

**UNIVERSIDADE SÃO FRANCISCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU* EM
EDUCAÇÃO**

KÁTIA GABRIELA MOREIRA

**INVESTIGAÇÃO NA/DA PRÓPRIA PRÁTICA: O ENTRELAÇAR DO
DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO DE ALUNOS
DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL COM OS
PROCESSOS DE AUTOFORMAÇÃO DOCENTE**

Itatiba
2020

**UNIVERSIDADE SÃO FRANCISCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU* EM
EDUCAÇÃO**

KÁTIA GABRIELA MOREIRA

**INVESTIGAÇÃO NA/DA PRÓPRIA PRÁTICA: O ENTRELAÇAR DO
DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO DE ALUNOS
DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL COM OS
PROCESSOS DE AUTOFORMAÇÃO DOCENTE**

Linha de Pesquisa: Educação, Sociedade e Processos Formativos.

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco, *Campus Itatiba*, sob orientação da Prof.^a Dra. Adair Mendes Nacarato, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutora em Educação.

Itatiba
2020

371.399.512 Moreira, Kátia Gabriela.

M837i Investigação na/da própria prática : o entrelaçar do desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do primeiro ano do ensino fundamental com os processos de autoformação docente / Kátia Gabriela Moreira. – Itatiba, 2020. 274 p.

Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação
Stricto Sensu em Educação da Universidade São Francisco.
Orientação de: Adair Mendes Nacarato.

1. Álgebra – Estudo e Ensino. 2. Prática de Ensino.
 3. Professores - Formação. 4. Ensino Fundamental.
 5. Sala de Aula. 6. Pesquisa Narrativa. 7. Educação.
 8. Matemática – Estudo e Ensino. 9. Professores de Matemática – Formação. I. Nacarato, Adair Mendes. II. Título.



UNIVERSIDADE SÃO FRANCISCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO STRICTO SENSU
EM EDUCAÇÃO

Katia Gabriela Moreira defendeu a tese INVESTIGAÇÃO NA/DA PRÓPRIA PRÁTICA: O ENTRELAÇAR DO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO DE ALUNOS DO PRIMEIRO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL COM OS PROCESSOS DE AUTOFORMAÇÃO DOCENTE aprovada no Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação da Universidade São Francisco em 24 de agosto de 2020 pela Banca Examinadora constituída pelas professoras:

Profa. Dra. Adair Mendes Nacarato
Orientadora e Presidente

Profa. Dra. Ana Paula de Freitas
Examinadora

Profa. Dra. Carmen Lucia Brancaglion Passos
Examinadora

Profa. Dra. Daniela Dias dos Anjos
Examinadora

Profa. Dra. Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino
Examinadora

A meus pais,
meu infindável novelo de amor.

AGRADECIMENTOS

Manifesto minha gratidão:

A minha família por entender minhas ausências, ajudar-me com as demandas do cotidiano, dar-me apoio e carinho em todos os momentos. A meu pai, *José Marcos Moreira*, de quem eu herdei a curiosidade e a teimosia. A minha mãe, *Maria Aparecida de Castro Moreira*, minha fortaleza, meu maior exemplo de resistência, amor e generosidade. A minha irmã, *Ágda Graziela Moreira*, pela parceria, pelo companheirismo; minha amiga que nunca mediu esforços para me estender sua mão, por mais difícil que fosse aguentar as “pentelhices” de uma irmã caçula. A meu sobrinho, *Pedrinho*, que chegou a tempo de contribuir com a luz e o colorido deste bordado. Vocês são um contorno fundamental para a tessitura deste trabalho.

A minha orientadora, Prof.^a Dra. *Adair Mendes Nacarato*, pela orientação, pelo carinho, pelo apoio, pela inspiração, pela compreensão e pelo olhar narrativo e poético para minha história e a de meus alunos.

Às professoras participantes da banca examinadora — Prof.^a Dra. *Ana Paula de Freitas*, Prof.^a Dra. *Cármem Lúcia Brancaglion Passos*, Prof.^a Dra. *Daniela Dias dos Anjos*, Prof.^a Dra. *Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino* — pela disponibilidade de leitura e pelas valiosas contribuições a meu trabalho.

Aos (meus) *alunos do 1º ano A* (turma de 2017) e a seus familiares pela confiança, pela dedicação e, principalmente, pela oportunidade de aprender sobre (e com) vocês. Vocês me inspiram e me motivam a continuar na luta pela educação dialógica e libertadora. Aproveito para agradecer à *escola pública* na qual me formei e na qual continuo aprendendo a cada dia em minha atuação como professora.

Aos *alunos e alunas do curso de Pedagogia* da Universidade São Francisco, a turma de 2016, hoje, pedagogos e pedagogas, que acompanhei durante o estágio docente. Vocês proporcionaram importantes contribuições para a harmonia das linhas, das cores e dos pontos de meu bordado.

Aos amigos e colegas integrantes dos grupos de pesquisa *Hifopem*, *Grucomat* e *Obeduc*. Vocês foram fundamentais para meu processo formativo. As leituras críticas, as palavras de apoio, as trocas, os incentivos..., cada contribuição foi fundamental.

Ao *João*, que chegou trazendo fios de luz, de alegria e de leveza para o turbulento momento de finalização deste trabalho. As palavras de incentivo, os vinhos, as longas conversas sobre as séries e os filmes (incluindo aqueles em que dormi na parte mais importante)... Tudo isso me ajudou a puxar e a arrematar os fios deste bordado.

A meus amigos de vida e aos que fiz ao longo do Doutorado — *Andrea, Dudu, Íris, Flavinha, Toninho, Rodrigo* — pelas inúmeras contribuições, pelas conversas aleatórias, pela compreensão das ausências (e das cervejas que foram adiadas), pelas palavras de apoio e incentivo.

À *Camila Freitas* pela revisão cuidadosa de meu texto.

À *Capes* pelo apoio financeiro para a realização da pesquisa.

A todos que, direta e ou indiretamente, aumentaram um ponto neste bordado.

MOREIRA, Kátia Gabriela. **Investigação na/da própria prática:** o entrelaçar do desenvolvimento do Pensamento Algébrico de alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental com os processos de autoformação docente. 2020. 274 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2020.

RESUMO

A presente pesquisa, de abordagem qualitativa, com apoio financeiro da Capes¹, analisou narrativamente a prática de uma professora-pesquisadora que intencionou desenvolver o Pensamento Algébrico de alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental. Para isso, tomou como foco de estudo a pesquisa na/da própria prática e as aprendizagens docente entrelaçadas às aprendizagens discentes. O cenário de investigação pertencia à rede municipal de uma cidade de pequeno porte no interior de São Paulo, sala de aula da professora-pesquisadora, composta por 26 alunos matriculados no 1º ano do Ensino Fundamental. A produção dos dados ocorreu durante o ano letivo de 2017 e contou com os seguintes instrumentos: videogravações das aulas destinadas à investigação, produção escrita dos alunos e textos de campo da professora-pesquisadora. Desses documentos, emergiram narrativas pedagógicas; nelas, utilizaram-se os pressupostos da análise microgenética na Perspectiva Histórico-Cultural para interpretar os episódios, focalizando o desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos alunos. Posteriormente, num movimento reflexivo diante dessas narrativas, houve a produção de narrativas das narrativas, nas quais foram evidenciados os aspectos de autoformação docente, centrando-se no conhecimento especializado da professora por meio de uma análise narrativa. Buscou-se responder à questão: “Que indícios de autoformação e aprendizagens discentes e docentes são identificados em narrativas pedagógicas de uma professora em busca do desenvolvimento do Pensamento Algébrico de alunos do 1º ano do Ensino Fundamental?”. Elencou-se como objetivo geral compreender como a pesquisa na/da própria prática é reveladora de um processo reflexivo e autoformativo da professora e contributivo de aprendizagens dos alunos. Os objetivos específicos foram: (1) identificar que elementos de uma cultura social de aula de Matemática são contributivos do desenvolvimento do Pensamento Algébrico de alunos do 1º ano do Ensino Fundamental; (2) reconhecer as aprendizagens discentes e docente em práticas centradas no desenvolvimento do Pensamento Algébrico; e (3) caracterizar a pesquisa narrativa como uma prática de autoformação da professora que ensina Matemática. A análise apontou indícios de que os alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental, engajados numa cultura social de sala de aula de Matemática pautada na problematização e organizada de modo que eles fossem os protagonistas da própria aprendizagem, foram capazes de generalizar o padrão de sequências por meio da linguagem materna. A escrita e a análise narrativa, no contexto da pesquisa na/da própria prática, revelaram indícios do conhecimento especializado da professora para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico bem como evidenciaram a Pesquisa Narrativa como dispositivo de autoformação docente ao apontar as limitações, os desafios e os dilemas desvelados a partir da reflexão sobre a própria prática.

Palavras-chave: Desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Conhecimento especializado para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Anos iniciais. Autoformação. Pesquisa Narrativa. Pesquisa da/na própria prática.

¹ O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), Código de Financiamento 001. This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), Finance Code 001.

ABSTRACT

The present research, with a qualitative approach and financial support from Capes, narratively analyzed the practice of a teacher-researcher who intended to develop the algebraic thinking of students in the first year of elementary school. To this end, the study focus was on research in / of one's own teaching practice and the teacher learnings intertwined with the student learnings. The research scenario was in the municipal network of a small city in the interior of São Paulo, the classroom of the teacher-researcher, composed of 26 students enrolled in the 1st year of elementary school. The production of the data took place during the academic year of 2017 and included the following instruments: video recordings of classes for research, students' written production and field texts by the teacher-researcher. From these documents, pedagogical narratives emerged; in them, the assumptions of microgenetic analysis in the cultural-historical perspective were used to interpret the episodes, focusing on the development of students' algebraic thinking. Subsequently, in a reflective movement in the face of these narratives, narratives of the narratives were produced, in which aspects of teacher self-education were evidenced, focusing on the teacher's specialized knowledge through a narrative analysis. We sought to answer the question: "What evidence of self-education and learning by students and teachers are identified in the pedagogical narratives of a teacher in search of the development of algebraic thinking of students in the 1st year of elementary school?" The general objective was to understand how research in / of one's own teaching practice reveals a reflexive and self-educational process of the teacher and contributory to the students' learning. The specific objectives were: (1) to identify which elements of a social culture of the mathematics classroom are contributing to the development of algebraic thinking of students in the 1st year of elementary school; (2) to recognize student and teacher learnings in practices focused on the development of algebraic thinking; and (3) to characterize narrative research as a self-education practice for the teacher who teaches mathematics. The analysis showed evidence that students in the first year of elementary school, engaged in a social culture of the mathematics classroom based on problematization and organized so that they were the protagonists of their own learning, were able to generalize the pattern of sequences through the mother tongue. Writing and narrative analysis, in the context of research in / of one's own practice, revealed evidence of the teacher's specialized knowledge for the development of algebraic thinking just as they highlighted narrative research as a device for teacher self-education by pointing out limitations, challenges and dilemmas unveiled from the reflection on one's own teaching practice.

Keywords: Development of algebraic thinking. Specialized knowledge for the development of algebraic thinking. Early years. Self-education. Narrative research. Research in / of one's own teaching practice.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tecendo a vida bordadeira.....	19
Figura 2 – Vou ali e volto já.....	25
Figura 3 – Plantação.....	27
Figura 4 – O menino da bicicleta.....	29
Figura 5 – Terra Mãe.....	41
Figura 6 – Menina cata-vento.....	42
Figura 7 – Ciranda dos meninos.....	43
Figura 8 – Mulheres ribeirinhas coletooras de sementes.....	60
Figura 9 – Domínios matemáticos para ensinar.....	71
Figura 10 – Domínios e subdomínios do modelo MTSK.....	74
Figura 11 – Pachamama.....	92
Figura 12 – Brincadeiras no Cerrado.....	96
Figura 13 – Dança da roda.....	116
Figura 14 – Mãe D’Água.....	117
Figura 15 – Alegria vida na beira d’água.....	127
Figura 16 – Termo com 20 palitos considerado por Pedro.....	133
Figura 17 – 20° termo da sequência.....	133
Figura 18 – O movimento de análise da professora.....	140
Figura 19 – Registro da Lucas e Agda.....	141
Figura 20 – Kauê e Kauã.....	142
Figura 21 – Gabriela e Lucas.....	143
Figura 22 – Jonatas e Laís.....	145
Figura 23 – Registro da sequência de palitos na lousa.....	147
Figura 24 – Registro na tabela.....	179
Figura 25 – Registro de Lia e Adrian.....	180
Figura 26 – Registro de Jonatas e Caio.....	181
Figura 27 – Barras <i>Cuisenaire</i>	200
Figura 28 – Muro do 10.....	202
Figura 29 – Registro do muro do 5.....	204
Figura 30 – Registro do muro do 6.....	205
Figura 31 – Registro do muro do 8.....	206
Figura 32 – Registro do muro do 8.....	207

Figura 33 – Utilizando o material para a investigação das composições possíveis.....	208
Figura 34 – Registro do muro do 6.....	208
Figura 35 – Diferentes composições/decomposições do 4.....	209
Figura 36 – Os muros dos números.....	210
Figura 37 – As possibilidades de composição dos números.....	210
Figura 38 – Explorando a balança.....	217
Figura 39 – Explorando a balança.....	219
Figura 40 – Buscando o equilíbrio entre $4 + 3 + 3$ e $6 + 4$	222
Figura 41 – Registro das possibilidades de equivalência na balança.....	223
Figura 42 – Moça Bordadeira.....	231
Figura 43 – Encantamentos.....	241

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Trabalhos que envolvem a discussão do PA nos anos iniciais.....	46
Quadro 2 – Artigos publicados de 2010 a 2019 em periódicos que abordam o desenvolvimento do PA nos anos iniciais do Ensino Fundamental	51
Quadro 3 – As tarefas da pesquisa.....	108
Quadro 4 – Continuando com triângulos.....	129
Quadro 5 – Enunciado da tarefa “Padrões com tampas I”.....	167
Quadro 6 – Padrões com tampas II.....	181
Quadro 7 – Explorando o sentido do sinal de igual.....	211

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Sequência dos palitos	150
Tabela 2 – Sequência dos palitos	152
Tabela 3 – Sequência das tampas I	178
Tabela 4 – Sequência das tampas	187

LISTA DE SIGLAS

AEE	Atendimento Educacional Especializado
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
Bolema	Boletim de Educação Matemática
Capes	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CCK	Common Content Knowledge
CNE	Conselho Nacional de Educação
CNPq	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
EJA	Educação de Jovens e Adultos
Enem	Exame Nacional do Ensino Médio
FE	Faculdade de Educação
Grucomat	Grupo Colaborativo em Matemática
HCK	Horizon Content Knowledge
Hifopem	História de Formação dos Professores que Ensinam Matemática
HTPC	Hora de Trabalho Coletivo dos Professores
IC	Iniciação Científica
Ideb	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
Inep	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Anísio Teixeira
KCC	Knowledge of Content and Curriculum
KCS	Knowledge of Content and Students
KCT	Knowledge of Content and Teaching
KFLM	Knowledge of Learning Mathematics
KMLS	Knowledge of Mathematics Learning Standards
KMT	Knowledge of Mathematics Teaching
KoT	Knowledge of Topics
KPM	Knowledge of the Practice of Mathematics
KSM	Knowledge of the Structure of Mathematics
MK	Mathematical Knowledge
MKT	Mathematical knowledge for teaching
MTSK	Mathematics Teacher's Specialized Knowledge
Obeduc	Observatório da Educação
Ocmai	Orientações Curriculares de Matemática para os Anos Iniciais
PA	Pensamento algébrico

PCK	Pedagogical Content Knowledge
PHC	Perspectiva Histórico-Cultural
PN	Pesquisa Narrativa
PNLD	Programa Nacional do Livro e do Material Didático
PF	Pensamento funcional
PR	Pensamento relacional
Probaic	Programa de Bolsa-Auxílio de Iniciação à Pesquisa Científica
Proepe	Programa de Educação Infantil e Ensino Fundamental
Prouni	Programa Universidade para todos
Ufscar	Universidade Federal de São Carlos
PNE	Plano Nacional de Educação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
Reveduc	Revista Eletrônica de Educação
Revemat	Revista Eletrônica de Educação Matemática
SCK	Specialized Content Knowledge
SMK	Subject Matter Knowledge
UFMS	Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Unesp	Universidade Estadual Paulista
Unicamp	Universidade Estadual de Campinas
USF	Universidade São Francisco
ZDP	Zona de Desenvolvimento Próximo

SUMÁRIO

	PARA COMEÇO DE BORDADO: FIOS E TRAMA.....	21
1	SEPARANDO AS LINHAS EM CORES, TEXTURAS E HARMONIAS.....	25
1.1	Uma linha, muitas cores: minha trajetória de vida.....	27
1.2	Preparando a agulha: os caminhos trilhados para chegar até a pesquisa.	43
1.3	Entrecruzando os primeiros fios: Álgebra ou Pensamento Algébrico nos anos iniciais?	53
2	PUXANDO O FIO DA MEADA: AS ESCOLHAS TEÓRICAS E METODOLÓGICAS DO BORDADO.....	60
2.1	Minha linha teórica: a Perspectiva Histórico-Cultural.....	61
2.2	Conhecimento profissional do professor: o emaranhado das linhas do conhecimento do conteúdo com as do conhecimento pedagógico do conteúdo.....	67
2.3	Caminhos metodológicos do bordado.....	76
2.3.1	Os pontos atravessados entre a Perspectiva Histórico-Cultural e a experiência.....	82
2.3.2	A questão de investigação.....	91
2.3.3	Cenário do bordado: a escola.....	92
2.3.4	Personagens e cores do bordado: a turma.....	94
2.3.5	As tarefas: aquelas que possibilitaram nossas trocas e negociações de significações.....	104
2.3.6	A documentação da pesquisa.....	112
2.3.7	Meus processos de análise.....	117
2.3.7.1	Análise microgenética.....	122
2.3.7.2	Análise narrativa	124
3	CORES, TESSITURAS E TRAÇADOS QUE SE COMBINAM: NOSSO BORDADO.....	127
3.1	Narrativa pedagógica 1: Tarefa dos palitos ou Tarefa dos triângulos?...	128
3.2	(A)bordar-me: o desvelar da incompletude do ser (professora).....	154
3.3	Narrativa pedagógica 2: Padrões com tampas.....	165
3.4	(A)bordar-me ... : o encontro da narradora com sua narrativa.....	190
3.5	Narrativa Pedagógica 3: O sinal de igual.....	199

3.6	(A)bordar-me...: o que os alunos me dizem sobre o que é o “ensinar”.....	223
4	ARREMATANDO (ALGUNS) PONTOS: UMA BREVE PAUSA.....	231
4.1	Algumas laçadas em meu pano de amostra.....	233
	REFERÊNCIAS.....	241
	APÊNDICE A – Sequências para recortar e continuar.....	255
	APÊNDICE B – Sequências com material manipulativo: tampas.....	256
	ANEXO A – Explorando as contagens.....	258
	ANEXO B – Sequência corporal: filas.....	261
	ANEXO C – Introduzindo o vocabulário.....	262
	ANEXO D – Explorando relações numéricas com as barras Cuisenaire.....	264
	ANEXO E – Sequências de duas cores de conta.....	269
	ANEXO F - Tira colorida.....	270
	ANEXO G – Sequências com material manipulativo: palitos de sorvete.....	271
	ANEXO H - Padrão dos palitos.....	273
	ANEXO I – Desafio do padrão.....	274

Figura 1 – Tecendo a vida bordadeira



Fonte: Matizes Dumont (2020o)

Para contar as histórias deste livro, eu escolhi alguns fios e costurei um bordado. Você já viu um bordado? Tem nó, tem linha pendurada, é uma confusão! Não dá nem para acreditar que aquele lado feioso faz parte do lado direito, todo bonito. Pois é, o avesso da gente é parecido com isso. Tem coisas que às vezes a gente não quer mostrar, só quer esconder. A beleza, porém, está em saber que todo direito da gente tem avesso, ou todo avesso tem seu direito, assim como toda sombra tem sua luz. (FURNARI, 2010, p. 32)

[...] meu texto não tem início na escrita desta narrativa de pesquisa, visto que ele começou muito antes do momento em que me sentei nos bancos da biblioteca da Universidade — 02 de dezembro de 2017 — para escrevê-lo. Minha escrita teve início lá atrás, na decisão de meus avós de se mudarem de Minas Gerais para o interior de São Paulo em busca de melhores condições; começou a partir do encontro e das escolhas que meus pais tiveram; iniciou-se nas olarias de tijolos onde eles derramaram seus suores, no trabalho duro em busca de sobrevivência que lhes tirou a oportunidade de frequentar a escola; principiou-se na barriga de minha mãe, e em todo esforço que juntas tivemos para que conseguíssemos sobreviver àquela gestação de alto risco. Meu texto teve início no tempo de escola, quando ainda aluna, já estava envolvida com minha formação — ainda que não tivesse ideia de que um dia seguiria a profissão docente; começou lá na pré-escola, quando o sentido que eu dava para aquele lugar se resumia ao tanque de areia e às inúmeras possibilidades de criação que ele me possibilitava; iniciou-se em minha dificuldade em compreender as aulas de Matemática e nos diversos momentos de angústia que isso me trouxe. Minha escrita, reveladora de meus processos históricos e culturais, teve início nesses e em tantos outros textos que se conectaram a minha história, que é longa — acho que nem tenho condições de contá-la por inteiro, pois ela está conectada a uma história maior, que não sabemos ao certo em que momento começou. Minha história está conectada à história da humanidade, assim como a de todos os seres humanos que habitam o planeta. Todos nós somos marcados por processos históricos, sociais, culturais e políticos que determinam nossa existência. Ao mesmo passo que transformamos a natureza, somos transformados por ela, num movimento dialógico. E este meu olhar é formado pelo entrecruzamento com a teoria histórico-cultural, em busca de dialogar com as questões da constituição humana a partir de minhas leituras de autores que partem de uma explicação do materialismo histórico-dialético. Logo, meu texto é marcado pelas leituras que fiz de Lev Vigotski, Mikhail Bakhtin, Paulo Freire e outros autores que, assim como eu, fizeram suas leituras desses estudiosos. Como não tenho condições de alcançar a totalidade de minha história — mesmo porque não teria tempo para isso —, assim como num bordado, vou escolher alguns fios e ir costurando-a, uma vez que, durante a pesquisa, entrei em contato com muitas histórias, com autores, com orientadora, com professores e, principalmente, com meus alunos... Esse contato é tão intenso que eu já nem sei mais o que é meu e o que é deles... Então, decidi narrar minha história e, como narradora, assumir o uso da primeira pessoa do singular, mas que esteja claro, desde o princípio, que deste “eu” ecoam muitas vozes.

PARA COMEÇO DE BORDADO: FIOS E TRAMA

Querido leitor, querida leitora,²

Este texto tem como pano de fundo uma produção poética constituída a partir do bordar e do narrar. Minha pesquisa, vinculada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco (USF), analisa narrativamente minha própria prática, que buscou desenvolver o Pensamento Algébrico (PA) de alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental. Para isso, tomo como foco de estudo a pesquisa na/da própria prática e minhas aprendizagens — enquanto professora —, entrelaçadas com as aprendizagens de meus alunos a partir de narrativas pedagógicas. Defendo a tese de que o trabalho intencional do professor — norteado pelo processo reflexivo acerca de sua prática, possibilitando um contexto “desenvolvente” a partir de um ambiente de problematização — pode favorecer o desenvolvimento do Pensamento Algébrico dos alunos.

Minha trama é construída de modo a responder à questão “Que indícios de autoformação e aprendizagens discentes e docentes são identificados em narrativas pedagógicas de uma professora em busca do desenvolvimento do Pensamento Algébrico de alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental?”. E “compreender como a pesquisa na/da própria prática é reveladora de um processo reflexivo e autoformativo da professora e contributivo de aprendizagens dos alunos” é o que defino como objetivo geral. Como objetivos específicos elenco: (1) identificar que elementos de uma cultura social de aula de Matemática são contributivos do desenvolvimento do Pensamento Algébrico de alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental; (2) reconhecer as aprendizagens discentes e docentes em práticas centradas nesse desenvolvimento; e (3) caracterizar a pesquisa narrativa como uma prática de autoformação da professora que ensina Matemática.

Nós, os participantes da construção poética, somos: eu (professora-pesquisadora); minha orientadora, a professora Adair Mendes Nacarato; e meus 26 alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental. Por isso, caracterizo minha investigação como pesquisa na/da própria prática. Minha sala de aula, cenário da investigação, pertence à rede municipal de Nazaré Paulista, interior de São Paulo. Ao longo do ano letivo de 2017, minhas aulas destinadas à

² Em um dos processos de qualificação da pesquisa, a professora Carmem mencionou o relatório de pesquisa de um de seus orientandos, Américo Junior Nunes da Silva (2018), e a maneira com a qual ele envolveu o leitor em sua produção, apresentando uma escrita que remete a um diálogo com o leitor. Para além de fazer a leitura de sua produção, busco inspiração ao propor um “diálogo” inicial com o leitor e/ou a leitora, apresentando a estrutura de meu texto de pesquisa. Além disso, procuro a contextualização da questão de pesquisa e os objetivos tão logo se inicia minha produção — como também me foi sugerido pela professora Ana Paula no momento da qualificação.

pesquisa foram videogravadas, posteriormente, transcritas, e serviram de apoio para a escrita das narrativas pedagógicas; nelas, utilizei os pressupostos da análise microgenética para interpretar os episódios e me aproximar dos processos referentes ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico de meus alunos. Depois, num movimento de pensar sobre minhas narrativas pedagógicas, escrevi a “narrativa da narrativa”, em que, apoiando-me na análise narrativa, busquei aspectos que evidenciam a autoformação docente, focalizando o conhecimento especializado do professor que ensina Matemática. Do emaranhado dos novelos, fui procurando a ponta do fio da narrativa, fui me envolvendo com a escrita de si e a escuta de si e do outro...

Meu bordado foi pensado e organizado em busca de envolver você que o aprecia nas linhas, nas cores, nos pontos, na trama, na poética vivenciada em minha sala de aula como uma professora que, ao tentar contribuir para o desenvolvimento do PA de seus alunos, vê-se vinculada a seus próprios processos formativos, uma professora que aprende ao refletir sobre sua própria prática. Por isso, no primeiro capítulo, denominado “[Separando as linhas em cores, texturas e harmonias](#)”, coloco minha história de vida e profissional como pano de fundo de toda minha produção. Essa seção inicial é subdividida em três momentos: “[Uma linha, muitas cores: minha trajetória de vida](#)”, em que apresento meu memorial de formação; “[Preparando a agulha: os caminhos trilhados para chegar até a pesquisa...](#)”, que aborda o foco da pesquisa, as motivações e as justificativas de minhas escolhas, bem como contextualiza minha investigação a partir de outros estudos; e, por fim, “[Entrecruzando os primeiros fios: Álgebra ou Pensamento Algébrico nos anos iniciais?](#)”, em que discuto sobre o desenvolvimento do PA nos anos iniciais.

No segundo capítulo, “[Puxando o fio da meada: as escolhas \(teóricas e metodológicas\) do bordado...](#)”, apresento a fundamentação teórico-metodológica adotada para a composição de meu bordado. Esse capítulo é subdividido em três seções: “[Minha ‘linha’ teórica: a Perspectiva Histórico-Cultural](#)”, em que discorro sobre alguns conceitos importantes da teoria histórico-cultural; “[Conhecimento profissional](#) do professor: o [emaranhado](#) das linhas do conhecimento do conteúdo com as do conhecimento [pedagógico do conteúdo](#)”, em que discuto sobre o conhecimento especializado do professor; e, finalizando o capítulo, “[Caminhos metodológicos do bordado](#)”, subdividida em seis subseções para definir as questões metodológicas — “[Os pontos atravessados entre a Perspectiva Histórico-Cultural e a Pesquisa Narrativa](#)”, “[A questão de investigação](#)”, “[Cenário do bordado: a escola](#)”, “[Personagens e cores do bordado: a turma](#)”, “[As tarefas: aquelas que possibilitaram as trocas e a negociação de significações](#)” e, por fim, “[A documentação da pesquisa](#)”, com a descrição da produção e análise dos dados.

No terceiro capítulo, denominado “Cores, tessituras e traçados que se combinam: nosso bordado...”, apresento minhas narrativas pedagógicas: “Narrativa pedagógica 1: Tarefa dos palitos ou tarefa dos triângulos?”; “Narrativa pedagógica 2: Padrões com tampas”; “Narrativa pedagógica 3: O sinal de igual”. Cada uma delas é seguida de meu processo reflexivo de escrita da “narrativa da narrativa”, movimento este que denomino como “(A)bordar-me”. Cada “narrativa da narrativa” é intitulada de acordo com a temática tratada na análise narrativa: “O desvelar da incompletude do ser (professora)”; “O encontro da narradora com sua narrativa”; e “O que os alunos me dizem sobre o que é o ‘ensinar’”.

Por fim, apresento minhas considerações finais. Essa seção intitula-se “Arrematando (alguns) pontos: uma breve pausa” e contém a subseção “Algumas laçadas em meu pano de amostra”.

Dizem que um bordado benfeito é conferido por seu avesso, e este tem que ser tão perfeito quanto o direito, de modo que não seja possível saber qual face se está vendo (direito ou avesso); e, por tanto rigor, na maioria das vezes, o avesso é o que fica escondido ou o que tentamos esconder. Mas, para defender minha tese, embora sejam dois, direito e avesso não se dividem. São faces do mesmo tecido, atravessados pela mesma agulha. Considerar o avesso é propor uma nova visão (no sentido oposto). O avesso não é igual, não precisa nem poderia ser, ele revela o que está por trás do que é visto. Concordo com Schopenhauer (2001, p. 239) quando diz que “a vida pode ser comparada a um bordado que no começo da vida vemos pelo lado direito e, no final, pelo avesso. O avesso não é tão bonito, mas é mais esclarecedor, pois deixa ver como são dados os pontos.”

As obras de bordados que aparecerão ao longo de meu texto pertencem à coleção do grupo *Matizes Dumont*. Um grupo de artistas que há mais de 30 anos borda a brasiliade com uma linguagem poética livre e, entre águas e seres, transforma a vida das pessoas. Rebello ([20- -] *apud* MATIZES DUMONT, 2020k) os define da seguinte maneira:

Em certo ponto do Rio São Francisco, próximo a Pirapora, em Minas Gerais, fala-se com as mãos, anota-se com os olhos e vive-se na ponta dos dedos. Vive-se também no tempo do rio, fala-se no tempo do olhar; e canta-se, muito, porque música é a linguagem dos bordados da família Diniz Dumont.

Com origem no bordado mineiro clássico, essa família de artistas criou possibilidades para esse ofício milenar. O “bordado livre e espontâneo”, como eles o vivem, rompe com os padrões da técnica original. São misturas de matizes, tecidos e tessituras; traçados que se combinam em uma arte visual com características próprias, sem formas nem padrões pré-

concebidos. Inspirados na natureza e na diversidade da cultura brasileira, eles criam telas, arte de profunda delicadeza. Para eles, o bordado é expressão da alma, da vida, do ser, e isso se caracteriza como um gesto inclusivo e transformador, pois o bordado organiza os sujeitos internamente, permitindo um estar consigo, e desperta novos caminhos. O grupo defende ainda que, no convívio com o bordado, como no diálogo com a arte, é possível a reaproximação com a sensibilidade: encontro com a própria sensibilidade e com a sensibilidade do outro. “*Ao bordar, a pessoa pode retomar os fios da memória do vivido, reencontrar espaços internos de amorosidade e, quem sabe, redescobrir um sentido para a vida mais enraizado na beleza.*” (MATIZES DUMONT, 2020n). Ao buscar inspiração para meu “bordado”, fiquei maravilhada quando me deparei com a arte desse grupo e, sem a intenção de ser tendenciosa ou mesmo demasiadamente pretenciosa, vejo muita sintonia com meu estilo de “bordar” meu texto, com meu estilo de narrar minha história.

Convido-o, querido leitor, querida leitora, a “permitir-se” entrelaçar por minhas linhas, por minhas cores e por meus pontos, por minha experiência narrativa, por meu bordado. E que, a partir de minhas linhas e entrelinhas, você possa, também, ter sua experiência narrativa e, quem sabe, pensar em novos bordados...

1 SEPARANDO AS LINHAS EM CORES, TEXTURAS E HARMONIAS

Figura 2 – Vou ali e volto já



Fonte: Matizes Dumont (2020q)

Todo e qualquer artista possui uma intencionalidade em suas produções, que pode ser agradar determinado público, expressar ideias e sentimentos, entre tantas outras motivações... Independente de qual seja, toda produção humana caminha para um “constituir-se”, um “transformar-se” enquanto ser humano. Entendo as obras de arte como linguagem; por isso, retomo um conceito importante apontado por Bakhtin (1988): toda fala é responsiva! Meu bordado, compreendido como obra de arte, como linguagem, e carregado de intencionalidade, busca comunicar, dialogar...

Se, por um lado, bordo para me constituir — enquanto sujeito (re)produtor de cultura, enquanto professora e pesquisadora —, por outro, bordo para fazer parte de uma constituição maior, de um bordado mais amplo, relacionado à profissão docente, à Educação Matemática e a tantos outros campos com os quais minha investigação pode dialogar. Se esse bordado será “dado a ler”, é preciso ter cautela, fazer escolhas! Mesmo sem ter a pretensão de traçar modelos a serem seguidos, visto que minha experiência é narrada enquanto uma possibilidade que pode contribuir (direta e/ou indiretamente) para novas reflexões, penso nos professores e nos pesquisadores que se interessam pela Matemática nos anos iniciais, pela pesquisa da/na própria prática, ou ainda naqueles que se interessam pela Pesquisa Narrativa, em amigos, colegas... Há uma infinidade de possibilidades, interesses e motivações para que meu texto seja lido por

alguém. A mim, narradora, contadora de histórias, cabe imaginá-los e, ao fazê-lo, pensar sobre: o que vocês gostariam de ler; o que seria importante destacar; qual a mensagem que eu quero passar sobre a educação, sobre a sala de aula, sobre o aluno; que aspecto quero frisar e bordar em minha história? Compreendo a não neutralidade de minha produção. Daí a necessidade de clareza na descrição para que você (que me lê) tenha possibilidade de analisar minhas escolhas...

Vou começar pelas linhas! Claro, para a produção de um bordado, é preciso pensar nas linhas e nas cores dessas linhas. Para a produção de um bordado que faça sentido e desperte a atenção (do outro), é necessário o conhecimento sobre a harmonia das cores, sobre o círculo cromático³ e sobre as possibilidades de jogos harmônicos entre elas. Qual é o jogo de cores que está por trás da harmonia de minhas escolhas? A partir dos pressupostos teóricos da Perspectiva Histórico-Cultural (PHC), de minha aproximação com os estudos da Pesquisa Narrativa (PN) e, ainda, de uma pesquisa da/na própria prática, entendo que seja crucial apresentar excertos de minha trajetória de vida (pessoal e profissional) — aquilo que me constitui —, do pano de fundo deste bordado. Esse tipo de harmonia é muito utilizado entre os artistas (pesquisadores) que reconhecem a importância dos aspectos históricos e sociais no processo de desenvolvimento.

Então, este capítulo é destinado à seleção das linhas (e de suas cores) para meu bordado. Nesta seleção, a partir de minhas memórias, narro parte de minha trajetória de vida, numa construção intencional para a produção harmônica a que me proponho nesta obra.

³ Um referencial de cores; círculo composto por 12 cores agrupadas em primárias, secundárias e terciárias.

1.1 Uma linha, muitas cores: minha trajetória de vida

Figura 3 – Plantação



Fonte: Matizes Dumont (2020m)

Não mais suportando a situação da baixa na plantação de café, sob a carroceria de um caminhão e o forte frio do inverno, meus avós maternos e seus sete filhos migraram do sul de Minas Gerais para o interior de São Paulo, para a cidade de Atibaia. Buscavam melhores condições de trabalho e encontraram o ofício de “bater” tijolos na olaria de um rico empresário. O que aconteceu com a família de minha mãe, também aconteceu com a família de meu pai; contudo, minha avó Madalena, abandonada por meu avô, estava só à frente de seus sete filhos.

Nesse contexto, meus pais se conheceram, casaram-se e tiveram duas filhas, das quais sou a caçula. O peso das responsabilidades com o trabalho e as dificuldades da época (meados de 1965) impossibilitaram meus pais de frequentar a escola. Ainda em Minas Gerais, meu pai teve a oportunidade de um ensino domiciliar — prática comum da época —, mas isso foi quando a família ainda tinha boas condições financeiras, antes da partida de meu avô. Recentemente, enquanto visitávamos sua terra natal, meu pai, saudoso, apontou-me a casa em que recebia esse ensino domiciliar: “*Ali era a casa da professora que dava aula pra gente. Eu vinha aí!*”. Emocionei-me com sua lembrança. Embora tenham pouca escolaridade, aprendi e aprendo muito com a sabedoria que meus pais possuem e buscam transmitir. Além de terem me dado a

vida, meus pais me ajudaram a construir conhecimentos que eu não teria adquirido em lugar algum...

Por volta dos 5 anos de idade, passei a conviver com a separação de meus pais. Essa separação marcou muito minha infância, por muito tempo carreguei a “culpa” pelo que aconteceu entre eles — na época, aquilo representava o fim de tudo; em minha cabeça, eu havia feito algo de errado que teria ocasionado “aquilo” com nossa família. Algumas situações são muito difíceis de serem encaradas e entendidas por uma criança; e o ideário do modelo da “família perfeita”, enraizado nas diversas práticas sociais (religião, escola, literatura, meios de consumo), contribui para esse tipo de “culpa” que muitas crianças (filhas de pais separados) carregam. A partir da separação de meus pais, seguimos (minha mãe, minha irmã e eu) num caminho cheio de dificuldades, mas também repleto de superações, que não teriam acontecido se nossas condições tivessem sido outras.

A constituição da professora-pesquisadora, a qual venho buscando — penso que essa busca é um processo constante, nunca estará findada, pois, enquanto houver a possibilidade de refletir sobre minhas experiências, haverá a possibilidade de (re)significação —, teve início há muito tempo, quando, ainda criança, ingressei na escola. Tal formação teve continuidade no curso de Graduação e Pós-Graduação e, acredito eu, prolongar-se-á durante toda minha vida profissional.

Minhas primeiras relações com a escola se deram pela convivência com minha irmã mais velha. Temos uma diferença de 6 anos. Ela contava relatos encantadores daquele lugar, o que aguçava minha vontade de também participar daquele espaço. No entanto, essa vontade teve que ser contida por um tempo, pois a escola que atendia a minha faixa etária era distante de minha casa, e minha mãe não tinha condições de me levar até lá, visto que tinha que trabalhar. Quando completei 5 anos, mamãe conseguiu uma vaga em uma escola que ficava em um bairro vizinho ao nosso. Ali frequentei a classe do “Jardim”⁴. Ia para escola na garupa da bicicleta de minha mãe: uma Barra Forte, com a pintura, que um dia fora branca, enferrujada⁵. Eu ia na garupa, “bela e folgada, curtindo o trajeto”, enquanto minha mãe pedalava. Minha diversão só era completa quando nos deparávamos com alguns imprevistos, como um pneu furado ou o chapéu de minha mãe voando pela avenida. Acho graça até hoje ao lembrar dessas histórias; histórias da inocência de uma criança, para a qual tudo era diversão. Por outro lado, reconheço

⁴ Nomenclatura dada na época à turma que antecedia a pré-escola.

⁵ Até pouco tempo, essa bicicleta estava “jogada” no quintal de casa; até que passou um senhor recolhendo materiais de reciclagem, e minha mãe perguntou se ele queria levá-la. O senhor não só a aceitou como reformou-a e passou a utilizá-la para recolher os materiais recicláveis. Assim, frequentemente, encontro a bicicleta, ainda branca e enferrujada, pelas ruas de meu bairro. É nostálgico!

o esforço e o amor profundo de minha mãe ao me possibilitar o acesso à escola nessas condições tão sacrificadas. Como no bordado “O menino da bicicleta”, meu olhar era colorido, carregado da inocência de uma criança que ainda não entendia, ao certo, aquele ato de amor, apenas sentia.

Figura 4 – O menino da bicicleta



Fonte: Matizes Dumont (2020j)

Não são muitas as lembranças que guardo daquela escola. Lembro: do tanque de areia; da goiabeira que fazia sombra para que pudéssemos brincar; dos brinquedos do parque (trepa-trepa, gira-gira, gangorra e balança — todos de ferro e com cores vibrantes); dos brinquedos de encaixe. Minha mãe conta que eu amava a escola e que não perdia nenhum dia de aula. “*Mãe, mas e os dias de chuva? Você nunca ficou um dia sem ir à escola por esse motivo. Nós íamos assim mesmo!*” — conta minha mãe. Relata ainda que a escola era o motivo pelo qual eu não fazia birra para pentear o cabelo. Eu detestava e, todas as vezes que minha mãe me chamava para isso, a pergunta era: “*Hoje eu vou na escola?*”. Pentear o cabelo era só para ir à escola!

Ao longo do ano letivo, a professora Elisa foi percebendo a minha vontade e disponibilidade para aprender — eu era muito agitada e terminava as atividades com facilidade (suponho que não dava sossego na sala de aula) — e, então, sugeriu que, no ano seguinte, em vez de cursar a “pré-escola”, eu ingressasse na primeira série⁶, que funcionava em uma escola localizada na região central da cidade. Teríamos a ajuda de custo para o transporte da prefeitura,

⁶ Atual segundo ano do Ensino Fundamental.

além de ser a instituição que minha irmã frequentava. Isso era contra a lei, mas a professora garantiu a minha mãe a possibilidade de rematrícula na “Pré-escola”, caso eu apresentasse dificuldade em acompanhar a turma.

Foi assim que me despedi da Educação Infantil e passei a frequentar, com 6 anos de idade, a primeira série. Guardo muitas lembranças boas do Ensino Fundamental, afinal, passei 8 anos de minha vida em uma única escola, a escola *Carlos José Ribeiro*. Por outro lado, também carrego momentos difíceis que passei por lá — que foram determinantes para o que seria de meu futuro como professora. Ao longo desses anos, algumas situações me afastaram da disciplina de Matemática e do sentido que eu dava para a escola. Eu tive muita dificuldade! Não conseguia aprender alguns algoritmos básicos de multiplicação e divisão e, mesmo assim, tinha que sobreviver às chamadas orais e às resoluções de situações-problema na lousa. Minha mãe conseguiu pagar aulas particulares para que eu acompanhasse a turma. Contudo, essas experiências iniciais marcaram todo meu processo de escolarização. Passei a fazer parte do grupo dos alunos que se destacavam pela dificuldade de aprendizagem e/ou pela indisciplina — a turma do “fundão”.

O sentido que eu dava à escola não estava relacionado ao acesso ao conhecimento, minhas dificuldades me afastaram do prazer e da curiosidade do aprender. O sentido que eu dava à escola vinculava-se à socialização, aos amigos, à descoberta e à busca por minha autoafirmação. Isso se acentuou no ingresso ao Ensino Médio — os alunos que terminavam a oitava série (atual nono ano) eram transferidos para a escola *José Alvim*, que, além de atender alunos do Ensino Fundamental, também contemplava estudantes do Ensino Médio. Essa escola era reconhecida como patrimônio histórico do município, uma vez que sua construção fazia parte dos primeiros Grupos Escolares⁷, e era caracterizada por sua tradição no ensino rígido. Todos queriam estudar naquela instituição de renome. Porém, logo no início do ano letivo, fui surpreendida pelo preconceito com os ex-alunos do “Ribeiro”, grupo do qual eu fazia parte. Éramos tachados de “burros” e “maus elementos”, e isso se dava por virmos de uma posição social inferior, uma vez que a escola, em sua maioria, atendia alunos de classe média/alta, aqueles estudantes que moravam na região central ou ainda aqueles que tiveram que sair da rede privada.

Se não bastasse as dificuldades firmadas nas novas disciplinas (Química e Física), não éramos aceitos na escola nova. Essa exclusão acontecia por toda a comunidade escolar —

⁷ Os Grupos Escolares foram responsáveis por um novo modelo de organização escolar no início da República, o qual reunia as principais características da escola graduada e foi utilizado no final do século XIX em diversos países da Europa e nos Estados Unidos para possibilitar a implantação da educação popular.

alunos, professores, pais etc. Diante do preconceito, das regras rígidas, da relação unilateral e de uma adolescência rebelde..., pulava o muro da escola, “matava” aula para ir jogar vôlei — ah, como eu gostava desse esporte! E, nessa época, mais uma vez, reconheço o esforço de minha mãe. Ela nunca desistiu de mim e sempre me cobrou responsabilidade, sobretudo, em meus momentos de rebeldia. Ela não perdia uma Reunião de Pais e Mestres!

Nessa época, surgiu-me a oportunidade de trabalho como recepcionista de um salão de beleza, mas, para concorrer à vaga, teria que estudar no período noturno — era o que minha mãe mais temia. Mas, depois de muita resistência, ela resolveu me dar um voto de confiança; e, aos poucos, as coisas foram ficando mais calmas. A mudança para a escola *Aguiar Peçanha*, ainda que no período noturno, foi a melhor coisa que me aconteceu. Lá, entrei em contato com professores que, mesmo em pouco tempo, auxiliaram-me no resgate da vontade de aprender, da curiosidade e do valor que tudo isso tinha para minha vida. Eu fui acolhida pela escola, e aquele ano foi muito significativo para minha formação. Ah, o quanto “um” ano pode fazer a diferença na vida de um aluno!

Ao final de 2006, depois de ter realizado a prova do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem)⁸, segui a orientação de um professor e fiz a inscrição para o Programa Universidade para todos (Prouni)⁹, mesmo sem entender ao certo quais eram as regras e condições para a participação no programa. No ato dessa inscrição, devia escolher duas opções de curso. Minha primeira opção foi Fisioterapia — assim poderia me envolver com os esportes que sempre estiveram no topo de minhas predileções. Como segunda opção, marquei Pedagogia; afinal, gostava muito de criança. A classificação saiu, e fui contemplada com uma vaga no curso de Pedagogia na Universidade São Francisco, no *Campus* de Itatiba. É fato que não era minha primeira opção, mas também é fato que passei a sonhar com meu ingresso em uma faculdade, naquele momento, agarrei a oportunidade.

Passado o instante de euforia e felicidade, comecei a encarar os desafios que estavam por vir, uma vez que a bolsa só cobria 50% do valor total da mensalidade, e os outros 50% deveriam ser pagos por mim. Como já estava trabalhando, conseguiria pagar a faculdade, mas não me sobraria nada de meu salário recebido; e ainda tinha que contar com as despesas do transporte, dos materiais, da alimentação etc. Foi quando recorri a meu pai, que, ao longo de toda faculdade, auxiliou-me com o valor do transporte.

⁸ Exame Nacional do Ensino Médio, criado em 1998 com o objetivo de ser uma avaliação de desempenho dos estudantes de escolas públicas e particulares do Ensino Médio.

⁹ Um programa do Ministério da Educação, criado em 2004, que oferece bolsas de estudo a estudantes brasileiros, sem diploma de nível superior, para cursos de Graduação em instituições de educação superior privadas.

