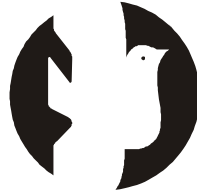


LIA MARQUES MAROCCI

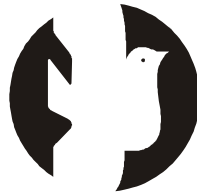


UNIVERSIDADE  
SÃO FRANCISCO

**O MOVIMENTO DAS SIGNIFICAÇÕES  
PROBABILÍSTICAS PROPORCIONADO PELA  
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E PELA PRÁTICA  
COLABORATIVA NUMA TURMA DE 1º ANO DO  
ENSINO MÉDIO**

ITATIBA  
2011

LIA MARQUES MAROCCI



UNIVERSIDADE  
SÃO FRANCISCO

**O MOVIMENTO DAS SIGNIFICAÇÕES  
PROBABILÍSTICAS PROPORCIONADO PELA  
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E PELA PRÁTICA  
COLABORATIVA NUMA TURMA DE 1º ANO DO  
ENSINO MÉDIO**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, da Universidade São Francisco, sob orientação da Profa. Dra. Adair Mendes Nacarato para obtenção do título de Mestre em Educação, na linha de pesquisa: Matemática, Cultura e Práticas Pedagógicas.

ITATIBA

2011


371.399.51 Marocci, Lia Marques.  
M311m O movimento das significações probabilísticas proporcionado pela resolução de problemas e pela prática colaborativa numa turma de 1º ano do ensino médio. / Lia Marques Marocci. -- Itatiba, 2011.  
233 p.

Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco.

Orientação de: Adair Mendes Nacarato.

UNIVERSIDADE SÃO FRANCISCO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU*  
EM EDUCAÇÃO

Lia Marques Marocci defendeu a dissertação “O movimento das significações probabilísticas proporcionado pela resolução de problemas e pela prática colaborativa numa turma de 1º ano do ensino médio” aprovada no programa de Pós Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco em 19 de dezembro de 2011 pela Banca examinadora constituída pelos professores:



Profa. Dra. Adair Mendes Nacarato - Orientadora e Presidente



Profa. Dra. Luzia Bueno  
Examinador



Profa. Dra. Celi Aparecida Espasandin Lopes  
Examinadora

*Dedico este trabalho a todos os professores que me ensinaram. Falo dos professores que encontrei desde os primeiros anos em que frequentei a escola, até os dias de hoje. Falo dos meus colegas de trabalho com quem aprendo todos os dias. Falo também dos meus pais que, embora não sejam professores por profissão, até hoje dedicam muito tempo me ensinando o que há de mais importante.*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço imensamente aos meus pais **Sueli** e **Luiz**, meus professores na vida, que sempre me incentivam a continuar estudando;

Às minhas irmãs **Laura** e **Raquel**, minhas melhores companheiras, por sempre estarem prontas a atender aos meus inúmeros pedidos de favores;

À professora **Adair** Mendes Nacarato, por tudo. Pelas orientações, sem as quais eu não teria conseguido iniciar ou concluir este trabalho e por me ajudar a enxergar a sala de aula como um espaço de possibilidades inúmeras, onde os alunos são sempre capazes de aprender e eu sou capaz de ensiná-los,

À professora **Luzia** Bueno, por ter me ajudado a avançar na estrada do meu desenvolvimento, em se tratando, principalmente, da minha habilidade em escrever e pelas contribuições especiais que deu ao meu trabalho;

À professora **Celi** Lopes, por compartilhar seu conhecimento comigo, trazendo enormes contribuições ao meu trabalho e por me incentivar a seguir em frente como pesquisadora;

À amiga **Joyce** Furlan: obrigada pelo companheirismo, pela cumplicidade, pelas ideias, pela paciência, pelos saberes compartilhados e por me permitir “invadir” o seu espaço de professora;

À professora **Regina** Célia Grando, por tudo que me ensinou, nas disciplinas, nos encontros do Grucomat e na convivência, desde que retornei à Universidade;

À amiga **Adriana** Molina, que sempre me incentivou a aprender e fazer mais, dizendo: “Você dá conta”, e mostrando em ações, que a humildade é uma nobre virtude;

À colega **Raquel**, pelas contribuições que, atenciosamente, fez a esta dissertação;

Aos **colegas** professores e funcionários da EE “Professor Joaquim Antonio Ladeira”, pela convivência no ambiente escolar, pelas trocas de aprendizado que me ajudam a crescer como professora;

À equipe gestora da EE “Professor Joaquim Antonio Ladeira”, sobretudo à diretora **Maria Luciane** e à coordenadora pedagógica **Maria Soneide**, por me apoiarem como docente e permitirem que esta pesquisa fosse desenvolvida na escola;

Aos **alunos** do 1º B, que aceitaram participar desta pesquisa e foram extremamente receptivos quando entrei em sua sala de aula;

Aos **meus alunos**, pois sem eles, eu não poderia ser professora e este trabalho não teria sentido;

Aos colegas da pós-graduação, **Alessandro** Marcelino, **Brenda** Mengali, **Cristiane** Guerra, **Cristiane** Maia, **Kelly** Betereli e **Rogério** Grillo pelas trocas de ideias, ajuda nos trabalhos e nas leituras e, por todo o companheirismo;

À amiga **Juliana** Bagne, por ser minha leitora crítica, por ter caminhado ao meu lado na difícil jornada que foi a escrita desta dissertação;

Aos colegas do **Grucomat**, por me ouvirem atentamente e contribuírem com as sugestões que eu precisava; e

Agradeço a **Deus**, por permitir que todas essas pessoas façam parte da minha vida.

*“De janela, o mundo até parece meu quintal  
Viajar, no fundo é ver que é igual  
O drama que mora em cada um de nós  
Descobrir no longe o que já estava em nossas mãos  
Minha vida brasileira é uma vida universal  
É o mesmo sonho, é o mesmo amor  
Traduzido para tudo o que o humano for  
Olhar o mundo é conhecer  
Tudo o que eu já teria de saber...”*

*Janela para o mundo  
(Milton Nascimento e Fernando Brant)*



MAROCCI, Lia M. **O Movimento das Significações Probabilísticas Proporcionado pela Resolução de Problemas e pela Prática Colaborativa numa Turma de 1º Ano do Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado em Educação), 2011, p. 225. Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação. Universidade São Francisco, Itatiba/SP.

## RESUMO

O presente estudo foi desenvolvido por meio de uma abordagem qualitativa, em uma sala de aula de 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual, localizada na cidade de Louveira/SP, e investigou os processos de elaboração conceitual probabilística dos alunos, quando inseridos em um contexto de resolução de problemas. A questão: “Quais contribuições um ambiente de cooperação investigativa traz para a elaboração conceitual probabilística dos alunos?” foi norteadora desta investigação. Trata-se de uma pesquisa-ação em colaboração com a professora que leciona nessa turma. Por meio dessa parceria, foram desenvolvidos processos cíclicos de planejamento, ação e reflexão, acerca das ações e situações ocorridas na sala de aula, desde a seleção das tarefas até os processos avaliativos, perpassando o movimento de socializações das resoluções dos problemas apresentados. O estudo apoiou-se em três principais eixos teóricos: perspectiva histórico-cultural, probabilidade e resolução de problemas, a fim de contemplar os seguintes objetivos: 1) Analisar a circulação de significações matemáticas nos momentos de socialização das resoluções apresentadas aos problemas propostos; e 2) Analisar as ideias sobre probabilidade que emergem por parte dos alunos, quando inseridos em contextos de resolução de problemas. O material foi produzido por meio de: diário de campo da pesquisadora; áudio gravações das discussões em pequenos grupos; histórico de conversas via internet e áudio gravações das discussões entre pesquisadora e professora-pesquisadora colaboradora; videograções das socializações das resoluções elaboradas pelos grupos para os problemas apresentados; registros escritos produzidos pelos alunos e entrevistas semi-estruturadas realizadas com alguns alunos. A análise foi dividida em dois eixos: no primeiro, foram analisados alguns episódios, baseados na perspectiva histórico-cultural, que contêm excertos das socializações ocorridas nas aulas, nas quais eram discutidas as resoluções desenvolvidas pelos alunos, para os problemas que lhes eram apresentados; essas análises permitiram obter informações sobre o movimento de negociação de significações que os alunos possuem para conceitos relativos à probabilidade. No segundo eixo, focou-se a análise em alguns registros escritos elaborados pelos alunos, cartas pessoais e tirinhas; desse modo, foi possível levantar indícios sobre a aprendizagem dos alunos e o ambiente de aprendizagem constituído na sala de aula. A partir dessas análises, pôde-se observar que o estudo da probabilidade por meio da resolução de problemas ajudou os alunos a avançarem em seu processo de elaboração conceitual, mesmo que em diferentes níveis. Também se constatou que, quando é dada aos alunos a oportunidade de se expressar por meio de diversos instrumentos, eles são capazes de fazer importantes inferências sobre o ambiente de aprendizagem no qual estão inseridos e sobre seu próprio aprendizado. A rotatividade de interlocutores proporcionada pelo uso de várias formas de comunicação pôde ajudar os alunos a avançarem, tanto no que diz respeito à formação do pensamento matemático, quanto ao desenvolvimento humano.

**Palavras-chave:** ambiente de aprendizagem; circulação de significações; prática colaborativa; probabilidade; resolução de problemas.

MAROCCI, Lia M. **O Movimento das Significações Probabilísticas Proporcionado pela Resolução de Problemas e pela Prática Colaborativa numa Turma de 1º Ano do Ensino Médio.** Dissertação (Mestrado em Educação), 2011, p. 225. Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação. Universidade São Francisco, Itatiba/SP.

## ABSTRACT

This study was developed through a qualitative approach in a classroom of 1<sup>st</sup> year of high school in a public school in the city of Louveira in São Paulo and has been invest investigating the process of developing students' conceptual probabilistic when inserted in a context of problem solving. The question: “What contributions an investigative environment of cooperation brings to the probabilistic concept development of students?” was guiding this research. It's an action research developed in collaboration with the teacher of the class. Through this partnership were developed cyclical processes of planning, action and reflection about the actions e situations that occurred in the classroom from the selection of tasks to the evaluation processes of socialization, passing by the movement of the resolutions of the problems presented. The study was supported by three main theoretical axes: historical-cultural perspective, probability, and problem solving, in order to address the following objectives: 1. Analyze the movement of mathematical meanings during the socialization of solutions to the problems presented and 2. Analyze the ideas about probability that emerge from the students, when they are in the context of problem solving. The material was produced through: researcher's field diary, audio recordings of discussions in small groups, internet chat history and audio recordings of the discussions between researcher and teacher-researcher collaborator, video recordings of the socializations about the solutions' problems, written records produced by the students and semi-structured interviews with some students. The analysis was divided into two areas: At the first area, some episodes (based on historical-cultural perspective) were analyzed. They contain parts of socialization occurred in class. The subjects discussed on the socializations were the resolutions's problems made by the students. This analysis provided important information about the movement of meanings's negotiation the students have about the probabilistic concepts. At the second area, the analysis focuses on some written records prepared by students, personal letters and cartoons, so it was possible to arise evidences about students learning and the learning environment established in the classroom. From these tests it was observed that the study of probability through problems solving helped students advance in their development process concept, even if they do it in different levels. It also found that when the opportunity to express themselves through various instruments it's given to the students they are able to make important inferences about the learning environment in which they are in and about their own learning. The turnover of interlocutors provided by the use of different forms of communication could help students move forward on the road to the development of mathematical thinking and human growth.

**Key words:** learning environment; meanings's flow; collaborative practice; probability; problems solving.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Calvin e a lição de Matemática.....	20
FIGURA 2 – Patty Pimentinha em: Resposta errada.....	57
FIGURA 3 – Tarefa 1 Palavras relativas à linguagem probabilística.....	78
FIGURA 4 – Tarefa 2: Analisando eventos.....	79
FIGURA 5 – Tarefa 3: Previsão do tempo.....	80
FIGURA 6 – Tarefa 4: ‘Corrida até o topo’.....	82
FIGURA 7 – Tarefa 5: ‘A travessia do rio’.....	83
FIGURA 8 – Tarefa 6: ‘Jogo de dados’ .....	85
FIGURA 9 – Folha para apostas no jogo de dados.....	85
FIGURA 10 – Episódio 1: Vocês acham que possível e probabilidade estão relacionados?.....	100
FIGURA 11– Excerto do diário de campo da pesquisadora.....	107
FIGURA 12 – Episódio 2: Solte uma pedra na água e ela afundará.....	113
FIGURA 13 – Excerto da conversa reflexiva entre pesquisadora e professora-pesquisadora colaboradora.....	120
FIGURA 14 – Episódio 3: Jornal: ‘ <i>Jornal em Cinco</i> ’.....	123
FIGURA 15 – Episódio 4: Jornal: ‘2012’.....	125
FIGURA 16 – Transcrição de jornal ‘ <i>Jornal da Manhã</i> ’.....	129
FIGURA 17 – Episódio 5: Por que é impossível o Corinthians vencer?.....	130
FIGURA 18 – Excerto de transcrição de vídeo gravação do debate sobre as apresentações dos jornais.....	137
FIGURA 19 – Transcrição de jornal ‘ <i>Jornal da Matinal</i> ’.....	140
FIGURA 20 – Episódio 6: O que o caos do Trânsito tem a ver com a probabilidade de chuva?..	141
FIGURA 21 – Excerto do diário de campo da pesquisadora.....	142
FIGURA 22 – Excerto do diário de campo da pesquisadora.....	144
FIGURA 23 – Roleta três.....	146
FIGURA 24 – Episódio 7: O branco saiu uma vez só, não é possível que o branco tenha a mesma chance que o laranja, porque o laranja saiu muito mais.....	146
FIGURA 25 – Episódio 8: Por que só tem um jeito de cair 2 e um jeito de cair 3.....	157
FIGURA 26 – Registros produzidos, na lousa, pela aluna Giovanna.....	164

FIGURA 27– Excerto da transcrição de conversa reflexiva entre pesquisadora e professora colaboradora.....	175
FIGURA 28 – Carta produzida pela aluna Marisa.....	177
FIGURA 29 – Carta produzida pelo aluno Pedro.....	181
FIGURA 30 – Excerto da entrevista do aluno Leonardo.....	185
FIGURA 31 – Excerto da entrevista do aluno Leonardo.....	186
FIGURA 32 – Excerto da entrevista do aluno Leonardo.....	189
FIGURA 33 – Registro escrito sobre a tarefa 6.....	192
FIGURA 34 – Excerto da entrevista da aluna Débora.....	194
FIGURA 35 – Tirinha elaborada pela aluna Amanda.....	202
FIGURA 36 – Tirinha elaborada pelo aluno Italo.....	203
FIGURA 37 – Tirinha elaborada pelo aluno Wellington.....	205
FIGURA 38 – Tirinha elaborada pelo aluno Leonardo.....	207
FIGURA 39 – Tirinha elaborada pelo aluno Gustavo.....	208

## **LISTA DE ESQUEMAS**

ESQUEMA 1 – Movimento dos eixos teóricos.....	65
ESQUEMA 2 – Ciclo da pesquisa-ação.....	70

## **LISTA DE QUADROS**

QUADRO 1 – Funções de cada professora-pesquisadora ao longo do processo de pesquisa.....	73
QUADRO 2 – Relação dos instrumentos de produção dos dados.....	77
QUADRO 3 – Representação gráfica dos instrumentos de registro de dados.....	92
QUADRO 4 – Marcas de transcrição.....	94

# SUMÁRIO

<b>APRESENTAÇÃO.....</b>	<b>18</b>
<b>1. PARA CHEGAR ATÉ AQUI... ..</b>	<b>19</b>
1.1 O QUE VOCÊ VAI SER QUANDO CRESCER?.....	19
1.2 O INÍCIO DE UMA FORTE PARCERIA.....	22
1.3 PROFESSORA. SER OU NÃO SER?.....	23
1.4 INFLUÊNCIAS DE UM TRABALHO EM GRUPO.....	25
<b>2. A FORMAÇÃO DO PENSAMENTO PROBABILÍSTICO POSSIBILITADA PELA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA PERSPECTIVA HISTÓRICO-CULTURAL.....</b>	<b>28</b>
2.1 ALGUNS FUNDAMENTOS SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E A PROBABILIDADE.....	28
2.1.1 Alguns aspectos históricos sobre a resolução de problemas: campo da pesquisa e do currículo escolar.....	29
2.1.2 Um pouco do que a História nos conta sobre pesquisa, ensino e desenvolvimento da probabilidade.....	31
2.1.2.1 Estatística e probabilidade: a estocástica.....	31
2.1.2.2 A estocástica na pesquisa e no currículo.....	32
2.1.2.3 Probabilidade: diferentes ideias e concepções dentro do mesmo campo.....	35
2.2 A ELABORAÇÃO CONCEITUAL EM PROBABILIDADE.....	37
2.2.1 Algumas Bases da Teoria Vigotskiana.....	37
2.2.2 Formação de conceitos.....	40
2.3 A CONSTITUIÇÃO DA SALA DE AULA COMO UM AMBIENTE PROPÍCIO PARA FORMAÇÃO DO PENSAMENTO MATEMÁTICO.....	42
2.3.1 A proposta da resolução de problemas e a ação do professor na zona de desenvolvimento proximal.....	43
2.3.1.1 A natureza das tarefas e o planejamento do trabalho.....	48
2.3.1.2 Resolvendo os problemas.....	52
2.3.1.3 É hora de socializar.....	54
2.3.2 Linguagem: viabilizadora do desenvolvimento humano.....	57

2.3.2.1 Sentido/Significado da Palavra .....	58
2.3.2.2 Linguagens, intuições e experiências: resolvendo problemas na sala de aula.....	60
2.3.3 Saindo da “zona de conforto”.....	64
<b>3. PERCURSOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA.....</b>	<b>67</b>
3.1 PESQUISA-AÇÃO: A COLABORAÇÃO NA BUSCA DE EMANCIPAÇÃO PROFISSIONAL.....	68
3.2 ILUSTRANDO O CONTEXTO DA PESQUISA.....	74
3.2.1 A escola.....	74
3.2.2 Primeiro ano, turma B.....	75
3.3 CONSTRUINDO A DOCUMENTAÇÃO DA PESQUISA.....	76
3.3.1 As tarefas.....	77
3.3.1.1 Tarefa 1: linguagem da probabilidade.....	78
3.3.1.2 Tarefa 2: analisando eventos .....	79
3.3.1.3 Tarefa 3: ‘previsão do tempo’.....	80
3.3.1.4 Tarefa 4: ‘corrida até o topo’ .....	81
3.3.1.5 Tarefa 5: ‘a travessia do rio’.....	83
3.3.1.6 Tarefa 6 : ‘jogo de dados’.....	85
3.3.1.7 Tarefa 7: ‘empresa Ladeira de correios e telégrafos’.....	86
3.3.1.8 Tarefa 8: histórias em quadrinhos.....	86
3.3.2 Instrumentos utilizados na coleta de dados.....	89
3.3.2.1 Vídeo gravações.....	89
3.3.2.2 Áudio gravações.....	90
3.3.2.3 Diário de campo.....	91
3.3.2.4 Entrevistas.....	91
3.4 PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE.....	93
3.4.1 Primeiro eixo de análise.....	93
3.4.2 Segundo eixo de análise.....	95
<b>4. O PROCESSO DE ELABORAÇÃO CONCEITUAL DOS ALUNOS: O MOVIMENTO DAS SIGNIFICAÇÕES E AS AÇÕES MEDIADAS.....</b>	<b>96</b>
4.1 ABRINDO “PARÊNTESES”: GÊNEROS DO DISCURSO.....	97
4.2 PALAVRAS RELACIONADAS À PROBABILIDADE: QUAL O SENTIDO QUE	



ELAS TÊM?.....	100
4.2.1 Ações mediadas no episódio 1.....	106
4.2.1.1 Ações mediadas pelas ferramentas pedagógicas.....	106
4.2.1.2 Ações mediadas pela professora.....	107
4.2.2 Circulação de significações probabilísticas no episódio 1.....	108
4.3 ANALISANDO A OCORRÊNCIA DOS EVENTOS.....	112
4.3.1 Ações mediadas no episódio 2.....	116
4.3.1.1 Ações mediadas pelas ferramentas pedagógicas.....	116
4.3.1.2 Ações mediadas pela professora.....	117
4.3.2 Circulação de significações probabilísticas no episódio 2.....	118
4.4 SOCIALIZANDO A TAREFA E DISCUTINDO A SOCIALIZAÇÃO.....	122
4.4.1 Extra, extra, extra: a linguagem da probabilidade está presente nas notícias.....	123
4.4.1.1 Ações mediadas nos episódio 3 e 4.....	126
4.4.1.1.1 Ações mediadas pelas ferramentas pedagógicas.....	126
4.4.1.1.2 Ações mediadas pelas ferramentas pedagógicas.....	127
4.4.1.2 Circulação de significações probabilísticas no episódio 3.....	128
4.4.1.3 Circulação de significações probabilísticas no episódio 4.....	128
4.4.2 Crenças pessoais, divergência de opiniões.....	129
4.4.2.1 Ações mediadas no episódio 5.....	133
4.4.2.1.1 Ações mediadas pelas ferramentas pedagógicas.....	133
4.4.2.1.2 Ações mediadas pela professora.....	135
4.4.2.2 Circulação de significações probabilísticas no episódio 5.....	136
4.4.3 Por meio da linguagem é possível estabelecer relações entre diferentes ambientes.....	140
4.4.3.1 Ações mediadas no episódio 6.....	142
4.4.3.1.1 Ações mediadas pelas ferramentas pedagógicas.....	142
4.4.3.1.2 Ações mediadas pela professora.....	143
4.4.3.2 Circulação das significações probabilísticas no episódio 6.....	144
4.5 RELAÇÕES ENTRE ESPAÇO FÍSICO E MEDIDA DE CHANCES.....	145
4.5.1 Ações mediadas no episódio 7.....	151
4.5.1.1 Ações mediadas pelas ferramentas pedagógicas.....	151
4.5.1.2 Ações mediadas pela professora.....	152

4.5.2 Circulação de significações probabilísticas no episódio 7.....	154
4.6 ANALISANDO EVENTOS E COMPRANDO CHANCES.....	157
4.6.1 Ações mediadas no episódio 8.....	163
4.6.1.1 Ações mediadas pelas ferramentas pedagógicas.....	163
4.6.1.2 Ações mediadas pela professora.....	164
4.6.2 Circulação de significações probabilísticas no episódio 8.....	166
4.7 SINTETIZANDO... ..	170
<b>5. REGISTROS ESCRITOS: INFORMAÇÕES SOBRE O AMBIENTE E AS</b>	
<b>APRENDIZAGENS QUE OS ALUNOS PODEM TER LEVADO CONSIGO.....</b>	<b>173</b>
5.1 O GÊNERO CARTAS PESSOAIS.....	173
5.1.1 Chegou carta: o que será que está escrito?.....	176
5.1.1.1 De: Marisa (1ºB) - para: Mayla (8ªA).....	177
5.1.1.2 De: Pedro (1º B) - para: Fabíola (8ª A).....	181
5.1.1.3 Sobre as socializações.....	182
5.1.1.4 Sobre as tarefas.....	187
5.1.1.5 Sobre saberes matemáticos.....	190
5.1.1.6 Sobre o trabalho em grupo.....	195
5.1.1.7 Sobre o ambiente de aprendizagem.....	196
5.2 TIRINHAS: IMAGEM E ESCRITA ASSOCIADAS REVELANDO IMPORTANTES	
INFORMAÇÕES.....	201
5.2.1 Tirinha elaborada por Amanda.....	202
5.2.2 Tirinha elaborada por Italo.....	203
5.2.3 Tirinha elaborada por Wellington.....	205
5.2.4 Tirinha elaborada por Leonardo.....	207
5.2.5 Tirinha elaborada por Gustavo.....	208
5.3 SINTETIZANDO.....	209
<b>6. O QUE FIZEMOS, O QUE PODEMOS FAZER.....</b>	<b>214</b>
6.1 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE O TRABALHO REALIZADO.....	214
6.2 OUTROS CAMINHOS.....	218
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>221</b>
<b>ACABOU? NÃO. É APENAS UM NOVO INÍCIO.....</b>	<b>229</b>

## APRESENTAÇÃO

Desenvolvemos esta pesquisa com foco em algumas situações ocorridas em uma sala de aula de Matemática do Ensino Médio, de uma escola pública do interior do Estado de São Paulo, observando os processos de interação entre professora e alunos e, sobretudo, entre alunos e seus pares, ao resolverem problemas relacionados à *probabilidade*, e socializarem estratégias de resolução.

Consideramos como objetivos:

1. Analisar a circulação de significações matemáticas nos momentos de socialização das resoluções apresentadas aos problemas propostos;
2. Analisar as ideias sobre *probabilidade*, que emergem por parte dos alunos, quando em contextos de resolução de problemas.

A pesquisa insere-se no campo da Educação Matemática, em uma abordagem qualitativa e norteada pela questão: “Quais contribuições um ambiente de cooperação investigativa traz para a elaboração conceitual probabilística dos alunos?”.

No primeiro capítulo, serão apresentadas algumas das circunstâncias referentes às trajetórias, pessoal e profissional da pesquisadora que, entrelaçadas, de alguma forma culminaram na construção deste trabalho, e que ajudam a explicar as opções teórico-metodológicas adotadas. O enfoque teórico que estrutura este estudo se encontra, principalmente, nos domínios da perspectiva histórico-cultural, da resolução de problemas e da probabilidade. Esses pressupostos teóricos serão abordados no capítulo dois. Em seguida, no capítulo três, serão discutidos os procedimentos metodológicos que organizaram todo o trabalho de pesquisa, desde a produção de dados até a sua análise.

No capítulo quatro, apresentaremos algumas análises, evidenciando as discussões entre os alunos, a mediação realizada pela professora e o movimento das significações das ideias probabilísticas. Essas análises foram desenvolvidas por meio da seleção de episódios como unidade analítica, com base na abordagem histórico-cultural. Já no capítulo cinco, trataremos a análise de parte do material, constituído pelos registros escritos, produzidos pelos alunos, isto é, cartas e tirinhas, que nos possibilitaram apontar indícios sobre o que ficou para esses alunos, após o processo de pesquisa. No sexto e último capítulo, trataremos algumas considerações sobre os resultados obtidos e sobre possibilidades para futuras pesquisas. No final do trabalho, na forma de prólogo, trataremos do desenvolvimento da pesquisadora.

## 1. PARA CHEGAR ATÉ AQUI..

Por tratar especialmente das experiências vividas por esta pesquisadora, neste capítulo a escrita será apresentada na forma de uma narrativa com o uso da primeira pessoa do singular.

O teor desta pesquisa é composto não apenas pelo conhecimento construído desde o ingresso no Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu*, da Universidade São Francisco, mas está repleto de minhas convicções formadas durante a vida toda, principalmente daquelas oriundas da prática docente. Para explicar o curso dos acontecimentos que geraram a produção deste trabalho, neste capítulo descreverei alguns dos caminhos seguidos durante minha trajetória pessoal, que culminaram em minha constituição profissional, e como esses acontecimentos — pessoais e profissionais — delinearão o caminho até esta pesquisa.

Na primeira seção, narrarei alguns acontecimentos por mim vividos durante a minha permanência na escola, desempenhando o papel de aluna, desde a Educação Básica até o ingresso na Universidade. Depois, farei algumas colocações sobre a relação profissional e também de amizade, entre mim e a professora colaboradora desta pesquisa. Na terceira seção, pontuarei algumas das dificuldades que encontrei no início da carreira docente, bem como algumas das indagações que me desestruturaram, mostrando a necessidade de buscar auxílio. Por fim, relatarei alguns acontecimentos relativos ao meu retorno à Universidade, que ajudaram a edificar o caminho até este estudo.

### 1.1 O Que Você Vai Ser Quando Crescer?

Não foi fácil decidir qual curso frequentar na universidade. Quando tive que fazê-lo, aos 17 anos, tinha a sensação de que seria definitivo e por esse motivo tive muito medo de errar. No entanto, apesar de me questionar em muitos momentos, não me arrependo de ter escolhido o curso de licenciatura em Matemática.

O prazer pela Matemática começou a me acompanhar desde a educação básica e foi aumentando à medida que se passavam os anos escolares. Durante todo o Ginásio<sup>1</sup>, minha professora de Matemática, Denise Pacheco, promovia um concurso chamado “Craques da Matemática”, do qual

---

<sup>1</sup> O Ginásio corresponde atualmente ao Ensino Fundamental II.

muitos alunos — inclusive eu — gostavam de participar. Durante esse período, eu costumava preencher todo o meu tempo restante com cursos extraescolares, geralmente relacionados à prática esportiva. Em várias ocasiões, tive que escolher entre participar de provas de olimpíadas de matemática ou de campeonatos esportivos.

A professora Denise era bastante rigorosa e exigente, inspirava em mim muito respeito e, percebendo meu gosto pela disciplina, costumava incentivar-me bastante nos estudos. Nessa época, eu adorava tudo e achava fácil o que aprendia em Matemática, não conseguia compreender como alguns de meus colegas não entendiam o que para mim era tão óbvio. Somente depois de começar a trabalhar como professora foi que percebi o quanto a Matemática pode ser difícil para algumas pessoas, principalmente nos moldes tradicionais de ensino, entendendo, também, por que a visão de Matemática, como uma disciplina para poucos, ainda é bastante presente na sociedade



Fonte: <http://mathunicamp.blogspot.com>  
 FIGURA 1: Calvin e a lição de Matemática

Ainda hoje, é muito comum, sobretudo no espaço escolar, ‘rotular’ como pequenos gênios os alunos que obtêm sucesso nas aulas de Matemática, gerando uma ideia de que para resolver todas as questões dessa matéria, não basta ser mais do que bom, mas sim fenomenal, como disse Calvin na tirinha acima. Essa tirinha representa bem a visão que muitos alunos têm sobre a Matemática.

Quando era estudante, eu gostava de ajudar outros colegas que não haviam compreendido o assunto das aulas e sempre me orgulhei de ser considerada pelos meus professores e colegas uma boa aluna; não fazia ideia, contudo, de como poderiam sentir-se mal aqueles alunos que não eram tidos como bons.

Desde o Ciclo Básico<sup>2</sup> até o início do Ensino Médio<sup>3</sup>, pretendia tornar-me professora de Matemática. Acredito que o que me motivava, além do gosto pela disciplina, era a admiração que eu

<sup>2</sup> O Ciclo Básico corresponde atualmente ao Ensino Fundamental I.

tinha por alguns de meus professores, pois, a meu ver, tinham muito conhecimento. Naturalmente, essa admiração se estendeu com relação a muitos professores que conheci a partir do Ensino Médio.

Conservo lembranças sobre a professora Lourdes da 4ª série<sup>4</sup>, como uma pessoa muito dedicada e comprometida com o trabalho. Durante o ano em que cursei essa série, 1993, muitas escolas públicas do Estado de São Paulo tiveram seu funcionamento interrompido por causa de uma greve de professores e, por isso, eu e meus colegas ficamos sem aulas por cerca de 70 dias. A professora Lourdes procurou meus pais e os pais de alguns colegas da minha turma e colocou-se à disposição para ensinar o conteúdo que perdemos durante o período de greve. Assim, durante as férias no mês de janeiro, tivemos aulas em sua casa. Apesar de perder as férias de janeiro do ano seguinte, isso foi especial para mim e, juntamente com outras experiências que vivi, explica o sentimento de responsabilidade que tenho para com meus alunos.

Como muitos de meus amigos, estudei da 1ª até a 8ª série na mesma escola, a E.E.P.S.G. “Barão de Jundiáí<sup>5</sup>”, mas, diferente deles, no Ensino Médio, mudei de escola e fui estudar em uma escola técnica, a ETE “Vasco Antonio Venchiarutti”, também no município de Jundiáí. Foi durante esse período que começaram a surgir algumas indecisões. Cursava o Ensino Médio pela manhã e, durante à tarde, frequentava o curso técnico em Saneamento e, assim, fui conhecendo outras áreas de estudo que me deixaram interessada.

Além disso, durante o 2º ano, comecei a aprender dança de salão, e cerca de um ano depois, comecei a trabalhar como professora de dança e como dançarina. Desde então, divido minha carreira profissional entre ensinar Matemática e dançar, procurando conciliar o trabalho nessas duas áreas.

Tive ótimas oportunidades de trabalho como dançarina e, embora nunca as tivesse aproveitado, por diversas vezes pensei em desistir da docência para me dedicar exclusivamente a essa arte. Todas as vezes em que tentei deixar de lado as aulas de Matemática, acabei voltando atrás, mas, para ser honesta, as indecisões ainda fazem parte da minha vida. São dois mundos incrivelmente diferentes, minha vida profissional tem se encontrado na dualidade entre dançar em transatlânticos luxuosos, nos quais os principais objetivos são o conforto e a diversão dos hóspedes e ensinar Matemática em uma escola pública de uma pequena cidade do interior, onde muitos dos alunos sofrem com problemas financeiros, e de estrutura familiar, entre tantos outros. Fico, porque gosto, porque tenho um forte

---

<sup>3</sup> Antes chamado de Colegial, 1998 foi o ano em que se efetivou essa mudança e o ano que ingressei no Ensino Médio.

<sup>4</sup> Atualmente corresponde ao 5º ano do Ensino Fundamental.

<sup>5</sup> A escola continua funcionando, porém, atualmente é chamada de Escola Estadual “Barão de Jundiáí”

sentimento de responsabilidade social que desenvolvi por influência dos nobres valores a mim ensinados por meus pais.

Voltando aos acontecimentos do passado, ressalto que, além da dança e da Matemática, eu adorava estudar quase tudo, por isso, com tantas opções, foi extremamente difícil escolher um curso quando me inscrevi para o Vestibular: Educação Física? Matemática? Engenharia Sanitária? Química? Eram tantas as coisas que eu gostava de fazer, tantas áreas que eu gostaria de estudar. Enfim, somente decidi entre Educação Física e Matemática (licenciaturas) quando os prazos para realizar as matrículas estavam se esgotando. Ingressei no curso de Matemática da Universidade São Francisco, na cidade de Itatiba, no ano de 2001.

## **1.2 O Início de Uma Forte Parceria**

Já durante as primeiras semanas de aula na graduação, comecei a fazer parte de um grupo de alunos que se manteve unido pelo menos até o final do curso. Fazíamos os trabalhos juntos, estudávamos para as provas e fomos criando um vínculo afetivo. Também fazia parte desse grupo, Joyce Furlan que, além de companheira na faculdade, se tornou minha amiga, colega de trabalho e colaboradora na construção deste trabalho.

Admiro esta amiga, pois, além de ser uma professora muito dedicada e competente, é extremamente inteligente, companheira, atenciosa e paciente. Muitas vezes, quando observo a maneira como trata seus alunos, e as pessoas em geral, percebo o quanto eu gostaria de ser mais amável, também. Por outro lado, são as diferenças entre nossas personalidades que têm ajudado a fortalecer nossas parcerias e nossa amizade.

Enquanto cursávamos o último ano da graduação, fomos aprovadas no concurso público da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, mas, sinceramente, eu ainda não tinha certeza de que lecionar era o que eu gostaria de fazer. Como obtive uma classificação mais alta do que a minha no concurso, Joyce começou a lecionar primeiro e me dava boas referências sobre a escola em que estava trabalhando. Por essa razão, quando fui chamada para o processo de atribuição de cargos e aulas, acabei optando pela mesma escola que ela, para que pudéssemos trabalhar juntas e onde, ainda hoje, lecionamos.

Desde o ano de 2005, temos compartilhado projetos, ideias, queixas, e até um pouco do trabalho de pesquisa. Mesmo que ajamos de formas diferentes em nossas respectivas salas de aula, temos preocupações e intenções similares e, por isso, buscamos entender mais sobre a docência, procurando atuar como boas professoras.

### **1.3 Professora: Ser ou Não Ser?**

Durante toda a graduação, eu não imaginava como seria o trabalho como professora, e a disciplina de estágio, tampouco ajudou a esclarecer essa dúvida. Até o final da graduação, eu me encantava com complicados exercícios de álgebra e não me imaginava cursando mestrado em Educação. Não tinha ideia de que precisaria muito mais do que dominar conteúdos matemáticos para obter sucesso ao ensinar meus futuros alunos.

Ainda na graduação, conheci a professora doutora Adair Mendes Nacarato, que lecionava algumas disciplinas no curso de Matemática. Confesso que essas disciplinas não estavam entre minhas prediletas. As disciplinas da área pedagógica me atraíam pouco e, na época; as leituras me assustavam bastante: minhas preferências eram ocupadas muito mais por disciplinas como Lógica, Álgebra ou Cálculo. Não é irônico?

Quando ingressei como professora na rede pública estadual, mesmo compreendendo a responsabilidade que teria ao assumir as aulas de uma turma (melhor dizendo 4 turmas) durante todo o ano letivo, fiquei muito empolgada nas primeiras semanas na escola. Porém, ainda nos primeiros meses de aula, comecei a sentir-me aborrecida e bastante nervosa, desesperada talvez, pois percebia que as coisas não estavam saindo como eu planejara. Já havia tido alguma experiência como professora eventual<sup>6</sup> em escolas públicas e particulares. Cheguei a ficar algum tempo com a mesma sala, mas não era nada parecido. Quis pedir demissão. Acredito que estava passando pelo “choque do real” descrito por Huberman (1995, p. 39). Eu achava que não ia conseguir ensinar nada a eles, parecia muito difícil, o peso da responsabilidade foi ficando maior. Porém, depois de pensar muito e conversar com algumas pessoas da área educacional, decidi tentar por mais algum tempo.

---

<sup>6</sup> Este termo é comumente usado para se referir a um professor substituto. Na falta de algum professor regular, a escola solicita a um professor eventual que o substitua, mesmo que este professor não tenha formação acadêmica sobre a mesma disciplina que o professor ausente tem. Muitas vezes os professores eventuais são ainda graduandos.



Fui me acostumando com o peso da responsabilidade e aprendendo a lidar com algumas situações que aconteciam nas aulas. Aquela sensação ruim foi se atenuando e desenvolvi afeição pelos alunos e pelo ambiente escolar.

Hoje, sei que agi bem, pois mesmo que eu desanime frente aos muitos problemas que acometem a Educação e que atingem diretamente a nós, professores, gosto muito do que faço, e compreendo a relevância do trabalho docente e, portanto, a preocupação em fazer um bom trabalho na sala de aula torna-se ainda maior.

No Dia dos Professores, no ano de 2010, minha irmã mais nova — que se tornou professora recentemente — me enviou uma mensagem de texto dizendo ‘Parabéns. Continue assim, me espelho muito em você!’. Naturalmente, fiquei lisonjeada com a mensagem, mas também me fez refletir sobre o quanto esse trabalho é importante e o quanto minhas ações, enquanto professora, influenciam aqueles que estão ao meu redor. O que estou transmitindo aos meus alunos e àqueles que convivem comigo? Será que os estou ajudando a serem pessoas melhores? Afinal, “ensinar exige compreender que a educação é uma forma de intervenção no mundo” (FREIRE, 1996, p. 98).

Por mais que eu tente não me culpar, quando percebo que as aulas não estão acontecendo como planejei e, que meus alunos não têm se desenvolvido tanto quanto eu gostaria, acabo me sentindo responsável, pois como observa Charlot (2002, p. 96): “se o aluno não fizer o trabalho intelectual, não vai aprender, vai fracassar. Mas, também eu, como professor, vou fracassar”. Por isso, fico angustiada, quando não sou capaz de amenizar os muitos empecilhos que aparecem em meu trabalho.

Mesmo que o choque inicial tenha passado, outras inquietações começaram a aparecer e a me incomodar. Não se pode, simplesmente, ignorar os obstáculos; eles estão no dia a dia do trabalho escolar.

Conforme esses impedimentos foram aparecendo, procurei lidar com eles à minha maneira; algumas vezes, sozinha, outras com o auxílio dos colegas de trabalho, entre eles a professora Adriana Molina que, por ocasião, era mestranda do programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade São Francisco, e me incentivou a procurar a Universidade.

Foi o que fiz. Porém, antes de escrever um projeto de pesquisa e me inscrever para iniciar regularmente o programa de Pós-graduação, ingressei em duas disciplinas no primeiro e segundo semestres de 2009, oferecidas pela professora doutora Adair Mendes Nacarato, cujo convite para participar dos encontros do Grucomat (Grupo Colaborativo de Matemática), eu aceitei. Joyce já participava dos encontros do grupo e me incentivou a fazer o mesmo. Até esse período considero que

estava um pouco perdida, já tinha intenções de iniciar o mestrado, mas não tinha certeza alguma sobre o objeto de estudo. Fazer parte desse grupo foi fundamental para a elaboração do meu projeto de pesquisa que, posteriormente, se transformou nesta investigação.

#### 1.4 Influências de Um Trabalho em Grupo

O Grucomat é um grupo institucional da Universidade São Francisco que funciona sob a orientação das professoras doutoras do Programa de Pós-Graduação em Educação, Adair Mendes Nacarato e Regina Célia Grandó, e conta com a participação de professores de Matemática e alunos da pós-graduação. O grupo se reúne semanalmente para estudar e elaborar situações de sala de aula. As situações são desenvolvidas nas salas de aula dos professores participantes — algumas vezes são videogravadas e analisadas pelos colegas do grupo. As sistematizações das experiências vividas são feitas na forma de narrativas de aulas que são divulgadas em eventos ou publicadas em livros<sup>7</sup>.

No ano de 2009, os participantes do Grucomat desenvolviam um projeto sobre Educação Estatística, no qual também me envolvi, levei algumas das tarefas referentes ao projeto para trabalhar com uma das salas de aula em que atuava, assim como o fizeram Joyce e outros participantes do grupo.

Durante o trabalho em sala de aula, surgiram várias inquietações. Entre elas, havia questões acerca do momento de socialização das respostas para os problemas, construídas pelos alunos, tais como: Como fazer com que todos os alunos compartilhem suas resoluções, sem que a aula se torne entediante? Como fazê-los entender Matemática sem dizer: ‘isto está certo ou está errado’? Como lidar com a falta de tempo proveniente das amarras com o cronograma burocrático? Como dar voz a todos os alunos? Certamente, não foram as únicas dificuldades encontradas durante o desenvolvimento do projeto, mas foram algumas das que mais me incomodaram.

Encontrei muita dificuldade ao tentar adotar uma postura 1, tal que, ao chegar ao final da discussão, eu não colocaria na lousa ‘A’ resposta correta. Os obstáculos também partiam dos alunos que, muitas vezes, esperavam que eu dissesse o que deveriam fazer e o que estava certo, pois estavam

---

<sup>7</sup> Em 2011 o Grucomat estava organizando seu segundo livro de narrativas de aulas. O primeiro foi publicado em 2008: NACARATO, Adair M.; GOMES, Adriana Ap. Molina; GRANDÓ, Regina Célia. (orgs.) . *Experiências com geometria na escola básica: narrativas de professores em (trans)formação*. São Carlos: Pedro e João Editores, 2008. O segundo livro contém narrativas de aula sobre estocástica (integração entre estatística e probabilidade).

habituaados a isso, além de, em muitas ocasiões, terem medo da exposição a que teriam que se arriscar, comunicando suas construções com os colegas.

Essas, além de muitas outras questões, eram discutidas nas reuniões do Grucomat, quando nós, participantes, compartilhávamos com o grupo as situações ocorridas nas aulas.

Sinto-me aflita, quando penso que não consegui ensinar tudo o que queria e deveria aos meus alunos, e não poderia ser de outra forma. Afinal, os alunos continuam, mudam de série, mudam de escola, formam-se e, nós, professores, não chegamos a ver o produto do nosso trabalho por completo, o que, no entanto, não quer dizer que não tenha sido um bom trabalho. Por isso, desde que comecei a me envolver com o grupo e com o desenvolvimento desta pesquisa, tenho tentado notar os progressos, pouco a pouco alcançados pelos alunos.

Trabalhar em conjunto e dividir as ideias, as dificuldades, as angústias e os sucessos, e tudo o mais que se refira à prática docente, pode tornar o trabalho do professor menos solitário e mais promissor. Os sucessos compartilhados com os colegas ajudam a transformar ideias e a colocá-las em prática, assim como as falhas que, muitas vezes, ao serem apresentadas ao grupo passam a ser vistas de outra forma. Frequentemente, o trabalho que julgamos ter causado efeito negativo nos alunos, quando exposto aos olhares dos participantes do grupo, acaba tendo diferentes aspectos levantados e passamos a enxergá-lo através de suas possibilidades de progresso.

Enfim, após participar das discussões ocorridas nas reuniões do Grucomat, e, analisar os registros de todo o material levantado durante a realização do projeto em nossas aulas, Joyce e eu preparamos, juntas, uma comunicação para o COLE (Congresso de Leitura do Brasil), ocorrido em julho de 2009 na Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). Neste trabalho, descrevemos o processo de desenvolvimento do projeto em nossas aulas, discutindo algumas das questões que relatamos anteriormente, e estabelecendo relações entre as situações ocorridas em ambas as salas de aula.

Após esse congresso, a Professora Doutora Beatriz D'Ambrosio<sup>8</sup> visitou a Universidade São Francisco e, nessa ocasião, eu e Joyce apresentamos a ela o mesmo trabalho do COLE. A professora Beatriz, apoiada pelas professoras Adair e Regina, sugeriu que eu direcionasse um projeto ao momento de socialização nas aulas de Matemática, e trabalhasse em colaboração com Joyce, como havíamos feito, de certa forma, durante a realização do projeto em Educação Estatística do Grucomat. Assim,

---

<sup>8</sup> Professora- Pesquisadora em Miami University of Ohio OXFORD /OH - EUA

escrevi um projeto com esse tema, e me inscrevi para o processo seletivo do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade São Francisco, no qual ingressei no início do ano de 2010.

Dessa forma, o movimento descrito até aqui resultou em duas pesquisas de Mestrado, uma desenvolvida por Joyce, e outra por mim, ambas direcionadas à prática do ensino de Matemática, envolvendo assuntos que permeiam o campo da Educação Estatística e compartilhando parte de suas motivações e de seus percursos metodológicos, mas com diferentes objetos de pesquisa: Joyce analisou as práticas de avaliação formativa desenvolveu a sua pesquisa numa sala de aula em que eu lecionava; ao mesmo tempo, desenvolvi esta pesquisa em uma de suas salas de aula, o 1ºB.

Ressalto que até o momento da defesa deste trabalho, optei por não ler a dissertação de Joyce, para que minhas ideias não fossem influenciadas por seu trabalho. Ainda assim, estou consciente de que nossas ideias muitas vezes são convergentes, uma vez que estivemos envolvidas num processo de coprodução de saberes.

Minha formação profissional justifica a necessidade de desenvolver uma pesquisa voltada para a prática docente, assim como a relação construída com a professora Joyce e a participação no Grucomat explicam a dimensão colaborativa que este trabalho tomou. Essas são algumas das circunstâncias que delinearão a sua constituição e o seu desenvolvimento o qual, como afirmei no início, está repleto de crenças e convicções desenvolvidas ao longo da minha vida.

Creio que este relato seja importante para auxiliar na compreensão do contexto de pesquisa, da escolha do referencial teórico e do tema de estudo, uma vez que as muitas vozes (BAKHTIN, 1997), com as quais tive contato e que me constituem de algum modo, influenciaram minhas concepções que culminaram neste trabalho. Seria impossível falar de todas essas vozes, de todos os acontecimentos passados e, por isso, escolhi alguns que têm uma ligação mais direta com o contexto da pesquisa.

Finalizando, começarei a apresentar os pressupostos teóricos que estruturam esta pesquisa, discutindo alguns aspectos da perspectiva histórico-cultural no próximo capítulo. Para tal, a partir deste ponto, a primeira pessoa do plural será empregada no desenvolvimento da escrita.

## **2. A FORMAÇÃO DO PENSAMENTO PROBABILÍSTICO POSSIBILITADA PELA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA PERSPECTIVA HISTÓRICO-CULTURAL**

O foco central do presente trabalho é a elaboração conceitual em probabilidade no ambiente de sala de aula. Ao discutirmos a elaboração conceitual, tomaremos como foco as questões relativas à aprendizagem dos alunos, no movimento de produção de significações na cultura social da sala de aula, cultura essa permeada por discussões, confrontos de opiniões, argumentações, interações e as “ações mediadas” (FREITAS, 2010, p.19). Concordamos com a autora que a nossa pesquisa “está centrada no processo, na relação entre sujeitos, relação dialógica que, portanto, provoca compreensão ativa de seus participantes” (FREITAS, 2010, p. 20).

Nesse sentido, adotamos a perspectiva histórico-cultural como referencial para análise do processo vivido em sala de aula, com os alunos, num ambiente de aprendizagem em que a resolução de problemas em *probabilidade* constituiu a atividade principal. Portanto, dedicaremos as discussões deste capítulo aos três eixos teóricos: perspectiva histórico--cultural, resolução de problemas e probabilidade que, entrelaçados, ajudam a constituir a sala de aula como um ambiente propício para a formação do pensamento probabilístico e matemático em geral..

Dividimos o capítulo de modo que, na primeira parte, discutiremos alguns aspectos históricos sobre a probabilidade e a resolução de problemas que dizem respeito, principalmente, à pesquisa e ao currículo. Na segunda parte, trataremos de algumas concepções sobre a formação conceitual em probabilidade, sob a abordagem histórico--cultural. Na terceira e última parte, abordaremos algumas discussões sobre a constituição de um ambiente de aprendizagem na sala de aula.

### **2.1 Alguns Fundamentos sobre Resolução de Problemas e Probabilidade**

Nesta seção, apresentaremos alguns aspectos que consideramos importantes para a compreensão desses dois campos de estudo: a resolução de problemas e a probabilidade.

### 2.1.1 Alguns aspectos históricos sobre a resolução de problemas: campo da pesquisa e do currículo escolar

O cotidiano das relações sociais está repleto de situações problemáticas, situações que representam alguma dificuldade para aqueles que estão diante delas, e precisam contorná-las. Resolver problemas é parte da atividade humana e de que outra forma seria possível aprender a lidar com eles, senão resolvendo-os? Nesse sentido:

Resolver um problema é encontrar um caminho onde nenhum é conhecido de imediato, encontrar o modo de sair de uma dificuldade, torner um obstáculo, para atingir um final desejado que não é imediatamente atingível, por meios apropriados (POLYA, 1945 apud ERNEST, 1996, p. 30).

É na busca para solucionar situações problemáticas que se torna possível a apropriação de saberes provenientes da experiência para, eventualmente, confrontar ocasiões similares. Historicamente, situações desafiadoras/problemáticas e a Matemática estão em contato constante.

De acordo com Stanic e Kilpatrick (1989, p. 1), “Os problemas ocuparam um lugar central nos currículos desde a antiguidade, mas a resolução de problemas não.” É relativamente recente a preocupação com a aptidão para resolver problemas no âmbito escolar.

Antes de se entender Resolução de Problemas enquanto metodologia de ensino, houve muitas mudanças no Ensino da Matemática e, por conseguinte, no currículo escolar. Onuchic (2008, p. 1) afirma que “O papel da Resolução de Problemas no currículo da Matemática escolar é resultado de forças conflitantes ligadas a ideias antigas e duradouras sobre os benefícios do estudo da Matemática e a uma variedade de eventos que aconteceram no início do século XX.”

Assim sendo, ao longo dos anos, pesquisadores desenvolveram visões diferentes sobre resolver problemas em Matemática. Três abordagens são apresentadas por Schroeder e Lester (1989 apud ONUCHIC, 2008, p. 7), “teorizar *sobre* resolução de problemas; ensinar Matemática *para* resolver problemas; e ensinar Matemática *através* da Resolução de Problemas” (grifos da autora).

Mendonça (1999, p. 16) considera que a resolução de problemas tem sido compreendida com as seguintes interpretações: “como um objetivo”, quando se ensinam conteúdos com o intento de resolver problemas; “como um processo”, quando os problemas são trabalhados, a fim de aprender e melhorar estratégias de resolução e, por fim, “como um ponto de partida”.

Embora escritas em diferentes termos, as concepções apresentadas por Onuchic (2008) e Mendonça (1999) convergem, de certo modo: Teorizar *sobre* resolução de problemas aproxima-se da ideia de resolução de problemas como um processo, a preocupação centra-se nas heurísticas utilizadas pelos ‘resolvedores’. Ensinar *para* resolver problemas é encarar a resolução de problemas como um objetivo, a Matemática é apresentada aos alunos para que resolvam problemas. Ensinar Matemática *através* da resolução de problemas é pensar na resolução como um ponto de partida, é “tomar o problema como recurso pedagógico, apresentado no início do processo da aprendizagem que se espera alcançar.” (MENDONÇA, 1999, p. 16).

Dentre as questões levantadas sobre a temática, alguns pesquisadores vêm investigando o porquê de se ensinar a resolver problemas, e:

Num certo sentido, a resolução de problemas nos currículos, foi simplesmente um meio de conseguir alunos para estudar Matemática. Os problemas foram um dado elemento do currículo da Matemática que contribuiu, tal como outros elementos, para o desenvolvimento do poder de raciocinar (STANIC; KILPATRICK 1989, p. 8).

Atribui-se grande valor à resolução de problemas, enquanto promotora do alargamento da capacidade de raciocínio do indivíduo.

Alguns avanços na própria Matemática, enquanto ciência, foram atribuídos aos problemas. “Muitas vezes as técnicas desenvolvidas para os resolver [os problemas] representam avanços fundamentais em matemática. Assim, os problemas servem também como ponto de partida para o crescimento da matemática.” (ERNEST, 1996, p.25).

Lester (1994) atribui ao National Council of Teachers of Mathematics<sup>9</sup> (NCTM), o impulso dado no sentido de mudar o currículo (inicialmente nos Estados Unidos) e as pesquisas sobre resolução de problemas; esse mesmo Conselho já publicara na década de 1980, alguns documentos indicando a importância de resolver problemas. O primeiro deles foi *An Agenda for Action*<sup>10</sup> (NCTM, 1980), na qual o National Council of Teachers of Mathematics recomendou que a resolução de problemas fosse o foco da matemática escolar, a partir de então.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), segundo Onuchic (2008, p. 7) foram “apoiados em ideias dos Standards [<sup>11</sup>] do NCTM”. Neles a resolução de problemas é apontada como elemento

---

<sup>9</sup> Em português, Conselho Nacional de Professores de Matemática.

<sup>10</sup> Agenda para Ação

<sup>11</sup> Os Standards são um conjunto de normas publicadas pelo NCTM, direcionadas ao ensino de Matemática nos EUA.

fundamental para o ensino da Matemática. Segundo o documento brasileiro, “o tratamento de situações complexas e diversificadas oferece ao aluno a oportunidade de pensar por si mesmo, construir estratégias de resolução e argumentações, relacionar diferentes conhecimentos e, enfim, perseverar na busca da solução.” (BRASIL (PCN+), [2000?], p. 113).

No vasto campo da resolução de problemas, fizemos algumas escolhas as quais acreditamos melhor se adequarem aos objetivos do nosso trabalho, levando em consideração nossa própria concepção sobre o ensino da Matemática. Das perspectivas apresentadas, todas, certamente, contribuíram de algum modo para transformar o ensino da Matemática. Da mesma forma como proporcionou a criação de um campo de estudo próprio, a necessidade de resolver problemas contribui para o desenvolvimento de outras áreas de estudo, como é o caso da probabilidade. Sendo assim, discutiremos a seguir, alguns aspectos históricos sobre a probabilidade, passando pela sua aproximação com a estatística, a pesquisa e sua inserção no currículo escolar.

## **2.1.2 Um pouco do que a História nos conta sobre pesquisa, ensino e desenvolvimento da probabilidade**

### **2.1.2.1 Estatística e probabilidade: a estocástica**

Ao procurar um adjetivo para caracterizar a representação da Matemática, socialmente construída, talvez a palavra mais adequada, ou mais evidente seja ‘exata’. A Matemática é, tradicionalmente, a ciência da certeza e, por isso, chega a ser curioso que o estudo da aleatoriedade esteja inserido nela.

A Teoria das Probabilidades foi impulsionada pela necessidade de se obter algum controle sobre as incertezas. “A probabilidade está presente sempre que estivermos perante um *fenómeno aleatório*” (GRAÇA MARTINS; PONTE, 2010, p. 164, grifos dos autores), na pretensão de fazer previsões, a respeito de situações sobre as quais não se pode saber exatamente como ocorrerão. “Esses efeitos randômicos ou processos aleatórios consistem no ponto central da estatística e da probabilidade” (JONES, 2005, p. 910, tradução nossa<sup>12</sup>). Enquanto a estatística utiliza características dos processos

---

<sup>12</sup> Cf. original: “These random effects or random processes lie at the very heart of statistics and probability”.



aleatórios e dos modelos probabilísticos para fazer inferências sobre problemas que envolvem dados, a probabilidade se concentra em destacar, descrever, quantificar e modelar tais processos.

A interface entre estatística e probabilidade (que pode ser representada pelo termo estocástica) compõe um importante campo de estudo. No cotidiano, frequentemente ocorrem inúmeras situações com as quais a estocástica está relacionada.

Tanto no que concerne ao ensino, quanto às aplicações cotidianas, conceitos estatísticos, probabilísticos e combinatórios estão comumente articulados entre si, compondo um campo de estudo bastante amplo. Estando conscientes disso, no presente trabalho, optamos por manter o foco sobre a probabilidade. Essa escolha foi motivada por diversas razões durante o processo de pesquisa, como por exemplo, o tempo disponível para a coleta de dados ou a dinâmica da sala de aula determinada, principalmente, pelas necessidades dos alunos.

### **2.1.2.2 A estocástica na pesquisa e no currículo**

O valor de se manter a estocástica como objeto de estudo está diretamente ligado às suas aplicações reais como, por exemplo, em estudos demográficos, em meteorologia, na medicina, na engenharia, no ramo das loterias, entre muitos outros, e, portanto, não é de se admirar que seja objeto de muitas pesquisas. Entretanto, o número de pesquisas nessa área, talvez ainda seja pequeno, quando comparado à sua importância social.

Muitos avanços da pesquisa na área da estocástica foram ocasionados pela grande contribuição oferecida por pesquisadores do campo da psicologia, interessados, na maioria dos casos, em observar o raciocínio quando o sujeito está em contato com situações de incerteza, descrevendo como as pessoas pensam. A interdisciplinaridade, segundo Shaughnessy (1992), é uma característica forte na pesquisa em estocástica, que não está apenas no domínio de educadores matemáticos. Estes começaram a contribuir mais ativamente no desenvolvimento das pesquisas desse campo, a partir da década de 1980, focando muitos dos estudos em concepções e influências de crenças, em situações relacionadas à estatística e à probabilidade. Assim sendo, o campo teórico sobre o ensino de estocástica, é relativamente recente.

Certamente, não trataremos uma descrição muito profunda sobre a pesquisa em estatística e probabilidade; há muitas especificidades abordadas em estudos nesse campo, sobre as quais não trataremos aqui. Nosso interesse está mais direcionado à educação estatística, com ênfase na

*probabilidade*, como já mencionamos, embora as pesquisas nessas duas áreas — *estatística e probabilidade* — compartilhem muitas relações, devido à estreita ligação entre elas.

Dentre algumas das pesquisas às quais recorremos para constituir nosso aporte teórico, observamos ser recorrente a preocupação com a composição do currículo escolar e sua relação com a produção teórica. O currículo de Matemática está diretamente relacionado com o desenvolvimento das pesquisas na área. Shaughnessy (1992, p. 465) afirma que “muito do que é pesquisado na educação matemática é direcionado pelo que se ensina nas escolas, ou pelo que é solicitado para o ingresso na faculdade ou pelas sugestões feitas por algum documento sobre o que deve ser ensinado” (tradução nossa<sup>13</sup>).

Segundo Batanero (2001), a educação estatística tem sido uma preocupação desde 1885, com a fundação do Instituto Internacional de Estatística, tornando-se mais forte com a criação do Comitê de Educação, em 1948, no intuito de promover a formação estatística, principalmente em países em desenvolvimento, em colaboração com a UNESCO e outras agências internacionais. Desde então, o Comitê efetuou algumas ações, como a criação de centros de educação estatística e a promoção de conferências internacionais sobre o tema; ainda assim, a autora afirma que a incorporação da estatística de forma generalizada no currículo de Matemática nos países desenvolvidos é recente.

De acordo com a revisão teórica elaborada por Shaughnessy (1992), a estocástica já era parte do currículo escolar de muitos países europeus. Porém, nos Estados Unidos, esta área ainda não havia sido efetivamente inserida nas escolas, e apenas uma pequena parte dos alunos, prestes a ingressar na universidade, havia frequentado algum curso sobre estatística e probabilidade.

Analisando as reformas curriculares em países como Estados Unidos, Austrália e Reino Unido, Jones (2005) afirma que o movimento curricular levou à necessidade de produção teórica sobre probabilidade. Muito do que se produziu nesse período foi provocado pelas experiências oriundas da sala de aula, desafiantes para pesquisadores, professores e alunos, sendo que muitas pesquisas foram designadas para dar suporte às necessidades referentes ao ensino e à aprendizagem das ideias relativas à incerteza.

Também nas escolas brasileiras, a probabilidade não é usualmente colocada em posição tão importante quanto a Álgebra ou a Aritmética, por exemplo. Muitos alunos, somente no Ensino Médio, têm algum contato com o tema e, habitualmente, o ensino da Teoria das Probabilidades consiste,

---

<sup>13</sup> Cf. original: “Much of what is researched in mathematics education is driven by what is taught in schools, or by what is required to enter college, or perhaps by what a document recommends that we should be teaching”

basicamente, na apresentação de algumas fórmulas relacionadas aos elementos do estudo das probabilidades e muitos exercícios para sua aplicação e fixação.

Em algumas reformas curriculares recentes, no Brasil, a probabilidade tem recebido maior atenção no currículo escolar, principalmente no Ensino Fundamental, onde ela foi inserida desde os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), dentro do bloco Tratamento da Informação, para ser trabalhada de forma articulada com a Estatística e a Combinatória. Ainda assim, compreendemos ser esse apenas o início de um longo caminho nessa área, pois sabe-se que há ainda poucas discussões no âmbito brasileiro de como inserir tais conteúdos em sala de aula, rompendo com a forma tecnicista, com a qual os conceitos probabilísticos têm sido explorados no Ensino Médio.

Entendemos que o ensino de probabilidade (de Matemática em geral) deve contemplar mais do que fórmulas, técnicas e aplicações em exercícios. Há diversos conceitos a serem compreendidos ao longo da vida escolar, de modo a formar o complexo pensamento probabilístico.

No intuito de tentar mensurar as chances que um determinado evento tem de ocorrer, a *probabilidade*, de modo geral, se encarrega de estudar os fenômenos aleatórios, cujos resultados não se podem saber antecipadamente. “São fenômenos para os quais os resultados das realizações individuais são incertos, mas que se admitem ser possível encontrar um padrão genérico de comportamento” (GRAÇA MARTINS; PONTE, 2010, p. 164). Os fenômenos aleatórios são definidos por Batanero (2001, p. 12) como “aqueles aos quais podemos aplicar o cálculo de probabilidade e este continuará sendo válido quando encontrarmos suas leis” (tradução nossa<sup>14</sup>).

Discutimos até aqui, o movimento histórico da *probabilidade* e da resolução de problemas, bem como sua inserção no currículo escolar. Compreendemos que o ensino da probabilidade por meio da resolução de problemas vai ao encontro de suas referências históricas e da concepção de educação para desenvolvimento humano. Essas discussões nos levam a refletir sobre a seguinte questão: A resolução de problemas na sala de aula tem sido contemplada sob qual abordagem?

Apresentaremos, a seguir, algumas das diferentes concepções e ideias que surgiram no decorrer do desenvolvimento dos estudos na área da probabilidade, pois entendemos que, as compreendendo melhor, é possível ampliar as possibilidades de trabalho na sala de aula.

---

<sup>14</sup> Cf. original: “aquellos a los que podemos aplicar el cálculo de probabilidades, que seguirá siendo válido el día que encontremos sus reglas”

### 2.1.2.3 Probabilidade: diferentes ideias e concepções dentro do mesmo campo

No curso do desenvolvimento do estudo da *probabilidade*, a noção de aleatoriedade pode ser contemplada de forma diferente, dependendo da concepção de probabilidade considerada.

Na concepção *clássica*, essa noção está relacionada à ideia de eventos equiprováveis, sendo que um evento é aleatório se, dentro da classe em que ele se insere, todos os eventos são igualmente prováveis e, nesse caso, a probabilidade de um determinado evento é:

A razão entre este número [número de casos favoráveis ao evento] e aquele de todos os casos possíveis é a medida desta probabilidade, que desta forma não é mais que uma fração cujo numerador é o número de casos favoráveis e o denominador é o número de todos os casos possíveis (LAPLACE, 1985, p. 38, apud LOPES; COUTINHO, 2009, p. 65).

A aplicação dessa concepção se compatibiliza com problemas envolvendo jogos, ou situações similares, mas ignora condições metafísicas. As críticas sobre essa concepção referem-se às dificuldades de definir um evento como aleatório em situações naturais e sociais, como a previsão de condições climáticas, fenômenos genéticos, ou o resultado de eleições, já que, nesses casos, a equiprobabilidade não se aplica.

O enfoque *frequentista*, baseado na evidência empírica, considera os resultados aleatórios em longo prazo, estabelecendo uma frequência relativa a cada membro de população, a partir da repetição de experimentos. Os cálculos de probabilidade nessa perspectiva envolvem registros de dados estatísticos, a lei dos grandes números, ajuste de curvas, tabelas de distribuição, tabelas e gráficos estatísticos, entre outros. Os valores de probabilidades fornecidos nessa interpretação não são exatos, havendo dificuldades em se determinar qual é o número de repetições adequado a um experimento, para se garantir uma estimativa confiável.

Na concepção *subjetiva*, o que é considerado aleatório para uma pessoa, pode não ser para outra, dependendo do conhecimento que se possui sobre o objeto em questão e, portanto, a probabilidade trata da medida relacionada ao grau de confiança pessoal diante da ocorrência de um evento, ou seja, para esse mesmo evento duas pessoas podem atribuir valores diferentes.

Proveniente, principalmente, dos trabalhos de Kolmogorov, o modelo *axiomático* se apoia na teoria dos conjuntos para definir *probabilidade*, a partir de um sistema de axiomas que, segundo Sáenz (1999), é reduzida a níveis elementares para ser ensinada, não refletindo a complexidade das ideias estocásticas.

Podemos notar que a concepção de probabilidade adequada depende da situação a que se deseja analisar, e a utilização de um enfoque não implica rejeição dos outros. Acerca disso, Shaughnessy (1992, p. 469) defende que “o modelo de probabilidade empregado em uma situação particular deve ser determinado pela tarefa que pedimos que os nossos estudantes investiguem e pelo tipo de problemas que desejamos resolver” (tradução nossa<sup>15</sup>). Nos problemas cotidianos, esses modelos probabilísticos muitas vezes se revelam inter-relacionados.

Vale ressaltar que muitos dos problemas que envolvem, por exemplo, previsões ou tomadas de decisão, “são abertos ou têm mais de uma possível decisão e em sua solução participam tanto fatores matemáticos como extra matemáticos” (BATANERO, 2006, p. 5, tradução nossa<sup>16</sup>). É importante entender a natureza do problema e o contexto que o cerca, para realizar uma análise probabilística da forma mais apropriada. Seguir caminhos baseados apenas na intuição proveniente das experiências cotidianas pode resultar em enganos.

Portanto, a fim de formar o pensamento probabilístico de modo a assegurar a amplitude na proficiência na tomada de decisões, é preciso trabalhar com os alunos tanto noções subjetivas de probabilidade, quanto aquelas de caráter estrutural. Por isso, “a construção do conceito de probabilidade passa primeiramente pelo reconhecimento, pela apreensão da situação estudada” (LOPES; COUTINHO, 2009, p. 65).

