de aula**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2000. (Coleção Educação Contemporânea).

FONTANA, R.; CRUZ, N. **Psicologia e trabalho pedagógico**. São Paulo: Atual, 1997. (Série Educador em Construção)

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. 57. ed. rev. e atual. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2014.

FREITAS, A. P. **Zona de desenvolvimento proximal**: a problematização do conceito através de um estudo de caso. 2001. 137 f. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.

FRIEDRICH, Janette. **Lev Vigotski**: mediação, aprendizagem e desenvolvimento: uma leitura filosófica e epistemológica. Tradução Anna Rachel Machado e Eliane Gouvêa Lousada. Campinas: Mercado de Letras, 2012.

GALVÃO, E. **Interagir, comunicar, refletir**: ambiente de aprendizagem matemática numa perspectiva de resolução de problemas. 2014. 190 p. Dissertação (Mestrado)— Universidade São Francisco, Itatiba, 2014.

GÓES, M.C.R. A construção de conhecimento e o conhecimento de zona de desenvolvimento proximal. In: ENCONTRO “LINGUAGEM, CULTURA E COGNIÇÃO: REFLEXÕES PARA O ENSINO DE CIÊNCIAS”, Belo Horizonte, 1997. **Anais...** Belo Horizonte, 1997.

_____. Os modos de participação do outro nos processos de significação do sujeito. **Temas em Psicologia**, Ribeirão Preto, n. 1, p. 1-5, 1993.

GÓES, de M.C.R.; CRUZ, da M.N. Sentido, significado e conceito: notas sobre as contribuições de Lev Vigotski. **Pro-Posições**, Campinas, v.17, n. 2(50) maio- ago. 2006.

GOMES, D. O. O último Foucault e o retorno transversal aos gregos. **Archai**, Brasília, n. 9, p. 37-44, jul.-dez. 2012.

HIEBERT, J. et al. **Making sense**: teaching and learning mathematics with understanding. Estados Unidos: Heinemann, 1997.

LAPLANE, A. L. F. **Interação e silêncio na sala de aula**. Cadernos Cedes, Campinas, ano XX, n. 50, p. 55-69, abr. 2000.

LIMA, C. **Investigação da própria prática docente utilizando tarefas exploratório-investigativas em um ambiente de comunicação de ideias Matemáticas no Ensino Médio**. 2006. 204 f. Dissertação (Mestrado)— Universidade São Francisco, Itatiba, 2006.

LIMA, P.; BELLEMAIN, P. Grandezas e medidas. In: CARVALHO, J. (Coord.). **Matemática**: Ensino Fundamental. Brasília: Ministério da Educação, 2010. p. 167-200. (Coleção Explorando o Ensino, v. 17).

LUNT, I. A prática da avaliação. In: Daniels H. (Org.). **Vygotsky em foco**: pressupostos e desdobramentos. São Paulo: Papyrus, 1995.

MICHAELIS. Significado de acessibilidade. In:_____. **Dicionário de português online.** São Paulo: Melhoramentos, 2009. Disponível em: <http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php?lingua=portugues-portugues&palavra=acessibilidade>. Acesso em: 2 nov.2015.

_____. Significado de adjacente. In:_____. **Dicionário de português online.** São Paulo: Melhoramentos, 2009. Disponível em: <http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php?lingua=portugues-portugues&palavra=adjacente>. Acesso em: 10 out. 2015.

_____. Significado de conjectura. In:_____. **Dicionário de português online.** São Paulo: Melhoramentos, 2009. Disponível em: <http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php?lingua=portugues-portugues&palavra=conjectura>. Acesso em: 10 out.2015.

_____. Significado de dêitico. In:_____. **Dicionário de português online.** São Paulo: Melhoramentos, 2009. Disponível em: <http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php?lingua=portugues-portugues&palavra=d%EAitico>. Acesso em: 10 out.2015.

_____. Significado de equidade. In:_____. **Dicionário de português online.** São Paulo: Melhoramentos, 2009. Disponível em: <http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php?lingua=portugues-portugues&palavra=equidade>. Acesso em: 2 nov. 2015.

_____. Significado de mnemotécnico. In:_____. **Dicionário de português online.** São Paulo: Melhoramentos, 2009. Disponível em: <http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php?lingua=portugues-portugues&palavra=mnemot%E9cnico>. Acesso em: 10 out.2015.

_____. Significado de nexos. In:_____. **Dicionário de português online.** São Paulo: Melhoramentos, 2009. Disponível em: <http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php?lingua=portugues-portugues&palavra=nexo>. Acesso em: 10 out.2015.