Logo no início do curso, percebi que “gostar de crianças” era insuficiente como um argumento para seguir no curso. Gostar de crianças era o mínimo diante da responsabilidade da profissão. Era preciso acreditar na Educação enquanto uma importante ferramenta de transformação. Sou muito grata aos ensinamentos e às provocações da professora Eliete, que me fizeram enxergar que era preciso ir além — mais tarde, quando me aproximei dos estudos de Paulo Freire, a fala dessa professora se concretizou ainda mais. Recordo-me, como se fosse hoje, daquela roda de conversa do primeiro dia de aula. Por alguns instantes, envergonhei-me por estar ali só porque “gostava de crianças” e porque sonhava com cursar uma faculdade. Aquilo era muito pouco perto de um propósito de vida! Talvez, a professora Eliete nem imaginasse o impacto que causou em minha vida com aquela roda de conversa. Já se passaram 14 anos, e aquela conversa ainda “vibra” dentro de mim.

Nessa época, em 2007, fiz o cadastro em uma agência que operacionalizava o contrato de estagiários e fui convocada para uma vaga de auxiliar de sala em uma pequena escola particular de Educação Infantil. Deixei o emprego de recepcionista e fui trabalhar na escola. Logo na segunda semana de trabalho, fui “informada” — não foi um convite — que assumiria uma sala de aula. Mesmo não sabendo o que isso significava e precisando do trabalho para me manter na faculdade, segui o desafio. No entanto, o que aumentou, e muito, foram minhas responsabilidades, pois o salário continuava o mesmo (sem considerar que a data de recebimento não era certa).

Dentre as muitas dificuldades, erros, inseguranças e cobranças, recordo-me de uma passagem que me marcou muito. Em minhas primeiras experiências com planejamento de aula — o semanário —, fui questionada pela diretora a respeito da potencialidade de uma tarefa prevista em meu cronograma de trabalho. Sem saber o que fazer, levei a questão para a sala de aula, onde a professora Eleusa me auxiliou com a indicação de um texto, anotando-o a lápis na própria folha do semanário, marcação que, por descuido, não apaguei. Quando, na semana seguinte, a diretora pegou o planejamento, enfurecida, disse, na frente de todas as minhas colegas: “*Você não sabe dar aula e foi pedir para a sua professora dar a aula para você?*”. Confesso que fiquei paralisada, não sabia o que responder e me senti muito humilhada. De fato, eu não sabia dar aula e fui pedir ajuda para a minha professora! Essa era a realidade, visto que eu estava no primeiro ano de curso. Ao me contratar nas condições de estagiária, ela deveria saber disso. Mas, na época, precisando do emprego, não soube me defender nem questionar a postura de minha superior. Calei-me, mas isso (ainda) grita dentro de mim.

No *Campus* de Itatiba, realizei o primeiro ano do curso, porém, no segundo, fiz a transferência para o *Campus* de Bragança Paulista, que ficava mais perto de minha cidade, o

que facilitaria meu acesso à universidade. Nesses primeiros anos do curso, muitas foram as discussões que englobavam o desenvolvimento infantil. Havia uma forte influência da teoria de Piaget (1971) nos planos das disciplinas. Elas contemplavam muitas leituras e atividades práticas envolvendo os estágios/fases do desenvolvimento infantil e testes que os comprovavam. Recordo-me dos estudos do material do Programa de Educação Infantil e Ensino Fundamental (Proepe), organizado por Mucio Camargo de Assis e Orly Z. Mantovani de Assis (2004); a obra aponta os fundamentos da teoria piagetiana, as implicações pedagógicas e algumas sugestões de como era possível “aplicar”¹⁰ os princípios da teoria com os alunos. Eram inúmeros os testes¹¹ que realizávamos com crianças! Lembro-me também do trabalho com os cantinhos¹² — um modo de planejar e organizar a prática pedagógica.

O entrelaçamento da teoria e da prática, o envolvimento do aluno na construção de conhecimentos — rompendo com a ideia de “transmissão”¹³ — e tudo que era sugerido pelas leituras que realizei sobre o construtivismo me apresentavam uma dimensão de escola bem diferente daquela que fora marcada por minhas experiências escolares. E apontavam Piaget como o principal referencial teórico para minha prática pedagógica, que, consequentemente, também estaria relacionado a meu processo de constituição profissional.

De modo geral, minhas bases teóricas foram sendo construídas a partir de uma concepção de desenvolvimento humano que o explica como um fenômeno natural, que decorre do amadurecimento biológico. A partir desse enfoque, o desenvolvimento prepararia as condições necessárias para a aprendizagem, esta, por sua vez, aconteceria somente a partir de certa etapa formativa — por isso a ênfase nos estágios de evolução e nas implicações

¹⁰ Utilizo o verbo entre aspas por se tratar de um termo utilizado pelo próprio material, mas que contraria minha percepção atual diante do trabalho em sala de aula. O termo “aplicar” remete à ideia de um modelo pré-definido, no qual não se pressupõe interação entre os sujeitos (professor e aluno), de modo que a proposta seja (re)significada de acordo com o contexto em que será trabalhada; ela é prescrita para ser aplicada!

¹¹ Piaget (1971) aborda períodos na evolução do desenvolvimento humano, caracterizados por aquilo que o indivíduo consegue realizar com excelência ao longo de cada fase ou faixa etária. Esses períodos ou estágios são denominados: Sensório-motor (0 a 2 anos); Pré-operatório (2 a 7 anos); Operações concretas (7 a 11 ou 12 anos); Operações formais (11 ou 12 anos em diante). Para esse estudioso, existem maneiras de avaliar o desenvolvimento infantil e conseguir identificar as fases em que a criança se encontra. Para isso, desenvolveu testes que contribuem com essas análises. Cada prova resulta em um determinado tipo de diagnóstico, porém é preciso analisar todo o contexto, estabelecendo relações com os resultados obtidos juntamente com a história da criança.

¹² Segundo Mucio Camargo de Assis e Orly Z. Mantovani de Assis (2004), o modo de organização em cantos de atividades diversificadas e simultâneas na prática de sala de aula é aquele no qual o aluno realiza escolhas de acordo com seu interesse e suas motivações. Para os autores, os “cantinhos” têm por finalidade organizar o tempo didático, possibilitando aos alunos a oportunidade de escolha em diferentes situações de aprendizagem, favorecendo o desenvolvimento da autonomia.

¹³ Denunciada por Freire (2005) como educação bancária, um ensino que não considera o diálogo, a troca, a construção de saberes. Nele, o professor é responsável por transmitir (depositar) os conteúdos aos alunos, como se fossem recipientes a serem preenchidos. Tal ensino perpetua e reforça a relação vertical e autoritária entre o aluno e o professor, entre o saber e o aluno, entre a escola e o aluno.

pedagógicas que derivavam deles, os cantinhos e os testes. No que se refere a esse período, não me recordo de discussões que abordassem outros autores que também pontuassem a questão do desenvolvimento infantil e que poderiam contribuir para uma formação mais ampla e um entendimento maior acerca do objeto de estudo.

Contudo, já caminhando para o fim da Graduação, quando cursava a disciplina “Fundamentos e metodologia do ensino da Matemática”, ministrada pela Prof.^a Dra. Regina Célia Grando, e aproximei-me de discussões que envolviam a importância dos aspectos históricos e sociais na aprendizagem dos alunos. A ênfase era dada à metodologia de resolução de problemas, na qual era essencial o trabalho com a circulação de ideias na sala de aula, a aprendizagem colaborativa, a negociação de significações, entre outros aspectos importantes para a elaboração conceitual dos alunos. A partir daí, passei a reconhecer o papel do outro na aprendizagem, a relevância da palavra e da intervenção do professor... Hoje, com um olhar mais apurado, entendo que ali, naquelas aulas envolvendo o ensino da Matemática, deu-se início minha aproximação com a Perspectiva Histórico-Cultural.

Mobilizada por essas (re)significações diante do ensino, “atrevi-me” a aceitar um convite para a realização de uma pesquisa de Iniciação Científica (IC) — utilizei o verbo “atrever”, pois, na época, não fazia ideia do que se tratava uma Iniciação Científica. Essa oportunidade me aproximou dos registros produzidos por crianças de 4 e 5 anos em um contexto de resolução de problemas. Nesse estudo, analiso o modo de comunicação das crianças quando fazem registros pictóricos, a função comunicativa de suas produções e o papel do outro (professora e colegas) nessa produção¹⁴. Foi nesse momento que passei a aprofundar meus estudos em Vygotski, Luria e Leontiev (1988), a partir da obra *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem*.

Por um lado, olho para minha formação inicial e identifico algumas lacunas decorrentes da ênfase demasiada em uma única visão de desenvolvimento humano, o que me impossibilitou os contrapontos e uma visão mais ampla diante das diferentes vertentes — ainda que considere que seja ilusória a ideia de que as lacunas possam ser evitadas, visto que não há como considerar a totalidade em nenhum processo formativo. Por outro, a IC, oportunizada por minha formação inicial, abriu-me caminhos para novas leituras e novos espaços de aprendizagem: congressos, encontros, grupos de pesquisa dos quais passei a participar, bem como a Pós-Graduação, na

¹⁴ Minha pesquisa de Iniciação Científica intitula-se *Registros produzidos por crianças pequenas em situações de resolução de problemas não convencionais: possibilidades de investigação sobre o pensamento matemático das crianças* (GRANDO; MOREIRA, 2012). Teve o financiamento do Programa de Bolsa Auxílio de Iniciação à Pesquisa Científica da Universidade São Francisco (Probaic/USF).

qual ingressei. Ou seja, a IC, possibilitada por minha Graduação, introduziu-me no percurso da formação continuada.

Realizei minha pesquisa no *Colégio da Estância de Atibaia*, a segunda escola em que atuei como auxiliar de sala. Lá, tive melhores condições laborais e pude aprender muito com as professoras com as quais tive o privilégio de trabalhar. Após atuar por dois anos como auxiliar de sala, fui contratada como professora. Desta vez, tinha registro em carteira e salário equivalente ao dos outros docentes da escola. Iniciei como professora de Educação Infantil, depois passei a lecionar para o Ensino Fundamental. A direção tinha muita confiança em meu trabalho e me dava suporte para minhas ações pedagógicas com meus alunos. Em 2012, após 4 anos como professora, fui convidada pela direção para assumir o cargo de professora-coordenadora da Educação Infantil e do Ensino Fundamental. Fiquei no cargo por alguns meses, pois fui convocada para assumir uma vaga de concurso público no município de Piracaia.

Meu ingresso no ensino público se deu no início de 2013, na Educação Infantil. Ao longo do mesmo ano, fui chamada em outro concurso público, desta vez no município de Nazaré Paulista. Na época, ainda sem muita experiência e conhecimento diante do plano de carreira do professor, acabei optando pela prefeitura de Nazaré Paulista, pois era a rede que oferecia um salário maior. Em Nazaré Paulista, passei a trabalhar no Ensino Fundamental. Hoje, consigo traçar um comparativo entre as duas redes e entendo que o município de Piracaia oferecia melhores condições ao plano de carreira docente, a começar pela valorização da formação continuada de seus profissionais.

Após o término da Graduação, surgiu o interesse em continuar trilhando o universo da pesquisa, seguindo a investigação dos processos de comunicação nas aulas de Matemática. Então, no início de 2011, participei do processo seletivo do Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco, no qual fui aprovada. Porém, as dificuldades financeiras impossibilitaram meu ingresso. Sendo assim, ao longo desse ano, dediquei-me ao trabalho em sala de aula e às aulas particulares no contraturno. Antes que o ano terminasse, incomodada com o afastamento dos estudos, resolvi participar do *I Encontro de Educação Matemática nos Anos Iniciais*, promovido pela Universidade Federal de São Carlos (Ufscar). O evento me mobilizou a uma nova tentativa de retorno à pesquisa acadêmica.

Em 2012, ingressei no Programa de Pós-Graduação da Universidade São Francisco, na modalidade de aluno especial, no qual cursei duas disciplinas: “Processos de produção e análise de pesquisas em Educação”, ministrada pela Prof.^a Dra. Adair Mendes Nacarato; e “O conhecimento matemático escolar”, oferecida pela Prof.^a Dra. Regina Célia Grando. A participação nas disciplinas contribuiu para minha apropriação de conceitos importantes diante

da produção de pesquisa e para a busca por caminhos metodológicos que fizessem parte de meu referencial, aproximou-me das discussões do campo da Educação Matemática bem como me possibilitou experiências que impulsionaram, ainda mais, meu desejo de realizar a pesquisa.

No ano de 2013, sendo novamente aprovada no processo seletivo, ingressei como aluna regular do programa, sob a orientação da Prof.^a Dra. Regina Célia Grando, que me orientou na pesquisa até dezembro de 2014. Com seu desligamento da instituição, contei com a orientação da Prof.^a Dra. Adair Mendes Nacarato para a finalização da análise dos dados e conclusão de minha dissertação. A partir de uma parceria com uma professora de uma turma de primeiro ano do Ensino Fundamental, pertencente a rede municipal de ensino de Itatiba, minha investigação focalizou a construção de significados na produção de registros e em toda a relação dialógica da sala de aula. Busquei investigar como as crianças produziam significados matemáticos quando inseridas em práticas de letramento matemático escolar com foco em resolução de problemas. Essa pesquisa esteve vinculada ao Programa Observatório da Educação (*Obeduc*), que visava a investigar, por meio de um trabalho compartilhado com docentes da rede pública de educação básica, as práticas de letramentos escolares, em especial, o letramento matemático, bem como as práticas de formação docente de professores que ensinam Matemática¹⁵.

Após a defesa de Mestrado¹⁶, dei continuidade ao trabalho no grupo *Obeduc*, deixando a posição de mestrande e assumindo a de professora-investigadora, na qual segui com a investigação na/da própria prática, com o foco no desenvolvimento do PA dos alunos — tema de discussão escolhido pelo grupo em 2015. Concomitantemente, estabeleci uma parceria com a mestrande Carla Cristiane Silva Santos, também aluna do programa e participante do projeto *Obeduc*; ela buscava investigar o desenvolvimento do PA a partir da utilização de algumas sequências de tarefas, tomando minha sala de aula — na época um terceiro ano do Ensino Fundamental — como cenário de investigação. Tratava-se de um conteúdo novo para minha prática pedagógica; além das trocas com a pesquisadora, foi necessária a busca por textos teóricos e narrativas de aulas de outros professores que haviam desenvolvido o trabalho com tarefas que objetivavam o desenvolvimento do PA.

¹⁵ Pesquisa de 4 anos desenvolvida no âmbito do Programa Observatório da Educação, no período de 2013 a 2017, vinculada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco, Campus Itatiba/SP. O projeto é intitulado *Estudos e pesquisas práticas de letramento matemático escolar e de formação docente*, Processo Capes AUXPE n.º 1056/2013 e AUXPE-Obeduc-1434/2015, Processo n.º 23038.003423/2015-44.

¹⁶ Dissertação intitulada *A sala de aula de matemática de um 1º ano do Ensino Fundamental: contexto de problematização e produção de significados* (MOREIRA, 2015).

Além disso, na mesma época, passei a participar do Grupo Colaborativo em Matemática (Grucomat)¹⁷, que também se dedicava aos estudos da Álgebra e estava envolvido na elaboração de tarefas vinculando padrões, percepção de regularidades e relações entre operações com o conceito de equivalência, visando ao desenvolvimento do PA dos alunos da Educação Infantil, do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. No âmbito desses dois grupos (Obeduc e Grucomat), aproximei-me das narrativas pedagógicas e passei a produzir narrativas de minhas aulas. Recordo-me que as primeiras escritas foram carregadas de muita insegurança, afinal, o “dar o texto a ler” é um ato de coragem, um “despir-se” diante do outro — ainda que esse “despir-se” tenha intencionalidade, visto que, ao produzir as narrativas, selecionamos o que queremos mostrar sobre a aula, sobre nosso processo, criamos uma realidade a ser vista.

Contudo, à medida que me apropriava do gênero e ampliava a ideia do que seria uma narrativa pedagógica e do que seria “minha narrativa pedagógica”, meu texto, meu estilo, minha intencionalidade, “meus receios” foram sendo (re)significados. Fui percebendo que escrever sobre minha prática me fazia refletir, fazia-me pensar sobre minha prática, crescer enquanto professora. E conforme minha sensibilidade era solicitada na buscar de indícios, detalhes de minhas aulas e de meus alunos, via-me crescendo enquanto pessoa. Aqui ressalto a importância e o papel do outro em minha formação: escrever para que o outro leia e enxergue o que eu não tive condições de enxergar sozinha e, consequentemente, escrever para a tomada de consciência. Aquele que lia minhas produções, além de colaborar com meu processo, também era mobilizado por ele. Comecei a entender a narrativa como um dispositivo de (auto)formação.

Em algumas ocasiões, sentia-me sozinha na escola, sem ter a quem recorrer... Penso que buscar me aprofundar, estudar e querer fazer diferente, levando propostas que, na maioria das vezes, vão na contramão do que o sistema impõe, faz com que essa solidão se acentue ainda mais. De repente, a professora sonhadora, utópica, ameaça a zona de conforto de docentes que “*sempre fazem do mesmo jeito e dá certo*”. Ou se torna aquela professora que estuda para “aparecer” e vira alvo de perseguição, sarcasmo e ironia de seus próprios colegas de trabalho: “*Fez Mestrado e Doutorado para quê? Continua nas mesmas condições que nós... Adianta ficar se matando de estudar?!*”. Ou é questionada sobre o desenvolvimento dos alunos: “*Nossa, esse seu aluno está com dificuldade, mas você não tem Doutorado? Dá um jeito!*”.

E a violência não para por aí. Plano de ensino preestabelecido pela Secretaria de Educação, planejamento semanal com atividades fixas e predeterminadas, avaliações externas,

¹⁷ Grupo institucional cadastrado no Diretório de Grupos de Pesquisa do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) que integra participantes que são professores-pesquisadores da universidade e da Escola Básica, bem como estudantes da Pós-Graduação (Mestrado e Doutorado).

avaliações unificadas, projetos externos com empresas parceiras, ensaios para as datas comemorativas, projeto de concessionaria da rodovia, projeto da cidade, essas são as questões prioritárias a serem abordadas nas Horas de Trabalho Coletivo dos Professores (HTCP). A demanda é tão grande que acaba não sobrando tempo para partilhar nossas dúvidas e aflições com os outros professores, muito menos de receber auxílio da coordenação e da direção para solucionar problemas pontuais, sem falar em uma proposta de formação continuada e de tempo para questionarmos, trocarmos e criarmos. Temos que cumprir o cronograma, dar conta de todo o conteúdo... A formação continuada fica por conta do período de planejamento no início do ano letivo ou do replanejamento. Para esses momentos, a rede chama as empresas parceiras para adiantar os conteúdos ou contrata especialistas para falarem de um contexto que nunca vivenciam de perto (a sala de aula).

E o professor vai dando conta dos conteúdos, das planilhas, dos testes preparatórios para as avaliações, dos formulários, dos relatórios... e, em meio a toda essa demanda, vai dando conta de tratar de si mesmo, de suas angústias, de sua solidão. Amparado por seu currículo oculto, por seus valores, por suas crenças, por seus sonhos, pelos outros com quem convive (os amigos, os colegas, os parceiros e os alunos), que o constituem, o professor vai sobrevivendo. Encontra táticas de sobrevivência, e essas, sistema nenhum pode apagar. Vejo os grupos de pesquisa como uma dessas táticas¹⁸ (CERTEAU, 1994) de sobrevivência em minha vida profissional. É no grupo que encontro, para além de uma formação continuada, apoio, diálogo, segurança e cumplicidade. Tudo isso é construído por meio de uma busca comum entre seus integrantes: o aprender colaborativamente. Sejam eles doutores, mestres, especialistas ou pedagogos, todos buscam o aprender com o (e por meio do) outro; lá é um ambiente seguro para compartilhar e aprender.

Os grupos — Obeduc e Grucomat — consideram o professor em sua própria formação, a partir da reelaboração dos saberes iniciais, em diálogo com sua prática. Assim, meus valores foram se constituindo por meio da reflexão sobre minha prática e sobre o olhar teórico e indagador possibilitado pela participação nos grupos. Toda a trajetória narrada aqui — que teve início lá no Ensino Infantil, com muita inquietação e vontade de conhecer e entender o mundo que me cercava, passando pelas difíceis experiências com a Matemática que, por um bom

¹⁸ Michel de Certeau (1994), em sua obra *A invenção do Cotidiano*, distingue táticas de estratégias e, com isso, fortes de fracos, dominantes de dominados. As estratégias correspondem a um cálculo de relação de forças empreendido por um sujeito detentor de algum tipo de poder. As táticas são apresentadas pelo autor como ações de “desvio”, que geram efeitos imprevisíveis. Em oposição às estratégias, que visam a produzir, mapear e impor, as táticas originam diferentes maneiras de fazer. Resultam das astúcias e de suas capacidades inventivas, possibilitando aos atores escaparem do controle e tomarem parte no jogo em questão.

tempo, afastaram minha “curiosidade” de aprender e conhecer — foram impulsionadoras de minha aproximação com o campo de investigação em Educação Matemática. Logo, essas experiências atuam como propulsoras do desenvolvimento da pesquisa de Doutorado, sobretudo a pesquisa de Mestrado, que colaborou significativamente com o olhar da professora-pesquisadora, entendendo que a sala de aula é dialógica e que, nela, o ambiente de problematização contribui para a elaboração de significados matemáticos. É nesse cenário de busca e investigação que nasceu meu interesse pelo trabalho com o desenvolvimento do PA nos anos iniciais.

Com o ingresso no Doutorado, além de cumprir os créditos das disciplinas oferecidas pelo Programa de Pós-Graduação, no segundo semestre de 2017, tive a oportunidade de realizar o estágio docente¹⁹ na disciplina de Didática, ministrada pela Prof.^a Dra. Adair, no curso de Pedagogia da Universidade São Francisco, no *Campus* de Bragança Paulista. É fato que sempre tive uma relação muito especial com o *Campus* de Bragança Paulista, afinal, foi lá que cursei boa parte de minha graduação. O verde no entorno do *Campus*, o vento gelado de Bragança Paulista, o cheiro, os corredores, a biblioteca, o saguão, as instalações... Ah, voltar para aquele lugar era nostálgico!

A proposta era a de que, ao longo do estágio, estabelecesse uma parceria com a professora, participando: da elaboração de planejamento e desenvolvimento das aulas e das atividades com os alunos; da orientação dos estudantes para a realização das atividades desenvolvidas em sala de aula; da apresentação de relatos referentes a minha prática pedagógica na escola básica; bem como dos debates e das discussões teóricas. Antes do estágio, tive contato com a turma por meio de uma roda de conversa (atividade de outra disciplina), em que fui convidada para falar sobre minha trajetória e sobre minhas experiências como professora dos anos iniciais na escola pública. Logo nesse primeiro contato, senti muita identificação com os alunos. Senti-me muito à vontade para falar, do mesmo modo que senti bastante envolvimento da turma. Afinal, eu não era uma professora qualquer, era uma professora que frequentou o mesmo curso que eles, que vivenciou muitas coisas que eles estavam vivendo e que, além disso, compartilhava experiências de sucesso no que diz respeito ao trabalho na escola pública. Acho que posso dizer que eu não era “alguém de fora”; a partir daí, já estabelecemos um vínculo importante.

No entanto, as primeiras aulas de estágio não foram fáceis. Não sabia como me portar. Estava lá para aprender, mas também para contribuir com o desenvolvimento dos alunos. Tinha

¹⁹ É prevista para todos os alunos do Programa de Pós-Graduação da Universidade São Francisco a realização do estágio docente, além de ser uma exigência da Capes aos alunos bolsistas.

receio de ultrapassar os limites e desrespeitar a autoridade da professora Adair, que, por sua vez, dava-me confiança e espaço para participar das discussões. Ainda que com muita insegurança, aos poucos, entendia e assumia meu papel naquela turma. Olhava para aquelas alunas e para aqueles alunos, tão novinhos, e pensava que “anos atrás era eu que estava ali...”, em muitos instantes, sem a maturidade necessária para entender a importância daquele momento de formação acadêmica.

Aprendi tanto naquele semestre que, ao receber o convite da professora Adair para continuar com o estágio participando da disciplina “Fundamentos e metodologia do ensino de Matemática”, que seria ministrada nos próximos dois semestres, não tive dúvidas em aceitar. Assim, segui com a turma durante todo o ano letivo de 2018, totalizando um ano e meio de trocas, reflexões e aprendizados. A ampla experiência da professora Adair me possibilitou o contato com uma ação pedagógica no ensino superior pautada na perspectiva histórico-cultural, na qual percebia: a valorização da elaboração conceitual por parte dos alunos por meio de ações pedagógicas que buscavam colocá-los no movimento de reflexão, comunicação, escuta; a valorização da mediação; o enaltecimento das trocas entre os pares; o trabalho em grupo em busca de uma atuação na ZDP; a sistematização dos significados matemáticos; entre tantas outras implicações da teoria observada na prática intencional da docente.

Compartilhar os registros (videogravados e escritos) de meus alunos, minhas experiências de sala de aula, além de possibilitar uma visão metodológica de ensino, permitiu que os alunos questionassem as metodologias da formação escolar que tiveram. As aulas oportunizaram um duplo movimento: o de vislumbrar o *ser professora* e o *ser aluna* para os alunos e para a estagiária, que também vivenciou o ser aluna e o ser professora em uma turma do curso de Pedagogia.

Nas entrelinhas desse bordado, que é bem maior do que aquele que eu já bordei até aqui, percebo o quanto meus pontos foram traçados a partir das oportunidades que apareciam em minha vida e, uma a uma, foram sendo arrematadas ou, por melhor dizer, foram agarradas. Tinha todas as possibilidades para seguir o caminho das muitas “Marias” de minha família — Maria mãe, Maria tia materna, Maria vó materna, Maria vó paterna, Maria tia paterna.., das quais tenho muito orgulho pela raça, pela garra e pela resistência demonstrada em suas trajetórias e por tudo o que eu sou —, caminho esse em que os estudos estavam em segundo e terceiro plano ou mesmo não eram tidos como um itinerário possível. No entanto, por meio da força que me emanaram, principalmente de minha mãe, pude enxergar a harmonia das cores das possibilidades que me chegavam e abraçá-las, como aparece no bordado abaixo (Figura 5).

Figura 5 – Terra Mãe



Fonte: Matizes Dumont (2020p)

Mesmo não entendendo muito bem de harmonia, segui para a primeira série sem fazer a pré-escola, por meio de um olhar de uma professora que enxergava meu potencial. Mesmo sem entender sobre Prouni e sobre o que seria o ambiente universitário, inscrevi-me por meio do encorajamento de um professor. Mesmo sem entender o que significava Iniciação Científica, aceitei o convite de uma professora. Mesmo sem entender o peso e as dificuldades de um Mestrado, dei continuidade a meus estudos por meio de provocações de uma professora que acreditava em meu potencial. Mesmo sem acreditar em meu potencial para o Doutorado, encorajei-me por meio das palavras de confiança de minha professora (“*É claro que você dá conta!*”). Assim, nas entrelínhas deste bordado, cruzam linhas que contribuem harmonicamente para minha constituição, com destaque para os papéis que os professores assumem em minha (trans)formação. Para aproveitar as mãos que me foram estendidas, precisei, para além do incentivo e do impulso de minha família, estar mobilizada, como também precisei que “as mãos me fossem estendidas”, ou seja, necessitei das oportunidades. Para o bordado da “menina cata-vento” (Figura 6), é preciso o vento. Será que estou “ventando” para os alunos e as pessoas que passam por mim?!

Figura 6 – Menina cata-vento



Fonte: Matizes Dumont (2020g)

Na próxima seção, continuo a preparação do bordado (que já começou no ato de preparar), agora olhando para a agulha, instrumento que será utilizado do início ao fim, se é que posso afirmar que esse bordado terá fim. Meus interesses ao realizar a pesquisa, assim como a agulha de um bordado, entrecruzam todo meu fazer e, por isso, recebem um ponto especial para meu bordado.

1.2 Preparando a agulha: os caminhos trilhados para chegar até a pesquisa

Figura 7 – Ciranda dos meninos



Fonte: Matizes Dumont (2020c)

Minha pesquisa, inicialmente, buscava identificar indícios do PA em uma turma de alunos de primeiro ano a partir de uma prática problematizadora de ensino de Matemática. No entanto, a partir da primeira qualificação deste trabalho, que ocorreu em agosto de 2018, as professoras da banca perceberam que o foco de minha pesquisa estava em minha prática, e não, única e exclusivamente, no desenvolvimento e na aprendizagem dos alunos. A partir das provocações, passei a me atentar para o quanto meu processo e o de meus alunos estavam entrelaçados!

As discussões sobre o desenvolvimento do PA no início da escolarização dos alunos são correntes nos currículos de alguns países, como Estados Unidos e Portugal. No entanto, no Brasil, começaram a tomar uma maior proporção em 2012, quando o Ministério da Educação divulgou o documento intitulado *Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental* (BRASIL, 2012). Nele, a área de Matemática aparece organizada em cinco eixos: Números e Operações, Pensamento Algébrico, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação.

A partir dessa publicação, os documentos curriculares passaram a contemplar o eixo do PA desde o início da escolarização dos alunos. Até então, o ensino da Álgebra se inseria no

currículo a ser trabalhado somente a partir do 7º ano, atendendo alunos de 12 a 13 anos de idade. O documento curricular mais recente publicado no Brasil é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), cuja versão final foi aprovada em 2017²⁰. Nele, a Matemática está organizada em 5 unidades temáticas: Números, Geometria, Grandezas e Medidas, Álgebra e Probabilidade, e Estatística. Assim como as outras áreas do conhecimento, há a definição das *competências* e *habilidades* de ensino, ou seja, há um abandono da concepção de *direitos de aprendizagem e desenvolvimento*²¹ — prevista em estudos e documentos anteriores.

Roulkouski (2018) aponta alguns afastamentos e aproximações que impactaram o resultado da BNCC. Primeiramente, destaca o distanciamento entre o documento e as discussões e as produções do âmbito acadêmico, visto que o texto desconsidera as leituras críticas realizadas pelas universidades e dá lugar a uma nova composição de autores e críticos representantes de institutos e fundações²². A participação do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas *Anísio Teixeira* (Inep), órgão responsável pelas avaliações em larga escala no Brasil, é um exemplo citado pelo autor. Para ele, essa parceria resulta em um documento que reduz o que é considerado essencial, aproximando a BNCC das matrizes de avaliação de larga escala, tanto do ponto de vista quantitativo quanto da perspectiva dos conceitos utilizados em seu texto. Isso justifica o distanciamento entre a versão final e o documento de 2012 e uma aproximação com o ideário das avaliações externas (sob o controle do Inep).

Além disso, entre as muitas modificações, a versão final da BNCC altera a nomenclatura do eixo *Pensamento Algébrico* — presente no documento de 2012 — para *Álgebra*. Essa

²⁰ Desde a promulgação da Constituição Federal de 1988, diversos estudos foram feitos em busca de convergir em um documento oficial a ser utilizado em todo território brasileiro. Para equalizar uma base comum, em 1997, tivemos a criação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), em que se apresentavam orientações para a criação de uma matriz de referência apoiada no desenvolvimento de competências básicas. Contudo, não se configurou como uma Base Nacional Curricular Comum. Em 2014, o Congresso Federal sancionou o Plano Nacional de Educação (PNE) com a finalidade de direcionar esforços e investimentos para a melhoria da qualidade da educação no país. Com força de lei, o PNE estabelece 20 metas a serem atingidas em 10 anos. Assim, nele, são definidas metas e estratégias, entre elas está a universalização do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Também são estabelecidas duas estratégias para o alcance de seus objetivos, as quais se referem à elaboração, ao encaminhamento e à implantação dos direitos e dos objetivos de aprendizagem, que configuram a Base Nacional Curricular (BNCC).

²¹ O PNE previa que o documento de base nacional fosse organizado por direitos e objetivos de aprendizagem e desenvolvimento. O *direito* (previsto em lei) à educação contemplaria a *aprendizagem*, o acesso à escola e as condições de ensino. O significados desses conceitos se distanciam do ideário técnico empregado pelos termos *competências* e *habilidades* — utilizados na última versão da BNCC. Portanto, *competências* e *habilidades* não podem ser entendidas como sinônimos de *direitos e objetivos de aprendizagem*, como apontou o Conselho Nacional de Educação (CNE), responsável por aprovar o texto final em dezembro de 2017.

²² Roulkouski (2018) cita como exemplo duas dessas aproximações. A primeira é a existência de um site próprio de defesa da Base (Movimento pela Base Nacional Comum), que congrega representantes de institutos e fundações. A segunda é a aproximação com o Inep, órgão responsável pelas avaliações em larga escala no Brasil. Esta última foi feita durante a escrita, momento em que vários especialistas em avaliação participaram do processo.

alteração é entendida como um reducionismo da concepção de PA, visto que este se apresenta como um campo mais amplo e completo²³. O cenário descrito se constitui em um desafio muito grande, pois nós, professores que ensinamos Matemática com formação em cursos de Pedagogia, não estamos preparados para um ensino que favoreça o desenvolvimento do PA dos alunos; e, em nível nacional, ainda há pouco material que nos forneça um aporte teórico e prático, possibilitando nossa formação continuada.²⁴

Em busca de identificar a produção nacional diante da temática, realizei uma busca no banco de teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), utilizando o recorte temporal de 2008 a 2018, traçando um marco de 10 anos anteriores a minha pesquisa. Para a pesquisa, usei os descritores *Pensamento Algébrico* e *Álgebra*, direcionando o foco para *Anos iniciais*, *Ciclo de alfabetização* e *Ensino Fundamental I*.

Ao me aprofundar nas pesquisas encontradas, identifiquei *Early Algebra* como uma referência importante para as discussões sobre o desenvolvimento do PA nos anos iniciais. Essa abordagem é defendida nas pesquisas feitas nos Estados Unidos desde os anos 1990. Sua ênfase é na investigação da possibilidade de ensino e aprendizagem sobre a Álgebra desde os primeiros anos de escolarização. Nessas discussões, é proposta a utilização dos temas já existentes dentro do currículo escolar, de forma a possibilitar a constituição do PA. Nessa prática, o objetivo é envolver os alunos na familiarização com conceitos e ferramentas algébricas ainda nos primeiros anos de escolaridade, mas sem o intuito de focalizar na linguagem algébrica, como feito nos anos mais avançados de escolaridade. A partir dessa constatação, passei a incluir, como descritor das buscas realizadas, *Early Algebra*.

Seguindo esses critérios, encontrei 10 trabalhos — todos em nível de Mestrado — que discutem a inserção da Álgebra/Pensamento Algébrico desde os anos iniciais: Freire (2011); Silva (2012); Fernandes (2014); Beck (2015); Teixeira (2016); Carla Santos (2017); Ferreira (2017); Bitencourt (2018); Porto (2018); e Lima (2018). Essas produções estão organizadas no Quadro 1. A partir de minhas leituras, identifiquei três modos de produção de dados para essas pesquisas: estudo com alunos; investigação sobre o conhecimento especializado do professor; e análise documental.

²³ As discussões sobre Pensamento Algébrico e Álgebra serão ampliadas posteriormente.

²⁴ Em busca de colaborar com as discussões e possibilidades de trabalho com a Álgebra na Educação Infantil e nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, em 2018, o Grucomat publicou um *e-book* intitulado *O desenvolvimento do Pensamento Algébrico na Educação Básica: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensinará Matemática* (NACARATO; CUSTÓDIO, 2018).

Quadro 1 – Trabalhos que envolvem a discussão do PA nos anos iniciais

ANO	AUTOR	TÍTULO	INSTITUIÇÃO	ORIENTADOR(A)
2011	Freire, Raquel Santiago	<i>Desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos anos iniciais do ensino fundamental</i>	Universidade Federal do Ceará, Fortaleza	José Aires de Castro Filho
2012	Silva, Daniele Peres da	<i>Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do ensino fundamental I</i>	Universidade Estadual de Londrina, Londrina	Ângela Marta Pereira das Dores Savioli
2014	Fernandes, Renata Karoline	<i>Manifestação de Pensamento Algébrico em registros escritos de estudantes do Ensino Fundamental I</i>	Universidade Estadual de Londrina, Londrina	Ângela Marta Pereira das Dores Savioli
2015	Beck, Vinicius Carvalho	<i>Os Problemas Aditivos e o Pensamento Algébrico no Ciclo da Alfabetização</i>	Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande	João Alberto da Silva
2016	Teixeira, Antônio Cesar Nascimento	<i>A introdução do raciocínio funcional no 5º ano do ensino fundamental: uma proposta de intervenção</i>	Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus	Sandra Maria Pinto Magina
2017	Santos, Carla Cristiane Silva	<i>O pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental: a percepção de regularidade e o pensamento relacional</i>	Universidade São Francisco, Itatiba	Daniela Dias dos Anjos
2017	Ferreira, Miriam Criez Nobrega	<i>Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma análise do conhecimento matemático acerca do Pensamento Algébrico</i>	Universidade Federal do ABC, Santo André	Alessandro Jaques Ribeiro
2018	Bitencourt, Daiane Venâncio	<i>Early Algebra na perspectiva do livro didático</i>	Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus	Vera Lúcia Merlini
2018	Porto, Rozimeire Soares de Oliveira	<i>Early Algebra: prelúdio da álgebra por estudantes do 3º e 5º anos do ensino fundamental</i>	Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus	Sandra Maria Pinto Magina
2018	Lima, José Roberto de Campos	<i>Pensamento algébrico no currículo do ciclo de alfabetização: estudo comparativo de suas propostas</i>	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo	Barbara Lutaif Bianchini

Fonte: Organização da pesquisadora

No que se refere às pesquisas que envolvem o trabalho com alunos, destaco Silva (2012), que toma a *Early Algebra* como área de pesquisa para investigar e analisar as produções escritas de crianças de uma turma de quinto ano do Ensino Fundamental durante a resolução de tarefas,

buscando favorecer o desenvolvimento do PA. Os resultados revelam indícios do PA, evidenciando que os alunos do quinto ano são capazes de lidar com aspectos relacionados ao PA e desenvolvê-los, mesmo que ainda não apresentem uma linguagem matemática e uma simbologia algébrica.

Fernandes (2014), que também realizou sua pesquisa em um quinto ano do Ensino Fundamental, estuda a resolução das questões da Prova Brasil, visando a identificar indícios do PA a partir de generalizações. Os resultados de sua investigação apontam para características do PA apresentadas pelos alunos.

Beck (2015) investiga as estratégias e os procedimentos de alunos do terceiro ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas que envolvem as competências e os descritores previstos na matriz de referência para avaliação da Provinha Brasil de Matemática, buscando compreender de que forma o PA pode estar presente nas resoluções de problemas aditivos por estudantes do Ciclo de Alfabetização. Como resultado, a investigação aponta que as situações-problema que remetem a um contexto de “completar” e de “comparação” contribuem para o desenvolvimento e o uso de estratégias algébricas, fugindo da máxima de que tais tarefas do campo aditivo envolvem apenas o campo aritmético e da ideia de que não há razões para desconsiderar o PA nos anos iniciais.

Alunos do quinto ano aparecem, novamente, como sujeitos de investigação no trabalho de Teixeira (2016), que objetiva investigar o raciocínio funcional dos alunos, apoiado em uma intervenção de ensino pautada em situações multiplicativas e sequenciais, icônica e numérica. O pesquisador utilizou a metodologia da pesquisa quase experimental, envolvendo um único grupo e contendo as fases pré-teste, pós-teste 1 e pós-teste 2. Os resultados dos testes apontam um crescimento estatisticamente significativo nos percentuais de sucesso desses estudantes entre os testes.

Santos (2017)²⁵, ao realizar a investigação em minha sala de aula, na época uma turma de terceiro ano do Ensino Fundamental, também ganha destaque. O estudo analisa como o trabalho com situações-problema pode contribuir com o desenvolvimento do PA dos alunos do Ensino Fundamental. Seus resultados indicam que as estratégias de resolução de problemas dos alunos apontam indícios do PA. Tais estratégias foram transformadas e aprofundadas à medida que os estudantes se envolviam na investigação de sequências de padrões matemáticos, além de evidenciar a potencialidade da socialização e a argumentação para a elaboração do PA.

²⁵ A pesquisadora desenvolveu sua investigação no âmbito do Observatório da Educação, tendo como cenário de investigação minha sala de aula. Portanto, estabelecemos uma parceria.

Por fim, Porto (2018) propõe uma investigação acerca de quais competências os estudantes de terceiro e quinto ano do Ensino Fundamental apresentam ao lidar com problemas da Álgebra elementar. Seus resultados apontam para a potencialidade de introduzir conceitos algébricos elementares desde essa etapa do ensino, visto que os estudantes apontaram indícios de desenvolvimento do PA a partir das situações-problema propostas.

No que diz respeito à pesquisa sobre o professor, destaco Freire (2011), que investiga o desenvolvimento de conceitos algébricos de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Seus resultados sugerem a necessidade de um trabalho intencional na formação de professores, estabelecendo uma relação entre Aritmética e Álgebra como forma de desenvolver uma linguagem matemática que não necessariamente precisa ser ensinada de modo tardio, considerando desnecessário o foco no uso de um simbolismo formal e na memorização de regras.

Ferreira (2017), que também investiga professores dos anos iniciais, busca saber a respeito dos conhecimentos matemáticos necessários para que os professores colaborem com o desenvolvimento do PA de seus alunos. Seu estudo revela que, da mesma forma que o PA tem presença limitada nos documentos curriculares nacionais, à exceção dos mais recentes, os professores pesquisados apresentaram pouca familiaridade com questões centrais que envolvem a caracterização e o trabalho com o PA nos anos iniciais.

Partindo da análise documental, Lima (2018) investiga qual a abordagem dada ao PA no currículo prescrito do ciclo de alfabetização, que se refere aos três primeiros anos de escolaridade do Ensino Fundamental. O pesquisador busca elementos caracterizadores do PA de forma implícita ou explícita em dois documentos: a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) e as Orientações Curriculares de Matemática para os Anos Iniciais (OCMAI). Como resultados de sua investigação, o autor aponta que, na BNCC, há uma aproximação conceitual à denominada área de pesquisa *Early Algebra*, que, como vimos, tem como premissa a possibilidade do desenvolvimento do PA desde os primeiros anos de escolaridade e não apenas a partir dos anos finais do Ensino Fundamental. Já sobre as OCMAI, aponta para indícios que podem conduzir ao desenvolvimento do PA, mas de modo implícito, sendo pouco citada essa forma de pensamento matemático.

Bitencourt (2018), por sua vez, propõe uma análise de livros didáticos de Matemática dos anos iniciais para identificar qual vem sendo a abordagem diante do Pensamento Algébrico, considerando tarefas que envolvessem o padrão de sequências, a equivalência e a relação funcional. Para critério de escolha dos livros didáticos, a pesquisadora considera a coleção de livros mais e menos distribuída, avaliada e aprovada pelo Programa Nacional do Livro e do

Material Didático (PNLD)²⁶ do ano de 2016, utilizada do primeiro ao quinto ano do Ensino Fundamental. Seus resultados apontam que, nos livros das coleções analisadas: as tarefas que trabalham com o padrão da sequência, em sua maioria, abordam sequências numéricas e crescentes; as que são sobre equivalência tem predominância de uso da balança; e as que tratam da relação funcional são apresentadas a partir de situações-problema. Para a pesquisadora, as tarefas são coerentes ao que propõe a BNCC, considerando o desenvolvimento de competências, ao mesmo passo que condizem com a abordagem da *Early Algebra*. Contudo, é ressaltado pela autora que ter encontrado tarefas que desenvolvam o PA dos alunos não é garantia de que as crianças estão envolvidas num ambiente que favoreça essa construção, ressaltando, ainda, a importância da intervenção do professor nesse processo.

As pesquisas acima evidenciam a busca pelos saberes dos professores e dos alunos com relação ao desenvolvimento do PA, bem como revelam a procura de traçar e entender o que os documentos oficiais — sobretudo, a BNCC (BRASIL, 2017) — consideram ao incluir a Álgebra enquanto um dos eixos estruturantes do ensino da Matemática escolar e quais as implicações dessas discussões na elaboração de livros didáticos. A partir de aportes teóricos que levantam discussões mais avançadas, principalmente de outros países, nossas pesquisas têm colaborado com a identificação e o reconhecimento da potencialidade do trabalho com a constituição do PA nos primeiros anos de escolarização. É consensual a necessidade de aprofundamento e de novas pesquisas que discorram sobre essa abordagem, bem como a relevância de promover uma formação específica aos professores.

Além do banco de dados de pesquisas da Capes, realizei o mapeamento das publicações em alguns periódicos, no período posterior a 2010, visto ser essa a década em que os documentos norteadores de currículos começaram a inserir o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais. Comecei pelo *Google Acadêmico* com os descritores *Álgebra*, *Pensamento Algébrico*, *Generalização* e *Early Algebra*. Em alguns casos, os títulos não apresentavam tais termos, mas suscitavam possibilidades de abordagem do tema; então, fazia-se necessária a leitura do resumo em busca de clarificações diante do foco, o que, tendo um leque de 10 anos, demandou um considerável trabalho investigativo.

Minha busca focalizou a identificação de títulos que evidenciassem algum aspecto envolvendo a discussão sobre o desenvolvimento do PA nos anos iniciais. Nela, localizei o

²⁶ O Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) é destinado a avaliar e disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita, às escolas públicas de Educação Básica das redes federal, estaduais, municipais e distrital, e às instituições de Educação Infantil comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas ao Poder Público.

texto de Beck e Silva (2015), no qual os autores realizaram um estado da arte das pesquisas sobre o Pensamento Algébrico com crianças em periódicos nacionais e internacionais. Como meu interesse é pela publicação nacional, pois gostaria de conhecer o que já se produziu sobre o assunto na última década, considerei apenas os periódicos e autores brasileiros. Nesse texto, identifiquei dois artigos das mesmas autoras (SILVA; SAVIOLI, 2012, 2014) na *Revista Eletrônica de Educação (Reveduc)* e na *Revista Paranaense de Educação Matemática*.

Com os mesmos descritores, localizei, no Scielo, mais três textos no *Boletim de Educação Matemática (Bolema)*, da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (Unesp), unidade de Rio Claro. A partir da sugestão de minha orientadora²⁷, busquei diretamente em mais três periódicos de Educação Matemática: *Zetetiké*, da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (FE/Unicamp); *Educação Matemática em Pesquisa*; e *Perspectivas em Educação Matemática* da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS).

Entre os periódicos selecionados, encontrei 14 artigos que discutem o trabalho com a Álgebra/Pensamento Algébrico desde os primeiros anos de escolarização. Ganham destaque a revista *Bolema*, a *Perspectivas em Educação Matemática* e a *Educação Matemática em Pesquisa*, cada uma com 3 publicações. *Reveduc*, *Zetetiké*, *Ciência e Educação*, *Revemat* e *Revista Paranaense de Educação Matemática* contam com 1 artigo em cada. O mapeamento foi organizado no Quadro 2:

²⁷ A primeira versão desse mapeamento foi realizada em 2018; em 2020, ele foi ampliado.