Dada a sua importância no tratamento de informações inerentes à vida, “o estudo probabilístico deve ser iniciado nos primeiros anos da escolarização, por meio da realização e da observação de experimentos aleatórios, sem preocupação com a formalização do conceito” (LOPES; COUTINHO, 2009, p. 63), isso não significa não estar contribuindo para a constituição do conceito. Através do contato com experiências que dizem respeito à *probabilidade*, o aluno vai formando ideias durante os anos escolares as quais, articuladas entre si e com aquelas provenientes da vivência cotidiana, possibilitarão o desenvolvimento do pensamento probabilístico mais tarde, no Ensino Médio, por exemplo.

Embora o estudante do Ensino Médio, eventualmente, já seja capaz de estabelecer generalizações, se tiver contato com a *probabilidade* apenas nessa etapa escolar, não terá tempo de desenvolver o raciocínio probabilístico de forma muito profunda, ao passo que, se esse conteúdo lhe for

---

<sup>15</sup> Cf. original: “The model of probability that we employ in a particular situation should be determined by the task we are asking our students to investigate, and by the types of problems we wish to solve”.

<sup>16</sup> Cf. original: “son abiertos o tienen más de una posible decisión y en su solución intervienen tanto factores matemáticos como extra matemáticos”.

apresentado desde cedo, certamente conseguirá apropriar-se muito mais das ideias sobre o assunto, pois terá mais oportunidades de relacioná-las com suas experiências cotidianas.

Sabemos que não é possível esgotar o desenvolvimento de todos os conceitos relacionados à probabilidade até o Ensino Médio, pois há muitas outras áreas do conhecimento matemático que devem ser desenvolvidas na escola e, na situação escolar atual, o tempo dedicado às aulas é desproporcional ao número de competências exigidas que os alunos desenvolvam. Por isso, acreditamos que seja imperativa a preocupação com formas de incitar nos alunos o desenvolvimento do raciocínio relativo à probabilidade, de modo que eles sejam capazes de manter-se no curso da formação dos conceitos probabilísticos, mesmo fora do ambiente escolar.

Dessa forma, compreender o processo de formação conceitual é essencial para a reflexão sobre as ações docentes, e entendemos que a estrutura teórica da perspectiva histórico-cultural fornece ricos subsídios para a organização da sala de aula como um espaço da elaboração conceitual em probabilidade, por meio da resolução de problemas.

## **2.2 A Elaboração Conceitual em Probabilidade**

Nesta seção, discorreremos a formação de conceitos em probabilidade na perspectiva da teoria histórico-cultural. Porém, antes de discutir a formação de conceitos nessa perspectiva, julgamos necessário refletir sobre alguns de seus aspectos de base.

### **2.2.1 Algumas bases da teoria Vigotskiana**

A obra de Vigotski foi edificada com base em teorias construídas por diversos intelectuais que o antecederam ou foram seus contemporâneos. Aderindo às ideias levantadas por esses pesquisadores, ou refutando-as, o psicólogo desenvolveu sua teoria que, hoje, nos sustenta na construção desta pesquisa. Dentre as influências sofridas pelo pesquisador russo, consideramos imprescindível salientar as bases marxistas em seus trabalhos, principalmente no que se refere ao papel do trabalho na constituição do homem.

Engels (1999, p. 4) pondera sobre o desenvolvimento filogenético do homem através do trabalho, ao afirmar que o trabalho “é a condição básica e fundamental de toda a vida humana. É em tal

grau que, até certo ponto, podemos afirmar que o trabalho criou o próprio homem”. Não temos a intenção de discutir aqui toda a teoria marxista, nem de longe seríamos capazes de resumi-la nesses poucos parágrafos. O que nos interessa nesse tema é a questão da necessidade. Para garantir a sua sobrevivência, tornou-se imperativo ao homem o desenvolvimento de instrumentos de trabalho e, sobretudo, a convivência em grupos. Nesse contexto, a espécie evoluiu pela necessidade de realizar tarefas e pela convivência em coletividade.

Vigostki analisou a constituição psicológica no homem enquanto espécie e estabeleceu paralelos com a dimensão ontogenética do desenvolvimento humano. A ênfase de sua obra está na influência exercida pelo meio na constituição do sujeito. “A essência do homem não é uma abstração, que pertença a um indivíduo específico. Em sua realidade, ela é o conjunto de todas as relações sociais” (MARX; ENGELS<sup>17</sup> apud VIGOTSKI 2000, p. 40), a inserção no espaço social provoca transformações no sujeito que vai, ao longo dos anos, desenvolvendo-se culturalmente, passando “por 3 estágios: em si, para outros e para si” (VIGOTSKI, 2000, p. 24). Ao examinar as conjecturas presentes na obra de Vigostki, Pino (1991, p. 34-35) assume que:

O desenvolvimento psíquico é o resultado da ação da sociedade sobre os indivíduos para integrá-los na complexa rede de relações sociais e culturais que constituem uma formação social. As funções psicológicas são efeito/causa da atividade social dos homens, resultado de um processo histórico de organização da atividade social. Para tornar-se um ser “humano”, a criança terá de “reconstruir” nela (não simplesmente reproduzir) o que já é aquisição da espécie. Isso supõe processos de inter-ação e intercomunicação sociais que só são possíveis graças a sistemas de mediação altamente complexos, produzidos socialmente.

Com isso, ao relacionar-se socialmente, a pessoa ingressa em um processo dialético com outros indivíduos, internalizando as experiências sofridas que, por sua vez, serão transformadas internamente e retornarão ao meio, transformando-o. Vigotski (2000, p. 27) aponta que “o princípio básico do trabalho das funções psíquicas superiores (da personalidade) é social do tipo interação”. Segundo ele, a construção dessas funções necessárias à formação de conceitos é precedida pelo desenvolvimento de funções psicológicas mais simples e acontece na forma de processo, seguindo “não para a socialização, mas para a individualização de funções sociais” (VIGOTSKI, 2000, p.28-29), que é essencialmente mediado por fatores externos ao sujeito.

---

<sup>17</sup> Embora Vigotski cite a colocação feita por Marx e Engels, o autor não especifica o ano da publicação do trabalho. Trata-se, provavelmente, de *Obras sobre Feuerbach*, escrita em 1845, publicada pela primeira vez por Engels, em 1888.

No intuito de contribuir com os processos de formação dos alunos no contexto escolar, é importante compreender, nessa perspectiva, o conceito de mediação que pode ser entendido como uma espécie de interferência externa na relação entre dois elementos. Pino (1991, p. 33) utiliza este termo, para designar “a função dos sistemas de *signos* na comunicação entre os homens e na construção de um universo sócio-cultural” (grifo do autor). Existem dois elementos fundamentais nas relações entre o indivíduo e o ambiente cultural em que ele está inserido. Esses elementos são denominados na perspectiva histórico-cultural, por *instrumentos* e *signos*.

Os instrumentos são “orientados para regular as ações sobre os objetos” (PINO, 1991, p. 36), são elementos orientados externamente, interpostos “entre o trabalhador e o objeto de seu trabalho, ampliando as possibilidades de transformação da natureza” (OLIVEIRA, 1993, p. 29).

Analogamente, os signos são elementos mediadores na execução de tarefas, estando, no entanto, associados à atividade psicológica como “meios auxiliares para solucionar um dado problema psicológico (lembrar, comparar coisas, relatar, escolher, etc.)” (VIGOTSKI, 2007, p. 52). Os signos são necessariamente orientados internamente, e articulados, formam sistemas simbólicos que organizam a representação do mundo real, possibilitando os modos como o sujeito o interpreta, além de agir na reestruturação constante do processo psicológico.

Dentre os sistemas utilizados nas relações sociais, a linguagem é o mais essencial. “Os sistemas simbólicos e, particularmente, a linguagem exercem um papel fundamental na comunicação entre os indivíduos e no estabelecimento de significados compartilhados que permitem interpretações dos objetos, eventos e situações do mundo real” (OLIVEIRA, 1993, p. 40).

Por meio da linguagem, o indivíduo recebe avaliações sobre suas ações, as ressignifica interiormente, resultando novas ações. Todo o tempo a pessoa recebe e fornece modelos de ação, os quais, e ao mesmo tempo, modelam e são modelados pelo meio. “É como se, ao longo de seu desenvolvimento, o indivíduo ‘tomasse posse’ das formas de comportamento fornecidas pela cultura, num processo em que as atividades externas e as funções interpessoais transformam-se em atividades internas, intrapsicológicas” (OLIVEIRA, 1993, p. 38. grifos da autora). Assim, ocorre a inserção do sujeito no lugar social.

Termos como *internalização* ou *interiorização*, frequentemente são utilizados para designar esse processo. No entanto, Clot (2006) argumenta que apropriação seria o termo mais bem empregado, pois denomina um processo de recriação, uma vez que ocorrem transformações dos signos quando o sujeito os ‘toma’ para si e, portanto, não os internaliza exatamente como estavam externamente.



Contudo, em novas traduções da obra de Vigotski, constata-se que ele próprio define uma operação externa reconstruída internamente como *internalização* e completa que “a internalização de formas culturais de comportamento envolve a reconstrução da atividade psicológica, tendo como base as operações com signos” (VIGOTSKI, 2007, p. 58). Tal processo de internalização constitui uma atividade fundamentalmente humana.

Essas bases teóricas são fundamentais para a compreensão do processo de elaboração conceitual, sobre o qual passaremos a discorrer agora.

### 2.2.2 Formação de conceitos

Os conceitos são formados em processos complexos e, à medida que isso ocorre, desenvolve-se o pensamento generalizante do sujeito. Não se assimila um conceito de forma imediata, de uma só vez. Antes da formação de conceitos, formam-se estruturas similares a eles, que se transformam por diversas fases, segundo Vigotski. A criança ainda não tem desenvolvidas as funções psicológicas necessárias à formação dos verdadeiros conceitos; somente no início da puberdade desenvolvem-se operações que culminam na formação dos conceitos e no pensamento abstrato, ou seja, nessa fase da vida, a pessoa terá mais condições de desenvolver, de fato, os processos necessários à formação dos conceitos.

Desde o nascimento, a criança já faz parte de um espaço social complexo e, mais especificamente, participa de uma determinada esfera cultural. As relações com os objetos e com outras pessoas a coloca em situações que deixam marcas, e o que a criança aprende com essas experiências, passa a carregar com ela. Essas modificações, a partir das experiências vivenciadas no contexto social, contribuem para o que Vigotski (2000) denomina de *conceitos espontâneos*. Esses conceitos surgem de uma determinada situação vivenciada e vão se desenvolvendo, à medida que se aplicam a novas circunstâncias, seguindo para o nível mais elevado de abstração.

O outro tipo de conceito que Vigotski considera, são chamados por ele de *conceitos científicos*, que, segundo o autor, são aprendidos principalmente na escola. Trata-se de uma aprendizagem já de forma generalizada, consciente, percorrendo um complexo caminho em direção à experiência.

Os conceitos espontâneos e científicos caminham em direções opostas. “Se lá a criança caminha do objeto para o conceito, aqui é forçada constantemente a fazer o caminho inverso do conceito para o objeto” (VIGOTSKI, 2000, p. 348).

Assim, os dois conceitos surgem de pontos e situações diferentes, porém, mantêm uma profunda relação, fundamental para o desenvolvimento do pensamento.

Enquanto os conceitos espontâneos são elaborados nas situações de utilização da linguagem, nas relações cotidianas, os conceitos científicos tornam-se acessíveis principalmente nas relações escolarizadas, pela mediação deliberada e explícita de um adulto que visa à aquisição pela criança de conhecimentos sistematizados (GÓES; CRUZ, 2006, p. 35).

Imaginando duas linhas para representar o desenvolvimento desses conceitos, Vigotski procura esclarecer-lhes o movimento, concebendo como inferiores as propriedades mais simples dos conceitos ligadas ao empirismo, a operações concretas e, ao mesmo tempo, sinaliza como superiores as propriedades vinculadas à arbitrariedade, à tomada de consciência. Dessa forma, a linha de desenvolvimento dos conceitos espontâneos segue de baixo para cima, enquanto a linha que representa o desenvolvimento dos conceitos científicos segue em sentido oposto, de cima para baixo, sendo que ambas se encontram em certo ponto do “percurso”. Esse encontro é imprescindível, pois “aquilo em que se reflete a força de um conceito é justamente o ponto fraco do outro” (VIGOTSKI, 2000, p. 348). Para completar sua linha de desenvolvimento, os conceitos espontâneos necessitam das estruturas formadas pelos conceitos científicos e a recíproca também é verdadeira.

Sobre essa relação de dependência, Góes e Cruz (2006, p. 35) esclarecem que:

Os conceitos científicos, que no início de seu desenvolvimento são esquemáticos e desprovidos da riqueza advinda da experiência, ganham vitalidade e concretude em sua relação com os conceitos espontâneos. Por outro lado, as características do processo de construção dos conceitos científicos transformam os espontâneos em termos de sistematicidade e reflexão.

Aplicar os conceitos científicos apreendidos e relacioná-los em situações concretas não está no campo das atividades que a criança realiza sozinha; analogamente, lidar com os conceitos espontâneos arbitrariamente, de forma consciente, não faz parte do seu desenvolvimento, mas de ações que ela pode realizar com ajuda de um adulto. Nesse sentido, o desdobramento dos processos de formação dos conceitos situa-se na zona de desenvolvimento proximal da pessoa.

A colaboração com o adulto direciona a criança à generalização dos conhecimentos que ela aprendeu, se essa parceria a auxiliar a estabelecer relações com outros conceitos. A importância disso está no seguinte postulado, “todo conceito é uma generalização” (VIGOTSKI, 2000, p. 359). A completa formação do conceito se dá ao ultrapassar diversos níveis de generalização, chegando à sua

forma suprema. No entanto, esse nível de desenvolvimento somente é alcançado através do estabelecimento de conexões entre outros conceitos, formando um sistema complexo, sem o qual não poderia existir conceito algum. Em outras palavras, um conceito não existe de forma isolada, só é possível sua constituição à medida que se compõem outras relações de generalização.

A escola constitui um local onde a pessoa pode encontrar auxílio para a tarefa de compreender esses sistemas conceituais. Sendo assim, é função do professor ajudar o aluno a seguir o curso do desenvolvimento dos processos de abstração, auxiliando na construção de generalizações, possibilitando a transformação dos significados sobre os conceitos que o aluno já possui.

Mais uma vez, confirmamos o papel da linguagem como possibilitadora desses processos de formação, tanto no que diz respeito à sua função comunicativa, quanto no que se refere à sua função de “pensamento generalizante” (OLIVEIRA, 1993, p. 43), categorizando objetos e circunstâncias, determinando os meios de organizar o espaço real. Vigotski vincula a existência de conceitos à atividade semiótica verbal. “Embora outros signos – que não os verbais – possam mediar o conhecimento humano, ele vincula explicitamente o conceito à palavra” (GÓES; CRUZ, 2006, p. 33). Nesse sentido, o significado de cada palavra está associado ao caráter generalizante da linguagem e, portanto, é um conceito.

Dadas as nossas discussões até este ponto, assumimos que, para o pensamento probabilístico desenvolver-se nos estudantes, é preciso que a sala de aula seja concebida como um ambiente que impulse a interação em diversos níveis, bem como a comunicação por meio de diferentes formas. Entendemos que a resolução de problemas pode ser uma ferramenta metodológica bastante promissora para a formação de um ambiente de aprendizagem, com essas características e, portanto, passaremos tomar como tema central da nossa discussão, a constituição desse ambiente.

### **2.3 A Constituição da Sala de Aula como um Ambiente Propício para a Formação do Pensamento Matemático**

As formas de raciocínio são capazes de interferir na vida humana e, assim, a educação matemática pode impulsionar o desenvolvimento de capacidades relativas ao raciocínio nos estudantes, isto é, se forem oferecidas a eles as condições necessárias para que se tornem sujeitos ativos na construção de seu conhecimento. Nesse sentido, a sala de aula precisa ser um espaço onde os alunos

possam desenvolver as formas de uso da linguagem, para que, por meio dela, consigam negociar significações e ingressar no processo de construção do pensamento matemático.

### **2.3.1 A proposta da resolução de problemas e a ação do professor na zona de desenvolvimento proximal**

Compartilhamos com Vila e Callejo (2006, p. 30) a ideia de que o ambiente de aprendizagem baseado na Resolução de Problemas é composto por três componentes básicos:

*o professor*, com sua visão da matemática e da educação, suas atitudes, suas crenças, etc.; *os alunos*, com seus conhecimentos, suas capacidades, suas crenças, emoções, interações de todo tipo, etc.; por último, *os problemas* selecionados com uma determinada intenção (grifos dos autores).

A combinação desses três elementos culmina em um ambiente de aprendizagem que terá características dependentes deles e dos fatores anteriormente relacionados. Defendemos a ideia de que tal ambiente deva favorecer o envolvimento dos estudantes como participantes ativos de seu processo de desenvolvimento, fomentando a circulação de ideias através do diálogo entre professor e alunos, mas, especialmente, entre os próprios alunos. Abordaremos alguns aspectos que consideramos relevantes na constituição de um ambiente propício para a formação de conceitos matemáticos, ao discutir, principalmente, a natureza das tarefas a serem desenvolvidas na sala de aula, e o papel do professor durante sua ação pedagógica em nessas tarefas.

Quando alguém tenta mostrar que a Matemática está presente na vida cotidiana, comumente se ouve: ‘A gente precisa dos números’. Mas não é só isso. Matemática é mais que um conjunto de regras e técnicas para resolver exercícios. Há conceitos bastante complexos, circulando o tempo todo na sociedade. Quanta Matemática não foi empenhada na evolução da engenharia, por exemplo. Ou as complicadas integrais usadas na previsão de terremotos, os cálculos de otimização, empregados pelas indústrias de embalagens. Podemos pensar, então, que tudo isso, hoje em dia, é feito por computadores. De fato é e, sendo assim, mais uma vez voltamos à necessidade de se empregarem muitos conceitos matemáticos na ciência da computação.

A escola é o local onde alguém pode aprender muito sobre essa ciência — a Matemática —, ou ter experiências que a fazem querer passar o resto da vida fugindo dela, como se isso fosse possível. Chegamos aqui a um ponto delicado. Qual é o papel da escola?

Vemos, na Matemática, a possibilidade de uma ferramenta para operar em situações cotidianas, auxiliar na solução de problemas da esfera social e, por isso, entendemos que o ensino escolar dessa disciplina deve dirigir-se nesse curso. Ela também possibilita o desenvolvimento de alguns processos de pensamento: levantar hipóteses, analisar sua plausibilidade, refletir criticamente e argumentar sobre os resultados obtidos, estabelecer analogias, criar estratégias e generalizar, entre outros. Tais processos são inerentes ao pensamento científico. Assim, corroboramos a ideia de Vigotski de que a escola tem como papel trabalhar com os conceitos científicos. Portanto, não é suficiente que a escola apenas transmita essas técnicas destituídas de significações, sem possibilitar a formação do pensamento científico. A esse respeito, desejamos levantar algumas considerações que julgamos harmônicas com nosso trabalho e, portanto, nos deteremos mais especificamente nas questões das ações docentes.

O aluno deve ter a possibilidade de ser mais que um executor de técnicas. Com o devido incentivo, ele pode criar suas próprias técnicas e questionar métodos. Se o aluno passa a maior parte das aulas apenas copiando o que o professor escreve, ou repetindo modelos por ele demonstrados, pode haver algum progresso, mas será o bastante? E se o aluno estiver engajado em resolver desafios sem copiar o professor, apenas seguindo pistas oferecidas por ele? O que pode acontecer?

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, encontramos a seguinte afirmação: “O que se deseja é que os estudantes desenvolvam competências básicas que lhes permitam desenvolver a capacidade de continuar aprendendo”. (BRASIL, 2000, p.15). Compreendemos que é desejável prover os estudantes de subsídios que os tornem autônomos no processo de construção do conhecimento e isto envolve criar hábitos como observar, perguntar, conjecturar, aplicar, comparar, classificar, particularizar, e generalizar. Desse modo, o trabalho com a resolução de problemas está totalmente em conformidade, também, com os documentos oficiais, pois essa metodologia pode ser potencializadora do desenvolvimento das capacidades supracitadas.

A questão agora é: como é possível ao aluno criar esses hábitos?

Conjecturamos que todo o ambiente da sala de aula deve ser estruturado para suscitar nos alunos ações que envolvam refletir sobre o conhecimento que já possuem, ou seja, os conceitos espontâneos em certa medida já formados, colocando-os em movimento. Dessa forma, abrem-se caminhos para o desenvolvimento de conceitos científicos presentes no contexto da Matemática, pois “ao lidar com conceitos do cotidiano, ela [a pessoa] frequentemente entra em contradição quando é levada a pensar sobre eles, porque ainda não sabe considerá-los no campo das abstrações” (GÓES; CRUZ, 2006, p.35). Esses conflitos são indispensáveis para o desenvolvimento conceitual da pessoa.

Compreendemos que o papel do professor é fundamental para que se possa conceber a sala de aula como um ambiente de formação de conceitos e, portanto, faz-se necessário esclarecer o conceito de zona de desenvolvimento proximal, que ajuda a compreender o movimento de desenvolvimento dos estudantes.

Considerando, primeiramente, que aprendizado e desenvolvimento não são as mesmas coisas, mas estão intimamente ligados de modo que “o aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental e põe em movimento vários processos de desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis de acontecer” (VIGOTSKI, 2007, p. 103). Sendo assim, fica evidente a responsabilidade da escola e, principalmente, do professor na formação de seus educandos. A relação entre esses dois conceitos se dá de tal forma que aprendizagem como processo estruturado, implica desenvolvimento, podendo obter nele proporções maiores do que seu alcance imediato, e esse processo não pode ser mensurado. Portanto, aprendizagem e desenvolvimento estão diretamente relacionados.

A aprendizagem se inicia ainda quando as funções intelectuais correspondentes aos objetos de estudo não estão maduras<sup>18</sup>, resultando daí, transformações que direcionam atividades que, primeiro, ocorrem inconscientemente, e depois seguem para o campo da intencionalidade e da arbitrariedade.

No entanto, há uma disparidade temporal entre esses dois processos, que tem implicações diretas no domínio educacional. A estrutura curricular não segue a mesma ordem cronológica, nem se desdobra ao mesmo tempo em que se desenvolvem as funções intelectuais. “O desenvolvimento não se subordina ao programa escolar, tem sua própria lógica” (VIGOTSKI, 2000, p. 323), sobretudo, porque não podemos desconsiderar o desnível entre alunos que frequentam uma mesma sala de aula, pois, aparentemente, podem estar no mesmo padrão de desenvolvimento, mas possivelmente, após uma análise mais detalhada, apresentarão níveis de desenvolvimento diferenciados. Na relação entre desenvolvimento e aprendizagem, os conceitos científicos ocupam papel central.

Os conceitos científicos, segundo Vigotski, são apresentados para as crianças, principalmente pela instituição escolar; todavia, ainda antes de ingressar no sistema educacional, as crianças já iniciaram seu processo de aprendizado através da interação social. Mesmo quando as crianças começam a frequentar a escola, esta não passa a ser sua única fonte de aprendizado, elas continuam aprendendo através de suas experiências fora do contexto formal da sala de aula. Estamos considerando, aqui, conhecimentos adquiridos pela experiência cultural, que não podem ser ignorados, mas sim utilizados para impulsionar o desenvolvimento de conceitos escolarizados.

---

<sup>18</sup> Vigotski emprega o termo maturação, para fazer referência ao desenvolvimento das funções psicológicas superiores.

Para interferir no desenvolvimento do aluno no sentido de provocar avanços, é necessário avaliar seu nível de conhecimento, com o qual o aprendizado deve ajustar--se, então, Vigotski aponta dois níveis de desenvolvimento a serem determinados. Um deles é o *nível de desenvolvimento real*, ou seja, “funções mentais da criança<sup>19</sup> que se estabeleceram como resultado de certos ciclos já *completados*” (VIGOTSKI, 2007, p. 95-96, grifos do autor).

Esse nível de desenvolvimento estabelece um limite para a realização de determinadas tarefas de forma independente, ou seja, a partir desse perímetro será necessária ajuda externa, isto é, a ajuda de outras pessoas. É aí que se produz a *zona de desenvolvimento proximal* (o outro nível de desenvolvimento destacado por Vigotski), que trata de tarefas, cuja realização não é impossível, no entanto o seria sem auxílio — esse é o *nível de desenvolvimento potencial* da criança. Nesse espaço de desenvolvimento potencial, ocorrem transformações das funções que estão em processo de maturação, que são tão importantes (ou mais) quanto o produto final do desenvolvimento. Cabe salientar que, esses níveis de desenvolvimento não se transformam linearmente, são processos imbricados e complexos, presentes durante todo o desenvolvimento conceitual.

Propondo problemas de diversos níveis, pode-se avaliar o grau de dificuldade dos problemas que o aluno consegue resolver sozinho, ou seja, podemos inferir sobre as condições atuais de seu desenvolvimento relacionado ao objeto de conhecimento; o importante, no entanto, é que isso não deve representar o fim do processo, mas o seu início.

Aumentando o grau de dificuldade dos problemas, o aluno, em certo ponto, não mais é capaz de agir independentemente, precisa de assistência. Nesse entorno, localizam-se as funções em desenvolvimento iminente e, nessas condições, se insere a intervenção pedagógica ou ação mediada do professor<sup>20</sup>. O professor pode, por exemplo, fornecer pistas, ajudar, iniciando caminhos para uma solução, ou elaborando perguntas que indiquem alguma reflexão. Outro caminho, não necessariamente divergente do primeiro, consiste na interação do estudante com seus colegas, que o auxiliarão na resolução do problema, por meio do compartilhamento de suas idéias.

Esse intercâmbio coloca em movimento os processos intelectuais que ainda estão por amadurecer, e por isso é tão positivo no contexto escolar. Insistir em tarefas que evoquem apenas os conceitos efetivamente desenvolvidos, não amplia em nada o nível de desenvolvimento do aluno; no

---

<sup>19</sup> É importante destacar que, em toda a sua obra, Vigotski faz referências à criança. No entanto, entendemos que os conceitos discutidos e desenvolvidos por ele podem ser utilizados em qualquer contexto que pressupomos aprendizagens e circulação de significações.

<sup>20</sup> Freitas (2010) discute a inadequação do termo “intervenção”. Dentre as expressões cunhadas pelo seu grupo de pesquisa, optaremos por “ação mediada”.

entanto, trabalhar o desenvolvimento potencial, ajuda-o avançar, já que “a zona de desenvolvimento proximal de hoje será o nível de desenvolvimento real de amanhã” (VIGOTSKI, 2007, p. 98).

Por outro lado, a zona de desenvolvimento proximal também delimita problemas que o aluno não pode solucionar e, a esse respeito, Vigotski (2000, p. 336-337) alerta que “ensinar a uma criança o que ela não é capaz de aprender é tão estéril quanto ensiná-la a fazer o que ela já faz sozinha”. Essa perspectiva exige que o professor se coloque permanentemente como investigador e colaborador, pois o tempo todo ele estará avaliando o desenvolvimento atual dos alunos para apresentar desafios apropriados e trazer à tona conhecimentos ainda em formação, contribuindo para a resolução dos problemas.

No entanto, consideramos ainda mais valiosa a colaboração entre os próprios alunos, incentivando-os a ultrapassarem seus próprios limites, buscando formas de solucionar os problemas, com auxílio dos colegas, por meio da negociação de significações. Constituir a sala de aula como um espaço que promova a efetiva participação dos estudantes na resolução de situações desafiantes por meio, principalmente, da colaboração entre pares, é fundamental na sua formação em direção à autonomia. Nesse contexto, o professor tem a importante função de regular essas interações intervindo quando necessário.

Assim, pensar a sala de aula como ambiente de colaboração é partir do pressuposto de que a intencionalidade pedagógica pode oferecer condições à elaboração de conceitos matemáticos. Uma vez que o professor esteja consciente da zona de desenvolvimento proximal de seus alunos e das relações entre aprendizagem e desenvolvimento, pode pensar na organização da aula, propondo tarefas e dinâmicas, criando condições para que seus alunos sejam capazes de interagir e negociar significações por meio da comunicação, de forma deliberada. Por isso, reiteramos a preocupação que demonstramos compartilhar com Villa e Callejo (2006), em refletir sobre os principais elementos constituintes do ambiente, baseado na resolução de problemas, ou seja: o professor, os alunos e os problemas.

Dessa forma, mantendo o foco nesses elementos e nos pressupostos sobre a elaboração conceitual da perspectiva histórico-cultural, acrescentaremos reflexões sobre a organização de aulas na constituição de um ambiente propício para a formação do pensamento matemático. Baseamo-nos nas três fases propostas por Van de Walle (2009, p. 61), as fases “*antes, durante e depois*”, no intuito de organizar a dinâmica de uma aula de Matemática, baseada na resolução de problemas. Trataremos, então, da seleção de tarefas, do seu desenvolvimento e, por fim, da comunicação sobre as resoluções dessas tarefas.



### 2.3.1.1 A natureza das tarefas e o planejamento do trabalho

Na primeira fase do ambiente de resolução de problemas, a fase “*antes*”, Van de Walle (2009) considera importante apresentar o problema aos alunos, certificando-se de que eles o compreenderam; definir metas para ajudar os estudantes a direcionarem-se, e provocar o início da atividade mental sobre o assunto, promovendo, por exemplo, uma breve conversa sobre o tema, a fim de que os alunos ativem os conhecimentos que já possuem. A maneira como decorrerá essa primeira etapa dependerá da tarefa escolhida e, portanto, achamos necessário considerar também nessa ocasião, a seleção dessas tarefas, pois o seu caráter é decisivo na constituição da cultura da aula de Matemática.

Ressaltamos a necessidade da problematização, isto é, propor ao aluno situações desafiantes, que apresentem obstáculos no caminho para a solução, pois, ao tentar transpô-los, o estudante dá início ao seu processo de desenvolvimento intelectual.

Estabelecer objetivos é fundamental, no entanto as propostas devem ser cuidadosamente selecionadas e passíveis de solução, pois a dificuldade maior poderá desmotivar o aluno, o mesmo acontecendo com os exercícios de fácil solução que não exigem nada dele, tornando-se desinteressantes. Encontrar um meio termo para o estabelecimento dos objetivos da tarefa, ou da aula como um todo, ajuda a criar uma atmosfera motivadora para a constituição do pensamento, porque,

onde o meio não cria os problemas correspondentes, não apresenta novas exigências, não motiva nem estimula com novos objetivos o desenvolvimento do intelecto, o pensamento do adolescente não desenvolve todas as potencialidades que efetivamente contém, não atinge as formas superiores ou chega a elas com um extremo atraso. (VIGOTSKI, 2000, p. 171)

Por isso, consideramos tão importante a preocupação com a natureza das tarefas no seu processo de seleção. Ainda que muitas pesquisas da Educação Matemática tenham contribuído com inovações metodológicas para as aulas dessa matéria, é muito comum a prática em sala de aula que envolve explicações de conteúdo, seguidas de exemplos resolvidos pelo professor e listas de exercícios para que os alunos memorizem os procedimentos ensinados. Esse modelo de aula se enquadra no “paradigma do exercício” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010). Poderíamos nos referir a esse modelo de aula como tradicional; no entanto, entendemos que o conceito de ensino tradicional não é algo único. Por isso, julgamos necessário o seguinte esclarecimento, em concordância com Alrø; Skovsmose (2010, p. 51):

O que se entende por Educação Matemática tradicional é algo que varia de país para país. Assim, é difícil caracterizar o que vem a ser “tradição” em Educação Matemática. Queremos sugerir, entretanto, que o ensino de Matemática tradicional é caracterizado por certas formas de organização da sala de aula. Por exemplo, nesse modelo, as aulas costumam ser divididas em duas partes: primeiro, o professor apresenta algumas ideias e técnicas matemáticas, geralmente em conformidade com um livro-texto. Em seguida, os alunos fazem alguns exercícios pela aplicação direta das técnicas apresentadas. O professor confere as respostas. Uma parte essencial do trabalho de casa é resolver exercícios do livro.

Compreendemos que esse modelo de aula não se adéqua à criação de possibilidades de compreensão dos conceitos matemáticos em geral, por não exigir processos reflexivos. Segundo Skovsmose (2008, p. 52): “*Procedimentos mecanizados* podem ser vistos como ações, mas, por serem *mecânicos*, aparentam ser não humanos e, conseqüentemente, isentos de qualquer tipo de reflexão.” (grifos do autor). Consideramos, nesse caso, os exercícios empregados para o treino de técnicas, como tais “procedimentos mecanizados”, pois o aluno observa o professor resolvendo-os e aprende a repetir o trabalho, sem, realmente, entender os conceitos matemáticos por trás daquela resolução.

Não pretendemos afirmar que essa metodologia não convém em nenhum momento. A questão é, será que ela sempre funciona? Tendemos a responder que não, e que a melhor metodologia para uma aula de Matemática depende do que se pretende ensinar, assim como do perfil da sala como um todo.

Neste contexto, usaremos o termo tarefa para nos referir ao trabalho que os alunos devem realizar durante as aulas e que é proposto pelo professor. Nesse sentido, estamos nos referindo, de um modo geral, àquilo que o professor apresenta aos alunos, como exercícios, jogos, projetos, situações problemas, ou outras atividades. Qualquer um desses itens pode se tornar um problema para os alunos ou, simplesmente, ser recebido sem interesse algum, o que dependerá do quanto essas tarefas parecerão desafiadoras a eles. Por isso, apontaremos, em seguida, algumas características que devem ser observadas, quando há a seleção das tarefas. Para um trabalho na perspectiva que desejamos, é importante que essas tarefas sejam de natureza problemática e, assim sendo, podemos também nos referir a elas como problemas.

Nosso objetivo, ao trazer o conteúdo de probabilidade para a sala de aula, não é o de que os alunos saibam executar técnicas matemáticas, mas que compreendam Matemática, que elaborem conceitos matemáticos relativos à probabilidade. Enfim, que esse conteúdo matemático faça sentido para eles, pois dessa forma, a Matemática pode contribuir com a formação humana dos alunos. É conveniente apresentar aos estudantes mais que exercícios de fixação, ou seja, é interessante dar-lhes

tarefas que lhes possibilitem pensar sobre o assunto e, assim, despertar o interesse em resolver as situações propostas.

Caso desejemos que os alunos reflitam sobre *probabilidade*, devemos apresentar-lhes tarefas que os levem a pensar sobre o assunto. “Reflexão e comunicação são os processos através dos quais se desenvolve a compreensão” (HIEBERT et. al., 1997, p. 18, tradução nossa<sup>21</sup>). Porém, qualquer tarefa sobre o assunto é passível de reflexão e, com isso, poderíamos ser levados a concluir que qualquer tarefa seria aceitável. No entanto, não é tão simples assim, há mais questões a serem consideradas. Os mesmos autores ressaltam que “ao selecionar tarefas ou problemas, precisamos antecipar o pensamento sobre quais tipos de relações os estudantes podem levar consigo a partir dessa experiência.” (HIEBERT et. al., 1997, p. 22, tradução nossa<sup>22</sup>).

Alertamos que nem sempre os estudantes estabelecerão as relações previstas pelo professor, não se pode antecipar exatamente que caminhos escolherão; contudo, não antecipar as questões que os alunos levantarão, não é algo ruim. Pelo contrário, talvez seja muito interessante, pois, ao considerarmos essa proposta na aula de Matemática, não podemos concebê-la (a Matemática) como algo fechado, terminado. Deve haver espaço para novas possibilidades.

No mais, de nada adianta escolhermos uma tarefa com excelente potencial se os alunos não se interessarem por ela. Se os estudantes não considerarem, efetivamente, a possibilidade de solucionar um problema, eles, no máximo, apresentarão alguma resposta apenas para satisfazer um pedido do professor, e isso não garante que estejam compreendendo a Matemática. Logo, é preciso que a tarefa seja adequada aos alunos que trabalharão com ela.

Hiebert et al. (1997, p. 18) indicam três pontos principais que devem ser considerados na escolha das tarefas:

Primeiro, as tarefas devem permitir que os estudantes tratem as situações como um problema, como algo sobre o qual eles necessitem pensar mais do que como uma prescrição que eles devem seguir. Segundo, o problemático nas tarefas deve ser a matemática mais do que outros aspectos da situação. Finalmente, com o intuito de fazer os estudantes trabalharem seriamente na tarefa, ela deve oferecer a eles a chance de usar habilidades e conhecimento que já possuem. (tradução nossa<sup>23</sup>)

---

<sup>21</sup> Cf. original: “Reflecting and communicating are the processes through which understanding develops.”

<sup>22</sup> Cf. original: “when selecting tasks or problems, we need to think ahead about the kinds of relationships that students might take with them from the experience.”

<sup>23</sup> Cf. original: “First, the tasks must allow the students to treat the situations as problematic, as something they need to think about rather than as a prescription they need to follow. Second, what is problematic about the tasks should

A primeira afirmação da citação acima está relacionada com a seguinte questão: por que é importante que a tarefa seja problemática?

Ora, se a tarefa não apresenta desafio algum aos estudantes, é bem possível que eles não se interessem por ela; então, não terão motivos para empregar seus conhecimentos na procura de uma resolução, não buscarão novas estratégias para fazê-lo. Na definição oferecida por Schoenfeld (1992 apud VILLA; CALLEJO, 2006), um problema é uma “ferramenta para pensar matematicamente”. Sobre essa definição, julgamos necessário destacar a palavra “pensar”, no sentido de raciocinar, formar ideias, considerar hipóteses, testar novamente, refletir e chegar a algumas conclusões. Haverá muito mais chances de esse processo acontecer e proporcionar resultados positivos, se a tarefa não for uma lista de prescrições a serem seguidas.

Por outro lado, a tarefa não pode representar um desafio tão grande que os estudantes sejam totalmente incapazes de solucionar seus exercícios ou problemas. Deve haver “problemas que sejam acessíveis aos alunos, que não acarretem frustração, que pelo menos admitam um tratamento parcial mais simples, mas que ao mesmo tempo suponham um desafio” (VILLA; CALLEJO, 2006, p. 29).

Isso não significa que a classe toda deva, obrigatoriamente, chegar à ‘solução correta’ de todos os problemas trabalhados na sala. Eis um ponto importante e delicado. Nem sempre é possível que todos alcancem o objetivo proposto na aula, mas isso não quer dizer que não tenham avançado na matéria, uma vez que não se pode esperar que todos os alunos de uma sala de aula aprendam em tempos iguais.

No segundo item proposto na citação que trouxemos anteriormente, Hiebert et al. (1997) observam a necessidade de garantir que a dificuldade do problema esteja na Matemática. Van de Walle (2009, p. 58) reafirma essa ideia explicando que “embora seja aceitável e até mesmo desejável ter contextos para os problemas que os tornem interessantes, esses aspectos não devem ser o foco da atividade”. O autor adverte que os alunos devem manter-se preocupados em dar significado à Matemática em questão.

Retomando a definição de Polya (1945 apud ERNEST 1996) para o ato de resolver um problema, a situação matemática deve representar aos estudantes uma dificuldade para que sejam instigados a encontrar um modo de sair dela, descobrindo um caminho, quando nenhum é conhecido imediatamente. Ao iniciar a busca para uma saída, os alunos, necessariamente, refletirão sobre a

---

be the mathematics rather than other aspects of the situation. Finally, in order for students to work seriously on the task, it must offer students the chance to use skills and knowledge they already possess.”

situação, concentrando seu conhecimento na busca de ferramentas que os possam auxiliar, as quais podem ser já conhecidas por eles ou não, o que nos remete ao terceiro e último tema exposto por Hiebert et al. (1997) e por nós já salientado. Certamente, os estudantes devem ter a chance de usar as habilidades e os conhecimentos que já possuem; não concordamos, contudo, que essa possibilidade apenas deva ser garantida no intuito de que se envolvam seriamente na tarefa. O aspecto relevante consiste no fato de que essas habilidades e os conhecimentos são necessários ao desenvolvimento dos conceitos que estão em jogo, pois, como já explicitamos, os conceitos específicos são fundamentais para o desenvolvimento dos conceitos científicos.

Selecionar as tarefas deve ficar a cargo do professor, pois, além de constituírem atribuição de sua função, somente ele pode combinar os conhecimentos específicos de sua disciplina com o conhecimento que tem de seus alunos. Por mais esclarecedores que possam ser os livros e manuais que servem de apoio ao trabalho do professor, nenhum é capaz de satisfazer todos os aspectos que colocamos até aqui, sem que haja a ação mediada do professor.

As ações docentes são determinantes na constituição cultural do ambiente da sala de aula. Evidentemente, não é o professor o único a influenciar nessa formação; contudo, seu papel é de suma importância. Assim, pretendemos discutir aqui algumas considerações sobre o papel do professor que julgamos importantes para a constituição de uma cultura de sala de aula propícia para a formação do pensamento matemático, sobretudo o pensamento probabilístico. Mais uma vez, ressaltamos que não se trata de um modelo único. Assim, devemos considerar que é função do professor preparar a aula e organizá-la, assim como selecionar as tarefas faz parte integrante do ato de preparar aula e a sua forma de desenvolvimento

Em primeiro lugar, é importante ter o objetivo pretendido na aula como intencionalidade, e escolher tarefas que permitam que os educandos desenvolvam ideias no sentido desse objetivo e, nesse caso, pode não ser muito coerente a opção por questões fechadas. Nessa perspectiva, a seleção deve ser feita, considerando todos os aspectos das tarefas sobre os quais discutimos até aqui, combinados com os objetivos traçados pelo professor.

### **2.3.1.2 Resolvendo os problemas**

Na segunda etapa de desenvolvimento da aula, a fase “*durante*”, Van de Walle (2009) aponta a importância de permitir que os alunos trabalhem por conta própria, sem interferências muito fortes do professor. Este pode, nessa fase, fornecer dicas e deve observar e analisar as ações dos alunos.

É fundamental a preocupação com o processo de resolução das situações problemáticas. Nesta etapa, ocorrem alguns momentos de reflexão, além da busca de ferramentas que podem auxiliar na resolução. Frequentemente, os alunos são levados a trabalhar sozinhos, talvez na intenção de que não fiquem apenas esperando que um de seus colegas resolva a tarefa; sugestões de colegas, no entanto, podem ser desencadeadoras de reflexões, mesmo que seja para refutá-las. O diálogo com outros alunos provoca novas formas de ver o problema, além de gerar confiança para continuar com determinada estratégia de resolução de um problema ou para desistir dela. Portanto, trabalhar em grupos representa um meio promissor para expandir a habilidade em resolver problemas, o que é tão significativa na formação de conceitos.

No efetivo trabalho na sala de aula, algumas informações são oferecidas aos estudantes para que desenvolvam a tarefa. Hiebert et al. (1997, p. 36, tradução nossa<sup>24</sup>) ponderam sobre a quantidade de informações fornecida aos alunos e, sobretudo, a respeito de *quais* serão os elementos informativos, advertindo que “informação pode e deve ser compartilhada, contanto que não resolva o problema, não tire dos estudantes a necessidade de refletir sobre a situação e desenvolver métodos resolutivos que eles compreendam”.

Por um lado, com pouco auxílio do professor, corre-se o risco de os alunos não avançarem muito; por outro, o progresso das soluções dos alunos pode ficar comprometido se o professor informar excessivamente ou fornecer explicações exageradas no ato de apresentação da tarefa. É natural que os estudantes busquem imediatamente a figura docente, quando encontram alguma dificuldade; eles esperam que o professor tenha a resposta correta. Cabe, então, ao professor mediar a situação para que os alunos se mantenham no trabalho de busca de uma resolução, sugerindo, por exemplo, outros meios de pesquisa, ou ajudando-os a levantar questões, ou, ainda, incitando a interação e a comunicação entre pares. Caso os alunos estejam habituados a uma dinâmica de aula na qual, constantemente, tentam resolver os problemas, ou exercícios e, após algumas tentativas o professor faz a correção tendo os estudantes resolvido o problema ou não, propor tarefas interessantes não será o bastante para engajar os alunos no movimento de resolução.

Mendonça (1999, p. 19) assinala que

---

<sup>24</sup> Cf. original: “information can and should be shared as long as it does not solve the problem, does not take away the need for students to reflect on the situation and develop solution methods that they understand.”

mesmo que o problema motive um educando a buscar a solução e ele/ela tenha toda a liberdade de procurá-la segundo caminhos próprios, ainda assim, este educando frequentemente deve sentir que a sua luta para encontrar uma saída inédita não se justifica pois, se ele/ela não o resolve, a qualquer momento resolve o professor/a.

É papel do professor, auxiliar os alunos a compreenderem a situação proposta para a aula e acompanhar o seu desdobramento, auxiliando-os quando for necessário. Sem dúvida, é uma postura bastante desafiadora de assumir, entretanto, ela é essencial para o sucesso de um trabalho, na perspectiva que pressupõe que o aluno aja como uma espécie de investigador. Algumas ações como “explicar, elaborar, sugerir, apoiar, avaliar consequências” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 124), fazem parte do processo investigativo e apenas são empregadas quando o estudante se coloca na busca de solução de um problema, pois ainda não conhece o resultado. Dessa forma, os estudantes acabam por delinear, eles mesmos, o caminho de seu desenvolvimento, ou seja, esse é um caminho para a autonomia intelectual, o que não significa trabalhar sozinho.

O aluno está na busca de conhecimentos que ainda não tem, isto é, ele está em uma zona de desenvolvimento proximal. Ele reúne seus conhecimentos advindos da experiência, da percepção e os emprega na resolução de um problema; entretanto, nem sempre é capaz de fazer isso sem ajuda, portanto, retomamos a ideia de zona de desenvolvimento proximal (ou imediato) como:

a distância entre o nível de desenvolvimento real que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes (VIGOTSKI, 2007, p. 97, grifos do autor).

Seguindo esse princípio, o professor pode levantar indícios a respeito do desenvolvimento que o aluno ainda não completou, mas está em processo de fazê-lo. E, mais importante do que as tarefas que o aluno pode fazer sozinho, são aquelas de que ele é capaz, inclusive com ajuda, pois, em colaboração com seus pares ou com o professor, ele pode resolver a tarefa muito mais do que sozinho.

### **2.3.1.3 É hora de socializar**

A comunicação não é importante apenas no processo de resolução dos problemas, também proporciona reflexão, o ato de compartilhar estratégias, que levaram à solução ou que impediram de alcançá-la. Além disso, quando o aluno tenta explicar sua resolução aos colegas, e contrastar as

diferentes soluções, isso ajuda a desenvolver o poder de argumentação e, além do que, exige criticidade.

Discutir as resoluções diversas configura um bom caminho para organizar o conhecimento em generalizações. Esse momento da aula seria considerado por Van de Walle (2009) como a terceira fase da aula, a fase “*depois*”.

A compreensão dos conceitos matemáticos só se concretiza movimentando o objeto de estudo em processos de generalização que pressupõem certa dose de abstração, e no ambiente escolar, é que tais processos podem ser desencadeados. “O pensamento matemático é um ato de produção de significações e repousa sobre processos de especialização, generalização, estabelecimento de conjecturas e convencimento” (GOOS, 2004, p.269, tradução nossa<sup>25</sup>).

Para dar início a esse movimento, novamente podemos utilizar a comunicação, porém, agora, de forma mais ampla, procurando envolver a sala como um todo. A ação consiste em compartilhar soluções, ideias e dúvidas, etapa que precisa ser promovida por iniciativa do professor.

Ao trabalhar com problemas mais abertos, passíveis de diferentes modos de resolução e que comportem, eventualmente, mais de uma solução, o que provavelmente ocorrerá é que os alunos encontrarão caminhos diversos, mesmo que parcialmente. Acreditamos que seja bastante proveitoso debater sobre esses caminhos, inclusive sobre aqueles que não levarão à resolução esperada.

O professor decide qual a melhor maneira de concretizar essa discussão, podendo, por exemplo, pedir a todos os alunos que exponham seus métodos de resolução, ou escolher alguns deles. Sobre isso, Hiebert et al. (1997, p. 37) indicam que “os professores podem iniciar a discussão sugerindo um método alternativo aos métodos compartilhados pelos estudantes” (tradução nossa<sup>26</sup>) e, nesse caso, o professor deve agir cautelosamente, pois os estudantes podem achar que estão sendo instruídos a seguir o método apresentado pelo professor e abdicar dos seus próprios caminhos.

O importante é que, nessas discussões, o estudante fará uso da linguagem para mediar as relações com seus colegas. Essas interações implicarão processos internos de reorganização das informações matemáticas compartilhadas, e tal movimento, ocorrendo em pequenos passos, pode ocasionar grandes avanços no desenvolvimento dos conceitos e, por consequência, do pensamento matemático.

---

<sup>25</sup> Cf original: “Mathematical thinking is an act of sense-making and rests on the processes of specializing, generalizing, conjecturing, and convincing.”

<sup>26</sup> Cf. original: “Teachers can enter the discussion by suggesting an alternative method to the methods shared by the students.”



As discussões devem girar em torno dos métodos de resolução empregados pelos alunos que, colocados em confronto, provocam conflitos, convidando-os a se posicionarem e argumentarem a favor de um determinado método, ou ideia, ou contra eles. Não se trata de uma competição, é o momento de negociar significações.

Assim sendo, uma discussão como essa coloca em circulação muitas ideias, tornando-se um momento propício para sintetizá-las e sistematizar o conhecimento movimentado no processo da aula, ajudando os alunos a estabelecerem generalizações.

No mais, quando a estratégia de um aluno ou grupo de alunos é refutada pelos colegas, mostrando inconsistência, os autores da estratégia terão que lidar com o erro e reavaliar suas teorias, o que pressupõe um processo de reflexão interna, possivelmente proporcionando a construção de um novo sentido para a situação matemática em questão. Assim, fica clara a importância da comunicação, pois, ao compartilhar suas estratégias entre os colegas, os alunos podem compreender o que os levou a errar e, então, tentar formular novas estratégias a partir disso.

Por mais desagradável que seja, o errar pode ser útil ao desenvolvimento e não deve ser visto como algo pejorativo, pois os estudantes

precisam de um ambiente no qual sejam livres para assumir riscos, para experimentar, para testar coisas sem que sejam ridicularizados. Eles precisam sentir que suas ideias podem contribuir para o desenvolvimento da sala ainda que não estejam completamente corretas. (HIEBERT et al, 1997, p. 49, tradução nossa<sup>27</sup>).

Um ambiente onde o erro é visto como um potencializador de aprendizagem, não se constrói de um dia para o outro, pelo contrário, só pode ser feito pouco a pouco, sobretudo se a prática, até então dominante no ambiente, for pautada em uma visão determinista da Matemática. Para construir um ambiente como o descrito acima, o professor não pode esperar que o aluno responda o que ele deseja ouvir, tema satirizado na tirinha a seguir:

---

<sup>27</sup> Cf. original: They need an environment where they are free to take risks, to experiment, to try things out without being ridiculed. They need to feel that their thoughts can contribute to the classroom enterprise, even if they are not entirely correct.



Fonte: Schulz (2004, p. 124)

FIGURA 2 – Patty Pimentinha em: Resposta errada

O professor precisa estar preparado para as respostas e resoluções imprevistas e buscar estabelecer articulações entre elas, mobilizando os alunos para os conceitos científicos. Os complexos processos de transformação dos conceitos espontâneos e científicos podem ser potencializados pelas formas de sistematização das estratégias de resolução dos problemas e das ideias discutidas na sala de aula, durante as socializações. Essas sistematizações, mediadas pelo professor, podem ajudar os alunos a organizarem suas ideias, confirmarem ou refutarem suas hipóteses e estabelecerem novas conjecturas que servirão como base para o desenvolvimento de resoluções para outros problemas, futuramente. Desse modo, o ensino da matemática pode contribuir e muito, para a formação humana dos alunos.

### 2.3.2 Linguagem: viabilizadora do desenvolvimento humano

Visto que o desenvolvimento humano ocorre na interação social, a linguagem assume uma posição de destaque. Desse modo, o desenvolvimento do pensamento matemático requer formas de comunicação que coloquem em circulação, não somente a língua materna, como também a linguagem própria da disciplina e, neste trabalho, pensaremos com mais especificidade na linguagem probabilística. As experiências vivenciadas pelo sujeito e as apropriações que ele faz dos significados construídos socialmente entrelaçam-se para construir a palavra em cada pessoa. Portanto, discutir na sala de aula essas experiências e construções sociais, é fundamental para a elaboração dos conceitos matemáticos e, por conseguinte, dos conceitos probabilísticos.

### 2.3.2.1 Sentido/significado da palavra

A mediação simbólica entre sujeito e a realidade somente acontece porque as palavras são dotadas de significados construídos socialmente, e constituem uma espécie de ‘lente’ através da qual se tornam possíveis a compreensão e a ação sobre o ambiente. Sem significados, as palavras seriam apenas sons vazios, não capazes de estabelecer a comunicação entre as pessoas. As palavras são elementos do discurso, da fala. Contudo, são atos do pensamento, na medida em que são generalizações. Por essas razões, Vigotski atribui à palavra a função de desempenhar a estreita ligação entre pensamento e fala.

O significado das palavras é um fenômeno do pensamento na medida em que o pensamento está relacionado à fala e nela materializado, e vice-versa: é um fenômeno de discurso apenas na medida em que o discurso está vinculado ao pensamento e focalizado por sua luz. É um fenômeno do pensamento verbal ou da fala consciente – uma *unidade* da palavra com o pensamento. (VIGOTSKI, 2000, p. 398, grifo do autor).

A relação entre pensamento e fala ocorre num movimento dialético entre a verbalização e a consciência. O pensamento não está concluído sem a linguagem, quando verbalizado sofre transformação e, portanto, não se expressa na linguagem, realiza-se nela; ao mesmo tempo, a linguagem só existe amparada no pensamento.

Os significados estão em transformação constante, pois são construídos nas relações sociais e, portanto, vão sofrendo modificações ao longo da história e de acordo com construções culturais até atingirem certa estabilidade, razão pela qual se torna possível a comunicação entre pessoas que pertencem ao ambiente cultural. Todavia, os significados não se transformam apenas fora do indivíduo, mas também internamente, enquanto se desdobram os processos de desenvolvimento. Acerca disso, Góes e Cruz (2006, p. 34) consideram que “embora o significado da palavra seja sempre um ato de generalização, ele se modifica constantemente à medida que a criança se depara com novas situações de utilização da palavra e que seus processos intelectuais de abstração e generalização progridam”. Assim sendo, até que a pessoa compreenda o significado comum aos membros do espaço social, a noção do significado da palavra sofre muitas transformações.

Essas considerações estão ligadas à ideia de sentido, pois, enquanto o significado da palavra vai se modificando, vão se incorporando a ele construções intelectuais e afetivas, particulares de cada pessoa, transformando-o em algo mais pessoal. Então, é como se o significado fosse apenas uma parte do sentido, caso eles pudessem ser desassociados. Além do significado socialmente conhecido da

palavra, considera-se todo o contexto em que ela está contida. A pessoa associa, ao proferir uma palavra, toda a experiência internamente apropriada que, de alguma forma, está relacionada com o vocábulo.

Quando a pessoa escolhe determinada palavra ao elaborar uma frase, este único termo pode, internamente, suscitar muitas sensações e pensamentos, que não serão necessariamente compreendidos da mesma forma, pela pessoa que a ouve. Quem ouve uma palavra, assimila, além do significado comum, suas próprias impressões e experiências relacionadas ao vocábulo. Consideramos que o termo significação melhor representa o movimento entre o significado mais estável da palavra e o sentido, que, por sua vez, é extremamente variável.

Logo, indivíduos imersos em ambientes culturais diversos, construirão significações diferentes na formação de conceitos. Vale ressaltar, como faz Oliveira (1993,p. 37), que a palavra *cultura* não diz respeito apenas a “fatores abrangentes como o país onde o indivíduo vive, seu nível sócio-econômico, a profissão de seus pais. Está falando, isto sim, do grupo cultural como fornecendo ao indivíduo um ambiente estruturado, onde todos os elementos são dotados de significado”. Em meio a essas construções significativas se desenvolve o pensamento, que não pode ser dividido em unidades como a linguagem. Vigotski (2000, p. 478) elucida esse aspecto com o seguinte exemplo:

Se desejo comunicar o pensamento de que hoje vi um menino descalço, de camisa azul, correndo rua abaixo, não vejo cada aspecto isoladamente: o menino, a camisa, a sua corrida, a ausência de calçados. Vejo tudo isso em um só ato de pensamento, mas o exprimo em palavras separadas.

Em sua constituição, até terminar o seu curso para a verbalização, o pensamento se transforma, sendo permeado pelo movimento dos significados e sentidos apropriados pela pessoa nas experiências que vivencia. É nesse movimento de elaboração conceitual da pessoa que há a interferência do educador e do ambiente escolar como um todo. Por meio da aprendizagem escolar, além de ter acesso a conceitos formais validados socialmente, a pessoa pode fazer parte de uma esfera na qual circulam significações diversas para os conhecimentos e, a partir delas, acionar a constituição de seu próprio sentido para determinado objeto do conhecimento, por meio da comunicação. A escola influencia na formação do pensamento do aluno.

Isso posto, no que diz respeito ao ensino da Matemática, o aluno deve estar inserido em um ambiente deliberadamente planejado, onde as relações sociais estejam organizadas de modo que lhe seja possível desenvolver, em colaboração com o professor e com seus colegas, uma linguagem

diferente daquela com a qual, naturalmente, está em contato; ou seja, assimilar a linguagem matemática, para que esta, em combinação com sua linguagem natural, possa ajudá-lo a desenvolver o pensamento generalizante e, assim, compreender conceitos que circundam essa disciplina, construindo sua própria significação sobre eles.

Acrescente-se a isso, o fato de que a escola é um espaço onde a escrita está presente nas formas de comunicação, tanto quanto à oralidade, e Vigotski (2000) afirma que a assimilação da linguagem por essas duas vias, percorre processos bastante diferenciados. A linguagem escrita demanda certo nível de abstração para separar a materialidade das palavras na fala e usar apenas representações das palavras.

Nesse ambiente, permeado pela palavra – oral e escrita – entendemos que a resolução de problemas seja a metodologia potencializadora da elaboração conceitual em matemática e, em particular, em probabilidade.

### **2.3.2.2 Linguagens, intuições e experiências: resolvendo problemas na sala de aula**

A linguagem consiste num elemento essencial para o efetivo desenvolvimento do pensamento probabilístico. Antes de estar em contato com modelos formais de probabilidade, os alunos têm contato com palavras circundantes no campo da probabilidade. Por exemplo, palavras como *sorte*, *certo*, *incerto*, *impossível*, *provável*, entre outras, fazem parte da linguagem, não somente no meio de concepções objetivas e formalizadas, mas estão presentes, também, em ocasiões rotineiras, alheias à aplicação formal da probabilidade. O sentido atribuído a expressões ou palavras desse tipo é subjetivo, ou seja, a compreensão de certa situação envolvendo a probabilidade será diferente para cada pessoa. Desse modo, o trabalho com a linguagem probabilística é essencial na sala de aula, pois, a partir do entendimento que o aluno possui dessas palavras, o professor pode ajudá-lo a estabelecer novas significações e, assim, progredir na compreensão de conceitos probabilísticos.

Com relação aos termos empregados no campo do estudo da probabilidade, Konold (1991 apud SHAUGHNESSY, 1992) argumenta que os alunos possuem uma compreensão coerente, proveniente do contato com circunstâncias que envolvem incerteza e, a partir disso, procuram dar sentido às situações vivenciadas em sala de aula. Contudo, Azcárate (2006) alerta que esses termos podem, com frequência, não representar o mesmo sentido, quando empregados no estudo do acaso.

A intuição é um elemento bastante recorrente nas pesquisas do campo da probabilidade e, aparentemente, divide a opinião de pesquisadores. Sem nos aprofundarmos no assunto, assumimos que ideias intuitivas, derivadas das experiências cotidianas, inevitavelmente aparecerão na sala de aula quando os alunos estiverem em contato com situações envolvendo incerteza; sendo assim, o professor não pode ignorá-las, desejando que os alunos assimilem o conhecimento probabilístico formalizado. Para Batanero e Díaz (2007, p. 2), “um conhecimento genuíno de probabilidade só se alcança com o estudo de alguma probabilidade formal, embora esse estudo deva ser gradual e apoiado na experiência estocástica dos estudantes.” (tradução nossa<sup>28</sup>).

Muitas vezes, o encontro do cálculo formal de probabilidades com noções intuitivas pode acarretar alguns problemas, “a abundância de paradoxos e falácias não se deu apenas no desenvolvimento histórico da disciplina [estocástica], aparece também no processo de aprendizagem individual.” (SAÉNZ, 1999, p. 21, tradução nossa<sup>29</sup>). Contrastar os aspectos subjetivos e formais pode ajudar o aluno a obter um conhecimento mais amplo sobre probabilidade. Bennett (2000 apud AZCÁRATE, 2006, p. 11), alerta que “as ideias intuitivas sobre o acaso podem preceder as ideias formais e, se forem corretas, podem ser de grande ajuda na aprendizagem; porém, em caso contrário, podem chegar a dificultar a correta compreensão dos conceitos” (tradução nossa<sup>30</sup>).

Acreditamos que a constituição de um ambiente baseado na resolução de problemas é favorável à formação de conceitos probabilísticos, e estocásticos em geral e, mais do que isso, concordamos com Lopes e Coutinho (2009, p. 72), ao assinalarem que “quando pensamos na complexidade do pensamento probabilístico, facilmente aceitamos, ou deveríamos aceitar, que ele não pode ser trabalhado segundo práticas tradicionais de sala de aula nem tampouco ensinado de modo convencional”. Como apontamos anteriormente, o processo de resolução de problemas na aula de Matemática pode ajudar o aluno a ampliar capacidades referentes ao desenvolvimento de estruturas lógicas, ao posicionamento crítico, à comunicação e reflexão, entre outros. Ao mesmo tempo “a compreensão, interpretação e reação frente à informação estatística não só requer conhecimento estatístico ou matemático, mas também habilidades linguísticas, conhecimento do contexto, capacidade

---

<sup>28</sup> Cf. original: “Un conocimiento genuino de probabilidad solo se alcanza con el estudio de alguna probabilidad formal, aunque este estudio debe ser gradual y apoyado en la experiencia estocástica de los estudiantes”.

<sup>29</sup> Cf. original: “La abundancia de paradojas y falacias no sólo se dió en el desarrollo histórico de la disciplina, aparece también en el proceso de aprendizaje individual”.

<sup>30</sup> Cf. original: “las ideas intuitivas sobre el azar pueden preceder a las ideas formales y, si son correctas, pueden ser de gran ayuda en el aprendizaje; pero en caso contrario, pueden llegar a dificultar la correcta comprensión de los conceptos”.

para formular perguntas e uma postura crítica” (MURRAY; GAL, 2002 apud, AZCÁRATE, 2006, p. 4, tradução nossa<sup>31</sup>).

Sendo assim, mesmo que não consideremos ser essa a única metodologia condizente com o trabalho estocástico em sala de aula, através dos apontamentos que fizemos até aqui, assumimos que ensinar probabilidade através da resolução de problemas não poderia ser mais coerente.

Ensinar probabilidade através da resolução de problemas pode facilitar a aproximação com situações cotidianas, uma vez que os problemas podem proporcionar situações de semirrealidade que, muitas vezes, sugerem o exercício da experimentação, cuja observação de resultados facilita o estabelecimento de analogias. Lembramos que a resolução de problemas não se limita a chegar a uma resolução para o problema em questão, abrange também a socialização das resoluções, com o intuito de comparar estratégias e respostas, procurando, assim, ampliar sua capacidade de resolver outros problemas através do estabelecimento de relações entre eles, ou seja, “deve-se encorajar o estudante a ir além, fornecendo uma resposta, e a explicar o processo e a forma como o resultado é interpretado” (LOPES; CARVALHO, 2005, p. 89). Dessa maneira os alunos estarão no centro da troca de significações sobre os elementos inerentes à probabilidade envolvida no problema e, assim podem ampliar seu conhecimento sobre o assunto.

Uma vez existente a aproximação histórica entre jogos e assuntos probabilísticos, dentro do campo da resolução de problemas, alguns jogos podem ser utilizados em sala de aula para suscitar discussões ligadas à probabilidade, já que:

a utilização dos jogos no ensino da Matemática, quando intencionalmente definidos, pode não apenas promover um contexto estimulador e desafiante para o movimento de formação do pensamento do ser humano, de sua capacidade de cooperação, mas também torna-se um auxiliar didático na produção de conhecimentos matemáticos (GRANDO; MARCO, 2006, p.116).

O caráter problematizador da probabilidade requer condições de aprendizagem que ultrapassem as lacunas existentes nas formas tradicionais de ensino. Assim, os campos da probabilidade e da resolução de problemas convergem, na possibilidade de estabelecer estudantes “sejam capazes de examinar mais de um ponto de vista para abordar um problema, formulem perguntas pertinentes sejam cuidadosos ao fazer generalizações, revisem suas próprias crenças e não tenham medo de dizer ‘não

---

<sup>31</sup> Cf. original: “la comprensión, interpretación y reacción frente a la información estadística no solo requiere conocimiento estadístico o matemático, sino también habilidades lingüísticas, conocimiento del contexto, capacidad para plantear preguntas y una postura crítica”.

sei” (VILA; CALLEJO, 2006, p. 10, grifos dos autores). Para isso, os alunos precisam saber manipular as informações que detêm, pois como afirma Pimenta (2002, p. 38):

No que se refere à sociedade da informação e do conhecimento, é necessário distinguir os dois termos. Hoje a informação chega em grande quantidade e rapidamente a qualquer ponto do planeta. Identificada como uma instituição que transmite informações, a escola, na ótica neoliberal, tenderia a desaparecer, porque não apresenta a eficácia dos meios de comunicação nesse processo. Nessa perspectiva, a educação se resolveria colocando os jovens e as crianças diante das informações televisivas e internéticas. Portanto, o professor poderia também ser dispensado.

Desse modo, fica evidente que o papel do professor e da escola de modo geral, vai além do fornecer ao aluno inúmeras informações. Estas precisam, sim, chegar até o aluno e devem circular no ambiente escolar; no entanto, é preciso prover condições para que esses alunos possam compreender e defender ou refutar essas informações e colocá-las a seu próprio benefício, transformando-as em conhecimento.

Considerando o emprego da estocástica na sociedade atual, “compreender o significado de expressões nas quais estejam presentes as noções probabilísticas faz hoje parte da competência matemática e estatística que todos devem desenvolver para serem cidadãos críticos e participativos” (LOPES; COUTINHO, 2009, p. 74), que possam compreender e analisar as decisões políticas, econômicas, entre outras, questionando - as quando necessário. A educação estatística fornece ao aluno ferramentas para agir na sociedade como questionador e, desse modo, “a matemática escolar não se resume a olhar para coisas prontas e definitivas, mas para a construção e a apropriação, pelo aluno, de um conhecimento do qual se servirá para compreender e transformar a realidade” (ONUICHIC, 1999, p. 215). SEPREI

Acrescentamos que, inserir os estudantes em um ambiente que incentive a resolução de problemas, através da comunicação para confrontar ideias e tomar decisões frente às informações, já é transformar a sociedade; desse modo, esses estudantes poderão disseminar essa prática também fora do ambiente escolar. A apropriação de conceitos científicos possibilita aos alunos ressignificarem suas práticas cotidianas, embora se trate de um processo muito complexo, implicando, portanto, nas ações docentes.