_____. Significado de tecnicismo. In:_____. **Dicionário de português online.** São Paulo: Melhoramentos, 2009. Disponível em: <http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php?lingua=portugues-portugues&palavra=tecnicismo>. Acesso em: 10 out.2015.

_____. Significado de turma. In:_____. **Dicionário de português online.** São Paulo: Melhoramentos, 2009. Disponível em: <http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php?lingua=portugues-portugues&palavra=turma>. Acesso em: 19 out.2015.

MORTIMER, E. F.; CARVALHO, A. M. P. Referenciais teóricos para a análise do processo de ensino de ciências. **Caderno de Pesquisa**, São Paulo, n. 96, 1996.

MOURA, A. R. L. M.; LORENZATO, S. O medir de crianças pré-escolares. **Zezetiké**, Campinas, v. 9, n. 15-16, jan.-dez. 2001.

NACARATO, A. M.; PASSEGGI, M. C. Narrativas da experiência docente de professoras-alunas de um curso de pedagogia. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE ESTUDOS DE GÊNEROS TEXTUAIS, 6., 2011, Natal. **Anais...** Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2011. p. 1-14. 2011.

OLIVEIRA, M. K. **Vigotsky**: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico. 4. ed., São Paulo: Scipione, 1997.

PINO, A. Semiótica e cognição na perspectiva histórico-cultural. **Temas Psicologia**, Ribeirão Preto, v. 3, n. 2, p. 31-40, 1995. Disponível em: <http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?lng=pt>. Acesso em: 10 nov. 2015.

PONTE, J.P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3. ed. ampl. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

SANTOS, J. A. F. L. **A produção de significações sobre combinatória e probabilidade numa sala de aula do 6º ano do Ensino Fundamental a partir de uma prática problematizadora**. 2015. 191 f. Tese (Doutorado)— Universidade São Francisco, Itatiba, 2015.

SATER, A.; TEIXEIRA, R. . **Ao vivo em Tatuí**. Rio de Janeiro: Kuarup. 1991. Disco

SFORNI, M. S. F. **Aprendizagem e desenvolvimento**: o papel da mediação. Políticas públicas, práticas pedagógicas e ensino-aprendizagem: diferentes olhares sobre o processo educacional. 1. ed. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2008.

SKOVSMOSE, O. Cenário para investigação. **Bolema**, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

_____. **Educação crítica**: incerteza, matemática, responsabilidade. São Paulo: Cortez, 2007.

SMOLKA, A. L. B. Ensinar e significar: as relações de ensino em questão ou das (não) coincidências nas relações de ensino. In: SMOLKA, A. L. B.; NOGUEIRA, A. L. H. (Org.). **Questões de desenvolvimento humano**: práticas e sentidos. Campinas: Mercado de Letras, 2010. p. 107-128.

_____. Introdução. In: FONTANA, R. **Mediação pedagógica na sala de aula**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2000. (Coleção Educação Contemporânea).

_____. O (im)próprio e (im)pertinente na apropriação das práticas sociais. **Cadernos Cedex**, Campinas, ano XX, n. 50, p. 26-40, abr. 2000.

_____. Sobre significação e sentido: uma contribuição à proposta de rede de significações. In: ROSSETTI-FERREIRA et al. (Org.). **Rede de significações e o estudo do desenvolvimento humano**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2004. p. 35-49. v.

SMOLKA, A.L.B., LAPLANE, A.F. O trabalho em sala de aula: teorias para quê? Cadernos ESE, Londrina, v. 01, n. 01, p.79-82, 1994.

STEIN, M.; SMITH M.S. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão. **Educação e Matemática**, n.105, p. 22-28, 2009.

VALSINER, J.; VAN DER VEER. The encoding of distance: the concept of the “zone of proximal development” and its interpretations. In: COCKING, R.; RENNINGER, K. A. (Org.). *The development and meaning of psychological distance*. Hillsdale: Erlbaum, 1991.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VIGOTSKI, L. S. **A formação social da mente**. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

_____. **Pensamento e linguagem**. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2008.

_____. **A construção do pensamento e linguagem**. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2009.

WATSON, J. A. *A psicologia como ciência do pensamento* (psikhológiya kak náuka o povedénie), 1926.

ANEXO A – Referência bibliográfica das atividades

Atividade	Título	Referência
1	Comparar figuras de mesma área. Formas diferentes, mesmo tamanho.	Van de Walle, 2009
2	Comparar retângulos sem unidades	Van de Walle, 2009
3	Decomposição de figuras	OBMEP
4	Comparar figuras usando o preenchimento	Van de Walle, 2009
5	perímetros e áreas fixas	Van de Walle, 2009
6	Aldeias indígenas	APM, 2009
7	Explorando Quadrados Sombreados ... ao infinito	APM, 2009