Quadro 2 – Artigos publicados de 2010 a 2019 em periódicos que abordam o desenvolvimento do PA nos anos iniciais do Ensino Fundamental

ANO	PERIÓDICO	AUTOR	TÍTULO
2011	<i>Bolema</i>	Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino e Hélia Margarida de Oliveira	“Pensamento Algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal”
2012	<i>Reveduc</i>	Daniele Peres da Silva e Ângela Marta Pereira das Dores Savioli	“Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do Ensino Fundamental”
2013	<i>Educação Matemática em Pesquisa</i>	Ana Virginia de Almeida, Luna Cremilza e Carla Carneiro Ferreira Souza	“Discussões sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental”
2014	<i>Revista Paranaense de Educação Matemática</i>	Daniele Peres da Silva e Ângela Marta Pereira das Dores Savioli	“Manifestação do pensamento algébrico em resoluções de tarefas por estudantes do ensino fundamental”
2015	<i>Perspectivas em Educação Matemática</i>	Keila Tatiana Boni e Ângela Marta Pereira das Dores Savioli	“Contribuições para o desenvolvimento do pensamento algébrico”
2015	<i>Bolema</i>	Linéia Ruiz Trivilin e Alessandro Jacques Ribeiro	“Conhecimento Matemático para o ensino de diferentes significados do sinal de igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental”
2015	<i>Revemat</i>	Vinicius Carvalho Beck e João Alberto Silva	“O Estado da Arte das Pesquisas sobre o Pensamento Algébrico com Crianças”
2016	<i>Perspectivas em Educação Matemática</i>	Morgana Scheller, Danusa de Lara Bonotto e Lori Viali	“Desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais por meio da modelagem matemática na Educação: possibilidade de utilização de linguagem simbólica”
2017	<i>Ciência e Educação</i>	Morgana Scheller, Danusa de Lara Bonotto, Zulma Elizabete de Freitas Madruga, Maria Salett Biembengut e José Maria Chamoso Sanchez	“Modelagem nos anos iniciais da educação básica: como os estudantes modelam situações-problema?”
2017	<i>Zetetiké</i>	Miriam Criez Nobrega Ferreira, Miguel Ribeiro e Alessandro Jacques Ribeiro	“Conhecimento matemático para ensinar Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental”
2018	<i>Perspectivas em Educação Matemática</i>	Miriam Criez Nobrega Ferreira, Alessandro Jacques Ribeiro e Miguel Ribeiro	“Álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: investigando a compreensão de professores acerca do pensamento algébrico”
2019	<i>Bolema</i>	Vinicius Carvalho Beck e João Alberto da Silva	“Invariantes Operatórios de Equilíbrio Algébrico Presentes nas Estratégias de Estudantes do 3º Ano do Ensino Fundamental”
2019	<i>Educação Matemática em Pesquisa</i>	Adriana Jungbluth, Everaldo Silveira e Regina Célia Grando	“O estudo de sequências na Educação Algébrica nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental”
2019	<i>Educação Matemática em Pesquisa</i>	Vanessa de Oliveira e Rosa Monteiro Paulo	“Entendendo e discutindo as possibilidades do ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental”

Fonte: Organizado pela pesquisadora

Observo que os artigos publicados nos periódicos selecionados para este mapeamento, ao longo dos últimos 10 anos, também focalizam 3 óticas para o tema abordado. Sete investigações partem de um trabalho com os alunos, mediado por tarefas que possibilitavam o desenvolvimento do PA e evidenciavam potencialidades e possibilidades para o Ensino Fundamental I, com destaque para os anos finais (3º, 4º e 5º ano). Três pesquisas investigam o conhecimento especializado do professor para o trabalho com a Álgebra nos anos iniciais. E 4 artigos focalizam a introdução da Álgebra nos anos iniciais a partir do levantamento das pesquisas e da análise documental.

Alguns dos textos discutem “o que” considerar na inserção da Álgebra no currículo desde os anos iniciais e “como” fazê-lo, numa abordagem de análise de documentação e de levantamento dos resultados de pesquisas mais avançadas. Destaco os trabalhos de: Almeida, Cremilzza e Souza (2013); Beck e Silva (2015); Oliveira e Paulo (2019); e Jungbluth, Silveira e Grando (2019).

No que diz respeito à investigação envolvendo os alunos, aponto os trabalhos de: Cyrino e Oliveira (2011); Silva e Savioli (2012, 2014); Boni e Savioli (2015); Scheller, Bonotto e Viali (2016); Scheller *et al.* (2017); e Beck e Silva (2019). Esses autores, reconhecendo a necessidade de introdução das noções algébricas no primeiro ciclo do Ensino Fundamental, buscam caminhos para abordagens de ensino apresentando situações em que tarefas são utilizadas na intencionalidade de favorecer o desenvolvimento do PA. Aqui, há uma preocupação com o modo de viabilizar esse trabalho com os alunos. Vale ressaltar que as investigações focalizam, principalmente, os estudantes que estão finalizando o Ensino Fundamental I.

Por fim, há os artigos que discutem o conhecimento especializado do professor para o trabalho com noções algébricas dos alunos dos anos iniciais em busca de identificar o que eles sabem e o que precisam saber para o trabalho com o desenvolvimento do PA de seus alunos. Os trabalhos identificados com esse enfoque são: Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2017); Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2018); e Trivilin e Ribeiro (2015).

A partir do levantamento, considero que, apesar da existência de discussões e pesquisas que contribuem para o campo, no Brasil, elas ainda estão em fase embrionária. Há muito o que se refletir acerca da inserção da álgebra nos anos iniciais. Os alunos têm muito para nos ensinar quanto às abordagens a serem utilizadas no desenvolvimento de formas particulares de pensar a Álgebra nos anos iniciais. Os professores, em suas práticas, têm muito a nos ensinar sobre o que é possível, sobre “o que dá certo” em sua sala de aula e sobre o que não é possível, o que não dá certo — ou, ainda, sobre o que é esse “dar certo” em sala de aula —, fugindo de “prescrições engessadas”. O docente tem muito a aprender sobre o desenvolvimento do PA.

Tudo isso deve se dar num movimento de idas e vindas entre a prática, a reflexão e o aprofundamento teórico, para os quais há a constante (re)significação de conceitos, de modos e de possibilidades.

Entendo que meu trabalho se insere em duas das vertentes destacadas nos textos que encontrei. Ao mesmo passo que busco traçar caminhos possíveis para a abordagem de sala de aula, procuro identificar e construir o conhecimento especializado da professora que ensina Matemática, de modo específico, o conhecimento especializado da professora que busca favorecer o desenvolvimento do PA em alunos matriculados no 1º ano do Ensino Fundamental, com seus 6 anos de idade. Isso não é comum entre as investigações levantadas, visto que nenhum desses trabalhos parte da sala de aula de uma docente que investiga sua própria prática, nenhum desses estudos evidencia a pesquisa na/da própria prática. Além disso, vale ressaltar que pesquisar *sobre* o professor é diferente de pesquisar *com* o professor. Dentro do cenário das pesquisas levantadas até aqui, ouso escrever que o ato de pesquisar sobre o tema, por si só, já é um ato de ousadia: uma pedagoga discutindo sobre PA.

1.3 Entrecruzando os primeiros fios: Álgebra ou Pensamento Algébrico nos anos iniciais?

Minhas aproximações com as discussões referentes ao desenvolvimento do PA se deram antes de iniciar a pesquisa, no âmbito dos grupos dos quais participava — Grucomat e Obeduc. Acompanhando as recentes publicações de documentos curriculares no Brasil (2012, 2017), ambos os grupos se dedicam ao aprofundamento teórico e metodológico da *Early Algebra* — área de pesquisa que desenvolve investigação ligada à Educação Algébrica Elementar. Sendo assim, passei a me acercar da perspectiva de autores como Analúcia Schliemann, Barbara Brizuela, David Carraher, Hélia Oliveira, Isabel Vale, James Kaput, John Mason, Luis Radford e Márcia Cyrino.

Assim, busquei olhar para os argumentos dos autores sobre a introdução da Álgebra nos anos iniciais e para as implicações pedagógicas sugeridas por eles; para que, a partir desse embasamento teórico, investigasse caminhos para o trabalho com meus alunos. Nas discussões dos pesquisadores, embora com algumas variações em suas concepções, é consensual a potencialidade e a necessidade da introdução do trabalho com o desenvolvimento do PA já nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Nesse cenário, sabia que minha pesquisa não deveria se centrar na investigação da potencialidade do trabalho com o PA com crianças pequenas, não! Já dispúnhamos de um vasto campo de discussão que apontava para essa potencialidade — ainda que a maior parte dessa área esteja em âmbito internacional.

Entendia que minha pesquisa deveria focalizar nas implicações pedagógicas, no “como” favorecer o desenvolvimento do PA nos anos iniciais. Esse sim seria um campo desafiador, sobretudo, no âmbito nacional, pois nós, professores pedagogos que atuamos no ensino de Matemática, possuímos uma formação matemática deficitária, que, por si só, não fornece subsídios para o ensino da Álgebra²⁸. Contudo, ressalto que essa formação deficitária não é exclusividade dos pedagogos. As Licenciaturas em Matemática também apresentam lacunas ao formar os futuros professores para ensinar Álgebra a seus alunos de forma a construir significados.

Minhas leituras apontam que a Álgebra deve ser parte integrante do currículo da educação elementar, de modo que o PA seja trabalhado desde os primeiros anos de escolaridade e sejam rompidas as fronteiras entre a Aritmética e a Álgebra. A Álgebra — quando introduzida aos alunos do sétimo ano, de acordo com o antigo currículo brasileiro — passa a ser um divisor de águas no ensino da Matemática, visto que muitos estudantes enfrentam muitas dificuldades para as significações dos conceitos algébricos. E não poderia ser diferente, pois, ao longo da escolarização, eles tiveram poucas ou nenhuma possibilidade de experimentar o desenvolvimento de um pensamento (algébrico) aliado à linguagem materna e à linguagem matemática, bem como a seu simbolismo. Fiorentini, Miguel e Miorin (1993, p. 88) afirmam: “não há razão para sustentar uma iniciação relativamente tardia ao ensino — aprendizagem da Álgebra. Ao contrário, acreditamos que, desde os anos iniciais, o trabalho com esse tipo de pensamento deve estar presente na formação do estudante.”

A Álgebra e o PA são apresentados por Squalli (2000, p. 277) como conceitos complementares e indissociáveis. Ele entende a Álgebra como um “tipo de atividade matemática e o pensamento algébrico como um conjunto de habilidades intelectuais que intervém nessas atividades”, sendo constituído por três componentes: (1) construção e interpretação de modelos algébricos; (2) manipulação de expressões algébricas a partir de regras pré-estabelecidas; (3) elaboração e aplicação de estruturas e procedimentos algébricos. Já o PA é constituído por habilidades que possibilitam pensar analiticamente sobre os componentes da Álgebra. A partir desse pensamento, os alunos generalizam e abstraem relações, regras e estruturas, e manipulam a linguagem algébrica. Assim, enquanto a Álgebra pode ser concebida como um tipo particular da atividade matemática, o PA é um conjunto de habilidades intelectuais necessárias à Álgebra (SQUALLI, 2000).

²⁸ Ferreira (2017) — estudo que aparece no mapeamento bibliográfico realizado para este trabalho — aponta essa problemática.

Squalli (2000) defende que a introdução da Álgebra no início da escolarização deve ser compreendida como o desenvolvimento de um modo de pensar que antecede o uso da linguagem algébrica. Ao encontro dessas ideias, Cyrino e Oliveira (2011, p. 103, grifos das autoras), entendem “o termo *Pensamento Algébrico* como um modo de descrever significados atribuídos aos objetos da álgebra, às relações existentes entre eles, à modelação, e à resolução de problemas no contexto da generalização destes objetos.” Amparada pelos estudos teóricos, percebo a relação dialética entre pensamento e linguagem e, por isso, assumo o uso da denominação *Pensamento Algébrico* para o trabalho envolvendo a Álgebra nos anos iniciais. Aqui noto o entrelace e a coerência com a perspectiva histórico-cultural, a qual ampara meu fazer pedagógico e investigativo. Além disso, outros autores do campo da Matemática discutem o PA partindo da perspectiva histórico-cultural, a exemplo de Mason (2007) e Radford (2012, 2013, 2014).

Radford (2012, p. 121), pautando-se nas relações entre pensamento e linguagem discutidas por Vygotski, considera que o desenvolvimento do pensamento requer que se leve em conta “os vários componentes que nele intervêm (por exemplo, percepção, gestos, fala, artefatos e símbolos). Também é imperativo investigar a maneira pela qual cada um desses componentes significa e se transforma à medida que novos complexos de significado surgem e evoluem.” O desenvolvimento da percepção é da mesma natureza do gesto ou da atividade simbólica, e eles se articulam em sua formação. O pensamento pode ser considerado “uma prática social materializada no corpo (como ações cinestésicas, gestos, percepção, visualização), no uso de signos (exemplo, símbolos matemáticos, gráficos, palavras escritas e faladas) e artefatos de tipos diferentes (regras, calculadoras, etc.).” (RADFORD, 2012, p. 120). Para o autor, portanto, o pensamento é uma unidade sistêmica que inclui múltiplas linguagens e formas cultural e historicamente constituídas e, por meio de mediações semióticas, pode ser desenvolvido em sala de aula. O desafio consiste em investigar como esses diferentes componentes (percepção, gestos, fala, artefatos e símbolos) são transformados nos processos de significação e como eles se inter-relacionam, organizam-se e reorganizam-se na construção do Pensamento Algébrico desde os anos iniciais. Não se trata de um movimento inato, “é preciso considerar as condições contextuais que produzem novas formas de pensamento possível.” (RADFORD, 2012, p. 121).

Mason (2007) metaforicamente aponta a generalização como “o coração da Matemática”, revelando a importância da generalização na aprendizagem da Matemática — assim como o coração está para o bombeamento do sangue para todo o corpo, a generalização está para a aprendizagem da Matemática como um todo. O autor ressalta a relação entre a

palavra (linguagem)²⁹ e o PA, visto que ela é fundamental para a generalização. Para Mason (2007), os alunos, já no início da escolarização, são capazes de generalizar a partir de casos particulares, uma vez que essa ação se apresenta como uma ferramenta que o ser humano usa para atribuir sentido ao mundo que o cerca. Por isso, é necessário que os alunos estejam envolvidos em contextos que possibilitem a construção de significados para que haja a generalização, ou seja, contextos em que possam expressar suas ideias, fortalecendo e ampliando essa capacidade de generalização.

Apropriando-se dos estudos de Vygotski, Mason (2007, p. 62-63, tradução minha), explica que,

em qualquer idade, um conceito incorporado em uma palavra representa um ato de generalização. Mas os significados das palavras evoluem. Quando uma nova palavra é aprendida pela criança, seu desenvolvimento mal está começando; a palavra, a princípio, é uma generalização do tipo mais primitivo; à medida que o intelecto da criança se desenvolve, ela é substituída por generalizações cada vez mais superiores — um processo que leva à formação de conceitos verdadeiros.³⁰

As crianças, estando envolvidas na generalização, por meio da palavra e de seu significado, estão imersas — o tempo todo — em contextos de busca pelo particular no geral e pelo geral no particular. Para Mason (2007), os seres humanos produzem sentidos para suas experiências e usam suas capacidades para coletar, classificar e até mesmo rejeitar sensações, sejam elas físicas ou imaginárias. Com isso, a imaginação e as imagens são significadas no processo do desenvolvimento humano, o que permitirá que as figuras, os diagramas ou os símbolos atuem como mediadores da aprendizagem e do desenvolvimento dos alunos. No entanto, essa capacidade de imaginação precisa ser estimulada por meio dos diferentes contextos, sobretudo, o da sala de aula, possibilitando a expressão de regularidades e o estabelecimento de relações (MASON, 2007).

O autor aponta ainda que a generalização é tão “central” em toda Matemática que muitos professores podem não mencionar sua presença por considerá-la elementar. No entanto, quando o docente apresenta um exemplo de uma circunstância — que, para ele, trata-se de um caso particular de uma situação mais geral —, o aluno pode encarar o exemplo não como uma ilustração da generalidade, mas sim como a generalidade em si mesma. Dessa forma, há que se

²⁹ Este e outros conceitos da Perspectiva Histórico-Cultural serão aprofundados mais adiante.

³⁰ “At any age, a concept embodied in a word represents an act of generalization. But word meanings evolve. When a new word has been learned by the child, its development is barely starting; the word at first is a generalization of the most primitive type; as the child's intellect develops, it is replaced by generalizations of a higher and higher type — a process that leads in the end to the formation of true concepts.”

pensar em um contexto de investigação que possibilite a construção e a negociação de significações para as ideias matemáticas e que dê aos estudantes a oportunidade de expressar generalizações diante dessas ideias (MASON, 2007).

Entendo a importância do trabalho com a generalização nas aulas de Matemática enquanto um aspecto fundamental do ensino, sobretudo, nos anos iniciais. Com isso, um dos maiores desafios do ensino é a elaboração desses conceitos matemáticos de modo que os alunos sejam capazes de — partindo do processo de elaboração — comunicar, representar e estabelecer conexões matemáticas. Uma forma de desenvolver a capacidade de generalização é sensibilizar as crianças para a distinção entre *o olhar para* e *o olhar através*, conjugando-se este último como a capacidade de ver a generalização a partir do particular. Adoto, portanto, a definição de Blanton e Kaput (2005, p. 413), que caracterizam o PA como um “processo em que os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de exemplos particulares, estabelecem essa generalização através do discurso da argumentação, e expressam-na gradualmente de uma forma simbólica apropriada a sua idade.”

A generalização pode ser expressa de diversas formas. Inicialmente, as crianças podem revelar as generalizações que observam no mundo com palavras e, gradualmente, com formas mais simbólicas. No entanto, o trabalho com o desenvolvimento do PA desde os primeiros anos da escolarização não focaliza uma linguagem formal por meio da manipulação de símbolos, mas sim as formas de pensamento de uma produção significativa para o aluno. Cyrino e Oliveira (2011, p. 102) ressaltam que, “dependendo do nível de experiência dos alunos, estas generalizações podem ser expressas por palavras ou por símbolos, baseados na observação de padrões ou em relações funcionais.”

Portanto, adoto a concepção de trabalho com o desenvolvimento do PA nos anos iniciais como um processo pelo qual os alunos são envolvidos na elaboração de formas particulares de pensar que possibilitem a análise de relações entre os objetos matemáticos: a identificação de estruturas; a resolução de problemas; e a comunicação de ideias. O objetivo é que todos esses aspectos caminhem para a generalização de ideias matemáticas. Para isso, defendo um trabalho a partir de um ambiente de investigação em que os alunos tenham a oportunidade de expor suas ideias, negociar significados e ser envolvidos progressivamente nesses processos.

De acordo com Carraher, Martinez e Schliemann (2008, p. 3, tradução minha), as “[...] generalizações precisam surgir em atividades associadas com a vivência em situações ricas [...].”³¹ Ou seja, é importante que os alunos estejam envolvidos em contextos de utilização da

³¹ “[...] generalizations need to arise in activities associated with rich experimental situations [...]”

linguagem natural e de representações. O professor, por meio de sua intervenção, pode colaborar para a criação e a efetivação desse ambiente. Com isso, aposto que o trabalho intencional do professor — norteado pelo processo reflexivo acerca de sua prática, possibilitando um contexto “desenvolvimental”³² a partir de um ambiente de problematização — pode favorecer o desenvolvimento do PA dos alunos. Essa é a tese que pretendo defender com a pesquisa.

Vale destacar que entendo o “ambiente de problematização” como todo o movimento possibilitado pela resolução de problemas, ou seja, como a circulação de significados no trabalho com os alunos. Isso implica interações — alunos entre si e com a professora — diálogo, troca de ideias, trabalho compartilhado e intervenção da docente, evidenciando a necessidade de produzir questionamentos das atividades dos alunos, estimulando-os como investigadores e construtores de seu próprio conhecimento (BAGNE, 2012). Com isso, acredito na potencialidade do trabalho com a resolução de problemas enquanto um caminho importante para a promoção de momentos de problematização nas aulas de Matemática, visando ao desenvolvimento do PA. Esse tipo de prática é capaz de estimular a elaboração conceitual.

O trabalho com o desenvolvimento do PA pode ser feito antes ou simultaneamente ao do pensamento aritmético — um não é pré-requisito para o outro. Para Van de Walle (2009, p. 287), o PA “envolve formar generalizações a partir de experiências com números e operações, formalizar ideias com o uso de um sistema de símbolos significativos e explorar conceitos de padrão e de função.” Sendo assim, amparada pelos grupos de pesquisas *Obeduc* e *Grucomat* — sobretudo por este último, que publicou um material com compartilhamento de propostas de sala de aula com o professor que ensina ou ensinará Matemática (NACARATO; CUSTÓDIO, 2018) —, selecionei algumas tarefas envolvendo duas vertentes: o *Pensamento Relacional* (PR) e o *Pensamento Funcional* (PF).

No que diz respeito ao PF, envolvi os alunos em tarefas que exploravam a percepção de regularidade e a generalização a partir de sequências com *padrão repetitivo* e sequências *recursivas*. Contudo, antes do trabalho em sala de aula, foi necessária minha (re)significação de conceitos importantes; o Grucomat permitiu minha (re)aproximação com o conceito de sequência e o entendimento de que a capacidade de prestar atenção e observar regularidades possibilitava que os estudantes entrassem no movimento de generalização. Ao selecionar e

³² Davidov (1988) defende o ensino “intencional” do professor. Para ele, há que se pautar em um “ensino desenvolvimental” (ou ensino desenvolvente) pelo qual se propiciam mudanças qualitativas no desenvolvimento do pensamento e na elaboração dos conhecimentos científicos. Considerando o termo original (*developmental teaching*), proponho, em vez do uso da forma “ensino desenvolvente”, a utilização da estrutura “ensino desenvolvimental”.

elaborar as tarefas para o trabalho com os alunos, considerei as *sequências de repetição* (ou repetitivas), em que os elementos se repetem e formam o motivo da sequência, e as *recursivas* (ou de crescimento), em que cada novo elemento é o anterior ampliado; aqui, não há um motivo de repetição. Para contemplar o PR em minha investigação, envolvi os alunos em tarefas que os desafiaram a identificar as relações existentes em membros de uma *igualdade*, bem como a *propriedade dos números e das operações*.

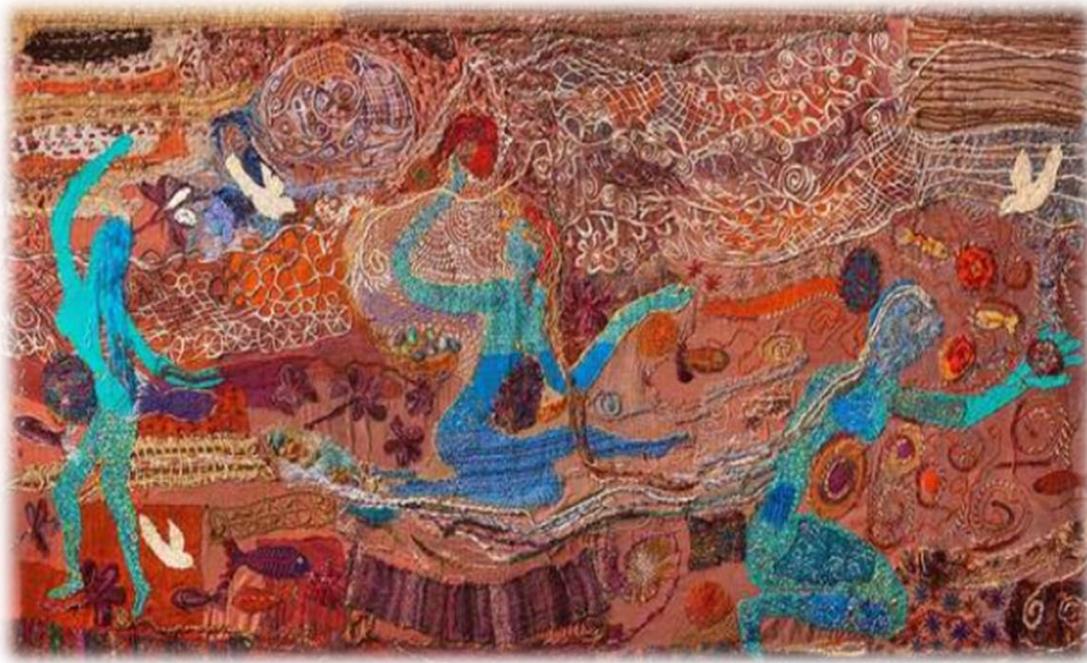
É com essa “agulha” (de bordado) de busca e investigação que nasceu e se desenvolveu meu interesse diante das questões envolvendo o trabalho com o PA nos anos iniciais. Entendo que minha motivação para a realização da presente pesquisa surgiu a partir de toda minha experiência. Mas, nesse cenário, destaca-se minha participação nos grupos de pesquisas, que me possibilitou o aprofundamento teórico no campo do PA, que se apresenta como eixo fundamental, capaz de mobilizar muitos conceitos e ideias de vários campos da Matemática — Aritmética, Geometria, Tratamento da Informação etc. — e suscita conexões entre eles.

Contudo, a realização deste trabalho só foi possível com minha trajetória de estudos, com as aprendizagens que fui construindo e com os conhecimentos que fui incorporando a meu repertório de saberes profissionais. Esse repertório contempla, além dos saberes científicos, os da experiência; e no entrecruzamento dessas duas fontes, há meu desenvolvimento profissional, há meu conhecimento da experiência. Contreras (2010) discute sobre “o conhecimento da experiência” afastando-se da ideia de experiência como um simples acúmulo de conhecimento prático e aproximando-se da definição dela como: algo atravessado pela alteridade; um conhecimento que não pode ser transmitido; algo que “se tem”, mas que também é “feito” por meio da reflexão acerca do vivido, em que há uma tomada de consciência sobre esse vivido; um novo evento que exige reflexão sobre seu significado; aquilo que acontece conosco e nos deixa marcas, que tem um efeito pessoal. Nessas experiências, estão meus paradoxos, minhas incertezas, meus dilemas, minhas intuições, minhas percepções, minhas visões, meus sentimentos, minhas inclinações, minhas histórias, minhas certezas, minhas expectativas... e tudo que me constitui enquanto ser humano. Nas palavras de Larrosa (2002, p. 26, grifos do autor), “experiência é aquilo que ‘nos passa’, ou que nos toca, ou que nos acontece, e ao nos passar, nos forma e nos transforma. Somente o sujeito da experiência está, portanto, aberto à sua própria transformação.”

A seguir, apresento o capítulo que aprofunda minhas escolhas teóricas e metodológicas para o desenvolvimento deste bordado, desta pesquisa. Começo, então, a puxar os primeiros fios e a preencher as primeiras casas de meu bordado.

2 PUXANDO O FIO DA MEADA: AS ESCOLHAS TEÓRICAS E METODOLÓGICAS DO BORDADO...

Figura 8 – Mulheres ribeirinhas coletooras de sementes



Fonte: Matizes Dumont (2020i)

(A)bordar pontos da história de vida, dialogar com a realidade no espaço onde vivemos. Espaço e lugar onde experimentamos, ensinamos e aprendemos pontos do bordado que unem a vida real e imaginária. Encontro feito do entrelaçamento entre bordados, natureza, cor, movimento, brincadeiras, sentimentos e realidade. (MATIZES DUMONT, 2018a)

O bordado é um modo de decorar tecidos a partir de desenhos feitos com diferentes tipos de agulhas, que podem ser de tricô, renda, crochê, entre outras. Linhas, entrelinhas, agulhas... Já pensei, refleti e olhei para tudo isso, mas o bordado requer mais que essas escolhas, é preciso olhar para os caminhos, as tramas, as paisagens... Por ora, é preciso pensar nos pontos! Afinal, o que define o tipo de bordado é a técnica utilizada, o ponto utilizado. E assim como as linhas e as agulhas, os modelos de ponto são bem diversificados: Alinhavo, Desponto, Atrás, Caseado, Invisível, Pena, Picuru... Há que se escolher um entre muitos ou mesmo eleger pontos que possam ser utilizados em um mesmo bordado de modo que contribuam com a beleza e a riqueza da arte.

Este é o capítulo dedicado à descrição e à fundamentação teórico-metodológica adotada para a composição de meu bordado. Nele, apresento minha aproximação com a Perspectiva

Histórico-Cultural, o conhecimento profissional do professor; e argumento sobre minha escolha pela Pesquisa Narrativa, tomando minha prática como objeto de estudo, como ponto principal para meu bordado. Além disso, em suas linhas e entrelinhas, exponho minha questão e meus objetivos de pesquisa, meu cenário de investigação (a escola, os alunos), a produção dos dados e meus critérios de análise.

2.1 Minha linha teórica: a Perspectiva Histórico-Cultural

Pensar sobre o que eu penso acerca da Educação, esse movimento de autorreflexão sobre quais são meus princípios e ideais de escola, de aluno, de ensino, de aprendizagem... Isso me remete a minhas primeiras experiências educacionais, a meus primeiros contatos com a escola — quando ainda era uma criança — e a tudo que foi vivido por mim naquele lugar. Certamente, esses elementos formam contornos importantes para meu bordado. Contudo, acredito que os pontos e as laçadas influenciadas por minha formação inicial no curso de Pedagogia tiveram grande impacto em minha constituição profissional. Ali, de forma sistemática e intencional, passei a me aproximar da Perspectiva Histórico-Cultural (PHC).

À medida que me apropriava de alguns conceitos desse campo teórico, comprehendia que nele o homem é entendido em sua totalidade e que seu desenvolvimento é concebido como fenômeno histórico, não determinado por leis naturais universais, mas sim intimamente ligado às condições objetivas do meio social. Assim, percebi que é fundamental considerar o lugar ocupado pelo sujeito nas relações sociais e as condições históricas concretas em que seu desenvolvimento se desenrola. Considerar que o ser humano se constitui a partir da história, da sociedade e da cultura de que participa, enfim, do meio — esse espaço que ele transforma e pelo qual é transformado — é considerar que seu desenvolvimento é produto, e não condição, do processo de aprendizagem. Logo, passei a entender que a aprendizagem impulsiona o desenvolvimento e que, portanto, sem a aprendizagem, não há desenvolvimento humano, visto que ela exerce o papel de impulsioná-lo.

Vygotski (1995), considerando o desenvolvimento humano, aponta a relação entre o biológico e o cultural quando identifica dois processos (ainda que qualitativamente diferentes): funções psicológicas elementares — de origem biológica e comuns a homens e animais — e funções psicológicas superiores — de origem sociocultural, desenvolvidas por meio da mediação e caracterizadas como funções exclusivamente humanas. O desenvolvimento das funções psicológicas superiores permite a regulação do comportamento dos homens, ou seja, a conscientização de sua atividade, tendo sua gênese na cultura. Contudo, Vygotski (1995) não

sugere uma dicotomia entre essas funções, visto que as funções elementares continuam existindo como instância subordinada às funções superiores. Freitas (1997, p. 303) afirma que “o homem, ascende a sua humanidade, transforma-se de ser biológico em ser sócio-histórico no momento em que reflete a realidade objetiva de forma mediada, utilizando instrumentos psicológicos, os signos, na interação com os outros.”

Toda função psicológica superior teve sua origem externa no social. Assim, há que se compreender o desenvolvimento do sujeito — o individual — articulado à história e à cultura. A conversão das relações sociais em funções psicológicas é explicitada por Vygotski (2009a) pela atividade mediadora do uso de signos e ferramentas³³, isto é, pela mediação semiótica. O sujeito se constitui de forma semiótica! Assim, os processos de significação se concretizam na vida cotidiana por meio das diferentes formas de práticas sociais. Primeiro, o sujeito é guiado pela palavra do outro; depois, ele próprio utiliza as palavras para orientar seu pensamento (GÓES; CRUZ, 2006, p. 33).

Logo, o conceito de mediação assume um papel essencial na compreensão da base sócio-histórica do funcionamento psicológico, uma vez que a relação do sujeito com o meio que o cerca não é direta, mas sim mediada, sendo os sistemas simbólicos os elementos intermediários entre o sujeito e o mundo. Ao longo do desenvolvimento do sujeito, a utilização de marcas externas vai se transformando em processos internos de mediação, ou seja, o sujeito deixa de necessitar de marcas externas e passa a utilizar signos internos — representações mentais, denominadas por Vygotski (2009a) como internalização.

A linguagem, por sua vez, assume um importante destaque na PHC, uma vez que se apresenta como o sistema simbólico comum a todos os grupos humanos. Por meio dela, ocorre a interação e a comunicação social, e, consequentemente, a (re)criação da cultura. Além disso, ela assume a função de pensamento generalizante, que, ao fornecer os conceitos e as formas de organização do real que constituem a mediação entre o sujeito e a cultura, torna a linguagem um instrumento do pensamento. Ao longo de minhas leituras, percebia a importância de compreender a relação entre pensamento e linguagem para que me aproximasse do desenvolvimento e da aprendizagem de meus alunos.

Passei a considerar que as ações mediadas (pelo signo) possibilitam a elaboração conceitual. Esta, por sua vez, é permeada pelos processos de significação concebidos por Vygotski como unidades do pensamento verbal, da relação da palavra com o pensamento. A

³³ Vygotski (2007) estabelece que os signos e as ferramentas são elementos mediadores. Para ele, signo é instrumento psicológico, que atua diretamente sobre o objeto, pois é orientado internamente; e ferramenta é um instrumento material orientado para o objeto, portanto, é externo.

palavra — signo por excelência — assume um papel importante, visto que é por meio da linguagem que o sujeito se apropria dos movimentos dos meios externos e que se dá o desenvolvimento das funções psíquicas superiores. De acordo com Vygotski (2009a, p. 170),

o conceito é impossível sem palavras, o pensamento em conceitos é impossível fora do pensamento verbal; em todo esse processo, o momento central, que tem todos os fundamentos para ser considerado causa decorrente do amadurecimento dos conceitos, é o emprego específico da palavra, o emprego funcional do signo como meio de formação de conceitos.

Para Vygotski (2009a), o significado da palavra reflete a unidade do pensamento e da linguagem, uma vez que o pensamento se vincula à palavra e nela se fixa, a palavra só existe sustentada pelo pensamento. Assim, o significado da palavra é um fenômeno do pensamento desde que este se relacione a ela e nela se materialize. O autor aponta ainda que “a palavra desprovida de significado não é palavra, é um som vazio. Logo, o significado é um traço constitutivo indispensável da palavra.” (VYGOTSKI, 2009a, p. 398). Dar significado às coisas, por meio da análise dos objetos, é o que permite a distinção de algumas propriedades desses objetos e possibilita que consigamos colocá-los em determinadas categorias; abstraindo e generalizando essas propriedades, podemos dar vários significados a eles por meio das palavras. Logo, o significado de cada palavra é uma generalização, um conceito, que, por sua vez, é um ato de pensamento. Contudo, é importante considerar que o pensamento não se manifesta na palavra, mas culmina nela, visto que a estrutura da

linguagem não é um simples reflexo especular da estrutura do pensamento, razão por que não pode esperar que o pensamento seja uma veste pronta. A linguagem não serve como expressão de um pensamento pronto. Ao transformar-se em linguagem, o pensamento se reestrutura e se modifica. (VYGOTSKI, 2009a, p. 412)

O pensamento e a palavra não ocorrem em processos independentes um do outro, visto que há uma indissociabilidade entre eles. Friedrich (2012, p. 87) aponta que ambos (pensamento e palavra) “se desenrolam em paralelo e se articulam de vez em quando, mas eles se constituem um único e mesmo processo.” Desse modo, a palavra assume a posição constituinte do pensamento. O conceito (significado), por sua vez, está incorporado à palavra; e há uma evolução do significado das palavras.

O sentido é composto por relações que dizem respeito ao contexto de uso da palavra e às vivências do indivíduo. Logo, o sentido da palavra liga seu significado objetivo ao contexto de uso da língua e aos motivos afetivos e pessoais de seus usuários. É a soma de todos os fatos

psicológicos que ela desperta na consciência e, por depender de processos subjetivos, é sempre uma formação dinâmica, inconstante, pois, em contextos diferentes, a palavra muda facilmente de sentido. Portanto, o significado é apenas uma dessas zonas de sentido que a palavra adquire no contexto de algum discurso: uma zona mais estável (VYGOTSKI, 2009a, p. 465)

Entre o sentido e o significado, há a significação. A significação ocorre, portanto, na dialética entre sentido e significado. Smolka (2004, p. 58, grifos da autora) aponta que

a significação como produção de signos e sentidos, é (resultante de) um trabalho coletivo *em aberto*, que implica, ao mesmo tempo, acordo mútuo, estabilização e diferença (inter-in-compreensão constitutiva...). Há sempre algo possível/passível de ser comum, e há sempre heterogeneidade. As características dos *signo* e da *trama* se (con)fundem.

A autora explica ainda que significar é condição de humanização e que esta emerge das relações sociais em que a palavra é entendida como produto, como modo de significação. Logo, não há comunicação sem significação, uma vez que o ato de comunicar pressupõe a utilização de generalizações e desenvolvimento do significado da palavra (VYGOTSKI, 2009a, p. 12). Assim, o conceito é elaborado na relação com a significação — a dialética entre sentido e significado. Nas palavras de Smolka (2004, p. 58),

mutuamente constitutivos, corpo e palavra significam. Pela produção do signo na relação com o outro, podemos compreender como as sensações e a sensibilidade se tornam significativas; como os movimentos se tornam gestos; como o corpo expressivo passa a significar. Ele significa para o outro, e depois, para si próprio. Impossível a pessoa relacionar-se diretamente consigo mesma. Indiretamente é possível. E essa via mediada se faz pelo signo. As significações produzidas na trama vivenciada nas relações com os outros constituem o drama vivenciado no nível individual.

Minhas leituras foram se consolidando em construtos teóricos e metodológicos para minha prática profissional. Assim, fui entendendo a educação como a humanização dos sujeitos, e essa “humanização” é possibilitada pela apropriação dos meios culturais historicamente construídos pela humanidade. A escola, por sua vez, é a instituição responsável pelo fornecimento de conhecimentos que possibilitem o desenvolvimento das máximas possibilidades, ou seja, tem como meta: a apropriação dos conhecimentos científicos por parte dos alunos — ao mesmo passo que se constitui como instituição responsável por promover a relação entre os conhecimentos científicos e os cotidianos/espontâneos³⁴, aqueles que os alunos

³⁴ Vygotski (2009a) diferencia os conceitos em duas vertentes: conceitos cotidianos/espontâneos e conceitos científicos. Os espontâneos são aqueles dos quais o sujeito se apropria pela relação direta e espontânea com objeto, não tendo consciência da noção que está sendo apropriada, aqueles conhecimentos da experiência

levam para o contexto escolar. Os envolvidos nesse processo (alunos e professor) constituem-se por meio das relações sociais, mediados pelos signos e pelos instrumentos.

Ora, se a apropriação dos bens culturais, ou seja, o domínio dos meios externos — construídos historicamente a partir do desenvolvimento da cultura e do pensamento (a linguagem oral, a escrita, o cálculo, o desenho etc.) e das funções psíquicas superiores (atenção voluntária, memória lógica, formação de conceitos etc.) — é proveniente das relações entre as pessoas, há que se pensar em um ambiente escolar em que seja priorizada a relação entre os pares, as interações, as trocas, o diálogo. Quais as implicações pedagógicas que essa teoria possibilita? Como pensar e planejar minhas aulas? Como organizar as tarefas? Como organizar a sala de aula?

Ainda que a mudança não ocorra de uma hora para outra e que ela consista em um processo, à medida que me aproximo da perspectiva e reflito acerca de minha prática, meu conhecimento vai se desdobrando em implicações pedagógicas importantes. Passo a considerar aspectos fundamentais da perspectiva, como a importância da palavra (significado, sentido e significações), a intervenção do outro, a intencionalidade pedagógica do professor... Ao passo que “bordo” (este texto, minha investigação, minha prática pedagógica), tais conceitos são (re)visitados, (re)significados e emaranham-se às linhas, às cores e aos pontos de meu fazer pedagógico. À medida que reflito sobre a prática, busco respaldo na teoria e, quando me aproximo da teoria, procuro a (re)significação da prática: da teoria à prática; da prática à teoria.

Por isso, entendo o movimento de apropriação da teoria não como algo cristalizado, mas sim como um processo que se constitui de idas e vindas, retomadas, (re)significações, transformações e criações, no qual não existe um fim nem uma totalidade a ser alcançada; a apropriação da teoria é entendida por mim como um caminho “em aberto”. Portanto, pensar hoje em educação e escola é pensar em um ambiente que tenha condições de favorecer o desenvolvimento, é pensar em uma educação intencionalmente organizada para possibilitar a apropriação dos conhecimentos científicos; como aponta Davidov (1988), é pensar em um ambiente “*desenvolvente*”!

cotidiana. Já os científicos pressupõem uma sistematização, a organização dele, atividades adequadas que possibilitem sua apropriação; é papel essencial da escola a formação dos conceitos científicos, estes referem-se à esfera mais complexa da atividade humana, na qual se inserem a arte, as ciências, o conhecimento mais elaborado. Se, por um lado, os conceitos espontâneos estão ligados aos objetos concretos, à experiência imediata, por outro, os científicos são desenvolvidos a partir de ações mentais que analisam o processo em relação com os demais conceitos. Contudo, mesmo com características diferenciadas, o conceito científico necessita do espontâneo para ser formado (VYGOTSKI, 2009a). Logo, ainda que haja diferenças, tais conceitos não devem ser tomados separadamente; pelo contrário, eles precisam ser compreendidos de forma inter-relacionada.

Outro conceito importante, que me ajuda a pensar sobre as (minhas) implicações pedagógicas possibilitadas pela teoria vygotskiana, é a Zona de Desenvolvimento Proximal ou Zona de Desenvolvimento Próximo — a ZDP. Esse conceito é caracterizado por Vygotski (1996) como a distância entre o nível de *desenvolvimento real* — aquilo que o aluno já consegue fazer de modo independente — e o *nível de desenvolvimento proximal* — aquilo que o aluno consegue fazer a partir da intervenção do outro. O autor defende que, para uma compreensão adequada do desenvolvimento, há que se considerar, para além do que a criança consegue realizar sozinha — o desenvolvimento real —, o nível de seu desenvolvimento potencial/proximal, ou seja, aquilo que ela consegue realizar com ajuda do outro. Essa “zona de desenvolvimento” seria o caminho que o sujeito percorre para elaborar as funções que estão em consolidação; consolidadas, tornam-se o desenvolvimento real.

De acordo com Oliveira (1997, p. 61), “é na zona de desenvolvimento proximal que a interferência de outros indivíduos é mais transformadora.” Desse modo, a intervenção do professor e de crianças mais avançadas em determinados assuntos pode contribuir para a promoção de desenvolvimento do outro. Concordo com Freitas (1997, p. 308) quando afirma que “a ação compartilhada, permeando o espaço pedagógico, humaniza o processo educacional.” Contudo, há que se tomar cuidado com o sentido atribuído ao termo *intervenção*, visto que, na PHC, Vygotski não sugere uma postura diretiva e autoritária, característica do ensino tradicional; ele se preocupa com a importância do meio cultural e as relações sociais no desenvolvimento humano. A partir desse aprofundamento teórico, considero tarefas que permitam trocas entre os alunos, que promovam a “ajuda” do outro (professora, colega, pai, mãe) na realização das tarefas. Aquilo que eu consigo fazer com ajuda do outro, garante a atuação na ZDP.

Foram inúmeras as vezes que ouvi sobre a não funcionalidade da teoria na prática — principalmente nos primeiros anos de docência. Não eram raras as batidas em meus ombros seguidas de pedidos para que “*o que foi aprendido por mim, durante a Graduação, fosse esquecido*”, uma vez que a realidade da escola era outra, na qual a teoria pouco contribuiria para minha atuação. Smolka e Laplane (1993) fazem-me refletir sobre meu papel na sala de aula, sobre as relações que ali se estabelecem, sobre o cuidado ao observar as atitudes das crianças, os desafios e tantas outras questões que surgem no ambiente escolar e que muito têm a ver com a(s) teoria(s) e minha prática. Quando, como, por que e para que agir? A teoria constitui um “lugar” do qual se olha para a prática.

“E agora, José³⁵”, como articular teoria e prática? Ainda não considero que minha prática esteja totalmente alinhada à teoria, sobretudo, à teoria histórico-cultural, nem sei se essa totalidade é possível, pois os próprios princípios teóricos da perspectiva sugerem a ideia do “processo inacabado” da construção do conhecimento. No entanto, meu olhar reflexivo sobre/na prática só é possível por meio da compreensão teórica. Entendo a necessidade de compreender a contribuição teórica para, com ela, analisar criticamente a prática e transformá-la. Mello (2015) encoraja o professor a enfrentar o preconceito em relação às teorias e, a partir de uma aproximação, utilizá-las para entender, refletir e explicar os problemas pedagógicos que enfrentamos e buscar transformá-los.

A PHC se apresenta como um importante aporte teórico para minha constituição profissional enquanto professora-pesquisadora, no que diz respeito tanto à pesquisa quanto a minha prática pedagógica. Embora sejam duas esferas distintas, quando opto pela investigação de minha própria prática, prática pedagógica e pesquisa caminham ora lado a lado, ora conectadas, ora emaranhadas, ora imbricadas, mas nunca se direcionam para um percurso contrário ou distinto. Portanto, apoio-me na Perspectiva Histórico-Cultural para minha prática como professora, assumo os pressupostos teóricos para preparar e desenvolver — de modo intencional — minhas aulas; também assumo o mesmo referencial para a constituição teórica de minha investigação. E, quando me dedico a olhar e estudar os movimentos de sala de aula, apoio-me nessa perspectiva para buscar indícios, minúcias e detalhes em uma análise microgenética.

No próximo item, aprofundo-me nas discussões sobre o conhecimento especializado do professor. Conhecimento do conteúdo? Conhecimentos pedagógico do conteúdo? Em que consistem esses saberes? Quais as implicações deles para a constituição profissional do professor?

2.2 Conhecimento profissional do professor: o emaranhado das linhas do conhecimento do conteúdo com as do conhecimento pedagógico do conteúdo

Para que uma professora contribua para o desenvolvimento do PA de seus alunos, ela precisa, inicialmente, ter um conhecimento especializado. Há que se ter o domínio de um conhecimento específico do conteúdo e de um conhecimento pedagógico do conteúdo. O conhecimento matemático do professor relacionado à potencialidade do trabalho com o PA é

³⁵ Faço referência ao poema “José” de Carlos Drummond de Andrade, publicado em 1942, na coletânea Poesias.

intrínseco à aprendizagem dos alunos. Logo, quanto mais conhecimento por parte do professor, mais os alunos se aproximam de um contexto desenvolvente, como apontam os estudos de Ferreira (2017).

À medida que refletia sobre minha prática — por meio das apreciações das videogramações de minhas aulas e da produção de narrativas, possibilitadas por esta investigação —, identificava lacunas em meu conhecimento matemático que precisavam ser superadas. Essa “prática-refletida” me apontava que o trabalho com o desenvolvimento do PA exigia uma prática pedagógica própria e específica, que tivesse um olhar sensível para a busca de estratégias e tarefas que permitissem a exploração dos diferentes significados dos objetos da Álgebra. O PA seria um modo de pensar matematicamente? Seria um modo de expressão? Seria um modo de enxergar e atuar no mundo que nos rodeia? Seria um modo de descrever significados atribuídos aos objetos da Álgebra? Estaria relacionado à Aritmética? Estaria vinculado à generalização? A investigação me aproximou dessas e de outras questões acerca do PA e, como consequência, constituiu a ampliação de meu conhecimento profissional. Logo, minha problemática foi sendo percebida na prática da pesquisa.