### 2.3.3 Saindo da “zona de conforto”

Ao escolher esse caminho de trabalho, não se pode prever exatamente que ideias serão levantadas; é possível apenas traçar hipóteses e, por isso, o professor deve estar ciente de que, provavelmente, terá que trabalhar com situações que não programou. Assim, o professor se envolve em uma dimensão que, para Penteadó (2004 apud SKOVSMOSE, 2008, p. 35), é denominada “zona de risco”, na qual o professor não pode ter certeza sobre suas próximas ações, visto não possuir controle absoluto sobre os acontecimentos do decorrer da aula, deixando de estar em uma posição confortável de segurança.

Skovsmose (2008) analisa que, trabalhar no paradigma do exercício, pode proporcionar ao docente uma posição segura, uma “zona de conforto”, pois este prevê o andamento da aula, ao passo que trabalhar com questões mais abertas, sobretudo em um ambiente propício para investigação, coloca o professor em um espaço cheio de incertezas. “O professor deve estar sempre pronto para enfrentar perguntas que podem não ser facilmente respondidas. A autoridade do professor tradicional está para ser quebrada dentro de segundos, e ninguém sabe sobre o próximo momento” (SKOVSMOSE, 2008, p. 36). Estar preparado para — em muitos momentos — retirar-se da posição de autoridade da sala, talvez não seja fácil, porém, se o fizer, o professor pode oferecer ao aluno a posição de protagonista do seu aprendizado, sem que isso diminua a importância do trabalho docente; pelo contrário, o trabalho docente se torna ainda mais importante, dada a complexidade dessa postura docente. Portanto, o educador tem grande responsabilidade na construção de um ambiente de sala de aula propício para o desenvolvimento do pensamento matemático.

Um ambiente com características, como as que descrevemos até aqui, pode ser chamado de “cenário para investigação” (SKOVSMOSE, 2008) ou, ainda, constituir uma “comunidade de investigação matemática” (GOOS, 2004<sup>32</sup>). Todavia, mais do que classificar o espaço da sala de aula, preocupamo-nos em concebê-lo reunindo algumas das particularidades que o compõem, assumindo que “o desenvolvimento [da pessoa] fica impedido de ocorrer, na falta de situações propícias ao aprendizado” (OLIVEIRA, 1993, p. 57).

Isso posto, torna-se imprescindível refletir sobre a constituição do ambiente de sala de aula, uma vez que “só é boa aquela aprendizagem que passa à frente do desenvolvimento e o conduz”

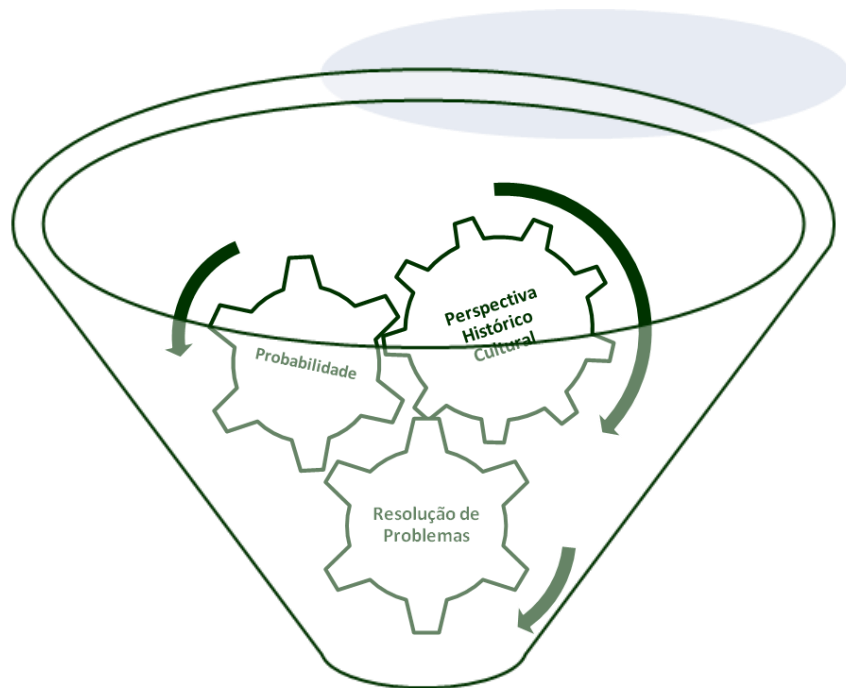
---

<sup>32</sup> Cf original: Community of inquiry.

(VIGOTSKI, 2000, p. 331-332), tornando possível compartilhar saberes oriundos da experiência de cada aluno, que são únicos, pois, como afirma Larrosa (2002, p. 27):

duas pessoas, ainda que enfrentem o mesmo acontecimento, não fazem a mesma experiência. O acontecimento é comum, mas a experiência é para cada qual, singular e de maneira impossível de ser repetida. O saber da experiência é um saber que não pode separar-se do indivíduo concreto em que encarna.

Possibilitar a negociação das significações pessoais ajuda a ampliar as possibilidades de desenvolvimento intelectual, uma vez que esse movimento pressupõe processos reflexivos, envolvendo abstrações e possibilita generalizações. Nesse sentido, compreendemos que os três eixos teóricos que aqui discutimos se complementam para que, na sala de aula, seja construído um ambiente, onde se criem condições para a formação do pensamento probabilístico. O esquema a seguir ilustra a relação entre os eixos teóricos.



## **Ambiente de Aprendizagem Propício para a Formação de Conceitos**

ESQUEMA 1 — Movimento dos três eixos teóricos

Baseando-nos nesses pressupostos teóricos, como a resolução de problemas, a educação matemática crítica e o amplo campo da perspectiva histórico-cultural, afirmamos que, assim constituída, a cultura da sala de aula suscita, além do desenvolvimento do pensamento matemático, o desenvolvimento pessoal no que diz respeito à cidadania e demais relações sociais. Os movimentos aleatórios estão sempre presentes na vida e, portanto, saber analisá-los e avaliá-los é fundamental para o sucesso na tomada de decisões.

Nessa direção, o estudo da probabilidade pode ser colocado a serviço do desenvolvimento de uma postura crítica no estudante, já que está profundamente relacionado com a análise de informações que circulam no ambiente social, tanto da sala de aula, quanto num contexto mais amplo. No entanto, o desenvolvimento do pensamento probabilístico de fato, vai além da resolução de listas de exercícios. Por essa razão, entendemos que a resolução de problemas constitui uma metodologia de ensino promissora nessa função, pois por meio dela, o aluno é inserido no movimento de elaboração conceitual.

Como discutimos anteriormente, a postura do professor é essencial para a constituição de um verdadeiro ambiente de aprendizagem na sala de aula. Compreendemos que o professor não deve ser o ‘protagonista’ nesse ambiente, e sim o aluno que ele trabalha; seu papel, contudo, é central, pois é o professor quem seleciona as tarefas adequadas, que organiza as relações de interação, as formas de comunicação e as ações na zona de desenvolvimento próximas dos alunos, para que eles, por sua vez, possam desenvolver os conceitos probabilísticos. Dessa forma, a educação matemática pode e deve atuar como ferramenta de desenvolvimento cognitivo e social e, uma vez que assumimos que a linguagem é promotora do desenvolvimento humano, a educação matemática deve estar aliada às formas de desenvolvimento dessa linguagem.

Esses foram os pressupostos teóricos que nortearam o trabalho de campo da presente pesquisa, cujos procedimentos metodológicos serão apresentados no próximo capítulo.

### 3. PERCURSOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Neste capítulo, descreveremos o processo metodológico de desenvolvimento desta pesquisa, apresentando inicialmente os objetivos do estudo e a questão da investigação. A seguir, esclareceremos as abordagens teórico-metodológicas que funcionaram como alicerces para o estudo.

Primeiramente, explicaremos o movimento colaborativo e a divisão (ou o compartilhamento) de funções exercidas pela pesquisadora e pela professora colaboradora, que, gentilmente, compartilhou conosco o espaço de sua sala de aula. Na segunda seção, contextualizaremos o ambiente pesquisado, incluindo a descrição dos alunos que foram acompanhados mais de perto pela pesquisadora. Em seguida, descreveremos o processo de coleta de dados, apresentando as tarefas trabalhadas na sala de aula, e especificando os instrumentos utilizados, isto é, vídeo gravações, áudio gravações, entrevistas semi-estruturadas e registros escritos pelos alunos. Enfim, passaremos a descrever os procedimentos adotados para o desenvolvimento da análise.

O estudo visa analisar o movimento de elaboração conceitual por alunos de um 1º ano do Ensino Médio, quando resolvem situações-problema envolvendo probabilidade. Procuramos levantar indícios que pudessem evidenciar quais contribuições as discussões geradas, ao compartilhar os resultados obtidos pela classe, podem oferecer para o desenvolvimento do pensamento probabilístico do aluno e, para tal, enfatizaremos os momentos de socialização sobre as soluções encontradas pelos alunos da sala toda.

A pesquisa foi norteadada pela seguinte questão:

**Quais contribuições um ambiente de cooperação investigativa traz para a elaboração conceitual probabilística dos alunos?**

Trata-se de um estudo sobre um grupo específico de alunos, inseridos no contexto da sala de aula de Matemática e sobre o desenvolvimento da pesquisadora envolvida em um processo de investigação colaborativa. Dessa forma, esta pesquisa adotou uma abordagem qualitativa de investigação.

Para nos guiar durante o processo de investigação, estabelecemos como principais objetivos:

- Analisar a circulação de significações matemáticas nos momentos de socialização das resoluções apresentadas aos problemas propostos;

- Analisar as ideias sobre probabilidade que emergem, por parte dos alunos, quando em contextos de resolução de problemas.

Buscamos optar por procedimentos metodológicos coerentes, a partir de nossos objetivos e das concepções discutidas em nosso aporte teórico. A primeira parte do trabalho consistiu em elaborar/selecionar tarefas que tratam de questões probabilísticas, junto com a professora da turma.

Usaremos o termo professora-pesquisadora colaboradora para nos referirmos à professora da sala, Joyce Furlan, pois, além de agir como colaboradora neste estudo, ela também desenvolveu uma pesquisa na qual o papel de professora-pesquisadora colaboradora foi desempenhado pela pesquisadora do presente estudo, criando, assim, uma relação bilateral no que diz respeito ao trabalho colaborativo<sup>33</sup>.

Após a organização inicial do trabalho desenvolvido na sala de aula, passamos a observar esse ambiente e a prática do trabalho planejado, acompanhando todas as aulas nas quais a professora-pesquisadora colaboradora desenvolveu as tarefas de probabilidade com os alunos.

A seguir, procuraremos delinear o movimento que se formaram durante a investigação, além das especificidades dos procedimentos metodológicos.

### **3.1 Pesquisa-Ação: a colaboração na busca de emancipação profissional**

É realmente considerável o número de pesquisas destinadas a levantar os problemas inerentes à prática educativa nas salas de aula ou, ainda, estudos que procuram fornecer métodos de ensino que, frequentemente, são recebidos pelos professores, em geral com frases como: ‘Em teoria funciona bem!’; ou, ‘Isso fica bonito no papel!’. Podemos observar como o fizeram Zeichner (1998), Charlot (2002) e, D’Ambrósio, U. e D’Ambrósio, B. (2006), que ainda há um distanciamento entre o trabalho na sala de aula e a pesquisa do campo educacional.

Nesse sentido, alguns pesquisadores como Diniz Pereira e Zeichner (2002), Franco (2005), D’Ambrósio, U. e D’Ambrósio, B. (2006), Pimenta e Franco (2008), entre outros, têm demonstrado a preocupação em promover a aproximação entre a teoria e a realidade escolar, ansiando progressos para ambos. Nessas pesquisas, um possível caminho para tal aproximação diz respeito à pesquisa-ação, em

---

<sup>33</sup> A pesquisadora Joyce Furlan defendeu sua dissertação em 2011 (FURLAN, 2011).

“seu caráter quase ambíguo entre ser uma metodologia produtora de conhecimento e, ao mesmo tempo, produtora de ações práticas” (FRANCO, 2008, p. 131). Nossa preocupação com a transformação eficaz sobre a prática docente nos levou a preferir esse enfoque metodológico, conscientes de que “se alguém opta por trabalhar com pesquisa-ação, por certo tem a convicção de que pesquisa e ação podem e devem trabalhar juntas, quando se pretende a transformação da prática” (FRANCO, 2005, p. 485).

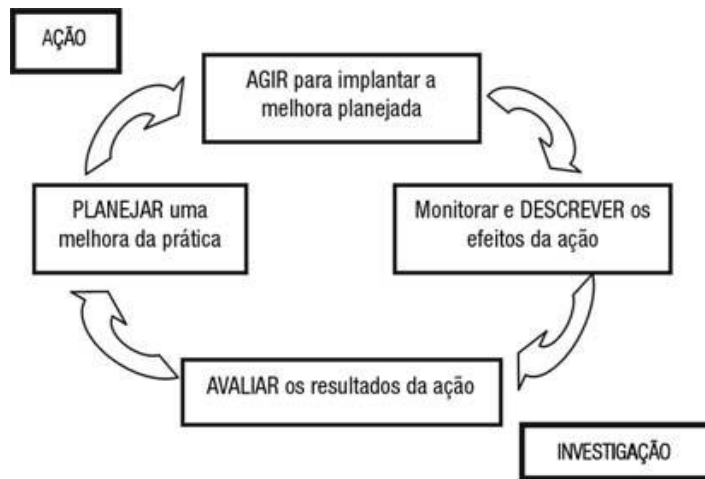
Acreditamos que a prática escolar necessita, sim, da pesquisa educacional; no entanto, havendo barreiras entre as duas, o campo teórico não oferecerá a ela contribuições efetivas, tampouco conseguirá refletir com veracidade o contexto da sala de aula. E compreendemos que nossos objetivos e convicções convergem para uma perspectiva como a da pesquisa-ação enquanto:

pesquisa eminentemente pedagógica, dentro da perspectiva de ser o exercício pedagógico, configurado como uma ação que cientificiza a prática educativa, a partir de princípios éticos que visualizam a contínua formação e emancipação de todos os sujeitos da prática. (FRANCO, 2008, p. 489).

Não estamos tratando de um estudo sobre a própria prática, mas de uma investigação mergulhada no contexto da prática docente, cultivando a concomitância entre ação e pesquisa. Nesse sentido,

A pesquisa-ação desenvolvida com o propósito de transformar as escolas em comunidades críticas de professores que problematizam, pensam e reformulam práticas, tendo em vista a emancipação profissional, parte de três condições básicas: o estudo é desencadeado a partir de determinada prática social susceptível de melhoria; é realizado levando-se em consideração a espiral de planejamento, ação, observação, reflexão, nova ação; é desenvolvido, preferencialmente, de forma colaborativa. (IBIAPINA, 2008, p. 9)

Este trabalho envolveu planejamento prévio e também ações não previstas, permeadas pela relação de parceria estabelecida entre pesquisadora e professora-pesquisadora colaboradora, tornando-as protagonistas das ações e reflexões realizadas durante o procedimento de coleta de dados. O movimento delineado durante esse processo assumiu características semelhantes às do seguinte ciclo apresentado por Tripp (2005), para representar o esquema básico que deve ocorrer na investigação-ação:



Fonte: Tripp (2005, p. 454)  
ESQUEMA 2- Ciclo da pesquisa-ação

Embora tenhamos estabelecido algum planejamento para o decorrer da pesquisa, os eventos ocorridos durante a prática na sala de aula nos propiciavam informações sobre as quais necessitávamos refletir. Além dos momentos de reflexão individual, pesquisadora e professora-pesquisadora colaboradora reuniam-se, após cada aula observada, para discutir os acontecimentos, originando-se, assim, um processo de reflexão compartilhada, a partir da qual foram elaborados novos planos de ação. Portanto, a reflexão esteve presente durante todo o decurso desta pesquisa-ação.

Quando alunos, professora-colaboradora e pesquisadora passaram a conviver constantemente, no decorrer do processo de registro de dados, e à medida que todos se envolveram com as situações vivenciadas, o nível de interação foi sendo alterado, gradativamente. Portanto, é importante esclarecer que, apesar de todos os esforços para manter a objetividade, a pesquisadora “faz parte da própria situação de pesquisa, a neutralidade é impossível, sua ação e também os efeitos que propicia constituem elementos de análise” (FREITAS, 2002, p. 25). Ainda assim, embora imersos no contexto da sala de aula, acreditamos ter conseguido manter certo distanciamento, quando este se mostrou necessário.

Como realça Franco (2008, p. 106): “dizer apenas pesquisa-ação não define a perspectiva metodológica, apesar de haver alguns princípios essenciais que a distinguem como forma de investigação”, por isso desejamos, ainda, salientar algumas características metodológicas desta pesquisa, dentro do campo da pesquisa-ação.

A parceria entre pesquisadora e professora-pesquisadora colaboradora não foi estabelecida apenas para a realização deste estudo, ao contrário, ela culminou na concretização dele. Essa parceria foi construída pouco a pouco como um relacionamento que envolve, principalmente, sinceridade e respeito mútuo, resultado de alguns anos como colegas de trabalho compartilhando ideias, práticas e dúvidas no que diz respeito à prática docente. Ambas buscamos o espaço da pesquisa acadêmica no intuito de incrementar seu desenvolvimento profissional. Podemos afirmar que, muitas vezes, existiu sim a aproximação entre pesquisadora e professora-pesquisadora colaboradora com relação aos significados, sentidos e valores, uma vez que as duas estavam envolvidas com o campo da pesquisa. Sendo assim, complementamos a abordagem metodológica desta pesquisa-ação com o aspecto emancipatório, dando ênfase à sua dimensão colaborativa, pois como afirma Ibiapina (2008, p. 26),

a pesquisa-ação colaborativa se diferencia de outras, sobretudo pela valorização das atitudes de colaboração e reflexão crítica, visto que os pares, calcados em decisões e análises construídas por meio de negociações coletivas, tornam-se coparceiros, cossuários e coautores de processos investigativos delineados a partir da participação ativa, consciente e deliberada.

Seria contraditório negar a premissa de que a interação entre pesquisadora e professora-pesquisadora colaboradora traga relevantes contribuições para a formação do conhecimento desses alunos e delas mesmas, visto que o foco da pesquisa é o momento de socialização das ideias levantadas pelos alunos. Nesse sentido, “produzir um conhecimento a partir de uma pesquisa é, pois, assumir a perspectiva da aprendizagem como processo social compartilhado e gerador de desenvolvimento” (FREITAS, 2002, p. 25).

Acreditamos que esse enfoque metodológico seja favorável ao desenvolvimento profissional no âmbito do trabalho docente, pois, como ressalta Ibiapina (2008, p. 25), “é atividade de coprodução de conhecimentos e de formação em que os pares colaboram entre si com o objetivo de resolver conjuntamente problemas que afligem a educação”, enxergamos essa dinâmica nesta pesquisa, no que se refere à coprodução de saberes entre as professoras-pesquisadoras. É importante destacar que a opção pela pesquisa-ação se refere ao movimento vivido entre as duas pesquisadoras. Ela não se aplica à sala de aula, uma vez que os alunos não participaram do ciclo reflexivo ocorrido entre pesquisadora e professora-pesquisadora colaboradora. Descreveremos, a seguir, mais detalhadamente, a dinâmica de trabalho vivida pelas duas participantes, explicando de que forma o aspecto colaborativo foi concebido para além do significado etimológico da palavra colaborar (trabalhar junto).



As duas pesquisas sobre as quais nos referimos anteriormente compartilham alguns procedimentos metodológicos, embora com objetivos diferentes. Como já mencionado, desenvolvemos esta pesquisa em uma sala de aula de Ensino Médio na qual Joyce atuava como professora de Matemática. Joyce por sua vez, desenvolveu seu trabalho de pesquisa em uma sala de 9º ano<sup>34</sup> do Ensino Fundamental na qual desempenhávamos a função de docente. As duas salas funcionavam numa escola estadual.

Sempre selecionadas e adaptadas pelas duas pesquisadoras, suas respectivas orientadoras e, em algumas ocasiões, contando com o auxílio dos integrantes do Grucomat, as mesmas tarefas foram aplicadas em ambas as salas, seguindo, em geral, a mesma forma de organização. A maneira de conduzir as tarefas; as orientações dadas aos alunos sobre os registros que deveriam fazer; os modos de socializar as resoluções elaboradas pelos grupos de alunos e, por fim, as avaliações — tudo isso foi planejado nos diversos encontros, dos quais participavam as duas professoras-pesquisadoras, ora presencialmente, ora via internet.

Referimo-nos a tais encontros como conversas reflexivas, fazendo certa analogia ao conceito de “sessões reflexivas” enquanto “o *lócus* em que cada um dos agentes tem o papel de conduzir o outro à reflexão crítica sobre a sua prática, questionando e pedindo esclarecimentos sobre as escolhas feitas.” (MAGALHÃES, 2002 apud IBIAPINA, 2008, p. 96). A ocorrência dos diálogos entre pesquisadora e professora-pesquisadora colaborada nesta pesquisa implicava assunção dos papéis de professoras colaboradoras e de pesquisadoras, por ambas, concomitantemente. Não contávamos com participação de um mediador, o desempenho dessa função era feita naturalmente por ambas, ponderando sempre que o principal objetivo comum às duas, enquanto professoras, era garantir a construção de conhecimento dos alunos. Os objetivos desses encontros envolviam planejar o caminho a percorrer, discutir estratégias para resolver os problemas emergentes, analisar as ações, avaliar seus efeitos e repensar novas ações e, certamente, existiram muitos momentos de divergência; portanto seria plausível referir-se a esses encontros também como sessões reflexivas. Mesmo assim, devido à natureza da parceria entre as pesquisadoras, quase sempre, ou sempre, havia um quê de informalidade nos diálogos e, sendo assim, a expressão ‘conversas reflexivas’ tende a representar a situação de maneira mais real, por consequência da opção pelo vocábulo conversas.

Embora nem sempre as discussões ocorressem em encontros previamente agendados, —, pois muitas vezes aconteciam em encontros casuais — quando programadas, as conversas foram

---

<sup>34</sup> No momento da pesquisa era chamada de 8º série do Ensino Fundamental.

devidamente registradas. Para isso, quando ocorreram encontros presenciais foram utilizados recursos de áudio (aparelho de mp3) e quando as discussões aconteciam através da internet, por meio de aplicativos que transmitem mensagens de texto, áudio e vídeo em tempo real — Windows Live Messenger<sup>35</sup> e Skype, os históricos das conversas eram copiados, ficando armazenados como documentos do Word.

Esses registros das conversas reflexivas foram utilizados para compor os dados das duas pesquisas. Como já afirmamos anteriormente, outras conversas aconteceram, mas sem que pudéssemos registrá-las; e reconhecemos, no entanto, que essas conversas não registradas também influenciaram o processo de desenvolvimento da pesquisa.

No intuito de auxiliar na compreensão sobre a atribuição de funções no decorrer da pesquisa, construímos o seguinte quadro:

Função desempenhada	Sala	
	1ª ano B do EM <sup>36</sup>	9º ano/8ª série A do EF <sup>37</sup>
Pesquisadora – Observadora	Lia	Joyce
Professora – Mediadora das socializações	Joyce	Lia
Pesquisadora/Professora – Escolha e adaptação de tarefas	Joyce e Lia	Joyce e Lia
Pesquisadora/Professora – Formulação de avaliações	Joyce e Lia	Joyce e Lia
Pesquisadora – Análise dos dados	Lia	Joyce

QUADRO 1 – Funções de cada professora-pesquisadora ao longo do processo de pesquisa.

Mesmo visualizando claramente em quais situações deveríamos nos posicionar como docente ou mantermo-nos como pesquisadora, uma vez que o indivíduo ocupa as duas funções, compreendemos que fica impossível haver o distanciamento total, pois todas as nossas reflexões estão impregnadas das experiências provenientes de ambas as posições.

A opção pela pesquisa-ação em sua dimensão colaborativa diz respeito à parceria com a professora-pesquisadora colaboradora. Essa dimensão colaborativa implicava emancipação das duas professoras<sup>38</sup>. No que se refere à pesquisa em sala de aula com os alunos, optamos por não atribuir rótulos tradicionalmente presentes na literatura, dada a sua particularidade.

<sup>35</sup> Aplicativo conhecido popularmente como *MSN*

<sup>36</sup> Ensino Médio

<sup>37</sup> Ensino Fundamental

<sup>38</sup> Alguns aspectos do desenvolvimento profissional da pesquisadora serão apresentados no final desta dissertação, na forma de prólogo.

Uma vez esclarecidas as opções metodológicas que discutimos até aqui, contextualizaremos o ambiente na qual esta investigação foi desenvolvida.

## **3.2 Ilustrando o Contexto da Pesquisa**

### **3.2.1 A escola**

Situada na cidade de Louveira, a escola da rede estadual foi escolhida por ser o local de trabalho das duas professoras-pesquisadoras, envolvidas nesta pesquisa.

A cidade de Louveira possui cerca de 34.000<sup>39</sup> habitantes e conserva algumas características típicas de cidade do interior de São Paulo. Também é conhecida por fazer parte do circuito das frutas, destacando-se na produção de uva e caqui, entre outras.

Há muitas famílias bastante tradicionais e conhecidas na cidade, a maioria dos moradores se conhece, e nesse sentido a escola tem importante papel social. No entanto, atualmente, a cidade abriga muitas famílias cujos membros trabalham em cidades como São Paulo ou Campinas, mas preferem viver na pequena cidade do interior.

Em geral, a escola, que funciona em três períodos (matutino, vespertino e noturno), agrada à comunidade e, por estar localizada na região central da cidade, seus 1609 alunos vêm de todas as partes de Louveira, tornando o grupo de alunos bastante heterogêneo. Suas 48 salas de aula são distribuídas entre Ensino Fundamental II e Ensino Médio, os dois casos incluem ensino regular e Educação de Jovens e Adultos (EJA).

O quadro de magistério é constituído por cerca de 50 professores, acarretando dificuldade de comunicação entre os atuantes na mesma área de ensino, pois nem sempre podem compartilhar os mesmos horários de trabalho. No entanto, sempre que possível, os colegas procuram trocar ideias sobre as aulas, hábito esse que tem sido cultivado pelos professores de Matemática que atuam nesta escola.

---

<sup>39</sup> Segundo último censo do IBGE: <http://www.ibge.gov.br/cidadesat/topwindow.htm?1>

### 3.2.2 Primeiro ano, turma B

A escolha dessa sala, no início do ano de 2010, ocorreu, principalmente, a partir da sugestão da professora-pesquisadora colaboradora, que acreditava em seus resultados interessantes. Além disso, o horário de aulas da escola, combinado com a disponibilidade da pesquisadora favoreceu a seleção dessa turma, pois às quartas-feiras há duas aulas de Matemática para essa turma e, portanto, o tempo poderia ser mais bem aproveitado.

No início do ano, havia 40 alunos<sup>40</sup> matriculados na turma, porém três deles transferiram-se para outras escolas, mas a sala recebeu dois novos alunos, totalizando, assim, 39 alunos no final do processo de produção dos dados. A classe era bastante heterogênea; havia vários alunos frequentemente avaliados pela maioria de seus professores como maus alunos e alguns como bons. Em geral, eram considerados pelos professores como alunos “muito falantes”.

Em relação às aulas de matemática, a maioria dos alunos cultivava um bom relacionamento com a professora, demonstrando respeito e carinho para com ela e costumavam ser atenciosos quando ela falava. Contudo, eram adolescentes e comportavam-se como tal, conversavam, irritavam-se, às vezes, adoravam fazer brincadeiras e piadas, possuíam a incrível habilidade de esquecer uma bronca em segundos. Cada integrante da sala é especial por suas aptidões individuais formando um grupo, segundo Joyce, bastante unido.

Vale salientar que, para desenvolver todas as tarefas, os alunos dividiram-se em grupos e ficando sua formação a cargo dos próprios alunos, a fim de evitar possíveis aborrecimentos entre eles, o que poderia prejudicar o trabalho da professora que mantém, acima de qualquer objetivo, a aprendizagem de seus alunos.

Para garantir uma produção de dados mais detalhada, optamos por acompanhar um grupo na sala, durante os momentos em que trabalhavam juntos. Ele era composto de quatro meninas – Pâmela, Mary Ellen, Diana e Débora, e dois meninos – Leonardo e Lúcio. É importante destacar que os nomes são fictícios.

---

<sup>40</sup> Desde o início do processo de pesquisa os alunos foram devidamente autorizados por seus responsáveis legais a participarem da pesquisa, por meio de termo de consentimento de participação. A diretora da escola e a professora-colaboradora também assinaram termos de consentimento para que a pesquisa pudesse ser desenvolvida. Ainda assim, para garantir a privacidade desses alunos, seus nomes foram substituídos por nomes fictícios. Somente o nome da professora atuante na sala foi conservado, conforme ela autorizou.

No decorrer do processo de pesquisa, nossas primeiras intenções foram dando lugar a novos objetivos, por isso, optamos por não nos fixar em análises sobre o material produzido nas discussões, especificamente desse grupo. Embora isso tenha ocorrido, durante as análises, traremos excertos do material produzido com foco nesses alunos, como por exemplo, trechos de entrevistas realizadas com eles.

### **3.3 Construindo a Documentação da Pesquisa**

O trabalho com as tarefas efetivamente realizadas na sala de aula foi iniciado no dia 14 de abril, ainda no primeiro semestre de 2010 e os encontros ocorriam semanalmente, sempre que possível. Optamos pela quarta-feira, segundo nossa disponibilidade, e pela razão de nesse dia o horário da escola prever duas aulas sucessivas de Matemática no 1º ano B.

O fato de a coleta de dados ser feita em apenas duas aulas semanais foi determinante, talvez negativamente; contudo, as outras três aulas semanais foram utilizadas para dar prosseguimento ao trabalho com outros conteúdos, os quais também constam no planejamento da Unidade Escolar, além de realizar eventuais avaliações escritas quando a presença da pesquisadora não era estritamente necessária.

Não foi possível concluir totalmente essa fase da pesquisa no primeiro semestre; assim, o trabalho na sala de aula se estendeu até o mês de novembro de 2010, pois em algumas semanas tivemos que interromper a continuidade do trabalho na sala de aula, por conta de feriados, ou do recesso escolar no caso do mês de julho. Outras vezes, havendo a impossibilidade de efetuar o registro de dados em determinada semana por parte de uma das pesquisadoras, decidimos adiar o desenvolvimento das tarefas. Essa decisão deveu-se ao fato de querermos que as duas salas realizassem as mesmas tarefas com uma semana de diferença no máximo, pois, desse modo, poderíamos discutir quais tarefas seriam aplicadas, como socializá-las e avaliá-las da melhor forma.

Desse modo, as aulas das quais nós devidamente participamos observando e construindo os registros de dados ocorreram nos dias 14/04, 28/04, 05/05, 12/05, 19/05, 02/06, 09/06, 16/06, 23/06, 30/06, do primeiro semestre de 2010 e, nos dias 11/08, 18/08 e 25/08 no segundo semestre. Nos dias 18/06, 28/06, os alunos fizeram algumas tarefas, na maioria escritas, cuja realização não contou com nosso acompanhamento, pois, nesse momento os alunos agiram individualmente e, não havendo

interação entre eles, julgamos que nossa observação seria desnecessária. Contudo, esses registros escritos foram mantidos, integrando a documentação dos dados, como explicaremos mais adiante. No quadro a seguir, apresentaremos uma relação dos instrumentos de produção dos dados.

Registros Escritos		Registros de áudio-visual	
Pelos Alunos	Pela Pesquisadora	Áudio	Vídeo
Resoluções das tarefas; Cartas e Tirinhas	Diário de campo e Histórico das conversas reflexivas com a professora colaboradora via internet	Discussão nos grupos; Entrevistas e Conversas reflexivas com professora colaboradora	Socializações

QUADRO 2 — Relação dos instrumentos de produção dos dados

### 3.3.1 As tarefas

A seleção das tarefas aplicadas durante os encontros nas aulas de matemática foi feita à medida que as aulas iam acontecendo. Isto é, houve uma pré-seleção, quando pesquisadora, professora-pesquisadora colaboradora e suas orientadoras analisaram diversas tarefas com o propósito de trabalhar nas aulas os conceitos estocásticos. Ficou decidido que o trabalho se iniciaria com tarefas envolvendo a linguagem probabilística, sendo, posteriormente, trabalhadas tarefas relacionadas, a medida de chances e, por fim, tarefas que demonstrassem claramente a relação com a estatística. O intuito de, primeiramente, avaliar quais conhecimentos sobre esses temas já eram compartilhados pelos alunos e, em seguida, intervir a fim de desenvolvê-los, esteve sempre presente. Ao procedermos assim, estaríamos possibilitando o movimento entre os conceitos espontâneos e científicos dos alunos, no que tange a alguns conceitos estocásticos básicos. Também foram organizadas algumas avaliações a fim de identificar o progresso alcançado pelos alunos após o trabalho com cada tarefa – até porque esse era o foco da pesquisa de Joyce.

Após cada aula observada, refletíamos sobre a situação desencadeada pela tarefa e a eficácia da estratégia de socialização das soluções. Procurávamos observar a compreensão dos alunos sobre o tema abordado pela tarefa, de maneira a identificar quais questões foram contempladas e quais pontos deveriam ser revistos. Partindo disso, era estabelecido um planejamento, que incluía a seleção da tarefa para a próxima aula e a forma de compartilhar as soluções elaboradas pelos grupos de alunos. Contudo,

sabe-se que esses conceitos não raro aparecem entrelaçados e, conforme as aulas iam ocorrendo, não havia como manter essas fronteiras.

À medida que refletíamos sobre os acontecimentos nas aulas, observamos muitas vezes a necessidade de mudança nos planos iniciais e, assim, das tarefas selecionadas inicialmente, nem todas foram utilizadas, tendo sido incorporadas ao trabalho outras atividades. As tarefas sobre linguagem acabaram por ocupar bem mais tempo do que havíamos previsto inicialmente, bem como as discussões sobre medidas de chance e, por restrições com relação ao tempo disponível para a pesquisa, as tarefas que levantariam questões mais específicas do campo da estatística não puderam ser trabalhadas com a sala. A seguir, descreveremos a sequência de tarefas desenvolvida.

### 3.3.1.1 Tarefa 1: linguagem da probabilidade

A tarefa 1 foi extraída de Lopes (2003, p. 280), com a qual tivemos contato por meio dos projetos do Grucomat.

Escreva uma palavra ou uma frase que signifique o mesmo que:

a) impossível: \_\_\_\_\_

b) possível: \_\_\_\_\_

c) igual possibilidade: \_\_\_\_\_

d) pouca possibilidade: \_\_\_\_\_

e) muita probabilidade: \_\_\_\_\_

FIGURA 3 – Tarefa 1: Palavras relativas à linguagem probabilística

Inicialmente, o trabalho sobre a linguagem estava subdividido em três tarefas; entretanto, no decorrer dele, a tarefa foi desdobrada em outras partes, acarretando a necessidade de estender o tempo previsto para o seu desenvolvimento.

Essa tarefa foi iniciada no dia 14 de abril e os alunos utilizaram aproximadamente 1 hora para conversar sobre as palavras no grupo e preencher a folha; em seguida, a professora foi organizando na lousa as respostas apresentadas pelos grupos não sendo possível terminar no mesmo dia, por isso a socialização foi concluída no dia 28 de abril<sup>41</sup>, quando a professora questionou algumas frases, pedindo

<sup>41</sup> O intervalo foi de duas semanas, pois dia 21 de abril é feriado nacional.

que os alunos se posicionassem a respeito delas. Nesse mesmo dia, os alunos voltaram a reunir-se em seus grupos dando continuidade à tarefa.

### 3.3.1.2 Tarefa 2: analisando eventos

Esta tarefa foi retirada de Van de Walle (2009, p. 510) e adaptada por nós.

Utilize as palavras, certo, impossível ou possível, para avaliar os eventos a seguir.

- Vai chover amanhã.
- Solte uma pedra na água e ela afundará.
- O sol nascerá amanhã de manhã.
- Você ganhará na loteria.
- Três alunos faltarão amanhã.
- Você fará dois aniversários neste ano.
- Um elefante passará pela porta da escola hoje.
- Nascerá uma criança no dia de Natal.

FIGURA 4 – Tarefa 2: Analisando eventos

A aula do dia 5 de maio foi iniciada pela socialização das palavras escolhidas pelos grupos para cada uma das frases, que foi feita da mesma forma que a discussão da tarefa 1. A socialização da segunda tarefa não foi muito demorada, restando tempo para iniciar a tarefa 3, que não pôde ser concluída.



### 3.3.1.3 Tarefa 3: ‘previsão do tempo’

A tarefa 3, intitulada “A linguagem da sorte ou do azar?”, foi extraída de Saénz Castro (1999) e adaptada pelo Grucomat.

Daniel e Ana são louveirenses e estudam na mesma classe. Seu professor solicitou a eles que preparassem uma previsão do tempo para o dia 24 de dezembro, véspera de Natal. Sabendo que ainda estamos no mês de novembro, Daniel e Ana não podem predizer exatamente o que vai acontecer (ou não podem consultar na internet essa previsão). Para isto, eles vão consultar na lista de frases abaixo para fazer a previsão ou ainda podem acrescentar outras expressões diferentes.

Certo	Quase impossível
Possível	Espera-se que
Bastante provável	Incerto
Há alguma possibilidade	Há alguma probabilidade
Seguro	Pode ser
É impossível	Sem dúvida

Em primeiro lugar eles começaram a **classificar as frases** segundo a confiança que expressam no que vai acontecer. Veja parte da classificação que eles estão fazendo:

Impossível
Quase impossível
.....
Seguro = sem dúvida

Você poderia ajudar Daniel e Ana a completarem essa classificação?

FIGURA 5 – Tarefa 3: Previsão do tempo

A princípio, a tarefa 3 continha outras duas partes que foram substituídas pela elaboração e apresentação de um jornal, semelhante a um telejornal, para complementar a tarefa. Foi solicitado aos grupos que, durante o jornal, eles deveriam apresentar uma notícia envolvendo as palavras dadas na lista da tarefa 3 e uma previsão do tempo para o dia 12 de dezembro. Os grupos ficaram livres para decidir qual seria a melhor maneira de organizar o jornal. Julgamos que isso seria interessante, já que a tarefa tratava da previsão do tempo, como se pode verificar.

A aula do dia 12 de maio foi totalmente dedicada à elaboração do jornal, que foi apresentado por todos os grupos na semana seguinte, no dia 19 de maio. Nesse dia, a turma foi transferida para outra sala da escola, por ser mais espaçosa, além de conter equipamentos de audiovisual, disponíveis

para serem utilizados pelos grupos. Cada aluno recebeu uma folha na qual deveriam relatar suas observações, que foram usadas posteriormente na discussão da tarefa.

Ficou combinado com os alunos que as apresentações dos trabalhos não poderiam ultrapassar cinco minutos para que não se tornassem cansativas e que todas seriam registradas em vídeo. Assim, no dia dois de junho a turma foi novamente transferida para a sala de vídeo, onde todos os jornais apresentados pelos grupos puderam ser revistos pela sala toda. Essa sessão foi organizada para que os alunos pudessem observar mais atentamente como cada grupo fez uso dos termos inerentes à probabilidade.

Terminada a sessão, as carteiras foram dispostas em círculo do qual fazia parte também a professora, que deu início a um debate, no qual foram discutidas questões referentes tanto ao emprego da linguagem probabilística, quanto às particularidades das apresentações feitas pelos grupos. O debate se desdobrou até o último minuto da aula e teria sido mais extenso, caso não tivesse sido interrompido pelo sinal sonoro, indicando o fim da aula. As próximas tarefas foram selecionadas com o objetivo de, possivelmente, levantar discussões sobre conceitos mais diretamente ligados às chances.

#### **3.3.1.4 Tarefa 4: ‘Corrida até o topo’**

Esse jogo foi extraído de Van de Walle (2009, p. 510-511) e trata de uma competição entre as cores azul e branco dispostas em uma roleta. Cada rodada da roleta era anotada em uma tabela, de forma a ser preenchida de baixo para cima preenchendo o campo na coluna da cor obtida. A cor que atingisse o topo da tabela mais rapidamente seria a vencedora. Utilizamos três roletas diferentes, sendo que todos os grupos jogaram com as três na mesma ordem.

Cada grupo recebeu um alfinete, uma seta feita em papel *color set* e uma pequena placa de isopor, onde deveriam fixar o desenho da roleta; também receberam uma tabela para registrar os resultados obtidos ao girar a roleta. A seguir, o funcionamento do jogo foi explicado verbalmente pela professora, conforme o planejado. Ela afirmou que, dentro dos próprios grupos, os alunos deveriam organizar-se em duplas, escolher uma das cores para ‘defender’ e entrar em acordo sobre quem deveria começar o jogo. Além disso, segundo o planejamento, os alunos deveriam realizar uma previsão sobre a cor possivelmente vencedora; contudo, na confusão da entrega do material, a professora acabou esquecendo-se de pedir isso a eles, o que foi corrigido antes de iniciar o jogo com a roleta dois, quando



previsão do vencedor, anotassem também na folha uma breve descrição física da roleta. Em vista disso, essa orientação foi dada também aos alunos do 1º ano, antes de começarem o jogo com a roleta 3.

De acordo com nosso planejamento, a socialização sobre os jogos com as três roletas deveria ser realizada ainda no dia 16, discutindo-as da primeira para a terceira, porém cometemos uma falha, ao esquecer s de juntar ao material levado para a escola, os registros sobre os dois primeiros jogos e, por isso, a professora iniciou a socialização falando sobre a roleta três, considerando o tempo utilizado para essa discussão, além da organização das carteiras em círculo, antes de começá-la. As roletas 1 e 2 não puderam ser discutidas, e portanto, isso foi feito no encontro seguinte, dia 23 de junho.

### 3.3.1.5 Tarefa 5: ‘A travessia do rio’

Tomamos conhecimento desse jogo por meio dos trabalhos no Grucomat, mas sua fonte inicial foi a página da internet da Associação de Professores de Matemática de Portugal<sup>42</sup>.

Material:

- 2 dados cúbicos, com faces numeradas de 1 a 6
- 2 conjuntos de 12 fichas iguais, cada um deles de cor ou forma diferente
- Um tabuleiro:

MARGEM												
RIO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
MARGEM												

Regras:

- Cada jogador coloca as suas fichas, numa das margens do rio, da maneira que quiser, podendo pôr mais que uma na mesma casa, deixando outras vazias.
- Alternadamente, os jogadores lançam dados e calculam a soma obtida.
- Se a soma corresponder a uma casa onde estejam as fichas suas, na margem respectiva, passar uma delas para o outro lado do rio.
- Ganha quem conseguir passar primeiro todas as fichas para o outro lado.

FIGURA 7 – Tarefa 5: ‘A travessia do rio’

<sup>42</sup> www.apm.pt

Essa tarefa foi dividida em três etapas, por isso, além dessa folha contendo as regras do jogo, cada grupo recebeu outras duas folhas, nas quais constava uma explicação sobre como deveriam fazer em cada etapa. Para jogar, cada grupo recebeu pequenas fichas feitas de EVA<sup>43</sup> sendo 12 peças azuis e 12 vermelhas. Decidimos não identificar as cores das fichas indicadas em cada etapa da tarefa, para que os próprios alunos as escolhessem.

Ainda no dia 23 de junho, os alunos começaram a trabalhar nessa tarefa, completando as duas primeiras etapas. A terceira etapa foi realizada no dia 30 de junho, bem como a socialização da tarefa, quando mais uma vez as carteiras foram dispostas em círculo para que todos os alunos pudessem participar da discussão.

Desejávamos, ainda, que houvesse tempo nas duas aulas para que os alunos fizessem uma avaliação escrita sobre o jogo e sua discussão, pois nos preocupava a impossibilidade de continuar o trabalho na semana seguinte, já que ocorreriam as reuniões com o conselho de professores, e, portanto, não haveria aulas. Porém, o tempo não foi suficiente. Como isso já era esperado, antes da aula, Joyce conversou com a professora que lecionava Língua Portuguesa nessa turma, que acabou cedendo sua aula para que os alunos realizassem a avaliação, pois já havia cumprido com a turma todo o seu planejamento para o bimestre.

---

<sup>43</sup> EVA- Etileno Acetato de Vinila. Do inglês: Ethylene Vynil Acetate.

### 3.3.1.6 Tarefa 6: ‘Jogo de dados’

Tomamos conhecimento da tarefa 6 por meio dos projetos desenvolvidos pelo Grucomat.

#### Jogo de dados

Façam suas apostas! Junte-se a mais 3 colegas para jogarem. Use o tabuleiro abaixo.

Você irá apostar em 5 números que estão contidos no tabuleiro. Em seguida, irá lançar dois dados e fazer o produto dos números de pontos que aparecem na face superior. Cada vez que esse produto for um dos números no qual apostou, marque-o no tabuleiro. Use um símbolo qualquer (X, 0, ♣, ♥...) para marcar os seus pontos.

Um mesmo número pode estar na aposta de mais de um jogador.

Ganha o jogo aquele que primeiro conseguir tirar os cinco números nos quais apostou.

#### Tabuleiro para aposta

1	2		4	5	6
7	8		10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36

FIGURA 8 – Tarefa 6: ‘Jogo de dados’

Além dessa folha contendo explicações sobre o jogo, foi entregue para cada um dos grupos, folhas<sup>44</sup> com as seguintes instruções:

1. Realize o jogo. Anote suas 5 apostas no quadro:



2. Análise das jogadas: Agora que o jogo já terminou, como você avalia a escolha que fez dos cinco números? Se fazer outra jogada, você manteria essa escolha ou mudaria? Justifique suas respostas.

FIGURA 9 – Folha para apostas no jogo de dados

Após essa fase, os grupos realizaram uma análise do produto dos pontos de dois dados. Para auxiliá-los nessa parte da tarefa, outra folha lhes foi entregue, cujas instruções os guiavam para a construção do espaço amostral referente ao evento: lançar dois dados e calcular o produto.

<sup>44</sup> Cada aluno recebeu uma folha para fazer suas apostas individualmente.

A tarefa foi realizada no dia 11 de agosto, primeiro encontro após o recesso escolar, mas nem todos os grupos conseguiram completá-la totalmente; alguns grupos precisaram utilizar uma parte da aula no dia 18 de agosto para isso. Quando todos os grupos concluíram a tarefa, a professora deu início à etapa da socialização. Ainda com seus grupos, os alunos elegeram uma aposta de cinco números, podendo escolher uma entre as apostas já feitas no jogo que realizaram, ou elaborar uma nova aposta. Cada grupo decidiu qual seria a melhor aposta para jogar novamente. Feito isso, a professora indicou um número entre um e seis a cada aluno do grupo, aleatoriamente, sendo que alunos do mesmo grupo não foram indicados pelo mesmo número. A seguir, cada aluno indicado com o número 1 formou um novo grupo, cada aluno indicado pelo número 2 formou outro grupo e assim por diante, totalizando seis grupos na sala.

As apostas eleitas nos grupos anteriores foram usadas para realizar um novo jogo, contra outros adversários. Terminado esse jogo, Joyce anotou na lousa as apostas vencedoras em cada grupo, e os alunos, espontaneamente, começaram a comparar as apostas e a atribuir algumas explicações para os resultados. Além disso, cada um desses novos grupos realizou novas análises sobre as jogadas e escolhas que haviam feito.

Enquanto os alunos elaboravam essa análise, providenciamos cópias dos gráficos desenvolvidos pelos grupos iniciais, para que cada aluno pudesse apresentar seu gráfico para o novo grupo. Terminando a última análise, os grupos tiveram que comparar os diferentes gráficos, determinando aquele que, segundo eles, seria o mais adequado.

Além dessas seis tarefas, cuja realização se deu por meio do trabalho em equipes, ainda duas outras tarefas foram solicitadas aos alunos, as quais foram desenvolvidas individualmente.

### **3.3.1.7 Tarefa 7: ‘Empresa Ladeira de correios e telégrafos’**

O desenvolvimento dessa tarefa ocorreu entre os meses de agosto e setembro e consistiu de uma troca de cartas entre os alunos, de modo que cada aluno da sala escreveu uma carta para um aluno do 9º ano contando a experiência vivenciada durante a realização das tarefas. Os alunos tinham que escrever sobre o que aprenderam realizando as tarefas e suas discussões. Após alguns dias, os alunos receberam as respostas de suas cartas e ficaram livres para decidir se responderiam novamente ou não; poucos alunos decidiram escrever novamente.

O mesmo processo ocorreu no sentido inverso, cada aluno do 9º ano escreveu uma carta endereçada a um aluno do 1º ano, cartas essas que também foram respondidas.

Sendo assim, cada aluno se correspondeu com dois alunos da outra sala; um para quem escreveu inicialmente e o outro para quem escreveu uma resposta. A intenção era a de dar as mesmas oportunidades às duas classes; se apenas uma sala iniciasse a correspondência, os alunos da outra sala não teriam necessidade de contar suas experiências, no máximo responderiam a carta sobre as experiências do colega da outra sala.

Todo o planejamento das tarefas foi feito, levando em consideração os objetivos das duas pesquisas e, sobretudo, os objetivos das duas professoras.

Como mostramos anteriormente, a realização de todas as tarefas exigia a construção de registros escritos, contendo detalhes sobre a resolução, na medida do possível. Esses registros eram utilizados pelos alunos, como material de consulta, enquanto a discussão decorria na sala e, caso mudassem de ideia a respeito do problema proposto, os alunos poderiam realizar novos registros, sem apagar, no entanto, as primeiras anotações, permitindo-nos observar possíveis transformações de significados após as discussões.

Essa preocupação com os registros contempla dois aspectos. Um deles diz respeito à composição da documentação da pesquisa, o outro se relaciona com o desenvolvimento de capacidades intelectuais dos estudantes. A necessidade de elaborar os registros em colaboração com os colegas do grupo gera a necessidade de discussão, a reflexão coletiva na escolha dos termos para representar a voz do grupo.

Além de mostrar o produto obtido na resolução da tarefa, esse tipo de registro também traz à tona as estratégias das quais o grupo fez uso, compondo, como salientam Nacarato e Lopes (2009), um importante instrumento de apoio para o grupo no momento de socializar suas construções e para que o professor acompanhe o desenvolvimento matemático dos alunos.

Além disso, os registros elaborados individualmente requerem um processo interno de (re)significação, quando o aluno precisa (re)visitar a memória sobre as discussões coletivas, refletir sobre elas e organizar as palavras na tentativa de se fazer entender através do texto escrito, assim, “a ação de escrever permite que ele [o aluno] tenha tempo para pensar, processar seus raciocínios, corrigir, rever o que escreveu e reestruturar sua escrita” (NACARATO; LOPES, 2009, p. 34).

Uma vez que a necessidade de se fazer entender por meios diferentes está presente na vida cotidiana, é preciso que a escola forneça um espaço adequado para a comunicação tanto oral, quanto



escrita, processos que contribuem para o desenvolvimento de diferentes funções nos estudantes. A prática da oralidade na sala de aula contribui com o desenvolvimento de argumentação, importante nas relações cotidianas; enquanto a escrita ajuda a promover a organização necessária para a formação das generalizações, que demanda processos de abstração. Desse modo, fica evidente a necessidade de auxiliar o aluno no caminho para o desenvolvimento desses dois processos, aumentando suas possibilidades de autonomia intelectual.

Conscientes de que “é importante fornecer aos estudantes a prática, articulando seu raciocínio ao incluir a comunicação oral e escrita como uma parte regular da solução de problemas estatísticos” (LOPES; COUTINHO, 2009, p. 75) e estocásticos em geral, procuramos agregar à sequência de trabalho, tarefas e ações que possibilitassem formas diversas de comunicação, já que, frequentemente, alunos que não possuem muito desenvolvidas as habilidades da expressão verbal, mostram sair-se muito bem de outras maneiras, como escrevendo ou desenhando. Desse modo, buscamos dar espaço às diferentes habilidades dos alunos, considerando diferentes maneiras de expressão, a fim de possibilitar uma melhor avaliação da compreensão de cada estudante.

Além dos registros escritos feitos pelos alunos, foram usados diferentes instrumentos na construção da documentação desta pesquisa: diário de campo da pesquisadora, entrevistas semiestruturadas, gravações de áudio e de vídeo. Fizemos isso no intuito de levantar o máximo de indícios possíveis e as diferentes impressões que cada instrumento é capaz de captar. Acreditamos que, reunindo suas potencialidades individuais, estamos favorecendo a preservação da objetividade no momento de análise. Ao prosseguir, discutiremos algumas dessas potencialidades e explicaremos as motivações para o emprego de cada uma dessas ferramentas, bem como possibilidades – ou impossibilidades – de seu uso.

### **3.3.1.8 Tarefa 8: Histórias em quadrinhos**

O encerramento do trabalho na sala de aula ocorreu após a finalização dessa tarefa. Primeiramente selecionamos alguns exemplos de tirinhas de quadrinhos que foram apresentados aos alunos pela professora, que levantou questões sobre a tipologia do gênero textual tirinhas, como por exemplo, a divisão dos espaços, os personagens e suas peculiaridades, os assuntos abordados, sua dimensão crítica e humorística, entre outros. A partir disso, Joyce orientou os alunos a criarem uma tirinha, que abordasse um ou mais assuntos discutidos durante os encontros da pesquisa, de forma que

observassem os aspectos do gênero, discutidos inicialmente. Nem todos os alunos concluíram essa tarefa ao mesmo tempo, demandando, assim, algumas aulas no final do mês de agosto e início do mês de setembro.

### **3.3.2 Instrumentos utilizados na coleta de dados**

#### **3.3.2.1 Videograções**

Utilizaremos o termo videograções para nos referir aos registros audiovisuais visuais utilizados para armazenar algumas das situações ocorridas na sala de aula durante o desenvolvimento da pesquisa.

Essa foi uma das ferramentas mais importantes no processo de coleta de dados, talvez por ser “um importante e flexível instrumento para coleta de informação oral e visual. Ele [o vídeo] pode capturar comportamentos valiosos e interações complexas e permite aos pesquisadores reexaminar continuamente os dados” (CLEMENT apud POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004, p. 86), configurando-se como uma das mais completas ferramentas empregadas na construção do material para análise.

Após o desenvolvimento das tarefas – cumpridas as etapas ‘antes’ e ‘durante’ propostas por Van de Walle (2009) – nos pequenos grupos, quando a professora dava início ao momento de socialização das soluções, etapa ‘depois’ proposta pelo autor, eram realizadas as gravações de vídeo. Em todas as aulas, foram usadas duas câmeras digitais, procurando capturar toda a sala. Muitas vezes, o planejamento das ações para o encontro seguinte foi construído a partir dos vídeos produzidos na sala de aula, nos encontros anteriores – movimento inerente à pesquisa-ação.

Como não era possível haver alguém que acompanhasse as aulas somente com a função de realizar as filmagens, decidimos que a melhor opção seria pedir que dois alunos o fizessem, variando os alunos a cada encontro. Se, por um lado, a filmagem realizada pelos alunos pode parecer negativa devido ao seu conhecimento insuficiente sobre o processo de investigação e sendo assim, esses alunos poderiam não saber o que priorizar durante a filmagem, por outro, a participação dos próprios alunos nesse momento, possibilitou o envolvimento ainda maior deles nas aulas. A princípio, nos ocorreu a preocupação de que o aluno que estivesse manuseando a câmera não participaria da discussão, contudo

não foi o que ocorreu. Por diversas vezes, o aluno responsável pela gravação interagia com os colegas na discussão, expressando sua opinião sobre certas falas que lhe chamavam atenção.

É importante ressaltar a dificuldade que encontramos no momento das transcrições desses registros, uma vez que foram produzidos em uma sala de aula, com muitos alunos envolvidos na discussão principal e em discussões paralelas sobre diversos assuntos. Assim, durante a maior parte das gravações, foi bastante difícil identificar as falas dos alunos, pois havia muitas falas sobrepostas. Essa dificuldade foi sendo relativamente vencida do primeiro para o último encontro, pois, ao que parece, os alunos foram se habituando à prática de discutir suas ideias com os colegas.

Embora a utilização dos registros de vídeo tenha se mostrado relevante durante esse processo, compreendemos que esse instrumento tem limitações por possuir “a capacidade de ser seletivo devido a limitações mecânicas; a incapacidade de discernir o conteúdo subjetivo do comportamento que está sendo gravado; e, usualmente, a incapacidade de carregar o contexto histórico do comportamento capturado” (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004, p. 87). Nesse sentido, uma vez mais destacamos a importância do emprego de vários instrumentos para complementar os registros de vídeo.

### **3.3.2.2 Audiograções**

Notamos que no momento em que se reuniam os pequenos grupos, a gravação de vídeo era bastante problemática, pois não havia onde posicionar a câmera de modo a registrar satisfatoriamente as ações do grupo todo, pois, para isso, a câmera ficaria muito distante prejudicando o registro do áudio. No momento de desenvolvimento das tarefas pelos alunos, foram feitos apenas registros de áudio, empregando, inicialmente, um aparelho de mp3 posicionado em uma das mesas dos alunos. Entretanto, ao ouvir as primeiras gravações, percebemos que o som que a câmera digital era capaz de registrar era melhor que o próprio aparelho de mp3 e passamos a utilizá-la também nesse momento, mas apenas com a finalidade de registrar o áudio. Para complementar o registro desses momentos da aula, acompanhamos cada discussão do grupo selecionado, registrando as situações ocorridas no diário de campo.

### 3.3.2.3 Diário de campo

Concebemos como diário de campo o conjunto das anotações feitas por nós, provenientes da observação ocorrida em cada encontro na sala de aula. Não se pode confiar somente na memória e, ainda que utilizemos diversos recursos tecnológicos, como explicam Bogdan e Biklen (1994, p. 150):

O gravador não capta a visão, os cheiros, as impressões e os comentários extra, ditos antes e depois da entrevista. As notas de campo podem originar em cada estudo um diário pessoal que ajuda a acompanhar o desenvolvimento do projecto, a visualizar como é que o plano de investigação foi afetado pelos dados recolhidos, e a tornar-se consciente de como ele ou ela foram influenciados pelos dados.

Há detalhes que só um ser humano é capaz de observar; sendo assim, por conter certa dose de subjetividade, o diário de campo é um importante instrumento de registro, e quando combinado com outros, reproduz de maneira mais fiel o contexto observado.


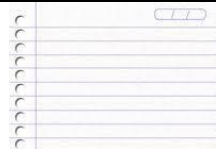


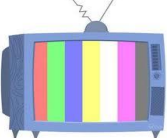



Para construir esses diários, nós nos preocupamos constantemente com a descrição detalhada sobre os fatos, procurando manter a lealdade sobre o relato dos acontecimentos. Nessas notas, incluímos o planejamento do dia, as situações ocorridas na sala e também eventos externos à aula, ou ainda, planos para o próximo encontro, os quais, constantemente, eram modificados. Além disso, procurávamos comentar nesses diários nossas impressões mais pessoais sobre as situações observadas.

### 3.3.2.4 Entrevistas

No início do mês de dezembro de 2010, após o desenvolvimento de todas as tarefas e as discussões sobre elas, realizamos entrevistas semiestruturadas e individuais, com os alunos integrantes do grupo que acompanhamos durante a realização das tarefas. A escolha pela entrevista semiestruturada nos pareceu ser mais adequada ao nosso trabalho, pois, “a entrevista estruturada pode tender a aproximar-se mais de questionários, dificultando a investigação de significados subjetivos e de temas muito complexos para a investigação qualitativa” (SZYMANSKI, 2004, p. 19). Não realizamos as entrevistas a partir de um roteiro fechado; traçamos um plano contendo alguns assuntos sobre os quais desejávamos obter informações, procurando levantá-los durante as entrevistas. Contudo, a fala dos entrevistados, em alguns momentos, nos direcionou a outros temas que também nos pareceram relevantes.

As entrevistas foram realizadas individualmente, na própria escola. Pesquisadora e entrevistado se acomodaram em uma biblioteca – específica para professores – para que pudessem conversar reservadamente, garantindo assim, a qualidade da gravação de áudio de cada entrevista.

A fim de facilitar a identificação dos excertos retirados do material coletado, para cada tipo de instrumento associamos uma figura diferente. Ilustraremos essas representações no quadro a seguir, cuja construção foi inspirada em Mengali (2010, p 73).

Figura	Instrumento representado
	Conversas reflexivas entre pesquisadora e professora- pesquisadora colaboradora
	Diário de campo da pesquisadora (DC)
	Entrevistas
	Vídeo gravações das discussões
	Apresentação dos ‘telejornais’
	Cartas produzidas pelos alunos
	Tirinhas elaboradas pelos alunos
	Registros das tarefas escritos pelos alunos

QUADRO 3 – Representação gráfica dos instrumentos de registro de dados

### **3.4 Procedimentos de Análise**

A análise foi realizada em dois eixos. No primeiro deles, analisamos o movimento dos alunos em sala de aula inseridos em um ambiente de cooperação investigativa, proporcionado pela resolução de problemas. No segundo eixo, analisamos as impressões deixadas pelos alunos sobre sua vivência no ambiente de aprendizagem, nas cartas e tirinhas que produziram no final do trabalho.

#### **3.4.1 Primeiro eixo de análise**

Dada a opção teórica pela perspectiva histórico-cultural, escolhemos realizar a análise do primeiro eixo por episódios. Encontramos a utilização de episódios como unidade de análise em MOURA (1995), FONTANA (2000) e CRUZ (1997); no entanto, nenhum desses trabalhos contém uma definição específica para essa unidade de análise. Sendo assim, procuramos definir episódios, segundo nossa percepção, sobre os trabalhos a que tivemos acesso.

Compreendemos episódio como unidade de análise em que estão envolvidos eventos em torno de um determinado tema, cujo espaço temporal é delineado pelas marcas coerentes do início, do meio e do fim. No episódio, estão contidas falas e ações dos sujeitos de forma a produzir um contexto sequenciado de ideias, cuja análise do processo de desenvolvimento e do produto construído na discussão pode ajudar a inferir sobre a produção de significados e sentidos para um determinado conceito.

Assim, poderíamos considerar como episódio, uma aula toda, por exemplo, ou, ainda, o desenvolvimento de uma tarefa desde o início até o final da socialização, mesmo que isso levasse mais de uma aula. No entanto, um episódio contemplado dessa maneira seria demasiado longo, seriam necessários muitos subsídios teóricos para que pudéssemos analisá-lo completamente. Por isso, selecionamos os episódios como partes de um contexto maior. A maioria deles foi retirada do material videogravado.

Para selecionar os episódios a serem analisados, buscamos nos familiarizar mais significativamente com o material, assistindo aos vídeos e anotando algumas de suas características. Em seguida, buscamos evidenciar o que Powell, Francisco e Maher (2004) denominam “eventos críticos”, ou seja, momentos significativos que podem ser determinados de acordo com os objetivos do estudo em questão. Assim, procuramos identificar os momentos significativos que revelam as

argumentações dos alunos durante as discussões promovidas nas aulas. Uma vez identificados esses eventos, passamos a organizar as transcrições das gravações, a fim de conferir um ponto de vista mais estático para os acontecimentos registrados durante as aulas. As transcrições ajudam a “analisar com atenção elementos como linguagem e fluxo de ideias” (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004, p. 113), tanto no momento da construção quanto após estarem completas.

Após analisar as transcrições<sup>45</sup> dos vídeos, os episódios selecionados a partir das gravações de vídeo, foram organizados de modo que cada fala corresponde a um turno. A fim de proporcionar um melhor entendimento do ambiente criado na discussão e uma percepção mais real, inserimos em alguns turnos (ou entre eles) explicações sobre ações e gestos considerados importantes para a melhor compreensão. Além disso, procuramos inserir marcas que indiquem aspectos como entonação, pausas, etc. Baseamo-nos<sup>46</sup> em Castilho (2003), para construir o quadro a seguir, que apresenta as marcas de transcrição que utilizamos:

Ocorrências	Marcas
Expressões ou frases incompreendidas	( )
Palavras truncadas	/
Entoação enfática	maiúsculas
Alongamento da letra	:: ou :::
Interrogação	?
Ênfase na oração	!
Pausa	...
Comentários descritivos	[comentário]
Simultaneidade de vozes	[ ligando linhas

QUADRO 4 – Marcas de transcrição

Embora as gravações de vídeo tenham sido a base para determinar e observar esses episódios, os registros oriundos de outros instrumentos podem ajudar na compreensão dos acontecimentos de um episódio. Nesse sentido, “frequentemente, as ações que ocorrem num episódio terão explicadas as relações que lhe deram origem noutros episódios” (MOURA, 1995, p. 75).

Dessa forma, os episódios foram selecionados por evidenciar aspectos relevantes com relação à questão que procuramos investigar.

<sup>45</sup> Nas transcrições colocamos as palavras com a grafia correta, mesmo que não tenham sido proferidas dessa maneira; apenas algumas palavras foram mantidas da mesma forma que foram enunciadas, para manter o sentido da discussão.

<sup>46</sup> Algumas marcas foram mantidas como o autor apresenta, outras foram adaptadas.

A análise desses episódios – a maioria deles retirada dos vídeos – será complementada pelos dados produzidos no diário de campo da pesquisadora e nas produções escritas dos alunos. Consideramos duas categorias para analisar esses episódios:

- As ações mediadas em sala de aula, subdividida em duas partes – pela professora e pelas ferramentas pedagógicas construídas na prática colaborativa;
- O movimento das significações probabilísticas; nesse caso consideramos as questões da linguagem e da medida de chances.

Essa divisão foi feita visando a um aprofundamento da análise, embora não desconsideremos que elas sejam imbricadas, uma vez que se referem ao movimento dinâmico de uma sala de aula.

### **3.4.2 Segundo eixo de análise**

Para análise do segundo eixo, daremos ênfase às cartas produzidas pelos alunos (tarefa 7) e às tirinhas por eles elaboradas (tarefa 8). Como já esclarecemos neste capítulo, as cartas foram escritas pelos alunos do 1º ano, que teriam que contar suas experiências durante a realização da pesquisa. Desse modo, após lermos todas as cartas, selecionamos trechos de algumas delas e procuramos compreender que tipos de vestígios foram deixados aos alunos pelo trabalho desenvolvido durante a pesquisa. Escolhemos duas delas para apresentar em sua totalidade. Das outras, selecionamos pequenos trechos que evidenciam as marcas que o processo de pesquisa possa ter deixado.

Analogamente, para a análise das tirinhas, estudamos todo o material e selecionamos algumas delas, procurando organizá-las em conjuntos aproximados no que concerne aos assuntos abordados e investigar quais aspectos da pesquisa foram impressos nessas produções.

Assim, procuramos descrever detalhadamente os caminhos da pesquisa, a fim de que o leitor possa compreender o contexto de sua ocorrência. Isso posto, no próximo capítulo, traremos a análise que diz respeito ao primeiro eixo por nós especificado neste capítulo.



## **4. O PROCESSO DE ELABORAÇÃO CONCEITUAL DOS ALUNOS: O MOVIMENTO DAS SIGNIFICAÇÕES E AS AÇÕES MEDIADAS**

No presente capítulo, apresentaremos análises de episódios que contêm partes das discussões entre a professora-pesquisadora colaboradora e os alunos, quando socializavam as resoluções desenvolvidas das tarefas que lhes foram apresentadas. Para tal, o capítulo está dividido em 6 seções e, na primeira delas, discorreremos a respeito de alguns assuntos teóricos sobre os gêneros discursivos, dada a sua utilização nas socializações sobre as resoluções dos problemas propostos.

Nas seções seguintes, traremos a análise dos episódios selecionados a partir do material coletado; assim, na segunda seção, apresentaremos a análise de um episódio extraído da socialização da tarefa 1, que trata da linguagem probabilística. Analogamente, na terceira seção apresentaremos a análise de um episódio extraído da socialização da tarefa 2, também no campo da linguagem probabilística. Na quarta, apresentaremos as análises para 4 episódios referentes à socialização da tarefa 3, sendo os dois primeiros as apresentações dos ‘telejornais’ elaborados pelos alunos, e os dois episódios posteriores constituídos de recortes do debate sobre as apresentações dos jornais. Na quinta seção, apresentaremos a análise de um episódio extraído da socialização sobre o jogo ‘Corrida até o topo’ (tarefa 4). Na sexta seção, o episódio analisado é parte da socialização da tarefa 5, o jogo ‘A travessia do rio’.