Não tive acesso a essas discussões no curso de Pedagogia; no entanto, penso que aqui não cabe o julgamento da qualidade do curso ou mesmo da universidade, mas sim uma compreensão acerca dos processos que compõem um curso de Pedagogia, sobretudo, a disciplina “Fundamentos e metodologia do ensino da Matemática”. Cheguei à universidade com muitas marcas de escolarização, sobretudo, cheguei fugindo da Matemática e tinha medo de ser professora de Matemática (MOURA, 2019). Apesar de narrar esta história e, portanto, retratar meu processo, essa é uma realidade de muitos alunos que ingressam no curso de Pedagogia; logo, ao mesmo passo em que o professor responsável pela disciplina precisa romper com as barreiras impostas pelo deficitário processo de escolarização dos graduandos, ele precisa trabalhar com os fundamentos, os conteúdos e a metodologia que envolvem o ensino e a aprendizagem da Matemática. Concordo com Cyrino (2017, p. 702) quando afirma que

o professor que cada um é, ou que irá se tornar, não depende simplesmente dos conhecimentos matemáticos e didáticos, trabalhados nos processos de formação [...]. O movimento de construção/desenvolvimento da identidade profissional do professor que ensina matemática implica na transformação pessoal, e se dá a partir de sua biografia, das suas crenças e concepções, das várias experiências formativas [...].

É um movimento complexo e dinâmico (temporal e experencial). Cyrino (2017) discute ainda que, para além do conhecimento específico do conteúdo e do conteúdo pedagógico —

dimensões que aprofundarei em breve —, há que se ter espaço para o trabalho com crenças e concepções, com o autoconhecimento profissional, com a autonomia e com o compromisso político (CYRINO, 2017). Sendo assim, entendo que o primeiro passo para um ensino significativo, é desenvolver o “gosto” pelo conhecimento matemático. Ou seja, para ser uma boa professora que ensina Matemática, eu preciso, a princípio, entender e conceber a Matemática como um saber fundamental para a atuação no mundo que me cerca e a transformação dele, como uma ferramenta de leitura crítica e atuante no mundo. Para isso, faz-se necessário o rompimento com os medos, com as crenças³⁶, faz-se necessária uma prática que possibilite à futura pedagoga a (re)significação da Matemática, o “apaixonar-se” pelo objeto do conhecimento, além de promover a apropriação dos conceitos matemáticos importantes e, por fim, dos princípios e dos fundamentos que se aproximam do modo como o aluno aprende, bem como das estratégias para permitir o processo de aprendizagem e desenvolvimento discente. Tudo isso deve ser feito em apenas dois semestres, como aconteceu em minha Graduação.

A Licenciatura no curso de Pedagogia ampliou minha visão da prática escolar, possibilitou-me a quebra de alguns paradigmas, mostrou-me, por meio do exemplo de minha professora, qual era o “tipo” de docente que eu queria ser no futuro; aproximou-me do conhecimento matemático e do saber pedagógico, mas essa aproximação é insuficiente para um trabalho significativo com os alunos. É inevitável que lacunas acompanhem a formação inicial do professor — ainda que sejam diminuídas a partir de práticas que acerquem os campos de discussão (Educação, Pedagogia, Matemática) —, pois nós, pedagogas, temos muita distância de conteúdos importantes que contemplam o conhecimento especializado do professor. Mas que conhecimento é esse? É necessário ampliar o entendimento sobre o conhecimento do professor que ensina Matemática; e esse é um, entre outros, propósitos desta investigação.

Os estudos de Shulman (1986) são amplamente referenciados nas pesquisas que evidenciam o conhecimento profissional docente. O autor discute quais saberes o professor precisa ter para exercer sua prática profissional e apresenta algumas dimensões desse conhecimento envolvendo a gestão de sala de aula, o conhecimento dos alunos e suas características, o conhecimento dos contextos educativos (princípios filosóficos e históricos), o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico do conteúdo. O autor evidencia o

³⁶ Vila e Callejo (2006) dedicam-se ao estudo do papel das crenças na aprendizagem da Matemática tomando a resolução de problemas como foco de discussão. Para os autores, as crenças e as práticas podem formar um círculo difícil de romper, visto que as crenças dos sujeitos (alunos, professores, familiares) regulam a estrutura do conhecimento, afetam as práticas e o pensamento, atuando, por vezes, como uma força inerte. Os autores ressaltam a importância das práticas, uma vez que elas podem exercer a função de configurar, modificar ou consolidar as crenças.

conteúdo do ensino como o principal aspecto do saber profissional. Contudo, seus estudos centram-se no conhecimento profissional de modo geral³⁷; o ensino de Matemática é o foco de outras pesquisas, que emergiram a partir de sua investigação.

Shulman (1986), ao compreender o conteúdo do ensino como o eixo central do conhecimento profissional do professor, distinguiu-o em três categorias. O primeiro deles é o *conhecimento do conteúdo*, que se relaciona à compreensão que o professor tem sobre determinada disciplina, considerando fatos e conceitos. Para o autor, essa compreensão influencia as escolhas do professor sobre o que e como ensinar a seus alunos. O segundo é o *conhecimento pedagógico do conteúdo*, que é relativo a um saber que vai além do conteúdo a ser ensinado, incluindo diferentes aspectos de um determinado assunto necessário a seu ensino. Aqui, o conteúdo é entendido como objeto de ensino e aprendizagem; sendo assim, precisa ser explorado de modo articulado aos procedimentos didáticos. Por fim, o terceiro é o *conhecimento curricular*, que corresponde ao conhecimento que os professores têm sobre os programas e as diretrizes estabelecidas para o ensino nas diferentes esferas governamentais. Além disso, nesta categoria, há uma ênfase à capacidade de relacionar os conteúdos trabalhados com outras disciplinas (SHULMAN, 1986). O teórico mencionado reformula a ideia do conhecimento do professor, concebendo o entendimento do conteúdo como um tipo especial do saber técnico, fundamental à profissão docente.

Ball, Thames e Phelps (2008), partindo da centralidade do conhecimento matemático para o ensino e da compreensão acerca do conhecimento pedagógico do conteúdo, procedentes da base teórica de Shulman (1986), chegaram à discussão sobre o conhecimento matemático para o ensino³⁸. Esse estudo amplia e aprofunda as compreensões do professor que ensina Matemática, desenvolvendo um modelo que, agregando noções teóricas, busca contribuir com os conhecimentos docentes considerados relevantes para o ensino da Matemática. O modelo contempla dois conjuntos de saberes, sendo cada um deles constituído por três subdomínios: *conhecimento específico do conteúdo*³⁹ e *conhecimento pedagógico do conteúdo*⁴⁰.

O primeiro refere-se, essencialmente, ao conteúdo matemático a ser ensinado, contemplando os seguintes subdomínios: *conhecimento comum de Matemática*⁴¹, aquele que todos devem saber e que perpassa diferentes contextos cotidianos; *conhecimento especializado*

³⁷ Embora aponte para a importância do conhecimento do conteúdo, ele não se aprofunda nas especificidades desse conhecimento em relação ao ensino de Matemática.

³⁸ Mathematical Knowledge for Teaching (MKT).

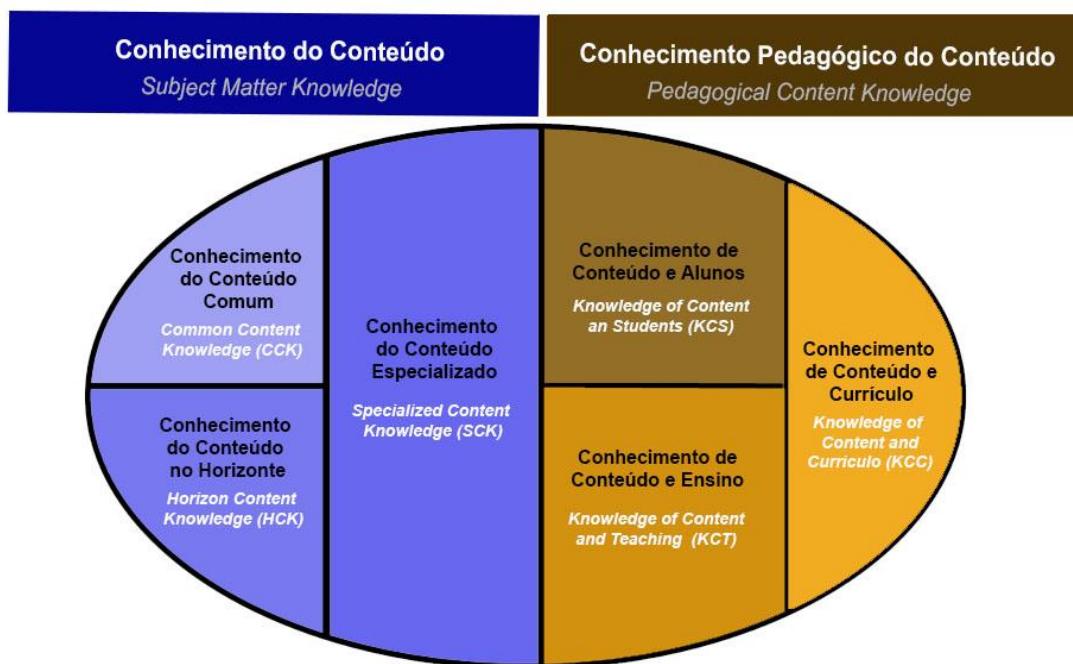
³⁹ Subject Matter Knowledge (SMK).

⁴⁰ Pedagogical Content Knowledge (PCK).

⁴¹ Common Content Knowledge (CCK).

*do conteúdo*⁴², aquele que todo professor que ensina Matemática deve saber; e *conhecimento matemático no horizonte*⁴³, aquele que é ampliado da Matemática como campo acadêmico e profissional. O segundo domínio remete ao modo como esse conteúdo pode ser ensinado, contemplando o currículo, os alunos — e as relações entre estes — e o conteúdo matemático. É composto por: *conhecimento do conteúdo e dos alunos*⁴⁴; *conhecimento do conteúdo e do ensino*⁴⁵; e *conhecimento do conteúdo e do currículo*⁴⁶. O modelo é denominado como “Domínios matemáticos para o ensino”, como aparece no esquema de Ball, Thames e Phelps (2008) por mim traduzido (Figura 9):

Figura 9 – Domínios matemáticos para ensinar



Fonte: Adaptado de Ball, Thames e Phelps (2008, p. 403, tradução minha)

Nessa perspectiva, tenciona-se um ensino que se preocupe com a aprendizagem dos objetos da Matemática, de modo que estes sejam relacionados “dentro e fora” do campo matemático, como propõem Hiebert *et al.* (1997). Ou seja, concebe-se um ensino no qual os alunos entendam o que fazem, por que o fazem e como o fazem, voltado à elaboração de significados matemáticos, que difere de uma prática direcionada ao domínio de procedimentos e técnicas por parte dos alunos.

⁴² Specialized Content Knowledge (SCK).

⁴³ Horizon Content Knowledge (HCK).

⁴⁴ Knowledge of Content and Students (KCS).

⁴⁵ Knowledge of Content and Teaching (KCT).

⁴⁶ Knowledge of Content and Curriculum (KCC).

Assim, necessita-se de um conhecimento amplo por parte do professor, visto que, para além de ter o domínio de um *conhecimento comum acerca do conhecimento* (CCK), há que ter domínio de seus fundamentos e de sua estrutura — *conhecimento especializado do conteúdo* (SCK) —, e isso envolve aspectos históricos, filosóficos, sociais, entre outros.

No modelo sugerido por Ball, Thames e Phelps (2008), o professor, além de conhecer o conteúdo matemático e o conteúdo pedagógico desse conhecimento, precisa conhecer seus alunos — Qual é o nível de desenvolvimento real e potencial de meus alunos? (KCS) — para que suas ações antecipem o que os estudantes pensam, intervir em suas dificuldades e levar em consideração suas motivações e seus interesses. A esse respeito, recordo-me de um episódio no contexto de produção dos dados da pesquisa em que propus uma tarefa para as crianças envolvendo a análise de uma sequência com padrão recursivo. Para auxiliar nesse processo, elas foram incentivadas à construção de uma tabela, por meio do enunciado “Complete a tabela de modo a organizar os dados”. Ao realizar a leitura do enunciado, uma aluna argumentou: “*Professora, mas nós não temos dados!*”. Ela fazia referência ao objeto utilizado na aposta de certos jogos, representado por um cubo cujas faces estão marcadas com pontos.

O KCS diz respeito ao conhecimento que possibilita antecipar algumas respostas dos alunos. Será que todos conhecem os termos presentes no enunciado da tarefa? Quais sentidos podem atribuir às informações do enunciado? Considerando meu conhecimento acerca da turma, poderia ter antecipado a necessidade de negociar o sentido das palavras presentes do texto, entre elas, *dado*. Poderia, assim, questionar: “O que são os ‘dados’ no contexto da tarefa?”. É possível ainda uma reflexão acerca do momento em que a aluna fez o pronunciamento: “Por que ela fez essa pergunta?”; “Qual era o significado atribuído pela aluna ao termo?”. Munido pelo levantamento de hipóteses, o professor pode tomar a decisão que julgar mais apropriada para a realização da intervenção, de modo a tentar contribuir para a significação dos alunos.

Carrillo *et al.* (2013), tomando o conhecimento especializado de Ball, Thames e Phelps (2008), constroem o modelo do “Conhecimento especializado do professor de matemática (MTSK)”⁴⁷. Incluem novas dimensões, relativas às crenças — sobre o conteúdo e sobre os processos de seu ensino e aprendizagem — e ao conhecimento dos professores que não está, especificamente, relacionado a questões matemáticas.

O MTSK (Figura 10) é composto por dois grandes domínios. O primeiro, *conhecimento matemático* (MK)⁴⁸, é organizado em: (1) *conhecimento dos temas* (KoT)⁴⁹, o que e como o

⁴⁷ Mathematics Teacher’s Specialized Knowledge (MTSK).

⁴⁸ Mathematical Knowledge (MK).

⁴⁹ Knowledge of Topics (KoT).

professor conhece sobre aquilo que vai ensinar; (2) *conhecimento da estrutura da matemática* (KSM)⁵⁰, relacionado às conexões entre os conteúdos de diferentes níveis escolares que o professor é capaz de estabelecer; (3) *conhecimento da prática matemática* (KPM)⁵¹, que engloba o que o professor sabe sobre a história, os processos e o estabelecimento de relações, generalizações e argumentação sobre o conteúdo matemático.

O segundo domínio, *conhecimento pedagógico do conteúdo* (PCK)⁵², compreende três itens. Um deles é *conhecimento do ensino de matemática* (KMT)⁵³, que pode ser sintetizado nesta questão: o que sabe o professor sobre as ferramentas disponíveis como forma de suporte de aprendizagem do conteúdo pelo aluno? Outro é o *conhecimento das características da aprendizagem da Matemática* (KFLM)⁵⁴, resumido nesta pergunta: o que sabe o professor sobre aquilo que o aluno pode e deve saber sobre a Matemática? Por fim, há o *conhecimento do currículo para aprendizagem matemática* (KMLS)⁵⁵, representado por esta indagação: que sabe o professor sobre aquilo que o aluno pode e deve saber sobre a Matemática proposta pelo currículo?

⁵⁰ Knowledge of the Structure of Mathematics (KSM).

⁵¹ Knowledge of the Practice of Mathematics (KPM).

⁵² Pedagogical Content Knowledge (PCK).

⁵³ Knowledge of Mathematics Teaching (KMT).

⁵⁴ Knowledge of Features of Learning Mathematics (KFLM).

⁵⁵ Knowledge of Mathematics Learning Standards (KMLS).

Figura 10 – Domínios e subdomínios do modelo MTSK



Fonte: Adaptado de Carrillo *et al.* (2013, p. 5)

Mas qual é a função de um modelo? Qual a função desses modelos que dizem respeito ao conhecimento que o professor “deve” ou “deveria” ter sobre a Matemática e seu ensino? Ele colabora (ou deveria colaborar) com a formação do professor? Ele colabora (ou deveria colaborar) com a melhoria da qualidade do ensino? De que maneira? Munoz-Catalán e Carrillo (2007) apontam o modelo *MTSK* como uma ferramenta que objetiva o entendimento amplo diante da natureza e do conteúdo do conhecimento do professor para que, a partir dessa compreensão, seja possível pensar em ações que busquem a melhoria da prática do professor, que busquem a melhoria da formação desse professor. Logo, o modelo procura respostas para questionamentos, como: quais são as áreas mais críticas de aprendizagem dos alunos? O que os professores sabem? Como eles sabem? Quais são as lacunas? Como podemos contribuir com uma formação que diminua as lacunas apresentadas por esse professor? O modelo *MSTK* oferece as lentes dos domínios e subdomínios objetivando a identificação das lacunas no

conhecimento especializado do professor, visando à elaboração de adequações na formação desse profissional. Logo, o modelo é desenvolvido pensando na possibilidade de organização da formação docente (MUNÓZ-CATALÁN; CARRILLO, 2007).

Plicastro, Almeida e Ribeiro (2017) apontam ainda que, embora haja a separação em subdomínios, o conhecimento especializado do professor deve ser considerado a partir da inter-relação entre eles, no qual a Matemática (seu ensino e sua aprendizagem) aparece como pano de fundo. Reconheço a importância da discussão para provocar reflexões diante do conhecimento especializado do professor. Contudo, para meu bordado, incluo a este pano de fundo minha reflexão na/da própria prática, visto que ela norteia minha tomada de consciência sobre os processos que envolvem meu conhecimento especializado — o conhecimento especializado de uma professora que busca contribuir para o desenvolvimento do PA de seus alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental. Além desse conhecimento, também é possível identificar lacunas; e, à medida que são identificadas, consigo atuar sobre elas.

Assim, meu bordado focaliza a atenção tanto para o conhecimento do conteúdo (MK) quanto para o conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK). Eles se relacionam a minhas crenças sobre a Matemática e sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática, como aponta o modelo de Carrillo *et al.* (2013). Contudo, ao propor uma autoformação, possibilitada pelo movimento de reflexão na/da própria prática, incluo outra possibilidade para as lentes propostas pelo modelo *MSTK*; o (meu) conhecimento especializado surge conforme me envolvo reflexivamente com a prática. Há que se tomar o cuidado com a ideia de “modelo”, seja ele qual for, que disponha de um quadro teórico (fixo, rígido) definido *a priori*, sobretudo, quando se investiga o professor e seus processos formativos. Esse professor é um ser humano marcado por sua singularidade (experiências, valores, cultura) e dificilmente se encaixa em um modelo determinado. É possível considerar que o docente (enquanto profissional da Educação cujo ofício é ensinar) é um só, mas o conhecimento (desse profissional) é múltiplo, plural e heterogêneo. Ao analisar minha prática, percebo que, em determinados momentos, dou maior ênfase ao conceito; em outros, aos procedimentos; em outros, à epistemologia; em outros, ao pedagógico; e se eu partir de uma análise que compara minha prática ao modelo, há a tendência de desconsiderar a singularidade de meu fazer e constituir profissional.

Quais indícios de conhecimento especializado são revelados na prática de uma professora que busca desenvolver o Pensamento Algébrico de seus alunos? E quais conhecimentos especializados são revelados no processo reflexivo acerca da própria prática? Essas são algumas de minhas inquietações que vão nortear meu olhar nas análises; vão nortear meu olhar na busca por indícios dos processos de meus alunos e de meu fazer enquanto

professora em busca constante pela apropriação, ou mesmo pelo aprimoramento, do conhecimento especializado. Muito se discute sobre o professor, sobre o que ele precisa saber e fazer para exercer sua função, mas pouco se discute *com* ele (“O que você sabe? O que pode aprender?”), aqui o “com” remete a um fazer junto, à construção do conhecimento profissional do educador consigo mesmo.

Embora existam muitas variações de pontos e motivos para bordar — meus alunos, minha prática, minha história, a Matemática —, a arte do bordado requer mais que agulha, fios e tecidos..., requer uma bordadeira conectada com sua sensibilidade, com sua história de vida, com o mundo real e o imaginário. Demanda pressupostos teóricos — estes que auxiliam nos pontos, nos motivos, na construção e reconstrução do bordado. Assim, para além de passar por suas mãos, o bordado passa pela história daquela que está a bordar e também pelas histórias dos motivos escolhidos e de tudo que está a seu redor... Em meu caso, além de bordar minha história, tomo como motivo a história de meus alunos, a história do *primeiro ano A*. Neste bordado dialógico, ao mesmo passo que bordo a história deles, eu bordo a minha história. Qual seria o pano de fundo de minha sala de aula? É um pano de fundo que se preocupa com a harmonia da problematização e a aproximação dos significados matemáticos.

2.3 Caminhos metodológicos do bordado

Minhas motivações para a realização da pesquisa, bem como as ações tomadas em direção a ela, sempre estiveram pautadas nessa trajetória teórica e metodológica que fez e faz parte de minha formação acadêmica. No entanto, quando, no início de 2017, passei a fazer parte do grupo de pesquisa História de Formação dos Professores que Ensina Matemática (Hifopem)⁵⁶, coordenado pela Prof.^a Dra. Adair Mendes Nacarato, entrei em contato com o livro *Pesquisa Narrativa*, de autoria de D. Jean Clandinin e F. Michael Connelly (2011). Após a leitura e a discussão, mobilizei-me a seguir os caminhos teóricos e metodológicos da Pesquisa Narrativa. Além disso, sabia da existência de trabalhos realizados no âmbito do Programa de Pós-Graduação da universidade que tomavam a própria prática como cenário de investigação — o que inicialmente me propus a desenvolver —, ainda que esses trabalhos não estivessem fundamentados pelos pressupostos da PN. Contudo, sabia que minha escolha seria aceita pelo Programa.

⁵⁶ Hifopem: Histórias de Formação de Professores que Ensina Matemática, Grupo de Pesquisa da Universidade São Francisco (USF), *Campus Itatiba*.

O que me tocou no livro? A experiência! O movimento! A vida..., pulsando no fazer científico! Logo nas primeiras páginas, identifiquei-me com os autores quando falam sobre o professor-pesquisador:

Educadores estão interessados em vida [...]. Educadores estão interessados na aprendizagem e no ensino e como esse processo ocorre; eles estão interessados em saber lidar com vidas diferentes, os valores diferentes, as atitudes diferentes, as crenças [...]. Pesquisadores na área da Educação são, primeiro, educadores e estamos também interessados em pessoas [...]. Essas são as ciências das pessoas. (CLANDININ; CONNELLY, 2011, p. 22)

Ao realizar a pesquisa em minha sala de aula, sempre busquei ter o cuidado e a sensibilidade para que a intencionalidade do *ser pesquisadora* não se sobressaísse à intencionalidade do *ser professora*. Para esse processo — que nem sempre foi fácil —, tive o apoio de minha professora e orientadora Adair, que sempre me lembrou da necessidade de levar em consideração a seguinte ordem: “*Primeiro a professora, depois a pesquisadora*”. Ela reforçava a importância da intencionalidade e do compromisso pedagógico com meus alunos. Além disso, sempre busquei apoio nas trocas possibilitadas pelos grupos de pesquisa dos quais participava.

Para Clandinin e Connelly (2011), a PN tem seu foco na experiência vivida, ou seja, nas vidas e no modo como elas são vividas. A partir da perspectiva dos autores, entendo que os momentos vivenciados em minha sala de aula fazem parte de um cenário mais amplo, um cenário contínuo, ligado à história da Educação, pois o que aconteceu em minha sala de aula, embora tivesse características próprias, não se tratava de um evento isolado, estava conectado a uma narrativa maior. Esse tipo de acontecimento faz parte de uma “dominante e tradicional narrativa da pesquisa em Educação.” (CLANDININ; CONNELLY, 2011, p. 23).

Clandinin e Connelly (2011) se apropriam do conceito de *experiência* dos estudos de John Dewey (1929), que, por sua vez, toma a experiência como palavra-chave para as noções de Educação, nas quais experiência e vida estão inter-relacionadas, tendo como cenário as pessoas, as escolas, os espaços públicos, ou seja, as experiências relacionadas com os seres humanos e suas relações com o ambiente. Para os autores, estudar *Educação* significa estudar a experiência (o movimento, as relações, o vivido).

Minha aproximação com os estudos de Larrosa (2002) possibilitaram-me uma maior apropriação do sentido de *experiência* relacionada aos pressupostos biográficos e, como consequência, uma maior compreensão do que seria a experiência revelada por meio das narrativas. Experiência não deve ser entendida como um modo de conhecimento inferior nem

considerada apenas como um ponto de partida para um saber, tampouco pode ser tomada como um caminho para “um conhecimento verdadeiro.” (LARROSA, 2002, p. 3). Em busca da legitimação da experiência, Larrosa (2002) aponta para a necessidade de distinção entre experiência e experimento; para ele, é preciso afastá-la de sua conotação empírica, de qualquer intenção de autoridade ou mesmo de padronização. O autor indica que se deve diferenciá-la de “prática”, concebendo-a não a partir da ação, mas sim da “paixão” em que há a reflexão do sujeito sobre si mesmo. Por fim, aponta para o cuidado de não buscar fazer da experiência um conceito, bastando tomá-la como “um modo de habitar o mundo de um ser que existe, de um ser que não tem outro ser, outra essência além da sua própria existência – corporal, finita, encarnada no tempo e no espaço – com outros.” (LARROSA, 2002, p. 4). O autor explica ainda que ela é aquilo que acontece com alguém e que, ao acontecer, toca, passa, e, ao passar, forma e transforma! Logo, somente o sujeito da experiência é passível de sua própria transformação.

A partir desse entendimento, é possível afirmar que a experiência pressupõe a transformação naquele que a vivencia. É importante salientar que a PN não busca quantificar ou mesmo qualificar as experiências, sua preocupação está nos detalhes, em sua riqueza e em sua expressão. Não há a intenção do desenvolvimento de um julgamento de valor do outro (do sujeito investigado) a partir de sua narrativa, mas sim uma busca de possíveis caminhos para a compreensão do que o outro tem a dizer sobre a sua história, sobre sua experiência, sem, no entanto, fixar um contexto definido no qual a história (singular) deve se encaixar. A narrativa, por sua vez, tornou-se um caminho para o entendimento de minha experiência. Logo, meu interesse pela PN é reflexo de meu interesse pela experiência, pelo vivido, pelo movimento, pelas vidas, pelas relações...

Outro autor que contribui para minha aproximação teórica e metodológica da PN, com o qual me identifico, é Antonio Bolívar Botía. Aprecio o modo como ele defende que, “para entender algo humano, pessoal ou coletivo, é necessário contar uma história.”⁵⁷ (BOLÍVAR, 2002, p. 2, tradução minha). Evidencia, assim, a importância da narrativa enquanto um dispositivo mediador do conhecimento diante da vida humana e de suas relações, diante de minha vida, de meu eu e de toda a dialogicidade que comprehende minha relação com o mundo que me cerca. Se, por um lado, entendo “como narrativa a qualidade estruturada da experiência, entendida e vista como uma história”⁵⁸ (BOLÍVAR, 2002, p. 5), por outro, entendo-a como uma abordagem de pesquisa, ou seja, como uma forma de construir sentidos por meio da descrição e da análise de dados biográficos.

⁵⁷ “Para comprender algo humano, personal, o colectivo, es preciso contar una historia.”

⁵⁸ “como narrativa la cualidad estructurada de la experiencia, entendida y vista como un relato.”

O ato de narrar é, portanto, uma reconstrução (particular) da experiência. Essa reconstrução ocorre por meio de um processo reflexivo em que é dado significado ao vivido. Assim, quando eu me dedico a “narrativizar” minha vida em uma história pessoal e profissional, estou imersa em um contexto de construção de meu próprio “eu” — em busca de atribuir uma identidade narrativa a minha experiência. A partir da reflexão, envolvo-me na construção de um projeto de como a vida foi e de como ela será (BOLÍVAR, 2002).

Assim, tomo a PN como um espaço tridimensional sob um movimento contínuo de deslocamento entre passado, presente e futuro, no qual pesquisadora, sujeitos da pesquisa e contextos fazem parte de um todo. Segundo Clandinin e Connelly (2011, p. 118), “[...] na construção de narrativas de experiências vividas, há um processo reflexivo entre o viver, contar, reviver e recontar de uma história de vida.” Sendo assim, encontro as motivações para a produção de uma PN, pois, ao narrar minhas práticas de sala de aula, envolvo-me num processo reflexivo tridimensional de retomar as lembranças do passado no presente e, a partir disso, projetar essa reflexão para o futuro, resultando em um movimento contínuo de compreensão de minha constituição enquanto pessoa e enquanto professora. Além disso, a narrativa ultrapassa os limites do individual, pois possibilita uma reflexão sobre a vida das pessoas envolvidas — alunos, pais, colegas de trabalho, gestores, governantes etc. —, sobre os contextos — nossos valores, crenças, entre os muitos aspectos que os constituem —, uma vez que as pessoas vivem e se desenvolvem por meio de histórias e, no ato de recontá-las, reafirmam-se enquanto pessoas, tornando-se capazes de modificá-las e, a partir disso, de criar novas histórias (CLANDININ; CONNELLY, 2011).

A PN envolve uma abordagem específica, com sua própria credibilidade e legitimidade para a construção de conhecimento. Bolívar (2002) aponta que contar sobre suas próprias experiências e “ler” — no sentido de interpretar — os fatos e as ações à luz das histórias que os atores contam converte a PN em uma perspectiva peculiar de investigação. Segundo o autor,

uma abordagem narrativa prioriza um eu dialógico, sua natureza relacional e comunitário, na qual a subjetividade é uma construção social, intersubjetivamente conformada pelo discurso comunicativo. O jogo de subjetividades, em um processo dialógico, torna-se um modo privilegiado de construir conhecimento.⁵⁹ (BOLÍVAR, 2002, p. 4, tradução minha)

⁵⁹ “un enfoque narrativo prioriza un yo dialógico, su naturaleza relacional y comunitaria, donde la subjetividad es una construcción social, intersubjetivamente conformada por el discurso comunicativo. El juego de subjetividades, en un proceso dialógico, se convierte en un modo privilegiado de construir conocimiento.”

Assim, o modo narrativo de produção de conhecimento explica o modo particular e específico da PN por tratar de ações humanas — que são únicas e irrepetíveis e que, portanto, não podem ser apresentadas em definições, categorias ou proposições abstratas. Se, por um lado, o modo tradicional de pesquisa expressa-se em conceitos e busca generalizações, o modo narrativo o faz por descrições subjetivas de casos particulares, na forma de histórias que nos permitem entender como os sujeitos dão sentido ao que fazem; por esse motivo, a investigação não deve ser reduzida a um conjunto de categorias abstratas ou gerais que anulam suas singularidades (BOLÍVAR, 2002).

Para Bolívar (2002, p. 6, tradução minha),

a investigação biográfica e narrativa em educação, em vez de demandar o modo de fazer ciência dominante na modernidade, reivindica outros critérios, superando o contraste estabelecido entre objetividade e subjetividade, para se basear em evidências originárias do mundo da vida. Como modo de conhecimento, a história captura a riqueza e os detalhes dos significados nos assuntos humanos (motivações, sentimentos, desejos ou propósitos) que não podem ser expressos em definições, declarações fatuais ou proposições abstratas, assim como o raciocínio lógico-formal.⁶⁰

Como todo pesquisador, iniciei a pesquisa de campo com um suporte teórico que tinha de meu Mestrado e de minha participação no Grucomat e no Obeduc, que me constituíam até esse momento. No entanto, na PN, não há um arcabouço teórico *a priori*, a teoria vai sendo construída no desenrolar das experiências, a partir dos acontecimentos que emergem. Diferentemente de outras pesquisas, a PN parte das explorações do fenômeno da experiência que precisa ser interpretada. Ao me apropriar dos dados, ao produzir meu texto de campo, ao escrever textos para eventos e participar dos grupos de discussões, posicionava minha escrita teoricamente.

Como se trata de uma pesquisa na/da própria prática, penso ser importante discutir um pouco sobre essa questão. O que é uma pesquisa na/da própria prática? Por que uso a estrutura “na/da própria prática”? Enquanto professora-pesquisadora, tomo minha prática como objeto de investigação. Logo, a primeira característica da investigação da/na própria prática é a relação particular que o pesquisador tem com seu objeto de estudo, visto que ele estuda não um objeto

⁶⁰ “La investigación biográfica y narrativa en educación, en lugar del modo de científicidad dominante en la modernidad, reclama otros criterios, superadora del contraste establecido entre objetividad y subjetividad, para basarse en las evidencias originarias del mundo de la vida. Como modo de conocimiento, el relato capta la riqueza y detalles de los significados en los asuntos humanos (motivaciones, sentimientos, deseos o propósitos) que no pueden ser expresados en definiciones, enunciados factuales o proposiciones abstractas, como hace el razonamiento lógicoformal.”

qualquer, mas certo aspecto de sua prática profissional (PONTE, 2002). A pesquisa da/na própria prática possibilita a construção de “um saber que vem da prática e a ela se destina, contribuindo para o desenvolvimento profissional dos professores, para o desenvolvimento curricular e para a mudança social e escolar.” (MORETTO *et al.*, 2017, p. 37). Logo, o conhecimento produzido pelo professor se origina na *práxis*, mediada por estudos e reflexões teóricas (FREIRE, 2019).

Minha pesquisa, ao ser socializada com outros professores, não apenas dá visibilidade àquilo que acontece na (minha) sala de aula, mas também possibilita que os saberes da (minha) ação pedagógica sejam reconhecidos e valorizados. Desenvolver a pesquisa em minha sala de aula é, sobretudo, um ato político! Sou professora, produtora de conhecimento, e minha investigação, realizada no “chão” da sala de aula, tem valor teórico e pode contribuir para a melhoria da qualidade do ensino! Concordo com Zeichner (1998) quando aponta que o professor (engajado, comprometido, dedicado e inovador) não busca por respostas fáceis ou receitas; ele procura ser desafiado intelectualmente e reconhecido pelo que sabe e pelo que pode fazer. Logo, tenciono que minha pesquisa gere contribuições, para além de meu desenvolvimento profissional, que ela colabore com a produção de conhecimento educacional a ser analisado e discutido tanto no ambiente acadêmico quanto no âmbito escolar, sem que se perca a credibilidade do saber construído.

Concordo com Cochran-Smith e Lytle (1999, p. 321) quando concebem a pesquisa da própria prática como “um estudo sistemático e intencionado dos professores sobre seu próprio trabalho na sala de aula e na escola.” O “sistemático” mencionado pelas autoras relaciona-se às formas de registro e de documentação das experiências que ocorrem dentro e fora da sala de aula; e o “intencionado” indica uma atividade que, planejada pelo professor, tem intencionalidade. Utilizo a estrutura “*na própria prática*” (com a preposição *na*), pois tomo minha sala de aula como objeto de estudo. Mas esse “objeto” de estudo não é estático; ele é movimento; ele é interação (eu, meus alunos, nossas intencionalidades, dúvidas, alegrias, tristezas, a teoria e tudo mais que carrego e que se relaciona com a investigação). Meu interesse reside sobre aquilo que é próprio *da* sala de aula, sobre as propostas de ensino e de aprendizagem, sobre o movimento dos alunos; também volto meu olhar para o que acontece *na* sala de aula (no percurso da aula, no “acontecer” dos fatos), nesse ambiente dialógico e complexo, sob a perspectiva de uma professora-pesquisadora que estuda “o objeto”, mas que também faz parte dele. Assumo, dessa forma, a expressão *pesquisa na/da própria prática*; e assumo que minha pesquisa acontece no próprio movimento de minha aula (*na*), mas também na reflexão sobre o que aconteceu em minha aula (*da*).

Portanto, ao realizar a pesquisa *em/de* minha sala de aula e compartilhar seus resultados, não tenho a intenção de que estes sejam tomados como um modelo a ser seguido, não! O que ocorre em minha sala de aula tem uma particularidade própria do contexto construído, de meu olhar, de meus alunos. Por isso, meu estudo não pode ser tomado como “um método” ou mesmo “um texto de instruções”. Minha experiência é narrada enquanto uma possibilidade, enquanto um caminho possível, enquanto uma experiência (narrada) que pode contribuir para novas reflexões, novas perspectivas, novas pesquisas da/na sala de aula, e para a melhoria da qualidade de ensino. Logo, entendo que, a partir de minha pesquisa, é possível trilhar caminhos, possibilidades, levantar potencialidades, lacunas. Assim, enquanto professora-pesquisadora, colaboro para discussões que ultrapassam os limites da sala de aula, dos muros da escola, e que, em contrapartida, propõem a aproximação entre escola e universidade, entre conhecimento educacional e conhecimento acadêmico, que tenta romper com a dicotomia entre a produção do professor-pesquisador e a produção acadêmica, como denunciou Zeichner (1998). Durante muito tempo, o professor recebeu formação ou instrução de forma vertical, é tempo de assumir o protagonismo do desenvolvimento profissional, do desenvolvimento do currículo e de outras questões que emergem de dentro (e de fora) da escola!

Busco, por meio da pesquisa na/da própria, investigar minha sala de aula, investigar meus alunos e investigar a mim mesma, visto que “uma sala de aula é um laboratório de vida, no sentido de experimentar relações de outro modo, se sentir protegida em um lugar seguro de confiança, em que possam pôr palavras ao que acontece e ao que nos acontece. E abrir novos horizontes.” (CARRETERO, 2019, p. 920).

2.3.1 Os pontos atravessados entre a Perspectiva Histórico-Cultural e a experiência

A experiência, a possibilidade de que algo nos aconteça ou nos toque, requer um gesto de interrupção, um gesto que é quase impossível nos tempos que correm: requer parar para pensar, parar para olhar, parar para escutar, pensar mais devagar, olhar mais devagar, e escutar mais devagar; parar para sentir, sentir mais devagar, demorar-se nos detalhes, suspender a opinião, suspender o juízo, suspender a vontade, suspender o automatismo da ação, cultivar a atenção e a delicadeza, abrir os olhos e os ouvidos, falar sobre o que nos acontece, aprender a lentidão, escutar aos outros, cultivar a arte do encontro, calar muito, ter paciência e dar-se tempo e espaço. (LARROSA, 2002, p. 24)

Quanto mais formos capazes de nos dar conta e de dar conta aos outros da experiência vivida, mais ela será vivida conscientemente (experimentada, fixada na palavra etc.). (VYGOTSKI, 2003, p. 78, tradução minha)

Ora, se a PHC é tão importante para minha constituição profissional (como professora, aluna, pesquisadora), por que realizar esse “bordado” a partir de uma PN? Os pressupostos da PHC não seriam suficientes para investigar o desenvolvimento do PA e os processos formativos da professora-pesquisadora? PHC e PN, construtos teóricos de campos distintos, podem ser dispostos no mesmo bordado sem que se perca a harmonia das cores, o delineado dos contornos e os alinhavos dos pontos? Há possibilidade de entrelace entre essas duas perspectivas? Posso olhar para a PN no entrecruzamento com a perspectiva histórico-cultural? Esses são alguns questionamentos levantados por minhas reflexões, pelas reflexões daqueles que acompanham meu processo (orientadora, colegas e professores da banca de qualificação) e também fazem parte de uma busca (maior) de um grupo de pesquisa com 10 anos de trajetória, o Hifopem — do qual faço parte.

Somente a partir do entrelace entre a PHC e a PN é que consigo narrar e aprender com a minha prática — aqui estou falando de minha (própria, subjetiva, singular) experiência narrativa, sem a intenção de apontar este como o único caminho para a realização de uma investigação; este foi o caminho que escolhi e que se apresenta como uma possibilidade. Se, por um lado, tenho condições de entender minha prática embasada pelos pressupostos da teoria vigotskiana, por outro, só tenho uma prática (refletida), só tenho uma história a ser compartilhada, quando eu tenho a possibilidade de narrar, quando consigo narrar e olhar “narrativamente” para meu processo (histórico e cultural). Em autores como Holland *et al.* (1998), Passeggi (2011), Smolka (2006), Larrosa (2002), encontro linhas que me ajudam a aproximar os pontos entre a PHC e a PN.

Entendo que a linguagem é a principal fonte de aproximação entre os dois campos (PHC e PN). Como já discutido anteriormente, na PHC, a atividade humana é caracterizada por ser social, instrumental e transformadora do real (PINO, 1997). O signo, em sua função mediadora, é um instrumento psicológico utilizado pelo homem para comunicar-se e significar suas ações. Logo, o sujeito se constituiu pela linguagem, pela mediação semiótica. Para Freitas (2001, p. 18),

o caráter instrumental, técnico e semiótico da atividade humana é o que permite transformar a natureza em produções culturais; nesse processo, o homem se reapropria dessas produções, transformando-se, ou seja, adquirindo novos saberes, capacidades e habilidades. Além disso, a mediação semiótica permite que o objeto do conhecimento seja, ao mesmo tempo, fonte e produto do saber humano.

Pensemos a respeito dessa questão: por meio da mediação semiótica, o sujeito (trans)forma e é (trans)formado; e a narrativa, sendo uma maneira de comunicar a experiência, a vida e o modo como ela é vivida, permite a tomada de consciência de si e do outro. Tendo isso em vista, poderíamos estabelecer uma relação com a narrativa ou, ainda, uma conexão entre a escrita autobiográfica e a mediação semiótica? Poderíamos considerar a narrativa enquanto dispositivo mediador de (trans)formação dos sujeitos e da natureza? Caminhado para essa aproximação, busco os estudos de Passeggi (2011) e Holland *et al.* (1998).

Em Vygotski (2007), Passeggi (2011, 2016) — uma importante referência para os estudos autobiográficos no Brasil — encontra respaldo teórico para discutir e distinguir os aspectos do conceito de “mediação biográfica”: a mediação semiótica, realizada por meio da linguagem e da interação social, que diz respeito à relação com o outro e consigo mesmo, como ser social. Partindo do conceito (mediação semiótica) vygotskiano, a autora busca os vínculos que se entretêm entre a linguagem, a reflexibilidade biográfica e a consciência histórica nas narrativas de si. Para a autora, o ato de narrar a própria vida possibilita a ressignificação da experiência; por isso, ela preocupa-se com a questão epistemológica da experiência nas escritas de si e, consequentemente, defende que mediação biográfica refere-se aos processos mediadores postos em jogo ao longo da *elaboração narrativa* e seu impacto (trans)formador sobre a pessoa que narra, visto que, ao narrar sua experiência, o sujeito dota-se da

possibilidade de se desdobrar como espectador e como personagem do espetáculo narrado; como objeto de reflexão e como ser reflexivo. Essa relação dialógica e dialética entre ser e a representação de si que confere ao humano um modo próprio de existência: como sujeito biográfico que religa o sujeito epistêmico e o sujeito empírico, no mundo da vida e do texto. O sujeito biográfico se constitui pois pela narrativa, na ação de pesquisar, de refletir e de narrar: como *ator*, *autor* e *agente social*. (PASSEGGI, 2011, p. 82, grifos da autora)

Desenvolvendo os ateliês de escritas autobiográficas, Passeggi (2011) define três unidades de trabalho que constituem o desenrolar da mediação biográfica. Cada unidade parte de uma pergunta indutora para mobilizar o avanço da questão. A primeira unidade corresponde à dimensão iniciática, denominada em alusão ao ritual de ingresso na experiência da reflexão sobre si mesmo e à adesão ao trabalho comum — toma como base a questão “*Que experiências marcaram a minha vida intelectual e profissional?*”(PASSEGGI, 2011, p. 151). A segunda vincula-se à dimensão maiêutica da mediação biográfica, em que se propõe a reflexão sobre as experiências escritas anteriormente; nesse momento, os integrantes do grupo buscam compreender, diante dos outros e de si mesmos, os dilemas, os conflitos ou as certezas que

perpassam suas experiências — um passo importante para a ressignificação. A pergunta indutora é a seguinte: “*O que essas experiências fizeram comigo?*” (PASSEGGI, 2011, p. 151). Por fim, a terceira unidade, correspondente à dimensão hermenêutica, baseia-se na capacidade humana de tirar lições da experiência, situando o saber que dela decorre numa perspectiva histórica para melhor conhecer-se como sujeito histórico. Esta última unidade parte da indagação: “*O que faço agora com o que isso me fez?*” (PASSEGGI, 2011, p. 152). Aqui, o narrador trabalha com o texto escrito. Ele realiza a leitura crítica de sua narrativa, avalia a maneira como expressa a compreensão de suas experiências profissionais e intelectuais, como elas foram narradas e reinterpretadas, e decide se a torna pública ou não. Passeggi (2011) utiliza os passos da tríplice mimese, sugerida por Ricoeur (1994)⁶¹.

A mediação biográfica é compreendida pelo movimento possibilitado pelas (auto)formações dos sujeitos, pelo acompanhamento de “processos-projetos” de si (PASSEGGI; DOMINICÉ, 2014), pela formação do formador para ajudar o adulto a narrar sua vida ou parte de sua história com fins educativos. Portanto, à luz de uma abordagem (auto)biográfica, Passeggi e Dominicé (2014) entendem que o ato de narrar experiências existenciais e/ou profissionais, devidamente mediado, permite transformar saberes implícitos em conhecimento e promover a reinvenção de si.

Aqui a aproximação com a PHC se dá por meio do conceito de mediação semiótica, entendida nas relações estabelecidas (no meio) para a elaboração das narrativas de si. A mediação biográfica objetiva, portanto, a compreensão das relações que se tecem entre o professor/formador (que também está em formação) e o aluno (sujeito em formação), e entre este e a narrativa de vida ao longo da escrita autobiográfica. Ela investiga o saber-fazer com o outro, heteroformação, e o saber-fazer sozinho, autoformação. Por meio da ação mediada pela narrativa, o sujeito biográfico assume a responsabilidade pelo conhecimento de sua história e de seu agir com o outro no mundo. Penso que, na perspectiva adotada por Passeggi (2011), é possível ainda a discussão do conceito de ZDP. Sua proposta de trabalho possibilita ao “formador/professor” — e aos outros sujeitos envolvidos — atuar na ZDP daqueles que escrevem suas autobiografias, possibilitando um “escrever” (criar, vivenciar) a sua própria história e, ao escrever, tomar consciência de si (e do outro) a partir de um trabalho compartilhado em seus “ateliês de escritas autobiográficas”.

⁶¹ As três unidades correspondem, respectivamente, às mimeses I, II e III: a pré-figuração, a figuração e a refiguração do tempo e da consciência histórica. As experiências evocadas de forma aleatória na primeira unidade articulam-se no enredo da história, na segunda, e são reinterpretadas na terceira, graças ao distanciamento permitido pelo texto e pelo mundo humano construído no texto (PASSEGGI, 2011).

A partir disso, reflito acerca do movimento de escrita deste texto, de meu próprio movimento neste bordado em que os pontos foram laçados a partir do compartilhamento com o “outro”, do olhar crítico de meus pares, bem como de minha tomada de consciência a partir do que me apontavam essas leituras. Esse processo envolveu a intervenção de minha orientadora, com suas observações, seus destaques, suas sugestões e seus questionamentos. Englobou meus colegas do Hifopem e as leituras críticas que fizeram de meu texto, apresentando questionamentos, discordâncias, aproximações — a própria ideia da metáfora do bordado surgiu em uma discussão no grupo. Também se fez visível na entrega de meu texto às bancas de qualificação e em todas as inferências que os docentes que as integraram fizeram em meu texto; recordo-me do questionamento da professora Daniela sobre a ausência, em meu memorial, de minha experiência com o estágio docente (ao escrever sobre ele, dei-me conta da importância desse período para minha formação). Enfim, meu texto é permeado de mediações biográficas; o compartilhamento de minha produção me ajuda a enxergar o que não foi dito, mas que é necessário dizer — não por uma “obrigação” de satisfazer o desejo do outro, mas pela tomada de consciência, pela significação de que aquilo que foi apontado/provocado pelo outro me ajuda a dar conta de mim mesma.

Holland *et al.* (1998) apoiam-se nos estudos de Vygotski e Bakhtin, para aprofundar o conceito de *identidades*⁶² dos sujeitos enquanto formações *sócio-históricas* materializadas em discursos e imagens que circulam na esfera pública e que, ao mesmo passo, são formações *psico-históricas* desenvolvidas ao longo da vida de uma pessoa, povoando terrenos íntimos, formando a história pessoal e motivando a vida social. Ao defenderem a *Teoria da identidade da prática social*, em consonância com os pressupostos da teoria histórico-cultural, discutem o conceito de mediação semiótica — o uso do signo como um meio de controlar voluntariamente o comportamento humano.

Holland *et al.* (1998) entendem a concepção de identidades como uma organização de *ordem superior* dos pensamentos e dos sentimentos em relação a quem o sujeito é, como quer se comportar e como avalia o próprio comportamento. Para esse estudo, as identidades sociais são representadas por signos culturais — um meio pelo qual as pessoas organizam, coordenam e tentam controlar suas próprias vidas. Os signos culturais são entendidos como dispositivos

⁶² Holland *et al.* (1998) defendem o conceito de múltiplas identidades, visto que, para eles, existem muitos domínios ou mundos culturais aos quais as pessoas têm acesso; pode-se formar identidades em relação aos diferentes “mundos”. Por exemplo, um sujeito pode formar sua identidade para a academia, para sua vida familiar, para sua vida política, para o mundo do romance, entre tantos outros mundos possíveis; daí a utilização do termo no plural, revelador dessas “múltiplas” identidades.

de mediação (narrativas, músicas, imagens, entre outros) e podem servir como elos importantes entre identidades sociais e pessoais. Os autores apontam a narrativa (imagem e outras formas culturais de autoformação) — fenômeno social e cultural — como dispositivo mediador de identidades. Elas são entendidas como dialógicas, marcadas por momentos e lugares históricos, culturalmente flexionados, que compreendem muitas vozes e visões do outro. Por isso, são constituídas de *imagens sociais* — conceito tomado dos estudos de Bakhtin (1992) —, que compreendem um *espaço de autoria*, visto que o sujeito, reconhecendo gêneros culturais que lhe são familiares e orquestrando as vozes dos outros, dá sentido ao que encontra, ao que vive, ao que é, a sua identidade. Essas ideias vão ao encontro do que aponta Passeggi (2016, p. 82) ao afirmar que “é a partir da reflexão autobiográfica, possibilitada pela narrativa, que o sujeito assume a autoria do seu texto, de uma história; que ainda não existia porque não tinha sido narrada, refletida.”

Segundo Holland *et al.* (1998), à medida que os sujeitos desenvolvem concepções (mais ou menos) conscientes de si mesmos como atores em *mundos* social e culturalmente construídos, assumem um mínimo de *agência* ou ainda de *controle* sobre seus próprios comportamentos. Assim, é possível considerar que a narrativa, em sua dimensão semiótica, apresenta-se como um dispositivo, no qual “as pessoas dizem aos outros quem são, mas, ainda mais importante que isso, dizem isso a si mesmas e depois tentam agir como se fossem quem dizem ser.”⁶³ (HOLLAND *et al.*, 1998, p. 3, tradução minha). Logo, a história pessoal é uma *forma cultural* que o narrador aprende a produzir, ao mesmo passo que o processo de narrar transforma sua compreensão sobre si mesmo e sobre os outros. Por isso, as narrativas assumem o papel de mediadoras da autocompreensão, ajudando o narrador no *aprender* a interpretar sua vida, a si mesmo e aos outros (HOLLAND *et al.*, 1998).

A partir desse aprofundamento, entendo que a aproximação entre PHC e PN se dá pela linguagem, no caráter mediador que a narrativa pode assumir na tomada de consciência enquanto dispositivo mediador do desenvolvimento da identidade pessoal, em sua função mediadora na (trans)formação dos sujeitos. Contudo, além da linguagem, seria possível outro caminho de aproximação? Ora, a PN tem seu foco na vida e em como ela é vivida, na experiência — aquela que toca, que atravessa, que transforma, como é apontado por Larrosa (2002). É possível encontrar, nos estudos de Vygotski, uma aproximação ou ainda uma maneira de articulação a partir desse conceito? Há como articular ou entrecruzar as linhas de Vygotski e Larrosa num mesmo ponto de bordado, sendo eles de campos e intencionalidades teóricas tão

⁶³ “People tell others who they are, but even more important, they tell themselves and then try to act as though they are who they say they are.”

distintos? Esses e outros questionamentos perpassam as buscas e olhares do Hifopem. Partindo de um interesse (particular) comum no aprofundamento da temática, elegemos, dentro do próprio Hifopem, um subgrupo de estudos formado por mim, minha orientadora (Prof^a. Dra. Adair) e minha colega de pesquisa (Iris). A partir de nossas leituras, buscávamos a aproximação por meio do conceito de vivência (*perejivânie*) apontado nas obras de Vygotski.

Ao problematizar a noção de experiência, discutindo a interconstituição das dimensões individual, subjetiva e histórica, coletiva, em busca de “con(tra)dições”, Smolka (2006) nos ajudou a refletir sobre as aproximações e os distanciamentos entre experiência e vivência. A autora analisa a experiência (no singular e não adjetivada), entendendo-a — tal qual conceituada por Larrosa (2002) — como “um saber particular, subjetivo, relativo, contingente, pessoal que não pode separar-se do indivíduo concreto que o encarna.” (LARROSA, 2002, p. 27). Vê a experiência como aquilo que não só passa, mas fica, persiste, perdura, reitera, *significa*.

Essa *significação* apresentada pela conceitualização de Larrosa é apontada como um elo com a PHC. Contudo, esse elo é problematizado por Smolka (2006) quando analisa a *relação de significação* indicada por Larrosa (2002) ao mencionar o *sem-sentido* da experiência quando afirma que: “no saber da experiência não se trata da verdade do que são as coisas, mas do sentido ou do *sem-sentido* do que nos acontece. E esse saber da experiência tem algumas características essenciais que o opõem, ponto por ponto, ao que entendemos como conhecimento.” (LARROSA, 2002, p. 27, grifos meus).

A PHC propõe a significação como a “chave” da compreensão da cultura enquanto produção humana. O signo, por sua vez, produz-se nas relações humanas e, como uma produção humana, afeta os participantes dessas relações. Por isso, os princípios da teoria histórico-cultural fundamentam-se na ideia de que *o homem percebe o mundo com sentido* (SMOLKA, 2006). Ao buscar uma aproximação entre as duas perspectivas teóricas, há que se pensar acerca do conceito do *sem-sentido* de Larrosa (2002), visto que, para Vygotski, há um aspecto de compreensão, valorativo nos sentidos da situação vivida; portanto, não existe experiência sem significação, *sem-sentido*. Nas palavras de Smolka (2006, p. 107),

falar de experiência é falar de corpo/sujeito afetado pelo outro/signo [...]. É falar da vida impregnada de *sentido*. E aqui, podemos novamente polemizar com Larrosa: o “sem sentido” de que nos fala é *significativo*. Não se esgotam num “vazio” do sujeito, mas produz-se, enquanto significação, nas condições históricas da existência humana (ou seja, faz sentido na sua ausência e negatividade).

Assim, para a aproximação entre os conceitos de experiência e vivência, há que se considerar o *sentido* (ainda que em sua ausência e em sua negatividade), há que se tomar o *sem-sentido* de Larrosa e carregá-lo de significação. O *sentido* está relacionado: à sensibilidade orgânica, às sensações; às emoções e aos sentimentos; à direção e à orientação das (inter)ações; à razão, à significação. “É na tessitura dessas dimensões que signos se produzem, sempre em ‘relação a’ – outros e algo.” (SMOLKA, 2006, p. 108). A autora aponta ainda que

as palavras produzem sentido, criam realidades e, às vezes, funcionam como potentes mecanismos de subjetivação. Eu creio no poder das palavras, na força das palavras, creio que fazemos coisas com as palavras e, também, que as palavras fazem coisas conosco. As palavras determinam nosso pensamento porque não pensamos com pensamentos, mas com palavras, não pensamos a partir de uma suposta genialidade ou inteligência, mas a partir de nossas palavras. E pensar não é somente “raciocinar” ou “calcular” ou “argumentar”, como nos tem sido ensinado algumas vezes, mas é sobretudo dar sentido ao que somos e ao que nos acontece. E isto, o sentido ou o sem-sentido, é algo que tem a ver com as palavras. E, portanto, também tem a ver com as palavras o modo como nos colocamos diante de nós mesmos, diante dos outros e diante do mundo em que vivemos. E o modo como agimos em relação a tudo isso. (SMOLKA, 2006, p. 108)

Ao falar sobre experiência, sentimento, experiência emocional, formação de personalidade, ou seja, tudo aquilo que impacta e é compreendido ou ainda significado pela pessoa, Smolka (2006) destaca o conceito de *perejivânie*. Esse conceito vem sendo aprofundado pelo Hifopem e, de acordo com os estudos de Toassa e Souza (2010), corresponde ao sentido do termo *vivência*, que aparece com frequência nos textos de Vygotski, quando tratam de questões sobre a tradução das obras originais (em russo) para outras línguas. Portanto, as autoras dedicam-se aos estudos do conceito *vivência* na perspectiva de Vygotski, tratando de suas fontes epistemológicas, de suas raízes na língua russa e de seus sentidos específicos. Elas buscam destacar as transformações das ideias do autor e suas contribuições metodológicas à análise da relação *indivíduo-meio* e do desenvolvimento humano, articulando essas ideias às concepções de consciência e sistema. Com isso, destacam que a *perejivânie*⁶⁴ (vivência) é objeto de escassa

⁶⁴ No texto “A Quarta aula: Questão do meio da pedologia” de Vygotski (2010, p. 683), traduzido por Márcia Pileggi Vinha, é possível encontrar a seguinte definição para a utilização do termo “vivência”: “O dicionário *Psicologia Clínica* (Tvorogov, 2007) define o termo *perejivânie* como uma ‘condição mental, evocada por fortes sensações e impressões. P. não é apenas uma realidade direta à consciência, de seus conteúdos e de suas condições, não é apenas algo experimentado, mas também um trabalho interior, um trabalho mental.’ Constituído pelo prefixo *pere-* (através) e *-jiv'* (viver), etimologicamente o termo significa ‘viver através’ de algo. O vocábulo que melhor corresponde a tais acepções, em português, parece-nos ‘vivência’, no sentido daquilo ‘que se viveu’ ou de ‘conhecimento adquirido no processo de viver ou vivenciar uma situação ou [no processo] de realizar alguma coisa’ (Houaiss, 2009).”

produção bibliográfica no Brasil e que o conceito não foi plenamente desenvolvido por Vygotski; portanto, há a emergência de estudos teóricos sobre a temática. Entendo que esse aprofundamento ultrapassa os limites de minha investigação; por isso, minha (tentativa de) aproximação faz parte do movimento de busca de minha pesquisa. Sem a intencionalidade de tecer uma conceitualização, comprehendo que meus aprofundamentos podem contribuir para outras discussões que auxiliem no avanço dessa aproximação ou mesmo levem a sua refutação.

Toassa e Souza (2010) discutem o significado do termo *perejivânie* ligado à palavra alemã *Erleben*, especialmente *Erlebnis*, que aparece no dicionário russo-alemão traduzida como *perejivânie*. Apontam que o sentido do termo alemão é parecido com o de *perejivânie*. Isso porque *Erleben* significa: viver; presenciar, assistir a; ser testemunha de; (*Erleden*) experimentar; sofrer; suportar; aguentar. *Erlebnis*, por sua vez, equivale a: acontecimento, ocorrência; (*Erfahrung*) experiência; (*Abenteuer*) aventura; emoção (causada por); vivência; causar profunda emoção. As autoras apontam que o sentido geral de *perejivânie*, explorado por Vigotski em vários textos aproxima-se ao apontado pela tradução, indicando um tipo de “apreensão” do real que não é mera interpretação nem emoção, mas que integra vários aspectos da vida psíquica (TOASSA; SOUZA, 2010).

Passeggi (2011, p. 148, grifos da autora) também se preocupa com a etimologia do termo *experiência*, derivado do latim *experientia/ae*, remete à “*prova, ensaio, tentativa*”, o que implica, da parte do sujeito, a capacidade de entendimento, julgamento, avaliação do que acontece e do que lhe acontece. Contudo, é a partir de sua reflexão sobre os termos *Erlebnis* e *Erfahrung*, equivalentes à palavra *experiência* em alemão, que Passeggi (2011) começa a dar uma atenção especial à ressignificação da experiência e amplia suas discussões sobre a temática. Para ela, *Erlebnis* relaciona-se à *experiência vivida* ou à *vivência*, entendida como uma experiência mais imediata, pré-reflexiva e pessoal; já o termo *Erfahrung* associa-se a impressões sensoriais e ao entendimento cognitivo, que integra a experiência num todo narrativo e num processo de aprendizagem. Tanto nos estudos de Toassa e Souza (2010) quanto nos de Passeggi (2011), encontramos o entrelace entre a etimologia dos termos *vivência, experiência e perejivânie*.

Vygotski (2010, p. 683-684), em seu estudo sobre a pedologia, aponta a vivência enquanto elemento determinante da influência do meio no desenvolvimento psicológico, no desenvolvimento da personalidade consciente da criança. Para ele,

a vivência de um componente qualquer do meio determina qual influência essa situação ou esse meio exercerá na criança. Dessa forma, não é esse ou aquele

elemento tomado independentemente da criança, mas, sim, o elemento interpretado pela vivência da criança que pode determinar sua influência no decorrer de seu desenvolvimento futuro.

Vygotski (2010) discute o desenvolvimento da criança; contudo, entendo a possibilidade de traçar um paralelo com o desenvolvimento do sujeito em si — criança, adolescente, adulto. Na vivência, o sujeito sempre lida com a união indivisível das particularidades da personalidade e da situação representada pela vivência. Logo, a vivência é uma unidade na qual há: por um lado, o meio, aquilo que se vivencia e é representado pelo que está localizado fora do sujeito; e, por outro lado, o sujeito que vivencia isso. Para Vygotski (2010), todas as particularidades da personalidade e do meio são apresentadas na vivência, tanto aquilo que é retirado do meio — todos os elementos que possuem relação com dada personalidade — como aquilo que é retirado da personalidade — todos os traços de seu caráter, traços constitutivos que são relativos ao dado acontecimento (VYGOTSKI, 2010).

As palavras de Larrosa (2002), citadas na epígrafe, remetem à experiência enquanto possibilidade de que algo nos aconteça ou ainda de que algo nos toque. Contudo, para que isso ocorra, há que se colocar à escuta; há que se estar aberto; há que se refletir acerca do vivido; há que se dar sentido ao vivido; dá-se, assim, conta de si mesmo e dos outros — ao encontro da epígrafe de Vygotski (2003). A PN se apresenta, para mim, como uma forma de dar sentido à experiência vivida no ato de narrar, de significar o vivido.

Portanto, é narrando minha história que encontro caminhos possíveis para o entrelace entre a PN e a PHC. Assim, (talvez) abra possibilidades para novas discussões, aproximações e/ou distanciamentos.

2.3.2 A questão de investigação

Embora já tenha apresentado anteriormente minha questão de investigação e os objetivos, julgo necessário retomá-los neste momento em que discuto os caminhos metodológicos. Minha pesquisa analisa narrativamente minha própria prática, que buscou desenvolver o Pensamento Algébrico de alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental. Para isso, tomo como foco de estudo a pesquisa na/da própria prática e minhas aprendizagens — enquanto professora — entrelaçadas com as aprendizagens de meus alunos a partir de narrativas pedagógicas.

Minha trama é construída na busca de responder à questão: “Que indícios de autoformação e aprendizagens discentes e docentes são identificados em narrativas pedagógicas

de uma professora em busca do desenvolvimento do Pensamento Algébrico de alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental?”. Para encontrar respostas para essa indagação, elenquei como objetivo geral compreender como a pesquisa na/da própria prática é reveladora de um processo reflexivo e autoformativo da professora e contributivo de aprendizagens dos alunos. E como objetivos específicos indiquei estes:

1. identificar que elementos de uma cultura social de aula de Matemática são contributivos do desenvolvimento do Pensamento Algébrico de alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental;
2. reconhecer as aprendizagens discentes e docentes em práticas centradas no desenvolvimento do Pensamento Algébrico;
3. caracterizar a Pesquisa Narrativa como uma prática de autoformação da professora que ensina Matemática.

Com esses questionamentos rememorados, podemos partir para a próxima etapa. Nela, descreverei a escola em que a pesquisa foi realizada.

2.3.3 Cenário do bordado: a escola

Figura 11 – Pachamama



Fonte: Matizes Dumont (2020I)

Localizada próxima à região central da cidade de Nazaré Paulista, em um bairro de classe média, na época do desenvolvimento da pesquisa, a escola atendia alunos de 11 bairros — a maioria provenientes de zonas rurais do município. Em 2017, tinha 334 alunos do Ensino

Fundamental I (1º ao 5º ano) entre os períodos matutino e vespertino; no período noturno, possuía uma turma de EJA (Educação de Jovens e Adultos) e, a partir de um convênio da prefeitura, fornecia o espaço de uma sala de aula para uma turma de Pedagogia de uma faculdade de Ensino a Distância (EaD). No último resultado dos indicadores de aprendizagem avaliados pela Prova Brasil (Ideb), a escola atingiu a nota 6,2, tendo o município, nesse mesmo ano, o índice de 6,5.⁶⁵

Durante a realização da pesquisa, a escola possuía uma grande área de construção física, contava com muitos espaços que não eram utilizados, principalmente salas de aula. Em anos anteriores, a escola também atendia turmas de Educação Infantil, mas elas foram remanejadas por conta da falta de adaptação da estrutura física para as especificidades da idade. O acesso à escola era um dos grandes complicadores até 2017 (ano em que foi desenvolvido o estudo de campo), visto que ela foi construída no alto de um morro, o que limitava a chegada de ônibus. As crianças precisavam subir e descer o morro todos os dias, cerca de 300 metros. Na maioria das vezes, as condições climáticas determinavam a frequência dos alunos, visto que, em dias de chuva, a maioria das mães optava por não mandar os filhos, pois estes acabavam se molhando no trajeto. No entanto, no início do ano de 2018, o acesso foi reestruturado, e os ônibus passaram a subir o morro — o que foi uma grande conquista para a escola.

A escola possuía uma quadra que não era coberta, o que também condiciona sua utilização de acordo com as condições climáticas. Tinha um parque de areia com balança, casinha e escorregador; embora com necessidade de reforma, ele ainda oferecia possibilidades de uso. Havia uma sala de Atendimento Educacional Especializado (AEE), destinada ao trabalho com crianças com deficiência, recebendo alunos de toda a rede municipal. Existia um consultório dentário, que, quando a prefeitura fornecia os materiais, atendia alunos mediante a autorização dos pais. Contava também com uma sala destinada à biblioteca e à exibição de vídeo, que raramente era utilizada pelos professores, por conta de seu acervo limitado.

De maneira geral, a escola tinha uma estrutura física com muitas potencialidades, mas, até 2017, carecia de reformas, com novas pinturas de suas paredes, visto que tinha mais de 10 anos que não ocorria qualquer melhoria de infraestrutura, além de necessitar de uma (re)organização do espaço para uma melhor utilização. Ao longo do primeiro semestre de 2018, as paredes do prédio foram pintadas.

A direção das escolas do município é determinada pela nomeação do prefeito atuante, ou seja, por meio de um cargo de confiança. Entendo que esse sistema impossibilita a tomada

⁶⁵ Resultado da avaliação realizada no ano de 2017, a partir do banco de dados do site do Ideb: <http://ideb.inep.gov.br/resultado/>.

de algumas decisões por parte do diretor, que fica condicionado aos interesses políticos do prefeito. Isso também acontece com o cargo de coordenador pedagógico. Assim, muitas das ações tomadas pela direção ancoram-se nos interesses políticos e partidários vigentes. Essa circunstância, na maioria das vezes, limita a possibilidade de autonomia da escola para buscar melhorias com a comunidade escolar.

Meu primeiro contato com a escola se deu em 2013, quando ingressei na Rede Municipal de Ensino para atuar na sala da Educação de Jovens e Adultos (EJA), que acontecia no período noturno. No entanto, minha passagem pela escola naquele ano durou apenas um mês, pois a sala de EJA fechou por falta de alunos matriculados, e fui remanejada para outra escola. Contudo, no início de 2017, com as novas mudanças na rede devido ao ingresso do novo prefeito e as novas nomeações de diretores e coordenadores, várias salas de aula das escolas de região central estavam disponíveis no momento da atribuição. No município, não há um plano de carreira que valide os cursos de Pós-Graduação, tornando a data do ingresso na rede de ensino determinante para a atribuição de aulas. Naquela época, estava entre as últimas a realizar a escolha e permaneço nessa posição até que os professores que ingressaram antes de mim se desvinculem da rede — alguns deles se aposentaram e optaram pela continuidade do exercício.

2.3.4 Personagens e cores do bordado: a turma

Um pensar estrangeiro andou atordoando meu pouco entendimento. Ir para a escola era abandonar as brincadeiras sob a sombra antiga da mangueira; era renunciar o debaixo da mesa resmungando mentiras com o silêncio; era não mais vistoriar o atrás da casa buscando novas surpresas e outros convites. Contrapondo-se a essas perdas, havia a vontade de desamarra os nós, entrar em acordo com o desconhecido, abrir o caderno limpo e batizar as folhas com a sabedoria da professora; diminuir o tamanho do mistério, abrir portas para receber novas lições, destramellar as janelas e espiar mais longe. Tudo isso me encantava. (QUEIRÓS, 1999, p. 8)

Fevereiro de 2017, 1º ano A, manhã, escola *Monsenhor Afonso*.

De um lado, ansiedade, nervosismo, preocupação, muitas ideias e expectativas: “Será que eles vão gostar de mim? Será que vou conseguir desenvolver a minha pesquisa?”. Do outro, “Professora nova! Escola nova! A escola do ano passado era tão pequena comparada a essa. Agora eu estou no primeiro ano, não posso mais brincar, preciso aprender a ler e a escrever com a letra cursiva... Será que vou conseguir? Será que devo avisar a professora que eu ainda não sei ler nem escrever? É melhor eu me adiantar, vai que ela acha que eu sei: *Professora, eu ainda não sei ler e nem escrever*” — diziam alguns com olhos cheios de lágrimas e outros com choros

compulsivos. Sim, teve choro no primeiro dia de aula! Eles eram tão pequenos, inseguros, sob uma enorme expectativa; e, em alguns casos, havia uma enorme “pressão” do “ter” que aprender a ler e a escrever.

As riscas do desenho de meu bordado, vez ou outra, saíam do contorno que eu queria..., mas com uma passada mais firme no carbono aqui, outra ali, eu ajustava o traçado, o risco e a forma do desenho idealizado: “*Calma, você vai aprender! Vai dar tudo certo! Calma, mãe, sua filha vai aprender! Calma, Kátia, você vai dar conta da alfabetização dessas crianças... Você vai conseguir realizar a sua pesquisa...*”. Gestos, expressões, olhares, palavras, silêncios, burburinhos, conversas, perguntas, respostas... Que explosão de sentimento e de expectativas! Tentava buscar no otimismo, na confiança, na experiência, na formação, o remédio para controlar toda essa voracidade de sensações acerca da “vida coletiva” que iniciávamos.

Parece-me que todo início de ano — embora com seus próprios contextos espaciais, temporais e históricos — é semelhante: pais ansiosos, alunos ansiosos e professora ansiosa! Iniciar um ano é sempre um desafio, pois não temos controle do que pode emergir das relações que vamos estabelecer. Enquanto professora, sei o caminho a ser trilhado, tenho base teórica, realizo meu planejamento amparado em minhas intencionalidades e em minha experiência; isso me fornece propriedade para exercer minha função. Contudo, não tem jeito, todo início de ano é a mesma “explosão de sentimentos”.

Minha turma iniciou com 26 alunos matriculados; ao longo do ano, houve a transferência expedida de 5 e a chegada de outras 5 novas crianças — não alterando o total de 26 alunos concluintes. Essa entrada e saída dos estudantes afetou bastante o desenvolvimento do grupo, imersa na construção de uma cultura da (nossa) sala de aula, a saída e a chegada de alunos modificavam bastante o grupo. Mas essas são questões que fazem parte do cotidiano escolar, e temos que buscar estratégias para superá-las. Após o “estranhamento”, com o tempo, a cultura é reestabelecida e seguimos nossos trabalhos até a chegada ou a saída de novos alunos. É uma realidade do ambiente escolar! Aos poucos, vamos nos conhecendo, estabelecendo parcerias, criando vínculos, construindo uma relação de amor, carinho, confiança e respeito; ou seja, estabelecemos um ambiente “seguro”. Os alunos vão “pegando” o “jeitinho” da professora, que, por sua vez, também vai “pegando” o “jeitinho” de cada um dos 26 discentes. Uns são mais calmos, tímidos, quietos; outros, mais agitados, comunicativos e inquietos. Cada qual, a sua maneira, compõe a unicidade de minha turma de primeiro ano.

Figura 12 – Brincadeiras no Cerrado



Fonte: Matizes Dumont (2020b)

Partindo das ideias de Goulart (2007), entendo que ensinar e aprender envolve certa intimidade; enquanto professora, preciso me expor como a pessoa que sou, narrando fatos de minha história. Ao me dedicar aos estudos autobiográficos, apropiro-me desse modo de produção de conhecimento, desse modo de autoformação, e, ao fazê-lo, passo a reconhecer a importância de meu processo histórico para minha constituição pessoal e profissional — daí a importância de iniciar este bordado com meu memorial —, o que me faz ter um olhar mais sensível para a relação que estabeleço com meus pares, com meus alunos, que, por sua vez, também possuem uma história que os constituem. Assim, para o que seria o início de nosso bordado, apresento a meus (novos) alunos o “quem eu sou” a partir de uma linguagem que faça sentido para eles.

Inspirada na biografia de Eva Furnari (2002),uento que sou bagunceira e organizada, mas não as duas coisas ao mesmo tempo, uma de cada vez. Por exemplo, quando estou preparando aulas, sou bagunceira, mas, quando acabo, sou organizada, e aí arrumo tudo (muito bem arrumado). Conto ainda que, no geral, sou uma pessoa muito bem-humorada, mas que, de vez em quando, também fico de mau humor, só que uma coisa de cada vez; quando estou de bom humor, garanto que não estou de mau humor. Falo dos tecidos, das cores, das linhas e do bordado que pretendo construir com a ajuda de suas mãos. Busco possibilitar que as crianças percebam que, assim como elas, sou uma pessoa que passou e passa por muitas dificuldades, que sofre, que chora, que tem defeitos, que ri, que é feliz, que sente, que aprende a cada dia a ser uma pessoa melhor, a ser uma professora melhor.

Acredito que “aprendemos com os outros: histórias puxam histórias e envolvem-nos, gerando, assim, relações de confiança e cumplicidade, básicas para consistentes relações de ensino-aprendizagem.” (GOULART, 2007, p. 89). É muito comum que, no momento em que escutam minha história, as crianças me interrompam com frases do tipo: “*Prô, meus pais também são separados!*”; “*Eu também chorei quando meus pais se separaram!*”; “*Eu também tenho dificuldade com os números!*”; “*Eu também gosto de correr, de comer doce antes do almoço...*”. Se isso não surge de imediato, ao longo do ano letivo, algumas me procuram e fazem referências a minha história para falar sobre si mesmas; outras são mais resistentes ou reservadas e preferem não falar nada; em alguns casos, sou eu que, ao me identificar, afirmo: “*Eu também já vivi essa experiência!*”; “*Eu também já briguei na escola!*”; “*Eu também já senti raiva da minha professora!*”. Assim, vamos criando nosso ambiente “seguro”.

As crianças se identificam, e, ao se identificarem, incluem-me na história delas — o contrário também é verdadeiro. Acho isso mágico! Acho isso tão humano, tão parte de uma formação de “gente como a gente”! Não tive a oportunidade de estabelecer esse vínculo de confiança com meus professores quando era criança; eu achava que a vida deles era perfeita, que não passavam por nenhum tipo de dificuldade, que viviam em um mundo diferente; e se, por acaso, encontrasse com eles fora da escola, havia aquele estranhamento. No fundo, imaginava que os professores viviam (moravam) na escola... Será que era coisa de minha imaginação ou uma criação da própria relação que se estabelecia (professor-aluna e aluna-professor)?

Bartolomeu Campos de Queirós (1999) — cujo texto foi usado na epígrafe —, por meio da poesia, narra sobre seu ingresso na escola no final dos anos 1940, época em que a maioria das crianças entrava na escola aos 7 anos, visto que o acesso à Educação Infantil, denominado na época como “Jardins de infância”⁶⁶, bem como o atendimento de creches, era limitado. Sua narrativa possibilita o entendimento de que, para ele, esse ingresso significava uma ruptura com o mundo da fantasia — permeado pela brincadeira — para a entrada em um novo universo. Logo, se, de um lado, a entrada na escola representava a perda, por outro, representava um ganho: a possibilidade de “diminuir o tamanho do mistério” (QUEIRÓS, 1999, p. 8), vinculado a seu desejo e a sua curiosidade de apropriação da leitura e da escrita.

⁶⁶ *Kindergarten* ou Jardim de infância, em português, é uma denominação criada pelo alemão Friedrich Froebel (1782–1852), que foi um dos primeiros educadores a se preocupar com a educação de crianças. Sua ideia de criar um “jardim da infância” parte do princípio de que as crianças deveriam ser cultivadas e cuidadas assim como as plantas, que são desenvolvidas com a participação dos jardineiros.

Ora, meus alunos estavam imersos em um contexto bem diferente do relatado pelo poeta, visto que a maioria deles chegou à escola ainda bebês. Mas suas primeiras narrativas (“[...] *Agora eu estou no primeiro ano, não posso mais brincar, preciso aprender a ler, a escrever com a letra cursiva [...]*”) também apontam indícios de um sentimento ambíguo entre o “deixar de brincar” e a expectativa para o “domínio da leitura e da escrita”; sentimento que transita entre o apego à brincadeira e a curiosidade de fazer parte, de maneira autônoma, de uma cultura letrada. Enquanto professora, sabia que, por mais que as crianças estivessem imersas em uma cultura letrada e participassem de ações que envolvessem a linguagem oral e a escrita, a conquista da autonomia para ler e escrever acarretava em uma importante mudança cultural, intelectual e cognitiva; acarretava em um “empoderamento”; e, mais do que isso, sabia que essa apropriação era um direito que todas tinham. Mas o brincar também era um direito delas! Logo, minha prática era permeada por minha criticidade: a ruptura entre o brincar e o aprender a ler e a escrever era necessária e coerente?

Qual é a concepção de leitura e escrita que se tem em mente? Aquela que possibilita a informação, a técnica ou um conjunto de regras? Aquela que prioriza os mapas de níveis de hipóteses de escrita que classificam a turma, os alunos e a professora?⁶⁷ A que dá conta de “passar” todo o conteúdo? A que garante o “terminar o livro didático”? É..., não eram só as crianças que estavam sob a “pressão” de ter que aprender a ler e a escrever; eu, como professora, também estava imersa na “pressão” de “ter” que ensinar a ler e a escrever; meus alunos “precisavam” chegar ao final do ano na hipótese de escrita alfabética, como um jogo de “tudo ou nada”: “*Produza resultados! Caso contrário, será julgada por isso!*”. Essa exigência é sempre visível, mesmo que a BNCC (BRASIL, 2017) institua o primeiro e o segundo ano como um ciclo de alfabetização.

De modo paralelo ao que o Sistema⁶⁸ me “impunha”, estavam minhas leituras teóricas, meus processos formativos, minha visão de mundo, minha história..., que culminavam em

⁶⁷ Os mapas de níveis de desenvolvimento de escrita são construídos a partir da hipótese de escrita que cada aluno apresenta. Tais hipóteses são baseadas nos estudos Emilia Ferreiro e Ana Teberosky (1986), que apontam que a evolução da escrita passa por três níveis: pré-silábico, silábico e alfabético. Como forma de avaliação diagnóstica, é realizada a sondagem bimestralmente; cada nível de escrita tem uma cor. Após a pintura do mapa, ele é entregue à coordenação, que elabora um gráfico que fica exposto na sala dos professores, juntamente com os mapas de outras classes.

⁶⁸ Entendo por Sistema o conjunto de elementos interdependentes que formam um todo organizado, ou seja, um conjunto de elementos distintos — o governo, a indústria, a religião, a tecnologia, a escola, o indivíduo e tudo que diz respeito à sociedade — que compreendem um “todo” organizado por leis e normas reguladoras. Tais leis e normas são pensadas em um bem “comum” (do “todo, do “grupo”), mas que, em sua maioria, privilegiam os aspectos de “controle” e “manipulação” em prol da centralidade, em prol da cultura dominante, sob, na maioria das vezes, interesses maléficos do ser “individual”. Entendo que não sou um indivíduo alheio ao Sistema, pelo contrário, faço parte dele, mas vou na contramão de seus princípios quando busco a autonomia, quando caminho

minha experiência como professora alfabetizadora, assumida por mim sob uma *práxis*⁶⁹ — movimento de ação e reflexão, teoria e prática — voltada à alfabetização na perspectiva do letramento (MOREIRA, 2015). Para além do código, da técnica, da informação, minha *práxis* dirigia-se a uma visão mais ampla de leitura e escrita, na qual incluía a dimensão dialógica de “ser” e “agir” no mundo, de apropriação e de reinvenção cultural.

Logo, minha postura como professora alfabetizadora incluía a formação de um sujeito crítico, consciente, capaz de entender e modificar o mundo que o cerca; incluía o “destramar as janelas e espiar mais longe” (QUEIRÓS, 1999, p. 8); estava amparada pelas apropriações das ideias de Paulo Freire. Por isso, tinha como pressuposto que a leitura de mundo de meus alunos precedia a leitura da palavra. Para Freire (2019), o ato de ler o mundo implica uma leitura de dentro e fora do sujeito, implica a relação que se tem com esse mundo. Por conseguinte, acreditava (e ainda acredito) que, se meus alunos fossem capazes de escrever suas próprias palavras — no sentido de marca pessoal, de criação e de autonomia —, estariam, de certo modo, “transformando” o mundo.

Em vez de me render às “pressões” do Sistema, precisava fortificar minha *práxis* em busca de uma educação como um dispositivo de transformação. Essa postura nasceu exatamente na problematização que vivi do conceito de educação nas primeiras aulas de minha Graduação, quando minha professora, diante de meu argumento de “gostar de crianças”, possibilitou minha reflexão sobre a função social de ser professora. Assim, eu buscava a articulação entre o cultivo da curiosidade, priorizando práticas horizontais mediadas pelo diálogo, os atos de leitura e problematização do mundo e os conteúdos aprendidos — o que ia na contramão do “dar conta da alfabetização, dos conteúdos do livro didático e do mapa com as hipóteses de escritas alfabeticas”.

A escola, por sua vez, contrariando a lógica de (re)produção da “pressão” diante dos alunos, deveria ser promotora de movimentos e ações que contribuissem para esclarecer para a comunidade — pais, alunos, funcionários, professores etc. — que o Ensino Fundamental é de 9 anos e explicar para ela as bases de sua implementação. Antes, as crianças chegavam ao primeiro ano com 7 anos de idade; agora, elas chegam com 6 anos. A criança de 6 anos, assim

para a individualidade, quando critico seus interesses, sua centralidade. O Sistema Educacional, ao qual me refiro, é regido por leis, normas e interesses de um Sistema maior que o comprehende.

⁶⁹ Utilizo o conceito de *práxis* a partir de minhas leituras e apropriações dos estudos de Paulo Freire (1987). Na concepção do autor, teoria e prática são inseparáveis; a partir de uma relação dialógica, constitui-se a *práxis*, que possibilita aos sujeitos reflexão sobre/na ação. “A *práxis*, porém, é reflexão e ação dos homens sobre o mundo para transformá-lo. Sem ela, é impossível a superação da contradição opressor-oprimido.” (FREIRE, 1987, p. 38). Para o autor, dentro do processo pedagógico, teoria e prática precisam dialogar constantemente, perspectiva que se contrapõe à ideia de que o saber está somente na teoria, elaborada distante da prática.

como “poetizou” Machado de Assis⁷⁰ (1870, p. 20), “está naquela idade inquieta e duvidosa, que não é dia claro e é já o alvorecer. Entreaberto botão, entrefechada rosa”, em que já não é uma criança tão pequena e ainda não é uma criança grande. Nesse “entremeio” (o primeiro ano), estabelece-se a travessia entre a Educação Infantil e o Ensino Fundamental. “Ter” que ensinar a ler e a escrever sob uma pressão ou promover um ambiente permeado por práticas de letramento e possibilitar a alfabetização a partir dessa perspectiva? Articular o brincar e a aprendizagem como um modo de “ser e estar” no mundo como um modo de se apropriar e produzir cultura ou banir o brincar nessa nova etapa de vida das crianças?

Quando, em 2006, ocorreu a implementação do Ensino Fundamental de 9 anos⁷¹, eu não atuava como professora, sequer havia finalizado o Ensino Médio. Contudo, dado o prazo para a implementação da lei até 2010, participei de sua implementação na rede particular atuando como professora do primeiro ano. Na época, fizemos muitas leituras sobre a transição e suas implicações. Contudo, quando passei a fazer parte do quadro de professores da rede pública e percebi a limitação do uso do parque e do pátio, o forte apelo para o uso dos livros didáticos, as avaliações externas, a cobrança diante do avanço das hipóteses de escrita dos alunos — verificadas por meio de tabelas e gráficos mensais e de comparação com os mapas de outras turmas —, passei a questionar a concepção do Sistema diante do Ensino Fundamental de 9 anos. Percebi que não há uma proposta de “transição”, visto que os discursos e as práticas relevam a tendência de priorizar os conteúdos do Ensino Fundamental em detrimento do currículo da Educação Infantil. Há que se pensar o quanto se têm levado em conta as concepções de criança, de educação e de seus segmentos na construção dos currículos escolares.

Por muitas vezes, foi necessário meu posicionamento diante de “ordens e determinações” que negavam o direito das crianças. As crianças não podiam “correr” durante

⁷⁰ Obra *Menina e Moça*, escrita em Falenas, em 1870.

⁷¹ A Lei n.º 11.274, de 6 de fevereiro de 2006, altera a redação dos arts. 29, 30, 32 e 87 da Lei n.º 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, dispondo sobre a duração de 9 anos para o Ensino Fundamental, com matrícula obrigatória a partir dos 6 anos de idade. A partir daí, ocorreu a inclusão de um número maior de crianças no sistema educacional brasileiro, especialmente aquelas pertencentes aos setores populares, uma vez que as crianças de 6 anos de idade das classes média e alta já se encontravam, majoritariamente, incorporadas ao sistema de ensino, na pré-escola ou na primeira série do Ensino Fundamental. De acordo com o documento de implementação *Ensino Fundamental de Nove Anos: orientações para a inclusão da criança de seis anos de idade* (BRASIL, 2007), a inclusão das crianças de 6 anos no Ensino Fundamental teve o intuito de ampliar a escolarização para uma parcela da população que se encontrava, até então, privada da educação escolar ou sem a garantia de vagas nas instituições públicas. Em 2013, houve mais uma alteração nas diretrizes educacionais, na qual a obrigatoriedade do ensino passou a ser a partir dos 4 anos de idade, ampliando o acesso à Educação Infantil. Contudo, a meu ver, ainda que meus alunos já frequentassem a Educação Infantil, a transição para o Ensino Fundamental impõe desafios, sobretudo, pedagógicos. Não adianta ampliar o acesso com o intuito de garantia do direito à educação se, no âmbito das práticas pedagógicas, não há expressão desse direito.

o recreio com o argumento de que se machucariam e ainda causariam desordem; dos 20 minutos de recreio, 10 eram destinados à alimentação, incluindo aqueles alunos que optavam por não realizar refeições na escola; desses 10 minutos, 5 eram voltados ao preparo para o retorno às aulas (tomar água, utilizar o banheiro e ingressar na fila para a espera da professora, e, na fila, não podiam sequer conversar). Cortava meu coração quando, da sala dos professores, percebia o “silêncio” — indicativo de que as crianças já estavam à minha espera; muitas vezes, por ficar organizando a sala, conferindo as agendas ou mesmo atendendo pedidos da secretaria, nesses últimos 5 minutos, estava iniciando meu lanche.

Para nós (eu e meus alunos), cinco minutos era muito tempo! No entanto, o sentido que atribuíamos a esses “cinco minutos” eram muito diferentes, mais diferentes ainda do significado dado pelas pessoas que consideravam que “cinco minutinhos” eram pouco tempo de espera na fila. Por inúmeras vezes, questionei essa prática, e, em resposta, recebia o argumento de que era necessário o entendimento desse movimento “disciplinador” como um auxiliar do (re)início de minha aula; assim, as crianças estariam mais calmas, prontas para aprender. Ora, elas estariam prontas para aprender à medida que tivessem seus direitos garantidos, à medida que brincassem, relacionassem-se, explorassem e, se assim fosse, “machucassem-se” durante uma corrida, um esbarro ou mesmo um escorregão no pátio da escola, à medida que descobrissem o mundo que as cercava!

Kramer (2007) aponta que o trabalho pedagógico precisa levar em conta a singularidade das ações infantis, o direito à brincadeira e à produção cultural, tanto na Educação Infantil quanto no Ensino Fundamental. Para ela,

é preciso garantir que as crianças sejam atendidas nas suas necessidades (a de aprender e a de brincar), que o trabalho seja planejado e acompanhado por adultos na educação infantil e no ensino fundamental e que saibamos, em ambos, ver, entender e lidar com as crianças como crianças e não apenas como estudantes. A inclusão de crianças de seis anos no ensino fundamental requer diálogo entre educação infantil e ensino fundamental, diálogo institucional e pedagógico, dentro da escola e entre as escolas, com alternativas curriculares claras. (KRAMER, 2007, p. 20)

De acordo com Kramer (2007), as crianças de 6 anos precisam de uma proposta curricular que atenda suas características, suas potencialidades e suas necessidades específicas. Sendo assim, por mais que tivesse um Sistema que exigisse “ações e resultados”, entendia a relevância de não só receber meus pequenos, mas também de acolhê-los, preparando um ambiente de adaptação, deixando espaço para o brincar, criando vínculos — Vygotski e Wallon muito me ensinaram e ensinam, por meio de seus estudos, sobre a importância da afetividade

no ensinar e aprender — e estabelecendo articulações entre os conhecimentos que já tinham e aqueles dos quais se apropriaram.

Para tanto, busquei construir uma relação de confiança com as crianças e seus pais, assegurando-lhes que um ambiente de letramento⁷² seria construído na sala de aula e que, com as crianças imersas nesse contexto, elas alcançariam o domínio do código escrito, mas dizia que isso aconteceria nos limites do tempo e da individualidade de cada uma. Assim, procurei utilizar meus encontros com os pais em reuniões bimestrais para compartilhar as práticas desse ambiente de letramento, explicando sobre as hipóteses de leitura, apontando as intencionalidades de minhas propostas e os avanços das crianças. Dessa maneira, criava condições que me ajudassem em minha prática, sobretudo, aliviando a ansiedade com relação ao “ter que aprender a ler e a escrever”, pois este seria o resultado de todo um processo.

Nesse ambiente de construção de confiança e parceria de trabalho, busquei colocar os pais a par do que realizava no âmbito de minha pesquisa. Com isso, mais do que a solicitação para assinarem o termo de autorização⁷³, eles receberam uma explicação do que aconteceria na pesquisa; para além dessa explicação, ao longo de nossas reuniões, apresentei alguns documentos da pesquisa com trechos dos vídeos e das produções de seus filhos. Envolti-os na realização de algumas tarefas de sequências com padrões de regularidades — aquelas que seus filhos também realizavam em sala de aula. Tudo isso para lhes mostrar qual era meu papel de professora-pesquisadora e dar uma devolutiva do trabalho realizado com seus filhos, evidenciando os avanços e as conquistas, bem como minhas intencionalidades para o futuro. Essa relação de parceria possibilitou a confiança dos pais e, com isso, a autorização para a realização da pesquisa e para o uso das imagens dos alunos em meus relatórios e publicações⁷⁴.

Por outro lado, naquele início de ano, tinha minha ansiedade diante de algo que eu não tinha tanta segurança e propriedade para atuar de forma leve: o ser pesquisadora da/própria prática e investigar o desenvolvimento do PA de meus alunos. Aqui, a “pressão” era imposta

⁷² Nesse ambiente, há circulação dos diversos gêneros textuais, de modo que se possibilite que os alunos atribuam sentidos à leitura e à escrita e as compreendam em sua função social, ultrapassando os limites do contexto escolar e alcançando a dinâmica da vida, uma vez que “aprender a escrever, alfabetizar-se, é mais do que aprender a grafar sons; ou mesmo mais do que aprender a simbolizar graficamente um universo sonoro já por si mesmo simbólico. Aqui, aprender a escrever é aprender novos modos do discurso (gêneros); novos modos de se relacionar com interlocutores, muitas vezes virtuais; novos modos de se relacionar com temas e significados; novos motivos para comunicar em novas situações. Aprender a escrever é, aqui sim, construir uma nova inserção cultural.” (ROJO, 1997, p. 49).

⁷³ O projeto passou pelo Comitê de Ética da USF (Universidade São Francisco): Projeto de n.º 6568417.8.0000.5514, submetido e aprovado pelo Comitê de Ética em fevereiro de 2017.

⁷⁴ A revista *Nova Escola* publicou uma matéria sobre o desenvolvimento do Pensamento Algébrico nos anos iniciais com uma das tarefas realizadas em minha turma. A publicação consta na revista de ano 32, n.º 309, de fevereiro de 2018 (PERES, 2018).

por mim mesma: “*Minha pesquisa tem que dar certo!*”. E o que é dar certo? Recordo-me de uma fala do Dario Fiorentini para uma colega diante de sua pesquisa de Mestrado: “*O que não deu certo na pesquisa também faz parte da pesquisa; o que não deu certo também é pesquisa*”. Mas o reconhecimento do processo estava longe de ser entendido e aceito por mim naquele início de ano. Meus questionamentos eram ensurdecedores, inconclusos, mas, de certa forma, impulsionavam-me a buscar e a refletir.

Além disso, de alguma maneira, ia na contramão do Sistema ao trabalhar conteúdos que não estavam previstos no planejamento curricular, ainda que tivesse sido autorizada a realizar minha pesquisa, eu estava sozinha nesse processo, sentia que “era por minha conta e risco”. Embora registrasse as tarefas a serem realizadas com meus alunos, era como se ela (a pesquisa) não existisse. Nunca fui questionada, convidada a falar ou mesmo argumentar sobre minhas ações. Se, por um lado, isso me dava uma liberdade para agir, também acarretava uma “desconsideração” do que realizava com meus alunos, como se aqueles movimentos não fossem importantes para a escola, para meus alunos, para ninguém, além de mim. Optei por silenciar minha pesquisa na escola, não que fosse o melhor caminho, mas, como eu não tinha espaço e não havia interesse sobre ela, precisava garantir “nossa sobrevivência”; já pensou se resolvessem me proibir ou mesmo limitar minhas ações? A investigação era quase um segredo guardado a sete chaves entre mim, meus alunos e os pais. Vez ou outra, eu realizava trocas com minhas colegas mais próximas, mas, na maioria das vezes, era para ajudá-las com ideias e possibilidades de trabalho com as dificuldades de seus alunos, e não sobrava tempo para o compartilhamento de assuntos relacionados a minha pesquisa.