Cada uma dessas seções foi subdividida em duas partes que tratam mais especificamente das ações mediadas no decorrer do episódio e da circulação de significações, respectivamente. Enfim, na última seção deste capítulo, traremos algumas considerações acerca das análises nele apresentadas.

Após a seleção dos episódios como unidades de análise, constatamos aspectos indicativos da circulação de significações probabilísticas. Em alguns deles, as ideias discutidas tratam de questões sobre a linguagem probabilística, em outros aparecem significações sobre a medida de chance, em outros, ainda, notamos esses dois aspectos entrelaçados.

Como ponderamos em nosso referencial teórico, contemplamos significação como uma ideia que envolve o significado construído socialmente para uma palavra, e o sentido produzido por essa palavra para cada indivíduo. Portanto, a significação, tem um ‘quê’ de subjetividade e depende das experiências vividas. Nessa direção, Larrosa (2002, p. 27) analisa intensamente o valor da experiência:

Se a experiência não é o que acontece, mas o que nos acontece, duas pessoas, ainda que enfrentem o mesmo acontecimento, não fazem a mesma experiência. O acontecimento é comum, mas a experiência é para cada qual sua, singular e de alguma maneira impossível de ser repetida.

Tal afirmação vai ao encontro da ideia que temos sobre o ambiente potencializador da formação do pensamento. Portanto, a circulação de significações probabilísticas é essencial no processo de elaboração conceitual dos alunos, uma vez que, em contato com as significações sobre os conceitos probabilísticos construídas por seus pares, o aluno está imerso em um movimento de transformação de suas próprias significações, pois está vivenciando novas experiências.

Iniciaremos a discussão, levantando algumas considerações sobre o gênero textual – o debate –, que tomou um importante papel na dinâmica das aulas de Matemática da classe, durante a pesquisa.

#### **4.1 Abrindo “Parênteses”: gêneros do discurso**

Embora esta pesquisa tenha sido focalizada nos momentos de comunicação entre todos os grupos, a respeito das respostas dos problemas — momentos esses sobre os quais nos referimos usando o termo socialização — considerou ter havido outras ocasiões que podemos incluir no âmbito da socialização, mesmo que não tenham tido a participação de todos os alunos na sala.

Além disso, mesmo que a maioria das socializações tenha sido organizada na forma de discussões orais, outros recursos, como a escrita, foram empregados para a função de comunicar; discutiremos, no entanto, esses últimos, somente no próximo capítulo.

Por essas razões, consideramos importante trazer alguma discussão sobre gêneros discursivos, mesmo que brevemente. Estes são definidos por Bakhtin (1997, p. 280) como “*tipos relativamente estáveis de enunciados*” (grifos do autor). Bakhtin (1997) considera que a utilização da língua se configura por meio de enunciados, isto é, toda forma de comunicação, oral ou escrita, é feita através deles.

Entendemos que, dentro ou fora do ambiente escolar, fazer uso de enunciados para comunicar-se é inevitável, pois, como afirma Faïta (2004, p. 68), um gênero discursivo é “o que funda simbolicamente o *mondo* no qual se processa a atividade dos sujeitos” (grifo do autor), e, assim sendo, compreender algumas questões sobre os gêneros discursivos pode facilitar o trabalho educacional nas diversas disciplinas de ensino. A esse respeito, Bakhtin (1997, p. 280) assinala três elementos que,

entrelaçados, constituem o enunciado: “conteúdo temático, estilo e construção composicional [...] e todos eles são marcados pela especificidade de uma esfera de comunicação”. Desse modo, cada gênero discursivo está indissociavelmente ligado ao contexto em que será colocado em uso.

Considerando a necessidade de desenvolver a prática da comunicação e pontuando, sobretudo, a responsabilidade da escola nessa tarefa, “ensinar gêneros não é apenas ensinar a se comunicar, mas também e principalmente, formar sujeitos agentes do mundo e no mundo, agentes que irão transformar o mundo e que serão também transformados por ele” (ABREU-TARDELLI, 2007, p. 74-75). Nesse sentido, entendemos que o trabalho com gêneros vai ao encontro da concepção de Matemática da forma como contemplamos, isto é, uma Matemática posta como ferramenta utilizada pelo indivíduo para compreender a sociedade, e caminhar rumo à sua autonomia intelectual.

Entretanto, salientamos que, no contexto desta pesquisa, tanto no desenvolvimento do trabalho em sala de aula, quanto na tessitura deste texto, não temos como objetivo tomar os gêneros do discurso como objeto de ensino, mas sim, como ferramentas para o desenvolvimento de conceitos matemáticos, mais especificamente os relativos à probabilidade.

Acerca disso, ponderamos que durante o desenvolvimento do trabalho em sala de aula, nem sempre houve a preocupação em explicitar, para os alunos, características sobre o *conteúdo temático*, *estilo* e *construção composicional* de cada gênero. Esse trabalho foi feito, ora de forma deliberada, outras vezes nem tanto, mas, foi realizado, pois, pouco a pouco, os alunos foram recebendo orientações sobre modelos de agir em determinadas ocasiões. Por exemplo, durante os debates, muitas vezes a professora explicava aos alunos que deveriam parar de falar, enquanto outro colega se manifestava, ou ainda, explicava sobre o respeito à fala de outros colegas. A própria postura da professora, respeitadora das diferentes opiniões, serve como exemplo aos alunos, que podem passar a agir da mesma forma.

Dentre os recursos empregados para desenvolver as socializações das respostas elaboradas pelos grupos de alunos para os problemas propostos, destacamos três deles: o debate, a elaboração de histórias em quadrinhos e a escrita de cartas.

O primeiro foi desenvolvido no dia a dia da sala de aula, uma vez que esse foi o recurso mais utilizado e as informações sobre como debater foram, pouco a pouco, oferecidas aos alunos, à medida que apareciam dificuldades na comunicação. Sobre o uso desse recurso no trabalho

educacional, Dolz; Schneuwly e Pietro (2004, p. 248-249<sup>47</sup>) apresentam algumas considerações que justificam o trabalho com o debate<sup>48</sup> e com a argumentação:

- o debate, que desempenha um papel importante em nossa sociedade, tende igualmente a tornar-se necessário na escola atual, na qual fazem parte dos objetos prioritários as capacidades dos alunos para defender oralmente ou por escrito um ponto de vista, uma escolha ou um procedimento de descoberta;
- esse gênero pertence claramente às formas orais de comunicação –o que não significa que a escrita esteja aí totalmente ausente – e inclui um conjunto de capacidades privilegiadas nesse modo de comunicação: gestão da palavra entre os participantes, escuta do outro, retomada de seu discurso em suas próprias intervenções, etc.;
- o debate coloca assim em jogo as capacidades fundamentais, tanto dos pontos de vista linguístico (técnicas de retomada de discurso do outro, marcas de refutação etc.), cognitivo (capacidade crítica) e social (escuta e respeito pelo outro), como do ponto de vista individual (capacidade de se situar, de tomar posição, construção de identidade);
- além disso, trata-se de um gênero relativamente bem definido, sobre o qual frequentemente os alunos têm certo conhecimento sobre o qual podem se apoiar.

Tais potencialidades, extremamente significantes, dizem respeito às competências cujo desenvolvimento ocorrido em um ambiente baseado na resolução de problemas e na comunicação de ideias desejávamos observar.

Os autores apresentam outros dois tipos de debate: “*o debate deliberativo*, no qual a argumentação visa a uma tomada de decisão” (DOLZ; SCHNEUWLY; PIETRO, 2004, p. 250, grifos dos autores) e, “*o debate para a resolução de problemas*” (DOLZ; SCHNEUWLY; PIETRO, 2004, p. 250, grifos dos autores), no qual o objetivo é encontrar uma solução para um problema. Sobre esse último, podemos dizer que ocorreu durante o trabalho com os pequenos grupos, mas não durante as socializações envolvendo a classe toda.

Ainda recorrendo às colocações desses autores, especificamos que o tipo de debate desenvolvido nas socializações, neste trabalho, “*debate de opinião de fundo controverso*, é aquele que diz respeito a crenças e opiniões, não visando a uma decisão, mas a uma colocação em comum das diversas posições, com a finalidade de influenciar a posição do outro, assim como de precisar ou mesmo modificar a sua própria” (DOLZ; SCHNEUWLY; PIETRO, 2004, p. 250, grifos dos autores).

---

<sup>47</sup> Faremos uso de uma citação relativamente longa, pois compreendemos que todas essas considerações propostas pelos autores são extremamente relevantes.


<sup>48</sup> Os autores usam o termo “debate público” para referir-se a esse gênero da ordem do argumentar.

Acerca dos gêneros carta pessoal e tirinhas, apresentaremos algumas noções no capítulo posterior.

Reiteramos que os gêneros discursivos não foram tomados como objetos de ensino; portanto, não pretendemos elaborar este capítulo, nem o próximo, analisando o uso das características relativas a cada gênero. Somente fundamentamos o assunto, pois consideramos que, além de ser um tema relevante no contexto educacional, conserva importantes relações com o trabalho realizado na sala de aula, durante a constituição do presente estudo. Isso posto, construiremos, a seguir, a análise dos episódios selecionados a partir dos dados coletados.

## 4.2 Palavras Relacionadas à Probabilidade: qual o sentido que elas têm?

O primeiro episódio<sup>49</sup> foi extraído do contexto de socialização da tarefa1, cujo enunciado solicitava que os alunos escrevessem uma frase ou explicação, ou ainda um sinônimo para representar o mesmo que cada uma das palavras: *a) impossível, b) possível, c) igual possibilidade, d) pouca possibilidade e e) muita probabilidade*. Após desenvolver a tarefa 1 em seus grupos, os alunos preparavam-se para socializar as respostas que registraram. Joyce pediu que organizassem as carteiras em círculo e iniciou a discussão de acordo com a ordem das palavras encontrada na própria tarefa. Assim, iniciaram socializando as palavras ou frases, escritas para representar a palavra *impossível* (item a) e, conforme os grupos manifestavam suas respostas, Joyce as anotava na lousa. Entretanto, este episódio apenas foi iniciado quando, após certo tempo de discussão sobre a palavra *impossível*, Joyce sugeriu que passassem para o próximo item (*b-possível*), apagou o que havia escrito na lousa e iniciou o seguinte diálogo, que deu origem ao seguinte quadro:



[20'00'']<sup>50</sup>

T1 Joyce: *Vamos começar pelo grupo da Patrícia agora. Possível.*

<sup>49</sup> Para facilitar a organização dos episódios, eles foram divididos em turnos, representando as falas e, eventualmente, os gestos e expressões corporais. Cada turno é representado pela letra 'T' seguida da numeração correspondente à ordem das falas.

<sup>50</sup> No início e no final das transcrições de vídeo, estão marcadas as posições em que se encontram os primeiro e último turnos, respectivamente, com relação ao tempo do vídeo.

T2 Márcio V: [gritando] *Vai lá, Pati!*

[outros alunos proferiram algumas frases de incentivo, mesmo que por brincadeira]

T3 Joyce: *Possível, Pati.*

T4 Patrícia: *Algum fato que possa vir a ocorrer.*

[muitos alunos falavam alto, ao mesmo tempo em que Patrícia.]

T5 Joyce: *Algo?*

T6 Patrícia: *Algum fato.*

T7 Joyce: *Algum fato.*

T8 Patrícia: *Que possa vir a ocorrer.*

T9 Joyce: *Que possa vir a ocorrer.*

[Joyce andou até a frente da sala e escreveu a frase na lousa.]

T10 Saulo: *Professora! Se irrealizável é impossível* [referindo-se à sua resposta para o item a], *realizável é possível.*

T11 Joyce: *Ó, o grupo do Saulo falou .*

T12 Fábio: *Sora<sup>51</sup>!*

T13 Joyce: *Só um minutinho Fá, já te dou atenção. O grupo do Saulo falou assim: Se algo irrealizável é algo impossível, então algo realizável é algo possível. É isso que você quis dizer?* [olhou para Saulo]

T14 Márcio: *Isso.* [Márcio estava sentado ao lado de Saulo, mas não eram do mesmo grupo]

T15 Joyce: *Então,* [dirigiu-se para a lousa] *possível pra vocês é realizável.* [anotando na lousa a palavra escolhida pelo grupo] *Pode falar, Fá.*

T16 Fábio: *Vou filmar no lugar do Marcos.*

T17 Joyce: *Oi?*

T18 Marcos: *Vamos trocar, meu braço está doendo.*

T19 Joyce: *Vocês vão trocar?*

T 20 Murilo. *O braço dele está com câncer.*

T21 Joyce: *Coitado. Não brinca com essas coisas não* [falou isso fazendo um gesto com a mão para Murilo como se reprovasse a fala dele, mas com certo tom de brincadeira].

<sup>51</sup> ‘Sora’ significa professora. Deixamos assim indicado, para mostrar exatamente como os alunos se referem à Joyce. Isso mostra um pouco da relação que têm com a professora.

[Joyce voltou para o centro da sala]

T22 Joyce: *É... Gostaria de saber o que o grupo, fala o grupo da Marisa agora, o que vocês pensaram?*

T23 Marisa C: *Algo que possa acontecer.*

T24 Joyce: *Algo que possa acontecer?*

T25 Maria Carolina: *Que tenha uma probabilidade grande de acontecer.*

T26 Joyce: *Que tenha uma proba/O que você pensa que é probabilidade?*

T27 Maria Carolina: *Que também, uma certa... uma certa... é:: chance, possibilidade, porcentagem de acontecer... não sei.*

T28 Joyce: *Ela quer explicar a palavra probabilidade.*

T29 Maria Carolina: *É, eu não sei o que pega melhor... se é ( )*

T 30 Saulo: *Professora!*

T31 Joyce: *Depende, será que eles são tudo a mesma coisa? Será que são sinônimos?*

*Só algo que possa acontecer?* [enquanto ia até a carteira de Marisa, para olhar na folha do grupo e conferir se essa era a frase que ela deveria colocar na lousa]

[Breno levantou a mão, mas não disse nada, esperando que Joyce o chamasse]

T32 Joyce: *Quem me chamou?*

[não foi possível identificar]: *O Breno ali.*

T33 Joyce: *Pois não* [virando para Saulo, que já havia chamado anteriormente]

T34 Saulo: *Probabilidade é quase certeza?*

T35 Joyce: *Hã ??*

T36 Saulo: *Probabilidade é quase certeza?*

T37 Joyce: [volta-se para a sala] *O Saulo está me perguntando se probabilidade é quase certeza.*

T38 [não foi possível identificar o aluno]: *Não, é uma coisa provável.*

T39 Joyce: *Hã?*

T40 [não foi possível identificar, mas foi o mesmo aluno]: *É uma coisa provável.*

T41 Joyce: *É uma coisa provável?*

T42 Joyce: *O que você falou Saulo?*

T43 Saulo: *Por que... tipo... a coisa tem uma probabilidade de acontecer. Não é certo que vai acontecer, mas ( )*

T44 Joyce: *Não é certo?... Fábio! Filma o Saulo aqui* [apontando para o local próximo de onde Saulo estava] *Não é certo...* [voltando-se para e sala] *Eles entraram... o Saulo está tentando explicar a palavra probabilidade* [volta-se para Saulo] *fala pra mim o que você pensou, de novo, Saulo.*

T45 Saulo: *Que é uma coisa quase certa de acontecer.*

T46 Joyce: *Uma coisa quase certa...*

T47 Saulo: *Que... probabilidade... não aconteceu, mas pode acontecer.*

T48 Joyce: *Tá.*

T49 Saulo: *Então é uma coisa quase certa de acontecer.*

T50 Joyce: *Mas, sempre que eu tenho probabilidade, sempre tem chance de acontecer?*

T51 Saulo: *Claro... Sempre que tem uma probabilidade, tem uma chance de acontecer.*

T52 Maria Carolina: *Aí que entra a porcentagem... tipo, de 100% ou 50% pode ter a possibilidade de acontecer.*

T53 Joyce: *Aí... ó* [voltando-se para a sala] *A Maria Carolina já falou, daí entra a porcentagem, não foi isso que você disse?*

T54 Maria Carolina: *É, por exemplo, de uma coisa... 100%, 50%, é o que... ai, Marisa, me ajuda.* [olhando para Marisa que estava a duas carteiras de distância de Mariana].

T55 Marisa: *Assim... Probabilidade, por exemplo, probabilidade quer dizer que tem chance, entendeu? É possível. Aí como ela falou é:: porcentagem, a probabilidade de ser, o que PODE acontecer, no caso, 50% de chance de acontecer, 50% de chance de NÃO acontecer, entendeu? Por exemplo, se falar assim... Há probabilidade disso ocorrer, há uma chance disso ocorrer, entendeu?*

Maria Carolina: *Pode ser ( )*

[Giovanna reclama que não dá para ouvir por causa da bagunça]

T56 Joyce: *Gente! Vamos ouvir a Maria Carolina! Sem conversas paralelas, por favor.*

T57 Maria Carolina: *100% de algo todo. 50% de chances de ocorrer alguma coisa.*

T58 Joyce: *Tá. O Saulo estava falando da probabilidade, ele acha que probabilidade* [apontando para Saulo], *pelo que eu entendi — deixa eu ver se eu entendi direito*

[olhando para Saulo] — *é algo que tem chance, mas pode não ocorrer, é isso que você falou?*

T59 Saulo: *É, mas não é isso.*

T60 Joyce: *Mas, a gente consegue estimar porcentagens, já pensando no que*



*a Maria Carolina falou?*

T61 Saulo: *Sim, mas só que não 50%, por que 50% é uma coisa que fica no meio e ::*

T62 Joyce: *Tá. E você acha que probabilidade não fica no meio?*

T63 Saulo: *Probabilidade. É provável que aconteça, não quer dizer...r :: é mais provável que aconteça do que não aconteça.*

T64 Joyce: *Então não existe probabilidade de 50%?*

T65 Márcio B: *Não.*

T66 Saulo: *Não. Porque é a mesma coisa, então não é probabilidade.*

[muitos alunos começaram a falar ao mesmo tempo enquanto Saulo falava]

T67 Breno: *Ô sora! A gente :: ( )*

T68 Giovanna: *Joyce!* [Giovanna estava sentada ao lado de Breno]

T69 Joyce: *Oi?*

T70 Breno: *O Saulo está falando ( )*

[Joyce se aproxima da carteira do Breno, que falava muito baixo]

T71 Joyce: *Gente! Eu quero entender o que o Breno falou, dá licença um pouquinho.*

[Joyce chegou bem perto de Breno para ouvir o que ele dizia. Não pudemos ouvir na gravação. Depois, Joyce voltou para frente da sala e virou-se para a sala].

T72 Giovanna: *Vamos voltar para o possível, aí quando for ( )*

T73 Joyce: *O Breno falou que a gente saiu da palavra possível por conta da discussão da palavra probabilidade.*

T74 Saulo: *Professora, não*

T75 Joyce: *Então vamos retomar um pouquinho a palavra possível, entendeu? Por que senão... vai demorar para a gente chegar num consenso da palavra probabilidade. Fala* [voltando-se para Marisa].

T76 Marisa: *Probabilidade é item do possível, chegamos no possível. Probabilidade também está dentro do possível*

T77 Giovanna: *Marisa, probabilidade é chance. Pode ser possível ou impossível.*

T78 Marisa: *Mas está dentro de possível, acabou.*

T79 Joyce: *Vocês acham que possível e probabilidade estão relacionados?*

T80 Breno: *Não, professora, por que pode ou não acontecer, não sabe o que vai acontecer.*

T81 Giovanna: *Assim, probabilidade é ( ) chance.*

T82 Maria Carolina: *( ) que pode ou não acontecer.*

T83 Giovanna: *( ) não é só possível, ( ), probabilidade de 100%.*

[alguns alunos começam a falar ao mesmo tempo e tudo fica um pouco confuso]

T84 Joyce: *Vai dar uma discussão grande isso.*

T85 Breno: *É.*

T86 Joyce: *Deixa eu só terminar, fale Gi, o que o grupo de vocês escreveu sobre possível?*

T87 Breno: [Breno, do mesmo grupo de Giovanna, estava com a folha do grupo nas mãos] *Algo que pode ser realizado.*

T88 Joyce: *Algo que pode ser realizado* [Joyce foi até a lousa anotou a frase].

T89 Márcio: *Algo que não seja impossível.*

T90 Joyce: *Foi o que o grupo de vocês escreveu?* [virando para Márcio], *algo que não seja impossível?*

T91 Joyce: *É algo que PODE ser realizado, né?* [ainda escrevendo a frase que Breno havia ditado]

T92 Saulo: *Cabe na palavra que eu falei: realizável.*

T93 Joyce: *Sinônimo de realizável. Quer dizer a mesma coisa?*

T94 Saulo: *Claro!*

T95 Joyce: *Vocês, algo que não é impossível?*

T96 Márcio: *É.*

T97 Joyce: *Vocês escreveram?* [perguntando para Márcio, em seguida vira-se para anotar na lousa]. *Grupo do Ricardo. Fale pra mim Ricardo* [dirigindo-se a Ricardo, que estava no fundo da sala].

T98 Ricardo: *É algo que pode acontecer. Um exemplo, o Binho dançar lacraia.*

[muitos alunos gargalharam]

T99 Joyce: *Os exemplos deles são ótimos né.* [Joyce caminhou até o fundo da sala]. *Eu não consegui entender muito bem.*

[Ricardo repetiu para Joyce que foi até a carteira dele, não pudemos ouvir na gravação o que ele disse, havia muita confusão na sala, muitos alunos falavam alto]

T100 Joyce: *Agora entendi, BINHO é o Wellington.*

[desde que Ricardo deu o exemplo, o barulho aumentou na sala e a discussão foi diminuindo]

T101 Joyce: *O Binho dançar lacraia, porque vocês pensaram isso?*

[não foi possível entender o que Ricardo respondeu]

T102 Joyce: *O Binho dançar lacraia na sala de aula é algo que pode acontecer?*

[Joyce foi até a lousa e anotou a frase do grupo.] *Gente! É algo que pode acontecer, está muito parecido com esse, né?* [apontando para uma das frases na lousa] *Eu só queria, então, se alguém colocou um muito diferente e gostaria de falar?*

[na lousa, as respostas ficaram da seguinte maneira]

#### Possível

- Algum fato que possa vir a ocorrer
- Realizável
- Algo que possa acontecer
- Algo que pode ser realizado
- Algo que não é impossível

[ninguém se manifestou sobre as frases.]

T103 Saulo: *Podemos passar para a próxima pergunta, por favor?*

T104 Joyce: *Pode? Vamos para a próxima?*

[alguns alunos responderam sim]

T105 Joyce: *Acho que já deu bastante discussão essa.*

[28'48'']

FIGURA 10 – Episódio 1: Vocês acham que possível e probabilidade estão relacionados?

## 4.2.1 Ações mediadas no episódio 1

### 4.2.1.1 Ações mediadas pelas ferramentas pedagógicas

Para completar a tarefa 1 (discutida no episódio relatado ) os alunos deveriam discutir em seus grupos de que forma desenvolveriam a tarefa, a partir do comando: “Escreva uma palavra ou uma tarefa que signifique o mesmo que: [...] b) possível”. Assim, a própria tarefa exigia que, antes da socialização com a sala, o grupo desenvolvesse uma discussão na qual os alunos deveriam empregar os conhecimentos que já possuíam sobre o conceito em questão. As palavras ou frases registradas pelos grupos serviram como base para a discussão ocorrida na sala.

Após cessarem as discussões sobre a tarefa nos grupos, a professora organizou a sala, como podemos visualizar a seguir, para o momento de socialização, com a intenção de facilitar a

participação de todos na discussão. Havíamos combinado o modelo de socialização a ser seguido para essa tarefa, o que pode ser observado no excerto do diário de campo da pesquisadora aqui apresentado:

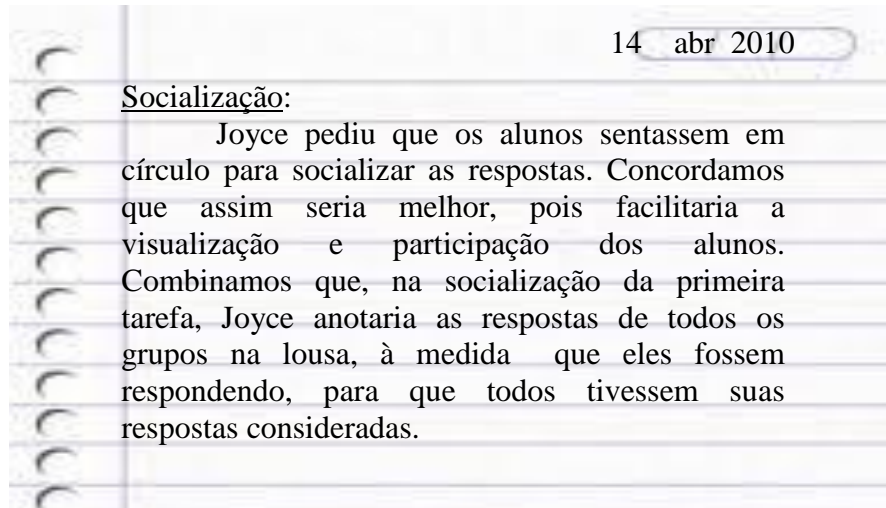


FIGURA 11 – Excerto do diário de campo da pesquisadora

Compreendemos que a escolha da socialização da tarefa, bem como as orientações dadas pela professora aos alunos, são ferramentas pedagógicas construídas no processo colaborativo, cuja utilização ajudou a determinar a sequência de acontecimentos do episódio.

#### 4.2.1.2 Ações mediadas pela professora

A fim de envolver todos os grupos na discussão, a professora foi direcionando a socialização, de modo que fossem apresentadas suas respostas e elas pudessem ser discutidas pelos colegas. Podemos observar essa mediação em T1, quando a professora iniciou a discussão sobre a palavra *possível*, e, em T22 (“fala o grupo da Marisa agora, o que vocês pensaram?<sup>52</sup>”), T86, T90 e T97, quando Joyce procurou trazer à tona as respostas elaboradas por outros grupos.

Considerando a posição que a professora representa na sala, é natural que os alunos tendam a considerar mais importantes as falas que a professora evidencia. Assim, observando os turnos T13 (“O grupo do Saulo falou assim: Se algo irrealizável é algo impossível, então algo realizável é algo possível, é isso que você quis dizer?”), T37, T42, T44, T53 (“A Maria Carolina já falou, daí entra a

<sup>52</sup> Ao mencionar os turnos, traremos algumas falas para contextualizar a análise sem que o leitor precise recorrer tantas vezes ao episódio completo. No entanto, alertamos que algumas falas perdem o sentido na análise quando não são contempladas no contexto do episódio.

*porcentagem, não foi isso que você disse?”*), T56, T58, T71 e T75, em cujas falas, a professora repetiu ou evidenciou o discurso de algum aluno, indicando que as colocações desses alunos devem ser levadas em consideração, notamos que essa era uma forma da professora orquestrar a discussão.

Cabe salientar que esse recurso, consistindo em repetir as falas dos alunos, por algumas ocasiões, fora discutido durante as reuniões do Grucomat, pois, assim como Joyce fez uso dessa prática, outros professores, participantes do grupo, frequentemente o fazem, procurando organizar as discussões desdobradas na sala de aula. Isso ocorre, principalmente, por três condições: 1- quando os alunos expressam algum argumento, é comum que nem todos ouçam as suas por haver interferência de sons alheios; 2- como esses momentos são audiogravados ou videogravados, a repetição do professor garante que a fala do aluno seja registrada; 3-, ao repetir a fala de um aluno, o professor tem a oportunidade de refletir melhor sobre o argumento, planejando, assim, sua próxima ação. No entanto, não há como desconsiderar que, ao repetir a fala do aluno, a professora pode alterar palavras ou dar entonações que levem os alunos a valorizar alguns aspectos em detrimento de outros.

Em outros pontos da discussão, como em T26, T50, T60 (“*Mas a gente consegue estimar porcentagens, já pensando no que a Maria Carolina falou?*”), T62, T64 (“*Então não existe probabilidade de 50%?*”), T79 e T101, a professora propôs questionamentos, a partir das colocações feitas por alguns alunos, buscando a reflexão sobre as falas e o surgimento de concordâncias e discordâncias sobre elas.

No movimento da sala de aula, com vários alunos falando simultaneamente e as frases sendo entrecortadas, muitas vezes, o professor não se dá conta de que há alunos que têm o que dizer. Foi o caso do Breno nesse episódio. Ele levantou a mão, logo após uma fala de Joyce (T31), em seguida alguém disse à Joyce que Breno a chamou, no entanto, ele só teve vez para iniciar sua fala em T67, isto é, o aluno precisou que esperar 36 turnos para a ter a sua vez de falar.

#### **4.2.2 Circulação de significações probabilísticas no episódio 1**

Durante a discussão sobre a palavra *possível*, em alguns momentos os alunos manifestaram-se apenas para comunicar à professora a resposta elaborada pelo seu grupo, como ocorreu em T4 (“*Algum fato que possa via a ocorrer*”), T23, T87 (“*Algo que pode ser realizado*”) e T98. Os alunos utilizaram respostas diretas, muitas vezes apenas lendo seus registros. Em T10 (“*Professora! Se irrealizável é*

*impossível, realizável é possível*”) e T89 (“*Algo que não seja impossível*”), também os alunos procuraram comunicar suas respostas à professora; no entanto, nesses dois turnos podemos observar que os alunos, utilizaram a discussão anterior, sobre o item a (*impossível*) da mesma tarefa, para justificar sua resposta.

Em T23, Marisa leu a resposta ao item b, registrada na folha de respostas de seu grupo, ou seja, ‘*algo que possa acontecer*’. Joyce repetiu a resposta do grupo de forma interrogativa (T24), em seguida Maria Carolina, procurou complementar a ideia do grupo (T25: “*Que tenha uma probabilidade grande de acontecer*”), relacionando a resposta dada com a palavra probabilidade. Em seguida, Joyce questionou Maria Carolina dizendo: “*O que você pensa que é probabilidade?*” (T26), o que fez Maria Carolina tentar esclarecer sua ideia, porém pareceu não estar segura (T27 e T29), pois teve dificuldade em elaborar uma resposta. Joyce procurou explicar para a sala o que ocorria (T28), enquanto isso, Saulo (T30) e Breno tentavam chamar a atenção da professora, mas Joyce estava atenta à fala de Maria Carolina, propondo (T31) mais uma questão relacionada à colocação feita pela aluna.

Possivelmente, as falas de Maria Carolina relacionando as palavras, possível e probabilidade (T25 e T27) tenham gerado dúvidas, pois quando Joyce atendeu ao chamado de Saulo, ele questionou se probabilidade queria dizer quase certeza (T34). Joyce levou o questionamento à sala (T37), quando um aluno, na tentativa de responder a pergunta de Saulo, mostrou dar um sentido ainda diferente à palavra (T38), ou seja, pudemos perceber três pontos de vista diferentes. Em seguida, Saulo pareceu esperar uma resposta positiva, quando perguntou à professora se probabilidade é quase certeza, pois em T43 (“*a coisa tem uma probabilidade de acontecer. Não é certo que vai acontecer, mas...*”), T45, T47 e T49, Saulo afirmou que probabilidade é uma coisa quase certa de acontecer.

Diante da afirmação de Saulo, Joyce procurou colocar uma questão que pudesse gerar alguma interferência na fala (T50). Saulo, mais uma vez, se posicionou, dizendo que se há probabilidade, há uma chance de ocorrer (T51), o que gerou uma resposta imediata de Maria Carolina, procurando explicar a relação entre probabilidade e o uso da porcentagem (T52). Contudo, Maria Carolina, mais uma vez parecia estar insegura e pediu ajuda à sua colega de grupo (T54). Marisa entrou na discussão, procurando esclarecer a relação entre probabilidade e porcentagem (T55). Maria Carolina aceitou a explicação feita por Marisa e continuou, procurando também, exemplificar usando porcentagens (T57).

Joyce tentou estabelecer uma relação sobre o que falavam no momento e a fala anterior de Saulo (T58: “*O Saulo estava falando da probabilidade, ele acha que probabilidade [...] é algo que tem chance, mas pode não ocorrer*”), colocando que probabilidade é algo que tem chance, mas pode não

ocorrer. Saulo rejeitou a ideia colocada por Joyce e mencionou que, não se pode usar 50% para medir probabilidade, dizendo: “*Sim, mas só que não 50% por que 50% é uma coisa que fica no meio*” (T61).

Joyce não contrariou Saulo, dizendo que ele estava errado, ao invés disso, novamente, questionou sua fala (T62 e T64); Saulo, porém, continuou convicto de que probabilidade diz respeito a algo que tem mais chances de ocorrer do que de não ocorrer (T63 e T66). Essa é uma atitude importante para o progresso da discussão, pois erros fazem parte do processo de construção de conceitos. Nesse sentido, Van de Walle (2009, p. 65) recomenda que o professor não corrija imediatamente todas as ideias incorretas que os alunos propõem, pois isso poderá reduzir-lhes a segurança, e serão perdidas boas oportunidades para a discussão, pois “as melhores discussões acontecem quando há discordância”.

Breno e Giovanna se mostraram um pouco incomodados pelo caminho que a discussão tomou. Alegaram que deveriam estar discutindo a palavra *possível* e não a palavra *probabilidade* (T72, T73 — fala em que Joyce repetiu uma fala de Breno que não pode ser ouvida). Em seguida (T76), Marisa contra-argumentou afirmando que *probabilidade* está incluída em *possível*, sugerindo que a discussão fazia sentido. Giovanna interveio novamente (T77: “*Marisa, probabilidade é chance. Pode ser possível ou impossível*”), definindo o conceito de probabilidade e fazendo isso, forneceu o argumento para Marisa reiterar sua afirmação anterior (T78: “*Mas tá dentro do possível, acabou*”). Joyce aproveitou a discussão entre as alunas e questionou a relação entre as duas palavras (T79).

Após a questão de Joyce, Breno, Giovanna e Maria Carolina, tentaram argumentar, e, apesar de suas falas não terem sido completamente identificadas, podemos inferir que Breno discordou da relação entre as palavras (T80), pois parecia acreditar que *possível* está mais relacionado a algo que vai acontecer e *probabilidade* a algo que pode ou não acontecer. Giovanna tentou explicar que *probabilidade* pode ser mais que *possível*, quando exemplificou a probabilidade de 100% (T83), e voltando à sua fala anterior (T77), vemos também a colocação que a aluna fez, afirmando que *probabilidade* pode estar relacionada também a *impossível*. Não pareceu que Giovanna ignorasse a relação entre as palavras *possível* e *probabilidade*, mas que não concordava em reduzir a palavra *probabilidade* a *possível*.

Notamos que, apesar de apresentarem pontos semelhantes, as colocações feitas pelos alunos mostram que têm ideias diferentes sobre as palavras discutidas e a relação entre elas, possivelmente pelas diferentes experiências em que tiveram contato com essas palavras, considerando, como explicamos em nosso capítulo 2, que o sentido “refere-se ao significado da palavra para cada indivíduo,

composto por relações que dizem respeito ao contexto de uso da palavra e às vivências afetivas do indivíduo (OLIVEIRA, 1993, p. 50); assim, eles atribuem sentidos diferentes para os termos em questão.

Isso é bastante natural, já que essas palavras podem ser encontradas, muitas vezes, nos diálogos cotidianos, como explicam Cardeñoso; Azcárate (1995 apud AZCARÁTE, 2006, p. 11)

ao iniciarmos o estudo da estatística e da probabilidade, habitualmente já usamos muitos de seus termos na vida cotidiana, em jogos e informações do contexto; expressões que usamos para nos referir a fenômenos e eventos aleatórios, a eventos certos, possíveis ou impossíveis, que com frequência, não têm precisamente o mesmo sentido que adquirem no ‘tratamento do acaso’(grifo dos autores, tradução nossa<sup>53</sup>).

Daí a importância de iniciar o trabalho com Probabilidade a partir da linguagem que há ao seu redor, considerando o papel que as palavras terão na formação do pensamento conceitual.

Após esse momento de discussão, Joyce propôs continuar anotando as respostas na lousa, fazendo com que a discussão tivesse seu ritmo diminuído e, alguns instantes depois, decidiram passar para outro item.

Pudemos notar que muitos alunos utilizaram de maneira explícita, conhecimentos que já tinham sobre os temas levantados na discussão, uma vez que não haviam estudado ainda nada sobre o conceito de probabilidade, em tarefas anteriores a essa e, possivelmente, nem mesmo antes do início da pesquisa. Acerca disso, Lopes e Coutinho (2009, p. 61-62) alertam que “A abordagem da probabilidade tem sido limitada a situações de análise de possibilidades em contextos restritos, nem sempre associados ao cotidiano dos alunos e muitas vezes com tratamento equivocado, refletindo uma visão determinista de mundo.”

A tarefa 1 foi a primeira a ser desenvolvida pelos alunos, que não consultaram fontes externas para concluí-la, ou seja, utilizaram apenas as significações que tinham sobre as palavras relacionadas na tarefa, fossem essas próximas aos conceitos científicos, ou não, pois, como afirma Fischbein (1999 apud LOPES; COUTINHO, 2009, p. 68), “certas concepções errôneas construídas pelos alunos são tão mais resistentes quanto mais velhos forem eles, em seu primeiro contato com a probabilidade”.

Entretanto, mesmo que a palavra *possível* tenha sido apenas o segundo item a ser discutido coletivamente, percebemos que na socialização desse item, alguns alunos já fizeram uso de palavras da

---

<sup>53</sup> Cf original: Cuando iniciamos el estudio de la estadística y la probabilidad, habitualmente ya hemos usado muchos de sus términos en la vida cotidiana, en juegos e informaciones del contexto; expresiones que usamos para referirnos a fenómenos y sucesos aleatorios, a sucesos ciertos, posibles o imposibles, que, con frecuencia, no tienen el mismo sentido preciso que adquieren en el ‘Tratamiento del azar’



discussão anterior. É importante que os alunos tenham estabelecido essas relações, uma vez que os conceitos representados pelas palavras propostas na tarefa estão intimamente ligados.

Compreendemos que os alunos estão partindo do conhecimento proveniente das experiências que vivenciaram, para começar a assimilar outros novos, ainda que não possamos afirmar ter havido apropriação, mas as significações começaram a circular pelas diferentes falas.

Esse movimento é necessário para o desenvolvimento do pensamento, pois, como discutimos em nosso segundo capítulo, Vigotski (2000) ressalta que o pensamento da pessoa se desenvolve a partir do vínculo entre os diferentes tipos de conceitos, que começam a se formar a partir das diferentes experiências ocorridas ao longo da vida. O desenvolvimento dos conceitos espontâneos, que nascem no campo do empirismo, é indispensável para que os conceitos científicos — que nascem no campo da abstração — também se desenvolvam. É nesse sentido que destacamos a importância das analogias feitas pelos alunos, e das possibilidades de estabelecimento de relações futuras, que o potencial da tarefa em si e a socialização podem criar. No mais, isso indica que a classe está começando a tornar-se um ambiente de aprendizagem baseado muito mais na comunicação de ideias do que apenas na palavra do professor.

### 4.3 Analisando a Ocorrência dos Eventos

O segundo episódio foi retirado da socialização da tarefa 2, cujo enunciado determinava a utilização das palavras *certo*, *impossível* ou *possível*, para avaliar oito eventos, representados pelas seguintes frases:

- Vai chover amanhã.
- Solte uma pedra na água e ela afundará.
- O sol nascerá amanhã de manhã.
- Você ganhará na loteria.
- Três alunos faltarão amanhã.
- Você fará dois aniversários neste ano.
- Um elefante passará pela porta da escola hoje.
- Nascerá uma criança no dia de Natal.

Os alunos já haviam realizado as instruções da tarefa em seus grupos e isso feito, sentaram-se, formando um círculo, enquanto a professora permaneceu em pé, movimentando-se, quando necessário, para acompanhar a fala dos alunos, ou para fazer anotações na lousa. Após discutirem a primeira frase da tarefa, Joyce anunciou que falariam sobre a segunda frase:



[1'39'']

T1 Joyce: *Próxima frase. Solte uma pedra na água e ela afundará.*

[muitos alunos exclamam: certo]

T2 Joyce: *E agora?* [enquanto escreve a frase na lousa] *Todo mundo tem certeza que é certo? Tem certeza que é certo é ótimo.*

[risos]

T3 Joyce: *Vocês fizeram o teste?*

[alguns falam: não]

T4 Marisa: *Ô, Joyce!*

T5 Saulo: *A ciência me ensinou.*

T6 Marisa: *Joyce!*

T7 Joyce: *A ciência te ensinou? Por quê? Explica o que você falou pra mim aquele dia.*

T8 Saulo: *A densidade da pedra é maior do que da água.*

T9 Joyce: *A densidade da pedra é maior do que da água. O Saulo disse. Vocês concordam com isso?*

[Muitos alunos começam a falar ao mesmo tempo]

T10 Marisa: *Depende.*

T11 Joyce: *Depende, Marisa disse.*

[Muitos alunos continuam a falar ao mesmo tempo]

T12 Joyce: *Só um momento. Depende, Marisa disse, depois vocês defendem. Fale Marisa.*

T13 Márcio: *Nossa. Depende do que, ô?*

T14 Marisa: *Por exemplo, tem uma pocinha d'água ali, entendeu?*

T15 Joyce: *Tá. Tem uma pocinha de água.*

T16 Marisa: *Um riozinho bem pequenininho, bem minúsculinho.*

T17 Joyce: *Um riozinho, hã?*

T18 Marisa: *Aí, por exemplo, que nem nos filmes, o pessoal pega e joga assim*

[mostrando com um gesto] *a pedra bate na água, só que ela não vai afundar, e* [

T19 Joyce: *Mas é mesma coisa que soltar?*

[muitos alunos começam a falar alto, alguns dizem em tom irônico: ‘nossa’, ‘é sim’.

Quase não se ouve nada. Aos 3’06’’ da gravação, Marlon se aproxima de Joyce para resolver um problema com a câmera, a discussão é retomada aos 3’56’’ da gravação.]

T20 Joyce: *Bom... é... vocês estavam... a Marisa tava explicando que pode ter*

*aquele rio rasiinho que você joga de lado* [repetindo o gesto que Marisa fez] *a pedra e ela passa reto.*

T21 Marisa: *Não. Deixa eu falar. Do mesmo jeito, eu vou lançar a pedra em cima do rio e ela*

*não vai afundar.* [enquanto Marisa fala, Amanda, que estava ao lado de Marisa, faz um gesto com a mão pedindo para os meninos que estavam sentados no lado oposto ao delas na sala, esperassem]

T22 Leonardo: *Falou soltar, não jogar.*

T23 Alice: *Aqui está falando soltar e não jogar.*

T24 Leonardo: *SOLTE uma pedra no*

T25 Joyce: *Soltar a pedra é diferente?*

[alguns alunos falam: é]

T26 Joyce: *O que vocês iam falar aí?* [olhando para os meninos que estavam sentados à sua esquerda, os mesmos para quem Amanda pediu para que esperassem]

[não foi possível ouvi-los]

T27 Joyce: *O significado de soltar é diferente de* [repete o gesto como se estivesse jogando algo] *de arremessar? Tá.*

T28 Pedro: *Mas, mesmo assim, professora. Professora!*

T29 Marcos: *Só que aí não falou o material da pedra.*

T30 Pedro: *Você vai jogar ela ( )*

T31 Marcos: *Pode ser de isopor.*

T32 Joyce: *E o material da pedra, importa?*

[alguns alunos respondem: não, alguém fala pedra é pedra. Há muito barulho na sala.]

T33 Joyce: *Pedra é pedra, mas existem vários tipos de pedra.*

T34 Amanda: *Mas de isopor não, né.*

[muitos alunos tentam chamar a atenção de Joyce]

T35 Joyce: *Como é que é?* [olhando para Saulo e Ítalo, que tentavam argumentar, mas não se pôde ouvir o que disseram]. *Eu não entendi ainda, pego uma pedra ( )*

T36 Saulo: ( ) *qualquer tipo de pedra, joga dentro d'água, se não afundar você me fala. Aí nós conversamos de novo.*

T37 Joyce: *Ah, tá. O Saulo falou pra fazer o teste que vários tipos de pedra vão afundar.*

T38 Pedro: *Ô professora! ( ) pode jogar, a pedra vai dar uma, duas pingadinhos em cima da água, quando ela parar, vai afundar.*

T39 Joyce: *Espera aí, fala de novo.*

T40 Márcio: *Quando ela parar de quicar ela vai afundar.*

T41 Pedro: *Ela vai jogar, ela vai dar umas duas pingadinhos e vai*

T42 Joyce: *Não, mas acho que ela quis imaginar que tem uma margem do outro lado, entendeu? Pra conseguir ela pular e*

[

T43 Pedro: *Atravessar a ponte?*

T44 Joyce: *Seria legal, se vocês investigassem isso, apesar de*

T45 Marisa: *Ô Joyce! Joyce!*

T46 Joyce: *Oi.*

T47 Marisa: *Por exemplo... é... no Mar Morto, ( ) no Mar Morto, ela vai afundar?*

[Joyce fica em silêncio]

T48 Marcos: *É verdade! Verdade, sora.*

T49 Marisa: *Ela vai afundar?*

T50 Joyce: *Gente. Entraram numa questão de geografia aqui, que eu não sei responder.*

*Ela está falando do Mar Morto. Mar Morto?* [olhando para Marisa]

T51 Marisa: *É. Se jogar uma pedra no Mar Morto, vai afundar?*

[a confusão aumenta, muitos fazem comentários, Joyce olha para mim]

T52 Joyce: *É água sem vida, e aí?*

T53 Saulo: *Ô professora! Faz o seguinte, ela vai lá e faz o teste.*

T54 Joyce: *Te botaram na fogueira agora, pra você ir lá e fazer o teste. Alguém pode viajar e trazer um pedacinho do Mar Morto para a gente aqui. Lia. Você que é uma menina viajada, quando você for lá perto, você passa lá e testa tá?*

[os alunos continuam discutindo entre si]

T55 Joyce: *Eu não sei responder isso para você, posso investigar. Você acha que não afunda?* [perguntando para mim, que respondi que achava que não] *Eu também acho que não, mas eu... eu não tenho uma certeza.*

T56 Marisa: *Não afunda pela quantidade de sal que tem na água.*

T57 Joyce: *Quantidade de?*

T58 Marisa e Amanda: *Sal.*

T59 Joyce: *Sal. É que daí entra na questão da densidade que alguém falou, né. Por que aí o sal é que interfere. Mas é uma bela observação. Eu não tenho certeza, mas elas conseguiram achar um contra exemplo aqui, e aí, se for de fato verdade, que eu soltar a pedra no MarMorto e não afundar, eu não posso dizer que é certo. Não sei. É uma coisa que a gente precisa investigar. Precisamos perguntar para a professora de química.*

[Joyce sugere que os alunos perguntem para a professora de química, então, a discussão, sobre o exemplo parou neste ponto.] [8'14'']

FIGURA 12 – Episódio 2: Solte uma pedra na água e ela afundará.

### 4.3.1 Ações mediadas no episódio 2

#### 4.3.1.1 Ações mediadas pelas ferramentas pedagógicas

O próprio enunciado da tarefa 2, mostrava a necessidade de pôr em prática os conceitos que os alunos tinham sobre as palavras: *certo*, *impossível* e *possível*, já que, com esses termos, eles deveriam explicar a avaliação que fizeram sobre cada frase proposta na tarefa.

O caráter problemático da tarefa pode ser observado no fato de que a análise feita pelos alunos sobre cada uma das situações propostas, não é necessariamente a mesma, como observamos na discussão descrita no episódio. Como aponta Van de Walle (2009, p. 59), “as boas tarefas, baseadas em resolução de problemas, possuem múltiplos caminhos para chegar à solução” e, nesse caso, pode apresentar mais de uma solução, já que a resolução da tarefa assume um caráter subjetivo.

Apesar de, durante a discussão a maioria dos alunos da sala ter dito acreditar que, ao ser solta na água, a pedra afundaria, um dos grupos (representado nas falas de Marisa), procurou argumentar em sentido contrário, fazendo com que muitos alunos tivessem que pensar em outros argumentos para refutar a fala de Marisa. Essa discussão foi possibilitada pela natureza da tarefa proposta.

#### 4.3.1.2 Ações mediadas pela professora

Para guiar a discussão por entre as ideias levantadas pelos alunos, Joyce procurou organizar os turnos das falas dos alunos, de modo a manter a discussão de uma determinada fala, dando a oportunidade de se explicar ao aluno que a pronunciou; ou questionando a fala para que o aluno argumentasse. Embora Joyce tivesse proposto para um grupo expor e suas ideias (T26), não houve resposta por parte de seus integrantes, ou de outros alunos que seguiram na discussão anterior.

Os questionamentos, como “*A densidade da pedra é maior do que da água. O Saulo disse. Vocês concordam com isso?*” (T9) e evidências como “*Tá, tem uma pocinha de água*” (T15) que Joyce foi fazendo durante o debate, acabaram determinando a continuidade da discussão. Assim, a discussão principal, sem considerar as discussões que ocorrem paralelamente, acabou seguindo em torno dessas ideias mediadas pela professora nos turnos citados acima, ou em outros momentos similares como T2, T3, T7, T11, T12, T17, T19, T25, T27, T32, T35, T37, T50 e T52.

Durante o debate, pudemos perceber certo estranhamento por parte de alguns alunos, quando Marisa e suas colegas questionaram a avaliação feita pelos grupos sobre a certeza da ocorrência do evento assinalado na frase ‘*solte uma pedra na água e ela afundará*’. Percebemos esses estranhamentos em falas como “*Nossa. Depende do que, ô?*” (T13), “*Falou soltar, não jogar*” (T22), “*Ô professora faz o seguinte, ela vai lá e testa*” (T53); ou em comentários paralelos (entre T19 e T20). Joyce procurou não deixar que a discussão se tornasse agressiva, tentando esclarecer os argumentos, dizendo “*Não, mas acho que ela quis imaginar que tem uma margem do outro lado, entendeu?*” (T42, ou em T20); ou deixar a fala em tom de brincadeira, como fez em T54 (“*Te botaram na fogueira agora, pra você ir lá e fazer o teste*”), procurando amenizar a fala (T53) de Sandro.

Por se tratar de uma das primeiras aulas em que os alunos desta classe participaram de uma discussão na qual estavam, de fato, defendendo suas opiniões, acreditamos que a postura assumida pela professora tenha sido impecável, caso contrário, as próximas discussões poderiam tomar um caminho de rivalidade pessoal. Como assinalam Hiebert et al (1997, p. 40), “os professores são

responsáveis por guiar as atividades matemáticas da classe , e, pelo estabelecimento do tom e do foco das interações na sala de aula” (tradução nossa<sup>54</sup>).

Sem a mediação docente, os alunos não obteriam êxito, por não estarem, ainda, habituados a participar de discussões como aquela. A capacidade de argumentação dinâmica, bem como a organização necessária para o bom andamento da discussão, é encontrada por intermédio das habilidades que os alunos conseguem colocar em prática, sozinhos, e daquelas para as quais necessitam de ajuda. Nesse sentido, durante a discussão, a professora agiu na “zona de desenvolvimento proximal” (VIGOTSKI, 2007) dos alunos, auxiliando-os a se organizarem e a expor suas ideias.

Além disso, Joyce se retirou da posição de detentora da resposta correta, ao assumir “*Eu não sei responder isso para você, posso investigar. Você acha que não afunda?*” (T55). Ela apenas apresentou sua opinião que, apesar de ter forte representação perante o grupo, não foi imposta a eles.

#### **4.3.2 Circulação de significações probabilísticas no episódio 2**

Se tivéssemos analisado os registros de todos os grupos nessa tarefa, antes da socialização das respostas, poderíamos imaginar que a frase: ‘*Solte uma pedra na água e ela afundará*’, não provocaria discussão alguma, pois todos os grupos escreveram a palavra ‘certo’ para avaliar esse evento. No entanto, não foi o que de fato ocorreu.

Saulo apresentou a resposta de seu grupo, argumentando que a densidade da pedra é maior do que a da água, portanto a pedra afundaria quando solta na água (T5 e T8). Em seguida, Marisa refutou a resposta do grupo (T10), causando inquietação na sala (T13). Marisa procurou mostrar um contraexemplo, recorrendo à ideia de jogar a pedra em um espaço com uma pequena quantidade de água (T14 e T18).

Diante do questionamento feito por Joyce (T19) sobre a palavra *jogar*, usada no exemplo dado por Marisa, muitos alunos se manifestaram, causando certa confusão. Como vários alunos se mostraram contrários ao argumento de Marisa, a aluna tentou novamente esclarecer seu raciocínio (T21).

---

<sup>54</sup>Cf original: Teachers are responsible for guiding the mathematical activities of the class and for establishing the tone and focus of classroom interactions.

Ainda assim, vários alunos se mostraram em desacordo com o argumento da aluna e procuraram explicar porque refutaram a ideia de Marisa, em várias ocasiões como T22, T23, T24 (“*SOLTE uma pedra no*”), T28, T30, T38, T40 e T41 (“*Ela vai jogar, ela vai dar umas duas pingadinhos e vai*”), atentando para os termos que formavam a frase, ou seja, a linguagem empregada por Marisa na formulação de seu argumento.

Não podemos dizer ao certo o que fez o grupo mudar sua ideia inicial e sugerir uma ideia diferente daquela dos demais grupos, uma vez que esse acontecimento ficou fora de nosso alcance durante a discussão. Porém, essa conversa, possivelmente, fez com que outros alunos também mudassem de ideia. Marcos que, como todos, registrara ‘certo’ para essa frase, mostrou ponderar sobre o assunto em T29 (“*Só que aí não falou o material da pedra*” e T31). Mesmo assim, Amanda (que estava no mesmo grupo de Marisa e ajudando-a a argumentar), no turno T34, rejeitou a colocação feita por Marcos sobre o material da pedra. Consideramos importante essa atitude da aluna, por evidenciar que estava procurando um argumento que fizesse sentido para apoiar sua posição, e não apenas procurava ‘vencer’ o debate.

Por isso, ressaltamos a relevância de proporcionar um momento como esse na aula, no qual os alunos possam discutir e se reposicionar quanto às suas ideias, ou seja, um momento onde se desenvolva a comunicação.

Para participar de trocas de argumentos, os alunos precisam realizar reflexões imediatas, para que confirmem ou refutem os argumentos dos colegas. Nesse sentido, concordamos com Hiebert et al (1997, p. 6), quando afirmam que: “comunicação e reflexão trabalham juntas produzindo novas relações e conexões. Estudantes que refletem sobre o que fazem e o comunicam aos outros, estão em melhor posição para construir conexões úteis em matemática ” (tradução nossa<sup>55</sup>).

Enquanto alguns alunos procuravam ainda reafirmar a certeza sobre o evento, Marisa, Maria Carolina e Andresa, conversavam paralelamente à discussão e, então, Marisa colocou um novo argumento: “*É. Se jogar uma pedra no Mar Morto, vai afundar?*” (T51, também em T47e T49).

Saulo, usando de certa ironia, sugeriu que ela fizesse o teste (T53), demonstrando não concordar com o argumento de Marisa, ao mesmo tempo em que Marcos, mais uma vez, mostrou sua mudança de opinião (T48: “*É verdade! Verdade, sora*”), com relação à escolha feita no registro da tarefa.

---

<sup>55</sup> Cf original: Communication works together with reflection to produce new relationships and connections. Students who reflect on what they do and communicate with others about it are in the best position to build useful connections in mathematics.



Após o argumento proferido por Marisa, Joyce procurou refletir (T55: “*Eu não sei responder isso para você, posso investigar. Você acha que não afunda?*”), relacionou a fala de Marisa com um argumento colocado anteriormente na discussão, por Saulo, mas, por fim, mostrou-se bastante convencida, pois, apesar de não ter afirmado efetivamente que concordava com o argumento, disse:

*É que daí entra na questão da densidade que alguém falou, né. Por que aí o sal é que interfere. Mas é uma bela observação. Eu não tenho certeza, mas elas conseguiram achar um contra exemplo aqui, e aí, se for de fato verdade, que eu soltar a pedra no mar morto e não afundar, eu não posso dizer que é certo. Não sei. É uma coisa que a gente precisa investigar. Precisamos perguntar para a professora de Química.*

Nenhum aluno refutou o exemplo do Mar Morto e em uma das conversas reflexivas entre pesquisadora e professora-pesquisadora colaboradora, ocorrida posteriormente a esse episódio, soubemos que a aluna Marisa, a fim de confirmar sua hipótese, havia pesquisado sobre a veracidade de seu argumento.

#### Professores



Joyce: *Por falar em Marisa, deixa eu só aproveitar. Ela foi pesquisar e conversou com a professora de Química, viu?*

Lia: *Ah! Eu também pesquisei. Eu esqueci de falar para você, eu peguei na internet.*

Joyce: *Ah! Eu vi no seu pen drive.*

Lia: *Do Mar Morto.*

[...]

Joyce: *Não afunda nada.*

Lia: *Não afunda nada mesmo, nem pedra, porque*

[

Joyce: *Nossa, eu achei bárbaro o que ela falou.*

Lia: *E é por causa da densidade mesmo.*

Joyce: *É*

Lia: *Por causa da concentração de sal, que o Saulo estava falando... tinha razão.*

Joyce: *O Saulo, não.*

Lia: *Não, mas ele falou da densidade.*

Joyce: *Ah! É.....:eu já concordei plenamente.*

Lia: *E, aí, ela falou do Mar Morto.*

Joyce: *Mas o legal... foi muito legal, foi muito rico isso.*

Lia: *É, por que, ela foi lembrar do exemplo do Mar Morto?*

[

Joyce: *Eu... nem ia passar na minha cabeça. Aliás, eu nem sabia...eu sabia que o mar era morto, mas eu não sabia por quê.*

Lia: *Eu lembro de ter aprendido isso, porque não tem vida, por causa da concentração de sal.*

Joyce: *Eu sabia que o mar era morto, mas eu não sabia o porquê. [...]*

FIGURA 13 – Excerto da conversa reflexiva entre pesquisadora e professora-pesquisadora colaboradora

Assim, o contraexemplo dado por Marisa era verdadeiro, porém, essa informação não foi levada à sala de aula, pelo menos, pela professora. Mesmo assim, vale observar que Marisa levantou um importante questionamento, sobre a necessidade de conhecer e especificar o contexto, quando se analisa determinado evento. Isso acaba por evidenciar um antagonismo no que diz respeito à concepção determinista da Matemática, construída pela maior parte da sociedade.

O aluno Saulo utilizou um conhecimento científico que já possuía, para justificar sua posição perante o evento avaliado – *é certo que ao soltar uma pedra na água ela afundará*. Marina fez o mesmo, no entanto a aluna utilizou o conhecimento científico do qual se apropriou para refutar a posição de Sandro e outros colegas. Joyce interveio, estabelecendo uma relação entre os dois conceitos científicos, quando afirmou que a quantidade de sal na água explicaria a densidade mencionada por Sandro.

Nos argumentos apresentados por esses alunos, percebemos as relações entre conceitos científicos e espontâneos, as quais Vigotski (2000) garante que sejam a base da formação do pensamento abstrato nos sujeitos. Saulo e Marisa demonstraram presenciar o caminho percorrido pelo conceito científico da abstração para a experiência e, esse momento de discussão pode ter ajudado outros alunos a relacionarem esses conhecimentos científicos que os colegas trouxeram para o debate ajudando a analisar o evento. Além disso, a circulação desses conceitos científicos e de outros conceitos do cotidiano que, implicitamente, faziam parte das análises dos alunos, foi essencial no estudo da aleatoriedade.

Dadas as concepções estabelecidas por Freire (1996, p. 23) de que “quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender”, refletimos sobre a seguinte questão: Como poderia a

Matemática, que é tão presente no cotidiano social, ser uma disciplina na qual os alunos não podem produzir conhecimento, mas apenas recebê-lo? Não cremos que isso seja possível.

Como assinalam Borba e Skovsmose (2001, p. 130), “os currículos de matemática usualmente adotados lidam com problemas com uma e apenas uma solução, um fato que reforça a ideia de que a matemática é livre da influência humana”. Os autores alertam que essa concepção favorece o uso da Matemática como instrumento de controle no âmbito político e social. Seguindo essa linha de raciocínio, ao envolver-se com a linguagem matemática, nesse caso, especificamente, a linguagem probabilística, foi oferecida aos alunos, a oportunidade de contemplar a Matemática de forma diferente da noção que, frequentemente, se tem dessa disciplina, na sociedade em geral.

Com a observação desse episódio, entendemos que Marisa, acompanhada de suas companheiras de grupo, que a estavam ajudando a argumentar, observou a importância de contextualizar a informação antes de apresentar conclusões, pois, como relatamos no início desta análise sobre a circulação de significações, o grupo em questão havia concluído em seu registro escrito que o evento ‘solte uma pedra na água e ela afundará’ certamente ocorreria, no entanto, mudaram sua afirmação no decorrer da discussão.

#### **4.4 Socializando e Discutindo a Socialização**

Antes de apresentar o próximo episódio, avaliamos ser necessário explicar um pouco sobre a tarefa 3, uma vez que da socialização dela foram extraídos os episódios 3, 4, 5 e 6.

A primeira parte consistia em ordenar algumas palavras e expressões relacionadas na lista entregue aos grupos, de acordo com o grau de confiança que os alunos tinham para os termos: *certo*, *possível*, *bastante provável*, *há alguma possibilidade*, *seguro*, *é impossível*, *quase impossível*, *espera-se que*, *incerto*, *há alguma probabilidade*, *pode ser* e *sem dúvida*.

A última parte da tarefa 3 era aberta e, uma vez que os alunos já haviam discutido anteriormente as palavras envolvidas na tarefa, o objetivo era o de que os grupos criassem uma situação, colocando em uso e contextualizando algumas expressões ligadas à probabilidade. O comando da tarefa, dado pela professora, instruía os alunos a criarem uma notícia com qualquer tema, utilizando as palavras da tarefa 3 e outra notícia sobre a previsão do tempo. Essas notícias deveriam ser apresentadas aos colegas em classe, através da encenação de um jornal televisivo. Assim, cada um

dos 7 grupos da sala, apresentou um “telejornal” que foi registrado em vídeo. Antes do início das apresentações, os alunos receberam uma folha para que pudessem anotar dúvidas, críticas, elogios, enfim, o que quisessem escrever sobre as apresentações.

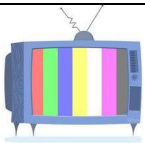
Na semana seguinte às apresentações, os vídeos foram exibidos para os alunos que puderam fazer novas anotações nas folhas recebidas anteriormente. Os próprios alunos sugeriram que os vídeos fossem exibidos duas vezes. Terminada a exibição, foi dado início a um debate sobre os trabalhos desenvolvidos pelos grupos.

Assim, os episódios 3 e 4 referem-se às apresentações de dois grupos. Os episódios 5 e 6 são excertos do debate sobre os “telejornais”.

#### 4.4.1 Extra, extra, extra: a linguagem da probabilidade está presente nas notícias

Os dois próximos episódios referem-se às apresentações dos ‘telejornais’ de dois grupos. Deste modo, optamos por apresentar a mesma análise sobre as ações mediadas para os dois episódios, visto que os dois grupos deveriam resolver o mesmo problema e receberam as mesmas orientações, exceto no que tange ao desenvolvimento do trabalho, enquanto se reuniam em grupo. No entanto, não pudemos acompanhar essa fase, pois ela não ocorreu durante nossas observações.

Assim, analisaremos separadamente apenas a circulação de significações e manteremos, também nesse caso, o termo *circulação*, porque mesmo não havendo resposta imediata de outros alunos, por meio de argumentação, a utilização da linguagem probabilística estava sendo observada pelo restante da classe, para que fossem construídos o registro e o debate, posteriormente. Os episódios são estes:



Grupo: Daiane, Lúcio, Leonardo e Mary Ellen

[Começa com a música de abertura do ‘Jornal Nacional’ da rede globo]

T1 Leonardo: *Bom dia, Mary Ellen.*

T2 Mary Ellen: *Bom dia, Leonardo.*

T3 Mary Ellen: *Começamos agora mais um Jornal em Cinco: pura informação*

*em cinco minutos.*

T4 Leonardo: *Notícias de hoje: Dunga e a seleção Brasileira.*

T5 Mary Ellen: *Hoje Dunga revela os 23 jogadores que irão para a Copa do Mundo de 2010.*

T6 Lúcio: *Escalacão do Brasil goleiros: Júlio César, Gomes, Doni. Defensores: Maicon, Daniel Alves, Michel Bastos, Gilberto, Lúcio, Juan, Luisão e Thiago Silva. Meios-campistas: Felipe Melo, Gilberto Silva, Jamiles, Eliano, Kaká, José Josué, Kleberson. Atacantes: Robinho, Luís Fabiano, Nilmar e Grafite. [inaudível]: Alex, Paulo Henrique Ganso, Ronaldinho, Carlos Eduardo, Marcelo [inaudível] e Diego Tar... Tardeli.*

T7 Mary Ellen: *Dos convocados, pode ser que alguns não irão, por estarem lesionados, mas ainda é incerto.*

T8 Leonardo: *Sem dúvida, o Brasil tem um time bem formado, se espera que os jogadores deem o melhor de si, com esse grupo é bastante provável que o Brasil chegue às finais. Está certo que o Brasil tem dúvida sobre a formação do time, mas até agora está correndo tudo bem. Há alguma possibilidade que o Brasil não seja hexa na África do Sul, mas Dunga afirma que é possível. E você Mary Ellen, o que que você acha? Como que será o clima na Copa do Mundo?*

T9 Mary Ellen: *Bom, a Copa vai ser na África, eu acho que vai estar muito calor.*

T10 Leonardo: *Então, vamos ver agora com nosso meteorologista Lúcio Freitas.*

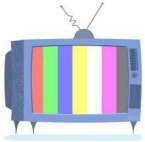
T11 Lúcio: *Então Leonardo, o clima na África do Sul está incerto, pois há nuvens pesadas [apontando o mapa projetado no telão que estava atrás dos ‘ancoras’] passando pelas... pelas cidades localizando perto do litoral. Hum ::: e há probabilidade de chover muito grande, mas é possível que faça sol a manhã inteira.*

[pausa longa]

T12 Leonardo: *Ficamos por aqui tenham um bom dia e até mais.*

[aplausos]

FIGURA 14 – Episódio 3: Jornal: ‘Jornal em Cinco’



Grupo: Amanda, Bruna, Ítalo, Maria Carolina e Marisa

[Começa com a música de abertura do ‘Jornal da Band’ da emissora Bandeirantes]

T1 Amanda: *Bom dia, Sandra.*<sup>56</sup>

T2 Marisa: *Bom dia, Fátima.*

T3 Amanda: *Bom dia a todos que estão em casa. Dizem que é impossível, mas sabemos que o futuro é incerto, sempre se espera que há alguma possibilidade de acontecer... Será possível? Sim, nós estamos falando do filme 2012 que fez sucesso nas bilheterias de todo o mundo, pode ser provável que isso aconteça devido às mudanças climáticas que... estão variando constantemente no dia a dia . Estamos aqui com o diretor do filme 2012 Richard Smith.*

[Marisa e Ítalo encenam uma entrevista em inglês. Amanda faz a tradução simultânea.]