Para o trabalho em sala de aula, sempre me apoiei em práticas que aprendi na Educação Infantil, tais como: os trabalhos com rodas de conversa, o sentar-se no chão, a participação em brincadeiras, ou seja, o “brincar junto” com as crianças, levando o lúdico e os aspectos que possibilitassem e aguçassem a imaginação, utilizando esses momentos norteadores do trabalho com o letramento. Além disso, busquei incluir os alunos na construção desse ambiente com a possibilidade de eles manifestarem seus desejos e seus interesses. Esse olhar me ajuda a entender o primeiro ano como a turma mais “barulhenta e agitada” da escola, a turma que precisa: movimentar-se, levantar várias vezes da carteira, vivenciar conflitos necessários para seu desenvolvimento; quebrar a ponta do lápis várias vezes, apontar o lápis todo de uma vez só; perder seus materiais; não conseguir escrever nas linhas do caderno; ter dificuldade na concentração para as atividades; falar pelos “cotovelos”. É o momento em que eles precisam, primeiramente, estabelecer relações com seu corpo e com aquele novo espaço (sala de aula,

carteira, pátio, escola nova) e conectar-se com as pessoas e os conhecimentos novos. Isso faz muito barulho!

O (meu) primeiro ano, não diferente de outras turmas, era uma turma heterogênea. Alguns se sobressaíam mais na oralidade; e, em alguns momentos, era necessário incentivar os colegas que não se manifestavam (oralmente) com tanta facilidade. Outros precisavam de mais tempo para se concentrar nas tarefas, precisavam de mais intervenções. Também havia aqueles que corriam pela sala durante as intervenções, que se envolviam em conflitos, não queriam dividir o material, a folha de tarefa... A meu ver, tudo está de acordo com a construção da cultura social de uma sala de aula, sobretudo, de um primeiro ano, em que tudo é novidade, em que as crianças precisam experimentar movimentos que possibilitem o entendimento do que é a convivência com o outro, sobretudo, num contexto de sala de aula.

Esse foi o ambiente em que estabelecemos nossa parceria de pesquisa: eu — munida de muitas leituras, experiências, intencionalidades — e meu alunos — também com suas vozes. Isso resultou em um entrecruzamento de vozes, linhas e cores. Retomei aqui minhas lembranças do modo como nossa cultura social construiu-se, de minhas intervenções, dos alunos, de suas predileções, de seus jeitos, de seus pais, da relação que estabelecia com eles, e dos vínculos de afeto, carinho e respeito que ficaram após o término do ano letivo. Esse movimento me faz compreender que, nós, efetivamente, estabelecemos uma parceria para esse ano letivo! Essa parceria esteve amparada pelo respeito, pela confiança e pela esperança de que aquilo seria o que todos nós precisávamos para crescer, tanto no que diz respeito aos aspectos afetivos quanto no que se relaciona com os cognitivos. E como crescemos!

2.3.5 As tarefas: aquelas que possibilitaram nossas trocas e negociações de significações

Partindo de uma perspectiva que valoriza as relações dialógicas de sala de aula, as trocas e as negociações de significações enquanto processo de apropriação de conhecimentos, há que se pensar em tarefas que privilegiem esse ambiente de investigação. Entendo que a qualidade da tarefa se caracteriza pela coerência de seu conteúdo, bem como pelas possibilidades de relações que podem ser estabelecidas a partir dela. Tais possibilidades serão determinadas com os movimentos de intervenção da prática do professor e dos alunos.

Durante toda a pesquisa e até mesmo em minha prática pedagógica, adoto o termo *tarefa* para as situações propostas em sala de aula, no sentido de que estas, ao entrarem em contato com a cultura social estabelecida, podem vir a ser ou não uma *atividade* mobilizadora de significados, mas isso só pode ser definido à medida que os alunos se sentem mobilizados e,

efetivamente, colocam-se em atividade. O conceito de atividade é defendido por Leontiev (1983) enquanto a ação principal da criança — aquela que é promotora de desenvolvimento e aprendizagem e envolve os interesses e as necessidades das crianças. Esse conceito é ampliado pelos estudos de Davidov (1988), que defende a atividade promotora de desenvolvimento a partir de um ensino “desenvolvente”, em que os conhecimentos científicos são tomados como bases do processo educacional.

A escolha das tarefas a serem utilizadas em sala de aula levavam em consideração as discussões referentes à metodologia de resolução de problemas. Onuchic e Allevato (2004, p. 221) afirmam que “um problema é definido como qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não têm métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta.” As práticas de ensino voltadas para a resolução de problemas, num ambiente de negociação de significações (ou, ainda, ambiente de investigação), pressupõe o ensino significativo da Matemática, em que o aluno é envolvido na elaboração dos significados matemáticos.

As tarefas da pesquisa foram propostas em duplas e, em alguns casos, dependendo da quantidade de crianças presentes no dia, trios. A escolha dos grupos sempre era realizada por mim, que, de maneira intencional, organizava-os de modo a possibilitar troca entre as duplas: aquele que já tinha o domínio ou se aproximava do código escrito (e poderia fazer a leitura do enunciado) com aquele que estava em processo de apropriação; aquele que manifestava argumentos orais e/ou escritos com facilidade com aquele que se manifestava (oralmente) com certa dificuldade. Além disso, em alguns casos, era necessário considerar aspectos do relacionamento interpessoal entre as crianças, visto que algumas duplas, embora eu julgasse que haveria um encontro favorável para trocas e interações, afetivamente não conseguiam estabelecer uma parceria e entravavam em conflitos que prejudicavam o desenvolvimento das tarefas. Não segui um padrão para a formação dessas duplas em todas as tarefas, os agrupamentos sempre estavam em movimento, de acordo com as possibilidades e as especificidades do dia. É importante salientar que essas duplas de trabalho não eram realizadas somente para a pesquisa, essa organização fazia parte de minha ação pedagógica como um todo.

A convivência social ainda era um grande obstáculo para os alunos do primeiro ano; aliás, acho que é uma dificuldade que se estende ao longo da vida do ser humano, visto que estamos, o tempo todo, desafiados a conviver com as diferenças. No entanto, as crianças precisam ter a oportunidade de aprender a conviver com o outro, aceitando que o outro também tem direito de se manifestar, mesmo que contrariamente a sua posição; é preciso ensinar a partilhar, socializar e trocar ideias, a aprender a esperar o tempo do outro, sem tirar esse direito

(do outro), enfim, a aprender a trabalhar coletivamente. E esse foi um grande desafio. No começo dos trabalhos coletivos, como sempre, os alunos recebiam uma única folha com a descrição da tarefa; e surgiram muitos conflitos: as crianças brigavam pela folha, queriam escrever ao mesmo tempo, recusavam-se a participar da proposta. Como solução da situação, sempre me pediam mais uma folha e até me questionavam: “*Mas só uma folha? Por que eu não ganhei folha também?*”. Aos poucos, elas foram se apropriando desse movimento de trabalho compartilhado. Entregar uma única folha de trabalho era uma ação intencional, visando à aprendizagem do trabalho colaborativo.

Já na oralidade, era evidente a dificuldade de ouvir, respeitar a vez e a opinião do outro. Foram inúmeras vezes que minha intervenção se fez presente. Muitas discussões matemáticas foram interrompidas por conta dos conflitos interpessoais. Contudo, ao longo do ano letivo, percebi os avanços da turma. Entendo que esses aspectos atitudinais devem receber a atenção das práticas da escola, há que se ter uma intencionalidade pedagógica voltada para essas questões, visto que essas relações fazem parte do contexto escolar. Em que espaço a criança vai aprender a trabalhar em grupo, dividir o material, aprender a argumentar, ouvir as argumentações do outro, entre tantos outros aspectos da convivência social, se não na escola? Essas situações acontecem na escola, portanto, são de responsabilidade dela. O ensino do “trabalhar em grupo” deve ser uma prática prevista no currículo.

Para a realização das tarefas, amparada pelos estudos de Van de Walle (2009), segui o formato de aula em três fases: *antes, durante e depois*. Cada fase de trabalho tinha um planejamento e objetivos específicos. A fase *antes* era destinada à verificação: constatava se os alunos entenderam a proposta; fazia o esclarecimento das expectativas da tarefa antes que os alunos começassem a trabalhar, incluindo a organização do material, das duplas/tríos; realizava o levantamento dos conhecimentos espontâneos/cotidianos. Sendo assim, após distribuir a tarefa para as crianças, realizava a leitura do enunciado, uma vez que a maioria não era alfabetizada. Além disso, problematizava o que havia sido lido em busca de sua interpretação. Com o passar do ano letivo, à medida que as crianças começaram a se alfabetizar, passei a disponibilizar um tempo para que tentassem realizar a leitura do enunciado sozinhas; depois, fazia a leitura com elas, seguida das problematizações.

Na fase *durante*, os alunos tinham a oportunidade de resolver os problemas com os pares; nesse momento, eu assumia uma postura de observação e avaliação; quando necessário, realizava problematizações intervindo no processo dos estudantes. Ao longo da pesquisa, observei que esse era o momento em que as crianças mais se dispersavam e perdiam o foco da tarefa. Não conseguia passar por todas as duplas fazendo intervenções, pois isso levaria muito

tempo e perderia a concentração da sala toda. Atenta a essas manifestações, adequei as intervenções, procurando mesclar as problematizações nas duplas em cada tarefa, deixando algumas para o momento da socialização.

Por fim, a terceira fase, denominada *depois*, era destinada à socialização e à discussão das estratégias utilizadas para a resolução da tarefa. Ela era uma nova oportunidade para que eu entrasse em contato com as ideias dos alunos, assim como uma nova oportunidade de apropriação de ideias por parte das crianças. Também era a fase da sistematização dos conceitos apresentados pela tarefa. Para ela, buscava socializar as respostas e encaminhava as problematizações para as percepções de regularidade e generalizações de ideias matemáticas, ou seja, era o momento de sistematização dos conceitos matemáticos!

Ao longo do ano, desenvolvi tarefas com o foco no Pensamento Funcional e no Pensamento Relacional, ambos aconteceram simultaneamente, sem, necessariamente, seguir uma ordem ou padrão preestabelecido. Isso também ocorreu com o desenvolvimento das tarefas, que não foram propostas de maneira cronológica entre as semanas, visto que nem sempre foi possível conciliar a pesquisa com a demanda de conteúdo e de provas exigidas pela rede municipal de ensino. Isso explica a não linearidade dos espaços de tempo entre uma tarefa e outra. Nas semanas em que tínhamos avaliações⁷⁵, ficava quase impossível o trabalho com outro conteúdo, o que também acontecia em caso de eventos e projetos organizados pela escola.

O tempo de cada tarefa era relativo, sempre era sensível ao que os alunos mostravam. Havia dias em que os diálogos rendiam, sobretudo os da socialização, que sempre tomaram mais tempo; em contrapartida, havia dias em que os alunos estavam mais cansados, o que me fazia parar as discussões e, quando necessário, retomá-la em outros momentos. Não conseguiria delimitar um tempo para cada tarefa, não que estivesse preocupada com isso, visto que, para o professor polivalente⁷⁶, a questão do horário é bem flexível. Mas, preferencialmente, gostava de realizar as tarefas no início do período; assim, conseguíamos fazê-la sem a pausa para o recreio, mas, de forma contraditória, em muitas tarefas a pausa foi necessária! Então, entendo que o importante foi construir essa sensibilidade de olhar para o movimento dos alunos e, a

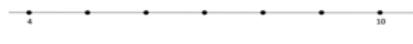
⁷⁵ Tínhamos duas avaliações dentro do bimestre: mensal e bimestral (esta última era composta pelo conteúdo de todo o bimestre). As avaliações mensais eram preparadas e desenvolvidas com os alunos pelo próprios professores titulares de cada turma. Já as avaliações bimestrais eram unificadas para toda a rede de ensino e, no dia em que as crianças as realizavam, havia um rodízio entre os professores, de modo que nenhum ficasse com sua turma. Às vezes, eu ficava em turmas do quarto e quinto ano, em que o conteúdo e a quantidade de provas são maiores; então, participávamos uma semana toda desse rodízio, e meus alunos recebiam o olhar de outro professor.

⁷⁶ O pedagogo é habilitado para lecionar diferentes áreas de conhecimento do currículo de Educação Básica, seja na Educação Infantil, seja nos anos iniciais do Ensino Fundamental, seja na Educação de Jovens e Adultos; portanto, é um professor polivalente.

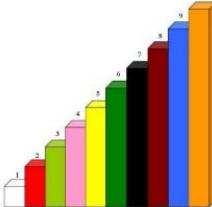
partir dele, tomar decisões quanto ao rumo da tarefa. Isso também aconteceu com os momentos de socialização, os quais, na maioria das vezes, deixei para o dia seguinte, o que possibilitou um afastamento da tarefa, seguido de uma nova oportunidade de olhar para questões que não haviam sido priorizadas no dia anterior.

A seguir, apresento um quadro com as tarefas propostas no decorrer da pesquisa, que também aparecem no Anexo A. A maioria dessas tarefas indicadas no Quadro 3 faz parte do acervo do Grucomat e foi publicada em Nacarato e Custódio (2018), mas também existem algumas que foram criadas ou adaptadas por mim. O quadro está organizado em três colunas. A primeira contém a data da realização da tarefa — em alguns casos, aparece mais de uma data, visto que a realização da sequência de tarefas ou da tarefa em si se deu em mais de um dia. A segunda coluna é destinada à apresentação da sequência de tarefas ou tarefa, no caso de uma única tarefa; nela apresento o conteúdo tratado — Pensamento Relacional ou Pensamento Funcional — e o nome da tarefa. Por fim, na terceira coluna, sinalizo a intencionalidade proposta para cada tarefa.

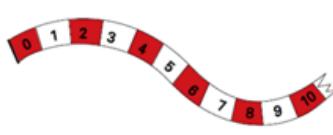
Quadro 3 – As tarefas da pesquisa

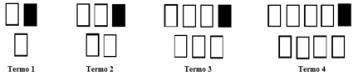
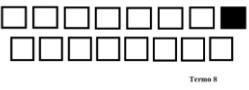
DATA	SEQUÊNCIA DE TAREFA/ TAREFA	INTENCIONALIDADE
14/02/2017 07/03/2017	<p>Pensamento Relacional</p> <p><u>Explorando Contagens</u></p> <p>Tarefa 1 – Construindo o varal de números Tarefa 2 – Atividades com o varal</p>  <p>Tarefa 3 – Reta numérica</p> 	<p>Explorar a sequência numérica com três conceitos básicos: antes, depois e entre.</p> <p>Identificar os discursos matemáticos dos alunos.</p>
20/02/2017 02/03/2017 07/03/2017	<p>Pensamento Funcional</p> <p><u>Sequência corporal: Filas</u></p> <p>Tarefa 1 – Descobrindo o segredo da fila</p>	<p>Reconhecer o motivo⁷⁷ da sequência pela percepção de sua regularidade.</p> <p>Dar continuidade à sequência repetitiva.</p> <p>Identificar os discursos matemáticos dos alunos.</p>

⁷⁷ A partir das leituras e dos aprofundamentos diante do trabalho com tarefas envolvendo sequências como potencial caminho para desenvolver o PA, o Grucomat tomou a utilização do termo *motivo* para definir o que se repete na sequência. No entanto, na literatura, é possível encontrar outras denominações, como em Van de Walle (2009), que utiliza o termo *núcleo*, e nos estudos de Portugal, em que vemos o termo *padrão*.

		
05/04/2017 07/04/2017 13/04/2017 25/04/2017	<p>Pensamento Funcional</p> <p><u>Introduzindo o vocabulário</u></p> <p>Tarefa 1 – As estripulias de Pedrinho I</p>  <p>Tarefa 2 – Estripulias de Pedrinho II</p>  <p>Tarefa 3 – As estripulias de Pedrinho III</p> 	<p>Reconhecer o motivo da sequência pela percepção de sua regularidade.</p> <p>Dar continuidade à sequência repetitiva.</p> <p>Identificar os discursos matemáticos dos alunos.</p> <p>Explorar a compreensão do significado da palavra “motivo”.</p> <p>Possibilitar a discussão sobre o conceito de regularidade.</p>
06/04/2017 04/05/2017 05/05/2017 15/05/2017 16/05/2017 30/05/2017 05/06/2017	<p>Pensamento Relacional</p> <p><u>Explorando relações numéricas com as barras Cuisenaire</u></p> <p>Tarefa 1 – Construindo uma escada</p>  <p>Tarefa 2 – Construindo um muro: explorando as diferentes composições do número 10</p> 	<p>Fazer generalizações numéricas e operatórias envolvendo a composição de números e a busca por regularidades.</p> <p>Explorar o conceito do sinal de igual enquanto sinal de igualdade.</p> <p>Identificar os discursos matemáticos dos alunos.</p>

	<p>Tarefa 3 – Explorando a composição dos números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.</p> <p>Tarefa 4 – Explorando diferentes composições dos números utilizando contas.</p> <p>Tarefa 5 – “É o mesmo que”: explorando o sentido do sinal de igual.</p>	
	<p>Pensamento Relacional</p> <p><u>Exploração de equivalências na balança</u></p> 	Desenvolver as noções de equivalência fazendo relações entre as peças do Cuisenaire.
24/05/2017	<p>Pensamento Funcional</p> <p><u>Sequências para recortar e continuar....</u></p> <p>Tarefa 1</p>  <p>Tarefa 2</p>  <p>Tarefa 3</p>  <p>Tarefa 4</p> 	<p>Dar continuidade à sequência repetitiva.</p> <p>Identificar os discursos matemáticos dos alunos.</p> <p>Explorar a compreensão do significado da palavra “motivo”.</p> <p>Possibilitar a discussão sobre o conceito de regularidade.</p>
31/05/2017	<p>Pensamento Funcional</p> <p><u>Sequência das contas</u></p> <p>Tarefa 1 – Sequências com duas cores de conta</p> <p>VERDE, AMARELA, VERDE, AMARELA</p>	<p>Reconhecer o padrão/motivo de uma sequência pela percepção de sua regularidade.</p> <p>Dar continuidade à sequência repetitiva.</p> <p>Generalizar o motivo de uma sequência.</p> <p>Identificar os discursos matemáticos dos alunos.</p>
07/06/2017 12/06/2017 13/06/2017 14/06/2017	<p>Pensamento Funcional</p> <p><u>Tiras coloridas</u></p> <p>Tarefa 1 – Tira de números coloridos</p>	Identificar o padrão proposto na tira estabelecendo relações entre a cor e sua posição.

		<p>Identificar números pares e ímpares e a generalização da sequência numérica par/ímpar/par/ímpar.</p> <p>Compreender a ordem de distribuição destes números na fita, antecipar e perceber a regularidade dos números.</p> <p>Identificar os discursos matemáticos dos alunos.</p>
08/11/2017 09/11/2017 22/11/2017 23/11/2017	<p>Pensamento Funcional</p> <p><u>Sequência com palitos de sorvete</u></p> <p>Tarefa 1 – Continuando com palitos</p>  <p>Tarefa 2 – Continuando com triângulos</p>  <p>FIGURA 1 FIGURA 2 FIGURA 3</p>	<p>Compreender como a sequência foi construída observando como o padrão é modificado de um passo ao outro, conduzindo à ideia da relação recursiva.</p> <p>Examinar a quantidade adicionada e perceber a recursividade do padrão.</p> <p>Reconhecer o padrão de uma sequência pela percepção de sua regularidade.</p> <p>Identificar os discursos matemáticos dos alunos.</p>
24/11/2017 28/11/2017 29/11/2017 30/11/2017	<p>Pensamento Funcional</p> <p><u>Sequência das Tampas</u></p> <p>Tarefa 1</p>  <p>FIGURA 1 FIGURA 2 FIGURA 3</p> <p>Tarefa 2</p>  <p>FIGURA 1 FIGURA 2 FIGURA 3</p>	<p>Compreender como a sequência foi construída observando como o padrão é modificado de uma figura à seguinte, proporcionando a ideia da relação recursiva.</p> <p>Examinar a quantidade adicionada e perceber a recursividade do padrão.</p> <p>Reconhecer o padrão de uma sequência pela percepção de sua regularidade.</p> <p>Identificar os discursos matemáticos dos alunos.</p>
30/11/2017	<p>Pensamento Funcional</p> <p><u>Padrão dos Palitos</u></p> <p>Figura 1:</p>  <p>Figura 2:</p>  <p>Figura 3:</p> 	<p>Compreender como a sequência foi construída observando como o padrão é modificado de um passo ao seguinte, produzindo a ideia da relação recursiva.</p> <p>Examinar a quantidade adicionada e perceber a recursividade do padrão.</p> <p>Reconhecer o padrão de uma sequência pela percepção de sua regularidade.</p> <p>Identificar os discursos matemáticos dos alunos.</p>

01/12/2017	Pensamento Funcional <u>Desafio do padrão</u> Tarefa 1  Termo 1 Termo 2 Termo 3 Termo 4 Tarefa 2  Termo 8	Compreender como a sequência foi construída observando como o padrão é modificado de uma figura à seguinte, proporcionando a ideia da relação recursiva. Examinar a quantidade adicionada e perceber a recursividade do padrão. Reconhecer o padrão de uma sequência pela percepção de sua regularidade. Identificar os discursos matemáticos dos alunos.
------------	--	--

Fonte: Acervo da pesquisadora

Vimos aqui como as tarefas foram vivenciadas em sala de aula. Passarei a relatar outra importante parte do trabalho: a documentação dessa vivência.

2.3.6 A documentação da pesquisa

Quando estive na sala de aula (em campo), como pesquisadora narrativa, nunca estive ali como mente (sem corpo) registrando a experiência dos alunos. Eu também a vivenciava. Logo, à medida que refletia sobre essas questões, tornava-me (cada vez mais) parte do que estudava. Assim, a posição do pesquisador diante do objeto de sua narração é sempre dual, visto que ele sempre vivencia a experiência e também é parte da própria experiência (CLANDININ; CONNELLY, 2011).

Ao entrar em contato com os estudos de Clandinin e Connelly (2011), refleti acerca do “apaixonar-se”, que se refere ao envolvimento do pesquisador com o campo de pesquisa, com os participantes, em meu caso, com a (*minha*) sala de aula, com os (*meus*) alunos. Professor tem essa “mania” de posse, de propriedade, mas penso que isso esteja atrelado aos vínculos profundos que se criam no ambiente da sala de aula, na convivência, nas relações, no movimento, na experiência! A esse respeito, os autores apontam para duas tensões: o pesquisador que não se envolve completamente com a experiência estudada jamais poderá compreender, verdadeiramente, as vidas em exploração, mas “também acredita-se que esse envolvimento completo pode gerar a perda de objetividade.” (CLANDININ; CONNELLY, 2011, p. 120). Tais tensões são bastante comuns no campo da PN, visto que se trata de uma pesquisa relacional, na qual estamos envolvidos com os sujeitos estudados. Assim, nós, pesquisadores narrativos, precisamos nos “apaixonar” por nossos participantes, ao mesmo

tempo que há a necessidade de darmos um passo para trás, tendo um olhar histórico mais amplo diante de nossa trajetória, dos participantes e do contexto no qual estamos inseridos.

Como visto, na PN, o “apaixonar-se” pelos participantes é necessário. A perda da objetividade, por sua vez, é amparada pela presença dos textos de campo, que são, rotineiramente, construídos, visitados e revisitados. Por meio deles, até então conhecidos por mim pela denominação *diário de campo*, “somos capazes de escorregar para dentro e para fora da experiência que está sendo estudada, e de escorregar para dentro e para fora da relação de intimidade com os participantes.” (CLANDININ; CONNELLY, 2011, p. 122). Assim, ao escrever os textos de campo, vou “escorregando” para fora da intimidade, escorregendo entre o “apaixonar-se” e a “observação voltada às minúcias”, num movimento (ir e vir) espiralado.

Os textos de campo são registros dos momentos vivenciados, dos sentimentos, sobre as condições do lugar, sobre *insights*, sobre eventos, acontecimentos e atitudes. São momentos vivenciados e escolhidos por mim como registros importantes de serem lembrados, registros importantes para a análise da pesquisa. São eles que possibilitarão uma observação detalhada dos eventos. É importante salientar que tais textos são sempre interpretativos, partem de escolhas do pesquisador, de seu olhar para as situações do campo; portanto, apresentam uma parte de um todo.

Clandinin e Connelly (2011, p. 125) apontam que

recontamos nossas histórias refazendo o passado sob nossa perspectiva. Isto é inevitável. Além disso, é algo bom. É algo essencial para o crescimento pessoal e social e, [...] reforçar esse crescimento é um dos propósitos da pesquisa narrativa. No entanto, há sempre o perigo de, ao recontarmos nossas histórias, construirmos [...] uma história inadequada e insalubre e, encontrarmo-nos no que Dewey chamou de experiência educativa equivocada. Honrar nossos textos de campo pode nos ajudar a escapar dessas situações.

Assim, os textos de campo são reconstruções seletivas da experiência de campo; desse modo, incluem um processo interpretativo. Meu texto de campo, assim como apontaram os autores ao definir esse gênero como um todo, é construído por meio do movimento de “ir e vir” entre as anotações observadas no campo e as observadas após certo distanciamento do campo. Assim que as aulas destinadas à pesquisa se encerravam, procurava registrar as situações, os sentimentos, os *insights*, alguns pontos notados com relação às tarefas, o envolvimento dos alunos etc. Esses registros seriam revisitados mais tarde, quando seriam incluídas as transcrições de minhas aulas videogravadas. Assim, meu texto de campo foi construído em dois momentos: logo após a experiência de sala de aula e, depois de um tempo de afastamento da

experiência, enquanto assistia às videogravações e acrescentava informações e transcrições de alguns diálogos.

As *videogravações* apresentaram-se como um importante instrumento de produção de dados, pois, quando foram revisitadas, permitiram a retomada dos movimentos possibilitados pela tarefa, auxiliando na análise e na compreensão das significações que circularam no ambiente de discussão. A gravação permitiu capturar os fluxos auditivos e visuais e o movimento de negociação de significados em tempo real. Outro ponto favorável da videografia foi a possibilidade de captura das manifestações orais dos alunos, seguidas de suas expressões corporais, que proporcionaram grandes contribuições para a análise de suas significações, visto que a oralidade é a principal fonte de manifestação de ideias observadas no primeiro ano do Ensino Fundamental.

Durante as aulas destinadas à pesquisa, utilizei uma câmera. A princípio, contei com o auxílio de uma monitora para realizar as filmagens. Assim, à medida que as movimentações da aula aconteciam, a monitora focalizava a câmera para realizar o registro, conforme as crianças manifestavam suas ideias; quando eu fazia as mediações diretamente com as duplas ou ainda quando a chamava, a monitora andava pela sala e se dirigia ao local do acontecimento. Contudo, esse auxílio sempre era interrompido por solicitações da direção; por isso, passei a utilizar outra maneira de captar os movimentos da sala: deixava a câmera em um ponto fixo — normalmente posicionada na frente da sala — para os momentos de discussões coletivas; e, para os momentos em que realizava as mediações nos grupos, caminhava com a câmera pela sala de aula e, enquanto realizava as problematizações, eu filmava. Como precaução, pensando num possível mau funcionamento da câmera, sempre deixava o *notebook* gravando em outro ponto fixo da sala, mas tais gravações não passaram de um segundo plano, visto que não foram necessárias à transcrição. Por meio da análise das videogravações, é possível desvelar o cenário que se estabeleceu na sala de aula, já que se pode realizar idas e vindas e analisar o movimento de produção e (re)significação dos alunos, e, ao mesmo tempo, estudar as intervenções feitas durante esse processo.

Além disso, meu texto de campo foi composto com *as produções escritas dos alunos*, que se mostraram como um importante instrumento de análise para observar a produção de conhecimento, as reflexões e as compreensões sobre as tarefas, e as discussões realizadas. Ao ler essas produções foi possível ir além do texto, estabelecendo significações ao que os estudantes vivenciavam e às relações que faziam em seus escritos. Considerando que os alunos envolvidos na pesquisa ainda estavam se apropriando da prática da escrita, essa fonte foi utilizada como complemento dos dados, visto que nosso foco maior era a oralidade.

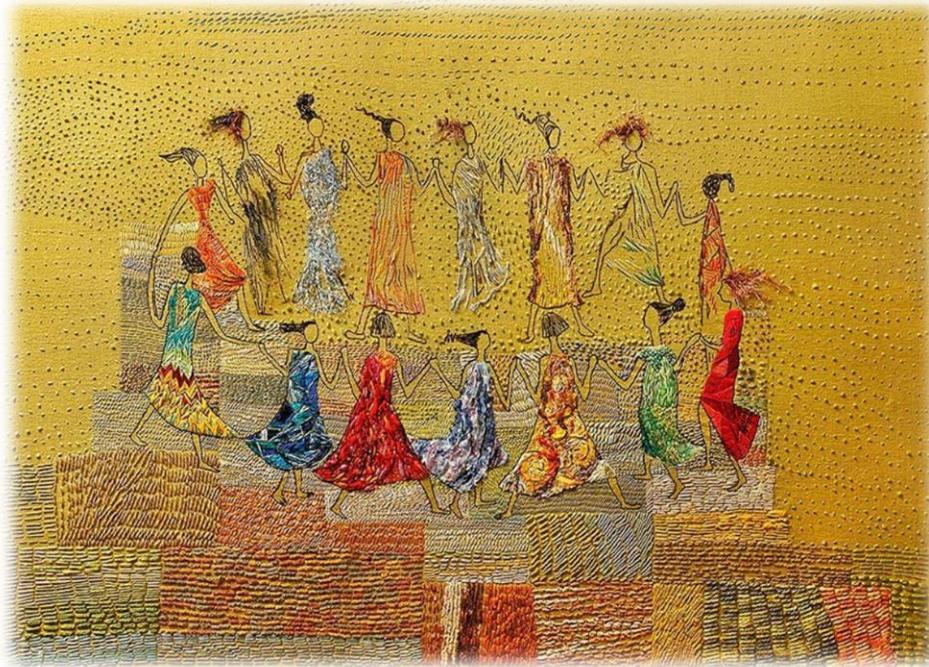
As *fotografias*, por sua vez, foram outra fonte de produção de dados. A partir delas, foi possível registrar situações de resolução das tarefas realizadas pelos alunos que serviram tanto para a análise e a reflexão em sala de aula quanto para a composição de meu texto de campo, complementando ideias e reflexões que nele anotei. Muitos professores, inclusive dos grupos de pesquisa dos quais participo (SANTOS, 2014; SANTOS, Cleane; 2017), lançam mão do uso de fotografias na sala de aula como um importante instrumento que possibilita captar a forma como se deram as produções dos alunos para futuras análises e reflexões que podem contribuir para a resolução das tarefas propostas em sala de aula e podem ser uma fonte importante de análise e avaliação por parte do professor.

Por fim, destaco as reflexões e as provocações possibilitadas por meio das discussões e trocas dos grupos em que estava inserida. Refiro-me ao Grucomat, ao Hifopem (estes já descritos anteriormente) e ao Grupo de estudos de Álgebra — composto por mim, pelo Jefferson⁷⁸ Godoi, pela Iris Aparecida Custódio e pela Prof.^a Dra. Adair Mendes Nacarato, nossa orientadora. Ao longo do primeiro semestre de 2018, este último grupo se reuniu, quinzenalmente, nas dependências da universidade para aprofundamentos teóricos diante dos estudos de Álgebra, bem como para discussão sobre as experiências de campo que Jefferson e eu vivenciávamos. Assim, em cada encontro, além de um texto teórico, selecionávamos um episódio de sala de aula para ser discutido com o grupo. Além disso, trocávamos nossas produções escritas da pesquisa para leitura e discussão coletiva.

Esses momentos de trocas e discussões foram fundamentais para o aprofundamento teórico e para o distanciamento da “paixão” pelo campo. Além disso, a leitura com um olhar específico da Matemática (Jefferson, Iris e Adair possuem formação em Matemática) para o que eu e meus alunos produzímos foi fundamental (coloquei-me no movimento, pois também estava e estou envolvida na elaboração conceitual diante do ensino da Álgebra). Ali, estávamos, todos juntos, cada qual com sua individualidade, buscando um conjunto, assim como numa “Dança de Roda”.

⁷⁸ Sua pesquisa de Mestrado centra-se no desenvolvimento do Pensamento Algébrico de alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental e intitula-se *O desenvolvimento do pensamento algébrico: significações produzidas por alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental* (PEREIRA, 2019).

Figura 13 – Dança da roda



Fonte: Matizes Dumont (2020d)

Clandinin e Connelly (2011) chamam a atenção dos pesquisadores narrativos para a responsabilidades de não estarem sozinhos com os participantes na pesquisa. Entendo que os grupos, as trocas, ou seja, o não isolamento na pesquisa, estão relacionados a essa “responsabilidade” do pesquisador. O quanto a leitura e as trocas com outras pessoas contribuem para a objetividade da pesquisa. É muito comum, no meio acadêmico, o isolamento de pesquisadores, mas, a partir de toda minha base teórica e metodológica, não há como pensar em uma pesquisa solitária. A aprendizagem se dá por meio de processos sociais, seria, então, minha prática incoerente se os caminhos de minha pesquisa se dessem por outro viés, o viés do isolamento. O outro (colegas, amigos e professores) assume o papel de mediador na apropriação do olhar teórico do pesquisador.

Portanto, como instrumentos de produção de meu bordado, utilizei o *texto de campo*, composto pelas videogravações das aulas (que foram transcritas), pelas *produções escritas dos alunos* e pelas *fotografias*. Além disso, outra importante ferramenta envolveu as discussões e as reflexões dos *grupos de pesquisa*.

2.3.7 Meus processos de análise

Figura 14 – Mãe D’Água



Fonte: Matizes Dumont (2020f)

O Grupo *Matizes Dumont* (2018b) tem uma proposta de trabalho denominada *Bordado Livre*, caracterizado como “uma mistura de técnica, amor e ousadia”. Dedicando-me ao estudo e ao aprofundamento dessa proposta, logo me dei conta de que o que venho tentando fazer nada mais é do que um *Bordado Livre*. Para começo de prosa, meu bordado é tecido a partir de dois panos de fundo distintos, o da sala de aula e o da professora na sala de aula; isso, por si só, já possibilita uma mistura de *técnicas*. Mas, no *Bordado Livre*, segundo Dumont (2019), a liberdade “não cai do céu”; ela é uma conquista, visto que primeiro aprendemos a técnica e depois ousamos transcendê-la nas asas da liberdade criativa.

Quando falamos em técnica, do que lembramos? Modo de fazer, desenvoltura, agilidade, conjunto de procedimentos... E quando mencionamos a ousadia? Desembaraço, atrevimento, transgressão, coragem de enfrentar o imprevisto... Logo, se técnica tem a ver com procedimento, ousadia é atitude! Assim, por meio de minha maneira de ver e estar no mundo, proponho, com meu bordado, a construção de uma ponte entre os mundos da técnica e da ousadia. Entendo que técnica e ousadia se complementam; e é justamente no domínio da técnica em que há flexibilidade da ousadia, ele me dá a segurança e a liberdade para abrir as janelas da

criatividade. Aos poucos, torna-se possível bordar temas mais complexos, que exigem mais de minha técnica, até sentir que tenho domínio sobre ela. Isso ocorre quando a agulha desliza pelo pano sem que a mente fique “buzinando”: “Será que está certo? Será que está torto? Será que isso e aquilo?”.

A ousadia sempre vem de mansinho. O mergulho no imaginário dos bordados nutre algo interno que nem sei nomear. Quando você menos espera, uma voz interior começa a questionar: e se essa linha aqui der duas voltas em vez de uma? E se eu interromper este ponto no meio deste traço e continuar depois com outro ponto? E se, e se... E se eu apresentar a narrativa de minhas aulas, em que olho para a dialogicidade de minha sala de aula, seguida da narrativa de minha narrativa, em que foco em meu processo enquanto professora? E se eu escrever a narrativa da narrativa? Assim é a voz da ousadia que atravessa confiante os mares de medos e inseguranças. Tudo em nome da beleza, claro. Você ousa e vê que ficou bom. Se não ficou, puxa o fio e desmantha; cria, recria, recomeça (MATIZES DUMONT, 2018b).

No primeiro processo de qualificação de meu bordado, que ocorreu em agosto de 2018, as professoras da banca fizeram estas provocações: “*Kátia, estamos enxergando outras coisas, além do movimento dos seus alunos*”; “*Os seus dados apontam para o seu movimento de professora problematizadora*”; “*Talvez você também possa considerar o seu processo!*”. A partir disso, reorganizei o foco de minha pesquisa de modo a investigar o entrecruzamento do desenvolvimento do PA de meus alunos com meu desenvolvimento pessoal e profissional. Meus alunos aprendem com minhas intervenções, a partir do que eles produzem, envolvo-me num processo reflexivo e passo a investigar minha prática e, ao narrar, (re)significo minha experiência — aquela (experiência) que me toca, que me transforma, que me constitui enquanto professora problematizadora.

Organizei meu trabalho para que, ao variar as “técnicas”, construísse um bordado (singular, que retrata minha história, meu processo) com misturas de “técnicas, ousadia e amor”. Para lidar com os movimentos de minha sala de aula — amparada pelas videogramações, pelos registros dos textos de campo, pelas produções escritas dos alunos, pelas fotografias —, dediquei-me a escritas de narrativas de aulas de Matemática, narrativas pedagógicas. Elaboro, assim, aquela narrativa de autoformação⁷⁹ de que venho me apropriando desde o início de

⁷⁹ Tomo o conceito de autoformação discutido por Pineau (2010). Em seu estudo, o autor discorre sobre a diferença dos processos de formação: a ação dos outros (heteroformação), a do meio ambiente (ecoformação) e a do eu (autoformação). Ele amplia as discussões sobre autoformação numa perspectiva de “autonomização educativa”, vista como a apropriação por cada um de seu próprio poder formativo. Pineau (2010, p. 103) define que *auto* “é um prefixo reflexo: é a dinâmica reflexiva da autoformação que permite operar um ciclo vital. A autoformação nas suas faces últimas corresponde a uma dupla apropriação do poder de formação; é tomar em mãos este poder;

minhas participações nos grupos de pesquisas, aquelas (narrativas) que me possibilitam compreender a experiência vivida no contexto da sala de aula e os processos de desenvolvimento do PA de meus alunos. Minhas *narrativas pedagógicas* estão voltadas à complexidade e à dinâmica de uma prática que tenciona colaborar com o desenvolvimento do PA dos alunos. Nelas, lanço mão da *análise microgenética* — a qual discutirei melhor no próximo item — em busca de indícios que respondam à questão investigativa.

Prado, Ferreira e Fernandes (2011, p. 143) definem narrativas pedagógicas como “textos predominantemente narrativos e autobiográficos, escritos para compartilhar lições aprendidas a partir da experiência, da reflexão sobre a experiência, da observação da prática dos pares, da discussão coletiva, da leitura, do estudo e da pesquisa.” Os autores destacam alguns gêneros discursivos que podem ser considerados narrativa pedagógica, dentre eles: memoriais de formação, cartas pedagógicas, crônicas do cotidiano, depoimentos, diários, relatos de experiência e de pesquisa. Esses gêneros discursivos se apresentam como dispositivos para que “os educadores documentem o que fazem, o que pensam, o que pensam sobre o que fazem, assim como suas inquietações, dificuldades, conquistas, sua produção intelectual.” (PRADO; FERREIRA; FERNANDES, 2011, p. 143).

Prado, Ferreira e Fernandes⁸⁰ (2011) apontam que todo relato pode ser considerado narrativa pedagógica, desde que possibilite a reflexão. Contudo,

existem *narrativas* cujas marcas pedagógicas são mais enfáticas. E também existem *narrativas* que ninguém diria que são *narrativas* pedagógicas, mas que admitem uma leitura em termos de algum ensinamento de que são portadoras [...]. No entanto, se considerarmos “ensinamento” qualquer afirmação geral sobre a existência humana, à qual a obra possa dar lugar, ou qualquer influência que a obra possa exercer sobre o leitor, toda *narrativa* poderia ser pedagógica, sem prejuízo de suas outras dimensões. E, seguindo essa via, poderíamos chegar à conclusão de que o caráter pedagógico de uma *narrativa* é um efeito de leitura, dado que todo relato, toda ficção pode-se ler a partir do pressuposto de que contém um ensinamento [...]. (PRADO, FERREIRA; FERNANDES, 2011, p. 145-146)

Logo, a narrativa pedagógica se apresenta como um dispositivo de dizeres e escritas dos educadores da (e na) escola. Revelam não somente os dilemas desses sujeitos, mas também desejos e expectativas, além de desvendarem possibilidades de reflexão e transformação na/da prática pedagógica. Moura (2019), em sua tese de Doutorado, toma as *narrativas pedagógicas*

é também aplicá-lo a si mesmo: tornar-se objeto de formação para si mesmo. Essa dupla operação desdobra o indivíduo num sujeito e num objeto de um tipo muito particular, que podemos denominar autorreferencial.”

⁸⁰ Os autores adaptam um texto de Larrosa, fazendo uma única substituição de palavra “novela” por “narrativa”, pois, segundo eles, o texto aponta a dimensão pedagógica à qual se referem.

como um dispositivo de formação para que licenciandos produzam narrativas de aulas e discute sua potencialidade enquanto um dispositivo de formação.

Prado, Soligo e Simas (2014) discutem a narrativa enquanto uma construção a partir do pensamento metacognitivo do pesquisador — analisam o discurso/reflexão que se vira para si mesmo — que pressupõe a implicação do pesquisador em “tornar a si mesmo” como fonte importante de dados por meio do exercício de reflexão sobre o percurso da pesquisa. Logo, descrever a experiência que vivenciou e da qual foi protagonista é o movimento possibilitado pela PN, na qual um dos pontos de partida pode ser “a própria narrativa de experiências do pesquisador — sua autobiografia.” (CLANDININ; CONNELLY; 2011, p. 106). Cria-se, assim, um movimento dual de fazer parte da experiência e da análise. Nele, o investigador/narrador analisa o objeto narrado, em que ele mesmo está incluído, levando em consideração todo o entorno e o modo como foi concebido o episódio. Além disso, o pesquisador direciona a maneira como o objeto é compreendido.

Segundo Frauendorf *et al.* (2016), é no movimento de *escrita* e *leitura* que se encontra a potência da narrativa para a *autoformação* e a *formação* de profissionais da Educação. Para os autores, esse movimento formativo acontece *durante* a pesquisa (e não somente após concluídas a investigação e a produção dos dados); possibilita “o encontro do narrador com sua narrativa, como também o encontro das palavras proferidas pelo narrador com a de seus interlocutores e consigo mesmo.” (FRAUENDORF *et al.*, 2016, p. 361). Ou seja, há um diálogo polifônico entre a reflexão do narrador em relação a seu tema de investigação, a seus interlocutores diretos e aos sujeitos de sua pesquisa, incluindo a si próprio.

A partir da leitura da *narrativa pedagógica*, produzo outra narrativa: a *narrativa da narrativa*. Ela me permite: refletir sobre minha própria prática pedagógica na sala de aula; inventar possibilidades para amadurecer e refinar minha experiência; aproximar-me de meus processos de tomada de consciência, (trans)formação, de autoformação — a própria escolha de um episódio em detrimento de outro já é um movimento transformador. Logo, esta nova produção é feita em outro contexto, com outro olhar, por meio do qual busco elucidar a mim mesma e me permito divagar na tentativa de encontrar-me em minha própria escrita (FRAUENDORF *et al.* 2016). Concordo com Prado, Soligo e Simas (2014, p. 11, grifo dos autores) quando afirmam que “ao mirar o vivido ‘de outro lugar’, fazemos do eu *um outro de si próprio*.”

Além disso, entendo que a (minha) *narrativa da narrativa* tem a possibilidade de servir de charneira⁸¹ para a compreensão de minha experiência, visto que engloba e ultrapassa o “vivido”, o antes e o depois, o fora e o dentro da experiência presente, com o distanciamento próprio da escrita. Procuro: bordar em cima de meu bordado (numa proposta de Bordado Livre), escrever *sobre* o que escrevi; bordar a dinâmica de minha relação *com* o saber, que me permite (re)criar o saber, ultrapassá-lo e poder me situar em relação ao que aprendi, tornando minha relação com o saber mais importante que o próprio saber (CHIENÉ, 2010); relatar minha relação com os outros (alunos, professores, autores) e também a relação com os diferentes aspectos do eu (professora, pesquisadora, aluna, filha, irmã, amiga). Para Chiené (2010, p. 139, grifos da autora), “a compreensão da experiência de formação é a compreensão do *eu*. A construção do *eu* é reencontrada na compreensão da transformação da narrativa ao nível profundo do texto”. Assim, ao me dedicar à produção da “narrativa da narrativa”, busco o que, em minha prática pedagógica, transforma-me e forma-me; o que contribui para meu desenvolvimento profissional, para minha autoformação. Neste bordado, minha análise produz uma narrativa em diálogo com os dados, procurando evidenciar elementos (particulares) que configuram minha história, meu processo. Nele, utilizo os pressupostos metodológicos da *análise narrativa*.

Portanto, a partir de minha maneira de pensar e entender meu bordado, utilizo duas abordagens de análise dos dados: a *abordagem microgenética* para a análise dos movimentos de sala de aula (análise das narrativas pedagógicas); e a *análise narrativa* para a narrativa da narrativa. Assim, ao longo de meu bordado, utilizo algumas variações em sua estrutura para indicar as diferentes fases de minha produção. Para as *narrativas pedagógicas*, trago episódios de análises. Esses episódios, que apresentam diálogos dos movimentos de sala de aula, estão organizados por turnos, os quais recebem a inicial *T*, seguida da numeração, de acordo com a sequência em que aparecem no bordado (texto). Para preservar a identidade das crianças, optei por utilizar nomes fictícios; minhas falas, por sua vez, são antecedidas pela inicial *P* (professora).

Já para as *narrativas da narrativa*, utilizo a expressão *(a)bordar-me*, no sentido de anunciar, em meu texto, o movimento de reflexão acerca de minha narrativa, meu movimento de pensar sobre meus processos, sobre o “estar comigo mesma” — ainda que esse “eu” seja entendido como um “eu dialógico”. Assim, essa expressão reflete o movimento de (re)bordar a

⁸¹ Josso (2010) chama de momento-charneira uma espécie de dobradiça, que faz o papel de articulação entre os períodos de vida. São situações tão fortes e significativas que podem mudar o rumo da história do sujeito.

história vivida. Em meu bordado, o *(a)bordar-me* sempre aparece após uma *narrativa pedagógica*. Para melhor destacar a mudança de meu movimento de escrita e reflexão (entre a construção da narrativa pedagógica e a construção da narrativa da narrativa), lanço mão da diferenciação da fonte do texto, buscando auxiliar o leitor na percepção da mudança por meio da configuração de meu texto.

Nas próximas seções, dedico-me à discussão dos procedimentos de análise para meu bordado. Conforme já anunciei, eles compreendem dois modos distintos de organizar e interpretar os dados.

2.3.7.1 Análise microgenética

Por meio de minha *narrativa pedagógica*, busco a análise dos processos relacionados ao desenvolvimento do PA de meus alunos. Para isso, tomo os pressupostos da perspectiva histórico-cultural para a análise de momentos vivenciados em sala de aula. Para Vygotski (1995, p. 47), “o objeto e o método de investigação mantêm uma relação muito estreita”, em que o sucesso de uma investigação depende do olhar atento do pesquisador para o método que utilizará. A partir dessa perspectiva, não há como definir, de forma rígida, etapas metodológicas da investigação *a priori*, visto que

o método tem que ser adequado ao objeto que se estuda [...]. A elaboração do problema e do método se desenvolvem conjuntamente, ainda que não de modo paralelo. A busca do método se converte em uma das tarefas de maior importância na investigação. O método, nesse caso, é ao mesmo tempo premissa e produto, ferramenta e resultado da investigação. (VYGOTSKI, 1995, p. 471)

O autor comprehende que o método é produzido em unidade com a explicitação do objeto de pesquisa. Partindo da análise voltada às funções psicológicas superiores, Vygotski (2007) definiu três importantes princípios metodológicos para as pesquisas realizadas a partir dessa abordagem. O primeiro é a *análise de processos e não de objetos/produtos*; aqui há a ênfase na historicidade do fenômeno estudado, visando a uma análise detalhada dos processos e não apenas de objetos isolados/estáveis, visto que a natureza do fenômeno é entendida como algo inacabado e dinâmico. O segundo envolve o conflito *explicação versus descrição*, apontando que a descrição pode não revelar a compreensão da totalidade do fenômeno; por isso, há que se estabelecer as relações que compõem o objeto estudado em busca de explicá-lo em sua origem, e não em sua aparência externa. O terceiro envolve o *problema do comportamento/interpretação fossilizada*, que se refere à necessidade de um estudo que atente

para as mudanças históricas, em busca da compreensão das “verdadeiras” origens do fenômeno, de modo a superar uma interpretação superficial de sua natureza.

À medida que me aproximo desses princípios teóricos, reconheço a importância dos processos que os compõem ou, ainda, que se relacionam ao desenvolvimento do PA de meus alunos. Isso envolve: o contexto da sala de aula, os alunos, as relações que estabelecem no ambiente da sala de aula, as intencionalidades, a cultura, a historicidade desses processos...

Em Góes (2000), encontro uma abordagem metodológica que se insere nessa matriz histórico-cultural e semiótica dos processos humanos: a análise microgenética. Essa abordagem é caracterizada como uma forma de construção de dados “orientada para minúcias, detalhes e ocorrências residuais, como indícios, pistas, signos de aspectos relevantes de um processo em curso; que elege episódios típicos ou atípicos” e que permitem uma interpretação centrada na intersubjetividade e no funcionamento enunciativo-discursivo dos sujeitos e que se guie por uma visão indicial e interpretativo-conjectural (GÓES, 2000, p. 9).

Góes (2000, p. 15, grifo da autora), a partir dos estudos de Wertsch (1985), aponta que o termo *microgenética* não se refere a *micro* pensando em eventos de curta duração, mas sim focando em “minúcias indiciais” que se relacionam à atenção aos detalhes e ao recorte de episódios interativos. Já o termo *genética* vincula-se à historicidade, focalizando o movimento dos processos, e às condições temporais (passado, presente e futuro). Em suas próprias palavras, “é genética, como sociogenética, por buscar relacionar os eventos singulares com outros planos da cultura, das práticas sociais, dos discursos circulantes, das esferas institucionais.” (GÓES, 2000, p. 15).

Partindo dessas premissas, minha análise, com foco na microgênese dos processos observados, busca minúcias de transformações, de desenvolvimentos nas relações intersubjetivas que se estabelecem na sala de aula. Procuro selecionar os eventos singulares dos episódios com o contexto social mais amplo, de modo a estabelecer elos coerentes entre os acontecimentos em curso e, assim, realizar possíveis interpretações, e não fazer uma mera descrição desses acontecimentos. Logo, os episódios analisados foram escolhidos (intencionalmente) de modo que permitissem uma interpretação do fenômeno de interesse. Para este bordado e, sobretudo, para minhas narrativas pedagógicas, selecionei episódios (significativos para o propósito de estudo) que evidenciem os indícios de desenvolvimento do PA de meus alunos e tudo mais que a ele se relaciona — as interações, os cenários socioculturais, as relações entre microeventos e as condições macrossociais, focalizando aspectos intersubjetivos e dialógicos.

2.3.7.2 Análise narrativa

A PN não produz um conhecimento que leve a uma previsão ou mesmo a um controle da experiência humana; ao contrário, ela busca gerar um saber que aprofunda e aumenta a compreensão da experiência humana. Assim, o conhecimento narrativo está preocupado com intenções humanas e seus significados, visando à compreensão — em vez de previsão e controle. Logo, a PN se distancia da busca por generalização das ações humanas. O foco está nos mundos vividos pelos sujeitos investigados, em suas singularidades, nas quais podem ou não ser semelhantes uns aos outros.

De acordo com Bolívar (2002), a análise narrativa envolve um estudo baseado em casos particulares — ações e eventos — cuja análise produz a narração de uma trama ou argumento, por meio de uma história narrativa, que aponta dados significativos e organizados em “unidades integradas de significado”. Os fatos desses casos são dispostos em uma sequência — não em categorias. Logo, na análise narrativa, não há a busca por elementos comuns, mas elementos que compõem a história, que revelam a singularidade de um caso particular e que fornecem uma compreensão de sua complexidade. Contudo, o que resulta de uma análise narrativa é uma narrativa particular, sem a pretensão de generalização. Para o autor,

a tarefa do pesquisador, nesse tipo de análise, é configurar os elementos dos dados em uma *história* que unifica e fornece significado aos dados, a fim de expressar de maneira autêntica a vida individual, sem que se manipule a voz dos participantes. A análise requer que o investigador desenvolva um enredo ou argumento que permita unir temporal ou tematicamente os elementos, dando uma resposta abrangente sobre porque algo aconteceu. Os dados podem vir de muitas fontes diferentes, mas o ponto é que eles são integrados e interpretados em uma intriga narrativa. O objetivo final é, neste caso, diferentemente do modo paradigmático, revelar o caráter único de um caso individual e proporcionar uma compreensão de sua particular complexidade ou idiossincrasia.⁸² (BOLÍVAR, 2002, p. 13-14, grifo do autor, tradução minha)

Desse modo, a análise narrativa deve ter o cuidado de não violar as vozes dos sujeitos investigados, não impondo uma análise categórica distante de suas palavras, fragmentando-as e descontextualizando-as. Contudo, há que se entender que a extrema fidelidade ao que é

⁸² “La tarea del investigador, en este tipo de análisis, es configurar los elementos de los datos en una *historia* que unifica y da significado a los datos, con el fin de expresar de modo auténtico la vida individual, sin manipular la voz de los participantes. El análisis requiere que el investigador desarrolle una trama o argumento que le permita unir temporal o temáticamente los elementos, dando una respuesta comprensiva de por qué sucedió algo. Los datos pueden proceder de muy diversas fuentes, pero el asunto es que sean integrados e interpretados en una intriga narrativa. El objetivo último es, en este caso, a diferencia del modo paradigmático, revelar el carácter único de un caso individual y proporcionar una comprensión de su particular complejidad o idiosincrasia.”

narrado também não satisfaz o rigor teórico e metodológico da análise; logo, o (apenas) “tomar nota” é limitante e não se caracteriza como uma análise. Há que se dar conta de olhar, em busca de significações, para os componentes e dimensões relevantes da vida dos sujeitos, ao mesmo passo em que se faz necessário “o colocar” as histórias narrativas em um contexto que contribui para fornecer uma estrutura na qual seja possível a atribuição de um sentido mais amplo. Aqui, o ponto central é a busca pelo equilíbrio entre uma interpretação não limitada — de “dentro para fora” — e uma interpretação “do lado de fora”, que dispensa nuances e modulações do discurso narrado. Logo, o pesquisador deve penetrar no complexo conjunto de símbolos que as pessoas usam para conferir significado a seu mundo e a sua vida, alcançar uma descrição suficientemente rica para obter significado (BOLÍVAR, 2002).

Ao lidar com narrativas, não estamos diante de textos “informativos”, mas sim de histórias biográficas que constroem — humanamente — uma realidade. Trata-se de uma realidade daquele que sente, pensa e age, na qual a dimensão do singular — pessoal, emocional, intencional —, para além de estar presente, contribui, significativamente, para a construção da realidade. Para Bolívar (2002, p. 17, tradução minha), “nunca é possível prender as nuances da narrativização de uma vida sob uma categoria temática”⁸³. Com isso, o autor denuncia a utilização de categorias para a análise de narrativas. Para ele, é necessário colocar as experiências narradas dentro de um conjunto de regularidades e diretrizes “sócio-historicamente” explicáveis, considerando que a história do vivido responde a uma realidade socialmente construída, sem deixar de considerar que ela é única e singular. Contudo, é importante salientar que, ao representar as vozes dos sujeitos investigados, as narrativas não refletem a realidade por si mesmas, elas constroem (discursivamente) um mundo vivido pelos sujeitos.

O processo de uma análise narrativa é, então, sintetizar um agregado de dados em um conjunto coerente, em vez de separá-los por categorias. O resultado dessa integração narrativa é uma comprensão retrospectiva de eventos passados, de acordo com uma sequência temporal contínua, para atingir certo fim. Aqui o processo recursivo passa dos dados obtidos para o surgimento de um determinado enredo. Esse enredo determina quais dados devem ser incluídos, com que ordem e com que fim.⁸⁴ (BOLÍVAR, 2002, p.18, tradução minha)

⁸³ “nunca cabe atrapar los matices de la narrativización de una vida bajo una categoría temática”

⁸⁴ “El proceso de un análisis narrativo es, entonces, sintetizar un agregado de datos en un conjunto coherente, en lugar de separarlos por categorías. El resultado de esta integración narrativa es una comprensión en retrospectiva de los hechos pasados, según una secuencia temporal continua, para llegar a un determinado fin. Aquí el proceso recursivo se mueve de los datos obtenidos a la emergencia de una determinada trama argumental. Esta trama argumental determina qué datos deben ser incluidos, con qué orden y con qué final.”

Assim, enquanto professora-pesquisadora, embasada pelos estudos de Bolívar (2002), busco construir e contar uma história, na qual permito que minha voz seja ouvida. Assim, pautando-me na análise narrativa e dando ênfase aos casos particulares, nos quais o resultado de minha análise será apresentado por uma nova narrativa, procuro a explicitação de uma trama ou mesmo de argumentos que tornem meus dados significativos — não em busca de elementos comuns —, evidenciando o que é singular. Logo, meu papel será o de configurar aspectos dos dados em uma narrativa que os unifica e propõe significados, com o intuito de mostrar o movimento do vivido. Organizado de forma temática ou temporal, o mais importante em meu bordado é “possibilitar a compreensão” do porquê de algo que aconteceu, o que envolve minha compreensão e a dos leitores. Por isso, os detalhes, a descrição, os sentimentos, as emoções e o agir precisam se fazer presentes nas entrelinhas de meu bordado. Busco, portanto, revelar um aspecto único de minha sala de aula, do modo com o qual meus alunos entendem as propostas e se envolvem nelas, de meu desenvolvimento profissional. Além disso, tenciono possibilitar que esses aspectos singulares sejam a ponte para a construção de novas narrativas, novas experiências, novas reflexões. Possibilitar a compreensão da complexidade particular, é esse meu desafio!

3 CORES, TESSITURAS E TRAÇADOS QUE SE COMBINAM: NOSSO BORDADO...

Figura 15 – Alegria vida na beira d’água



Fonte: Matizes Dumont (2020a)

É hora de bordar a experiência, o vivido, a temática... Se é hora de bordar, é hora de reviver, de refletir, de aprender. Porque um bordado nunca é somente um bordado em si. Bordar é um ato de coragem, coragem para uma viagem entre o passado, o presente e o futuro num movimento tridimensional (CLANDININ; CONNELLY; 2011) — construindo memórias (no presente), retomando as lembranças do passado e pressagiando o futuro. É preciso coragem para se atentar às entrelinhas, para apaixonar-se e desapaixonar-se pelo contexto, para narrar a história do outro e a minha, para fazer reflexões profundas sobre a vida. Afinal, o que é viver senão um tecer de um grande bordado, escolhendo cores, paisagens, caminhos? “E desmanchando, de vez em quando, um pedaço que não ficou muito bom ou quando tecemos uma imagem idealizada e nos surpreendemos quando descobrimos o que está por trás do nosso olhar enganador.” (MATIZES DUMONT, 2016).

Assim, o bordado se torna o caminho que contribui para aumentar minha capacidade de aprender sobre a realidade, a minha e a dos outros que me constituem num movimento dialético. Concordo com Vygotski (1999, p. 315) quando afirma que “a arte é o social em nós, e, se o seu efeito se processa em um indivíduo isolado, isto não significa, de maneira nenhuma, que as suas raízes e essência sejam individuais.”

Mãos à obra!

3.1 Narrativa pedagógica 1: Tarefa dos palitos ou Tarefa dos triângulos?

Esta narrativa apresenta os movimentos da tarefa “Continuando com triângulos”, desenvolvida com os alunos na segunda quinzena do mês de novembro de 2017, ou seja, no final do ano letivo, quando eles já haviam vivenciado uma série de tarefas que envolviam contextos de sequências com padrões repetitivos e recursivos. Trabalhada em dois dias consecutivos, a tarefa, englobando uma sequência com padrão recursivo, tinha como objetivo a percepção da regularidade por parte dos alunos e, a partir dela, o desenvolvimento de estratégias de generalização.

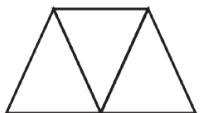
Para dar início à aula, organizei as crianças em duplas e trio, entreguei 1 folha de sulfite com a cópia do enunciado da tarefa (Quadro 4) e 15 palitos de sorvete para que reproduzissem a sequência recursiva sugerida na proposta. O número limitado de palitos relacionava-se a minha intencionalidade de envolver os alunos na busca de outra estratégia para a identificação das figuras seguintes, visto que, de posse de mais palitos, poderiam seguir a construção das próximas figuras da sequência, chegando à conclusão de que, a cada novo triângulo, seriam acrescentados dois palitos à figura anterior.

Quadro 4 – Continuando com triângulos

TAREFA 2: CONTINUANDO COM TRIÂNGULOS

OBSERVE A SEQUÊNCIA ABAIXO:


FIGURA 1

FIGURA 2

FIGURA 3

1. COM OS PALITOS DISTRIBUÍDOS POR SEU PROFESSOR, REPRODUZA A SEQUÊNCIA DADA.
2. AGORA RESPONDA:
 - A. COMO VOCÊ PODE OBSERVAR, NESSA SEQUÊNCIA HÁ UM PADRÃO. CONTE A RESPEITO DO QUE DESCOBRIU.
 - B. QUAL SERIA A PRÓXIMA FIGURA DA SEQUÊNCIA? COMO VOCÊ SABE DISSO? DESENHE ESSA FIGURA.
 - C. QUANTOS TRIÂNGULOS SÃO NECESSÁRIOS PARA CONSTRUIR A 10^a FIGURA? EXPLIQUE COMO VOCÊ CHEGOU A ESSA CONCLUSÃO.
 - D. QUANTOS TRIÂNGULOS SÃO NECESSÁRIOS PARA CONSTRUIR A 27^a FIGURA? EXPLIQUE COMO VOCÊ CHEGOU A ESSA CONCLUSÃO.

Fonte: Acervo do Grucomat

A expectativa era a de que os alunos se envolvessem na análise do padrão de crescimento e fizessem generalizações. Seria importante que percebessem que o número de triângulos é o mesmo que representa a posição da figura (questão 2A). Logo, a próxima figura da sequência é representada por 4 triângulos (questão 2B). Considerando a sequência de triângulos, a 10^a figura da sequência tem 10 triângulos (questão 2C); já a 27^a figura, 27 triângulos (questão 2D). Mas e se, em vez de triângulos, os alunos considerassem os palitos? Centrando a análise nos palitos, a 10^a figura tem 21 palitos; a 27^a figura, 55 palitos. O que será que as crianças consideraram? Palitos ou triângulos? Essa ambiguidade proposta pela tarefa e por meus encaminhamentos só foi percebida na análise dos episódios desta narrativa.

Assim que receberam o material, as crianças já apontaram indícios de que buscavam regularidades na sequência. Acredito que essa procura “imediata” se apresenta como uma operação intelectual (de análise)⁸⁵, conforme visto em Fontana (2006), mediada pelo enunciado da tarefa e ancorada pelos resíduos⁸⁶ (HIEBERT *et al.*, 1997) deixados pelas tarefas anteriores,

⁸⁵ A partir dos pressupostos da teoria histórico-cultural, Fontana (2006) defende que envolver os alunos em elaboração da análise diante de objetos e situações de sua realidade possibilita a apropriação de um novo modo de relação cognitiva, que dá início a uma transformação na estrutura de seus conceitos. Logo, à medida que a visualização da criança se estabelece a partir de um foco, sua atenção é reorganizada para novas operações intelectuais; a atividade passa a ser a análise.

⁸⁶ Com base nos estudos de Hiebert *et al.* (1997), Moreira (2015, p. 39) define que “resíduos são caracterizados pelas aprendizagens que os alunos levam consigo resolvendo problemas. Sendo assim, entendemos que resíduos são as contribuições importantes que ficam de uma tarefa, ou seja, os entendimentos, as significações que ficaram para os alunos de uma tarefa que realizaram e que poderão ser utilizados em novas tarefas. Tais entendimentos e significações dizem respeito à construção do conhecimento, que faz parte de um processo no qual os alunos

nas quais também foram desafiadas a encontrar regularidades nas sequências. Esse processo é destacado no episódio abaixo:

Episódio 1 – Está pulando de 2 em 2?

- T01 Pedro: *Oh, Prô, agora eu já lembrei um negócio. É igual àquela lá, olha:* [aponta para a primeira figura da sequência] *aqui tem 1* [aponta para a segunda figura]; *aqui têm 2* [aponta para a terceira figura]; *aqui têm três.*
- T02 P: *O quê? 1 o quê?*
- T03 Pedro: *1, 2, 3... Daí, olha... Espera aí...[pensativo] Está aumentando! Aqui* [aponta para a primeira figura] *têm 3. Aqui vai formando 1, 2, 3, 4, 5. Vai formando!* [aponta para a segunda figura] *Aqui,* [aponta para a terceira figura] *vai formando 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Vai formando o 7! Vai pulando em 3* [aponta para a primeira figura] *em 2* [aponta para a segunda figura] *e em... 2* [aponta para a terceira figura].
- T04 P: *Como assim pulando de 2?*
- T05 Pedro: *3, em 2 e em 2* [aponta para a primeira, a segunda e a terceira figura, sucessivamente].
- T06 P: *Qual seria o próximo?*
- T07 Pedro: *Eu pintava assim: 1, 2, 3... 9!*
- T08 P: *E o próximo?* [aponta para o espaço fora da sequência]
- T09 Pedro: *11!*
- T10 P: *E o próximo?*
- T11 Pedro: *13!*
- T12 P: *O que você descobriu, Pedro?*
- T13 Pedro: *Eu descobri que esse daqui* [primeira figura] *ia em 3. Depois cada um ia em 2, em 2, em 2... mais 2!*
- T14 P: *E a posição 20? Quanto vai ser?*
- T15 Pedro: *Aí, nós vamos ter que pegar todos esses palitos* [enquanto fala, tira os palitos da primeira figura e integra à segunda figura, assim faz com os outros até utilizar todos os palitos para compor uma só figura. Ao final, conta os palitos até o 15 e continua a contagem para 16, 17, 18, 19...], *e aí precisa de mais 1.*

O episódio destaca o movimento do aluno Pedro, que, assim como a maioria dos alunos envolvidos na busca da regularidade da sequência, ora considerava a quantidade de palitos, ora levava em conta a quantidade e triângulos. Em sua primeira manifestação (T01), há indícios de que Pedro, lançou mão de resíduos (HIEBERT *et al.*, 1997), visto que fez referência a um conhecimento adquirido em uma tarefa anterior, em que o número da figura da sequência apresentava uma relação de dependência com o termo: “*É igual àquela lá, olha*”. Ao questioná-lo, “*I... o quê?*” (T02), busquei entender qual era o aspecto da sequência a que o aluno se referia. Não bastava fazer a referência, ele precisava explicitar qual era a relação que estabeleceu. Em uma análise rápida, acreditava que o aluno se referia à quantidade de “elementos” em cada

devem estabelecer, a todo o momento relações e conexões para que, de fato, dominem os conteúdos que estão sendo trabalhados.”

figura; no caso dessa sequência, “1 triângulo na figura 1, 2 triângulos na figura 2” e assim por diante. Logo, ao mesmo passo em que buscava me certificar de seu entendimento, também tentava envolvê-lo na análise de seu próprio pensamento e, como se tratava de uma socialização coletiva, também procurava inserir as outras crianças na discussão.

Pedro buscou um argumento para sua fala: “*1, 2, 3... Daí, olha... Espera aí [pensativo] está aumentando.... Aqui [aponta para o 1º termo] têm 3. Aqui vai formando 1, 2, 3, 4... 5. Vai formando 5 [...].*” (T03). Ao retomar a sequência, ele estabeleceu novamente uma operação intelectual de análise em que sua atenção foi reorganizada e resultou na seguinte percepção: “*Espera aí, está aumentando...*” (T03). A partir daí, passou a considerar a quantidade de palitos em cada triângulo. A necessidade de comunicação sobre seu raciocínio do aluno fez com que a estratégia inicial de Pedro tomasse outro rumo. Para essa comunicação, ele lançou mão da sequência registrada no sulfite, por meio da leitura das figuras e da contagem dos palitos, revelando a importância desses elementos figurativos para seu processo de análise e apropriação da sequência.

Vale (2013) defende o trabalho com padrões em contextos figurativos enquanto uma importante ferramenta que pode favorecer o processo de generalização das crianças bem como a transição do pensamento aritmético para o algébrico. Segundo a autora, a partir das sequências figurativas, as crianças podem atribuir significado à generalização sem ter que recorrer a variáveis e a fórmulas que, muitas vezes, são introduzidas para uma mera manipulação de símbolos sem significado — e que também não faz parte do contexto de trabalho com meus alunos. As figuras possibilitam o que a autora chama de um “pensar visualmente”. Para ela, “a visualização tem um papel importante no raciocínio do aluno, e as tarefas com padrões figurativos desenvolvem a percepção visual.” (VALE, 2013, p. 3).

Mason (1996), por sua vez, defende que “ver” um padrão é o primeiro passo de sua exploração, assim, para a análise das sequências e generalizações, as crianças precisam prestar atenção nas características figurais que podem estar relacionadas à generalização. Logo, o “ver” é um passo importante para a generalização, visto que os alunos podem se basear nas propriedades das figuras, bem como nas propriedades numéricas para chegar a uma generalidade. A visualização é, portanto, apresentada como um componente essencial para a compreensão das propriedades geométricas e numéricas. Vale (2013, p. 4) ressalta ainda que “os contextos figurativos são mais intuitivos para a maior parte dos alunos e, em particular, para os níveis mais elementares.” Essa afirmação me faz retomar uma discussão (FREITAS; NACARATO; MOREIRA, 2017), da qual fiz parte, envolvendo o ensino da Geometria à luz da PHC; naquele trabalho, discutimos sobre a importância da imagem mental na elaboração

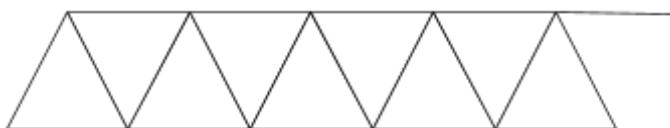
conceptual de figuras geométricas. Nesse texto, afirmamos que, “no processo de elaboração conceptual, os alunos vão produzindo imagens a partir de experiências (próprias e alheias) e vão se deslocando do perceptual concreto em direção ao pensamento abstrato.” (FREITAS; NACARATO; MOREIRA, 2017, p. 81). Vejo a possibilidade de uma aproximação dessa afirmação ao tratarmos de contextos figurativos para o desenvolvimento do PA em que as crianças são imersas na construção de imagens mentais, buscando regularidades e generalizações, num movimento de descolamento entre o particular e o geral. Logo, identifico a relação geométrica estabelecida na proposta.

Há que se pensar na importância de exploração dos diferentes modos de generalização e considerar que estes estejam relacionados a diferentes formas de “ver” esses padrões e tenham significado para os alunos. Além disso, entendo que a intervenção — manifestada de diferentes maneiras: pela sequência figurativa proposta na tarefa, pelos palitos de sorvete, por meus questionamentos, pela troca entre os colegas — também contribuíram para que Pedro e as demais crianças entrassem no movimento de análise, ou seja, no movimento de “ver” a sequência, o que vai além do olhar. “Ver” é buscar relações, é ter curiosidade, é querer saber como, quando e onde as coisas funcionam; é querer descobrir sobre as próximas figuras; é querer encontrar uma resposta; é querer entender sobre como se pensou; é se envolver com a tarefa; e, portanto, é estar em atividade (LEONTIEV, 1983).

Até então, não tinha me atentado para a forma como a tarefa foi proposta, por meio da qual possibilitava a análise de duas regularidades na representação figurativa: o número de triângulos, que era o objetivo da tarefa, e o de palitos, que aumentava de uma figura para outra. Pedro identificou que a primeira figura era composta por 3 palitos, e que, a partir de então, as figuras “aumentavam” de 2 em 2 palitos. Com essa percepção, foi definindo quantos palitos teriam as próximas figuras: “9” (T07); “11” (T09); “13” (T11). Entendo que ele estava envolto num processo de generalização. Para entender esse processo, retomo os estudos de Vale (2013) que apontam que as sequências com padrões em contextos figurativos envolvem dois tipos de generalizações: a generalização próxima, que está relacionada à definição do termo seguinte; e a generalização distante, que implica a definição do padrão, exige a compreensão da lei de formação, ou seja, de uma regra geral expressa matematicamente, e requer a procura de relações funcionais. Mas, no caso de meus alunos, essa generalização nem sempre é expressa a partir da linguagem matemática. Pedro realizou uma generalização próxima, visto que se baseou no termo anterior para determinar o próximo; sua estratégia estabeleceu uma relação de dependência com o último termo da sequência.

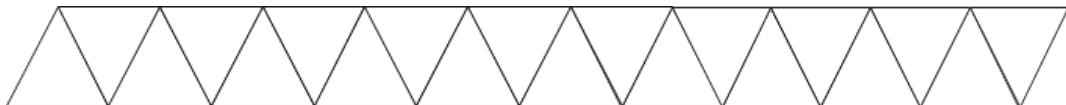
A estratégia de Pedro me possibilitou pensar em figuras que não aparecem na sequência inicial? Pedro provou que sim, pois pensou sobre as figuras 4, 5 e 6. Mas, a partir de sua estratégia, é possível pensar em qualquer figura? Não, a menos que ele conhecesse a quantidade de palitos da figura anterior à solicitada. Tendo essa percepção e querendo colocar o aluno no movimento de “generalização distante” (VALE, 2013), questionei: “*E a posição 20? Quanto vai ser?*” — sugerindo, então, uma nova reorganização de sua análise. Como resposta, Pedro considerou a quantia de 20 palitos, como se minha pergunta tivesse sido: “Qual figura eu consigo formar com 20 palitos?” A estratégia do aluno é exemplificada nas Figuras 16 e 17.

Figura 16 – Termo com 20 palitos considerado por Pedro



Fonte: Acervo da pesquisadora

Figura 17 – 20º termo da sequência



Fonte: Acervo da pesquisadora

Palitos, triângulos, regularidades, generalização... Enquanto passava pelas duplas realizando intervenções, preocupava-me com as “confusões” apontadas pelas crianças. Teria eu escolhido uma tarefa muito além dos conhecimentos que eles tinham para sua resolução? E se assim o fosse, o que poderia fazer, no momento da socialização, para que resolvessem a proposta? Fiquei intrigada com os movimentos, mas não consegui pensar em uma estratégia, muito menos tive a percepção do que as crianças me apontavam com “as confusões”. Cheguei à conclusão de que era uma tarefa muito difícil e, em meio a essa insegurança, decidi parar as discussões para que eu refletisse e, assim, retomasse a tarefa no dia seguinte, a fim de finalizá-la.

Contudo, ao analisar os episódios para a escrita da narrativa, percebo que era natural que as crianças apresentassem tais confusões, visto que, na tarefa anterior⁸⁷, a regularidade associava-se à quantificação e não a uma imagem, como na sequência atual representada por triângulos; os alunos buscavam uma quantidade de palitos relacionados a uma regularidade da

⁸⁷ Continuando com palitos.

sequência. Nesse momento, reflito sobre os possíveis equívocos no encaminhamento da tarefa. Mas entendia a necessidade de discussão das duas hipóteses levantadas pelos alunos.

Episódio 2 – Considerando a sequência de palitos

- T01 P: *Nós temos a figura 1* [registra na lousa].
- T02 Pedro: *Oh, Prô, não parece uma pirâmide?*
- T03 P: *Parece, né, Pedro? Depois nós temos* [dando continuidade ao registro na lousa].
- T04 Pedro: *A pirâmide 2...*
- T05 P: [risos] *Figura 2, figura 3...* [registra na lousa]
- T06 Pedro: *Oh, Prô, agora nós vamos pra figura 10, aí a gente vai ter que usar quase todas, olha...* [vai até a lousa e inicia a contagem dos palitos] *1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10... Olha, vamos usar até aqui* [aponta para os dois primeiros palitos da figura 3].
- T07 P: *Oh, Pedro, mas será que é: "na figura 1, 1 palito; figura 2, 2 palitos... figura 10, 10 palitos?"*
- T08 Antônio: *Não!*
- T09 Pedro: *Não, você tem que juntar. Você junta alguns!*
- T10 P: *Hum... tem que juntar o quê?*
- T11 Pedro: *Você tem que juntar a 1 com a 2, e essa parte dá 3* [aponta para os dois primeiros palitos da figura 3].
- T12 P: *Olha o que o Pedro está falando... Na figura 2, o que aconteceu?*
- T13 Pedro: *Ficou com 2 peças* [referindo-se à quantidade de triângulos].
- T14 P: *Juntou a 1 e a 2. E a 3?*
- T15 Pedro: *Juntou a 1, 2 e a 3. Olha: 1, 2, 3...* [conta os triângulos da figura 3]
- T16 Lucas: *Isso aqui parece uma pirâmide* [figura 1], *isso aqui parece...*
- T17 Antônio: *Uma esmeralda!*
- T18 Pedro: *Uma pipa!*
- T19 Lucas: *É, uma pipa, e isso aqui parece aqueles cubos de ouro.*
- T20 P: *Entendi... a Jade vai falar algo!*
- T21 Jade: [vai até a lousa] *A figura 1 tem 1; a figura 2 tem 2; a 3 tem 3* [enquanto fala, aponta para as figuras correspondentes].
- T22 P: [repete a fala da aluna] *E na 4?*
- T23 Jade: *Vai ter 4 figuras 1.*

Buscando regularidades, relacionando figuras conhecidas (pirâmides, esmeraldas, pipas, cubos de ouro), triângulos, palitos... A complexidade da relação de ensino também é revelada pelo modo variado com o qual as crianças dão sentido às tarefas propostas pelo professor. Penso que não poderia ser diferente, pois cada criança é um ser individual que pensa, sente, enxerga e significa de maneira única. Concordo com Smolka *et al.* (2007, p. 33) quando afirmam que “trabalhar com um conceito em sala de aula é, ao mesmo tempo, circunscrevê-lo, restringindo seu sentido, e relacioná-lo a inúmeros outros numa trama de significações (que transcende aquilo que é imediatamente dito, apontado, observado).” Eu, como professora, preciso buscar o equilíbrio entre esse individual — que ao mesmo tempo é coletivo — e minha intencionalidade pedagógica, promover intervenções entre o que eles enxergam e o que, a partir

da tarefa, buscava que enxergassem. Complexo, não?! Smolka *et al.* (2007, p. 33) apontam ainda que, “se a professora tem clareza dos conceitos a serem ensinados, ela não tem controle dos sentidos que vão sendo produzidos nas relações (e que são afetadas pelas condições concretas e históricas de vida dos sujeitos em interação).”

Mason e Drury (2007) apontam para diferentes desdobramentos que a intervenção do professor pode tomar: reafirmar aquilo que os alunos já sabem; complementar ou colaborar com um saber do qual eles ainda não estavam cientes; promover o afastamento de uma experiência de generalização; ou, ainda, não provocar nenhum resultado. E, de certo modo, não há como prever ou mesmo controlar os desdobramentos das intervenções com os alunos, pois minha intervenção, apesar de importante, por si só não é determinante no processo de apropriação das crianças; esta, mesmo tendo sua origem no social, de passar pelo “outro”, é um processo interno, individual (VYGOTSKI, 2009a).

Por outro lado, percebo o quanto as crianças também assumem um importante papel de intervenção no contexto da sala de aula. Essa intervenção ocorre, principalmente, quando a *busca*, a *análise* ou mesmo a *estratégia* é comunicada, compartilhada com os pares, visto que esse compartilhamento pode tornar o que antes era a busca do outro em minha própria busca, num processo de apropriação. A exemplo disso, percebo que, no início das discussões, Pedro comparou a figura da sequência à pirâmide (T02); depois, Lucas também entrou no movimento de comparações (T16), seguido de Antônio (T17).

Entendo que, para esses alunos, o objeto geométrico *triângulo* — apresentado como contexto figurativo da sequência — e os objetos comparados por eles pirâmide, esmeralda, pipa, cubos de ouro — relacionam-se de algum modo. De acordo com Vygotski (2009a), quando uma criança usa uma palavra nova, a elaboração conceitual está apenas começando. Logo, quando esses meninos remetem a imagem às ideias de “pirâmide, esmeralda, pipa e cubos de ouro”, eles criam imagens que ancoram o significado da palavra dita. “Palavras e imagens são impregnadas de sentidos construídos na experiência vivida pelo aluno e se entrelaçam na dinâmica subjetiva em sala de aula, orientada para o processo de elaboração conceitual.” (FREITAS; NACARATO; MOREIRA, 2017, p. 80).

Além disso, observo que Pedro (T06), embora tenha afirmado “*nós vamos para figura 10*”, apontou indícios de que estava considerando a quantia de 10 palitos — Que figura eu consigo formar com 10 palitos? —, em vez de levar em conta o número 10 referente à posição da figura, o que, portanto, fazia com que fosse necessário pensar na quantidade de 21 palitos. Ora, se ele já havia realizado tarefas nas quais o número da figura estava diretamente relacionado ao de elementos, inclusive uma tarefa (anterior) envolvendo palitos — “Algo que

deu certo lá atrás, pode me ajudar nessa situação” —, lançou mão dessa experiência passada para lidar com o desafio daquele momento! E agora? Como contribuir para a percepção de que a estratégia não seria válida para essa situação? Minha tentativa foi buscar auxiliar na (re)organização de sua análise acerca da estratégia que estava sugerindo (T07) — quantidade de palitos relacionada ao número da figura.

Era perceptível o quanto os alunos eram fiéis aos resíduos (HIEBERT *et al.*, 1997) deixados pelas tarefas anteriores e, partindo dessa fidelidade, queriam utilizar o que deu certo na resolução das tarefas seguintes. Isso aponta a apropriação das crianças; processo esse marcado por referências e construções significativas: “Eu tenho a referência de algo que deu certo e que fez sentido para mim, então, munido dessa confiança, vou utilizá-la para novos desafios”. Contudo, é preciso colocar as crianças no movimento de questionamento diante das “verdades absolutas” que vão construindo: “Será que é, de fato, uma verdade absoluta? Vai lhe ajudar em tudo? É válida para qualquer situação ou para um caso particular? Ou ela também é suscetível a análises e novas (re)significações?”.

O que não era perceptível para mim, naquele momento, era que os alunos tinham outra razão em apontar essa estratégia: meus encaminhamentos! Ora, o título da tarefa já anuncia algo importante — “Continuando com triângulos” —, já apontava para uma sequência de triângulos e não, como sugeri ao entregar os palitos de sorvete, uma sequência de palitos. Durante a elaboração da tarefa, não pensamos⁸⁸ nos delineamentos que a disponibilização de palitos poderia causar. Só tomei consciência disso quando me dediquei à escrita da narrativa pedagógica. No momento em que estava imersa na dinâmica da sala de aula, não tive a percepção de que havia traçado dois caminhos para essa sequência: considerar o padrão dos triângulos e/ou o padrão dos palitos. Isso se tornou um grande desafio para as crianças e para mim, visto que, sem entender a raiz do problema, não sabia como encaminhar as problematizações.

As análises das crianças e minhas problematizações oscilavam, consideravam ora os palitos, ora os triângulos. Quando, ao tentar responder sobre a 10^a figura (T09, T11), Pedro apontou para a necessidade de “juntar” as figuras — “Você tem que juntar a 1 com a 2, e essa parte dá 3” —, entendo que ele estava “juntando” os palitos, ou seja, os 3 palitos da 1^a figura mais os 5 palitos da 2^a, mais os 2 (dos 7) palitos da 3^a, totalizando 10 palitos. Contudo, a partir do momento em que eu problematizei essa estratégia e pedi para que falasse novamente o que aconteceu na 2^a figura (T12), o aluno, dando indícios de um movimento de (re)significação de

⁸⁸ Aqui me refiro aos colegas do Grucomat quando, juntos, elaboramos a tarefa.

sua fala anterior, passou a considerar a quantidade de triângulos: “*Ficou com duas peças.*” (T13). Quando questionei sobre como ficaria a 3^a figura, ele respondeu: “*Juntou a 1, 2 e a 3. Olha: 1, 2, 3... [conta os triângulos da figura 3]*”. Como visto, Pedro voltou a considerar os triângulos. É possível que ele tenha disparado o entendimento de Jade, pois, na mesma abordagem, a fala da colega (T21) foi determinante para considerar a quantidade de triângulos, bem como os processos de generalização da sequência. Ela associou a quantidade de triângulos ao número da figura e, quando questionada sobre a 4^a figura, generalizou: “*Vai ter 4 figuras I*”. Com isso, apontou para o conceito de progressão aritmética, cuja razão de progressão é um triângulo formado com o acréscimo de 2 palitos à figura anterior.

Destaco o importante papel das problematizações diante do movimento do Pedro. Ainda que essas problematizações apareçam um tanto tumultuadas, tendo em vista o foco da proposta, entendo que, como as crianças estavam se apropriando do conceito de sequência, da identificação de regularidades, e buscavam generalizações, elas — assim como eu — ainda não possuíam ideias formadas diante das questões que envolviam a tarefa, por isso, ao mesmo passo em que se envolviam nas discussões, apropriavam-se da proposta e dos conceitos que ali estavam imersos, bem como da fala do colega, reorganizando seu próprio pensamento. Pedro, desafiado a falar novamente sobre o que pensou, teve uma nova oportunidade de olhar para a sequência, interpretá-la e estabelecer novas (re)significações, tanto que ele reformulou sua ideia inicial.

Destaco o movimento do Pedro, mas não estávamos sozinhos na sala de aula, o fato de outras crianças não se manifestarem, naquele momento, por meio da oralidade, não significa que elas não participassem de modo ativo das discussões; a exemplo da aluna Jade que, ao final do excerto, sistematizou a análise iniciada por Pedro. O silêncio também é uma forma de resposta, de participação e de comunicação (FONTANA, 2006). Numa análise superficial da dinâmica da sala de aula, o silêncio pode denotar uma imagem e posição assumida pelo aluno como alguém tímido e arredio ou, ainda, como aquele que não fala porque não sabe. Mas, conforme apontam Smolka *et al.* (2007), só o silêncio do aluno não revela necessariamente seus modos de entender ou conhecer. Faz-se necessária a busca de outras formas de comprehendê-lo, de conhecê-lo. A busca da compreensão e do conhecimento que aparece nas relações vai ganhando outros contornos, da parte de quem ensina e da parte de quem aprende. Nesse confronto e na diversidade de dizeres, silêncios, sentidos, saberes, configuram-se os espaços de compreensão (de si e do outro) nas relações de ensino.

Continuando as discussões, a aluna Jade respondeu à questão C, que fazia referência à quantidade de triângulos necessários para a construção da 10^a figura:

Episódio 3 – Considerando a sequência de triângulos

- T01 Jade: [se dirige até à lousa] *Você não está vendo aqui, olha.* [aponta para as figuras]. *Aqui não tem 1 triângulo, 2 triângulos, 3 triângulos, 4 triângulos, 5 triângulos...?* [toma distância do final da sequência e afirma], *na 10, vai ter 10 triângulos.*
- T02 P: *Então, o número da figura...*
- T03 Jade: *Vai se repetir...*
- T04 P: *Que vai determinar a quantidade de triângulos?!*
- T05 Jade: *É, olha,* [aponta para a figura 4] *aqui tem 4* [conta termo a termo] *1, 2, 3, 4... triângulos!*
- T06 P: *Então, vamos registrar a figura 10 aí na folha?!*
- T07 Jonatas: *Oh, Prô, ali* [aponta para figura 4], *se colocar mais 4, fica a 8.*
- T08 P: *Olha que legal que o Jonatas falou: se colocar mais um 4 aqui na figura 4, vai ficar a 8. E depois?*
- T09 Jonatas: *9...*
- T10 P: [apontando para a figura 8] *aqui faltam 2 para o 10...*
- T11 Jonatas: *É!*
- T12 P: *Então, quer dizer que o 4 ajuda a gente a pensar como é que vai ficar o 10?*
- T13 Jonatas: *É mais 6!*
- T14 Pedro: *A 5 também...* [gesticula com os dedos]
- T15 P: *Ah... 5 mais 5...*
- T16 Jonatas: *Faltam 5!*

Em resposta ao próprio enunciado da questão — “Quantos triângulos são necessários para construir a figura 10?” —, as crianças passaram a considerar a quantidade de triângulos enquanto regularidade da sequência. Uma percepção que parecia óbvia, do ponto de vista da professora que propôs a tarefa aos alunos, mas da qual só “tomamos consciência” — escrevo no plural pensando no movimento do grupo de pesquisa como um todo — por meio do processo reflexivo oportunizado por minha narrativa. Aqui, esta se mostra a serviço de um contexto maior, de um grupo de pesquisa.

Em busca de me aproximar do movimento de Jade, retomei os turnos em que ela se manifestou. Chama-me a atenção a forma pela qual a aluna se expressou. Dirigiu-se até lousa; tomou o modelo da sequência para apoiar seu modo de pensar; buscou uma (re)orientação de minha atenção para o foco de análise que ela definiu: “*Você não está vendo aqui, olha* [aponta para as figuras].” Além da linguagem oral e da escrita (registro da sequência), lançou mão de sua expressão corporal “[toma distância do final da sequência e afirma...]”, “apontando” de modo implícito que a figura 10 não se tratava da figura imediata do modelo em que se baseava. Ela utilizou o movimento do corpo para “tomar a distância” necessária para explicitar sua ideia na sequência; ela validou, figura a figura, sua estratégia: “*Aqui não tem 1 triângulo, 2 triângulos, 3 triângulos, 4 triângulos, 5 triângulos...? Na 10, vai ter 10 triângulos.*”

Entendo que o “modo de comunicação” de Jade envolveu uma apropriação dos discursos que circulam na sala de aula; observo indícios de uma apropriação da forma como conduzo as discussões na sala de aula, como sugiro a análise da sequência, da busca pela (re)organização da atenção dos alunos, das gesticulações, da entonação de voz. Minha prática era uma referência importante para o modo de comunicação de Jade. Concordo com Vygotski (2009b) quando aponta que não se cria a partir do “nada”; a criação ocorre a partir de referências, de experiências. Percebo ainda, quando a aluna afirmou “*Vai se repetir*” (T03), que ela indicou seu processo de generalização. Sua estratégia poderia ser atribuída a qualquer figura, visto que o número da figura estava diretamente relacionado à quantidade de triângulos.

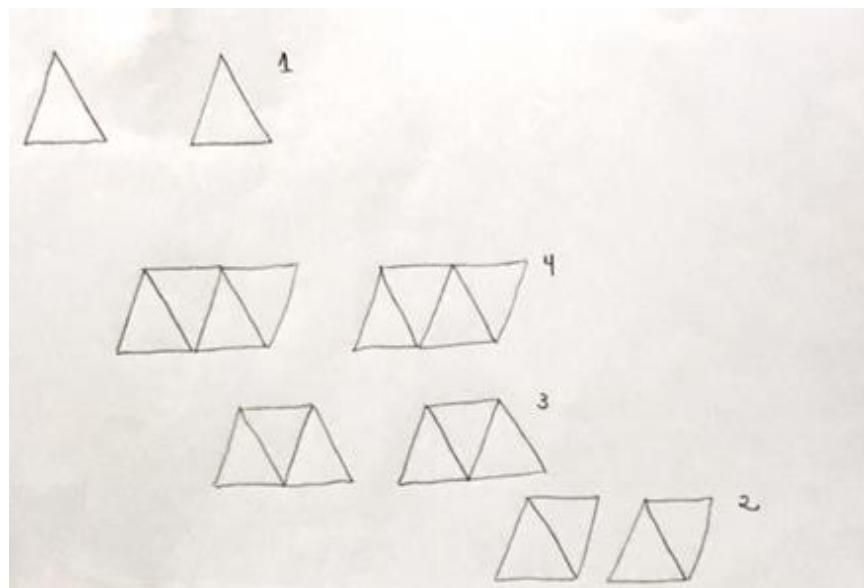
Jonatas, por sua vez, percebeu a possibilidade de lidar com a soma de figuras já conhecidas para obter figuras desconhecidas. Assim, apontando para a figura 4, afirmou que, se colocássemos mais 4, ficaria 8 (T07). “Ficaria 8? Figura 8 ou 8 triângulos? Qual era o sentido atribuído pelo aluno?” — ao me dedicar à análise do episódio, dou-me conta de que, no momento das discussões, não tive condições de refletir sobre qual era o sentido atribuído pelo aluno, sequer tinha em mente essas possibilidades. O episódio revela que, naquele momento, entendi que ele se referia à figura: “[...] *se colocar mais um 4 aqui na figura 4, vai ficar a 8* [...]” (T08). Mas, quando fiz a intervenção, partindo do 8 para pensar no 10 (T10), e continuei: “*Então, quer dizer que o 4 ajuda a gente a pensar como é que vai ficar o 10?*”. E Jonatas afirmou: “*É mais 6!*”. Penso que, ao envolver as somas dos triângulos, passei a direcionar as discussões para o campo da Aritmética, em vez de fazer uma abordagem da figura em si. Pedro retomou a ideia de adicionar os números iguais quando afirmou: “*A do 5 também.*” (T14).

Na dinâmica das discussões e nas confusões estabelecidas pela própria tarefa, não tive condições de pensar sobre a fala dos alunos. Agora, com um olhar mais reflexivo e em busca de entender os movimentos vivenciados, percebo que poderia ter proporcionado boas discussões se tivesse um olhar mais cuidadoso ou mesmo uma escuta mais ativa diante da colocação do aluno Jonatas. Num movimento reflexivo, questiono-me: “O que aconteceria se eu ‘juntasse’ duas figuras 4? Teria a figura 8? De que modo? Era um simples ‘juntar’? Ou seria necessária uma adequação da posição das peças? Seria válido para todos osdobros?”. Ao tentar responder a meus próprios questionamentos, percebo a necessidade de voltar ao enunciado da tarefa, de consultar a sequência; imersa na análise, identifico que só observar a sequência não era suficiente para meu processo de elaboração; eu precisava representar a figura 4, precisava de folha e caneta para registrar o que estava pensando.

Coloco-me no movimento de entender a sequência! Ao realizar o registro da representação de dois modelos da 4^a figura, chego à conclusão de que, se Jonatas estivesse

considerando as figuras em sua fala, estaria correto! Mas era uma forma de generalização? Era uma regra? E os outros números? Em busca de respostas, traço a representação de dois modelos da 3^a figura e vejo que não seria possível obter a 6^a figura a partir da simples junção das duas, a menos que fizesse um movimento de “rotação” em uma das figuras. E a 1^a figura? Seria possível? E a 2^a? A Figura 18 apresenta meu registro escrito. Ao registrar e analisar as possibilidades da sequência, percebo que considerar a estratégia de adição das figuras só daria certo com os números pares. Meu entendimento veio junto com o “pesar” de ter perdido essa oportunidade em sala de aula. Munida desse conhecimento, poderia problematizar a fala de Jonatas e Pedro. Mas há que se entender meu processo...