T4 Marisa: *How are you?*

T5 Amanda: *Tudo bem?*

T6 Ítalo: *I'm fine thanks.*

T7 Amanda: *Estou bem, obrigado.*

T8 Marisa: *How was to make a film it was very successful in the box office?*

T9 Amanda: *Como foi fazer um filme que fez muito sucesso nas bilheterias?*

T10 Marisa: *And ( )*

T11 Amanda: *E também todos aqueles efeitos especiais, detalhes?*

T12 Marisa: *And also all those special effects?*

T13 Ítalo: *(Wow) was really really really wonderful.*

T14 Amanda: *Nossa foi realmente... realmente maravilhoso, os efeitos especiais foram a parte mais difícil, mas ( ).*

T15 Marisa: *Did you know that the climate to changes of the films is related to changes in Brazil?*

T16 Amanda: *Você sabia que as mudanças climáticas do filme estão relacionadas com as mudanças climáticas no Brasil?*

<sup>56</sup> Os alunos escolheram nomes para seus personagens: Amanda é Fátima; Marisa é Sandra e Maria Carolina é Ivete. Ítalo representa Richard Smith.

T17 Italo: *No I don't know but I reckon more after.*

T18 Amanda: *Não, eu não sabia, mas depois do intervalo eu conto mais.*

T19 Marisa: *Essas e outras curiosidades do filme 2012, você saberá depois dos comerciais.*

*Vamos agora com a previsão do tempo. Como está o clima no Brasil nesta quarta Ivete?*

[pausa]

T20 Maria Carolina: *Olá Sandra, o tempo está ficando descontrolado na região sudeste e também na região ( ). Por exemplo, a temperatura é incerta na região centro-oeste, o tempo varia de quatro a sete graus, por certo o pessoal tem que se cuidar. Na região sul irá vir chegar uma frente fria é certo ficar em casa, pois há alguma probabilidade de ocorrer... de ocorrer enchente nas grandes áreas. Já na região norte e nordeste há previsão de fazer sol.*

T21 Amanda: *Bom, essas foram as notícias do primeiro bloco, após o intervalo nós voltamos com mais.*

[aplausos]

FIGURA 15 – Episódio 4: Jornal: ‘2012’

#### 4.4.1.1 Ações mediadas nos episódios 3 e 4

##### 4.4.1.1.1 Ações mediadas pelas ferramentas pedagógicas

Analisando os episódios 3 e 4, constatamos que o comando da tarefa ajudou a colocar os alunos num processo de produção de sentidos, já que “Ao resolver a tarefa ou fazer a atividade, os alunos devem estar preocupados principalmente em dar significado à matemática envolvida e, assim desenvolver sua compreensão sobre essas ideias” (VAN DE WALLE, 2009, p. 58). No caso dessa tarefa, quando nos referimos à Matemática envolvida, falamos da linguagem probabilística, que precisa ser compreendida e apropriada, para que possa ser usada na análise de eventos. Os grupos procuraram dar sentido à linguagem da probabilidade, inserindo-a em contextos bastante discutidos na época em que o trabalho foi feito, pois a Copa do Mundo de futebol começaria em aproximadamente 3 meses; e o filme ‘2012’ tivera considerável repercussão na sociedade.

No mais, os grupos procuraram observar alguns detalhes sobre o gênero ‘telejornal’, e incluí-los em suas apresentações, como por exemplo: a música de abertura, o estilo da fala, as imagens utilizadas

como pano de fundo, a ocorrência de entrevista, a existência de um jornalista responsável pela previsão do tempo, entre outros. Essas características não foram discutidas com a classe, portanto, essas associações foram feitas pelos próprios alunos. Nesse sentido, os temas escolhidos também estavam de acordo com o gênero, uma vez que são matérias abordadas, constantemente, nos jornais televisivos.

#### **4.4.1.1.2 Ações mediadas pelas ferramentas pedagógicas**

No caso dessa tarefa, a professora não fez mediações diretas no decorrer do trabalho, visto tratar-se de uma apresentação. Essas mediações, no entanto, foram feitas em dois momentos: quando a professora propôs a tarefa aos alunos e enquanto os alunos desenvolviam o trabalho, isto é, quando sua preparação ocorria na sala de aula.

Quando a tarefa foi proposta aos alunos, poucas instruções lhe foram passadas, a fim de garantir que a tarefa fosse bastante aberta, possibilitando e impelindo-os a usar sua criatividade. Joyce apenas explicou o tempo limite para cada apresentação e o conteúdo necessário em cada uma, ou seja, uma notícia que se utilizasse das expressões relativas à probabilidade, cujo registro os alunos já haviam recebido; além de uma previsão do tempo.

Joyce procurou orientá-los, conforme suas dúvidas surgiam. Nesse sentido, vemos aqui, que a professora ponderou a quantidade de informações compartilhadas com os alunos, para manter a necessidade de procurar estratégias para resolver seu problema e, em contrapartida, não fiquem perdidos em virtude da natureza ‘aberta’ que caracteriza a tarefa. Como assinalamos na construção de nosso referencial teórico, segundo Hiebert et al (1997, p. 36), essa atitude do professor é essencial, pois “a informação pode e deve ser compartilhada contanto que [...] não tire a necessidade de os alunos refletirem sobre a situação e desenvolverem métodos de resolução que eles compreendam” (tradução nossa<sup>57</sup>).

Observamos que essa postura foi adotada pela professora por duas razões essenciais. A primeira diz respeito à própria prática de Joyce, que, antes desta pesquisa, já desenvolvia em suas aulas, um ambiente baseado na resolução de problemas. A segunda razão é oriunda da prática colaborativa, pois, ao observar o desenvolvimento da tarefa na 8ª série A, Joyce (que atuava como observadora durante as aulas na 8ª série A) constatou ter havido falta de orientações por parte da professora e, por isso, os alunos tiveram muitas dificuldades para elaborar seus trabalhos.

---

<sup>57</sup> Cf. original: “information can and should be shared as long as [...] it does not take away the need for students to reflect on the situation and develop solution methods that they understand”.



Sem a mediação do professor realizada de forma adequada, os estudantes não conseguirão avançar no caminho que parte de seu desenvolvimento real e seguir na direção dos conhecimentos que eles estão em vias de assimilar. Por esses motivos, mesmo que não estivesse consciente de sua ação nessa zona de desenvolvimento, Joyce procurou ponderar as orientações, para manter a proposta da tarefa e, ao mesmo tempo, facilitar o trabalho dos estudantes.

#### 4.4.1.2 Circulação de significações probabilísticas no episódio 3

Notamos que o grupo utilizou as palavras com o cuidado de não fazer nenhuma afirmação categórica, como pudemos verificar em falas como: *“Dos convocados, pode ser que alguns não irão para por estarem lesionados, mas ainda é incerto”* (T7).

Ainda que haja subjetividade presente em algumas afirmações, como, por exemplo, em: *“sem dúvida, o Brasil tem um time bem formado”* (T8), a expressão *“sem dúvida”* foi empregada para tratar de um evento já ocorrido, pois o time brasileiro acabara de ser apresentado (T6). Ainda assim, inferimos que os alunos expuseram suas crenças, mesmo que de modo não deliberado.

Considerando os debates anteriores, ocorridos durante as socializações das tarefas 1 e 2 que tratavam respectivamente da representação de palavras presentes na linguagem probabilística e da ocorrência de eventos, a opção feita pelo grupo pela frase *‘sem dúvida o Brasil tem um time bem formado’* nessas circunstâncias, pode ter sido construída nesse viés, já que nas discussões às quais nos referimos, em todas as ocasiões em que alguém afirmava que a ocorrência de um determinado evento era certa, ou impossível, o argumento era refutado com algum contraexemplo.

#### 4.4.1.3 Circulação de significações probabilísticas no episódio 4

Neste episódio, pudemos observar que o grupo fez uso da linguagem probabilística para instigar os espectadores a ficarem atentos ao assunto que seria introduzido: *“Dizem que é impossível, mas sabemos que o futuro é incerto, sempre se espera que há [haja] alguma possibilidade de acontecer... Será possível?”* (T3). Ainda no mesmo turno (T3), na fala da aluna Amanda, *“Sim, nós estamos falando do filme 2012 que fez sucesso nas bilheterias de todo o mundo, pode ser provável que isso aconteça devido às mudanças climáticas que... estão variando constantemente no dia a dia”*, cria-se uma conexão entre o objeto de entretenimento e a vida real, por meio da linguagem probabilística,

questionando a possibilidade da transformação de uma história fictícia — sugerida pelo filme 2012 — em realidade.

Na previsão do tempo (T20), o grupo acaba por apresentar uma previsão bastante semelhante às realizadas pelos jornais brasileiros, com frentes frias ocorrendo na região sul, e sol nas regiões norte e nordeste. No mesmo turno (T20), são apresentadas duas expressões com significados opostos, quando Maria Carolina afirma: “*a temperatura é incerta na região centro-oeste, o tempo varia de quatro a sete graus, por certo o pessoal tem que se cuidar*”. Isso confere um caráter condicional aos eventos e mesmo que não tenha sido apresentado de forma intencional e nem muito complexa, há a ideia de eventos condicionais relacionados à linguagem probabilística.

#### 4.4.2 Crenças pessoais, divergência de opiniões

Antes de expor o próximo episódio, traremos a transcrição da apresentação de um dos grupos, pois alguns momentos dessa apresentação vieram à tona no debate, sobretudo no trecho que constitui este episódio. Salientamos que não abordaremos a transcrição a seguir, como um episódio para análise, mas como uma ferramenta auxiliar para a compreensão do episódio que será apresentado logo adiante. .



Grupo: Elton, Lívio, Ricardo e Régis

Elton: *Olá, bom dia!*

Régis: *Bom dia!*

Elton: *Estamos aqui apresentando o Jornal da Manhã. Com vocês Ricardo com a previsão do tempo.*

Elton: *Bom dia, Ricardo.*

Ricardo: *Bom dia, Elton.*

Ricardo: *Vamos às previsões da semana: É impossível o Corinthians ser campeão da Libertadores, por que há possibilidade de chover e o Ronaldo escorregar e estragar o gramado... Essa região de São Paulo [apontando no mapa]. Mas há possibilidade de fazer sol e se espera que a chuva pare no final da tarde, porque que o São Paulo vai ganhar do Corinthians, e é incerto que chova no dia do clássico no Morumbi né... É possível o vento vir do sudoeste e derrubar as moradias da favela, pode ser que o vento atrapalhe o clássico da Vila Belmiro e é certo que mesmo*

*ventando, o Santos ganha do Palmeiras. Sem dúvida, amanhã sairá o sol e é seguro que o vento passará e agora é com você Régis.*

[pausa longa, alguém joga um avião de papel para Régis]

Régis: *Mandaram um e-mail aqui.*

[risos]

Régis: *Agora vamos responder a mensagem dos nossos telespectadores: Tiago e*

*Cristina quer saber se choverá no dia 12 de dezembro. [pausa] Não, não irá chover no dia 12 de dezembro, isso não é certo.*

Elton: *Obrigado, ficamos por aqui.*

[aplausos]

FIGURA 16 – Transcrição de jornal ‘Jornal da Manhã’

Do debate no qual os alunos discutiram sobre as apresentações dos jornais, retiramos o episódio a seguir:



[0'00'']

T1 Joyce: *O Leonardo quer começar, pode ser?*

[vários alunos responderam afirmativamente]

T2 Joyce: *Então, Leonardo, à vontade, para o grupo que você quiser.*

T3 Leonardo: *Para o grupo um aí. Quem teve a ideia do e-mail voador e por que vocês... é::: decidiram vestir as camisas dos times?*

T4 Ricardo: *Por que é sou santista, ele é são-paulino e ele é são-paulino [apontando para os colegas sentados ao lado].*

[risos]

T5 Ricardo: *É a lógica.*

T6 Leonardo: *Eu sou corinthiano, e nem por isso usei a camisa do Corinthians.*

T7 Régis: *Todo mundo fala que usar a camisa do time é terno, então a gente só colocou a gravata, só pra completar.*

T8 [alguns alunos]: *Ah:::!* [em tom irônico].

T9 Giovanna: *Sora, eu tenho uma pergunta para eles.*

T10 Joyce: *Também tem uma pergunta? Fique à vontade.*

T11 Giovanna: *Por que vocês falaram que é tipo, IMPOSSÍVEL o Corinthians ganhar? Não é impossível.*

T12 Ricardo: *Porque É impossível.*

[alguns alunos se manifestam contrariados.]

T13 Patrícia: *Por que é impossível o Corinthians ganhar?*

[muitos alunos começam a falar ao mesmo tempo]

T14 Joyce: *Só um minutinho gente, vamos dar a palavra, um de cada vez. Fale Gi.*

T15 Giovanna: *Domingo provou que o que eles falaram não ( )*

[muitos alunos concordam]

T16 Marcos: *É verdade! Quatro a dois, quatro a dois!*

T17 Joyce: *E aí? O que o grupo tem a dizer?*

T18 Elton: *É impossível ganhar a Libertadores ( )*

[muitos alunos falam ao mesmo tempo]

T19 Ricardo: *Ganhou a Libertadores? Então... Não, você pode ler, está no papel e está no coiso [referindo-se ao slide da apresentação]. Nós perguntamos se ganhava a Libertadores.*

T20 Marisa: *Gente, posso expressar minha opinião?*

[alguns segundos de confusão, muitos alunos fazem comentários ao mesmo tempo]

T21 Alice: *Primeiramente que nada é impossível e segundo que ganhou de quatro a dois do Santos, você não pode falar nada Ricardo.*

T22 [mais alguns segundos se seguem, e muitos alunos querem falar, havendo certa confusão]

T23 Joyce: *Vamos dar a palavra para a Marisa agora?*

T24 Marisa: *Eu acho que assim..., foi a chance deles colocarem tudo na realidade, mas foi para eles fazerem... fazerem um jornal bem elaborado. Não é que a ideia é de falar NÃO, o Corinthians<sup>58</sup> nunca vai ganhar.*

[risos]

T25 Marisa: *Corinthians nunca vai ganhar, mas*

T26 Joyce: *Você tá defendendo o... ?*

T27 Marisa: *É, eu acho que... não está falando da vida real. Eles tiveram a intenção de fazer uma coisa bem elaborada. Eu achei super bom o que eles fizeram. Parabéns [direcionando-se para os integrantes do grupo].*

<sup>58</sup> Mantivemos a grafia desta maneira, pois se tratava de uma brincadeira feita pela aluna.

T28 Giovanna: *Mas foi muito bom, a melhor ideia deles foi ( )*

[vários alunos começam a comentar sobre alguns momentos da apresentação do grupo em questão]

T29 Alice: *Na verdade, acho que eles puseram essas camisas só para ficarem se exibindo lá.*

T30 Ricardo: *Deixa eu falar [erguendo a mão]. Você não estava se exibindo também em frente da câmera? [perguntando para Alice]*

T31 Alice: *Não!*

T32 Ricardo: *Não?*

[vários alunos começam a falar juntos]

T33 Giovanna: *Gente! Calma gente!*

[risos]

T34 Joyce: *Ó, a intenção aqui não é ninguém ficar exaltado, por favor. Não podemos levar para o pessoal. É lógico que ficou compreendido que o sentido da palavra impossível para eles foi... associaram a um time que eles não querem ver ganhando a Libertadores.*

[enquanto a professora falava, Ricardo mantinha o braço levantado pedindo para falar.]

T35 Joyce: *Agora, será que seria a melhor palavra? A gente pode ( ).*

T36 Giovanna: *Ô professora, se eles tivessem falado*

T37 Ricardo: *A professora disse para fazer um programa<sup>59</sup>.*

[vários alunos dão risada. Alguém fala: um jornal]

T38 Joyce: *Deixa ele gente, o Ricardo está falando.*

T39 Ricardo: *Disse para fazer um programa de televisão ( )... O nosso programa é humorista.*

T40 Joyce: *Ah é verdade, ele deixou claro. Ele falou para mim que ele ia fazer isso. Ele falou: “professora precisa ser um jornal sério?”. Eu deixei aberto, não deixei? Aí eles falaram: “o nosso professora, está mais para humorista.”*

T41 Alice: *Ô sora, eu acho assim ó, mesmo que eles fossem corinthianos, mesmo que eles fossem com qualquer camisa, não é impossível falar que nenhum time vai ganhar.*

[algumas alunas falam alto reclamando que a discussão não deveria voltar nesse assunto.]

T42 Joyce: *Mas vocês entenderam o que a Alice falou? É pertinente o que ela falou. Independente do time que eles torcem, ela falou assim: a gente não pode falar que é impossível.*

T43 Leonardo: *Não, ô sora. Agora eu concordo, sabe por quê? Eles falaram isso por que o*

<sup>59</sup> Mantivemos a grafia desta maneira, pois foi o motivo pelo qual alguns alunos começaram a rir.

*Corinthians foi desclassificado da Libertadores então, nesse ano era IMPOSSÍVEL ganhar a Libertadores. Por quê? Foi desclassificado.*

T44 Joyce: *Se for nesse ano, vocês concordam?*

[a maioria dos alunos se manifesta positivamente]

T45 Giovanna: *Como também eu posso falar que é QUASE impossível que o São Paulo seja campeão... Não posso falar que é impossível. Ele tem chance, mas é quase impossível.*

[durante alguns instantes os alunos comentam entre si.]

T46 Joyce: *Gente, mais alguma pergunta para o grupo um?*

T47 [Vários alunos]: *Não.*

T48 Patrícia: *Eles não responderam a do Leonardo.*

T49 Joyce: *Ah é mesmo, o aviãozinho. Quem que deu a ideia?*

T50 Leonardo: *Não é avião, é e-mail voador.*

T51 Ricardo: *Eu só tive a ideia de jogar aviãozinho.*

T52 Joyce: *Foi bastante criativo.*

[novamente, há alguns instantes de confusão e muitos alunos falando ao mesmo tempo]

T53 Joyce: *Respondidas as perguntas dos que fizeram pra eles?*

[alguns alunos responderam que sim e a discussão teve seu foco alterado]

[5'55'']

FIGURA 17 – Episódio 5: Por que é impossível o Corinthians vencer?

#### 4.4.2.1 Ações mediadas no episódio 5

##### 4.4.2.1.1 Ações mediadas pelas ferramentas pedagógicas

Primeiramente, o comando da tarefa que instruíra os alunos a elaborarem e apresentarem um telejornal, envolvendo a linguagem probabilística, nos assuntos abordados, culminou na participação efetiva dos alunos, que tiveram que pôr em uso alguns termos relacionados à probabilidade. Isso ocorreu, pelo fato de a tarefa representou um desafio para os alunos, além de despertar o interesse deles, pois poderiam levar para o ambiente da sala de aula, assuntos que lhes eram significantes. Como ressaltamos em nosso capítulo 2, a preocupação com a natureza das tarefas é essencial uma vez que: “onde o meio não cria os problemas correspondentes, não apresenta novas exigências, não motiva nem

estimula com novos objetivos o desenvolvimento do intelecto, o pensamento do adolescente não desenvolve todas as potencialidades que efetivamente contém” (VIGOTSKI, 2000, p. 171)

O empenho dos alunos na produção do trabalho resultou no interesse pelos trabalhos de seus pares, fato fundamental para que as ideias fossem, posteriormente, postas em discussão.

Outra ferramenta importante é o registro, pois, já que os alunos possuíam uma folha com breves instruções sobre alguns dos aspectos que poderiam ser observados, quando estavam assistindo ao trabalho dos colegas, foi possível que anotassem detalhes sobre as apresentações que, não fosse isso, possivelmente seriam esquecidas e, portanto, deixadas de lado durante a discussão. A folha de registro foi utilizada pelos alunos como material de apoio durante a discussão, o que possibilitou o enriquecimento do debate, no que diz respeito às ideias discutidas.

Ressaltamos, também, após analisar o contexto dessa aula, que a escolha pelo debate, para socializar as tarefas realizadas pelos grupos, foi bastante adequada. Não estamos afirmando que seria a única opção acertada, mas constatamos ter havido êxito, devido ao conjunto formado desde o início da tarefa, quando os alunos receberam a folha contendo as expressões que deveriam usar, até o final do debate.

A prática colaborativa foi o fator facilitador para que o contexto geral de desenvolvimento da tarefa tenha sido esse que relatamos, pois essas ferramentas pedagógicas foram construídas no movimento dessa prática.

Como explicamos no capítulo metodológico deste trabalho, o planejamento inicial para esta tarefa não se parecia em nada com o que de fato ocorreu. Durante as conversas reflexivas entre Joyce e esta pesquisadora, observamos a necessidade de socializar a tarefa de modo diverso das socializações anteriores, dessa forma foi criada a ideia do ‘telejornal’. Infelizmente, o momento exato em que essa ideia começou a aparecer não foi registrado, pois pesquisadora e professora colaboradora partilhavam um momento informal. Assim, somente nos cabe narrar os acontecimentos:

Lia expôs a Joyce que estava preocupada, pois havia observado que os alunos estavam cansados do modo como as tarefas estavam sendo socializadas, já que a primeira e a segunda tarefa juntas, contam com treze itens que foram todos discutidos nas aulas. Assim as discussões foram longas e suas dinâmicas bastante parecidas.

Passado um tempo em que as duas discutiam isso, Joyce exclamou: *E se a gente pedisse pra eles fazerem um jornal?* A ideia foi prontamente aceita por Lia e, a partir de então, as duas começaram a pensar e a discutir como organizar a tarefa.

Apesar de a ideia parecer interessante desde o princípio, logo surgiram dúvidas sobre como conduzir a tarefa, e, por isso, os laços da comunicação para a colaboração tiveram que ser estreitados. Mais do que nas tarefas anteriores, a troca de ideias entre pesquisadora e professora-pesquisadora colaboradora foi fundamental para direcionar o trabalho do modo como foi feito.

Outro fator favorável deveu-se ao fato de a tarefa ter-se desenvolvido com duas classes; assim, as dificuldades ocorridas com uma delas, serviram como base para repensar alguns atos avaliados como negativos, bem como serem mantidas na dinâmica do trabalho as ações que consideramos acertadas.

#### 4.4.2.1.2 Ações mediadas pela professora

Constatamos que Joyce interferiu pouco, em comparação com as discussões sobre as tarefas, ocorridas anteriormente à tratada neste episódio. Entretanto, em alguns momentos, suas mediações foram imprescindíveis para que os alunos não assumissem conflitos pessoais, como pudemos notar em T34 (“*Ó, a intenção aqui não é ninguém ficar exaltado, por favor. Não podemos levar para o lado pessoal. É lógico que ficou compreendido que o sentido da palavra impossível para eles foi... eles associaram a um time que eles não querem ver ganhando a Libertadores*”), T38 e T40 (“*Ah é verdade, ele deixou claro. Ele falou para mim que ele ia fazer isso. Ele falou: “professora precisa ser um jornal sério?”. Eu deixei aberto, não deixei? Ai eles falaram: “o nosso professora, está mais para humorista*”).

Essa é uma questão merecedora de destaque no que diz respeito ao papel do professor que deseja estabelecer um ambiente de prática dialogada na aula de Matemática; a construção desse ambiente “exige que os professores assumam a liderança na criação de expectativas e normas apropriadas” (HIEBERT et al, 1996, p. 46, tradução nossa<sup>60</sup>)

Nos turnos T1, T2 (“*Então, Leonardo, à vontade, para o grupo que você quiser*”), T10, T14, T23 (“*Vamos dar a palavra para a Marisa agora?*”), T38, Joyce interferiu na discussão, para direcionar as falas, ‘dando’ a palavra (como os alunos e a professora costumavam dizer) para certos alunos. Notamos como os alunos ainda dependiam da mediação da professora para entrar na discussão, pois, muitas vezes, antes de se direcionar aos colegas, eles direcionavam a fala à professora, ou

---

<sup>60</sup> Cf original: “building a community of mathematical practice requires teachers to take the lead in establishing appropriate expectations and norms”



aguardavam sua autorização para falar, como no início da discussão, quando Leonardo pediu para começar. Também notamos esse aspecto em momentos como: “*Sora, eu tenho uma pergunta para eles*” (T9), ou “*Não, ô sora, agora eu concordo, sabe por quê? [...]*” (T43), além de T36 e T41. Apesar de Marisa não ter se direcionado à professora, especificamente, ela aguardou o aval de Joyce para começar a falar (T20: “*Gente, posso expressar minha opinião?*”).

Também para encerrar a discussão, os alunos pareciam aguardar a confirmação da professora, no entanto, não fosse a intervenção de Leonardo ao dizer: “*Não, ô sora. Agora eu concordo, sabe por quê? Eles falaram isso por que o Corinthians foi desclassificado da Libertadores então, nesse ano era IMPOSSÍVEL ganhar a Libertadores. Por quê? Foi desclassificado*” (T43), a discussão teria sido encerrada; sem que tivesse sido esclarecida a situação apresentada pelo grupo que criou o jornal sobre os times de futebol. Isso porque, Joyce, que também não havia compreendido a intenção do grupo (ao falar especificamente da ‘Copa Libertadores’) e reafirmou a fala de Alice (T41: “*Ô sora, eu acho assim ó, mesmo que eles fossem corinthians, mesmo que eles fossem com qualquer camisa, não é impossível falar que nenhum time vai ganhar*”), inferindo que o grupo não poderia ter usado a palavra impossível (T42: “*Mas vocês entenderam o que a Alice falou? É pertinente o que ela falou. Independente do time que eles torcem, ela falou assim: a gente não pode falar que é impossível*”).

#### 4.4.2.2 Circulação de significações probabilísticas no episódio 5

Neste episódio, as argumentações giraram em torno de dois tipos de questionamentos feitos pelos alunos. Um deles envolvia alguns aspectos relacionados à dinâmica do trabalho do grupo; o outro o conteúdo das notícias, mais especificamente, sobre o emprego da palavra impossível na situação apresentada pelo grupo.

No início do debate, Leonardo fez duas perguntas para o primeiro grupo que apresentou o ‘telejornal’, envolvendo a dinâmica da apresentação (T3: “*Para o grupo um aí. Quem teve a ideia do e-mail voador e por que vocês... é:.....:decidiram vestir as camisas dos times?*”). Ricardo respondeu: “*Por que é sou santista, ele é são paulino e ele é são-paulino???* [...] *É a lógica*” (T4 e T5) como se, para ele, fosse óbvio. Régis tentou complementar a explicação dizendo “*Todo mundo fala que usar a camisa do time é terno, então a gente só colocou a gravata, só pra completar*” (T7); porém, alguns alunos ironizaram a resposta do grupo (T8).

Essa discussão foi interrompida, quando Giovanna fez uma pergunta, mudando o foco da discussão (T9), porém foi retomada posteriormente, pois, quando Giovanna e Marisa elogiaram o trabalho do grupo (T27 e T28: “*Mas foi bom, a melhor ideia deles foi*”) Alice, em seguida, criticou o figurino usado pelo grupo durante a apresentação dizendo: “*Na verdade acho que eles puseram essas camisas só para ficar se exibindo lá*” (T29). Ricardo, procurando se defender da crítica feita pela colega, também a criticou (T30: “*Você não estava se exibindo também na frente da câmera?*”). Os dois alunos ficaram bastante irritados e, ao que pareceu, continuariam discutindo, não fosse a intervenção de Giovanna (T33: “*Gente! Calma gente!*”), imediatamente apoiada por Joyce (T34: “*Ó, a intenção aqui não é ninguém ficar exaltado, por favor [...]*”), que, em seguida, procurou acalmar o conflito dizendo: “*Agora, será que seria a melhor palavra?*” (T35). Ainda assim, Ricardo continuou tentando explicar aos colegas qual tinha sido a proposta de seu grupo (T39).

Compreendemos que essa discussão sobre o desempenho do grupo na apresentação do trabalho foi bastante interessante sob dois aspectos. Por um lado, os alunos que não faziam parte desse grupo puderam observar ações que consideraram válidas e apropriá-las para colocá-las em uso, posteriormente; por outro lado, os alunos demonstraram que algumas ações não deveriam ser tomadas como exemplos a serem seguidos e, portanto, serviram como base para modificar sua posição em futuros trabalhos.

Analogamente, o grupo, cuja dinâmica do trabalho foi questionada, teve a oportunidade de observar a necessidade de explicar suas intenções durante a apresentação, já que elas não foram compreendidas pelos colegas da sala. Desse modo, poderão realizar modificações em sua postura, caso tenham que colocar em prática futuramente, o desenvolvimento de alguma tarefa semelhante na escola ou fora dela.

Algumas evidências a respeito do que acabamos de ponderar aparecem no trecho a seguir, que faz parte da transcrição integral do mesmo debate que acabamos de discutir.



Ricardo: *Professora. Vai ter um próximo trabalho? Já estão surgindo novas ideias aqui.*

Joyce: *Ah é?*

[...]

Ricardo: *Professora, o próximo trabalho a gente vai ter que apresentar também?*

[...]

Marisa: *Eu amei fazer esse trabalho.*

Maria Carolina: *Foi muito legal.*

[...]

Giovanna: *A gente nunca tinha feito um trabalho, que a gente, tipo, correu atrás de roupa, correu atrás de várias coisas, apresentou, filmou, a gente viu o que a gente fez e fui muito legal isso, entendeu? Apresentar trabalho, a gente já apresentou várias vezes, mas nunca alguém filmou e a gente viu, entendeu, como que ficou. Foi muito legal. A gente vendo nós mesmos, a gente percebe os nossos erros.*

Ricardo: *Sora... para mim, eu já queria fazer outro trabalho logo para a semana que vem.*

Márcio: *O próximo trabalho deveria ser um teatro em vez de um jornal.*

FIGURA 18 – Excerto de transcrição de vídeo gravação do debate sobre as apresentações dos jornais

O pedido feito por Ricardo e corroborado por outros alunos denota que eles têm noção sobre a importância de refletir sobre o que produziram. Nesse sentido, a dimensão tomada pela tarefa permitiu que houvesse a troca de interlocutores na sala de aula. A professora não foi colocada na posição de única avaliadora do trabalho, ao contrário, essa função foi exercida pelos alunos, alcançando diferentes níveis de interação. Isto é, um aluno pode receber a avaliação de seu trabalho pela professora, pelos colegas de seu próprio grupo, pelos demais colegas da sala e por si mesmo, ao assistir sua própria apresentação.

Outros aspectos do trabalho do grupo formado por Elton, Lívio, Ricardo e Régis, foram discutidos, sem muita ênfase, no final do episódio, quando Patrícia (T48) lembrou que a primeira pergunta feita por Leonardo, não havia sido respondida pelo grupo.

Afinal, os conflitos de interesse tiveram influência sobre a discussão. O contexto da notícia criada pelo grupo provocou inquietações na sala de aula, por se tratar de um assunto que envolve diferentes pontos de vista e é bastante corrente no cotidiano desses alunos; assim,

quando pensamos em introduzir o conceito de probabilidade, não podemos deixar de considerar que os alunos, independentemente de sua formação escolar, já têm contato com situações de caráter aleatório. Trata-se assim, de conduzir os alunos em um processo de observação e análise do componente de imprevisibilidade intrínseco a essas situações (COUTINHO, 2002, apud LOPES; COUTINHO, 2009, p. 68).

Por essas razões, aparecem nas discussões, os diferentes posicionamentos dos alunos, com relação às afirmações do grupo durante apresentação do jornal. Tais posições estão repletas das crenças e saberes provenientes das experiências de cada aluno, conferindo, portanto, um caráter subjetivo à argumentação.

Notamos que foram postas em circulação algumas ideias probabilísticas intuitivas, que, segundo Batanero (2006, p. 2), estão relacionadas com conceitos como “sorte [e] destino” (tradução nossa<sup>61</sup>) além de crenças e opiniões. Ainda assim, “além de sua compreensão intuitiva, a probabilidade pode ser contemplada como razão de possibilidades a favor ou contra, evidência proporcionada pelos dados, *grau de confiança lógico ou pessoal*, propensão e modelo matemático que nos ajuda a compreender a realidade” (BATANERO; DÍAZ, 2007, p. 2, tradução nossa<sup>62</sup>, grifo nosso).

Quando Leonardo questionou o grupo, chamando a atenção dos colegas para o trabalho desse grupo (T3), abriu espaço para que outros alunos questionassem outros aspectos do trabalho, como ocorreu em T11, turno no qual Giovanna questionou a escolha da palavra impossível feita pelo grupo. A fala de Giovanna provocou a manifestação de outros alunos que concordaram com ela, como Patrícia (T13), que, ao ficar insatisfeita com a resposta de Ricardo (T12), repetiu a pergunta feita por Giovanna.

Giovanna, apoiada por Marcos (T16), tentou mostrar um contraexemplo para a afirmação de que é impossível o Corinthians vencer, dizendo: “*Domingo provou que o que eles disseram não*” (T15). Elton e Ricardo procuraram responder ao argumento dos colegas, explicando que falavam especificamente da Copa Libertadores da América<sup>63</sup> (T18: “*É impossível ganhar a Libertadores*” e T19: “*Ganhou a Libertadores? Então...*”). Porém, Alice não compreendeu o argumento de Ricardo e Elton, e afirmou que eles estavam errados. Em seguida, Marisa entrou na discussão, dizendo que o grupo não tinha falado da vida real, mas criado uma situação que simule a vida real (T24 e T27: “*É, eu acho que... não está falando da vida real*”).

Após a mudança de foco, sobre a qual discorremos anteriormente, Joyce, procurou novamente trazer esse assunto para a discussão (T35). Alice, mais uma vez refutou a afirmação do grupo, argumentando que não poderiam dizer que seria impossível um time vencer, independente da preferência que se tem sobre um time (T41). Joyce ressaltou a fala de Alice, mas em seguida, Leonardo trouxe um novo elemento para o debate (T43: “*Não, ô sora. Agora eu concordo, sabe por quê? Eles falaram isso por que o Corinthians foi desclassificado da Libertadores então, nesse ano era IMPOSSÍVEL ganhar a Libertadores. Por quê? Foi desclassificado*”), sobre o qual, Elton e Ricardo, já

<sup>61</sup> Cf. original: “Suerte [e] Destino”

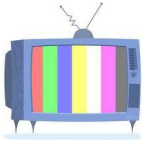
<sup>62</sup> Cf. original: “Más allá de su comprensión intuitiva, la probabilidad puede contemplarse como razón de posibilidades a favor y en contra, evidencia proporcionada por los datos, grado de creencia lógico o personal, propensión y modelo matemático que nos ayuda a comprender la realidad”

<sup>63</sup> A Copa Libertadora da América, também conhecida por Taça Libertadores da América é organizada anualmente pela Confederação Sul-Americana de Futebol. Em 2009, o campeonato teve início no mês de janeiro e o Corinthians não estava entre os times participantes, pois não foi classificado nas eliminatórias.

haviam tentado esclarecer, não obtendo êxito. O argumento de Leonardo foi suficiente para pôr fim a esse assunto no debate, pois justificou a escolha do grupo pela palavra *impossível*.

#### 4.4.3 Por meio da linguagem é possível estabelecer relações entre diferentes ambientes

Para melhor compreensão acerca do episódio 6, oferecemos, a seguir, a transcrição da apresentação do trabalho de um dos grupos, cujas afirmações se tornaram foco do momento do debate escolhido para compor o próximo episódio (episódio 6).



Márcio, Marlon, Murilo, Patrick e Pedro.

Márcio: *Olá, tudo bem, como vai? Bom dia!*

Pedro: *Está começando mais um Jornal Matinal. Bom dia! Vamos à notícia, caro telespec<sup>64</sup>!*

Márcio: *Esportes: é certo a contratação de Diego Souza pelo Corinthians. É possível que o tal jogador se apresente no Parque São Jorge ainda essa semana!*

[pausa longa e risos]

Pedro: *Nesta segunda feira, Dunga apresentou ( ) com a lista da seleção Brasileira. É seguro que Ganso e Neymar não irão para a Copa.*

Márcio: *Dê sua opinião no nosso twitter@jornalmatinal.*

Pedro: *Agora, caro telespec, já são duas chacinas em menos de 24 horas, em São Paulo.*

Márcio: *Duas, Pedro?!*

Pedro: *Duas!*

Márcio: *Caramba, Pedro!*

[pausa e risos]

Márcio: *Agora, vamos ao nosso enviado especial que está na Marginal Pinheiros. Como está o trânsito aí, Marlon?*

[Marlon com a mão no fone de ouvido espera como se o som estivesse atrasado (delay)]

Marlon: *Bom dia, Márcio. É... Aqui, na Marginal Pinheiros, está um caos o trânsito.*

Márcio: *E é provável que melhore ou piore, Marlon?*

[pausa]

Marlon: *É provável que piore, Márcio, e chova ainda.*

Márcio: *Obrigado, Marlon, voltamos aos nossos estúdios.*

FIGURA 19 – Transcrição de jornal ‘Jornal da Matinal

<sup>64</sup> Mantivemos a grafia dessa maneira, pois se tratava de uma brincadeira feita pelo aluno.

Uma vez compartilhada a transcrição da apresentação do trabalho feito pelo grupo, mostraremos agora o episódio 6, parte do debate mencionado anteriormente.



[10'08'']

T1 Amanda [perguntando para o grupo do Marlon]: *O que o caos do Trânsito tem a ver com a probabilidade de chuva que você falou?*

T2 Marlon: *Não, porque ele perguntou assim: “Marlon, vai piorar?” Eu falei assim: “Vai piorar e vai chover também.”*

T3 Joyce: *“Vai piorar e vai chover também”, foi isso que ele disse?*

T4 Amanda: *É provável que chova, eu entendi.*

T5 Márcio: *Repete a pergunta pra mim.*

[enquanto Amanda repetia a pergunta para Márcio, Leonardo comentava algo com a professora]

T6 Márcio [para Amanda]: *Se chover mais vai aumentar o trânsito, entendeu?*

[

T7 Joyce: *Gente, o Leonardo está justificando, está ajudando o Marlon. Fale o que você falou para mim.*

T8 Leonardo: *Na China... que tem muito carro, como a poluição sobe, as nuvens ficam pesadas e acaba chovendo. Na China.*

[há algumas manifestações inaudíveis.]

T9 Joyce: *Gi, pode falar.*

T10 Giovanna: *Em São Paulo também está acontecendo isso, a causa da chuva que tá acontecendo agora, é justamente por causa disso. Porque tem congestionamento o tempo inteiro, aí acaba ( ).*

T11 Maria Carolina: *Eu adorei o jornal deles, achei super espontâneo, só que eles não deveriam ter ficado tão assim na folha [olhando para baixo].*

T12 Marlon: *Ah, eu falei do jeito que vocês fizeram assim sabe? Eu falei para eles fazerem, só que eles não quiseram.*

[12'06'']<sup>65</sup>

FIGURA 20 – Episódio 6: O que o caos do Trânsito tem a ver com a probabilidade de chuva?

<sup>65</sup> Neste ponto do debate a discussão teve seu foco modificado, após um questionamento feito pela aluna Marisa.

#### 4.4.3.1 Ações mediadas no episódio 6

##### 4.4.3.1.1 Ações mediadas pelas ferramentas pedagógicas

A realização do debate para discutir os trabalhos elaborados pelos grupos constituiu uma importante ferramenta pedagógica, por haver possibilitado que os alunos pensassem em seus trabalhos a partir das questões levantadas pelos seus pares. Também proporcionou a eles, a oportunidade de explanarem aos colegas seus pontos de vista e o porquê de terem escolhido certas palavras para compor as notícias apresentadas.

Consideramos que esse movimento foi muito importante, porque, na busca para responder questões sobre seus trabalhos, e a partir das respostas dadas pelos colegas, o sentido que atribuíam à linguagem probabilística pôde ser ampliado e modificado por meio da comunicação verbal, elemento fundamental para o desenvolvimento do pensamento, uma vez que: “O pensamento vem quando se está falando; e, aliás, frequentemente descobre-se o que pensamos, falando a alguém sobre o que pensamos. Portanto, o pensamento não se exprime na linguagem, a linguagem realiza o pensamento” (CLOT, 2006, p. 22). Desse modo, o contexto criado na sala de aula, colocou a linguagem em movimento e, portanto, também o pensamento. Mesmo os alunos que não falaram muito durante a discussão, pareciam envolvidos, como pudemos constatar em nossas anotações de campo.

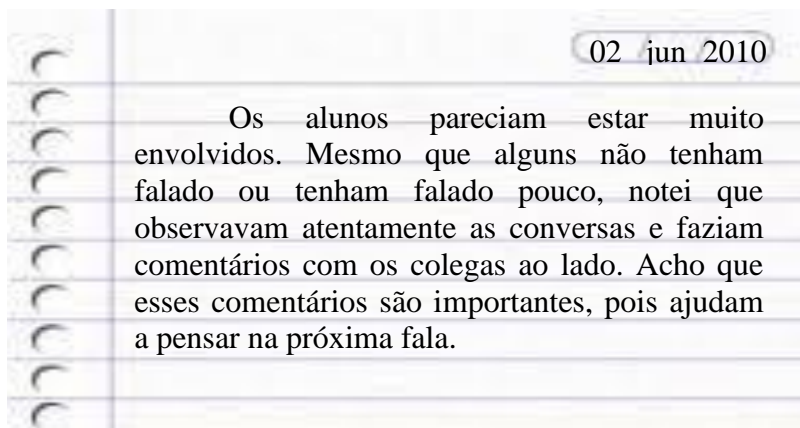


FIGURA 21 – Excerto do diário de campo da pesquisadora

Certamente, nem todos os alunos participaram ativamente da discussão; no entanto, constatamos que a professora não precisou interferir na discussão como o fizera nas socializações ocorridas anteriormente.

No que concerne à opção pelo debate para discutir a socialização dos trabalhos, trata-se de uma ideia que surgiu do movimento da colaboração entre pesquisadora e professora--pesquisadora colaboradora, como narramos anteriormente. Vale ressaltar que esse debate trata de uma espécie de socialização da socialização, pois, os trabalhos foram socializados por meio do uso do gênero ‘telejornal’, adotado para as apresentações, e esses foram discutidos no debate.

#### **4.4.3.1.2 Ações mediadas pela professora**

Durante este episódio, houve poucas falas proferidas por Joyce e, embora isso possa ter ocorrido por se tratar de um episódio relativamente curto, o fato de os alunos estarem já há algumas aulas envolvidos nessa dinâmica de interação e comunicação, ajuda a explicar a situação. Além disso, durante a elaboração dos trabalhos, houve participação efetiva dos alunos, o que indica seu interesse nos assuntos discutidos, sentindo-se mais seguros para se envolverem na discussão.

Mesmo assim, consideramos que a mediação feita através das falas da professora tenha sido determinante para o caminho seguido na discussão, como observamos em T7 (“*Gente, o Leonardo está justificando, está ajudando o Marlon. Fale o que você falou para mim*”), ou em T9, quando Joyce introduz certos alunos na discussão.

Durante o debate, Joyce se manteve sentada junto aos alunos, compondo também o círculo formado por eles, diminuindo assim, a posição de autoridade perante a sala. No que tange à postura adotada pela professora, pudemos observar mudanças com relação aos primeiros episódios; essa prática ajudou a melhorar o diálogo entre professora e alunos.

Nesse sentido, concordamos com Alro e Skovsmose (2010, p. 130), quando ponderam: “Professor e aluno são posições diferentes, profissionalmente falando; do contrário, não haveria ensino. Contudo, eles podem tentar ser igualitários no nível das relações e comunicações interpessoais”. Assim, essa postura adotada pela professora, combinada com outros fatores, como o fato de os alunos estarem começando a habituar-se a discussões como essa e ficando mais à vontade para expressar suas ideias, bem como o extremo envolvimento dos grupos durante o desenvolvimento do ‘telejornal’ proposto, culminaram num maior envolvimento dos alunos na discussão.



#### 4.4.3.2 Circulação das significações probabilísticas no episódio 6

A discussão começou, quando Amanda questionou o contexto utilizado por um dos grupos para inserir a palavra *probabilidade* (T1). Amanda dirigiu a pergunta a Marlon que, durante sua fala na encenação, havia mencionado a probabilidade de chuva e o caos no trânsito. Em seguida, Marlon tentou explicar que não havia relacionado as duas coisas (T2), porém não obteve êxito, pois Amanda continuou com sua dúvida.

Joyce interveio, questionando se a fala de Marlon naquele momento do debate (T2), fora a mesma frase empregada durante a apresentação (T3).

Nesse momento, Márcio – que estava sentado fora do círculo formado pelos alunos — começou a participar da conversa, pedindo que Amanda repetisse a pergunta; pareceu--nos, contudo, que ele já sabia o que ela havia perguntado. Amanda repetiu a pergunta e Márcio, prontamente, respondeu (T6: “*Se chover mais vai aumentar o trânsito, entendeu?*”), demonstrando estar incomodado com o questionamento.

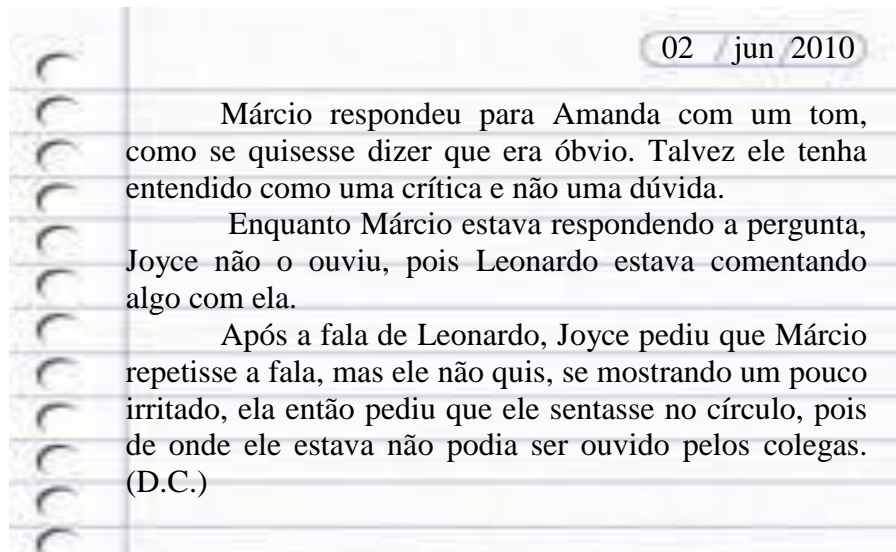


FIGURA 22 – Excerto do diário de campo da pesquisadora

A fala de Márcio não foi muito discutida, pois, antes mesmo que ele terminasse de argumentar, Joyce pediu atenção dos alunos para a fala de Leonardo que, por sua vez, procurou ajudar Marlon a explicar a relação probabilidade e o contexto apresentado pelo grupo dizendo: “*Na China... que tem muito carro, como a poluição sobe, as nuvens ficam pesadas e acaba chovendo. Na China*” (T8). Giovanna, ouvindo a fala de Leonardo, acrescentou um novo argumento à discussão: “*Em São Paulo*

*também está acontecendo isso, a causa da chuva que tá acontecendo agora é justamente por causa disso. Porque tem congestionamento o tempo inteiro, aí acaba ( )*” (T10). Os argumentos colocados por Leonardo e Giovanna mostram o estabelecimento de relações entre a linguagem probabilística e uma situação do cotidiano, evidenciando que os sistemas simbólicos, sobretudo a linguagem “exercem um papel fundamental na comunicação entre os indivíduos e no estabelecimento de significados compartilhados que permitem interpretações dos objetos, eventos e situações do mundo real” (OLIVEIRA, 1993, p. 40).

O grupo que apresentou esse ‘telejornal’, também estabeleceu relações entre o cotidiano e a linguagem probabilística, embora, durante a discussão, não tivesse conseguido esclarecer sua linha de pensamento.

Tanto Márcio quanto Giovanna e Leonardo relacionaram a probabilidade de chuva com o trânsito e, ao fazerem isso, deram sentidos diferentes à situação. Márcio argumentou que, sendo confirmada a hipótese de que choveria, já que Marlon afirmou haver probabilidade de chuva, o trânsito se tornaria mais lento, por causa da chuva. Por outro lado, Leonardo e Giovanna explicaram que, se o trânsito aumentasse, seria a causa da chuva e, portanto, haveria probabilidade de aumento do trânsito, — como afirmou Marlon — isso implicaria na probabilidade de chuva. Desse modo, esses alunos ajudaram a constituir um ambiente onde a troca de diferentes informações sobre um mesmo tema, pode ajudar na elaboração conceitual de todos os inseridos em tal ambiente, pois como afirma Vigotski o conceito é a palavra, e “o sentido real de cada palavra, é determinado, no fim da contas, por toda a riqueza dos momentos existentes na consciência e relacionados àquilo que está expresso por uma determinada palavra” (VIGOTSKI, 2000, p. 466).

#### **4.5 Relações entre Espaço Físico e Medida de Chances**

O próximo episódio foi retirado da socialização da tarefa 4 (o jogo ‘Corrida até o topo’). Estava previamente planejado que, antes de começar a jogar, os alunos deveriam registrar em uma folha os resultados que previam para o jogo, bem como a escolha da cor que ‘defenderiam’, já que a competição era entre as cores e não entre os alunos. Quando a tarefa foi realizada na 8ª série A — ainda não havia sido realizado no 1º ano B —, surgiu a ideia de incluir nos registros que deveriam ser feitos, uma

descrição física da roleta, com o intuito de ‘obrigar’ os alunos a se aterem à divisão das cores na roleta. Desse modo, quando a tarefa foi realizada no 1º ano B, Joyce instruiu os alunos a registrarem todos esses aspectos, a previsão para jogo; cada cor ‘defendida’ e por quem; e também, a descrição física da roleta.

Quando os grupos terminaram os jogos, os alunos arrumaram suas carteiras de modo a formar um círculo, a professora permaneceu em pé na frente da sala, mudando de lugar quando necessário. A socialização foi iniciada pela discussão dos jogos com a terceira roleta:

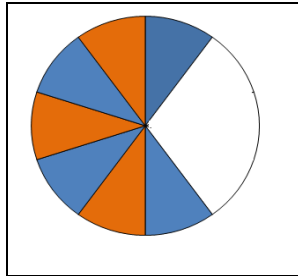


FIGURA 23 – roleta três

Primeiramente, deveriam ser feitas as descrições da roleta registradas por cada grupo; assim, os alunos passaram os primeiros minutos da discussão — aproximadamente 8 minutos — conversando sobre as descrições que fizeram sobre a roleta. Alguns grupos fizeram descrições mais simples como: a roleta tem 4 espaços azuis, 1 branco e 3 laranjas; outros grupos usaram porcentagens ou frações para representar as divisões das cores na roleta. Depois de muitas argumentações e contra-argumentações sobre a melhor maneira de dividir a roleta, a ideia que acabou predominando foi a de que as cores estariam divididas na roleta, da seguinte maneira: 40% azul, 30% branco e 30% laranja. Assim, este episódio se inicia com o questionamento feito pela aluna Marisa, que, durante a primeira parte da discussão, não concordava com as afirmações que corroboravam a divisão apresentada acima.



[7'57'']

T1 Marisa: *Tá. Beleza. Mas pergunta: por que... porque assim, no meu jogo um... como é 30% do laranja e 30% do branco, o branco conseguiu apenas uma rodada e o laranja?*

T2 Joyce: *Por quê? É uma boa pergunta. Deixa eu só observar o jogo delas.*

[Joyce pega a folha de registro do grupo e leva para a frente da sala]

T3 Marisa: ( ) *em relação à porcentagem.*

T4Joyce: *Vocês querem explicar como é que vocês definiram a regra?*

T5 [não identificado]: *Ô professora.*

T6 Joyce: *Oi.*

T7 Giovanna: *Professora, mas uma coisa é*

[A discussão foi interrompida aos 8'13'', quando um aluno avisou que a bateria de uma das câmeras estava se esgotando. Quando Joyce se dirigiu até sua mesa para pegar a câmera, no caminho, Marcos lhe mostrou sua roleta e lhe disse algo que não foi possível ouvir. Joyce pediu que ele fosse até a lousa para mostrar o que tinha feito, Marcos levantou-se e foi até a lousa e começou a desenhar algo. A discussão foi retomada aos 9'43'', quando Giovanna chama Joyce – que vai até sua carteira – e explica algo à professora]

T8 Joyce: *Pessoal! Palavra é da Gi. Fale mais alto Gi.*

T9 Giovanna: *Não é porque o azul tem 40% que é certeza que ele vai ganhar. Ele tem mais chance de ganhar. Mas::... se tivesse 10% do laranja, por exemplo, ele poderia ganhar.*

T10 Maria Carolina: *Depende da vontade da seta também né?*

T11 Joyce: *E aí o que*

[

T12 Joyce: *Por que, o que ocorreu no delas? O branco saiu uma vez só, gente. E aí elas falaram, não é possível que o branco tenha a mesma chance que o laranja, porque o laranja saiu muito mais. Por isso que elas ficaram*

[

T13 Marisa: *E também*

[

T14 Amanda: *E o outro jogo o branco ganhou.*

T15 Joyce: *Já no outro jogo o branco ganhou. O que isso quer dizer então?*

T16 Henry: *Que o branco tem a mesma chance do laranja.*

T17 Marisa C: *Depende um pouco da forma que você gira a seta e também do jeito que isso aqui tá preso, porque no primeiro jogo ele tava mais assim [mostrando a roleta]*

T18 Joyce: *Depende da seta, segundo a Mariana. Do jeito que você*

T19 Henry: *Não, depende da quantidade.*

T20 Maria Carolina: *Eu acho que depende*

T21 Joyce: *Depende da quantidade? Olha a pergunta que eu vou fazer pra sala. Pessoal.*

[Marcos ainda não concluiu seu desenho na lousa]

T22 Joyce: *É certo que o azul vai ganhar por que ele tem 40%? Eu posso falar?*

T23 Henry: *Não professora.*

T24 Giovanna: *Não.*

T25 Joyce: *Eu posso falar que é certo que a azul vai ganhar?*

T26 [não identificado]: *Mas depende a força que você gira a setinha também.*

T27 Maria Carolina: *Depende da força que você gira a seta e depende do...*

T28 Henry: *Não, ( ) se fosse só o azul, aí é certo.*

[vários alunos falam ao mesmo tempo]

T29 Joyce: *Quando que eu posso falar que é certo que o azul vai ganhar?*

T30 Giovanna: *Se fosse 100%.*

T31 Joyce: *Quando der 100% da cor?*

T32 Giovanna: *Se for 100% da cor ( ), agora, se tiver um só de outra cor, se a seta cair toda hora, o que você pode fazer?*

T33 Joyce: *Entendi. Vocês concordam com a Giovanna? E com o Ricardo? Porque o Ricardo também falou que eu só posso falar que é certo quando é 100% da mesma cor, se tiver um pedacinho de outra cor eu não posso falar que é certo?*

T34 Lúcio: *Ô professora, o nosso grupo pensou assim, que a branca, mesmo*

T35 Joyce: *Eu quero ouvir o Lúcio falando [porque muitos alunos falavam alto e ao mesmo tempo] pode falar Lúcio.*

T36 Lúcio: *Que a branca mesmo ela:: sendo a chance dela menor, ela não tem interrupção de nenhuma outra cor..*

T37 Joyce: *Ela não tem interrupção?*

T38 Lúcio: *É, interrupção.*

T39 Joyce: *Porque as outras estão intercaladas?*

T40 Lúcio: *É*

T41 Joyce: *Vocês acham que isso implica?*

T42 Giovanna: *Mas professora*

T43 Maria Carolina: *Por que nosso jogo*

T44 Joyce: *O que importa dentro de um círculo...assim, o fato dela não ta intercalada, a parte branca...isso quer dizer que a hora que eu rodar a roleta, a possibilidade da*

*setinha cair na parte branca é maior só porque ela não tá intercalada?*

T45 Marcos: *Não.*

T46 Joyce: *O que vocês acham?*

T47 Marlon: *É mais fácil cair na azul, professora.*

T48 Giovanna: *Porque olha, o primeiro jogo, o nosso primeiro jogo o branco caiu pouco, mas no segundo jogo caiu metade do azul [do branco], entendeu?*

T49 Joyce: *Do branco?*

T50 Giovanna: *É. Então, não é ( ) porque num jogo ele foi totalmente ruim, no outro ele foi*

T51 Joyce: *Um pouco melhor.*

T52 Giovanna: *Foi melhor.*

T53 Joyce: *Agora, o fato da gente ter essa probabilidade que vocês falaram aí, 40% para o azul, 30% para cada uma das outras cores, isso quer dizer que cada vez que eu for jogar... porque vocês jogaram duas vezes, eu poderia ter jogado mais. Se eu olhar o resultado da sala como um todo... cada um estabeleceu uma regra, teve gente que estabeleceu regras iguais aqui, mas vocês acham que por conta disso, o resultado vai ser sempre igual?*

[alguns alunos respondem não]

T54 Joyce: *Ficou claro pra vocês? Teve alguém aqui que ocorreu a mesma coisa?*

T55 Marisa: *Eu agora, to quebrando a cabeça, porque*

[

T56 Joyce: *Gente, eu acabei dispersando aqui, desculpe, enquanto o Marcos estava desenhando, eu fui ouvindo vocês, a gente estava discutindo. Explica pra gente, Marcos, como é que você fez. [Marcos mostra que dividiu a parte branca em três partes]*

T57 Joyce: *Porque você dividiu em três partes?*

T58 Marcos: *Por que ali... tipo... se fizer uma reta... vai dar certo.*

T59 Joyce: *Vai dar certinho. Em quantas partes está dividido então?*

T60 Márcio: *10.*

T61 Joyce: *Então, se for pensar da forma que o Marcos... desculpa tá, Marcos, de eu ter virado as costas... então, qual a probabilidade de cair branco?*

T62 Maria Carolina: *Ah! Probabilidade.*

T63 Marcos: *30%.*

T64 Joyce: *30%. 15% você falou?* [perguntando para Matheus]

T65 Marcos: *Laranja 30% e o azul 40%.*

T66 Matheus: *Eu não.*

T67 Joyce: *30% que tem 3 partes...o azul...40 [por cento]*

T68 Marcos: *Se são 10 partes e... tipo... cada uma tem uma quantidade*

T69 Joyce: *Qual a quantidade de cada parte?*

T70 Marisa: *10%.*

T71 Joyce: *10%*

T72 Marcos: *10%, se são 100*

T73 Marisa: *Porque a gente está pegando isso como o todo, o todo é 100%, se está dividido em 10 partes, 10% cada parte, então 40% pro azul.*

T74 Joyce: *Olhando para o desenho lá, alguém discorda da divisão que o Marcos fez?*

T75 Joyce: *Vocês concordam com essa divisão aqui?*

T76 Ricardo: *Ô professora, na verdade, nós colocamos o laranja como neutro.*

T77 Joyce: *Ah tá, mas para o jogo de vocês, mas se concordam com a probabilidade do branco sair? Que seja de 30%? Por que ele dividiu em três partes ali, vocês concordam ou não?*

[Elton fala baixinho para Ricardo: concorda]

T78 Ricardo: *Concorda.*

T79 Joyce: *Certeza?*

T80 Ricardo: *Ele tá falando aqui que concorda ele deve saber* [apontando para Elton que, estava ao seu lado]

T81 Joyce: *Não, mas concorda por quê?*

T82 Ricardo: *Fala.* [chamando Elton]... *Eu não entendi a pergunta...*

T83 Joyce: *Não, a minha... é... o Marcos foi dividir lá, e dividiu isso aqui* [mostrando a parte branca da roleta na mesa de Ricardo] *em três partes* [

T84 Ricardo: *Concordo.*

T85 Joyce: *Ele falou que tem três partes brancas, por que*

T86 Ricardo: *Concordo.*

T87 Joyce: *( ) ela não está dividida, mas que eu posso dividir em três partes.*

T88 Elton: *Concordo.*

T89 Ricardo: *Concordo.*

T90 Joyce: <i>Certeza?</i>
T91 Elton: ( )
T92 Joyce: <i>Tá, e se eu dividisse em quatro a parte branca, poderia?</i>
T93 [aluno não identificado]: <i>não ficaria igual.</i>
T94 Joyce: <i>Não ficaria igual?</i>
T95 Matheus: <i>Não, eu também acho que não.</i>
T96 Joyce: <i>Se eu dividisse em quatro, então, não estaria correto, sim ou não?</i>
[alguns alunos dizem que não]
T97 Ítalo: <i>Porque ( )</i>
[Joyce se aproxima dele]
T98 Joyce: <i>O Ítalo falou o seguinte: “Eu não posso dividir em quatro, porque em cima tem cinco, em baixo ( ), isso significa que eu não reparti em partes iguais”. É isso né. Ítalo?</i> [Ítalo balança a cabeça afirmativamente] <i>Então ele falou: “Eu não posso dividir em quatro, eu tenho que dividir em três”.</i>
[Ninguém contestou a afirmação, então, Joyce muda a discussão, começando a perguntar sobre as previsões de jogo]
[18’05’’]

FIGURA 24 – Episódio 7: O branco saiu uma vez só, não é possível que o branco tenha a mesma chance que o laranja, porque o laranja saiu muito mais.

## 4.5.1 Ações mediadas no episódio 7

### 4.5.1.1 Ações mediadas pelas ferramentas pedagógicas

Ao seguir o comando da tarefa, que pedia uma descrição física da roleta, os alunos precisaram refletir sobre a divisão de espaços para cada cor na roleta, precisaram comparar as áreas de cada setor e organizá-las no registro escrito. Além disso, deveriam fazer uma previsão sobre qual cor seria a vencedora; desse modo, a intenção era a de que os alunos pudessem estabelecer relações entre a divisão de cores na roleta e as previsões para a cor vencedora. Pudemos notar que essas relações foram estabelecidas em T63 e T65, quando Marcos, após desenhar a roleta na lousa e, após o questionamento feito pela professora (T61), definiu as probabilidades de sair cada uma das cores, em cada jogada.

Na primeira parte da discussão — que não foi relatada no episódio — foram comparadas algumas das descrições feitas pelos grupos de alunos, abrindo caminho para a reflexão sobre as relações as áreas dos setores da roleta e a ocorrência dos eventos, provocando uma instabilidade entre



os alunos, já que nem sempre as cores com maior probabilidade de vencer, chegaram, de fato, ao topo primeiro. A esse respeito, desenvolveremos outras ideias durante a análise da circulação das significações probabilísticas, mais adiante.

Compreendemos que a potencialidade dessa tarefa pôde ser contemplada sob dois aspectos. Primeiramente, a natureza empírica da tarefa permite aos alunos manusearem o material, realizarem o experimento eles mesmos, registrarem as ocorrências, compararem os resultados com as previsões que fizeram, além de compararem os próprios resultados entre si. Nesse sentido, concordamos com Lopes e Coutinho (2009, p. 69), quando assumem a “importância de vivenciar os experimentos, de observar efetivamente o desenrolar de um processo aleatório”. Embora as autoras destaquem que, para que os estudantes construam um significado, o experimento deve estar relacionado a contextos próximos do cotidiano deles, e o jogo apresentado na tarefa não esteja propriamente inserido no dia a dia dos alunos, acreditamos que a construção de sentido fora possibilitada pelo caráter lúdico da tarefa.

Em segundo lugar, visto estar a roleta dividida em três cores, embora a proposta previamente apresentada fosse de uma competição entre duas delas somente, os grupos ficaram livres para determinar uma parte das regras. Isso porque, na tabela recebida pelos alunos, apenas estavam mencionadas as cores azul e branco, e o modo como considerar (ou desconsiderar) a cor laranja deveria ser decidido pelo grupo. Talvez esse fato tenha causado diferenças demais entre os resultados, pois alguns grupos decidiram colocar também na competição a cor laranja e outros decidiram considerá-la como uma espécie de ‘jogue outra vez’. Contudo, essa roleta foi apresentada com a pretensão de propor um desafio maior para os alunos, que já haviam jogado com duas roletas relativamente mais simples. Como pudemos constatar durante o episódio, o objetivo foi alcançado, pois a inclusão de uma terceira cor na roleta ajudou a ocasionar uma discussão potencialmente significativa.

#### **4.5.1.2 Ações mediadas pela professora**

Uma vez mais, constatamos as mediações feitas pela professora, configurando-se em afirmações e questionamentos, procurando por vezes ressaltar a declaração feita por um aluno (T8, T31, T69 e T98: “*O Ítalo falou o seguinte: eu não posso dividir em quatro, porque em cima tem cinco, em baixo*”). Porém, notamos que houve muito mais falas da professora, tentando provocar reflexões sobre determinadas falas dos estudantes, como por exemplo, quando Joyce disse: “*Olhando para o desenho lá, alguém discorda da divisão que o Marcos fez?*” (T74), ou ainda: “*Tá, e se eu dividisse em quatro a*

*parte branca, poderia?”* (T92), ou em outros momentos da discussão (T4, T12, T15, T18, T21, T22, T25, T29, T33, T37, T39, T41, T44, T53, T54, T57, T61, T69, T75, T77, T79, e T96).

Destacamos alguns, dentre esses questionamentos. Primeiramente, quando Joyce questionou Marcos (que havia desenhado a roleta na lousa e dividido a seção branca em três, fazendo com que a roleta ficasse dividida em 10 partes iguais): *“Por que você dividiu em três partes?”* (T57). Mesmo que ela já soubesse a resposta para essa questão (ou pelo menos visse sentido na estratégia do aluno), Joyce propôs a questão em voz alta, para que Marcos pudesse compartilhar sua própria ideia com os demais colegas.

Além disso, foi Joyce quem introduziu a palavra *probabilidade* no debate; todavia, ao que parece, quando fez isso pela primeira vez (T53), pareceu ser algo espontâneo, não intencional, o que não avaliamos ter ocorrido na fala: *“Então, se for pensar da forma que o Marcos [...] então, qual a probabilidade de cair branco?”* (T61), quando Joyce pareceu instigar os alunos a conjecturar sobre o uso da palavra probabilidade.

Em determinado momento, Joyce iniciou a tentativa de uma reflexão em busca de generalização, quando em T53 (*“Agora, o fato de a gente ter essa probabilidade que vocês falaram aí, 40% para o azul, 30% para cada uma das outras cores, isso quer dizer que cada vez que eu for jogar... porque vocês jogaram duas vezes, eu poderia ter jogado mais. Se eu olhar o resultado da sala como um todo... cada um estabeleceu uma regra, teve gente que estabeleceu regras iguais aqui, mas vocês acham que por conta disso, o resultado vai ser sempre igual?”*), Joyce cogitou a hipótese de reunir os resultados dos jogos realizados por todos os grupos, questionando se os resultados seriam iguais. Em seguida, pareceu estar buscando o *feedback* dos alunos, para seu questionamento, dizendo: *“Ficou claro pra vocês?”* (T54).

Ao questionar um dos grupos, dizendo: *“Ah tá, mas para o jogo de vocês, mas se concordam com a probabilidade do branco sair? Que seja de 30%? Porque ele dividiu em três partes ali, vocês concordam ou não?”* (T77), Joyce procurou, ante a afirmação feita por Ricardo, verificar se o grupo desse aluno havia alcançado a ideia colocada anteriormente pelos colegas.

Notamos que Joyce quis incentivar a participação dos alunos, em algumas de suas mediações, como, por exemplo, afirmando *“é uma boa pergunta”* (T2), ou quando incluiu a fala de Ricardo ao questionar a classe (T33: *“Entendi. Vocês concordam com a Giovanna? E com o Ricardo? Porque o Ricardo também falou que eu só posso falar que é certo quando é 100% da mesma cor, se tiver um pedacinho de outra cor eu não posso falar que é certo?”*). Ou, ainda, quando pediu silêncio aos alunos

para que Lúcio pudesse ser ouvido (T35). Essa atitude também pode ser vista em T56, quando Joyce retomou a discussão para a divisão das cores na roleta, chamando a atenção para o desenho de Marcos na lousa. Nessa ocasião, é interessante observar que a professora teve que fazer uma escolha, ao abdicar da fala de Marisa (pode ser percebido em T55 e T56) e colocar Marcos como interlocutor no debate, mesmo que não tenha percebido ter feito essa escolha. Ainda nessa direção, Joyce deixa clara a importância da contribuição do aluno Marcos, ao pedir desculpas por ter virado de costas e demorado para perceber que ele terminara seu desenho na lousa (T56 e T61).

#### 4.5.2 Circulação de significações probabilísticas no episódio 7

A instabilidade provocada pela experiência, quando nem sempre as cores com maior probabilidade de vencer, chegaram ao topo primeiro e pode ser notada na própria fala que inicia esse episódio. Nessa fala, a aluna Marisa concordou — depois de muita discussão — com as analogias feitas por alguns colegas, indicando que a roleta estaria dividida de forma que as cores, branca e laranja ocupassem cada uma, 30% da área e, a cor azul ocupasse os 40% restantes, completando assim a roleta.. Porém, logo em seguida, Marisa perguntou o porquê de as ocorrências das cores, branca e laranja terem sido tão diferentes no decorrer do primeiro jogo do grupo (T1: “*porque... porque assim, no meu jogo um... como é 30% do laranja e 30% do branco, o branco conseguiu apenas uma rodada e o laranja?*”). Em T14, Amanda (do mesmo grupo de Marisa) alimentou a dúvida de Marisa, afirmando que, em contrapartida, a cor branca venceu no jogo seguinte.

Diante disso, Joyce propôs uma questão para a sala (T15: “*O que isso quer dizer então?*”) sobre o experimento relatado pelo grupo (dois jogos em cujos resultados, a cor branca saiu apenas uma vez em um deles, e no outro, a cor branca venceu). Henry, respondendo ao questionamento da professora, associou os resultados dos experimentos com as divisões de espaço discutidas anteriormente: “*Que o branco tem a mesma chance do laranja*” (T16).

Maria Carolina procurou explicar essas diferenças entre previsões e resultados, incluindo na discussão a possível interferência de fatores externos, ao dizer: “*Depende da força que você gira a seta [...]*” (T10, T17 e T27). O que evidencia a preocupação em analisar toda a situação de ocorrência do evento, e não apenas as informações hipotéticas.

Um fato interessante é que na primeira indagação do episódio, feita por Marisa, a aluna Giovanna fez uso da palavra *chance*, relacionando-a com a porcentagem anteriormente atribuída a cada cor, conforme o espaço ocupado por elas na roleta. Giovanna argumentou que não importava se uma das cores estivesse representada em um espaço maior, havendo uma pequena parte de outra cor, essa cor também poderia vencer (T9: “*Não é porque o azul tem 40% que é certeza que ele vai ganhar. Ele tem mais chance de ganhar. Mas:... se tivesse 10% do laranja, por exemplo, ele poderia ganhar*”). Contudo, mesmo que dotado de lógica, o argumento da aluna, naquele momento da discussão, não pareceu ter feito muito sentido para alguns alunos, que continuaram discutindo os experimentos.

As colocações de Giovanna somente voltaram a fazer parte da discussão um pouco mais adiante. O primeiro indício sobre isso aparece na fala de Henry: “*Não, depende da quantidade*” (T19), que discordou da colocação de Maria Carolina (T17: “*Depende um pouco da forma que você gira a seta e também do jeito que isso aqui tá preso [...]*” e T20) sobre a forma de girar a seta influenciar no resultado.

Em seguida, através de uma mediação da professora (T21 e T22), a discussão relativa às colocações de Giovanna foi retomada e Henry, Giovanna e Ricardo corroboraram a ideia de que não se pode afirmar que uma cor será vencedora, a menos que esta ocupe a roleta toda, como podemos observar em T23, T24, T28, T30 (“*Não, ( ) se fosse só o azul, aí é certo*”), T32, T33 e T47 (“*É mais fácil cair na azul, professora*”).

Ainda assim, Maria Carolina (acompanhada por outro aluno que não pudemos identificar) pareceu manter sua posição inicial sobre a dependência de fatores externos, dizendo: “*Mas depende a força que você gira a setinha também.*” (T26, ou em T27).

Lúcio, por sua vez, mostrou não concordar totalmente com a ideia de a cor branca estar em desvantagem, e, falando em nome de seu grupo (T34), ponderou que, apesar de a cor branca ocupar apenas 30% da roleta, o fato de estar sem interrupções (termo usado pelo aluno), estaria conferindo ao branco certa vantagem em relação às cores que estavam distribuídas na roleta (T36: “*Que a branca mesmo ela:: sendo a chance dela menor, ela não tem interrupção de nenhuma outra cor...*”). No entanto, apesar de vários alunos terem concordado, outros refutaram a afirmação feita por Lúcio (entre os turnos T41 e T42); Giovanna e Maria Carolina tentaram iniciar uma argumentação, mas não puderam concluir, pois foram interrompidas pelo andar da discussão (o que pode ser visto em T42 e T43). Marcos afirmou categoricamente sua discordância (T45) e Marlon reiterou a ideia de que o azul teria mais chances de sair, dizendo: “*É mais fácil cair na azul, professora*” (T47). Giovanna contra-

argumentou respaldando-se nos resultados da experiência dos jogos feitos por seu grupo, que foi usada pela professora como um ‘gancho’ para propor uma nova conjectura à sala.

No decorrer da socialização, os alunos já estavam discutindo sobre as chances de ocorrência de cada uma das cores, ao girar a seta na roleta, embora não fizessem uso da palavra *probabilidade*. Como já salientamos, essa palavra foi introduzida na discussão pela professora, e quando isso aconteceu, Maria Carolina pareceu ter relacionado a fala de Joyce com outra situação, ao exclamar: “Ah! *Probabilidade*” (T62). Talvez porque tenha sido Maria Carolina a responsável por sugerir a palavra no primeiro episódio.

Marcos, todavia, pareceu seguro ao responder à indagação da professora e definir as medidas de chances para cada uma das cores (T63 e T65: “*Laranja 30% e o azul 40%.*”). Nesse momento, definitivamente, as relações entre as áreas e as medidas de chances foram estabelecidas, o que se pode perceber em T68, T70, T72, T73 (“*Porque a gente tá pegando isso como o todo, o todo é 100%, se tá dividido em 10 partes, 10% cada parte, então 40% pro azul...*”). Porém, isso fica evidente apenas na fala de alguns alunos, não podemos afirmar que outros também tenham concluído o mesmo.

Interessante salientar que a aluna Marisa mostrou, claramente, ter mudado de opinião em T70 e T73, pois quando iniciou esse episódio (T1), embora alegasse concordar com a divisão de espaços oferecida pelos colegas, não parecia estar realmente convencida, já que questionara a ocorrência dos eventos em seu experimento. Antes dessa discussão, Marisa afirmava que a roleta deveria ser dividida em 11 partes, e não 10 como os colegas sugeriram. Entretanto, nesse ponto do episódio, Marisa proferiu uma explicação corroborando a opção de dividir a roleta em 10 seções e atribuir 10% de chances para cada setor. Enfim, quando a professora quis confirmar se os alunos haviam acompanhado a discussão, Ítalo (T97, repetida pela professora em T98), explicou os motivos da divisão, e não foi confrontado por nenhum dos colegas, pondo fim a esse episódio.

Possivelmente, nem todos os alunos que participaram dessa discussão, estabeleceram tais relações entre a palavra *probabilidade*, as medidas de área dos espaços em porcentagem e a quantidade de chances; no entanto, a circulação de significações pôs o conceito em movimento, oferecendo a possibilidade de alguma aprendizagem a esses alunos, acerca desses conceitos e, por conseguinte, de algum desenvolvimento positivo.

## 4.6 Analisando Eventos e Comprando Chances

O episódio que apresentaremos a seguir, foi retirado da socialização da tarefa 5, na qual os alunos deveriam jogar ‘A travessia do rio’<sup>66</sup>; cada jogador, ou dupla como ocorreu, deve organizar 12 peças em um tabuleiro que representa um rio e suas margens e lançar dois dados calculando a soma dos valores obtidos. Caso o jogador tenha alguma peça no lugar correspondente ao número obtido na soma dos dados, atravessa para a outra margem do ‘rio’. A tarefa foi realizada em três etapas diferentes. Na primeira delas, os alunos receberam o tabuleiro já marcado com o modo de disposição das peças, sendo que uma das peças de um dos lados se encontrava na casa de número 1 e como na soma dos valores obtidos ao lançar dois dados é impossível conseguir o número 1, as duplas que jogassem com essas peças, não teriam chance alguma de vencer.

Na segunda fase, algumas das peças já estavam dispostas em determinadas posições e os alunos poderiam escolher em quais casas dispor as demais.. Na última etapa, as escolhas ficaram totalmente a cargo dos jogadores. Após realizar todas essas fases, Joyce pediu que os alunos organizassem suas carteiras formando um círculo, para que pudessem socializar suas escolhas, quando possível, e os resultados obtidos nos diferentes jogos. Depois de discutir as etapas 1 e 2, questionando se os jogos eram justos ou não, de acordo com as peças que já estavam arrumadas no tabuleiro, Joyce começou a analisar as escolhas feitas pelos grupos para a fase 3, na qual os alunos deveriam escolher em que números do tabuleiro colocar suas fichas. Joyce escolheu um dos grupos e pediu que eles compartilhassem suas escolhas com os colegas da sala para que pudessem avaliá-las e dessa discussão iniciou-se o seguinte episódio:



[3'23'']

T1 Joyce: *E o 12 é mais difícil. Por que o 12 é mais difícil?* [voltando-se novamente para Eduardo]

T2 Murilo: *Não, o 2 também é difícil.*

T3 Joyce: *Por que Matheus?*

T4 Murilo: *Porque são os dois números menores... E o 12 é também.*

<sup>66</sup> Ver página 82 do capítulo três deste trabalho.

T5 Joyce: *Por quê?*

T6 Murilo: *Porque são os 2 números maiores.*

T7 Joyce: *Dois números maiores. Tá. E o 3? É difícil de sair?*

T8 Murilo: *Também.*

T9 Leonardo: *Não muito.*

T10 Murilo: *Mas não tão quanto o 2.*

T11 Giovanna: *Não. É.*

T12 Murilo: *Por quê?* [

T13 Giovanna: *A diferença do dois e do três é a mesma.*

T14 Joyce: *Por que não tão quanto o 2?* [ainda se referindo à afirmação de Murilo]

T15 Giovanna: *Porque só tem um jeito de cair 2 e um jeito de cair 3.*

T16 Joyce: *Só um jeito de cair?*

T17 Giovanna: *Um jeito de cair 11, um jeito de cair 12.*

T18 Murilo: *Imagina que dá um.*

T19 Giovanna: *E como vai cair o 3?*

T20 Murilo: *Assim ó.*

T21 Giovanna: *1 e 2 só. E o 11, 5 e 6 só.*

T22 Leonardo: *Ah, mas o 11 saiu bastante na nossa jogada.*

T23 Joyce: *É mais fácil sair 3 ou sair 2?*

T24 Leonardo: *3.*

T25 [aluno não identificado]: *Por que não pode cair um?*

T26 Italo: *Eu apostei no 1.*

T27 Giovanna: *É a mesma.*

T28 Leonardo: *Apostei no 3, porque o 2 demorou para sair.*

T29 Joyce: *Hã?*

T30 Leonardo: *Apostei no 3, porque o 2 demorou para sair.*

T31 Joyce: *O que vocês acham?*

T32 Leonardo: *Brincando, saiu 4 vezes o 3 depois que nós paramos.*

T33 Joyce: *Tá. Vocês tinham dois dados brancos, ok? E se eu dou para vocês um dado vermelho e um dado verde?*

T34 Leonardo: *Azul. Não. Azul.*

T35 Joyce: *Que seja, obrigada. Ah... Márcio. Se eu der para vocês um dado vermelho e um dado verde, vocês continuam achando que a possibilidade de sair 2 é igual a do 3?*

T36 [aluno não identificado]: *Lógico.*

T37 Joyce: *Só mudou a cor do dado? Não muda nada?*

[houve uma pausa, ninguém respondeu durante algum tempo]

T38 Giovanna: *Não.*

T39 Joyce: *Por que Gi?*

T40 Giovanna: *Porque no dado, só tem um 6. E o outro tem que cair 6. E no dado tem o 2 e o 1, tem que cair o 2 e o 1 no dado e no outro dado tem que cair 2 e 1. Só que se for 6 não.*

T41 Leonardo: *Fica quieto aí!* [chamando a atenção de alguns alunos que estavam conversando e não participando da discussão]

T42 Breno: *Ela falou da cor do dado.*

T43 Giovanna: *Então!*

T44 Joyce: *Você não quer explicar na lousa pra gente?* [oferecendo um giz para Giovanna] *Porque hoje eu não vou na lousa, hoje são vocês.*

T45 Giovanna: *Ah não sora! Na lousa, não.*

T46 Joyce: *Vai lá.* [levantando e indo em direção à carteira de Giovanna para lhe entregar o giz]

T47 Amanda: *Vai, Giovanna.*

T48 Joyce: *Coloca as possibilidades que você acha que tem o 2 e as possibilidades que tem o 3. Pensa um pouquinho.*

T49 Marcos: *Giovanna! Giovanna!*

T50 Joyce: *Ó lá, vamos dar uma força pra Gi.*

[Giovanna levanta, mas ainda não vai até a lousa, comenta algo com Marcos, que estava ao seu lado.]

T51 Joyce: *Ela não concluiu ainda o pensamento por isso que*

T52 Giovanna: *Ô professora eu não sei como que eu vou colocar isso na lousa, eu falei.*

T53 Joyce: *Então, eu vou te ajudar... é :::*

[muitas alunos comentam ao mesmo tempo, não se pode ouvi-los]

T54 Joyce: *Como que eu consigo... Vamos imaginar então um dado vermelho e um dado verde.*



*Quais são as possibilidades de sair 2? Que soma que eu tenho que obter pra sair 2?*

T55 Giovanna: *Assim, no vermelho [anotando na lousa] pra sair 2 só pode sair 2*

[marca dois embaixo da palavra vermelho]

T56 Joyce: *Imagina que você tem um dado verde e um dado vermelho.*

[Giovanna apaga o 2 que está embaixo da palavra vermelho e anota 1]

T57 Giovanna: *Só pode cair o número 1 nesse dado. E no verde [anotando na lousa a palavra verde ao lado da palavra vermelho] só pode cair 1.*

T58 Joyce: *Ok. E o 3?*

[Giovanna começa a anotar na lousa as possibilidades de sair o número 3, abaixo das anotações que fez sobre o número 2. As anotações ficaram como mostra a figura abaixo]

	Vermelho	Verde
2:	1	1
3:	1 e 2	1 e 2

T59 Giovanna: *Então é mais chances de cair 3, porque aqui [apontando para a coluna do vermelho linha do 3] pode cair um desses dois. Só que tem que cair um desses 2*

[apontando ainda para 1 e 2 da primeira coluna] *e aqui pode cair um desses dois*

[apontando agora para o 1 e 2 da coluna do verde ].

T60 Joyce: *Gente. Vocês conseguiram compreender o que a Giovanna escreveu na lousa?... Ó, ela escreveu que o 2 só pode sair... para dar soma dois: 1 no vermelho e 1 no verde. Agora para sair 3 pode sair um no vermelho e 2 no verde, 2 no vermelho e 1 no verde.*

T61 Alice: *Não entendi nada.*

[risos]

T62 Joyce: *O que vocês acham? Vocês concordam com ela ou não concordam?...*

*É diferente sair 1 no vermelho e 2 no verde, do que sair 2 no vermelho e 1 no verde? É diferente?*

T63 Ricardo: *Com certeza.*

T64 Joyce: *Com certeza Ricardo?... O Ricardo falou que tem certeza, por que falou: vermelho é vermelho e verde é verde.*

T65 Tabata: *Mas o importante é o número e não a cor.*

T66 Joyce: *A Tabata está falando que o importante é o número e não a cor.*

T67 Giovanna: *Não, mas a cor... sora, mas a cor aqui... que nem... dá para ver... a cor só foi para representar o dado, não foi? Então a cor aqui não tem nada a ver, pode ser qualquer cor.*

T68 Joyce: *A cor tem alguma coisa a ver?*

T69 Giovanna: *Lógico que não.*

T70 Joyce: *Vou sentar aqui agora.* [mudando de lugar, indo para a sua esquerda onde alguns alunos conversavam e não estavam participando da discussão] *Pergunta para esse grupo aqui ó [apontando para esses alunos]: o que o Márcio falou? Não foi o Márcio que falou?*

T71 Márcio: *Não.*

[risos]

T72 Joyce: *Pessoal. A Giovanna escreveu que, por exemplo, eu posso jogar o dado, os dados, e sair 1 no vermelho e 2 no verde, dá 3. Se eu tirar 2 no vermelho e 1 no 3, eu pergunto para vocês. É diferente eu tirar 1 no vermelho e 2 no verde e eu tirar 2 no vermelho e 1 no verde? É diferente? Sim ou não?*

T73 Tabata: *Não sora.*

T74 Joyce: *Tabata já disse que não, por que ela disse que não interessa a cor. A Giovanna falou que a cor não interessa o que interessa é o dado... E aí, o que vocês acham?*

T75 Murilo: *É verdade!*

T76 Joyce: *É diferente?*

T77 Murilo: *É.* [parecia estar brincando]

[risos]

T78 Joyce: *Sim ou não?*

T79 Márcio: *É diferente não.*

T80 Marisa: *Giovanna! Por que que ta verde?*

T81 Giovanna: *Porque a professora falou para colocar verde e vermelho ( )*

T82 Joyce: *Não. É que eu perguntei assim para vocês. Se, o 2 e o 3 têm as mesmas chances de sair... A princípio vocês falaram para mim que sim. Eu falei que se os dados forem de cor diferente isso muda?*

T83 Giovanna: *Não, isso não vai mudar.*

T84 Marisa: *Não.*

T85 Joyce: *Mas é que como são dois dados brancos... fica fácil perceber ( ) que são dois iguais? Mas e se eles forem diferentes?*

T86 Giovanna: *É mais fácil de perceber.*

T87 Joyce: *É mais fácil perceber, né? Vamos construir as possibilidades de cada cor...*

*é::: de cada soma. Quantas possibilidades eu tenho de sair... Celso [Joyce olha para trás onde estava Celso, que escondeu o rosto com as mãos]: Quantas possibilidades eu tenho de sair a soma 2 nos dados?*

T88 Celso: *Como que é o negócio aí?*

[risos]

T89 Marlon: ( )

T90 Joyce: *Não. Mas olha a minha pergunta. Quantas possibilidades, quantas chances, eu tenho de tirar o 2 na soma ?*

T91 Marlon: *Bastante, depende o tanto*

[

T92 Murilo: *Depende da sorte.*

T93 Joyce: *Tá, mas se eu jogar uma vez só. Quantas chances eu tenho de tirar?*

T94 Marlon: *Nenhuma.*

T95 Leonardo: *Aí, nenhuma. Se você está jogando quer dizer que você tem uma chance só.*

T96 Joyce: *Eu tenho uma chance de tirar o 2? Tenho?*

[Murilo balança a cabeça afirmativamente, mas não se pode saber se ele realmente concorda ou se apenas não quer contrariar a professora. Marlon também balança a cabeça, mas primeiro balança a cabeça para os lados, como mostrando mais ou menos e depois afirmativamente.]

T97 Joyce: *E de tirar o 3, eu tenho mais que 2?*

T98 Marlon: *Mais.*

T99 Joyce: *Mais, quanto?*

T100 Gustavo: *Não, é uma só.*

T101 Leonardo: *Mesma coisa.*

T102 Joyce: *Uma só?*

T103 Gustavo: *Uma só.*

T104 Joyce: *Por quê?*

T105 Gustavo: *o 2 e o 1.*

T106 Joyce: *Vocês prestaram atenção no que a Giovanna escreveu ali?... É uma chance só que eu tenho de tirar o 3?*

T107 Ricardo: *Não. Duas.*

T108 Joyce: *Duas, Ricardo? Por quê?*

T109 Ricardo: *Ela falou... é:: dá pra tirar o 1 e 2 ( )*

T110 Joyce: *Ele falou que eu posso tirar 1 e 2, e depois posso também tirar?*

T111 Ricardo: *2 e 1.*

T112 Joyce: *2 e 1... Vocês concordam com o Ricardo que é diferente tirar? É diferente eu... a soma 2 que eu só posso tirar 1 e 1 e a soma 3 dá duas possibilidades? Concordam? Concorda Giovanna?*

[Giovanna balança a cabeça positivamente]

[11'40'']

FIGURA 25 – Episódio 8: Por que só tem um jeito de cair 2 e um jeito de cair 3?.

## 4.6.1 Ações mediadas no episódio 8

### 4.6.1.1 Ações mediadas pelas ferramentas pedagógicas

O jogo ‘A travessia do rio’ possibilitou que os alunos criassem estratégias de jogo de acordo com suas concepções; por exemplo, alguns alunos acreditavam que números maiores tinham chances menores de sair do que números como 2 ou 3, ou vice-versa. Outros alunos, não observando a impossibilidade de se obter o número 1 nas jogadas, colocaram suas fichas nessa posição atribuindo o sucesso do jogo à sorte. Assim, a tarefa desenvolvida com os alunos teve múltiplos desdobramentos que geraram a discussão posterior.

As diferentes estratégias emergidas do contexto do jogo, quando postas em discussão, levaram à análise de possibilidades do experimento aleatório: conseguir a soma dos números obtidos no lançamento de dois dados. Mesmo que o episódio não contenha essa informação, cabe elucidar que, após começar a analisar os eventos, a aluna Giovanna, que escrevia as possibilidades na lousa, amparada pelos colegas e por Joyce, escreveu todo o espaço amostral relativo ao experimento aleatório,

bem como o cálculo das probabilidades de ocorrência de cada evento. Os registros feitos pela aluna ficaram organizados na lousa da seguinte maneira:

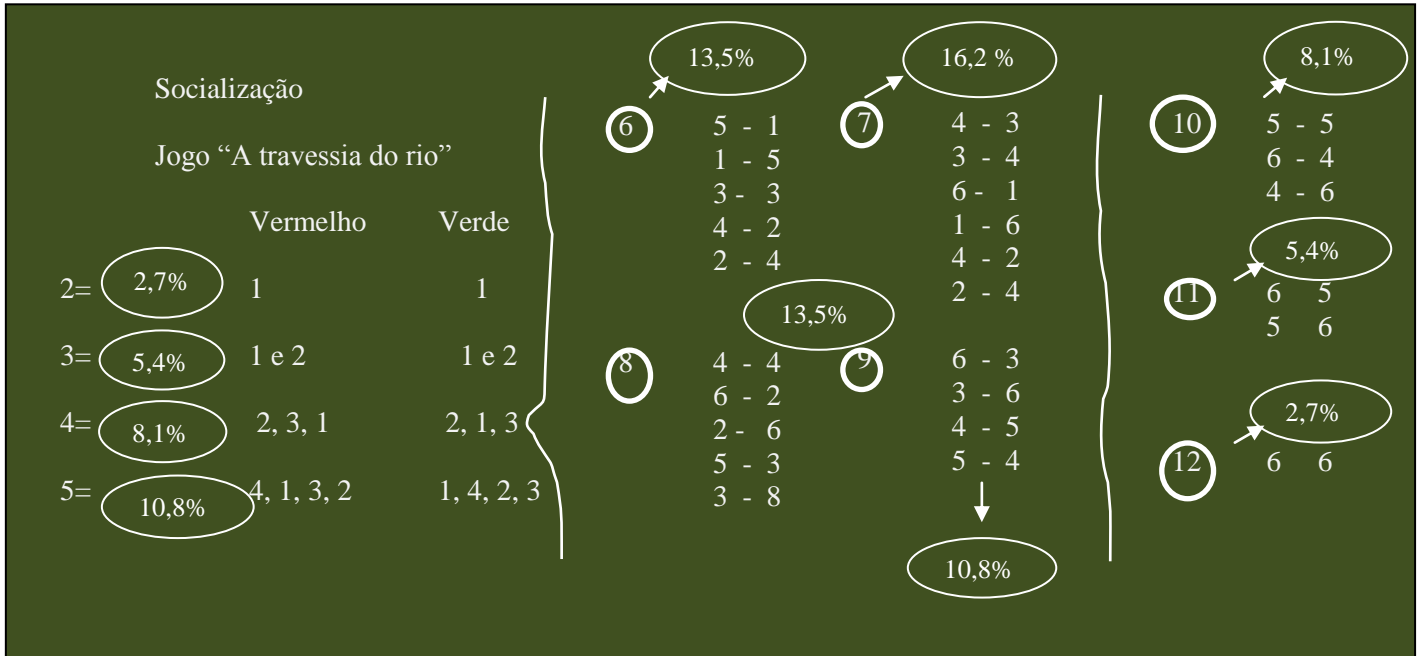


FIGURA 26 – Registros produzidos, na lousa, pela aluna Giovanna, durante a socialização

Após um questionamento feito por Joyce, Giovanna, ainda auxiliada pelos colegas, também registrou as probabilidades de ocorrência de se obter cada número de 1 a 12 no lançamento de dois dados, por meio da linguagem fracionária.

Embora a discussão possa, a princípio, parecer uma grande confusão, constatamos a presença de muitas significações em circulação. O debate, que girou em torno das chances de ocorrências de certas somas no lançamento de dois dados, de modo geral, somente foi possibilitado pela natureza da tarefa que gerou múltiplos pontos de partida e também múltiplos resultados.

#### 4.6.1.2 Ações mediadas pela professora

Nesse episódio podemos notar, uma vez mais, as ações características da prática docente de Joyce como repetir as falas dos alunos para que sejam compreendidas pelos colegas no íterim da discussão e, para que ela mesma possa refletir sobre isso, como observamos em T1, T7 e T74 (“*Tabata já disse que não, porque ela disse que não interessa a cor. A Giovanna falou que a cor não interessa o que interessa é o dado*”).

Na maioria de suas ações, Joyce propôs questionamentos à sala, muitas vezes com o intuito de manter o foco do debate, como por exemplo, quando disse: *“E o 12 é mais difícil. Por que o 12 é mais difícil?”* (T1), ou: *“E de tirar o 3, eu tenho mais que 2?”* (T97). O mesmo ocorre em outros turnos como T3, T5, T7, T14, T16, T23, T31, T60, T64, T68, T72, T74, T76, T78, T82, T85, T90, T93, T96, T99, T102, T108, T110 e T112.

Essas perguntas foram feitas por ela para que os alunos que concordassem se manifestassem, mas, principalmente, para que se revelassem aqueles que tivessem opiniões contrárias ao argumento em discussão. Ressaltamos que, nem sempre, essas ações da professora surtiam o efeito desejado, como é o caso de T93 e T96 (*“Eu tenho uma chance de tirar o 2? Tenho?”*). Concluimos que, nesse caso, a professora esperava que os alunos compreendessem o mesmo que Giovanna havia mostrado, ou seja, que a soma 3 teria duas possibilidades de ocorrência, ao passo que a soma 2 teria apenas uma. No entanto, ao ouvir a professora dizer *“Tá, mas se eu jogar uma vez só. Quantas chances eu tenho de tirar”*, os alunos rapidamente responderam *“Nenhuma”* (T94), como fez Marlon, ou ainda como expressiu Leonardo: *“Se você está jogando quer dizer que você tem uma chance só”* (T95).

Em T70 e T87 Joyce direcionou a questão a um grupo específico, pois percebendo que os alunos estavam dispersos em relação à socialização, buscou envolvê-los na discussão. É importante observar que essas ações, muitas vezes, ocorrem no mesmo turno, isto é, Joyce repetia a fala de um aluno e em seguida perguntava para a classe sobre o assunto.

Além das ações que acabamos de apontar, em outros momentos desse episódio, Joyce inseriu no debate novas questões, a fim de desestabilizar os alunos e provocar reflexões. Podemos observar essas ocorrências, por exemplo, em T33, T35 e T37, quando Joyce colocou a ideia de jogar com dois dados de cores diferentes. *“Se eu der para vocês um dado vermelho e um dado verde, vocês continuam achando que a possibilidade de sair 2 é igual a do 3?”* (T35). Essa questão levantada por ela modificou o curso da discussão, pois alguns dos alunos mudaram de opinião após ouvi-la, como foi o caso de Giovanna.

Ainda assim, em nenhum momento Joyce disse: *Isso não está certo*, ou *você está errada*, ou algo similar. Também não corrigiu as afirmações dos outros alunos. A professora tentou manter-se em uma posição neutra, tanto quanto possível, conduzindo seus alunos a um processo de reflexão, de modo que eles pudessem perceber os próprios deslizes. Desse modo, Joyce assumiu o erro como um *lócus* de aprendizagem, pois se tivesse apenas escolhido uma resposta, os alunos parariam de discutir o assunto e não teriam por que continuar refletindo sobre ele. A esse respeito, Hiebert et al (1997, p. 48) declaram

que “Erros, se tratados apropriadamente, podem contribuir para a compreensão de todos [estudantes]” (tradução nossa<sup>67</sup>).

Outro direcionamento feito por Joyce, determinante no sentido da discussão, sucedeu quando ela passou a direcionar suas falas para a aluna Giovanna (T39, T44: “*Você não quer explicar na lousa pra gente?*”, T46, T48, T50 e T51). Compreendemos que a professora agiu dessa maneira, pois percebeu a mudança de opinião da aluna, e impulsionou Giovanna a compartilhar o que havia compreendido com os demais alunos, incentivando-a a ir até a lousa, onde, possivelmente, receberia mais atenção dos colegas.

Continuando nessa direção, Joyce guiou a aluna (T48: “*Coloca as possibilidades que você acha que tem o 2 e as possibilidades que tem o 3*”, T53, T56: “*Imagina que você tem um dado verde e um dado vermelho*” e T58) para que ela elaborasse um registro que representasse o espaço amostral referente ao experimento aleatório discutido pela sala.

#### **4.6.2 Circulação de significações probabilísticas no episódio 8**

Provocados pelos questionamentos enunciados pela professora, alguns alunos começaram a dar seus ‘palpites’ para a ocorrência dos números no lançamento de dois dados. Murilo comparou os números 12 e 2 quanto às suas possibilidades de ocorrência, dizendo que, por serem resultado da soma dos números maiores e menores (respectivamente) são os mais difíceis de se obter (T2: “*Não, o 2 também é difícil*”, T4 e T6).

Após as falas de Murilo, outros alunos se manifestaram expressando suas opiniões, como Leonardo (T9), cuja fala provocou em Murilo uma reorganização de sua afirmação anterior, pois o aluno tinha respondido a questão feita pela professora, dizendo que o número 3 também era difícil de conseguir, e quando Leonardo, de certa forma, discordou dele, Murilo complementou sua fala inicial, dizendo que o número 3 não era tão difícil de ser obtido como o número 2. Giovanna imediatamente interpelou (e foi questionada por Murilo em T12) apresentando uma ideia contrária (T11), argumentando que os números 2 e 3 teriam as mesmas possibilidades de ocorrência.

---

<sup>67</sup> Cf original: “Mistakes, if treated appropriately can contribute to everyone’s understanding”.

Mesmo que a questão seguinte, feita pela professora (T14: *“Por que não tão quanto o 2?”*) se referisse à afirmação de Murilo sobre o fato de o 3 não ser tão difícil de se obter quanto o 2, Giovanna não pareceu estar atenta ao que a professora perguntou, pois afirmou que os dois números tinham as mesmas possibilidades de ocorrência e como se estivesse respondendo à indagação feita pela professora, disse: *“Por que só tem um jeito de cair 2 e um jeito de cair 3”* (T15). A aluna estendeu seu argumento, exemplificando que o mesmo ocorreria com os números 11 e 12 (T17: *“Um jeito de cair 11, um jeito de cair 12”*).

O aluno Murilo refutou sua afirmação, dizendo: *“Imagina que dá um”* (T18), mas ao ser questionado por Giovanna (T19: *“E como vai cair o 3?”*), não foi capaz de convencê-la e, portanto, a aluna continuou convicta de sua ideia, como podemos ver em T21 (*“1 e 2 só. E o 11, 5 e 6 só”*). Leonardo interferiu na discussão pondo em dúvida a ideia de Giovanna de que o número 11 também teria poucas possibilidades de ocorrência e, para isso, o aluno usou a probabilidade frequentista, na tentativa de justificar sua fala: *“Ah, mas o 11 saiu bastante na nossa jogada”* (T22).

Ao responder a pergunta: *“É mais fácil sair 3 ou sair 2?”* (T23), feita pela professora, Leonardo pareceu estar convencido de que o número 3 teria mais chances de ocorrer comparado ao número 2 (T24), ao passo que Giovanna manteve sua ideia inicial (T27). Enquanto isso, dois alunos tentaram discutir sobre a possibilidade de ocorrência do número 1 (T25 e T26), porém esse assunto já havia sido discutido no início da socialização e, talvez por isso, suas colocações tenham sido ignoradas pelos colegas e pela professora, que estavam mais envolvidos na discussão sobre as possibilidades de ocorrência dos números 2 e 3.

Novamente, Leonardo se apoiou na observação dos experimentos ocorridos durante a realização das tarefas para justificar suas ideias, explicando suas escolhas no jogo, como, por exemplo, nas falas: *“Apostei no 3, porque o 2 demorou para sair”* (T28) e *“Brincando, saiu 4 vezes o 3 depois que nós paramos”* (T32). Como afirmamos anteriormente, nesse momento, Joyce inseriu na discussão um importante questionamento (T33: *“Vocês tinham dois dados brancos ok? E se eu dou para vocês um dado vermelho e um dado verde?”* e T37), que parece ter provocado uma mudança na ideia que Giovanna vinha defendendo até então, como podemos perceber em T38, mas, sobretudo em T40, quando Giovanna passou a considerar duas possibilidades de ocorrência do número 3, mesmo que não tenha explicitado isso.

A fala de Giovanna: *“Porque no dado, só tem um 6. E o outro tem que cair 6. E no dado tem o 2 e o 1, tem que cair o 2 e o 1 no dado e no outro dado tem que cair 2 e 1. Só que se for 6 não.”*, pareceu



ter sido proferida muito mais para ela mesma organizar seu pensamento, do que para argumentar com os colegas. Compreendemos que a aluna se encontrava no processo de apropriação de certos conceitos, na tentativa de internalizar e, ao mesmo tempo, ressignificar as ideias que haviam sido suscitadas pelas falas da professora e dos colegas, em meio ao movimento de circulação de diferentes significados. Esse movimento é característico dos processos de formação do pensamento e da linguagem verbal, processos dialógicos e imbricados, que ocorrem num movimento constante de dentro para fora da pessoa e vice-versa.

O pensamento verbal se nos apresenta como um todo complexo e dinâmico, no qual a relação entre pensamento e palavras se revelou como um movimento que passa por uma série de planos internos, como uma transição de um plano a outro. No drama vivo do pensamento verbal, o movimento faz um caminho inverso: do motivo que gera algum pensamento, para a informação do próprio pensamento, para sua mediação na palavra interior, depois nos significados externos e, por último, nas palavras (VIGOTSKI, 2000, p. 479).

Por essas razões, os argumentos desenvolvidos por Giovanna, na fala anterior, não foram completos e claros o bastante para seus interlocutores – fato percebido pela professora. Breno, no entanto, não acompanhou o raciocínio da colega e tentou ajudá-la a entender o que a professora havia questionado, dizendo: *“Ela falou da cor do dado”* (T42). Porém, Giovanna mostrou que estava consciente da sua afirmação anterior quando exclamou: *Então!* (T43) em resposta ao colega.

Joyce, com a intenção de estender a discussão nessa direção, pediu que a aluna desenvolvesse sua ideia para os colegas, explicando-a na lousa. E, embora Giovanna tenha se mostrado relutante em atender ao pedido da professora (T45, 52), talvez por sentir-se envergonhada, a aluna levantou-se e caminhou até a lousa, sendo incentivada por alguns colegas e pela professora (T46, T47: *“Vai, Giovanna”*, T48, T49, T50: *“Ó lá, vamos dar uma força pra Gi”*, T51 e T53). Seguindo a orientação da professora, Giovanna começou a registrar na lousa, parecendo um pouco confusa no início (T55), mas foi organizando sua fala e seu registro (T57 e T59) conforme ia sendo orientada pela professora. Ao dizer: *“Então. é mais chances de cair 3 [...]”* (T59), a aluna deixou clara a mudança com relação à sua ideia do início do episódio, pois usando o registro que havia feito na lousa, Giovanna mostrou que o número 3 teria mais possibilidades de ocorrência, quando comparado ao número 2.

A persistência da professora em discutir o assunto possibilitou que Giovanna refletisse sobre sua fala inicial reavaliando-a. As falas da professora e as interações com os colegas possibilitaram essa mudança de argumento de Giovanna e, possivelmente, também a de outros alunos. Nesse sentido, “a

comunicação ativa entre professor e alunos e entre alunos é importante para estabelecer reflexões. Estas podem ser expressão de uma interação, e não de um processo individual” (SKOVSMOSE, 2008, p. 62).

Todavia, nem todos os alunos acompanharam o raciocínio desenvolvido por Giovanna, porque logo em seguida à explicação dada pela colega, Alice afirmou não ter entendido nada (T61). Joyce dirigiu um questionamento à sala (T62: “*O que vocês acham? Vocês concordam com ela ou não concordam?... É diferente sair 1 no vermelho e 2 no verde, do que sair 2 no vermelho e 1 no verde? É diferente?*”), para que a ideia continuasse em discussão, o que trouxe à tona outro aspecto da discussão, a relação da cor do dado com as possibilidades de ocorrência dos números.

Enquanto Ricardo afirmava (T63) que obter os números 1 e 2 nos dados vermelho e verde, respectivamente, não era mesmo que ocorrer a situação inversa (1 e 2 nos dados verde e vermelho, respectivamente); Tabata afirmava que a cor do dado não interferia na situação (T65). Mesmo que Giovanna tenha tentado esclarecer a questão, dizendo: “*Não, mas a cor... sora, mas a cor aqui... que nem... dá para ver... a cor só foi para representar o dado, não foi? Então a cor aqui não tem nada a ver, pode ser qualquer cor*” (T67); Tabata não se convenceu e, assim, quando Joyce reiterou a indagação (T72), a aluna continuou desconsiderando as duas possibilidades de ocorrência do número 3 (T73). Murilo e Márcio também responderam (T75 e T79) a questão feita pela professora, no entanto, observando a entonação empregada pelos alunos para responder, inferimos que não estavam exatamente envolvidos na discussão, mas que possivelmente responderam apenas porque a professora insistia na pergunta.

Giovanna novamente tentou esclarecer a situação (T83) — apoiada por Marisa (T84) explicando que a cor não interfere nas ocorrências, mas, uma vez que como os dados devem ser considerados em separado, a percepção é facilitada se esses forem de cores diferentes. Não compreendendo que a professora estava corroborando o registro elaborado na lousa por Giovanna, alguns alunos continuaram afirmando que havia apenas uma possibilidade para que ocorresse a soma 3 no lançamento dos dois dados (T98, T100, 101 e T103), quando Joyce os questionou se teriam mais chances de tirar o 3 do que o 2 (T96). Ricardo, no entanto, defendeu a ideia colocada pela professora e por Giovanna, tentando explicar que poderia obter os números 1 e 2 nos dados vermelho e verde, e vice-versa (T10 E T109) . Joyce completou a tentativa de esclarecimento de Ricardo e mais uma vez, indagou para os alunos se concordavam ou não (T112: “*Vocês concordam com o Ricardo que é diferente tirar? É diferente eu... a soma 2 que eu só posso tirar 1 e 1 e a soma 3 dá duas possibilidades? Concordam? Concorda, Giovanna?*”).

Entendemos que, neste ponto, foi encerrado o episódio; contudo, o debate ainda continuou ocorrendo em torno desses questionamentos e, em seguida, Giovanna prosseguiu com a construção do espaço amostral referente ao experimento aleatório em questão, porém encerramos esse episódio com o olhar voltado à aluna Giovanna que, mais uma vez, confirmou ter modificado sua concepção inicial sobre as possibilidades de ocorrência das somas 2 e 3. Como já explicamos Giovanna não só construiu o espaço amostral para esse experimento, como calculou na lousa, todas as probabilidades de ocorrências para cada uma das somas compreendidas nele. Mesmo que muitos alunos não tenham participado ativamente da discussão, ou tenham se cansado durante sua ocorrência, julgamos os acontecimentos dessa discussão relevantes na formação conceitual desses alunos. Inferimos que alguma experiência pode ter sido apropriada por eles.

#### **4.7 Sintetizando...**

Após as análises desenvolvidas neste capítulo, desejamos organizar algumas das principais questões surgidas nesse movimento.

As discussões em forma de debate, ocorridas durante as aulas, tornaram-se importante instrumento<sup>68</sup> de comunicação de ideias. Por meio delas, a sala de aula tornou-se um ambiente de negociação de significações, onde os alunos puderam estabelecer relações entre os conceitos espontâneos em formação e conceitos científicos do âmbito da Matemática, que ainda estão por ser desenvolvidos.

Durante as primeiras socializações, os alunos demonstraram ter muitas dificuldades em expressar-se, tanto por causa da timidez (em muitos casos) e o medo de exporem-se, quanto pela ausência de uma cultura de comunicação organizada de ideias na sala de aula. Essa situação foi se modificando aos poucos, como pudemos notar nos episódios ocorridos mais no final do processo. Ainda assim, para que a capacidade do diálogo alcance maiores proporções de desenvolvimento, o movimento de debate de ideias precisa ser contínuo e exige um tempo maior de aprimoramento.

A mediação docente foi imprescindível para que os alunos desenvolvessem o trabalho da maneira como fizeram. Cada pequena ação da professora influenciou algum aluno, em certo momento,

---

<sup>68</sup> Na perspectiva vigotskiana, o termo instrumentos está além do termo ferramentas. Como descreve Clot (2006, p. 24): “Um sujeito que utiliza uma ferramenta não faz necessariamente dessa ferramenta um instrumento”. O termo instrumento é empregado em situações nas quais o sujeito se apropriou de determinada ferramenta que respondeu “aos conflitos travados em sua atividade” (CLOT, 2006, p. 24).

de determinada forma. Logo, fica evidente a imensa responsabilidade que a professora assumiu, ao procurar constituir o espaço da sala de aula de Matemática em um ambiente de aprendizagem propício para elaboração conceitual dos alunos, onde esses pudessem agir como construtores de sua própria aprendizagem e, por conseguinte, de seu desenvolvimento.

Compreendemos que a relação professor-aluno que existiu durante o percurso da pesquisa foi construída com respeito e baseada na ideia de que todo aluno é capaz de produzir conhecimento e tem muito a dizer quando lhe é dada a voz.

No que se refere às apresentações dos ‘telejornais’ feitas pelos alunos, pudemos observar a concepção que têm acerca do gênero em questão. Os alunos estruturam suas apresentações com base em suas observações sobre o gênero, foi um conhecimento que trouxeram do cotidiano. Desde a estrutura geral do modelo jornalístico, passando pela escolha dos nomes dos noticiários, as músicas de abertura, a presença de entrevistas, até detalhes como o atraso na transmissão, bastante comum em reportagens fora do estúdio de gravação. Desse modo, a tarefa os fez relacionar conhecimentos cotidianos, transpondo-os para o espaço da sala de aula, usando-os como ferramentas auxiliares na construção de outros saberes.

O modelo de aula desenvolvido durante a pesquisa, baseado na resolução de problemas, fez com que os episódios fossem construídos repletos de ações mediadas, ora diretamente pela professora, ora pelas ferramentas pedagógicas produzidas no movimento da prática colaborativa, e também pelas interações entre os próprios alunos. Tais ações mediadas implicam a dinâmica que possibilitou a circulação de significações ou a ausência dessa circulação.

Dentre as ações mediadas pela professora, encontramos os momentos de sistematização das ideias discutidas, ocorridos no final das socializações. Consideramos que esses momentos sejam importantes para que os alunos possam refletir sobre a discussão em geral e organizar suas ideias sobre o assunto debatido. Esses momentos não foram trazidos nas análises, pois não os tínhamos como objetivos, no entanto, isso não significa que não aconteceram.

Após refletir sobre as análises aqui apresentadas, inferimos que o ambiente de sala de aula que foi constituído pela prática docente, pelas ferramentas pedagógicas criadas/selecionadas na prática colaborativa, pelo envolvimento dos alunos e pela prática da comunicação entre alunos e entre esses e a professora, possibilitou a circulação de diferentes significações a respeito dos conceitos probabilísticos colocados em pauta, além do desenvolvimento de diversas capacidades relativas à interação entre estudantes. Assim, o ambiente de aprendizagem permitiu que os alunos do 1º ano B se apropriassem de

práticas necessárias ao convívio social, além de ter contribuído para o desenvolvimento da professora, que teve de lidar com diferentes situações ao mediar a negociação de significações.

É importante ressaltar que temos consciência de que a compreensão completa do sentido presente nas falas de uma pessoa não é possível, já que se trata de algo subjetivo e “para entender o discurso do outro, nunca é necessário apenas umas palavras; precisamos entender o seu pensamento” (VIGOTSKI, 2000, p. 481). O pensamento em sua dimensão interna não é o mesmo que o pensamento verbalizado, uma vez que sofre transformações no ato de sua realização em palavras. Além disso, cada pessoa, ao ouvir as palavras proferidas por outra, lhes atribui novo sentido, de acordo com suas próprias experiências. Portanto, não seria possível compreender completamente o pensamento de uma pessoa e desse modo, assumimos que as interpretações apresentadas até aqui, no que concerne ao discurso dos alunos e da professora, não são as únicas possíveis além de não haver garantias de que sejam fiéis ao pensamento dos sujeitos envolvidos nesse contexto. Apresentamos uma interpretação dentre as muitas possíveis.

Essas declarações estendem-se às análises que serão apresentadas no próximo capítulo, isto é, a análise de alguns registros produzidos pelos alunos. O capítulo será apresentado com o intuito de identificar possíveis vestígios deixados pelo movimento de inserção no ambiente de aprendizagem que se tornou essa sala de aula, durante o ensino da Matemática.

## **5. REGISTROS ESCRITOS: O QUE OS ALUNOS PODEM TER LEVADO CONSIGO**

Neste capítulo, apresentaremos análises de registros elaborados pelos alunos. São excertos de algumas cartas que os alunos do 1º ano escreveram aos colegas da 8ª série e algumas tirinhas produzidas pelos próprios alunos. Para tal, organizamos o capítulo em três principais seções.

Na primeira seção, traremos a análise das cartas sobre o contexto da sala de aula e os conceitos discutidos nas aulas de Matemática. Essa parte do capítulo foi subdividida, de modo que no item 5.1.1 apresentaremos, quase que integralmente, cartas produzidas por dois alunos, cujo conteúdo apresenta certos temas que consideramos relevantes; já no item 5.1.2 serão apresentadas algumas frases contidas nas cartas escritas por vários alunos da sala.

Na segunda parte do capítulo, analisaremos algumas das tirinhas também produzidas pelos em classe no final do processo de pesquisa de campo e, por fim, na última seção faremos uma breve síntese do capítulo.

### **5.1 O gênero cartas pessoais**

Com o avanço da tecnologia dos meios de comunicação virtuais, o gênero carta pessoal teve sua proficiência um tanto diminuída. Mesmo escassa, trata-se de uma produção textual quem vem sendo utilizada na educação matemática, pois permite o trabalho com a escrita de forma simples, já que “esse gênero textual possibilita uma comunicação mais afetiva entre as pessoas” (MENGALI, 2011, p. 156), e apresenta muitas potencialidades no que diz respeito ao ensino de Matemática, uma vez que “a escrita nas aulas de matemática possibilita a constante reflexão tanto dos alunos sobre seu processo de aprendizagem, quanto do professor em relação à sua prática pedagógica” (BARBOSA; NACARATO; PENHA, 2008, p. 94).

Há algum tempo, vem sendo disseminada no âmbito da educação que a responsabilidade de ensinar e desenvolver processos de leitura e escrita não está apenas no domínio da disciplina de Língua Portuguesa, ou de disciplinas a ela diretamente ligadas; ao contrário, esse trabalho deve ser contemplado por todas as outras disciplinas escolares, uma vez que tais processos são necessários para

o sucesso do sujeito na interação com a sociedade. Corroboramos essa ideia e também defendemos que os processos de leitura e escrita, que se desenvolvem de forma conjunta, podem contribuir de maneira significativa com a formação do pensamento matemático. “No ensino e aprendizagem da Matemática, os aspectos linguísticos precisam ser considerados inseparáveis dos aspectos conceituais para que a comunicação e, por extensão, a aprendizagem aconteçam” (SANTOS V., 2005, p. 119).


Assim, a tarefa com as cartas foi desenvolvida no final da pesquisa, como um dos instrumentos de avaliação utilizados na aula de Matemática. Cada aluno do 1º ano deveria escrever uma carta endereçada a um aluno da 8ª série que também participou da pesquisa, como explicamos no capítulo 4 deste trabalho. Ao apresentar a tarefa, Joyce explicou aos alunos o que deveriam escrever na carta, começando por uma breve descrição de si mesmos, já que muitas vezes não conheciam os destinatários, e um comentário sobre o porquê de estarem escrevendo a carta.

Depois disso, deveriam explicar o que fizeram durante a pesquisa, dizer do que gostaram ou o que não os agradou, fazer perguntas, enfim, o que ficou para eles sobre o trabalho desenvolvido nas aulas de Matemática em suas aulas. Após discutirem esses assuntos, por fim, os alunos deveriam despedir-se de seus destinatários.

Vale esclarecer que, a princípio, a ideia era a de que os alunos trocassem e-mails ao invés de cartas, por se tratar de um gênero mais próximo do cotidiano desses estudantes. Também foi cogitada a criação de um *blog* no qual os alunos poderiam discutir assuntos relativos à pesquisa; ou, ainda, conversas através do *MSN*, assim como ocorriam as discussões entre esta pesquisadora e professora-pesquisadora colaboradora.

Contudo, por causa de limitações de tempo e recursos tecnológicos, essas alternativas mostraram-se relativamente inviáveis. Além disso, pareceu interessante a oportunidade de resgatar a utilização de um gênero que, por muito tempo, foi um dos mais importantes meios de comunicação social e que foi deixado de lado em vista da agilidade e das facilidades obtidas, com o enorme avanço e a globalização dos meios de comunicação tecnológicos.

No trecho de uma das discussões entre pesquisadora e professora-pesquisadora colaboradora, transcrito a seguir, pode-se observar parte do movimento de trocas de opiniões sobre a elaboração de uma tarefa envolvendo a escrita para trocar ideias sobre o contexto da pesquisa.

**Professores**  
 [...]

Joyce: *A ideia do MSN apareceu depois, então ela vai entrar depois na nossa história também, primeiro a gente vai continuar com a mesma ideia. Os meus alunos vão fazer as perguntas pros alunos da própria sala, eles vão assistir aos vídeos deles mesmos, a princípio, depois eles vão assistir aos da outra sala e, aí sim, eles vão fazer é... um texto de... como se fosse um MSN mesmo, ou um e-mail que seja, pra outra sala fazendo perguntas, só que num molde diferente, num caráter assim... num estilo MSN.*

Lia: *Eu acho que não tem graça.*

Joyce: *Não?*

Lia: *Não, não tem graça assim... quer dizer até tem, mas acho que a ideia é só pra enfeitar, isso poderia ser numa folha qualquer entendeu, porque a ideia, eu acho, do MSN, é esse vai e volta, volta... entendeu? Vai, responde, daí volta, fala de novo, ou responde ou comenta, porque pode ser isso... essa troca.*

Joyce: *Entendi. [pausa] Não. É verdade, sem dúvida é essa a intenção no MSN.*

Lia: *Agora, tem outra coisa, acho que é melhor a gente levar pro grupo [Grucomat] mesmo e perguntar, e aí você até fala isso que você pensou. [...]*

FIGURA 27 – Excerto da transcrição de conversa reflexiva entre pesquisadora e professora colaboradora

A dúvida gerada sobre a utilização do recurso tecnológico do *MSN* evidencia uma questão importante sobre o trabalho com gêneros, pois, uma vez retirado de seu contexto próprio, isto é, de sua função social, o gênero pode perder o sentido, interferindo, assim, no trabalho na sala de aula. A opção pela elaboração das cartas não foi feita de imediato, mas após ouvir as opiniões dos colegas do Grucomat, e de colocar o tópico em discussão outras vezes. Também por isso, essa ferramenta foi empregada apenas no final da pesquisa.

Vale ressaltar que a prática de correspondência por meio de cartas pessoais faz parte dos trabalhos do Grucomat, cujos integrantes se correspondem com alunos da escola básica, em algumas ocasiões dos projetos do grupo.

Ao apresentar a tarefa para a classe, para que fosse criada uma atmosfera que remetesse ao contexto da escrita de cartas, os alunos receberam envelopes (que eram muito usados há algum tempo) e selos. Joyce os instruiu sobre o significado das palavras *remetente* e *destinatário*, já que muitos



alunos as desconheciam; além de, como elucidamos anteriormente, explicar as características sobre a estrutura da carta, ou seja, o que os alunos deveriam contemplar em sua escrita. Dessa forma, Joyce lhes ensinava um gênero textual, cujas características mais específicas os alunos desconheciam, por não se tratar de um gênero muito comum em seu cotidiano, podendo “despertá-los [os alunos] para uma cultura de sala de aula não vivida por eles até então, na qual puderam estabelecer momentos de comunicação dentro e fora da sala de aula” (MENGALI, 2011, p. 14).

Após as orientações, os alunos começaram o trabalho com as cartas, que levou muitos dias para ser concluído, pois, além do tempo para a sua elaboração, tiveram que esperar as respostas e verificar se precisariam responder perguntas que, eventualmente, pudessem ter sido feitas pelos alunos da outra sala. A seguir, daremos início às análises desse material escrito.

### **5.1.1 Chegou carta: o que será que está escrito?**

Para selecionar as cartas a serem apresentadas neste capítulo, lemos todas elas, procurando evidências da influência (ou não) do ambiente criado na sala de aula sobre esses registros produzidos pelos alunos.

Após analisar esses registros escritos, identificamos alguns indícios sobre alguns momentos e assuntos que foram marcantes durante toda a pesquisa, bem como sobre outros fatores recorrentes nas várias cartas. Alguns dos temas abordados pelos alunos, ao escreverem as cartas, foram: as socializações, as tarefas, os saberes matemáticos, o trabalho em grupo e o ambiente de aprendizagem.

Certamente, estão contidos no teor das cartas outros temas, entretanto, enfatizamos apenas alguns, que foram bastante recorrentes e que vão ao encontro dos objetivos deste estudo.

Embora os alunos tenham recebido cartas-resposta dos colegas da 8ª série, não analisaremos essas devolutivas, focando nossa análise somente na primeira escrita dos alunos do 1º ano, uma vez que nossa intenção é evidenciar a ideia que formaram sobre as aulas de Matemática e sobre os assuntos nelas discutidos.

Primeiramente, apresentaremos trechos digitalizados de duas cartas produzidas por dois alunos do 1º ano, ao lado de sua transcrição<sup>69</sup>, para facilitar ao leitor a compreensão da escrita. A primeira

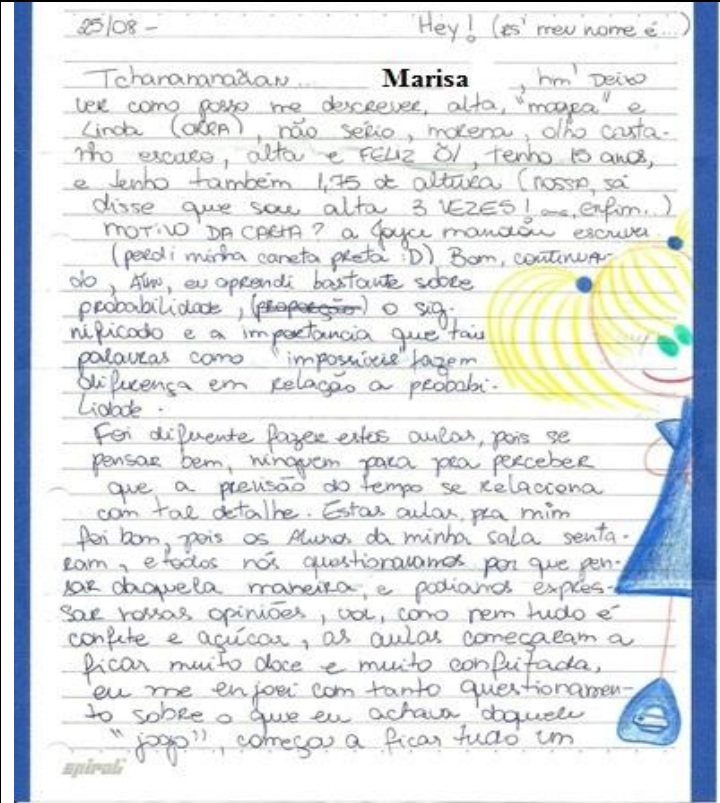

---

<sup>69</sup> As transcrições das cartas foram construídas de forma a respeitar a grafia original dos registros produzidos pelos alunos. Entre colchetes estão alguns comentários que, eventualmente, podem ajudar o leitor a compreender o registro.

carta contempla quase todos os temas que destacamos na primeira análise do material, conforme discutimos anteriormente. A segunda carta que mostraremos, pelo contrário, não contempla nenhum desses aspectos.

Depois, discutiremos alguns aspectos dos temas já mencionados, trazendo pequenas passagens contidas nas cartas produzidas pelos outros alunos da sala. Haverá, também, trechos das cartas produzidas por alguns dos alunos que integravam o grupo acompanhado pela pesquisadora, durante o desenvolvimento das tarefas, conforme elucidamos em nossa metodologia; nesse caso, as análises desses registros escritos poderão ser entrelaçadas com excertos das entrevistas realizadas com esses alunos, evidenciando falas que convergem ou divergem entre si.

### 5.1.1.1 De: Marisa (1ºB) - para: Mayla (8ªA)

 <p>25/08 - Hey! (es' meu nome é...)</p> <p>Tchanananaãan... <b>Marisa</b> hm' Deixo      ver como posso me descrever, alta, "magra" e      Linda (oera), não sério, morena, olho casta-      nho escuro, alta e FELIZ 8/, tenho 15 anos,      e tenho também 1,75 de altura (nossa, já      disse que sou alta 3 VEZES! Ama Enfim...)      MOTIVO DA CARTA? a Joyce mandou escrever      (perdi minha caneta preta :D). Bom, continuando,      aham, eu aprendi bastante sobre      probabilidade, (<del>proporção</del>) o sig-      nificado e a importância que tais      palavras como impossível fazem      diferença em relação a probabi-      lidade.</p> <p>Foi diferente fazer estas aulas, pois se      pensar bem, ninguém para pra perceber      que a pressão do tempo se relaciona      com tal detalhe. Estas aulas pra mim      foi bom, pois os alunos da minha sala senta-      ram, e todos nós questionamos por que pen-      sar daquela maneira, e podíamos expres-      sar nossas opiniões, vai, como nem tudo é      confete e açúcar, as aulas começaram a      ficar muito doce e muito confitada,      eu me enjoei com tanto questionamen-      to sobre o que eu achava daquela      "jogo", começou a ficar tudo em</p>	 [frente] 25/08 – Hey! (es' nome é...) Tchanananaãan... Marisa hm' Deixa ver como posso me descrever, alta "magra" e linda (o não sério, morena, olho castanho escuro, alta e FELIZ 8/, tenho 15 anos, e tenho também 1,75 de altura (nossa, já disse que sou alta 3 VEZES! Ama Enfim...) Motivo da carta? A Joyce mandou escrever (perdi minha caneta preta :D). Bom continuando, aham, eu aprendi bastante sobre probabilidade, ( <del>proporção</del> ) o significado e a importância que tais palavras como impossível fazem diferença em relação a probabilidade. Foi diferente fazer estas aulas, pois se pensar bem, ninguém
--	---

pouco monotono, mas enfim, é assim mesmo, em partes, fazer aquela apresentação foi bom, estudei cada detalhe, para que tudo saia perfeito, mas não saiu, (RS) como sempre.

E alguém deu a ideia do povo fazer um teatro, imagino que vocês ae também terão que fazer um. Não gostei muito da ideia, mas como não posso fazer nada a respeito, já estou bolando em algo. / Paciência... Bom, acho que é isso, já disse tudo que era para ser dito, hm, é isso ae - Agora, são 21h:47 min e estou com sono, e tenho que arrumar meu cabelo ainda, tô todo desembaraçado...

Beijos,

foi um prazer conversar com você por esta carta, um meio de comunicação muito utilizado hoje em dia e muito comum, na distancia de 50m de uma - porta de sala para outra.

Marisa

— 1º B.

25/08/2010

para pra perceber que a previsão do tempo se relaciona com tal detalhe.

Estas aulas, pra mim foi bom, pois os alunos da minha sala sentaram todos nós

questionamos por que pensar daquela maneira, e podíamos expressar nossas opiniões, mas, como nem tudo é confete e açúcar, as aulas começaram a ficar muito do muito confeitada, eu me enjoiei com tanto

questionamento sobre o que eu achava daquele "jogo", começou a ficar tudo um [verso] pouco monótono, enfim, é assim mesmo, em partes, fazer aquela

apresentação [jornal] foi bom, estudei cada detalhe, para que tudo perfeito, mas não saiu

, (RS [risos]) como sempre. E alguém deu a ideia do povo fazer um teatro, imagino que vocês ae também terão que fazer um. Não gostei muito da ideias, mas como não posso fazer nada a respeito, já estou bolando algo

/Paciência... Bom, acho que é isso, já disse tudo que era para ser dito, hm, é isso ae - Agora, são 21h47min e estou com sono, tenho que arrumar meu cabelo ainda, todo desembaraçado...

Beijos, foi um prazer conversar com você por esta carta, um meio de comunicação muito

	<p><i>utilizado hoje em dia e muito comum, na distância de 50m, de porta de sala para outra.</i></p> <p><i>Marisa – 1ºB</i></p> <p><i>25/08/2010</i></p>
Excerto da carta escrita pela aluna Marisa	Transcrição

FIGURA 28 – Carta produzida pela aluna Marisa

Embora tenha participado ativamente do trabalho desenvolvido durante a pesquisa, tanto na realização das tarefas, quanto nas discussões sobre as resoluções dos problemas, em sua carta Marisa demonstrou certa relutância no que concerne a algumas tarefas desempenhadas, a começar pela própria escrita da carta, sobre a qual Marisa, usando de certa ironia, questionou a necessidade de elaborá-la. Esses aspectos aparecem no primeiro e no último parágrafo da transcrição. No início do texto Marisa avisou que estava escrevendo a carta porque a professora havia ‘mandado’. Ao fornecer instruções sobre o que deveriam contemplar no teor das cartas, Joyce pediu que explicassem o motivo pelo qual o estavam fazendo; assim, alguns alunos explicaram a seus destinatários que deveriam escrevê-la, para contar sobre as experiências que tiveram ao realizar as tarefas e participar das discussões, enquanto Marisa atribuiu o motivo da escrita ao pedido da professora, como se o estivesse atendendo apenas para satisfazer-lhe a vontade. No final de sua carta, Marisa, de certa forma, satiriza o meio de comunicação adotado na tarefa, em vista de sua utilidade, atualmente.

A aluna fez referência à linguagem da *probabilidade*, sugerindo ter aprendido sobre os diferentes significados das palavras e que termos como *impossível* podem fazer diferença em um determinado contexto, como, por exemplo, a previsão do tempo. Nesse sentido, destaca-se uma das potencialidades do desenvolvimento do pensamento probabilístico, conhecimento matemático, possibilitado pelo trabalho realizado nessa sala de aula. As colocações feitas pela aluna na carta indicam uma mudança de compreensão do meio; o fato de Marisa ter observado que, frequentemente, muitas pessoas não ficam atentas ao uso da linguagem no contexto da previsão do tempo, pode ajudá-la a analisar mais atentamente outras situações e, assim, compreender melhor determinados contextos, bem como tomar decisões de modo mais consciente.

A prática de expressar opiniões também foi ressaltada por Marisa, quando mencionou os momentos de socialização, em que todos os alunos se sentavam juntos, para levantar questionamentos, como uma prática constante. Tão assídua que, na opinião de Marisa, chegou a ocorrer demasiadamente. Essa crítica feita pela aluna nos remete a uma reflexão sobre a dinâmica das tarefas, que se forem

sempre iguais, poderão provocar reações de desinteresse, podendo gerar problemas maiores de indisciplina não auxiliando, portanto, os estudantes a progredirem em seus processos de aprendizagem e de desenvolvimento.

Se por um lado desenvolver tarefas diversas, relacionadas a diferentes gêneros garante que todos tenham a oportunidade de ter ‘voz’, por outro, o uso de diversas tarefas sobre o mesmo assunto pode ocasionar desinteresse, proveniente do esgotamento do tema, tornando--se necessária a rotatividade de diferentes dinâmicas e a maneira de abordar o assunto; no entanto,, mesmo assim, nem sempre é possível aprofundar-se muito em determinado conceito, pois os alunos acabam por dispersar a atenção. Além do mais, quando o professor pretende modificar a cultura de sua classe,, inserindo situações que, comumente, não são vividas pelos alunos, esse professor deve estar ciente de que a transformação deve ocorrer pouco a pouco, uma vez que, em muitos casos, os alunos estão habituados a um ambiente bastante tradicional – como era o caso desses alunos – e qualquer mudança pode causar estranhamentos e conflitos que devem ser resolvidos, respeitando-se o tempo de adaptação dos educandos.

A produção do jornal parece ter sido também para Marisa uma tarefa marcante, pois, como afirmou em sua carta, a aluna se empenhou muito para que o trabalho gerasse um bom produto final. Mesmo assim, afirmou que não estava muito empolgada em realizar outro trabalho semelhante a esse e o faria apenas para cumprir a tarefa pedida. Contudo, antes mesmo de a tarefa ser solicitada, Marisa já estava, em suas próprias palavras, “*bolando algo*”. Na realidade, porém, essa nova tarefa não aconteceu.

A estrutura da carta produzida pela aluna nos faz observar que Marisa conserva grande conhecimento sobre o gênero cartas pessoais, embora, como ela mesma mencionou, não sejam um gênero muito utilizado atualmente. Além disso, Marisa escreve colocando um ‘quê’ de intimidade com seu interlocutor, mesmo que não se conheçam. Essa relação aparente na escrita da aluna é comum desse gênero, pois “as cartas possibilitam que aflorem a afetividade e o humor – pouco comuns em trabalhos de matemática” (BARBOSA; NACARATO; PENHA, 2009, p. 88). Marisa relatou suas experiências durante a pesquisa, de forma extrovertida, incorporando à sua escrita, brincadeiras, críticas e detalhes que ajudam o leitor a formar uma imagem, tanto do contexto de sua sala de aula, quanto de sua personalidade.

### 5.1.1.2 De: Pedro (1º B) - para: Fabíola (8ª A)

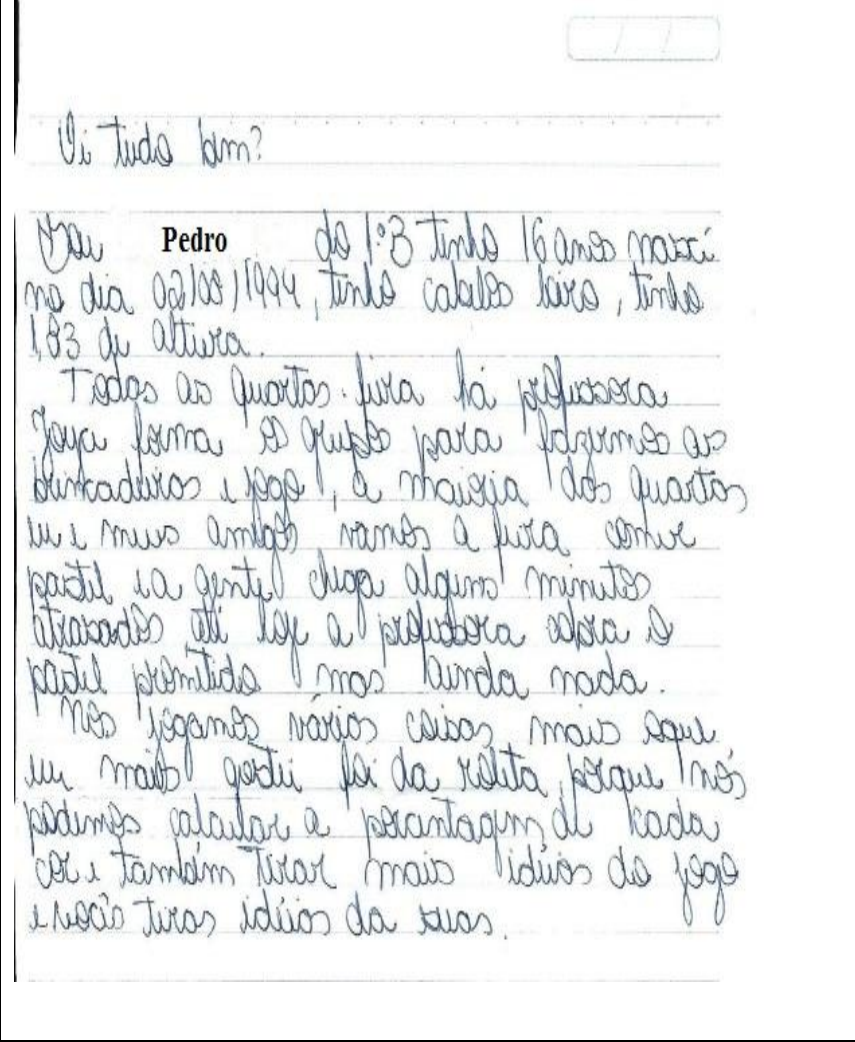

 <p>Oi tudo bem?</p> <p>Eu Pedro do 1º B tenho 16 anos nasci no dia 02/08/1994, tenho cabelos loiros, tenho 1,23 de altura.</p> <p>Todas as quartas-feira há professora Joyce forma o grupo para fazermos as brincadeiras e jogo, a maioria das quartas eu e meus amigos vamos a feira com pastel e a gente chega alguns minutos atrasados ali há a professora cobra o pastel prometido mas ainda nada.</p> <p>Nós jogamos varias coisas mais que eu mais gostei foi da roleta, porque nós podemos calcular a porcentagem de cada cor e também tirar mais ideias do jogo e vocês tirar ideias da tuas. [...]</p>	 <p>Oi tudo bem?</p> <p>Sou Pedro do 1º B tenho 16 anos nasci no dia 02/08/1994, tenho cabelos loiros, tenho 1,23 de altura.</p> <p>Todas as quartas – feira há professora Joyce forma os grupos para fazermos as brincadeiras e jogo, a maioria das quartas eu e meus amigos vamos a feira com pastel e a gente chega alguns minutos atrasados até hoje a professora cobra o pastel prometido mas ainda nada.</p> <p>Nós jogamos várias coisas mais que eu mais gostei foi da roleta, porque nós podemos calcular a porcentagem de cada cor e também tirar mais ideias do jogo e vocês tirar ideias da tuas. [...]</p>
Excerto da carta escrita pelo aluno Pedro	Transcrição

FIGURA 29 – Carta produzida pelo aluno Pedro

Além das palavras transcritas acima, Pedro escreveu apenas mais um parágrafo no início da carta, o qual continha uma breve descrição física de si, se apresentando ao destinatário; portanto, o aluno não discorreu sobre assunto algum, além dos que estão mostrados na imagem apresentada. Na maior parte da carta, o aluno fala sobre uma situação que está relacionada com as aulas de Matemática, sobretudo as aulas nas quais foi desenvolvida a pesquisa, mas que não possui ligação alguma com as tarefas, tampouco com os conhecimentos matemáticos suscitados por elas. O que ficou mais forte para Pedro tem a ver com os atrasos dele e dos colegas que, como ele mesmo relatou, chegavam tarde à



aula, pois iam à feira antes de ir à escola. Joyce sempre os repreendia por essa atitude, porém deforma bem-humorada, mas para esses alunos essa postura não provocou o efeito desejado pela professora.

No último parágrafo, Pedro fala um pouco sobre o cálculo de porcentagens, ligado à tarefa ‘Corrida até o topo’, sem, no entanto, dar explicações muito claras e coesas.

Inferimos que Pedro tenha compreendido, ao menos em parte, a proposta da escrita da carta, mas como não participou ativamente das discussões, tanto nos pequenos grupos – seu grupo costumava demorar muito tempo para concluir as tarefas, pois se distraíam brincando com outras coisas – quanto durante as socializações, Pedro não pôde relatar muito sobre os assuntos que circularam pela sala de aula, durante o período de realização da pesquisa.

Traremos, a seguir, pequenos trechos dos relatos elaborados pelos alunos, para falar dos cinco principais temas presentes nas cartas: as socializações, as tarefas, os saberes matemáticos, o trabalho em grupo e o ambiente de aprendizagem.

### 5.1.1.3 Sobre as socializações

Como já explicamos anteriormente, sempre que uma tarefa era concluída, ocorria a socialização das resoluções. Nesse momento, os alunos expunham as conclusões a que haviam chegado junto com seus colegas de grupo, cujas discussões eram mediadas pela professora, que procurava ajudá-los a estabelecer relações e sistematizar as discussões para que pudessem avançar em sua elaboração conceitual. Na escrita das cartas, os alunos expressaram opiniões variadas acerca dessas socializações.

*“quando as tarefas são finalizadas, nós nos sentávamos em círculo para discutir sobre as lições feitas, muita gente dava sua opinião, alguns discordavam e outros concordavam com as opiniões feitas”*  
(Gustavo)

*“e depois das atividades tínhamos que explicar qual método que usamos para resolver o problema”*  
(Henry)

*“as vezes nos debates, havia uma confusão e ninguém chegava a uma conclusão”* (Marlon)

Gustavo e Henry apenas descreveram os momentos de discussão, que, como eles mesmos disseram, ocorriam em muitas ocasiões. Marlon observou os momentos de confusão e a dificuldade de se chegar a uma conclusão, fato que atribuímos às diversas opiniões sobre um mesmo tema, que circulavam na sala de aula. Outros alunos tomaram posições mais claras, dizendo se as socializações os agradavam ou não.

*“a única coisa que eu não gostei foi as discussões que tivemos sobre os temas, porque todo mundo queria falar ao mesmo tempo e muitas vezes ninguém concordava com ninguém”* (Miriam)

*“porque todos falavam ao mesmo tempo e ficavam fazendo barulho, isso não foi bom”* (Celso)

*“Achei as discussões com a sala muito chata, pois a professora sempre complicava, e tinha gente que falava, falava, falava e não dizia nada, ou falava o mesmo que o outro de uma forma tão complicada que chegava a dar dor de cabeça”* (Patrícia)

*“A parte que não gostei muito foi apenas quando era para socializar o conteúdo final”* (Tábata)

Esses alunos mostraram-se incomodados com as discussões sobre as resoluções das tarefas. De fato, eram momentos em que havia confusão, barulho, muitos alunos se dispersavam do assunto e, infelizmente, nem todos conseguiam ser ouvidos, embora com o passar das aulas, tenhamos observado que o ambiente da sala de aula foi sendo modificada e os alunos passaram a se apropriar, cada vez mais, do gênero debate. Mesmo que as socializações não tenham agradado a todos os alunos, entendemos que se trata de uma cultura de aula de Matemática que tem ricas contribuições a oferecer, pois, sem elas, possivelmente, os alunos não tomariam conhecimento sobre diferentes estratégias de resolução para os problemas e diferentes resultados para as tarefas que se encontravam no campo da aleatoriedade. As confusões e conflitos provocados pelos momentos de discussão apareceram nos relatos de outros alunos.

*“tudo isso me irritou um pouco, pois teve muita discussão e minha cabeça ficou toda virada (confundida)”* (Alice)

*“Na minha sala as discussões sobre probabilidade e possibilidade foram loooongas... E a Marisa não parava de falar e perguntar, parecia impossível colocar na cabeça daquela menina, haha”* (Amanda)

*“No começo eu achei que as coisas não faziam sentido, mas depois comecei a entender melhor e a minha opinião mudou, você achou o que?”* (Amanda)

*“Eu aprendi bastante nesse trabalho, pois minha sala é bem polêmica então sempre gerava dúvida questionamentos. Mas até hoje eu me pergunto qual é a diferença entre probabilidade e possibilidade? Mas sei que isso foi polêmico, pelo menos na minha sala. E na sua? Como foi a questão dos assuntos discutidos?”* (Giovanna)

*“Bons foram os momentos de pura discussão, diálogo em aberto com todos os alunos. E os maus momentos são os que as conversas paralelas atrapalhavam as tarefas”* (Leonardo)

*“As discussões com a sala e com meu grupo ajudou muito, pois conheci várias opiniões da minha sala [...] Gostei de tudo, só não gostei muito das discussões que tínhamos que falar os significados de*



*probabilidade, o que é certo e incerto, possibilidade entre outros, meu! Aquilo estava confundindo a minha cabeça, me deixando louco”* (Lúcio)

Alice diz ter ficado confusa com as discussões, o que é normal quando se está inserido em um ambiente onde há diálogo, pois os conflitos entre as ideias de diferentes naturezas provocam um desequilíbrio nos padrões construídos, ou seja, os alunos começam a duvidar de suas próprias certezas e, nesse caso, a irritação mencionada pela aluna não está fora do contexto, uma vez que dialogar não é uma prática simples que se aprende de uma vez; pelo contrário, é um ato complexo, que exige do participante respeito às falas de seus pares. Conflitar-se consigo mesmo ou com os colegas é uma situação a princípio desconfortável, mas que pode proporcionar progressos no desenvolvimento intelectual. Assim, lembramos que não atribuímos à palavra *conflito*, uma conotação pejorativa e sim um sentido mais neutro de oposição de interesses.

Amanda brincou com a palavra *impossível* ao referir-se à companheira de grupo que participava ativamente das socializações que, como enfatizou Amanda, eram bastante longas. A dinâmica das socializações apareceu em vários momentos na escrita dos alunos, descrevendo as discussões como longas e polêmicas, o que revela o movimento de circulação de significações ocorrido, quando os alunos eram convidados a expressar suas opiniões.

Isso nos fornece pistas sobre a transformação sofrida pela aluna, por intermédio dos processos de comunicação e reflexão promovidos no decorrer das discussões. Como ela mesma relatou, achava que as coisas não faziam sentido no início, mas, no desenrolar dos acontecimentos passou a ampliar sua compreensão sobre os assuntos discutidos e, possivelmente, suas posições foram modificadas. Consideramos que esses conflitos que, como Amanda, alguns alunos afirmaram ter vivenciado, não apenas são comuns no processo de aprendizagem, como são necessários a ele. Vigotski (2000, p. 236) garante que “o conceito surge no processo de operação intelectual”, quando todas as funções intelectuais participam do processo que é mediado pela palavra e, portanto, os processos de comunicação são essenciais. Para que esse movimento ocorra, o conflito é necessário, pois “a formação dos conceitos surge no processo de solução de algum problema que se coloca para o pensamento do adolescente” (VIGOTSKI, 2000, p. 237).

Giovanna qualificou sua sala como polêmica, referindo-se às longas socializações, quando apareciam muitos questionamentos e opiniões diferentes. Acerca disso, a aluna fez menção às discussões sobre conhecimentos matemáticos relativos à linguagem probabilística e afirmou não ter certeza ainda sobre “*diferença entre probabilidade e possibilidade*”, uma afirmação bastante

interessante, uma vez que durante as socializações, Giovanna era uma das aulas que mais opinavam sobre os dois conceitos. As colocações feitas pela aluna durante as discussões podem, inclusive, ser observadas em alguns dos episódios apresentados no capítulo anterior.

O relato feito pela aluna na carta nos oferece informações sobre o ambiente de aprendizagem constituído nessa sala de aula, pois confirma a existência de situações polêmicas, o que denota a cultura da sala de aula no que diz respeito à prática de expressar opiniões, e de trocar ideias sobre as concepções que os alunos tinham sobre determinados conceitos.

Atendendo às orientações feitas pela professora, Leonardo descreveu, pelo menos, um aspecto bom e um ruim a respeito do processo ocorrido durante a pesquisa de campo. Na carta, o aluno disse ter gostado das discussões e queixou-se dos colegas que conversavam em momentos que ele considerou inoportunos. Durante as discussões na sala de aula, esse aluno, frequentemente, pedia aos colegas que parassem de falar e ouvissem o assunto central da discussão. No trecho da entrevista, apresentado a seguir, o aluno reafirmou a crítica que fez sobre alguns colegas não participarem e conversarem durante as aulas; essa parecia ser uma preocupação constante para o aluno, pois em diversas ocasiões ele se mostrou incomodado com aquela atitude.

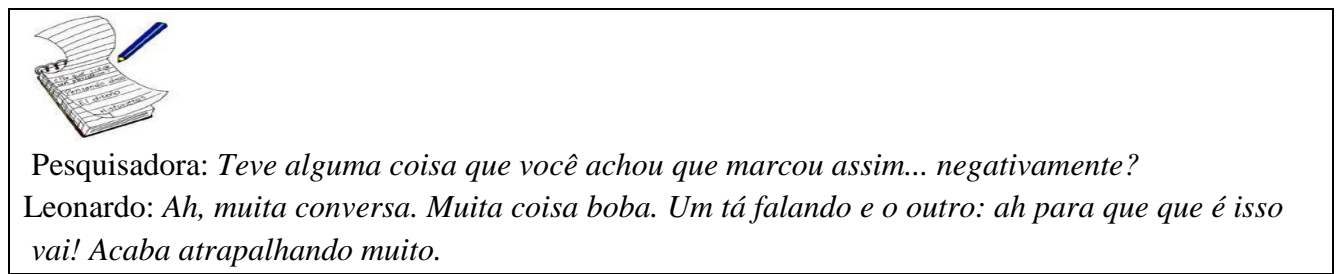


FIGURA 30 – Excerto da entrevista do aluno Leonardo

Ainda assim, considerando a frase “*Bons foram os momentos de pura discussão, diálogo em aberto com todos os alunos*”, as socializações parecem ter sido proveitosas para Leonardo. Esse envolvimento do aluno nas discussões, mesmo que não proferisse sua opinião em todas elas, pode ter contribuído para que ele se tornasse mais observador, ou como ele mesmo disse, desconfiado, não em um sentido pejorativo, mas com a ideia de quem não aceita tudo instantaneamente, sem antes analisar o contexto. No excerto da entrevista a seguir, Leonardo narra, segundo sua opinião, alguns aspectos sobre as discussões ocorridas em sua sala que, envolviam tanto a classe toda, quanto apenas o seu grupo.



Leonardo: *Dava pra estressar bem. Começava, aí começava o outro gritar lá do outro lado: Ah eu quero falar!*

Pesquisadora: *Mas você não disse que era mais formal?*

Leonardo: *Então, antes não era, aí agora é assim.*

Pesquisadora: *Como assim?*

Leonardo: *Que nem, se for fazer de novo, a sala vai se comportar de outra maneira, não vai ser a mesma coisa.*

Pesquisadora: *Por que você acha que isso vai acontecer?*

Leonardo: *Porque... agora que, eu pelo menos, sei agora...ficar um pouco mais em grupo, acho que os outros também devem ter aprendido alguma coisa.*

Pesquisadora: *Entendi. Você acha que aconteceu porque vocês trabalharam em grupo.*

Leonardo: *É... desde que eu estudo aqui, acho que nunca aconteceu de deixar a discussão entre a sala inteira. Acho que é a primeira vez. Então, a primeira vez acaba sendo meio descontrolado.*

FIGURA 31 – Excerto da entrevista do aluno Leonardo

Uma vez mais, a fala do aluno nos remete à reflexão sobre a necessidade de um trabalho contínuo para que certas barreiras naturalmente erguidas na sala de aula possam ser desconstruídas para dar espaço a novas práticas que promovam a aprendizagem e, por conseguinte, o desenvolvimento dos estudantes. Sem iniciar o trabalho com as discussões durante as aulas, aos alunos talvez não fosse oferecida a oportunidade de desenvolver capacidades relativas à argumentação oral, tão importante no meio social. Essas práticas não se tornam habituais instantaneamente e tampouco facilmente, sendo preciso insistir com o trabalho nessa direção.

Finalmente, Lúcio, em sua carta, embora tenha criticado os debates sobre a linguagem probabilística, pois afirmou terem lhe causado incômodo, ou confusão, logo em seguida, anunciou que as discussões — nos pequenos grupos ou com a classe toda — onde se podiam expressar opiniões, foram produtivas para ele, pois pôde, junto com seus colegas, analisar cada situação nos jogos ou frases em discussão, como pudemos constatar na frase: “*As discussões com a sala e com meu grupo ajudou muito, pois conheci várias opiniões da minha sala*”.

A fala de Lúcio evidencia a dinâmica das interações entre os alunos quando negociam significações. Dinâmica essa que não ocorre tranquilamente, mas que é repleta de conflitos e confusões, importantes na formação de conceitos, porque provocam reflexões internas e enunciadas em respostas às falas ouvidas. É nesse movimento — de conhecer várias opiniões, como apontou Lúcio — que o sujeito se apropria das falas do outro, e as ressignifica; assim, sua maneira de ver o mundo vai

sendo transformada. Em outro sentido, os enunciados e ações desse sujeito vão ajudando a transformar o ambiente, à medida que seus pares têm suas visões de mundo modificadas.

Nesses escritos elaborados pelos alunos, podemos perceber claramente a troca de interlocutores nas relações sociais da sala de aula que, ao se comunicaram, recebem avaliações sobre suas falas e ações, podendo significá-las novamente, ao mesmo tempo em que fornecem avaliações para que os demais sujeitos envolvidos possam reorganizar suas concepções sobre diversos assuntos, pois, como afirma Vigotski (2000a, p. 24), “através dos outros constituímos-nos”.

#### 5.1.1.4 Sobre as tarefas

Em suas cartas, por diversas vezes, os alunos fizeram referência às tarefas desenvolvidas durante a pesquisa. A produção do jornal foi, certamente, a tarefa mais marcante durante todo o trabalho, tendo sido a mais mencionada nas cartas. Lembramos que na realização dessa tarefa os grupos de alunos tiveram que elaborar duas notícias, utilizando algumas das palavras da linguagem probabilística; uma notícia sobre o assunto de sua escolha e outra sobre a previsão do tempo. Os alunos também tiveram que encenar um ‘telejornal’ para apresentar as notícias.

Todo esse contexto motivou os alunos a se empenharem no desenvolvimento da tarefa, fazendo com que ficassem atentos também aos trabalhos dos colegas, percebendo deslizes, falas interessantes, ações criativas, etc. Em consequência, no momento de debater sobre as apresentações, os alunos tinham muito para falar e para ouvir, enriquecendo a discussão. Compreendemos que tenham sido essas as razões que culminaram nas muitas menções feitas pelos alunos sobre o jogo.

*“o jornal foi o trabalho que eu mais gostei, foi bem difícil apresentar, mas na hora rolou tudo bem”*

(Luiza)

*“a parte que eu mais gostei foi quando foi proposto um jornal”* (Maria Carolina)

*“Um momento que eu achei muito legal foi o qual tivemos que fazer um jornal, que foi uma atividade diferente que jamais fizemos”* (Patrícia)

*“a gente tinha que elaborar um jornal de televisão, todos os grupos fizeram pesquisas de diversos assuntos e o mais divertido foi na hora de assistir as gravações, é legal a gente poder ver como é desenvolvido nosso trabalho!”* (Monica)


*“O trabalho de fazer o jornal na minha opinião foi a tarefa mais dinâmica. Foi muito legal. Teve vários estilos de jornal. Nuss. No meu grupo eu fui a jornalista, nós fizemos um jornal jovem, foi bem interessante. E como foi o jornal na sua sala? Teve grupo aqui que entrevistou o diretor do filme 2012*

*foi bem legal, teve um outro grupo que falou da probabilidade de trânsito na marginal. Outro falou sobre um avião que caiu, falaram até sobre a copa. Resumindo teve de tudo nessa tarefa” (Giovanna)*

A exemplo de outros alunos, Giovanna também destacou a tarefa 3, a produção do jornal que, segundo ela, foi a tarefa mais dinâmica e, por isso, marcante. A aluna mostra ter observado o trabalho dos colegas ao relatar a diversidade de assuntos abordados pelos grupos que relacionaram a linguagem da probabilidade a vários assuntos circundantes no cotidiano da sociedade.


Dentre as frases acima, destacamos a da aluna Monica, que escreveu: *“é legal a gente poder ver como é desenvolvido nosso trabalho!”*, referindo-se à oportunidade que os alunos tiveram de assistir às suas apresentações e discuti-las com os colegas. Essa fala evidencia que a aluna tomou consciência da importância de analisar um trabalho feito, podendo observar os aspectos favoráveis e compreender os erros, para reorganizar trabalhos futuros. Além disso, a conversa sobre as apresentações com os colegas de classe proporcionou um momento de reflexão sobre as ações do *outro*, podendo, desse modo, ampliar a capacidade de percepção.

Outras tarefas também foram mencionadas nas cartas, embora com bem menos ênfase. Entretanto, as falas não são menos importantes.



*“Nós fizemos várias atividades, mas a que eu achei mais legal foi a da roleta, que nós conseguimos calcular a porcentagem de cada cor” (Marlon)*

Como explicamos anteriormente, o jogo ‘Corrida até o topo’, mencionado por Marlon, possibilitou que os alunos estabelecessem relações entre o espaço físico da roleta e a probabilidade de cada cor vencer; desse modo, a discussão sobre as resoluções dessa tarefa também foi bastante intensa e contou com a participação ativa de muitos alunos.



*“o jogo de dados também foi muito interessante, pois tinha que ter muita estratégia para poder ganhar” (Miriam)*

*“O jogo que eu não gostei foi a da aposta com os dados, porque você nunca saberá os números que vão cair e tem outro porém nunca em epoteze [hipótese] alguma saíra um número par” (Patrick)*

*“Eu gostei dos jogos, principalmente esse último do bingo [Tarefa 6 - Jogo de dados], sabe? Foi o que eu mais me diverti, haha tiveram pessoas do meu grupo que apostaram números impossíveis de cair, kk tipo você assim, sabe”? (Amanda)*

*“no jogo do bingo [Tarefa 6 - Jogo de dados] eu joguei um número impossível, bem esperta a pessoa né? Kkk” (Bruna)*

*“Outra tarefa interessante foi as dos jogos dos “dados”. Eu ganhei todas!” (Giovanna)*

Sobre o ‘Jogo de dados’, destacamos a questão do vencer ou perder, presente em algumas cartas. Por exemplo, Giovanna mencionou o jogo porque venceu todas as partidas e analisou suas apostas para compará-las com as dos colegas; enquanto Bruna fez referência à tarefa, porque apostou em números impossíveis de se obter no lançamento de dois dados (considerando o produto dos resultados). Por outro lado, Amanda mencionou a tarefa, também por causa de números impossíveis de se obter, porém, falou não de suas ações, mas do deslize de alguns colegas. Miriam ponderou que, para vencer, era precisar ter estratégia, embora a aluna não tenha explicado que tipos de estratégias seriam.

Para terem mais chances de vencer, os alunos deveriam analisar as opções de aposta e escolher as que julgassem mais promissoras. Muitos não fizeram essa análise e não conseguiram vencer. Após o jogo, os participantes tiveram uma discussão sobre as apostas feitas e, como Bruna, alguns perceberam as falhas em suas apostas. Ainda assim, outros alunos (como Patrick), não compreenderam a ideia do espaço amostral, que deveria ser analisado antes de se fazer uma boa aposta.

Embora Leonardo não tenha falado diretamente sobre as tarefas em sua carta, ele mostrou sua oposição com relação às tarefas, pois as considerou muito fáceis. Como Leandro foi um dos alunos entrevistados após o trabalho em sala de aula, pudemos levantar essa questão durante sua entrevista.



Pesquisadora: *E aí as tarefas... você acha que são legais essas tarefas, ou você acha que não muda nada...ou que atrapalham...?*

Leonardo: *Legal é...*

Pesquisadora: *Mas...*

Leonardo: *Sei lá, acho que podia ser uma coisa muito... um pouquinho mais pesado mesmo. Fazer o aluno cair firme lá, pesquisar, olhar, fazer de tudo pra ver se...*

Pesquisadora: *Por quê? Vocês não faziam isso?*

Leonardo: *Até fazia, só que não era muito difícil, era mais só olhar, entende, olha um pouco...*

Pesquisadora: *Você acha que tinha que ser mais difícil?*

Leonardo: *Ahã.*

Pesquisadora: *Ah tá, a aula de Matemática, então, tinha que ser mais difícil pra você?*

Leonardo: *Pra surgir o interesse, sim.*

Pesquisadora: *Você não tinha interesse?*

Leonardo: *Até tenho, fazia tudo lá, acabava... e aí, o que é que fazia? Não tinha o que fazer.*

FIGURA 32 – Excerto da entrevista do aluno Leonardo

O que é fácil para um aluno pode não ser para o outro, e aí reside a dificuldade em escolher tarefas que possam despertar o interesse de todos os alunos de uma mesma sala. Mesmo assim,

Leonardo participou do desenvolvimento das tarefas de forma bastante ativa, assim com das discussões sobre as resoluções elaboradas pelos grupos e costumava tomar a liderança do grupo.

Ao refletir sobre isso, reafirmamos a importância da mediação docente durante o trabalho na sala de aula, porque, por mais que a seleção prévia das tarefas seja feita cuidadosamente, empregando todo o conhecimento da disciplina que o professor possui, não é possível alcançar todos os alunos da mesma maneira, já que a sala de aula é um espaço heterogêneo. Os alunos de uma mesma classe possuem saberes diferentes, tanto no âmbito dos conhecimentos cotidianos, quanto no dos científicos e, portanto, esses alunos se encontram em diferentes zonas de desenvolvimento potencial. O professor é capaz de mediar o movimento desses conhecimentos, usando como ferramentas as tarefas e a interação entre os alunos.

#### 5.1.1.5 Sobre saberes matemáticos

Notamos que os alunos, muitas vezes, não se sentem seguros para falar sobre o conhecimento que produziram; embora tenham feito referência a esses saberes, nem sempre isso aconteceu de maneira explícita. A seguir mostraremos alguns desses trechos das cartas.

*“Gostei muito com a pesquisa realizada pude notar quais as diferenças de probabilidade, impossível, possível e entre outras palavras” (Alice)*

*“Nós também aprendemos sobre as diferenças das palavras como probabilidade, possível, certo, há alguma chance e várias outras palavras” (Marlon)*

*“E foi só nesse trabalho que eu aprendi a fazer conta de porcentagem, tenso. Também a Marisa não parava de fazer contas...” (Amanda)*


Alice e Marlon fizeram referência à linguagem probabilística discutida durante o desenvolvimento das primeiras tarefas da pesquisa. Os dois asseguraram que aprenderam as diferenças entre palavras como *probabilidade*, *possível* e *impossível*, entre outras. Apesar dessa afirmação, Alice não especificou quais seriam aquelas diferenças, nem discutiu algum aspecto sobre os conhecimentos matemáticos relativos a essa linguagem. Dentre as expressões citadas por Marlon destacamos *há alguma chance*. Na tarefa não havia exatamente essa expressão, mas sim *há alguma probabilidade*, desse modo, pudemos notar a relação que o aluno estabeleceu entre os termos.

Ainda que haja mais de uma forma de representação da probabilidade de ocorrência de um determinado fenômeno, sem dúvida, socialmente o uso da porcentagem é bastante comum. Portanto, a



presença desse assunto nas cartas é muito pertinente. Além disso, o desenvolvimento da tarefa 4, isto é, do jogo ‘Corrida até o topo’, gerou uma discussão<sup>70</sup> bastante acalorada, quando alguns alunos estabeleceram conexões entre a divisão de cores no espaço físico da roleta e a medida de chances de se obter cada uma das cores, ao girar a seta. Entendemos que tal discussão pode ter contribuído no avanço da aprendizagem desses alunos, como relatou a aluna Amanda, quando escreveu “*foi só nesse trabalho que eu aprendi a fazer conta de porcentagem*”, atribuindo isso ao fato de sua colega de grupo insistir nos cálculos.

O ‘Jogo de dados’ foi mencionado por vários alunos:

 “*Eu gostei dos jogos, principalmente esse último do bingo [Tarefa 6 - Jogo de dados], sabe? Foi o que eu mais me diverti, haha tiveram pessoas do meu grupo que apostaram números impossíveis de cair, kk tipo você assim, sabe?*” (Amanda)

“*O trabalho de probabilidade e possibilidade também são muito divertido, no jogo do bingo [Tarefa 6 - Jogo de dados] eu joguei um número impossível, bem esperta a pessoa né? Kkk [...] Enfim todas as atividades foram muito interessantes, pode não ter feito muito sentido no começo, mais com o passar do tempo aprendi muita coisa e agradeço a professora Joyce*” (Bruna)

“*Outra tarefa interessante foi as dos jogos dos “dados”. Eu ganhei todas!*” (Giovanna)

“*O jogo que eu não gostei foi a da aposta com os dados, porque você nunca saberá os números que vão cair e tem outro porém nunca em epoteze [hipótese] alguma saíra um número par*” (Patrick)

Amanda ‘provocou’ seu destinatário, afirmando que algumas pessoas de seu grupo, não refletindo sobre as características do jogo, fizeram apostas que não venceriam, pois não eram valores possíveis de resultar, multiplicando-se os números obtidos no lançamento de dois dados, e comparando a atitude do aluno da 8ª série, com a dessas pessoas, indicando não ter sido uma delas, e que esteve atenta ao jogo, no momento de organização das apostas.

Apesar de Bruna não ter discutido muito sobre essa tarefa, em apenas três linhas a aluna relacionou a linguagem probabilística através das palavras *possibilidade* e *probabilidade* com o jogo e observou que não teve sucesso no jogo, por ter apostado em números impossíveis de sair, demonstrando – com bom humor – que reconsiderou suas crenças iniciais. Possivelmente, quando se encontrar em situação semelhante a essa, a aluna pensará melhor antes de fazer suas escolhas.

Assim como outros colegas, Bruna refletiu sobre as apostas que fez e analisou suas ações e a dos colegas, podendo aprender com o erro, já que “cometer erros é uma parte natural desse processo

---

<sup>70</sup> Uma parte dessa discussão pode ser observada no episódio 7 apresentado no capítulo 4 deste trabalho.



[resolução de problemas]; e algumas vezes, pode ser até essencial. Simples erros são resultados de métodos que precisam ser melhorados” (HIEBERT et al., 1997, p. 48, tradução nossa<sup>71</sup>). Esse movimento foi possibilitado pela dinâmica da tarefa, que convidou os alunos a refletirem sobre suas escolhas e a dos colegas, analisando todas as possibilidades de escolha para novas ações.

Giovanna comemorou suas vitórias ao falar do ‘Jogo de dados’. Com base nas observações que realizamos dos alunos durante o desenvolvimento da pesquisa, concluímos que Giovanna não fizera suas apostas a esmo, mas procurara analisar suas possibilidades. A seguir, compartilharemos parte dos registros escritos, elaborados pela aluna, os quais se referem à análise de apostas nessa tarefa.


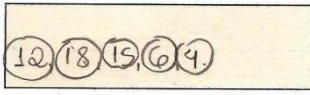

<p>1. Realize o jogo. Anote suas 5 apostas no quadro:</p>   <p>2. Análise das jogadas: Agora que o jogo já terminou, como você avalia a escolha que fez dos cinco números? Se fosse fazer outra jogada, você manteria essa escolha ou mudaria? Justifique suas respostas.</p> <p><i>Eu gostei da minha escolha e se fosse jogar de novo jogaria com os mesmos números apostado, porque os números que apostei caíam bastante.</i></p> <p>Registro da tarefa 6 escrito<sup>72</sup> pela aluna Giovanna</p>	 <p><i>Eu gostei da minha escolha e se fosse jogar de novo jogaria com os mesmos números apostado, porque os números que apostei caíam bastante.</i></p>
--	---

FIGURA 33 – Registro escrito sobre a tarefa 6

Após essa etapa da tarefa, o grupo de Giovanna organizou, em uma tabela, o espaço amostral relativo ao produto dos números obtidos no lançamento de dois dados, além de um gráfico através do qual concluíram que os números 4, 6 e 12 teriam maior probabilidade de ocorrer. Ainda nessa tarefa, os grupos foram convidados a fazer uma nova aposta que representaria o grupo, contra as apostas elaboradas pelos grupos dos colegas, e 3 dos números constantes nessa nova aposta estavam também na aposta inicial de Giovanna, os outros dois números escolhidos pelo grupo, tinham o mesmo número de

<sup>71</sup> Cf original: “Making mistakes is a natural part of this process; it even may be essential sometimes. Mistakes simply are outcomes of methods that need to be improved”

<sup>72</sup> Os registros das tarefas eram elaborados pelo grupo todo, no entanto, nessa tarefa, os alunos tiveram de fazer uma análise individual sobre suas apostas, após terem jogado com o grupo.

possibilidades de ocorrências, que os dois números restantes na primeira aposta da aluna, segundo o gráfico produzido pelo grupo. Desse modo, inferimos que Giovanna analisou suas apostas antes de iniciar os jogos, e estava bastante segura de suas ações, mesmo que tenha usado a experimentação como justificativa.

O relato de Patrick sobre esse jogo evidencia que o aluno não se apropriou das discussões sobre o espaço amostral do produto dos números obtidos no lançamento de dois dados, nem das discussões sobre análise das apostas. O aluno não conseguiu identificar números com maior probabilidade de ocorrência. Patrick afirmou que não sairiam números pares, que não apenas podem ocorrer como são os que têm maiores chances disso. O aluno talvez tenha feito essa observação baseado em sua experiência no jogo, isso evidencia a necessidade da análise de todas as condições em uma determinada situação.

Os próximos trechos mostram as relações com os saberes produzidos (ou não) de forma mais geral.

*“Os trabalhos que nós estamos fazendo são muito interessantes e provenientes para o nosso futuro em diante [...] Como foi seu trabalho foi muito proveitoso como o meu?” (Débora)*

*“muitos jogos de dados envolve muita probabilidade, e estratégia para saber quais os números que tem mais chances. Isso nem percebemos” (Lúcio)*

*“Não entendi nada da matéria de matemática, mas tudo bem, eu sou um pouco tímido” (Gilberto)*

*“Eu aprendi a ter uma visão ampla das coisas duvidar um pouco mais das coisas até estar com certeza de tudo” (Leonardo)*

Pudemos constatar que Débora atribuiu grande importância ao trabalho desenvolvido em sua sala de aula. Vale ressaltar que ela é uma menina bastante tímida e não expressou suas opiniões em nenhuma das socializações orais ocorridas durante a pesquisa. Essa aluna integrava o grupo cujas atividades foram observadas por esta pesquisadora, e, portanto, podemos também destacar que, mesmo durante as discussões sucedidas durante a realização das tarefas, Débora expressava pouco sua opinião. Ainda assim, a aluna pareceu estar envolvida com as tarefas desenvolvidas na sala e suas discussões, visto sua afirmação na carta.

Débora considerou que o trabalho desenvolvido em sua sala pode ajudá-la futuramente, e essa ideia foi reiterada pela aluna durante a entrevista da qual ela participou, como mostramos no excerto a seguir:



Pesquisadora: *E você acha que foi importante esse assunto?*

Débora: *Ah, sim, sim. Foi. Porque, às vezes, assim, a gente ta numa conversa aí a gente lembra do trabalho que a gente fez, aí você faz assim. Será que vai? Será que não pode? A gente sempre lembra desse trabalho.*

Pesquisadora: *Você diz a gente, quem?*

Débora: *Tipo assim, quando eu tô conversando com alguém, eu sempre lembro do trabalho de Matemática*

Pesquisadora: *Então, você acha que foi uma coisa importante de se estudar? Você acha que vai contribuir na sua vida na escola?.*

Débora: *Ah sim, não só na escola como no dia a dia. .*

FIGURA 34 – Excerto da entrevista da aluna Débora

Assim, por meio desse conjunto de dados (excerto da carta e da entrevista) inferimos que o trabalho realizado na sala de aula ajudou essa aluna a criar uma postura um pouco mais crítica na tomada de decisões — mesmo que tímidas —, uma vez que passou a analisar previamente as situações.


Embora em sua carta Lúcio não se refira a valores de medidas de chances, o aluno mostrou ter notado uma das funções do cálculo de probabilidades ao escrever: “*muitos jogos de dados envolve muita probabilidade, e estratégia para saber quais os números que tem mais chances. Isso nem percebemos*”, pois tendo observado que há necessidade de analisar a situação — nesse caso o planejamento do jogo — antes de tomar alguma decisão sobre ela. Na sociedade em geral, comumente as pessoas tomam decisões, sem realizar análises prévias, sem perceber, como afirmou Lúcio, que efeitos podem ser provocados por essas decisões. É nesse sentido que o trabalho com a Educação Estatística constitui uma importante vertente de transformação social, podendo ajudar na análise de situações cotidianas, atuando, desse modo, como ferramenta para as ações do indivíduo.

Gilberto, por outro lado, afirmou não ter entendido nada sobre as discussões na sala e atribuiu isso, ao fato de ser um garoto tímido. Gilberto foi um dos alunos que, como explicamos no capítulo metodológico, ingressaram na turma, depois do início da pesquisa. Talvez esse aluno precisasse de mais tempo para se habituar a essa dinâmica de aula. No mais, compreendemos que nem sempre é possível que a discussão ajude todos os alunos a avançarem, o que demonstra a necessidade de mudanças constantes na dinâmica, e atenção do professor mais específica individualmente, que nem sempre é possível, dadas as condições de trabalho disponíveis.

A passagem “*Eu aprendi a ter uma visão ampla das coisas duvidar um pouco mais das coisas até estar com certeza de tudo*” da carta de Leonardo foi uma das que mais nos chamaram a atenção, pois mostra que ele se coloca em uma posição de observador mais crítico, que, possivelmente, procurará subsídios para analisar certos eventos, quando houver a necessidade de tomar decisões. Esse conhecimento produzido pelo aluno é proveniente do trabalho com a probabilidade e foi suscitado no ambiente de aprendizagem no qual a sala se configurou. A mudança de postura que Leonardo afirmou ter vivenciado, vai ao encontro da concepção de educação estatística e Matemática como um todo, a serviço da melhor compreensão de mundo e da intervenção sobre ele. Nessa direção, Lopes (2003, p. 84), afirma que o estudo da estatística e da probabilidade pode contribuir “à formação global de nossos alunos se trabalhadas sob a perspectiva crítica do conhecimento”. Essa visão crítica de mundo é essencial para que o aluno possa agir deliberadamente, em prol de sua transformação.

#### 5.1.1.6 Sobre o trabalho em grupo

Outra questão forte nas cartas trata da cultura do trabalho em grupo, que não era muito desenvolvida nessa classe antes da realização da pesquisa.

 “*tudo foi novidade pro meu grupo todos trabalhando juntos foi bem legal*” (Ana Paula)

“*com as tarefas aprendi muita coisa, uma delas foi trabalhar em grupo, o que é muito difícil já que cada um tem sua opinião*” (Patrícia)

“*Eu aprendi muitas coisas, mas o principal foi trabalhar em grupo, aprender a ouvir o grupo*” (Wellington)

“*Gosto da aula de matemática, só não sou muito fã quando é atividade em grupo, fico meio sem graça com os outros*” (Edson)

“*aprendi a trabalhar em grupo, pois para mim, era cada um por si e já era*” (Juliano)

“*a gente aprende que para um bom resultado de qualquer tarefa tem que ter conversa entre si*” (Tábata)

Dentre os relatos, estão as dificuldades de se relacionar e interagir com os colegas no grupo, como mencionou o aluno Edson. Apesar de elogiar a escola e a aula de Matemática, o aluno demonstrou, na sua escrita, ter dificuldades em se relacionar e, por essa razão, o trabalho em grupo se torna um problema para ele. Nesse sentido, concluímos que Edson talvez tivesse a necessidade de estar

inserido em um ambiente promotor da interação por mais tempo, mais do que outros alunos que já têm essa habilidade mais desenvolvida. O fato de Edson ter ingressado na turma, após o início do trabalho, pode ter prejudicado sua inserção nesse ambiente que também causava algum desconforto inicial, mesmo aos alunos que já estavam habituados com a escola e com os colegas

Todavia, o incômodo procedente da prática do trabalho em grupo, aparentemente sofrido pelo aluno, indica que suas concepções foram desestabilizadas, quando ele foi ‘convidado’ a interagir com seus colegas para realizar as tarefas; portanto, o aluno teve que começar a criar meios para se adaptar a essa situação, circunstância essencial ao desenvolvimento humano. Mesmo que tenha demonstrado ainda estar passando por esse desconforto, cremos que Edson está no caminho para seu desenvolvimento, no que se refere à interação entre pares.

Contudo, também se fazem presentes nas cartas falas que representam as contribuições feitas por esse trabalho, como, por exemplo, relatou o aluno Juliano, que disse ter mudado de ideia com relação ao trabalho em grupo, pois se considerava bastante individualista. A perspectiva de aula desenvolvida na sala durante a pesquisa conduzia os alunos para um trabalho em equipes, discutindo com seus colegas e entrando em (des)acordo; assim, por meio desses relatos, compreendemos que esses alunos não estavam habituados a essa prática e o caráter contínuo do trabalho desenvolvido na pesquisa funcionou como ‘insistência’ para que os resolvessem juntos os problemas que lhes eram apresentados, provocando mudanças nas posturas de alguns deles, como foi o caso de Juliano, Wellington, Ana Paula ou Patrícia.

Tábata relatou ter compreendido a potencialidade do trabalho em grupo, não apenas no sentido de sentar juntos e resolver a mesma tarefa, mas de construir junto uma resolução, ou, como afirmou Tábata, *“para um bom resultado de qualquer tarefa tem que ter conversa entre si”*.

### **5.1.1.7 Sobre o ambiente de aprendizagem**

Constatamos, nas cartas, a opinião de alguns alunos acerca da diferença entre as tarefas que fizeram durante a pesquisa e das que estavam habituados a realizar.



*“Mais foi bom também não só pelo fato de aprender mais, mais também por ter feito algo diferente na escola que praticamente tudo que estudamos no ano letivo é sempre a mesma coisa”* (Alice)

*“toda quarta-feira para nós é uma aula diferente, onde nós aprendemos jogando e discutindo sobre as lições passadas pela professora, nós somos filmados toda quarta-feira, no começo eu não achei muito*

*legal, mas depois fui me acostumando com tudo, nós já fizemos teatro, jogamos dado, rodamos roletas e muitas outras coisas” (Gustavo)*

*“e com as pesquisas as aulas saem um pouquinho da rotina, e deixa de lado as aulas repetitivas” (Monica)*

Diante da relação de parceria que construímos com a professora-pesquisadora colaboradora desta pesquisa, podemos afirmar que, embora Joyce já estivesse em contato com a metodologia de resolução de problemas e já possuísse uma postura investigativa, após a realização desta pesquisa (concomitante com sua própria pesquisa) Joyce ampliou o contato com tal metodologia e, por consequência, seu desenvolvimento profissional, no que concerne a esse modelo de aula.

A rotina, mencionada por esses alunos, é ainda uma forte influência de modelos tradicionais de ensino, em que o professor é a figura central na sala de aula e tenta transmitir o conhecimento que detêm para, posteriormente, testar se os alunos absorveram seus saberes. Esse modelo de aula pode provocar desinteresse por parte dos alunos, ao passo que, se eles forem imersos em um ambiente que lhes proporcione participarem ativamente da construção de saberes por meio das relações sociais da sala de aula, os avanços podem ser bem mais significativos.

Alguns alunos relataram ter mudado a visão que tinham sobre sua classe, como podemos constatar nas observações seguintes:



*“No trabalho do jornal, foi onde eu percebi o quanto a minha classe é produtiva, apesar da bagunça, né” (Amanda)*

*“mas o que eu mais gostei foi o trabalho do jornal, porque todos trabalharam juntos e foram muito criativos e ver isso foi bem interessante porque essa sala é considerada bem bagunceira, mais acho que surpreendemos bastante, tudo bem que eu só fiquei segurando o papel atrás da câmera né, mais enfim kkk [...] pode não ter feito muito sentido no começo, mais com o passar do tempo aprendi muita coisa e agradeço a professora Joyce” (Bruna)*

*“E o que eu percebi é que entre os grupos não existe essa coisa de competir um com o outro e sim entender o porque os resultados dos jogos são diferentes ou iguais em cada grupo [...] além de ser divertido, traz conhecimento através das dinâmicas e todos participam” (Monica)*

Quando Amanda mencionou o trabalho com os ‘telejornais’, nos forneceu indícios acerca da mudança de sua visão sobre sua sala, pois afirma: ‘foi onde eu percebi o quanto a minha classe é produtiva, apesar da bagunça’. Nessa direção, refletimos sobre a constituição de um ambiente de aprendizagem, no qual tarefas problemáticas convidam os alunos a se envolverem na produção de saberes matemáticos.

A aluna Bruna mencionou o trabalho em grupo, como uma das razões de a produção e a apresentação do ‘telejornal’ terem se tornado uma tarefa marcante, ponderando que todos os grupos se empenharam e, em suas palavras, “*foram muito criativos*”. Essa situação foi considerada por ela — e por outros alunos — bastante significativa, interessante e acrescentamos satisfatória, pois, como ressaltamos durante a descrição do contexto dessa sala de aula, feita no capítulo 4 deste trabalho, ou ainda, como a própria Bruna escreveu em sua carta, o 1ºB não era considerado como uma boa classe, mas sim como uma sala um tanto quanto problemática, devido ao excesso de brincadeiras, conversas, e bagunça (termo extremamente comum no contexto escolar).

Embora a aluna não tivesse participado do trabalho como apresentadora do jornal, como explicou Bruna, ela deu apoio aos colegas que o apresentaram, segurando cartazes com as falas para evitar que fossem esquecidas. Não nos pareceu que Bruna tenha diminuído a importância de sua função. Aliás, a presença dessa função nos trabalhos produzidos pelos alunos é uma característica bastante interessante, pois mostra que os grupos observaram muitos detalhes, para que seus trabalhos tivessem um formato semelhante ao dos verdadeiros telejornais. Nesse sentido, salientamos o trecho em que Bruna escreveu: “*acho que surpreendemos bastante*”, colocando-se em nome da sala toda, que, segundo ela, conseguiu ‘provar’ terem sido capazes de fazer um bom trabalho e, portanto, a aluna não se excluiu, pelo fato de ter ficado apenas “*segurando o papel atrás da câmera*”, como ela mesma afirmou.


De acordo com os escritos dos alunos, pudemos notar alguns aspectos sobre a visão que tinham de sua própria classe, como no caso de Bruna quando narrou ter notado a produtividade e o desempenho criativo de seus colegas. . Nesse sentido, “a linguagem escrita nas aulas de Matemática atua como mediadora, integrando as experiências individuais e coletivas na busca da construção e apropriação dos conceitos abstratos estudados. Além disso, cria oportunidades para o resgate da autoestima para alunos, professores e para as interações da sala de aula” (SANTOS S., 2005, p. 129). Consideramos que essas colocações feitas pela aluna são muito importantes, por mostrarem certa mudança na sua concepção sobre a própria sala e, quando os alunos não se sentem inseridos em um ambiente de sala de aula saudável, seu desenvolvimento pode ser prejudicado.

Talvez Bruna não tenha consciência, mas consideramos muito significativa sua afirmação: “*pode não ter feito muito sentido no começo, mais com o passar do tempo aprendi muita coisa e agradeço a professora Joyce*”, pois esse movimento descrito pela aluna representa a presença de certa transformação no ambiente de aprendizagem e em suas significações.

Como constatamos anteriormente, a prática da resolução de problemas por meio do trabalho em grupo, não era corrente nas aulas de matemática e, talvez, em quase nenhum espaço do cotidiano escolar do qual esses alunos fazem parte. Além disso, se trabalhar em grupos não era comum, muito menos o seria a prática do diálogo, da comunicação e da evidenciação das diferentes significações. Portanto, a observação feita por Bruna, é muito pertinente, porque a aluna se encontrou em um ambiente ‘novo’, isto é, diferente daquele ao qual estava habituada. A mudança ocorrida sobre: prática docente (combinada com a mudança nas tarefas apresentadas) → postura discente → ambiente de aprendizagem provocou conflitos, não só para a aluna Bruna, como para outros alunos. No entanto, a continuidade do trabalho — que culminou no extenso período de desenvolvimento da pesquisa de campo — possibilitou que parte dos conflitos fosse resolvida, produzindo alguma matemática significativa.

Monica salientou a não existência de competição entre os grupos, mas sim a preocupação em compreender as razões que levaram à elaboração de resoluções similares ou, totalmente diferentes. Desse modo, fica evidente a concepção de um ambiente onde não predomina a classificação das resoluções em certas ou erradas. Há a preocupação em entender as diversas maneiras de resolver um problema, aceitar que pode haver mais de uma resposta correta e em caso de erro, compreender o porquê, para que se possa aprender com isso. A aluna também relatou ter observado a participação dos alunos durante o desenvolvimento das tarefas o que contraria a visão que os alunos tinham da própria sala, como improdutiva.

Em algumas cartas, foi possível observar aspectos que os alunos consideraram negativos, mesmo que tenham sido cuidadosos ao escrever sobre isso:



*“Eu acho que esse trabalho foi bom para nós pois falava de um assunto que não damos tanto valor, mas sempre usamos em nossa vida, também foi bom porque ajudou as nossas professoras mas também atrapalhou o nosso aprendizado, pois eram duas aulas a menos de matemática, e que outras salas estavam tendo”* (Marcos)

*“e as memórias ruins é quando eu presto atenção na professora e não entendo nada da explicação”* (Lívio)

*“Na minha opinião a maior dificuldade das professoras foi conseguir por a sala em ordem a cada socialização da quarta-feira”* (Maria Carolina)

Interpretamos que Marcos fez uma análise bastante crítica sobre as aulas, de acordo com suas crenças e concepções. Ele não considerou que os assuntos tratados nessas aulas fizessem parte do



currículo, ou do que o 1º ano realmente deveria aprender. Entendemos que essa concepção que o aluno desenvolveu sobre a aula de Matemática esteja relacionada à sua inserção em um ambiente de ensino bastante tradicional, em que o currículo é padronizado e, muitas vezes, não considera as reais necessidades dos estudantes, porém, a estrutura do sistema escolar os leva a crer que, se estão aprendendo as mesmas coisas que todos, estão no caminho certo. Desse modo, mais uma vez, ponderamos que não se pode mudar repentinamente uma prática escolar. Além disso, é preciso avaliar se as transformações estão surtindo efeito positivo para o desenvolvimento e a formação intelectual dos estudantes. Embora Marcos tivesse proferido tal crítica sobre as aulas, esse aluno participou da resolução dos problemas em seu grupo e também das socializações, não tentou burlar a aula, nem se rebelou recusando-se a participar. Além disso, Marcos observou que os assuntos discutidos na aula nem sempre recebem a devida atenção, embora estejam presentes no cotidiano.

Lívio queixou-se por não entender as explicações dadas pela professora. Falas como a desse aluno, ajudam a repensar o movimento da sala de aula, para que o professor possa agir em momentos específicos e tentar diminuir esses problemas. Como já destacamos anteriormente, a sala de aula é um espaço heterogêneo e, portanto, nem todos os alunos aprendem da mesma forma em tempos iguais. Esse fato reflete diretamente no trabalho do professor, que precisa observar essas diferenças e planejar o desenvolvimento da aula de maneira que melhor as atenda. Contudo, essa tarefa é extremamente complicada e é impossível chegar ao final do ano letivo de modo que todos os alunos da sala estejam no mesmo nível de desenvolvimento. Cabe ao professor a tarefa de ajudar os alunos avançarem o máximo que conseguirem.

Finalizamos esta seção com uma questão elaborada por uma aluna em sua carta:

*“Como foi aí, poder fazer um trabalho diferente, onde todo mundo fazia a mesma coisa, mas com resultados diferentes?”* (Miriam)

Nessa frase, a aluna demonstra ter compreendido uma das importantes discussões que se encontram no campo da resolução de problemas do trabalho com a probabilidade e da educação matemática crítica. É possível, sim, resolver o mesmo problema de maneira diferente, sobretudo em se tratando de assuntos probabilísticos. O fato de Miriam ter questionado seu destinatário sobre o que ela pensava a respeito disso, demonstra a mudança no ambiente da sala de aula, onde a Matemática não é vista de forma única. Por que não ter resultados diferentes? Por que não discuti-los? Por que não aceitar as contribuições de cada resolução diferente e aprender a resolver futuros problemas?

Terminadas nossas discussões sobre o conteúdo das cartas, passaremos a discorrer sobre as tirinhas produzidas pelos alunos.

## **5.2 Tirinhas: imagem e escrita associadas revelando importantes informações**

Esse gênero foi apresentado aos alunos por meio da tarefa 8, no final do trabalho de campo. Joyce anunciou que os alunos deveriam elaborar uma tirinha, abordando os assuntos discutidos durante a pesquisa, isto é, relacionados à *probabilidade*. Para que os alunos pudessem conhecer um pouco sobre esse gênero, Joyce apresentou aos alunos alguns exemplos de tirinhas e, a partir delas, evidenciou alguns aspectos tipológicos do gênero. Assim, chamou a atenção para a estruturação por meio de cenas ou quadros; a criação do personagem (ou dos personagens); a existência de poucas falas, porém claras e objetivas; as informações transmitidas por meio da linguagem não verbal, isto é, o desenho; os temas abordados que, frequentemente, fazem parte do contexto social em voga e que, muitas vezes, são apresentados ironicamente, no intuito de criticar; a presença do humor; até a assinatura do autor, todos inseridos no trabalho, de modo que respeitassem a organização sequencial de começo, meio e fim.

Segundo Nicolau (2009, p. 9), a tirinha é um texto midiático<sup>73</sup> que, inserida no âmbito jornalístico, “se consolidou como uma categoria estética de expressão e opinião sobre o cotidiano”. Os assuntos abordados dependem do contexto social no qual o autor está inserido, pois a tirinha “faz humor, trata com ironia, satiriza e provoca reflexões, tanto as trivialidades do dia a dia, quanto às questões mais sérias do país e do mundo. Sua intenção de entreter traz implícito o questionamento, a denúncia e mesmo a autocrítica” (NICOLAU, 2009, p. 9). Contudo, para que esses efeitos sejam alcançados, também há de se considerar o contexto no qual se insere o leitor.

No trabalho com as tirinhas, o desenvolvimento do processo de escrita é bem diferenciado do trabalho com as cartas pessoais, principalmente porque, ao contrário das cartas, nas tirinhas o autor precisa transmitir sua ‘mensagem’, utilizando a escrita de forma sucinta. Para isso, recorre ao desenho como linguagem auxiliar.

Após observarmos atentamente todas as produções de tirinhas dos alunos, selecionamos 8 delas para realizar uma análise mais aprofundada. Organizamos as tirinhas selecionadas em 3 categorias: as que abordam a medida de chances; as que abordam a linguagem probabilística e/ou aspectos do

---

<sup>73</sup> Referente ao contexto dos meios de comunicação social.

ambiente de aprendizagem e as que não abordam assuntos relativos à probabilidade. As produções dos alunos foram digitalizadas, conforme apresentaremos a seguir. Abaixo de cada tirinha estarão as frases escritas nos trabalhos, pois em muitos casos o tamanho da digitalização dificulta a leitura e, por conseguinte, a compreensão da tirinha.

### 5.2.1 Tirinha elaborada por Amanda

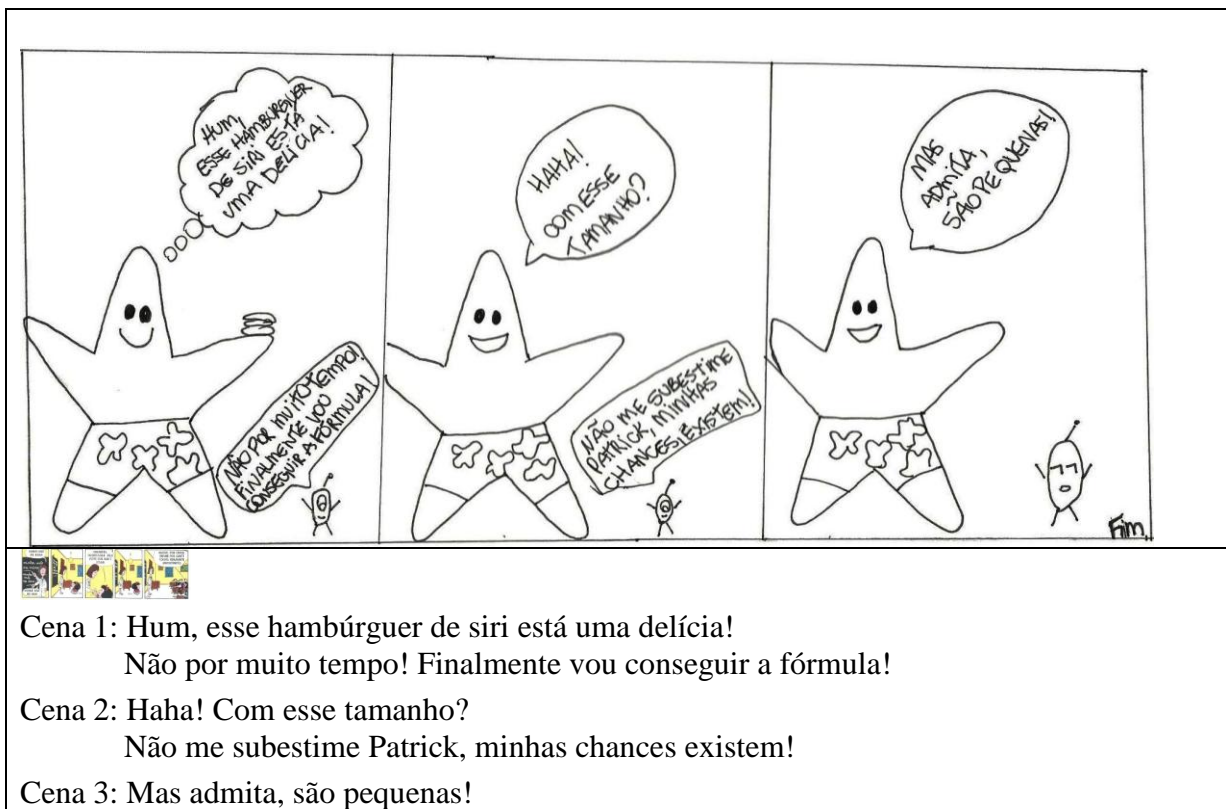


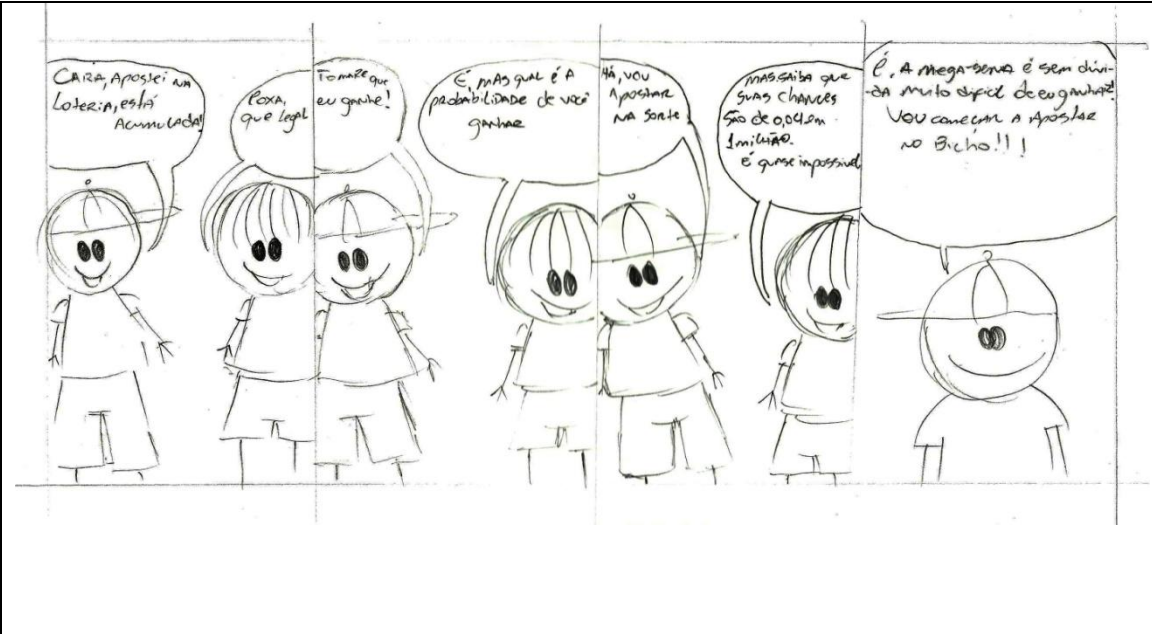
Figura 35: Tirinha elaborada pela aluna Amanda

Amanda utilizou dois personagens já existentes, *Patrick Estrela* e *Plankton*, que fazem parte do desenho animado ‘Bob Esponja’, recorrendo ao contexto em que estão inseridos para dar sentido à sua história. Nesse desenho animado, o personagem Plankton, frequentemente, elabora planos para roubar a fórmula do famoso ‘hambúrguer de Siri’ vendido na lanchonete de outro personagem, o Sr. Sirigueijo sem, no entanto, obter sucesso. Desse modo, a aluna criou humor ao estabelecer uma analogia entre o tamanho físico do personagem *Plankton* e as chances que ele tem de alcançar sua meta, isto é, conseguir a fórmula do ‘hambúrguer de Siri’. Mesmo que Amanda não tenha utilizado a palavra

probabilidade, relacionou-a à situação trazida na tirinha, quando *Patrick Estrela* fez referência às pequenas chances que o *Plankton* teria de obter a fórmula.

O contexto escolhido pela aluna como tema de sua tirinha faz parte do cotidiano dela. Assim, a compreensão total da tirinha fica vinculada ao conhecimento que o leitor tem sobre o desenho animado do qual fazem parte esses personagens. Nesse sentido, para que as produções dos alunos façam sentido para o professor, é necessário que ele compreenda o cotidiano de seus alunos e esteja sempre atento aos assuntos que os cercam. Do contrário, é possível que o professor não seja capaz de alcançar a compreensão mais adequada sobre as produções de seus alunos.

### 5.2.2 Tirinha elaborada por Ítalo



Cena 1: Cara, apostei na loteria, está acumulada.  
Poxa, que legal.

Cena 2: Tomara que eu ganhe!  
É, mas qual é a probabilidade de você ganhar [?]

Cena 3: Há, vou apostar na sorte.  
Mas saiba que suas chances são de 0.04 em 1 milhão. É quase impossível.

Cena 4: É, a mega-sena é sem dúvida muito difícil de eu ganhar, vou começar a apostar no bicho!!!

Figura36: Tirinha elaborada pelo aluno Ítalo

Em sua história, Ítalo inseriu a ideia de medida de chances numericamente e também a associou à linguagem probabilística discutida nas aulas, como podemos notar na cena 3, quando o personagem avisa seu colega que vencer na loteria seria *quase impossível*.

É interessante evidenciar a mudança de posição do personagem (cena 4) que intencionava apostar na loteria. Mesmo que, na cena 3 o personagem afirme que recorrerá à sorte (outro termo presente na linguagem da probabilidade), ao tomar conhecimento da pequena chance de se vencer a loteria, isto é,  $0,04/1000000$  (segundo o personagem) o apostador opta por arriscar em um jogo que, possivelmente, não apresente chances tão pequenas para vencer. Embora na tirinha não apareçam informações sobre a *probabilidade* de vencer no jogo do bicho, essa parece ter sido a intenção do autor. Ítalo fez uso de números em forma decimal e da ideia de razão para apresentar a probabilidade, quando utilizou a expressão: *suas chances são de 0.04 em 1 milhão*. Essa forma de representação da medida de chances esteve presente pelo menos em uma das socializações ocorridas nas aulas de Matemática, embora tenha sido menos discutida que a representação por meio da porcentagem, mas, mesmo assim, parece ter sido apropriada pelo aluno.

### 5.2.3 Tirinha elaborada por Wellington

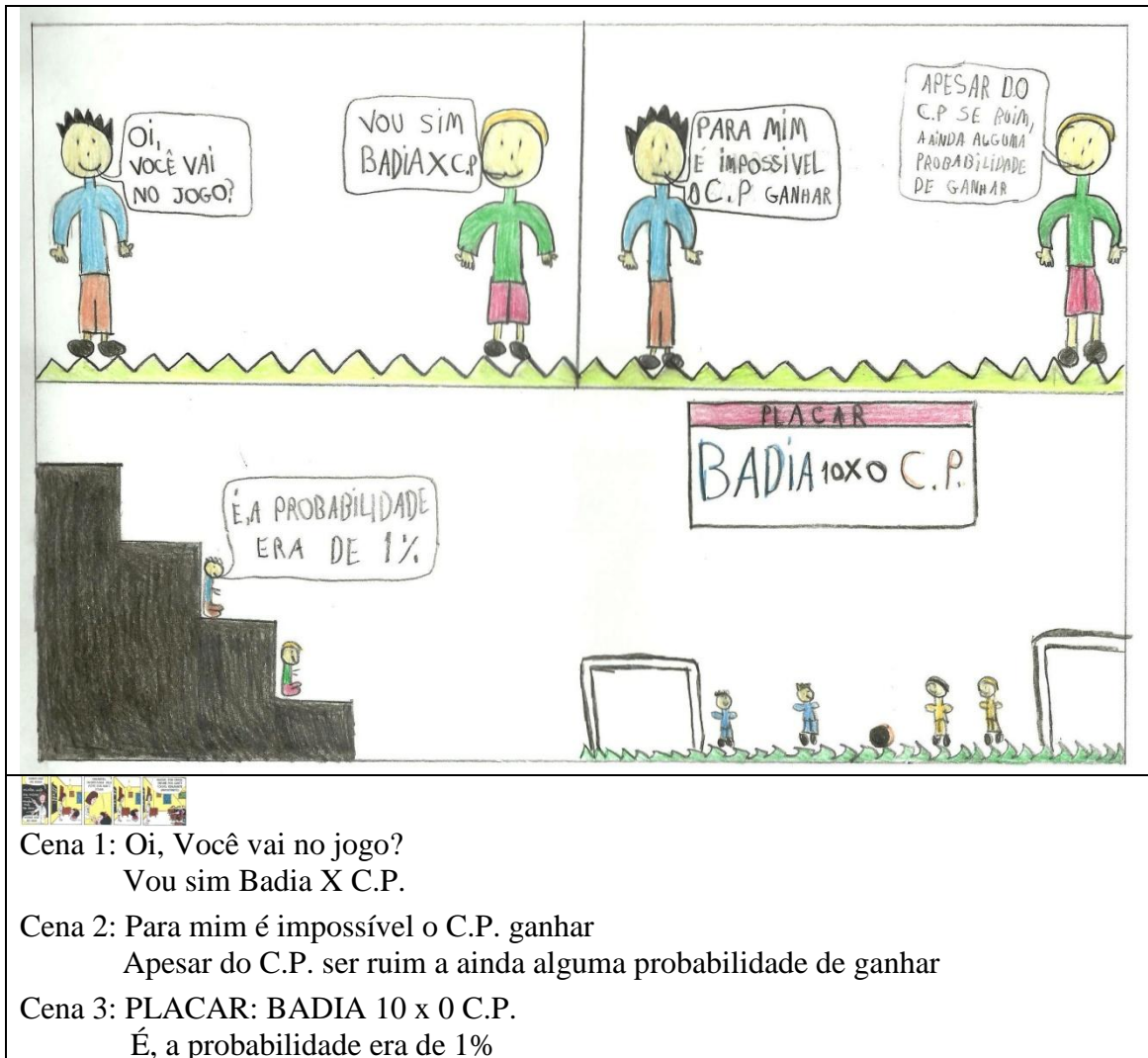


Figura 37: Tirinha elaborada pelo aluno Wellington

Uma vez mais, o tema futebol aparece relacionado à probabilidade, como observamos na tirinha produzida por Wellington. Nessa situação, dois garotos conversam sobre um jogo entre dois times de futebol da cidade de Louveira e, mostram ter opiniões diferentes sobre a probabilidade de vitória do time *C.P.*. O primeiro garoto utiliza a palavra *impossível* para representar as chances de esse time vencer a disputa, enquanto o segundo garoto afirma que o time possui *alguma probabilidade* de vencer o jogo. Esses dois termos estiveram presentes nas discussões de algumas tarefas durante a pesquisa.

Após o jogo (cena 3), o primeiro garoto, de certo modo, confirma sua previsão de que o time *C.P.* não venceria o jogo e ironiza a fala anterior de seu colega (*Apesar do C.P. ser ruim a ainda*

*alguma probabilidade de ganhar*) dizendo que as chances do time vencer eram de 1%, isto é, relativamente próximas a 0. Nesse caso, Wellington recorreu à representação da medida de chances por meio da porcentagem.

Salientamos que Wellington — assim como Ítalo — quase nunca, ou nunca, expressava suas opiniões durante os debates acontecidos na sala de aula. Consideramos essa colocação importante, pois evidencia que, embora e não estejam participando oralmente da discussão, ela pode agregar muitas contribuições aos alunos presentes na sala, que participam, mesmo que indiretamente. No mais, ao estarem inseridos em um ambiente de aprendizagem onde circulam diversas significações sobre conceitos matemáticos, os alunos têm a oportunidade de iniciar um movimento de transformação de suas próprias significações. “A reorganização das interações sociais na sala de aula é crucial para a compreensão de que a criação da ZDP é um processo de negociação de significações pessoais e de comparação destes com as interpretações convencionais da comunidade de matemáticos” (GOOS, 2004, p. 282, tradução nossa<sup>74</sup>) Desse modo, a interação entre alunos e entre alunos e professora age na zona de desenvolvimento proximal dos alunos, proporcionando possíveis aprendizagens. Alguns frutos desse processo puderam ser observados na elaboração dessas tirinhas, como ocorreu com Wellington.

---

<sup>74</sup> Cf original: “This reorganization of classroom social interactions is crucial to understanding that the creation of the ZDP is a process of negotiating personal meanings and comparing these with conventional interpretations from the community of mathematicians”



### 5.2.4 Tirinha elaborada por Leonardo

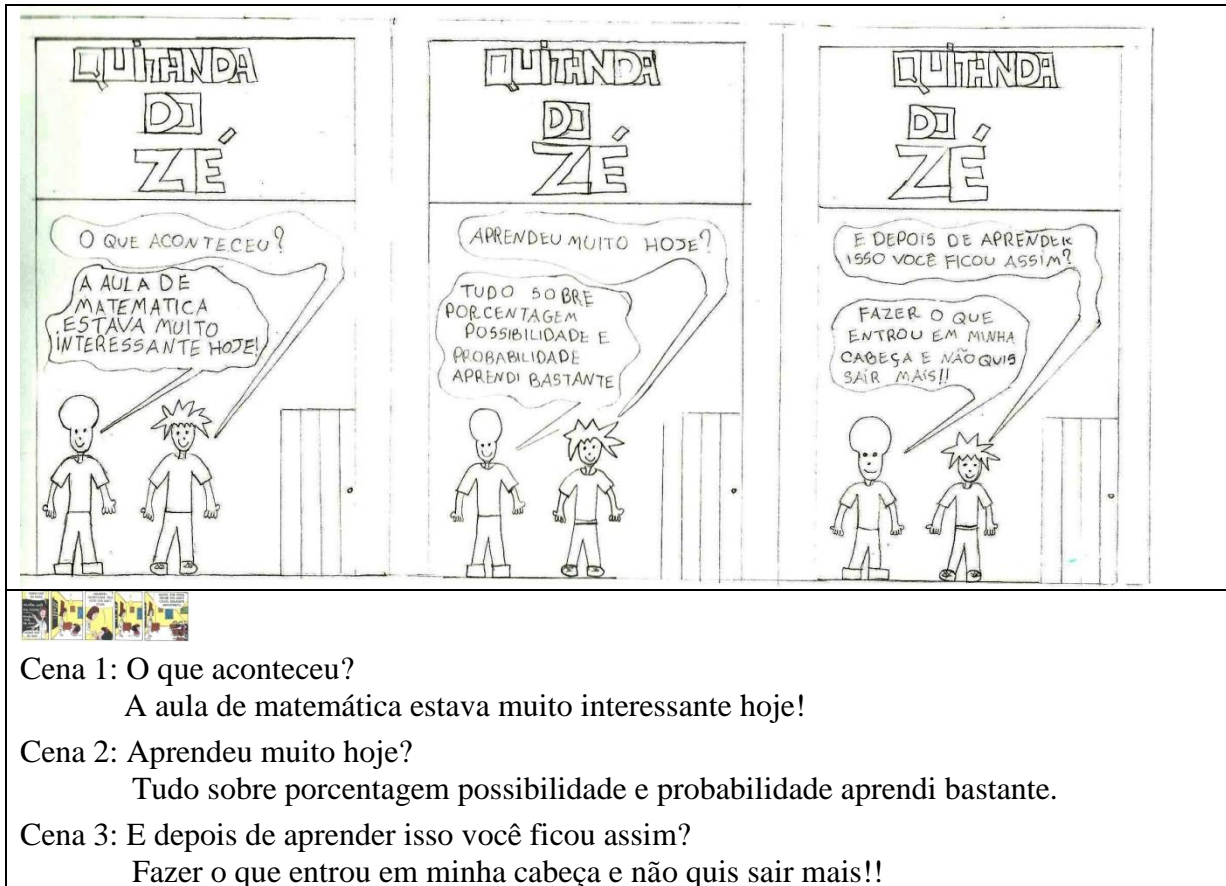


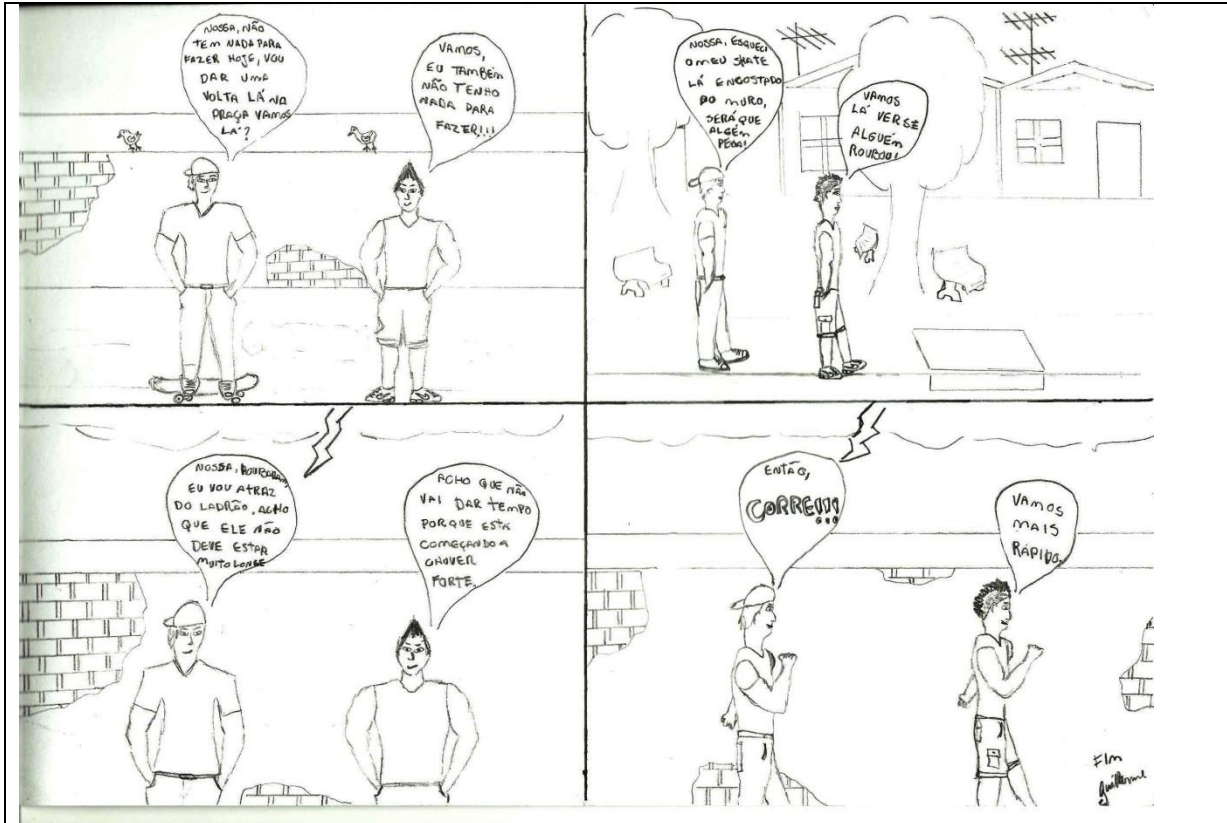
Figura 38: Tirinha elaborada pelo aluno Leonardo

Na tirinha de Leonardo, a probabilidade não é abordada, especificamente. Contudo, o aluno traz como tema as próprias aulas de Matemática e menciona o estudo de conceitos como *probabilidade*, *possibilidade e porcentagem*. O aluno insere o componente humor em sua história ao mostrar que seu personagem teve sua cabeça aumentada de tamanho após participar das aulas de Matemática que trataram desses assuntos. Assim, Leonardo nos forneceu fortes indícios de que o ambiente de aprendizagem no qual esteve inserido foi promissor, no que diz respeito a um aprendizado significativo.

Em sua história, Leonardo evidenciou aspectos da linguagem probabilística, bem como aspectos relativos ao ambiente da sala de aula.



### 5.2.5 Tirinha elaborada por Gustavo



Cena 1: Nossa, não tem nada para fazer hoje, vou dar uma volta lá na praça vamos lá?

Vamos, eu também não tenho nada para fazer!!!

Cena 2: Nossa, esqueci o meu skate lá encostado no muro, será que alguém 'pego'!

Vamos lá ver se alguém roubou!

Cena 3: Nossa, roubaram, eu vou 'atrás' do ladrão, acho que ele não deve estar muito longe. Acho que não vai dar tempo porque está começando a chover forte.

Cena 4: Então, CORRE!!!

Vamos mais rápido.

Figura 39: Tirinha elaborada pelo aluno Gustavo

O aluno Gustavo observou detalhes como local em que se passava a história, posição dos balões, mudança na escrita para provocar entonação diferente a algum termo (cena 4), além de detalhes imagéticos, na criação de sua história, que mostra o diálogo entre dois garotos que resolvem procurar um ladrão que levou o skate que um deles havia esquecido encostado no muro. No entanto, o aluno não

utilizou nenhuma palavra da linguagem probabilística que foi discutida na sala de aula, tampouco fez alguma menção à medida de chances.

Essa tirinha não apresentou conteúdo diretamente relacionado à *probabilidade*, distanciando-se, assim, da proposta feita pela professora, que apresentou como comando da tarefa a elaboração de uma tirinha que tratasse de assuntos discutidos durante a realização da pesquisa, isto é, relacionados à situação de probabilidade.

Entretanto, vale reiterar que ao apresentar o gênero tirinhas para os alunos, Joyce mostrou-lhes alguns exemplos e falou sobre algumas características do gênero, entre elas a abordagem de assuntos do contexto social com uma entonação crítica e na forma de humor.

Desse modo, ainda que esse aluno não tivesse abordado a probabilidade em sua tirinha, evidenciou temas presentes no contexto social da atualidade ao falar do desrespeito às pessoas, como o roubo.

Acrescentamos que Gustavo pode ter percebido alguma conexão entre as situações que apresentou em suas tirinhas e a *probabilidade*; no entanto, se isso aconteceu, ele não conseguiu passar essa mensagem.

### 5.3 Sintetizando...

Após desenvolver a análise apresentada neste capítulo, consideramos ainda mais pertinente e essencial o trabalho com a escrita nas aulas de Matemática. O material analisado nos possibilitou a compreensão de aspectos sobre:

- a natureza das tarefas desenvolvidas pelos alunos e em que medida os alunos envolveram-se ou não em sua realização;
- a dinâmica de trabalho em grupo e a comunicação entre pares, contribuindo para o desenvolvimento das resoluções dos problemas e permitindo que os alunos avançassem em seu aprendizado, ou seja, a ação na zona de desenvolvimento proximal dos alunos;
- o movimento das socializações sobre as resoluções dos problemas apresentados, possibilitando a negociação de significações e a transformação do pensamento dos alunos de uma fase de confusão e falta de sentido para o avanço na compreensão das ideias probabilísticas;

- a visão crítica dos alunos em relação ao ambiente escolar, sobretudo a respeito das aulas de Matemática, pois quando passam a conviver em um ambiente diferente daquele a que estavam habituados, fazem comparações e se posicionam contra ou a favor, e não aceitam tudo que lhes é apresentado sem antes pensar a respeito; e
- a constituição de um ambiente de aprendizagem, no qual se foi ampliando o respeito entre as pessoas, a habilidade de comunicação, e a consciência de que todos são capazes de progredir e desenvolver um bom trabalho, mesmo que em proporções e tempos diferentes.

O gênero cartas pessoais, mesmo não sendo tão comum na sociedade atual, constituiu uma importante ferramenta auxiliar no desenvolvimento do pensamento probabilístico e na constituição do ambiente de aprendizagem. Tornou-se, também, um instrumento de avaliação, por ter possibilitado que os alunos refletissem sobre suas vivências durante o desenrolar da pesquisa, fornecendo à professora e à pesquisadora (mesmo que com focos diferentes) informações sobre o progresso na elaboração conceitual dos alunos e sobre a visão deles no que diz respeito ao ambiente de aprendizagem.

Nas cartas escritas pelos alunos, os conhecimentos matemáticos possibilitados e postos em circulação pelo desenvolvimento das tarefas giraram em torno das questões de linguagem e do conceito de porcentagem. Embora, muitas vezes, os alunos tenham apenas mencionado o estudo de palavras relativas à linguagem probabilística, a presença delas nas cartas indica que as discussões sobre o vocábulo foram, de alguma forma, apropriadas por esses alunos, mesmo que os conceitos não tenham sido completamente formados. Além disso, em diversas cartas, os alunos utilizam as palavras, *possível* (ou ainda *possibilidade*) e *probabilidade* separadamente, indicando que não têm o mesmo significado, ainda que isso não ficasse explicitado nas cartas. Algumas vezes, essas questões vieram acompanhadas de dizeres que ressaltam a importância de escolher bem as palavras ao construir uma frase.

De modo geral, muitos alunos afirmaram ter gostado das aulas das quais participaram durante a pesquisa. Talvez alguns não tenham criticado as aulas, por estarem cientes de que as cartas seriam lidas pela professora e pela pesquisadora. Entretanto, alguns deles, mesmo que de forma polida, apresentaram algumas críticas, como o fez Marisa. Consideramos que o fato de alguns alunos apresentarem queixas, indica que se trata de um trabalho real na sala de aula, pois, embora tenhamos levantado muitos pontos positivos a respeito do desenvolvimento da pesquisa, compreendemos que seria impossível realizar um trabalho que agradasse a todos; afinal, estivemos mergulhados no

ambiente de uma sala de aula, frequentado por seres humanos, um ambiente influenciado por diversos problemas presentes no contexto educacional em geral e, sobretudo, da educação pública. Além disso, as cartas desses alunos evidenciam suas posturas críticas sobre o ambiente em que estavam inseridos.

Entendemos que o processo de escrita desenvolvido na produção dessas cartas, ajudou os alunos a refletirem sobre seu próprio desenvolvimento e sobre o ambiente de aprendizagem no qual a sala de aula se tornou. Ao escreverem sobre suas experiências, os alunos têm a oportunidade de reorganizar suas ideias e concepções a respeito do próprio aprendizado. “Tanto na elaboração como na compreensão do discurso, sejam elas textuais ou hipertextuais, cada construtor tem sempre a oportunidade de reinterpretar e revisar suas atividades e interpretações prévias” (POWELL; BAIRRAL, 2006, p. 56). Nesse sentido, a correspondência por meio de cartas pessoais torna-se uma alternativa interessante, pois o movimento escrita-resposta implica elaboração e compreensão do discurso.

A respeito da linguagem utilizada na escritura das cartas, salientamos dois aspectos. O primeiro diz respeito à influência dos meios de comunicação pela internet. Os alunos utilizaram em suas cartas expressões comuns na comunicação rápida e quase instantânea que a internet possibilita. Termos como *kkk* ou *rsrs*, para representar uma risada, ou ainda símbolos como: ‘:D’), imitando os *emoticons* muito utilizados em conversas via internet, já foram apropriados na linguagem desses alunos que, constantemente, se comunicam pelo espaço virtual.

O segundo deles relaciona-se à diferença de estilos de escrita entre meninos e meninas. De modo geral, as cartas escritas por meninos foram mais objetivas, enquanto as meninas procuram enfeitar tanto o papel quanto as palavras, sobretudo quando escrevem para outras meninas, como é o caso de Marisa que menciona assuntos como “*perdi minha caneta preta*” ou “*são 21h47min e estou com sono, e tenho que arrumar meu cabelo ainda, tá todo desembaraçado...*”. Embora não tenhamos apresentado as cartas na íntegra, esses aspectos aparecem também nas descrições que os alunos fizeram de si, e nas saudações de despedida, a maioria das meninas despediu-se deixando beijos a seus destinatários, já os meninos procuram manter certo distanciamento íntimo de seus destinatários, despedindo-se com apertos de mão, um simples ‘*xau*’ ou, no máximo, abraços.

Por mais que tenham revelado interessantes questionamentos levantados pelos alunos, a escrita dessas cartas denota uma triste realidade de muitas escolas: a dificuldade dos alunos em escrever. Os alunos que escreveram essas cartas estão no 1º ano do Ensino Médio, e demonstram ter muita dificuldade com a escrita. Isso revela a falha do trabalho escolar, no que diz respeito ao desenvolvimento da escrita e da leitura, pois através dessa tarefa, pudemos observar que escrever não é

uma prática corrente para a maioria desses alunos. Por outro lado, os destinatários dessas cartas eram alunos também, diminuindo a conotação de *trabalho escolar* da carta. Talvez, por essa razão, os escritores não tenham se preocupado muito com o desenvolvimento de sua escrita.

Ainda assim, observamos a dificuldade de muitos alunos em se expressarem através da escrita, até porque essa não é uma tarefa fácil. Como explica Vigotski (2000), o processo de apropriação da escrita não ocorre do mesmo modo que a fala, a escrita requer níveis de abstração elevados. Para que seja compreendida, a pessoa que escreve precisa desenvolver muito mais a elaboração de frases do que em uma interação oral, porque, no primeiro caso, não dispõe de recursos como a entonação da voz, a gesticulação e outros, que ajudam na compreensão do que se pretende comunicar. Nesse sentido, a escrita não pode ser relegada a um segundo plano, e não deve ficar restrita apenas às aulas de disciplinas diretamente ligadas à Língua Portuguesa, mas estar presente em todas, incluindo a Matemática, uma vez que exige o movimento dos processos de abstração e generalização, também ajuda a desenvolvê-los.

Desenvolver processos de leitura e escrita provê os estudantes das ferramentas indispensáveis para a inserção e intervenção na sociedade, porém essa não é a única razão que torna o desenvolvimento da escrita e leitura essencial. Nas aulas de Matemática, esses processos, ajudam a desenvolver compreensão para os conceitos que circundam essa disciplina, uma vez que a necessidade da escrita gera a necessidade de reflexão. Para tanto, não basta escrever por escrever, por isso não foi à toa que escolhemos o termo *necessidade* da escrita. Uma tarefa que tem por objetivo fazer o aluno escrever sobre determinado assunto, se não for encarada como um desafio, pouco efeito surtirá. Acrescente-se, ainda, a importância de se escrever matematicamente na língua materna, como forma de compreender a linguagem matemática, que é simbólica e formal e, muitas vezes, destituída de significados para os alunos.

Mesmo que o trabalho com as cartas não tenha desenvolvido todas as suas potencialidades que teria alcançado caso fosse um trabalho mais específico com a escrita das cartas, concluímos ter sido uma experiência válida, pois, além de nos fornecer importantes informações por meio das quais pudemos avaliar o trabalho realizado nesta classe no que diz respeito aos conceitos relativos à probabilidade; à prática da resolução de problemas; à dinâmica das socializações; ao ambiente de aprendizagem constituído na sala; além dos processos de escrita, entre outras coisas.

Foi dada aos alunos a oportunidade de avançar em seus processos de escrita, quando lhes foi solicitado que a praticassem. Assim, “a escrita dos alunos propicia não apenas a revelação de como está

seu processo de elaboração conceitual, mas traz, também, indícios da relação que o aluno estabelece com a disciplina, com a atividade em si, com os colegas e com o professor” (BARBOSA; NACARATO; PENHA, 2008, p. 93). Enquanto escreviam, os alunos colocavam em movimento aquilo que vivenciaram durante a pesquisa. Por meio dessas cartas nos foram fornecidas importantes informações sobre a cultura da sala de aula.

O gênero tirinhas é uma possibilidade de dar oportunidades aos alunos de expressarem-se por meio também de linguagens não verbais. Embora esse gênero não tenha sido nosso principal foco neste trabalho, compreendemos que nele reside uma ferramenta relevante no ensino de Matemática, pois instiga o autor a mostrar um posicionamento crítico sobre determinado assunto, possibilitando a mediação da Matemática na visão de mundo que o aluno constrói, além de possibilitar conhecer o quanto eles estão inteirados dos fatos políticos e sociais do país.

Nas tirinhas, alguns dos alunos conseguiram relacionar o conceito de *probabilidade* com situações do cotidiano; assim, inferimos que as discussões ocorridas na sala de aula, foram associadas a situações diversas daquelas apresentadas pelas tarefas, mesmo que alguns assuntos estejam próximos aos temas que estiveram presentes durante as aulas. Além disso, essas tirinhas levantam questões sociais, como apostas em jogos, furtos, divergências de torcidas nos esportes e questões do meio ambiente, embora esses temas não tenham sido apresentados com muito empenho.

De modo geral, a escrita não apenas evidenciou opiniões dos alunos que, muitas vezes, não foram ditas nas discussões orais, como também os colocou em movimento reflexivo sobre seu aprendizado. Analisando essas produções, pudemos inferir sobre a concepção construída por eles, no que concerne à constituição do ambiente de aprendizagem que a sala de aula se tornou durante o desenvolvimento da pesquisa. Além disso, quando são mudados os instrumentos de comunicação e há a troca constante de interlocutores, é dada a oportunidade a esses estudantes de saírem do papel de aluno e se posicionarem como seres humanos. Os questionamentos por eles levantados passam pela visão que têm da sociedade.

Salientamos que toda essa análise sobre o movimento da sala de aula somente pôde ser captada, por nos colocarmos em uma posição de observadora, permitindo-nos manter certo distanciamento que, muitas vezes, não é possível na posição de professora. Por outro lado, a inserção no ambiente pesquisado nos proporcionou o envolvimento necessário para conhecer algumas características dos alunos, que foram importantes para compreender o material coletado.

## 6. O QUE FIZEMOS, O QUE PODEMOS FAZER

Neste capítulo, realizaremos algumas reflexões sobre o processo de pesquisa e as análises levantadas. Posteriormente, discutiremos alguns possíveis caminhos para complementar as análises que realizamos ou desenvolver novos estudos.

### 6.1 Considerações sobre o trabalho realizado

Durante todo o processo de pesquisa, mantivemos o foco nos dois objetivos principais deste estudo: 1. Analisar a circulação de significações matemáticas nos momentos de socialização das resoluções apresentadas aos problemas propostos; 2. Analisar as ideias sobre *probabilidade*, que emergem, por parte dos alunos, quando em contextos de resolução de problemas.

No que diz respeito a esses objetivos, a análise dos episódios nos permitiu observar momentos de negociação de significações entre os alunos, quando conceitos matemáticos e, especialmente probabilísticos, estiveram em movimento, proporcionando aos alunos estar em contato com eles, discutindo-os e refletindo sobre eles.

A sala de aula é um ambiente extremamente heterogêneo, por mais que os alunos tenham idades próximas, morem na mesma cidade e estudem na mesma escola. Têm costumes, interesses, ideias e opiniões diversas e, por que não, em algumas vezes, divergentes? Reunidos em pequenos grupos para resolver os problemas, os alunos puderam discutir sobre as experiências que realizavam e sobre as estratégias de resolução das tarefas, apresentando suas ideias e reformulando-as após os conflitos com seus colegas. Compartilhando suas resoluções com os colegas durante as socializações, puderam estar em contato com concepções diferentes sobre um mesmo problema, além de analisar suas escolhas e as dos colegas, reconhecendo erros e refletindo sobre eles.

Salientamos que a troca de ideias entre os alunos não aconteceu de forma tranquila, nem tampouco unânime. Em todas as aulas, existiram conflitos de ideias, discordância de opiniões que não foram resolvidas, embora, sempre que possível, tivessem sido reorganizadas pelas ações docentes. Além disso, nem todos os alunos conseguiram apropriar-se dos conceitos postos em circulação na resolução das tarefas. Temos consciência de que não foi possível alcançar o melhor do

desenvolvimento de cada aluno; entretanto, acreditamos que todos tenham progredido em algum aspecto.

A ocorrência de socializações nas aulas de Matemática provocou mudanças no ambiente, já que os alunos não estavam acostumados com essa cultura de aula. Mesmo os alunos que não falavam nesse momento de socialização, de alguma forma estavam pondo suas significações em movimento de transformação; assim, compreendemos que a mudança foi positiva, porém notamos que se a dinâmica da socialização for sempre a mesma, os alunos acabam se cansando e se desinteressando dela.

Com a análise do material escrito produzido pelos alunos, pudemos levantar indícios sobre a dinâmica de trabalho em sala de aula que, baseada na resolução de problemas em probabilidade contribui para que os alunos aprendessem mais do que fazer contas ou resolver exercícios. Puderam aprender a trabalhar em grupo, progredir em suas habilidades de comunicação e construir outra visão sobre a aula de Matemática.

Dessa forma, consideramos que, a análise dos dados produzidos nos trouxe importantes contribuições na busca em responder a questão: “quais contribuições um ambiente de cooperação investigativa pode trazer para a elaboração conceitual probabilística dos alunos?”, sobretudo no que diz respeito aos registros escritos produzidos pelos alunos. Isso porque, ao escreverem as cartas e produzirem as tirinhas, os alunos acabaram por nos revelar com suas próprias palavras indícios sobre a transformação no ambiente de aprendizagem no qual estiveram inseridos. Pudemos perceber com esse material que, quando é dada aos alunos a oportunidade de se expressarem, pode ser trazida à tona sua visão crítica sobre o ambiente de aprendizagem e sobre as relações que permeiam o ambiente da sala de aula. Além disso, eles são capazes de mostrar alguns dos conceitos dos quais se apropriaram e, portanto, torna-se necessário um trabalho contínuo com diferentes formas de expressão, oral e escrita. O trabalho com diferentes gêneros discursivos pode ajudar os alunos a ampliarem sua habilidade de comunicação, imprescindível para desenvolvimento social dos estudantes. Um ambiente baseado na interação, na resolução de problemas e na cooperação investigativa pode trazer para a formação dos alunos, não só cognitiva, mas social também.

A comunicação entre pares e a mediação docente foram imprescindíveis para que os alunos avançassem no caminho de sua elaboração conceitual probabilística. Compreendemos que essas ações deliberadas tiveram sua potencialidade ampliada pelo trabalho colaborativo entre pesquisadora e professora-pesquisadora colaboradora, pois:



- as ferramentas pedagógicas construídas colaborativamente foram essenciais para ‘despertar’ as discussões sobre assuntos relacionados à probabilidade;
- os momentos coletivos de trabalho e reflexão foram determinantes no planejamento da aula e influenciaram diretamente as reflexões individuais e ações da professora, quando ela se encontrava em interação com os alunos;
- a dinâmica das socializações esteve repleta dos conhecimentos teóricos e provenientes das experiências da professora e também da pesquisadora, uma vez que a prática colaborativa possibilitava a negociação de significações entre as duas; e
- enfim, a sala classe pôde ser contemplada como um ambiente de aprendizagem e circulação de significações por meio da comunicação, da maneira como ocorreu, dado o entrecruzamento das vozes, pelas quais são constituídas pesquisadora e professora-pesquisadora colaboradora, além dos alunos.

Salientamos que a constituição desse ambiente de aprendizagem, bem como a prática colaborativa, somente puderam acontecer dada a concepção de educação matemática que a professora da turma conserva. Concepção essa que se pauta numa perspectiva histórico-cultural de educação, ao considerar o papel das mediações, das interações e do trabalho com o outro na sala de aula.

Temos que considerar que essa cultura estabelecida na sala de aula foi específica para aquele período da pesquisa, não se podendo ignorar as influências que a situação propõe. Porém, a partir desse movimento, a classe tem sua cultura transformada e cada aluno um pouco transformado, produzirá mudanças nos ambientes que, posteriormente, frequentará. Assim, temos a certeza de que todos saíram valorizados pelo processo.

Os dados produzidos nesta pesquisa, bem como as análises, resultaram de relações entre diversos interlocutores, em diferentes planos de comunicação. As significações foram negociadas entre aluno e professora, aluno e seus colegas de grupo, aluno e seus colegas de outros grupos, professora e pesquisadora, além das interações de ambas com os participantes do Grucomat, entre outras. Nesse contexto, os interlocutores foram se posicionando conforme a situação, colocando a formação conceitual dos alunos em movimento e, em consequência, proporcionando aprendizagem e desenvolvimento para a professora e para a pesquisadora.

Consideramos que as tarefas selecionadas foram apropriadas para o trabalho com o pensamento probabilístico dos alunos; no entanto, vale ressaltar que são tarefas usualmente adequadas para alunos do Ensino Fundamental. Considerando que a classe com a qual a pesquisa foi realizada um 1º ano do

Ensino Médio, seria ideal que as tarefas tivessem um maior nível de dificuldade, ou fossem trabalhadas de forma mais aprofundada; mas, mesmo que entendamos assim isso não teria sido possível, uma vez que esses alunos não tiveram contato com o estudo da *probabilidade* em outros momentos de sua vida escolar. Por essa razão, as tarefas utilizadas foram adequadas a esse conjunto de estudantes. Essa situação confirma a necessidade de iniciar o estudo da probabilidade, da estatística e da análise combinatória, já nos primeiros anos do Ensino Fundamental, em níveis gradativos de desenvolvimento, para que, dessa forma, os estudantes tenham a chance de, paulatinamente, ir construindo o pensamento matemático voltado para o tratamento da informação.

Essas mesmas considerações podem ser estendidas ao trabalho com a escrita e com a comunicação oral. As habilidades referentes a esses dos campos da comunicação não são apenas responsabilidade da disciplina de Língua Portuguesa e, sendo assim, devem ser desenvolvidas desde cedo em todas as outras disciplinas escolares, inclusive a Matemática. Se um trabalho profundo com as diferentes formas de comunicação for desenvolvido desde os primeiros anos escolares em todas as disciplinas, haverá maiores chances de os alunos chegarem ao Ensino Médio com essas habilidades muito mais desenvolvidas.

Destaca-se também a valorização dada ao papel da linguagem, em especial da palavra, no movimento de elaboração conceitual. Os conceitos são produzidos e (re)significados a partir das significações que circulam na sala de aula. Significações essas possibilitadas pela palavra.

Compreendemos ser uma tarefa muito difícil agradar, incluir, envolver e incentivar todos os alunos a participarem da construção de seu próprio conhecimento. Nem sempre é possível contemplar todas as capacidades que os alunos possuem ou usar todos seus conhecimentos. Por isso, as ideias que aqui apresentamos não fazem parte de uma receita mágica, não somos pretensiosas a esse ponto. Contudo, pudemos perceber que a metodologia empregada na aula de Matemática, combinada à postura da professora — que olha para os alunos e enxerga todos como capazes, mesmo com seus diferentes limites, mas capazes de avançar e progredir intelectual e humanamente — tornou o ambiente da sala de aula adequado para o desenvolvimento das tarefas. No mesmo sentido que ponderam Hiebert et al (1997), a cultura social da sala de aula é parte de um sistema que inclui o papel do professor e a natureza das tarefas desenvolvidas na sala de aula, que, articulados entre si, ajudam a constituir um ambiente de aprendizagem adequado ou não, uma vez que essas dimensões envolvem aspectos mais amplos, como a concepção que se tem sobre a Matemática, sobre a Educação Matemática e sobre metodologias empregadas na sala de aula e acima de tudo, sobre a Educação.

Consideramos que, além das que fizemos, há outras possibilidades de análises para o material que produzimos neste estudo. Embora não fizessem parte dos objetivos principais do trabalho, durante a análise dos dados, importantes questões relativas ao trabalho na sala de aula vieram à tona. Trataremos sobre algumas delas em seguida.

## 6.2 Outros Caminhos

No desenvolvimento desta pesquisa, fizemos algumas opções para análise, deixando outras de lado. Assim, iniciamos nossas reflexões sobre algumas questões que complementam as análises aqui apresentadas e algumas delas podem, futuramente, ser estudadas de forma mais profunda.

Uma importante questão a ser observada diz respeito ao posicionamento assumido pelos alunos no ambiente da sala de aula no qual estavam inseridos. Observamos que no desenvolvimento do ambiente de aprendizagem, os alunos saíram da posição de apenas ouvintes passivos e puderam participar de forma mais ativa do processo de aprendizagem, quebrando a ideia de ensino tradicional, uma vez que, podiam, a qualquer momento, questionar as falas dos colegas e inclusive da professora. Dessa maneira, o modelo de aula desenvolvido nesse processo ajudou a formar uma compreensão responsiva que possibilita que o aluno assuma um papel mais importante no seu próprio desenvolvimento, e ao mesmo tempo, contribui com o desenvolvimento de seus pares, pois ingressa de forma ativa no movimento das mediações na sala de aula.

A utilização de gêneros discursivos na aula de Matemática, bem como a ideia de letramento, também são questões merecedoras de destaque, que nos chamaram atenção no decorrer do processo de análise, embora não tenham sido tomadas como foco deste estudo. Trata-se de concepções que, se assumidas como entrelaçadas a todas as disciplinas escolares podem ajudar o aluno a avançar de forma mais eficaz no seu desenvolvimento cognitivo e, sobretudo no seu desenvolvimento humano. Sem dúvida, podemos dizer que o trabalho desenvolvido possibilitou aos alunos o letramento probabilístico.

Tomando consciência do entrecruzamento entre essas áreas, o professor pode agir de forma deliberada, para propor desafios por meio das ferramentas pedagógicas que desenvolvem e, mediar interações interpessoais, agindo assim, na zona de desenvolvimento potencial dos alunos, ajudando-os a progredir na formação conceitual e social. Além disso, ao se colocar nesse exercício, o professor avança no seu próprio desenvolvimento profissional e humano.

O processo avaliativo também não poderia deixar de ser mencionado, pois se constitui numa das mais importantes questões que circundam o contexto escolar. Avaliar o desenvolvimento dos alunos num contexto de comunicação constante e de resolução de problemas, não é uma tarefa simples, e nada tem a ver com as concepções de avaliação que costumam ser empregadas em ambiente tradicionais de ensino. Quanto mais nos aprofundamos na teoria vigotskiana, mais nos apropriamos da ideia de que o pensamento se realiza na palavra, mas também se transforma, ao ser verbalizado, não continuando exatamente como era no interior do sujeito; por essa razão, nos preocupamos ainda mais em avaliar o desenvolvimento dos alunos de forma extremamente cuidadosa, pois como podemos realmente saber o que os alunos estão pensando? Atribuir notas para classificar o conhecimento e o desenvolvimento dos alunos é realmente o melhor a ser feito?

Consideramos que, de nada adianta contemplar a sala de aula como um ambiente de aprendizagem onde sejam negociadas, a todo o momento, diferentes significações, se a concepção de avaliação do professor não for condizente com esse trabalho, isto é, a avaliação também deve ser contemplada como ferramenta de formação para o estudante. Nesse sentido, a pesquisa desenvolvida pela professora Joyce (FURLAN, 2010), se apresenta como um forte complemento para o presente estudo. As duas pesquisas de campo foram desenvolvidas concomitantemente e, como esclarecemos em nossa metodologia, tiveram como base as mesmas tarefas, e a mesma dinâmica de aula de Matemática, embora tenham sido contempladas com focos diferentes. Enquanto esta pesquisa trata do movimento de circulação de significações probabilísticas num contexto de resolução de problemas, a pesquisa desenvolvida pela professora colaboradora enfocou os processos de avaliação num contexto similar a esse e, portanto, trata de outra parte essencial do trabalho na sala de aula, que é a avaliação.

No desenrolar do trabalho de campo, percebemos o vídeo como uma importante ferramenta, não só na produção de dados para a pesquisa, mas de apoio pedagógico. Como relatamos em outros momentos, o vídeo foi utilizado para registrar as apresentações dos ‘telejornais’ produzidos pelos grupos de alunos, como parte da tarefa 3. Posteriormente, foi organizada uma sessão para que os alunos pudessem assistir às apresentações dos colegas e às suas próprias. Essa ação mostrou-se bastante interessante, por ter proporcionado reflexões e ricas discussões sobre os trabalhos produzidos, já que os alunos puderam analisá-los com calma e deliberadamente. Além disso, a maioria dos alunos demonstrou apreciar essa ferramenta, afirmando que, ao assistirem seus próprios trabalhos, podiam realizar uma auto-avaliação e reorganizarem-se para trabalhos posteriores.

Consideramos que essa é, dentre diversas outras possíveis, uma interessante abordagem para o estudo sobre essa ferramenta. O uso do vídeo, nessas condições constitui uma potencial ferramenta de apoio ao professor, que pode direcionar o trabalho para autoanálise dos alunos, reflexão sobre as produções dos colegas e sobre suas próprias ações docentes. Além disso, o uso do vídeo pode ajudar no desenvolvimento de um trabalho com gêneros orais, tão importantes para o desenvolvimento social dos alunos. Obviamente, devem ser discutidas, também, as implicações sobre o uso da imagem dos estudantes e observados os devidos procedimentos éticos.

Outra possibilidade de investigação dentro do trabalho que realizamos, trata do desenvolvimento profissional, por um lado, com foco nas ações docentes da professora da sala e, por outro, focalizando o avanço profissional da pesquisadora. Em ambos os casos, os processos contínuos de reflexão e ação (individuais e coletivos) provocaram mudanças na prática profissional, inseridas em um campo de estudo bastante relevante na pesquisa em Educação. Ao final deste trabalho, traremos algumas reflexões sobre o desenvolvimento profissional da pesquisadora e algumas mudanças ocasionadas pelo processo de pesquisa sem, no entanto, conferir uma análise.

O trabalho com os gêneros discursivos também é uma possibilidade de investigação bastante interessante, dentro do contexto em que esta pesquisa se desenvolveu, ou em contextos similares. Nessa perspectiva, enxergamos vários enfoques possíveis que podem trazer grandes contribuições para o campo da Educação Matemática.

Percebemos haver várias outras possíveis vertentes de investigação dentro das condições nas quais desenvolvemos esta pesquisa e que pode ser complementada por muitos outros e vice-versa. As análises aqui apresentadas constituem uma perspectiva, dentre outras possíveis. Com isso, encerramos este trabalho, trazendo uma vez mais, nossa preocupação com um ensino da Matemática para a vida. Um ensino que ajude os alunos no desenvolvimento das habilidades relacionadas à linguagem que é promotora do desenvolvimento e da interação social. Dessa forma, vemos que o ensino da Matemática deve colocá-la como uma ferramenta para resolver problemas cotidianos e, nesse sentido, a educação probabilística tem papel fundamental. Não conseguimos mais conceber as aulas de Matemática como um espaço para resolver exercícios, no qual a modalidade expositiva de aula seja a predominante.

Defendemos que, se na aula de Matemática o professor é o mediador das relações sociais e ajuda a colocar os conceitos em movimento e que, nessa circulação, os problemas vão sendo resolvidos pelos alunos imersos em processos contínuos de reflexão e comunicação, esses alunos estarão no caminho do seu desenvolvimento cognitivo e humano, na direção de sua autonomia intelectual.

## REFERÊNCIAS

ABREU-TARDELLI, Lília Santos. Elaboração de sequências didáticas: ensino e aprendizagem de gêneros em língua inglesa. In: DAMIANOVIC, Maria Cristina (org.). **Material didático: elaboração e avaliação**. Taubaté, SP: Cabral Editora e Livraria Universitária, 2007. p. 73-85.

ALRØ, Helle; SKOVSMOSE, Ole. **Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática**. 2ª ed. Tradução: Orlando Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

AZCARÁTE, Pilar G. ¿Por qué no nos gusta enseñar estadística y probabilidad? In: FLORES, P. y LUPIÁÑEZ, J. (Ed.). **Investigación en el aula de matemáticas**. Estadística y Azar. Granada: SAEM Thales. 2006. Disponível em: <http://thales.cica.es/granada/?q=node/4/Conferencias/Azcarate>. Acesso em: 2 jul. 2011.

BAKHTIN, M. **Estética da criação verbal**. São Paulo: Martins Fontes, 1997.

BARBOSA, Kelly C. Betereli A.; NACARATO, Adair Mendes; PENHA, Paulo César da. A escrita nas aulas de matemática revelando crenças e produção de significados pelos alunos. In: **Série-estudos** – periódico do Mestrado em Educação da UCDB, n.º. 26 (dezembro de 2008). Campo Grande: UCDB, 1995. p. 79-95.

BATANERO, Carmen. **Didáctica de la estadística**. Grupo de Investigación en Educación Estadística. Departamento de Didáctica de la Matemática, 2001.

BATANERO, Carmen; HENRY, Michel; PARZYSZ, Bernard. The nature of chance and probability. In: JONES, Graham A. (Ed.) **Exploring probability in school: challenges for teaching and learning**. New York: Springer, 2005. p. 15-37.

BATANERO, Carmen. Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: un desafío educativo. In: FLORES, P. y LUPIÁÑEZ, J. (Ed.). **Investigación en el aula de matemáticas. Estadística y Azar**. Granada: Sociedad de Educación Matemática. 2006. Disponível em: <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/ConferenciaThales2006.pdf>. Acesso em: 01 jul. 2011.

BATANERO, Carmen; DÍAZ, Carmen. Probabilidad, grado de creencia y proceso de aprendizaje. **XIII Jornadas Nacionales de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas**. Granada, Julio, 2007.

Federación Española de Profesores de Enseñanza de las Matemáticas. Disponível em: <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/PonenciaJAEM.pdf>. Acesso em: 01 jul. 2011.

BOAVIDA, Ana Maria; PONTE, João Pedro. Investigação colaborativa: potencialidades e problemas. In: GTI. **Refletir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: APM, 2002. p. 43-55.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. Notas de campo e os textos escritos pelos sujeitos. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994. p. 150-182.

BORBA, Marcelo C.; SKOVSMOSE, Ole. A ideologia da certeza em educação matemática. In: SKOVSMOSE, Ole. **Educação matemática crítica**: a questão da democracia. 2ª ed. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática). Campinas, SP: Papirus, 2001. p. 127-148.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnologia. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ensino Médio. Parte I-bases legais. Brasília, MEC. 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>. Acesso em: 14 jun. 2011.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnologia. **PCN+**. Ensino Médio. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília, MEC, [2000?] Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 14 jun. 2011.

CARROLL, Lewis. **Alice no país das maravilhas**. Tradução: Clélia Regina Ramos. Ed. Arara Azul. 2002. Disponível em: <http://www.ebooksbrasil.org/adobeebook/alicep.pdf>. Acesso em: 12 out. 2011.

CHARLOT, Bernard. Formação de professores: a pesquisa e a política educacional. In: PIMENTA, Selma Garrido; GHEDIN, Evandro (Org.). **Professor reflexivo no Brasil**: gênese e crítica de um conceito. 2ª ed. São Paulo: Cortez, 2002. p. 89-110.

CLOT, Yves. Vygotski: para além da psicologia cognitiva. **Pro-Posições** — Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, v. 17, n.º. 2(50), p. 19-30, maio/ago. 2006.

D'AMBRÓSIO, Beatriz Silva; D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Formação de professores de matemática: professor-pesquisador. In: **Atos de pesquisa em educação**. PPGE/ME. FURB. ISSN 1809-0354. V 1, n.º. 1, p. 75-85, janeiro/abril. 2006.

DINIZ PEREIRA, Júlio Emílio; ZEICHNER, Kenneth M. (Org.). **A pesquisa na formação e no trabalho docente**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

DOLZ, Joaquim; SCHNEUWLY, Bernard; PIETRO, Jean-François de. Relato da elaboração de uma sequência: o debate público. In: **Gêneros orais e escritos na escola**. Tradução e organização: Roxane Rojo e Glaís Sales Cordeiro. Campinas/SP: Mercado de Letras, 2004. (Coleção: As faces da linguística aplicada). p. 247-278.

ENGELS, Friedrich. **O papel do trabalho na transformação do macaco em homem**. Fonte digital Rocket Edition, 1999. Disponível em: <http://www.marxists.org/portugues/marx/1876/mes/macaco.htm>. Acesso em: 2 jun. 2011

ERNEST, Paul. Investigações, resolução de problemas e Pedagogia. In: P. ABRANTES, L. C. Leal; PONTE, J. P. da (Org.). **Investigar para aprender Matemática**. Lisboa: Projecto MPT e APM, 1996, p. 25-48.

FAÏTA, D. Gêneros do discurso, gêneros da atividade, análise da atividade do professor. In: MACHADO, A. R. (org.). **O ensino como trabalho: uma abordagem discursiva**. Londrina: Educi, 2004.

FRANCO, Maria Amélia Santoro. Pedagogia da pesquisa-ação. **Educação e Pesquisa**. São Paulo, v.31, n° 3, set./dez.2005, p.483-502.

\_\_\_\_\_. Pesquisa-ação e prática docente: articulações possíveis. In: PIMENTA, Selma Garrido; FRANCO, Maria Amélia Santoro. **Pesquisa em Educação**. São Paulo: Edições Loyola, 2008, vol.1, p. 103-138.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: Saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREITAS, Maria Tereza de Assunção. A abordagem sócio-histórica como orientadora da pesquisa qualitativa. **Cadernos de Pesquisa**. n° 116, julho, 2002. p.21-39.

\_\_\_\_\_. Discutindo sentidos da palavra intervenção na pesquisa de abordagem histórico-cultural. In: FREITAS, M.T.A.; RAMOS, B.S. (Org.). **Fazer pesquisa na abordagem histórico-cultural: metodologias em construção**. Juiz de Fora: UFJF, 2010. p. 13-24.



FURLAN, Joyce. **Processos de avaliação na resolução de problemas em estocástica**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação *Strictu Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, SP, 2011.

GÓES, Maria Cecília Rafael de; CRUZ, Maria Nazaré da. Sentido, significado e conceito: notas sobre as contribuições de Lev Vygotski. **Pro-Posições** -Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, v. 17, n.º. 2(50), p. 31-46, maio/ago. 2006.

GOOS, Merrilyn. Learning Mathematics in a classroom community of inquiry. **Journal for Research in Mathematics Education**. NCTM, USA, v. 35, Issue 4, p. 258-291, July 2004.

GRAÇA MARTINS, Maria Eugênia; PONTE, João Pedro. **Organização e tratamento de dados**. Lisboa: ME e DGIDC, 2010.

GRANDO, Regina Célia, MARCO. Fabiana F. de. O movimento da resolução de problemas em situações com jogo na produção de conhecimento matemático. In: MENDES, Jackeline M., GRANDO, Regina C. (Org). **Múltiplos Olhares**. São Paulo: Musa Editora, 2007. p. 95-118.

HIEBERT, James *et al.* **Making sense**: teaching and learning mathematics with understanding. Portsmouth: Heinemann, 1997.

HUBERMAN, Michael. O ciclo de vida profissional. In: NÓVOA, António (Org.). **Vidas de professores**. Porto: Porto Editora, 1995. p. 31-61.

IBIAPINA, Ivana Maria Lopes de M. **Pesquisa Colaborativa: investigação, formação e produção de conhecimento**. Brasília: Líber Livro Editora, 2008. Série Pesquisa, vol. 17.

JONES, Graham A. Research in probability. In: J. LESTER, Frankie K. (Ed.). **II Handbook of research on mathematics teaching and learning**. USA: NCTM, 2005. p. 909-955.

LARROSA, Jorge. Notas sobre a experiência e o saber da experiência. **Revista Brasileira de Educação**. Jan/Fev/Mar/Abr. 2002. n.º. 19. Tradução: João Wanderley Geraldi. p. 20-28.

LESTER, Frank K. O que aconteceu à investigação em Resolução de Problemas de Matemática? A situação nos Estados Unidos. In: FERNANDES, D.; BORRALHO, A.; AMARO, G. (Org.) **Resolução de problemas**: processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1994. p. 13-31

LOPES, Celi E. **O Conhecimento Profissional dos Professores e suas Relações com Estatística e Probabilidade na Educação Infantil**. Tese (Doutorado em Educação). Campinas: FE/UNICAMP, 2003. 281 páginas.

LOPES, Celi E.; CARVALHO, Carolina. Literacia Estatística na educação básica. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (Org.) **Escritas e leituras na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p. 77-92.

LOPES, Celi E.; COUTINHO, Cileida Q. S. Leitura e escrita em Educação Estatística. In: LOPES, C. E.; NACARATO, A. M. **Educação matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidades**. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2009. p. 61-78.

MENDONÇA, Maria do Carmo Domite. Resolução de Problemas pede (re)formulação. In: ABRANTES, Paulo *et al.* (Org.) **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. Lisboa, 1999. p. 15-33.

MENGALI, Brenda Leme da Silva. **A cultura da sala de aula numa perspectiva de resolução de problemas: o desafio de ensinar matemática numa sala multisseriada**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós Graduação *Strictu Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, SP, 2011. 218 p.

MOURA, Anna Regina Lanner de. **A medida e a criança pré-escolar**. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP. 210 p. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000084192&fd=y>. Acesso em: 7 jul. 2011.

NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi E. Práticas de leitura e escrita em educação matemática: tendências e perspectivas a partir do Seminário de Educação Matemática no COLE. In: NACARATO, Adair Mendes; Lopes, Celi Espasandin. **Educação matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidades**. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2009. p. 25-46.

NCTM. **An agenda for action**. Disponível em: <http://www.nctm.org/standards/content.aspx?id=17278>. Acesso em: 12 jun. 2011.

NICOLAU, Marcelo. As tiras e outros gêneros jornalísticos: uma análise comparativa. In: **VI Congresso Internacional da ABRALIN**, João Pessoa/2009. p. 1-12. Disponível em:

[http://www.insite.pro.br/2010/Fevereiro/tirinhas\\_genero\\_jornalístico\\_nicolau.pdf](http://www.insite.pro.br/2010/Fevereiro/tirinhas_genero_jornalístico_nicolau.pdf). Acesso em: 10 set.2011.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-aprendizagem de matemática através de resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora da Unesp, 1999. p. 199-218.

\_\_\_\_\_. **Uma história da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo**. Palestra de encerramento do I Seminário Estadual de Resolução de Problemas. 2008. Disponível em [http://www.rc.unesp.br/serp/trabalhos\\_completos/completo3.pdf](http://www.rc.unesp.br/serp/trabalhos_completos/completo3.pdf). Acesso em: 12 jun. 2011.

OLIVEIRA, Marta Kohl de. **Aprendizado e Desenvolvimento: um processo sócio-histórico**. Série: Pensamento e Ação no Magistério. São Paulo: Scipione, 1993.

PIMENTA, Selma Garrido. Professor Reflexivo: construindo uma crítica. In: PIMENTA, Selma Garrido; GHEDIN, Evandro (Org.). **Professor reflexivo no Brasil: gênese e crítica de um conceito**. São Paulo: Cortez, 2002. p. 17-52.

PIMENTA, Selma Garrido; FRANCO, Maria Amélia Santoro (Org). **Pesquisa em Educação**. São Paulo: Edições Loyola, 2008, vol.1

PINO, Angel. O conceito de mediação semiótica em Vygotsky e seu papel na explicação do psiquismo humano. **Cadernos CEDES**. Campinas, SP: Papyrus, n°. 24, 1991. p. 32-43..

POWELL, Arthur B.; FRANCISCO, John M.; MAHER, Carolyn A. Uma abordagem à análise de vídeo para investigar o desenvolvimento de idéias e raciocínios matemáticos de estudantes. **Bolema**. Rio Claro: UNESP, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, ano 17, n°. 21, 2004, p. 81-140.

POWELL, Arthur; BAIRRAL, Marcelo. **A escrita e o pensamento matemático: interações e potencialidades**. Campinas, SP: Papyrus, 2006. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

SANTOS, Sandra A. Explorações da linguagem escrita nas aulas de matemática. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (Org.) **Escritas e leituras na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p. 127-141.

SANTOS, Vinício de Macedo. Linguagens e comunicação na aula de Matemática. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (Org.) **Escritas e leituras na educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p. 117-125.

SÁENZ, César C. **Materiales para la enseñanza de la teoría de probabilidades**: propuesta de un modelo didáctico. Madrid: Universidad Autónoma de Madrid, 1999.

SCHULZ, Charles M. **Você tem muito o que aprender, Charlie Brown!** Tradução de Tatiana Öri-Kovács. São Paulo: Conrad Editora do Brasil, 2004.

SCHNEUWLY, B.; DOLZ, J. **Gêneros orais e escritos na escola**. Tradução e organização ROJO, R.; CORDEIRO, G. S. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2004.

SHAUGHNESSY, J. Michel. Research in probability and statistics: reflections and directions. In: GROUWS, D. A. (Ed.) **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. USA: NCTM, 1992. p. 465-494.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo e Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas, SP: Papirus, 2008.

STANIC, G. M. A.; KILPATRICK, J. Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Ed.). **The teaching and assessing of mathematical problem solving**. Reston, VA: NCTM e Lawrence Erlbaum, 1989. . p.1-22. Tradução em português disponível em:  
<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fdm/textos/stanic-kilpatrick%2089.pdf>. Acesso em: 12 jun. 2011.

SZYMANSKI, Heloisa (Org.). **A entrevista na Pesquisa em Educação**: a prática reflexiva. Brasília: Líber Livro Editora, 2004. Série pesquisa, vol. 4.

TRIPP, David. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n°. 3, set./dez. 2005. p. 443-466.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6ª ed. Tradução Paulo Henrique Colonese. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VIGOTSKI, Lev S. Manuscrito de 1929. **Educação e Sociedade**. Campinas, n°. 71, p. 21-44, 2000a.

\_\_\_\_\_. **A construção do pensamento e da linguagem.** Tradução Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2000b.

\_\_\_\_\_. **A formação social da mente:** o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 7<sup>a</sup> ed. Organizadores: Michael Cole *et al.* Tradução: José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

VILA, Antoni; CALLEJO María Luz. **Matemática para aprender a pensar:** o papel das crenças na resolução de problemas. Tradução de Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

ZEICHNER, Kenneth M. Para além da divisão entre professor-pesquisador e pesquisador acadêmico. In: FIORENTINI; GERALDI; PEREIRA (orgs.). **Cartografias do trabalho docente.** Campinas, SP: Mercado das Letras, 1998.

## ACABOU? NÃO. É APENAS UM NOVO INÍCIO

*“Quem é você?” perguntou a lagarta.  
Não era uma maneira encorajadora de iniciar uma conversa.  
Alice retrucou, bastante timidamente: “Eu... eu não sei muito  
bem, senhora, no presente momento... pelo menos eu sei  
quem eu era quando levantei esta manhã, mas acho que  
tenho mudado muitas vezes desde então”.*  
Lewis Carroll

Não há como negar a imensa transformação pela qual passei, desde que ingressei no mestrado. De fato, mesmo que eu não tivesse ingressado no programa de pós-graduação não seria a mesma pessoa de antes, afinal nos transformamos a cada experiência vivida. Porém, a questão é: que direção minha transformação teria tomado? Depois de ter passado por essa experiência, acredito que não teria sido tão positivo quanto o foi.

Confesso que no início as leituras e as discussões necessárias no curso das disciplinas me assustavam um pouco. Antes de ingressar no programa, eu não cultivava a prática da leitura e, por isso, habituar-me a elas foi bastante difícil; também, porque, embora eu já estivesse mergulhada na prática docente, muitos dos assuntos discutidos nas aulas eram relativamente novos para mim. Mas, esse ‘desconforto’ diminuindo com o passar do tempo.

Por meio das leituras que fiz ao cursar as disciplinas do programa para construir o referencial teórico desta pesquisa, e das leituras feitas nos encontros do Grucomat, passei a estar em contato com materiais teóricos que ajudaram a mudar minha visão sobre o contexto educacional, especialmente sobre o espaço da sala de aula de Matemática. Obviamente essa mudança de visão não ocorreu somente pelas leituras, mas pelas discussões e troca de ideias, das quais participei com colegas mestrandos, colegas do Grucomat, a professora Joyce Furlan, professores do programa e até mesmo com colegas de trabalho que não estavam inseridos no espaço da Universidade. Sei que os processos de leitura e escrita se desenvolvem de forma imbricada, no entanto, devo assumir que maior do que a dificuldade em me habituar a ler constantemente, foi a dificuldade que tive em escrever. Durante minha passagem pela escola básica, não desenvolvi essa capacidade da forma como deveria e poderia ter feito e, tampouco, isso ocorreu durante a graduação. Hoje, vejo que antes de ajudar meus alunos a ampliarem as habilidades de leitura e escrita, eu precisava de ajuda e a encontrei.

Recebi ajuda dos colegas com quem trocava informações sobre como escrever um trabalho para determinada disciplina; dos professores do programa de mestrado que atenciosamente liam meus trabalhos e me orientavam sobre como estruturar um artigo, ou uma resenha; de amigos que me ajudavam com uma ideia ali e aqui, revisando meus escritos, corrigindo erros de ortografia e, sobretudo, da professora Adair que, pacientemente, me conduziu pela longa estrada da construção desta pesquisa, passando pelos trabalhos enviados a congressos, e qualquer trabalho que eu tenha produzido desde que comecei a cursar as disciplinas do programa, sem mencionar os tempos de graduação.

Dessa forma, creio que evoluí muito. O processo de escrita desta dissertação foi extremamente importante para mim, foi uma espécie de ‘quebra’ de obstáculos. No início do processo de escrita, cheguei a pensar em desistir, abandonar o mestrado. Já havia coletado todo o material a ser analisado, mas não conseguia escrever uma página sequer. Durante semanas eu me sentava diante do computador, tentava me concentrar, mas tudo o que conseguia produzir eram alguns poucos parágrafos. Hoje, com bom humor, costumo dizer que passei pela ‘síndrome da página em branco’, quando ficava horas vendo o cursor pulsar na tela do computador e não escrevia nada. Embora considere que consegui superar essa fase, sei que ainda tenho muito por fazer.

Uma prática que muito me ajudou a desenvolver a compreensão nas leituras e a habilidade de escrita foi a de expor os textos que escrevi a leitores críticos. De modo geral, essa cultura faz parte das aulas do mestrado e do meio acadêmico. Todavia, nos últimos meses tive a oportunidade de participar de dois grupos, nos quais essa prática recebeu mais atenção.

Desde o segundo semestre de 2010, alguns dos encontros do Grucomat foram dedicados à leitura de textos produzidos pelos próprios integrantes do grupo, futuros capítulos de um livro<sup>75</sup> sobre experiências vivenciadas em salas de aula da escola básica. Cada integrante apresentou sua narrativa aos colegas do grupo, que contribuíram com críticas e sugestões e, desse modo, pudemos reorganizar os textos e melhorá-los antes de apresentá-los a outros leitores. Essa e outras práticas do Grucomat têm me ajudado a constituir-me como pesquisadora, pois durante o processo de pesquisa de campo, em muitas ocasiões, o material que coletei foi levado ao grupo, para que os colegas ajudassem a organizar a próxima ação.

O outro grupo que assumiu essa prática foi o grupo de pesquisa, formado por mestrandos, nesse caso, também orientados pela professora Adair. Nos encontros desse grupo, além de ler e discutir a literatura que compõe o referencial teórico dos diversos trabalhos de cada mestrando, tive a

---

<sup>75</sup> Até o momento o projeto do livro está ainda em fase de edição.

oportunidade de compartilhar parte desta dissertação com os colegas, para que me ajudassem a encontrar deslizes, pensar em possíveis caminhos para as análises, entre outros detalhes.. Entretanto, não é fácil receber críticas e para que essa prática funcione e seja frutífera, são necessárias boas doses de paciência, compreensão, respeito mútuo e empenho para reescrever incorporando as ideias postas pelos colegas. Caso contrário, de nada adiantaria participar desses encontros.

Participar dos momentos que descrevi, trouxe imensas contribuições para meu desenvolvimento profissional acadêmico. Além disso, a escrita desta dissertação não foi um processo solitário e, por isso, ela está repleta das várias vozes das quais me apropriei nessas interações. Numa perspectiva bakhtiniana, posso dizer que fui e sou constituída por essas múltiplas vozes.

Não poderia descrever aspectos do meu desenvolvimento profissional sem mencionar a parceria com a professora Joyce Furlan. Como expliquei no primeiro capítulo desta dissertação, Joyce e eu viemos construindo uma parceria de trabalho e amizade desde que nos conhecemos na graduação. Desse modo, estabelecemos uma relação de respeito-mútuo e confiança que nos permite dizer o que pensamos e ouvir as ideias uma da outra, o que nos ajuda no trabalho da sala de aula. A prática colaborativa, pouco a pouco, foi-nos ajudando a modificar nossas aulas, e digo nossas porque posso testemunhar sobre essa mudança também na prática de Joyce.

Durante a pesquisa de campo, Joyce e eu passamos individual e coletivamente (entre nós duas ou entre nós e os colegas do Grucomat) por um movimento cíclico que envolveu planejamento, ação, reflexão e a partir disso, construímos novos planos de ação. Esse processo não ocorreu de forma linear, pois, muitas vezes, no momento da ação em sala de aula, refletíamos individualmente sobre as consequências que nossos planos tinham provocado e, na primeira oportunidade, compartilhávamos nossas reflexões, decidindo se manteríamos o planejamento inicial ou se mudaríamos nossa estratégia. Muitas ideias foram descartadas, ora por não apresentarem modos viáveis de aplicação, ora por falta de tempo para desenvolvê-las, entre outras razões.

Estivemos tão mergulhadas nesse movimento que, muitas vezes, não conseguíamos esperar o momento mais adequado para conversar, isto é, discutíamos no corredor da escola, da Universidade, no telefone, sem que registrássemos a conversa. Esse fato acarretou um obstáculo para a escrita da dissertação, uma vez que, algumas das melhores discussões ficaram apenas em nossa memória e, sendo assim, não pude contar com a imparcialidade, a clareza e a distância que os instrumentos de coleta de dados poderiam ter proporcionado.



O trabalho se estendia bem além da Universidade e da sala de aula, planejar as ações não era simples e nem sempre as coisas saíam como esperávamos. No entanto, isso foi importante para que aprendêssemos a nos organizar, afinal aprender a pesquisar é um processo complexo, que não se completa em curto prazo de tempo. Tampouco, o movimento cíclico pelo qual passamos ocorreu de forma tranquila. Houve ocasiões bastante conflituosas na parceria. Em certo ponto da pesquisa, o trabalho e a parceria tornaram-se muito intensos; era praticamente impossível deixar de pensar na pesquisa sequer por algumas horas e, sendo assim, muitas vezes não conseguíamos nos distanciar de certas situações e, a intimidade que ora nos permite falar sem ser julgadas, também nos faz ouvir coisas que não aceitamos bem. Certamente, os conflitos que vivíamos em nossa própria sala de aula tinham enormes influências sobre a parceria e acarretavam algumas vezes em conflitos na pesquisa.

Algumas das experiências por mim vividas no desenrolar desta pesquisa, fizeram com que eu inserisse na prática de minha sala de aula, ideias que antes eu nem imaginava serem possíveis. O fato de eu não estar sozinha para tentar ajudou-me a ter coragem de arriscar e assumir as consequências de minhas ações como professora. Por mais complicado que seja interagir com colegas de trabalho, por causa da falta de tempo ou da divergência de opiniões, depois de vivenciar essa experiência, não consigo mais conceber a docência como um processo solitário e individualista. Se assim fosse, como eu poderia aprender?

Além disso, passei a compreender que teoria e prática não são e não devem ser consideradas dicotomicamente, porém, antes que eu ingressasse no programa de pós-graduação e no Grucomat, eram, para mim, coisas diferentes. Eu mesma, dizia coisas como: “Falar é fácil, quero ver fazer isso na minha sala de aula”.

Durante a pesquisa, tive a oportunidade de conhecer e entender melhor um modelo de aula por meio da resolução de problemas, sobre a qual tanto ouvi falar em planejamentos e outras reuniões pedagógicas, desde que comecei a atuar como professora, mas que não tinha ideia de como seria colocá-la em prática. Agora, procuro trabalhar nessa perspectiva da resolução de problemas e vejo o desenvolvimento e a aprendizagem dos meus alunos de forma diversa do que via anteriormente. Meus problemas na sala de aula estão longe de terminar; no contexto escolar, há sempre situações novas com as quais temos que lidar, mas diminuí minha angústia e meu desespero, em partes, talvez pela empolgação de mudar minha prática e ‘testar’ novas ideias com meus alunos, mas principalmente porque consigo olhar para um aluno que antes eu julgava não ser capaz de fazer nada, e notar que ele

participou da aula, envolveu-se com a tarefa, produziu saberes, mesmo que este aluno esteja em um nível muito diferente de um de seus colegas de sala.

Minha concepção sobre a Matemática também foi completamente modificada, não posso mais concebê-la como uma ciência pronta e acabada. Compreendo agora que meus alunos são capazes de produzir saberes matemáticos e não apenas recebê-los prontos por intermédio de um transmissor de conhecimento. Vejo que alguns alunos se desenvolvem a passos largos, outros avançam pouco menos, mas, em geral, todos estão produzindo seu próprio conhecimento. Em consequência, minha visão sobre a docência também foi modificada, pois entendo que procurando agir na zona de desenvolvimento proximal de meus alunos, estou me colocando no caminho da minha própria aprendizagem, pois, a todo o momento busco resolver situações desafiadoras como as que apresento aos meus alunos.

Além disso, compartilhando minhas práticas com colegas, estou abrindo espaço para interações que agirão na minha própria zona de desenvolvimento proximal, uma vez que me auxiliam na compreensão de situações de sala de aula relativas à prática pedagógica e também relacionadas a conceitos matemáticos. Compreendo que esse seja o verdadeiro sentido da expressão que já ouvi muito: “O professor não pode parar de estudar nunca”. Para mim, isso é estudar!

Parece até que estou descrevendo uma situação ideal, mas não. Não sou tão pretensiosa. O que estou tentando evidenciar é que, de fato, muitas das angústias e dos questionamentos que me fizeram procurar conhecimento, foram resolvidas, provocando uma enorme transformação na minha prática docente o que, por consequência, causou mudanças na postura de muitos de meus alunos. Em contrapartida, começaram a surgir outros questionamentos, outras aflições, que darão início a mais um trecho de caminhada na longa estrada do meu crescimento profissional e por isso não acabei por aqui, estou apenas começando nova etapa da minha jornada.