Figura 18 – O movimento de análise da professora

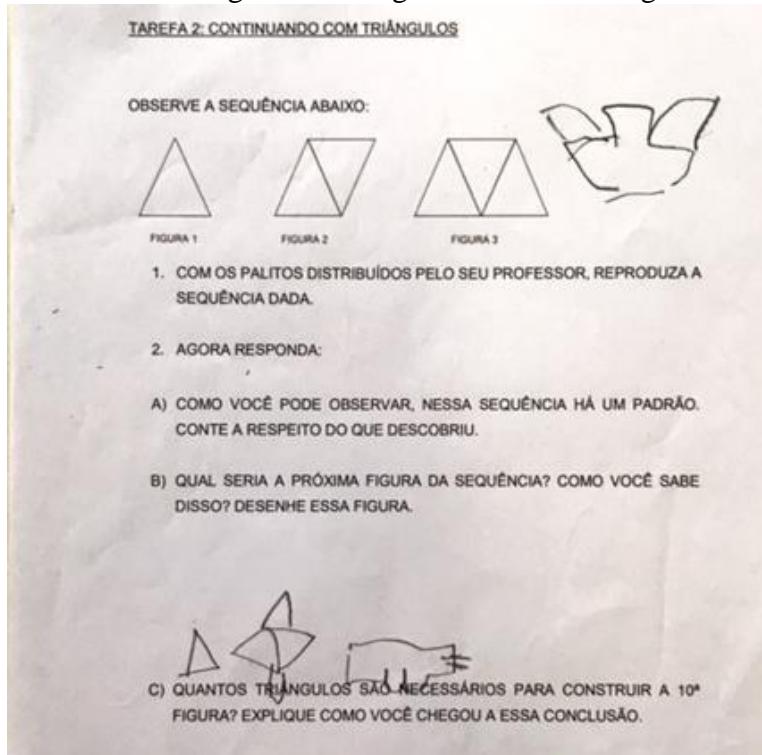


Fonte: Acervo da pesquisadora

Penso na importância desse registro. Ele aponta para meu processo de aprender e de ensinar (aprender ao ensinar): aprender com meus alunos, com minhas reflexões e análises, com minha “inconclusão” (FREIRE, 2019).

E por falar em registros, o que será que aparece nos registros escritos de meus alunos? Analisar toda a movimentação das crianças por meio da oralidade me faz pensar sobre o que elas teriam priorizado em suas produções escritas. Será que se apropriaram das discussões? Ou, ainda, será que tomaram caminhos diferentes? Deram conta de responder às questões? De trabalhar coletivamente? O que surge a partir desse outro modo de se comunicar? Em busca de respostas para meus questionamentos, seleciono algumas produções para a análise e a discussão. Comecemos pela Figura 19.

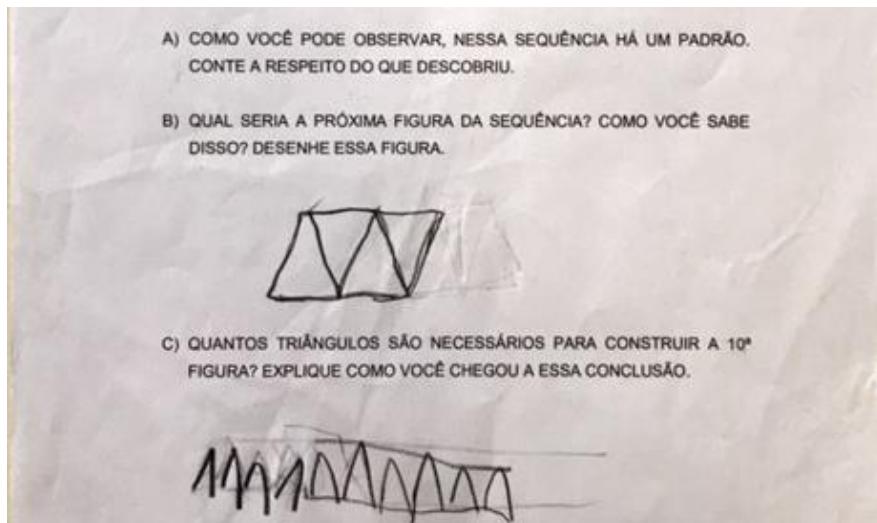
Figura 19 – Registro da Lucas e Agda



Fonte: Acervo da pesquisadora

A partir de minha análise, tive a percepção de que, para algumas crianças, a representação das figuras era um desafio muito grande. E não é para menos! Reproduzir figuras requer uma análise cuidadosa; requer o estabelecimento de relações espaciais, dimensionais e proporcionais...; ou seja, requer o estabelecimento de muitas relações de Geometria. Não é tarefa fácil! Além de analisar a sequência, perceber suas regularidades, generalizar, a professora quer que eu represente esse meu processo? Quando me deparo com o registro de Lucas e Agda (Figura 19) dou-me conta da importância que os palitos assumiram no desenvolvimento da tarefa para essa dupla, visto que, para os dois, a dificuldade maior estava no registro escrito da sequência; o material manipulável, por sua vez, facilitava a reprodução da sequência. Logo, o que até então era “o vilão” da tarefa apresentou-se como uma possibilidade para as crianças que encontravam um desafio maior diante da produção do registro escrito. Talvez, o problema não estivesse relacionado ao uso ou não de um material manipulativo na tarefa, mas sim à escolha do material mais adequado. Aqui, penso que, em vez de palitos, poderia utilizar representações de triângulos.

Figura 20 – Kauê e Kauã

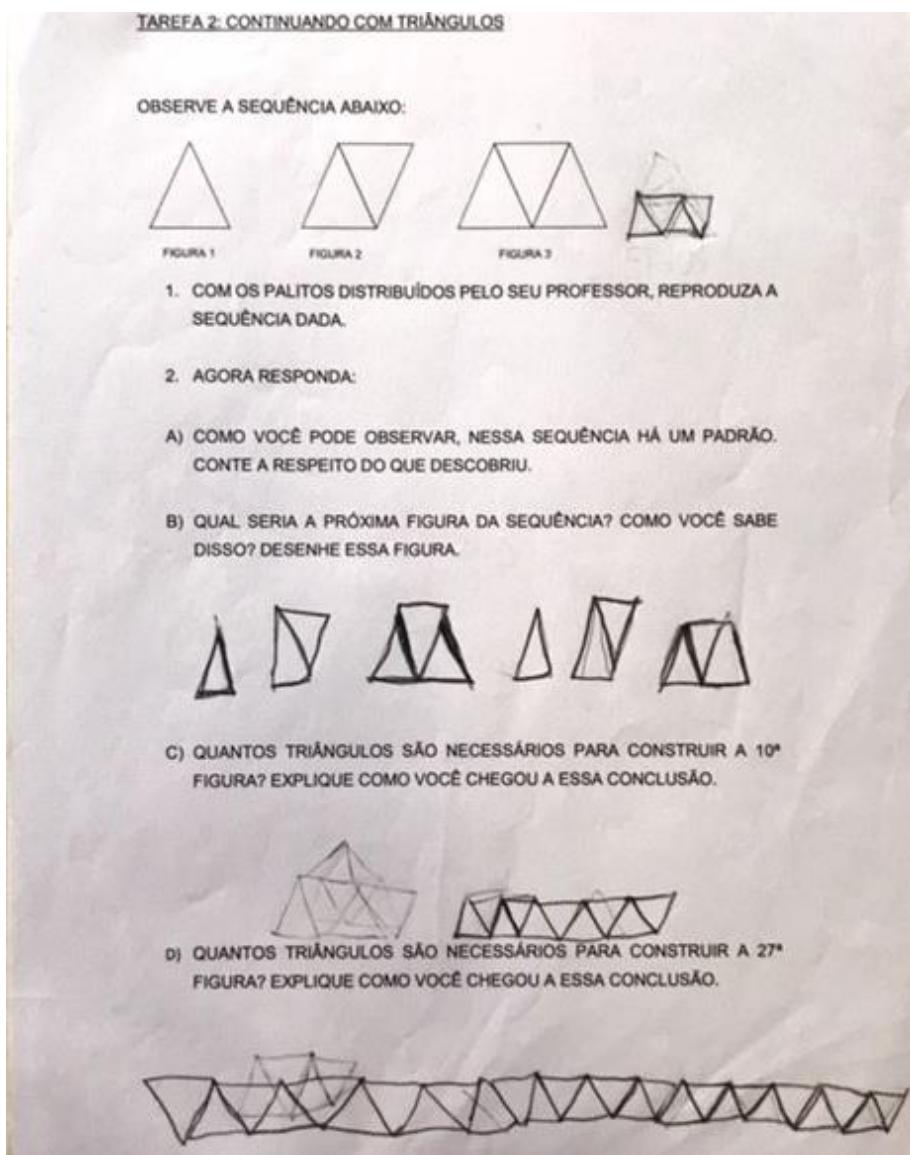


Fonte: Acervo da pesquisadora

A partir das produções, percebo as diferentes atribuições de sentido que as crianças dão aos enunciados das questões e o quanto estes são determinantes em suas atividades. Além disso, os registros apontam muitas possibilidades de problematizações que podem ser disparadoras de discussões sobre conceitos importantes. Ora, se estamos tratando de uma sequência recursiva, na qual identificamos um padrão figurativo, seria importante considerar a forma e o conteúdo da sequência no momento de responder às questões? Ou seria necessário levar em consideração apenas a solicitação do enunciado?

Kauê e Kauã (Figura 20), respondendo à indagação sobre a próxima figura da sequência (questão B), representaram a figura sendo fiéis ao padrão figurativo da sequência. Contudo, ao responderem à questão sobre quantos triângulos eram necessários para a construção da 10^a figura (questão C), descartaram o “padrão” figurativo e registraram apenas os triângulos — alguns deles aparecem incompletos ou ainda é possível que o espaço nas linhas (superior e inferior) delimitado pelos alunos não tenha sido suficiente, de modo que eles seguiram a produção sem se preocupar com a questão estética, visto que o enunciado (re)organiza a atenção dos alunos para a quantidade de triângulos. Não tive a oportunidade de analisar a produção deles na sala de aula. Contudo, acredito que seria interessante pedir para os estudantes falassem sobre ela: o que vocês registraram aqui? O que vocês pensaram? Perdemos muito quando não incentivamos as crianças a falar sobre suas produções.

Figura 21 – Gabriela e Lucas



Fonte: Acervo da professora-pesquisadora

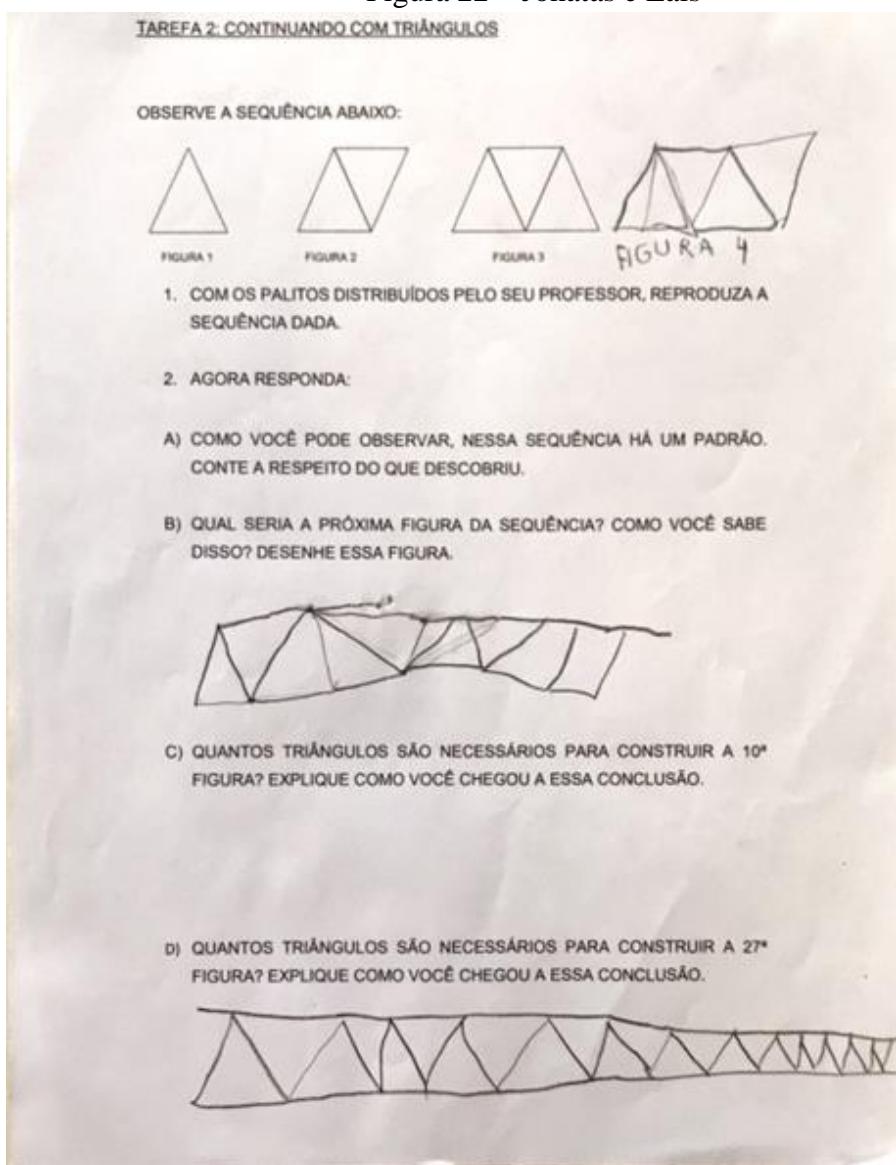
Qual era o sentido atribuído pelas crianças para o “trabalho compartilhado”, “trabalho coletivo”, “trabalho em duplas”, ou para o “fazer junto”? “Eu te ajudo e você me ajuda?! Você fala de seu ponto de vista, eu falo do meu, e juntos negociamos o que iremos produzir?! Eu faço uma e você faz a outra?! Eu faço o meu e você faz o seu?!” Analisar e entender o registro da dupla Gabriela e Lucas (Figura 21) fez com que eu pensasse sobre a estratégia utilizada para seguir uma orientação da atividade: o fazer juntos. O registro das questões C e D bem como o registro da “próxima figura” na sequência pré-estabelecida pelo enunciado apontam indícios de que a dupla percebia a regularidade da sequência e conseguia realizar uma “generalização próxima” (VALE, 2013) identificando o termo seguinte; o fato de ter registrado a 10^a e a 27^a

figura e de, consequentemente, responder à quantidade de 10 e 27 triângulos indicava uma “generalização distante” (VALE, 2013). Logo, acredito que, se, em vez da 27^a figura, solicitasse a 100^a figura, os alunos poderiam até se perder no registro, mas saberiam da necessidade de representação de 100 triângulos.

Para Riviera e Becker (2007), a generalização ocorre quando há a aceitação de uma regra geral obtida por meio do processo cíclico entre abdução e indução. A abdução é responsável pelos aspectos da criação, do levantamento de hipóteses, da análise. Já a indução envolve uma etapa seguinte, a da validação ou não das hipóteses. Logo, a generalização percorre um caminho, um processo, marcado por “idas e vindas”, não linear, entre o criar, o verificar e o explicar. Blanton e Kaput (2005) complementam que as generalizações são criadas por meio da representação e da argumentação, e são expressas de uma maneira gradualmente mais formal a partir das experiências das crianças.

Contudo, ao analisar o registro da questão B, percebo um modo de entender e analisar a sequência diferenciado, visto que, para determinar qual seria a próxima figura, os alunos tomaram a sequência pré-estabelecida como um padrão a ser repetido, resultando em uma (nova) sequência; de recursiva, a sequência passou a ser repetitiva. Estariam os alunos errados? Não! Embora não estivéssemos realizando esse tipo de análise, do ponto de vista da interpretação da sequência, era uma possibilidade! Mas o que teria acontecido com essa dupla para mudarem o curso de sua análise e depois retomarem-no nas questões finais? “*Professora, essa foi o Lucas que fez. Eu deixei ele!*” — o mesmo Lucas que, lá no episódio 8, falava sobre pipas e cubos de ouro! Eis outra possibilidade de enxergar a sequência; eis outra possibilidade de trabalho em grupo — não que eu considerasse a estratégia válida para o trabalho coletivo que buscava possibilitar aos alunos, mas, para eles, naquele momento, era válido. A apropriação do que é o trabalho compartilhado ainda era um caminho a ser percorrido com essa dupla e, possivelmente, com outras.

Figura 22 – Jonatas e Laís



Fonte: Acervo da pesquisadora

Ler o enunciado; entender o que era solicitado; analisar a sequência; organizar as ideias; as informações; pensar em como e onde registrar. Teria um lugar certo? Seria necessário pensar no tamanho do espaço e no que era preciso registrar? São muitos os processos envolvidos na representação escrita e/ou pictórica, seja ela reflexo de um pensamento, seja ela a ilustração de uma ideia ou de uma hipótese. Percebo que todos esses movimentos são expressos pelas crianças em suas produções. Jonatas e Laís (Figura 22) apontam para uma apropriação dos espaços da folha de tarefa; eles optam por registrar “a próxima figura” na própria continuidade da sequência; tal escolha acabou induzindo a incoerência no registro da questão C, que ocupou o espaço da questão B. Além disso, percebo a relação do espaço disponível para o registro da

27º figura: “*Professora, quase não deu certo, apertamos o último.*” Penso que aqui há uma apropriação diante do modo de organização das informações na tarefa com enunciados nesse formato; tais modelos ainda eram “novidade” para a turma; para alguns, faziam-se necessárias as novas oportunidades para o estabelecimento de novas relações que (re)organizassem suas ações.

Percebo que todas as crianças se basearam na representação de figuras para responder às questões; nenhuma lançou mão de números para responder aos enunciados que perguntavam “quantos”. Talvez, se eu tivesse essa percepção no momento de suas produções, poderia questionar: “Poderíamos pensar em uma nova estratégia para responder à questão?”. Nessa conversa, poderia surgir o uso das representações numéricas ou mesmo partir para outros caminhos... Pensando bem, acho que uma discussão de sala de aula nunca chega ao fim; talvez, se o professor procurar, ele sempre vai achar uma brecha, uma lacuna, um “o que poderia ter sido e não foi...”. Esse processo de reflexão, de pensar em possibilidades “perdidas”, que nem sempre são perdidas, possibilita que o docente vá (re)organizando sua atenção, “lapidando” seu olhar para o “ver”, constituindo-se como problematizador.

Caminhando para o fechamento da tarefa, propus a socialização. Nela, novamente envolvi as crianças na análise da tarefa e na reflexão sobre a sequência:

Episódio 4 – Generalização da sequência

- T01 P: É uma sequência! Qual é o padrão?
- T02 Jade: [vai até a lousa] Aqui nós não estamos usando três palitos? [figura 1]. Aqui, $3 + 2$ [figura 2]...
- T03 P: Posso anotar o que você está falando?
- T04 Jade: [concorda]
- T05 P: E aqui? [aponta para figura 3]
- T06 Antônio: $2 + 3$...
- T07 Jade: $3 + 2 + 2$
- T08 Antônio: $3 + 4$
- T09 P: É $3 + 2 + 2$ ou $3 + 4$?
- T10 Antônio: $3 + 4$!
- T11 Jade: Não, tem que seguir olha: aqui não tem $3 + 2$? Aqui $3 + 2 + 2$
- T12 P: Ah, a Jade está falando que tem que seguir...
- T13 Jade: É, olha: aqui não tem 3 ? [aponta para a operação da figura 1] $3 + 3$? É a família do 3 ! Você “imprimiu” a família do três!
- T14 P: Que legal que a Jade observou. E aqui? [aponta para a figura 4]
- T15 Jade: Vai ficar $3 + 4$... Não... $3 + 3$. Vai ser em ordem.
- T16 P: Gente, vejam que legal que a Jade observou. Aqui é 3 [aponta para a figura 1]. Aqui é $3 + 2$ [enquanto fala, mostra os dois palitos da adição 2] $3 + 2 + 2$.

O episódio aponta o processo de generalização baseado na percepção de que, a cada figura, aumentavam-se dois palitos. Essa generalização foi desencadeada pela fala da aluna Jade

(T02) e foi acompanhada pelo aluno Antônio (T06, T08, T10). Os estudantes evidenciaram um novo processo de generalização da sequência ao perceberem a regularidade e ao buscarem, a partir de uma linguagem aritmética, sua representação — a abdução e a indução possibilitando a generalização; o criar, o verificar e o explicar (RIVERA; BECKER, 2005). Entendo que Jade e Antônio estavam envolvidos na generalização; no entanto, quando Antônio indicou a soma $3 + 4$, evidenciou uma abordagem que conduz à generalização aritmética; já Jade se baseou em uma abordagem que conduz à generalização algébrica, na qual a ideia do “ $3 + 2 + 2$ ” pode ser transformada em $3 + (n-1) \times 2$, nesta equação, n seria o número da figura. Por outro lado, apesar de não ter discutido em sala de aula, entendo que a estratégia utilizada por Antônio foi bastante interessante por originar a sequência “ $3, 3 + 2, 3 + 4, 3 + 6, 3 + 8$ ” — uma sequência recursiva em outra perspectiva, tomando como ponto de partida sempre o primeiro elemento — que possibilitou outras discussões com os alunos. Considero que essa diversidade proporciona uma riqueza inestimável à tarefa.

Envolvida nas discussões, percebo que o registro escrito das contribuições de Jade, poderia favorecer o envolvimento de mais crianças na generalização da sequência, por isso questionei: “*Posso anotar o que você está falando?*” (T03). E, em busca de novas perspectivas, novas oportunidades de (re)significação, retomei as discussões da sequência para a construção de uma tabela, possibilitando uma nova oportunidade de apropriação da generalização encontrada pelo grupo e, consequentemente, buscando favorecer as discussões da construção de uma lei de formação para a sequência. A Figura 23 destaca a dinâmica do registro da sequência na lousa para o início das discussões.

Figura 23 – Registro da sequência de palitos na lousa



Fonte: Acervo da pesquisadora

Ao longo do desenvolvimento das tarefas, fui percebendo a importância desse momento de sistematização na lousa, no qual sempre registrava as sequências com as crianças. Ainda que estivessem em posse das folhas com os enunciados da tarefa, elas acompanhavam minhas ações e, ao fazê-lo, tinham oportunidade de (re)significar suas ideias e suas percepções. Nesses momentos, surgiam novos questionamentos, novas constatações, não só por parte dos alunos, mas também por minha parte, pois também estava imersa na reflexão sobre a sequência, sobre as apropriações das crianças, sobre a intencionalidade e sobre novas possibilidades de investigação. Tomo como exemplo meu questionamento diante dos aspectos numéricos da sequência, que não estavam diretamente relacionados à discussão que a tabela tinha o intuito de propor.

Episódio 5 – Problematização do infinito

- T01 P: *Até que número a gente pode ir nessa sequência?*
- T02 Aluno: *Até o 10...*
- T03 Lucas: *Até o 100!*
- T04 Dario: *Até um milhão...*
- T05 Pedro: *Até o 5.*
- T06 Gabriel: *Até o 90...*
- T07 P: *Como que eu sei se é até o 100 ou até o 10?*
- T08 Pedro: *Por causa que o 100 e o 10 é o mesmo. Só que o 100 tem 2.*
- T09 P: *Mas quando acaba essa sequência?*
- T10 Antônio: *Até na hora que acabar os números...*
- T11 P: *E quando acabam os números?*
- T12 Maíra: *Os números vão até o infinito.*
- T13 P: *E o que quer dizer infinito?*
- T14 Antônio: *É que não acaba nunca.*
- T15 P: *E a nossa sequência? É infinita ou não?*
- T16 Jade: *Não, porque precisa de muitos palitos.*
- T17 P: *Ah, e se eu tivesse muitos palitos?*
- T18 Antônio: *Aí dava para fazer infinito...*

Por meio das problematizações, é possível me aproximar das significações das crianças diante da sequência numérica. Percebemos o quanto o número 100 se faz presente quando se trata de apontar “números grandes”. Além disso, ressalto que o conceito de infinito foi levantado pelos alunos, o que, para além de colaborar com minha análise e reflexão de suas significações, contribui para a construção de saber na sala de aula, visto que a criança que não se atentou para essas questões pode se envolver num processo de (re)significação. Em minha dissertação de Mestrado (MOREIRA, 2015), discuto a potencialidade do envolvimento dos alunos em tarefas nas quais os métodos, as estratégias, as ideias e as significações sejam expressados na socialização, uma vez que, “quando os alunos compartilham suas ideias sobre

matemática, conseguem alcançar diferentes formas de aprendizagens que seriam impossíveis de acontecer se estivessem trabalhando sozinhos.” (MOREIRA, 2015, p. 132).

Nesse ponto, posso também conjecturar que as crianças já estão de posse do conceito de número natural (ou inteiro)⁸⁹. Caraça (2000, p. 10) analisa possibilidades de resposta a estas perguntas: “onde acaba a sucessão dos números inteiros? Ou ainda: qual é o maior número inteiro, o número inteiro além do qual não pode pensar-se que exista mais algum?”. Assim, o autor considera que, quando se é capaz de pensar que diante de qualquer número, é possível acrescentar uma unidade e obter um número maior; ele afirma que esse processo é contínuo, nele há o domínio do infinito. O autor diz: “Importa-me pouco que a certa altura esteja já construindo, com a minha operação mental elementar, números tão grandes que não tenha possibilidade prática de considerar coleções que esses números sirvam para contar; importa-me pouco.” (CARAÇA, 2000, p. 10). Os alunos já estavam estabelecendo essa operação mental e já estavam “à porta do *domínio do infinito*.” (CARAÇA, 2000, p. 11, grifos do autor).

Por meio dessas dinâmicas, vou percebendo a diferença entre “trazer conceitos prontos” numa postura diretiva e arbitrária e criar condições para que as crianças se envolvam em uma elaboração conceitual. Nas palavras de Vygotski (2007, p. 104),

o ensino direto de conceitos é impossível e infrutífero. Um professor que tenta fazer isso geralmente não obtém qualquer resultado, exceto o verbalismo vazio, uma repetição de palavras pela criança, semelhante à de um papagaio, que simula um conhecimento dos conceitos correspondentes, mas que na realidade oculta um vácuo.

Contudo, para que o trabalho com os conceitos ocorra de maneira significativa, há que se pautar em uma prática intencionalmente planejada, que priorize a postura problematizadora e atenta do professor para o que os alunos produzem. Logo, embora não possamos prever todos os delineamentos da tarefa, não existe “o acaso” quando se tem uma intencionalidade. Mas em que consiste essa intencionalidade pedagógica? De que forma eu a organizo? Aproximo-me das ideias defendidas por Davidov (1988) ao se posicionar diante do ensino “intencional” do professor. Para ele, há que se pautar em um “ensino desenvolvente”, pelo qual se propiciam mudanças qualitativas no desenvolvimento do pensamento e na elaboração dos conhecimentos científicos. A ação intencional do professor, orientada para os conhecimentos científicos, é promissora no desenvolvimento e na aprendizagem dos alunos. Logo, há que se pensar em uma organização do ensino na qual seja priorizada a elaboração conceitual — promovendo a

⁸⁹ Ao discutir meu trabalho no Hifopem, meu amigo Jônata Ferreira Moura me sugeriu que consultasse o livro de Bento de Jesus Caraça (2000) para discutir essa ideia de infinito, que meus alunos já evidenciavam dominar.

articulação entre os conhecimentos cotidianos e os científicos —, visando à formação integral dos sujeitos em suas máximas possibilidades.

Após a discussão, envolvi os alunos na construção da seguinte tabela:

Tabela 1 – Sequência dos palitos

FIGURA	TOTAL DE PALITOS
Figura 1	3
Figura 2	$3 + 2$
Figura 3	$3 + 2 + 2$
Figura 4	$3 + 2 + 2 + 2$

Fonte: Acervo da pesquisadora

Diante da produção, o aluno Pedro se manifestou:

Episódio 6 – Buscando o uso da tabela

- T01 Pedro: *Eu percebi uma coisa* [vai até a lousa] *aqui está aumentando* [aponta para a coluna da direita].
- T02 P: *O 3 muda?*
- T03 Alunos: *Não.*
- T04 P: *O que está aumentando?*
- T05 Alunos: *O 2!*
- T06 P: *Eu ainda não fiz a figura número 5. Será que dá pra gente pensar em quantos palitos?*
- T07 Pedro: [vai até a lousa e aponta para a figura 4] Da: $3 + 2 + 2 + 2 + 2$.
- T08 P: [registra na tabela os dados da figura 5]
- T09 Pedro: *Parece uma pirâmide. Acabei de pensar em uma coisa* [vai até a lousa e aponta para a coluna de palitos da tabela e conta a quantidade de soma do número 2] *aqui tem 3, 2, 1, 0.*
- T10 P: *Legal. A gente fez até o 5* [registra reticências na tabela representando a continuidade], *eu queria pensar no número 10. Quantos palitos tem a figura 10?*
- T11 Pedro: [corre para a lousa e aponta para a figura 4, como se estivesse desenhando os outros palitos] *aqui, 3 + 2 + 2 + 2 + 2... Oh, aqui tem 4, 2* [aponta para a tabela], *aumenta mais 6.*
- T12 P: *Por que aumenta mais 6?*
- T13 Pedro: *Porque 10 é 5 + 5.*
- T14 P: *Mas você está pensando em 10 palitos ou na figura 10?*
- T15 Pedro: *10 palitos.*
- T16 Jade: *Prô, é só você fazer a 5, a 6, a 7, a 8... 9 e 10!*
- T17 P: *Eu não quero fazer todas elas! Eu quero ver se a gente descobre uma maneira de descobrir sem ter que fazer todas elas. Será que, se a gente olhar para o número da figura e a quantidade de palitos que usamos nessas daqui, ajuda?*

“Eu percebi uma coisa...” (T01). “Acabei de pensar uma coisa...” (T09). Parece-me que as crianças, umas mais que outras, foram ganhando certo “empoderamento”, certa “liberdade” para falar e expor suas ideias, para participar, para buscar regularidades. Penso que esse é o resultado de diversos fatores, dentre os quais destacam-se: a sequência de tarefas que possibilitam um repertório de situações, de experiências; e a construção de um ambiente de colaboração e de aprendizagem compartilhada na sala de aula, um ambiente seguro para falar, questionar, duvidar e criar.

Meu papel, enquanto professora, era o de criar um ambiente que favorecesse a percepção de regularidades por parte das crianças, de modo que elas conseguissem comunicá-las de maneira adequada e avançassem para a generalização. Por isso, fui chamando a atenção das crianças: “O 3 muda?” (T02); “Então, o que está aumentando?” (T04). E lancei o desafio de pensar em figuras que não estavam registradas na tabela, com o intuito provocar a necessidade do uso da tabela (T06), tomando-a como um dispositivo contribuinte para a generalização da sequência.

Minhas intervenções são reveladoras de minha intencionalidade: “Será que, se a gente olhar para o número da figura e a quantidade de palitos que usamos nessa daqui, ajuda?” (T17). Penso que não poderia ser diferente, pois acredito que a prática do professor é sustentada e legitimada a partir de sua intencionalidade pedagógica. Era isso que norteava minhas ações com a turma. Minha pergunta buscou chamar a atenção dos alunos para uma possível generalização, pois indicava uma regularidade. O número da figura sinalizava a quantidade de números 2 a ser escrita, só que menos um. Assim, a figura 5 seria $2 + 2 + 2 + 2$ (4); a figura 6, $2 + 2 + 2 + 2 + 2$ (5); e a figura 10, $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$.

A tabela possibilitava que as crianças identificassem a regularidade do aumento do número 2 em cada figura. Logo, entendo-a como um instrumento técnico-semiótico que possibilita a mediação (VYGOTSKI, 2009a), bem como uma ferramenta matemática potencializadora da percepção de regularidades. Com o intuito de que os alunos estabelecessem uma estratégia para identificar qualquer figura, sem recorrer ao uso da tabela, adicionei mais uma coluna, intitulada “Quantos ‘2’ usamos?” para que as crianças tivessem outras visualizações da regularidade da sequência. A Tabela 2 representa a que construímos:

Tabela 2 – Sequência dos palitos

FIGURA	TOTAL DE PALITOS	QUANTOS “2” USAMOS?
Figura 1	3	0
Figura 2	$3 + 2$	1
Figura 3	$3 + 2 + 2$	2
Figura 4	$3 + 2 + 2 + 2$	3

Fonte: Acervo da pesquisadora

A tabela possibilitou a organização dos dados e de nossas ações na tarefa. Caminhamos de textos apoiados na língua materna para a utilização de um texto matemático. À medida que as crianças são imersas nessas discussões, elas vão entrando no movimento de elaboração conceitual. Esse processo é mediado pelos diferentes instrumentos técnico-semióticos disponíveis na atividade (textos, discussões, trocas). Ainda que não fosse o objetivo de minha pesquisa, envolvi as crianças na discussão da criação de uma lei de formação para a sequência:

Episódio 7 – Buscando uma lei de formação

- T01 P: *O que a gente percebeu?*
 T02 Jade: *É só seguir a ordem dos números até o 4.*
 T03 P: *Então, na figura 10, de quantos 2 vamos precisar?*
 T04 Jade: *6! Por que ali não tem o zero?*
 T05 P: *Mas presta atenção... figura 1, 0; figura 2, 1; figura 3, 2.*
 T06 Jade: *Oh, Prô, tira o 0!*
 T07 P: *Mas, olha, na figura 1 nós não somamos nenhum 2...*
 T08 Jade: *Vai fazendo as contas ali...*
 T09 P: *Mas eu já fiz aqui na tabela.*
 T10 Antônio: *9!*
 T11 P: *Por que você acha isso?*
 T12 Antônio: *Porque com o 8 não vai dar certo...*
 T13 Jade: [se dirige até a lousa] *É 9 mesmo! Olha: 5, 6, 7, 8, 9.... [contou os espaços abaixo da tabela]*
 T14 P: *Vocês descobriram o segredo! [registra a figura 10] Então, eu vou pensar em um número que não está aqui. Vou pensar no 35.*
 T15 Pedro: *Prô, ali tá aumentando [considera que o número da primeira linha, da primeira coluna da tabela está aumentando 1 com relação à segunda] e ali diminuindo [nota que o primeiro número da terceira coluna da tabela está diminuindo com relação à primeira]*
 T16 P: *Isso, Pedro. Você percebeu uma coisa interessante: no número da figura, está diminuindo 1 para a quantidade de 2! No 5 [aponta para a figura], vocês não falaram que são 4 números 2? No 4, vocês não falaram que são 3? E no 35? Quantos 2 iremos repetir?*
 T17 Laura: *34!*
 T18 P: *E no 100?*
 T19 Pedro: *Vai ficar 90 se tirar o 1.*
 T20 P: *90?*

- T21 Antônio: 99!
- T22 P: *Então, eu tenho que fazer o 3, mais 99 números* 2. [registra na lousa: 3 + 99 números 2]
- T23 Pedro: *Eu sei, se tirar 1, vai ficar o “100 e 90”.*
- T24 Jade: 190...
- T25 P: *Quanto que é 1000 tira 1? 999...*
- T26 Pedro: 999.
- T27 P: [registra na lousa 3 + 999 números 2]

Com o apoio da linguagem materna, conseguimos pensar em uma lei de formação! Como saber o que foi conceitualmente aprendido pelos alunos? Não era esperado que todos eles tivessem se apropriado dessa forma de pensar, ainda que encontrasse pistas nas falas das próprias crianças, não teria elementos para responder a essa pergunta a partir de uma única tarefa em que se buscou a elaboração de uma lei de formação para a sequência generalizada. No entanto, na análise da situação, observo o quanto o ambiente de comunicação, de circulação de ideias, das trocas e da interação, possibilitou a elaboração coletiva de conhecimento. Retomo as palavras de Vygotski (2007, p. 113) quando aponta que “[...] aquilo que é a zona de desenvolvimento proximal hoje, será o nível de desenvolvimento real amanhã — ou seja, aquilo que uma criança pode fazer com assistência hoje, ela será capaz de fazer sozinha amanhã.” Assim, o aprendizado deve se orientar para o nível de desenvolvimento que ainda não ocorreu, mas que está prestes a ocorrer, tendo em vista que “o ‘bom aprendizado’ é somente aquele que se adianta ao desenvolvimento.” (VYGOTSKI; LURIA; LEONTEV; 1988, p. 117).

Novamente, percebo a importância de um planejamento e de um trabalho intencional na sala de aula, visto que, por meio de todo esse processo, as crianças revelam indícios de apropriações significativas entre uma tarefa e outra. Logo, quando penso na prática com o desenvolvimento do PA, não penso em tarefas ou sequências aleatórias, mas sim em um trabalho planejado sistemática e intencionalmente, que possibilite boas significações aos alunos. Para que isso ocorra, há que se usar tarefas que privilegiem “a comunicação como forma de explicitar o modo de pensar e justificar os raciocínios recorrendo a diferentes representações (materiais concretos, tabelas, diagramas, desenhos, símbolos, expressões, ...).” (VALE, 2013, p. 5).

Depois de um tempo que a tarefa aconteceu, já distante da sala de aula, levei minha narrativa para leitura do Grucomat — como uma prática corriqueira do grupo. Meus colegas avaliaram a “inadequação” de alguns delineamentos da proposta bem como contribuíram para a ampliação de meu processo analítico. De fato, o modo como a tarefa foi elaborada e planejada para a sala de aula induziria os alunos à duplidade de interpretação. Se visava à generalização para o número de triângulos, a distribuição dos palitos não deveria ocorrer. Como conclusão, o

grupo sugeriu o desdobramento da tarefa em duas etapas: sendo a primeira a partir da abordagem de generalização da quantidade de triângulos⁹⁰; e a segunda a partir da generalização do número de palitos para a construção de cada figura da sequência⁹¹.

Além disso, emergiu também a discussão sobre o quanto nós, professores dos anos iniciais, ainda nos apoiamos na utilização dos materiais manipuláveis na construção dos conceitos matemáticos. Contudo, entendo que o complicador não foi a utilização do material concreto, mas a inadequação do material escolhido diante da intencionalidade da tarefa. Na medida do possível, os cuidados com as escolhas dos materiais devem acontecer durante o planejamento; porém, há que se pensar sobre a flexibilidade desse planejamento e a possibilidade do replanejamento, levando em consideração o que ocorreu durante as intervenções. Apesar de tudo, considero que consegui ter uma boa condução diante do dilema e que as crianças também assumiram a autoria nessa condução. Convém destacar, ainda, o quanto a tarefa foi rica. Costumamos ouvir: “É o aluno quem vai nos dizer se uma tarefa está adequada ou não”. Mas isso depende da postura investigativa do professor; é provável que a mesma tarefa tenha outros desdobramentos se realizada por outro professor em sua sala de aula.

Os movimentos aqui narrados são permeados por minha individualidade, pela individualidade de meus alunos, pela individualidade de nossa sala de aula. Este, apesar de envolver muitas linhas “outras”, é nosso bordado!

3.2 (A)bordar-me: o desvelar da incompletude do ser (professora)

Como professor crítico, sou um “aventureiro” responsável, predisposto à mudança, à aceitação do diferente. Nada do que experimentei em minha atividade docente deve necessariamente repetir-se. Repito, porém, como inevitável, a franquia de mim mesmo, radical, diante dos outros e do mundo. Minha franquia ante os outros e o mundo mesmo e a maneira radical como me experimento enquanto ser cultural, histórico, inacabado e consciente do inacabamento. (FREIRE, 2019, p. 50)

A forma como os desafios vão surgindo na dinâmica de minha sala de aula; a maneira com a qual lido com os diferentes sentidos que meus alunos atribuem à tarefa, ou com a qual “tento” lidar; a mediação revelada pelas relações dialógicas estabelecidas entre eu, meus alunos, a tarefa, o

⁹⁰ Em função da posição da figura na sequência, poderiam ser usadas apenas as figuras impressas ou representações triangulares recortadas em papel ou EVA para que os alunos montassem a sequência.

⁹¹ Com o apoio do uso de palitos para essa construção.

texto, a intencionalidade, o motivo; minha práxis desdobra em criticidade, curiosidade, incerteza; minha “aventura” de lidar com o desconhecido; minha responsabilidade de optar por não caminhar sozinha, de convidar/envolver/reconhecer o outro em minha práxis pedagógica; tudo isso emerge quando me dedico à leitura de minha narrativa pedagógica “Tarefa dos Palitos ou tarefa dos triângulos?”. Essas percepções revelam minha incompletude enquanto sujeito, enquanto professora...

Depois de passar por anos de estudos, nos quais incluo minha Graduação, meu Mestrado e meu processo de Doutoramento, estaria eu pronta para exercer meu papel como professora? Minha formação garante essa postura de “estar pronta”? O que é “estar pronta”? Quem está pronto? Paulo Freire (2019) aponta para saberes importantes exigidos pela docência, uma vez que a construção do conhecimento só se dá à medida que o educador forma a capacidade crítica de rever sua postura. Contudo, destaca o aspecto da inconclusão do sujeito docente. Enquanto seres históricos, somos seres inacabados em constante mudança, sob efeitos do “devenir” histórico! “O inacabamento do ser ou sua inconclusão é próprio da experiência vital. Onde há vida, há inacabamento. Mas só entre mulheres e homens o inacabamento se tornou consciente.” (FREIRE, 2019, p. 50).

Logo, a tomada de consciência é que diferencia a incompletude humana da de um ser vivo qualquer. O reconhecimento dessa inconclusão implica uma permanente busca, visto que, ao tomar consciência dessa realidade, o sujeito se lança na “aventura” de se realizar, de fazer história, de se constituir enquanto sujeito histórico. Essa busca, segundo Freire (2019), ocorre por meio da educação — em seu sentido amplo de desenvolvimento e de aprendizagem das máximas capacidades culturais elaboradas historicamente pela humanidade. Para Freire (2019, p. 57),

é na inconclusão do ser, que se sabe como tal, que se funda a educação como processo permanente. Mulheres e homens se tornam educáveis na medida em que se reconhecem inacabados. Não foi a educação que fez mulheres e homens educáveis, mas a consciência de sua inconclusão é que gerou sua educabilidade.

A partir desses pressupostos, entendo que minha incompletude me possibilita a busca; ou melhor, o reconhecimento de minha incompletude me possibilita essa abertura; minha incompletude me torna “educável”. Logo, não foi a Educação que me tornou “educável”, mas sim a tomada de consciência de minha inconclusão que gerou essa “educabilidade”. Assim, a essência da educação humana — não limitante à docência — encontra-se na inconclusão (FREIRE, 2019).

Além disso, entendo esse processo de “tomada de consciência” a partir dos estudos de Vygotski (2009a). Para ele, tomar consciência de uma operação significa transportá-la do plano da operação ao da linguagem (externo), recriá-la na imaginação (interno) para que seja possível

exprimi-la em palavras. Na tomada de consciência, o processo de atividade é destacado da atividade geral da consciência, tornando-se ele mesmo um objeto de consciência, ou seja, apreendem-se os próprios processos psíquicos por meio da generalização e da sistematização dos conhecimentos já existentes.

Toassa (2006, p. 72) aponta que “na vida concreta o indivíduo pode modificar as condições que determinam sua conduta, criando uma nova solução; o processo de criação de um sentido, de uma interpretação para o mundo e suas relações já seria uma forma de criação de novas combinações.” Logo, não é um simples reflexo da realidade na consciência, é um processo no qual o indivíduo (re)cria a realidade, produzindo uma nova versão do externo e das próprias ações representadas na palavra.

A aparente “inconclusão” da tarefa dos palitos/triângulos é que possibilitou a “busca” pela qual fomos envolvidos — eu, meus alunos e os colegas do Grucomat. Cada qual a sua maneira, munidos de intencionalidades particulares, buscamos entender os desafios que se apresentaram a partir da tarefa; portanto, ela foi mediadora de nosso processo. Ao ler e refletir acerca de minha narrativa, deparei-me com a curiosidade de entender sobre como, a partir de uma tarefa tão problemática, que tinha “tudo para dar errado”, chegamos a tantas (re)significações por parte dos alunos (sobre como se elabora e se discute ideias relativas ao PA), por parte do grupo (sobre como elaboramos tarefas para alunos do primeiro ano) e, por fim, por minha parte (sobre como eu aprendo ao ensinar e como eu ensino ao aprender).

As percepções que tive não seriam possíveis se não tivesse uma postura aberta para procurar, ouvir, ver, (re)significar, se, em vez dessa postura investigativa, tivesse uma postura cristalizada — como a de quem sabe todas as respostas, de quem é detentor do saber, de quem não precisa (re)aprender/(re)construir, somente transmitir o que sabe para que o outro aprenda, de quem é completo. Portanto, essa minha “busca” revelada em minhas escolhas, em meu modo de falar, de lidar com as situações, de olhar para meus alunos, de precisar deles para aprender e de entender que, do mesmo modo, minha intervenção era importante para a aprendizagem deles; tudo isso me leva ao conceito de “incompletude”.

Contudo, colocar-me na posição de “aprendiz” não significa que, enquanto professora, sou igual aos alunos ou ainda que é necessário que me torne igual a eles. Não. A partir de Freire e Shor (2013), entendo que a professora começa e termina sua aula (estudo/ano letivo) de forma diferente daquela vivenciada pelos alunos. No início de minha aula (ano letivo/curso), conheço o objeto de estudo melhor que meus alunos, mas (re)aprendo-o ao estudá-lo com os alunos. A capacidade do professor de conhecer o objeto refaz-se, a cada vez, por meio da própria capacidade de conhecer os alunos, do desenvolvimento de sua compreensão crítica. Assim, o diálogo, as trocas, as negociações se apresentam como a confirmação conjunta do professor e dos alunos no ato comum de conhecer e

(re)conhecer o objeto de estudo. Em vez de “transferir” o conhecimento estaticamente, como se fosse “posse” fixa do professor, o diálogo promove uma aproximação dinâmica na direção do objeto do conhecimento.

Tomo as palavras de Freire e Shor (2013, p. 125) para afirmar que “minha posição não é a de negar o papel diretivo e necessário do educador. Mas não sou o tipo de educador que se considera dono dos objetos que estudo com os alunos.” Envolvo-me num movimento de (re)descoberta do objeto do conhecimento com meus alunos! Contudo, quando inicio um diálogo, disponho de muito saber: primeiro, em termos de conhecimento, depois, em termos do horizonte ao qual quero chegar (intencionalidade pedagógica). Sendo assim, o ponto de partida é o que o professor sabe sobre o objeto, e onde quer chegar com ele.

Levo a tarefa para sala de aula com a ideia de fazer **com** os alunos — engajada no processo, colocando-me como sujeito da formação de conhecimento — e não num movimento de fazer **para** os alunos. Vou aprendendo, na prática e na reflexão sobre minha prática, o que é possível. Vou aprendendo a ler a realidade, mudando minha prática por meio daquilo que aprendi nela mesma. Isso mostra o quanto não separei a pesquisa do ensino, a prática da reflexão. E, parafraseando Freire e Shor (2013), nesse ato conjunto de conhecimento, temos racionalidade e temos paixão — e é isso que eu sou, uma professora apaixonada, porque não entendo como viver sem paixão.

A partir de meu aprofundamento teórico e de meus processos reflexivos, hoje, consigo perceber a “boniteza” da “inconclusão” de minha prática, apesar das angústias, das dúvidas, das preocupações com as quais tive que lidar no ato dos acontecimentos. Mesmo que essas inquietações, de certa forma, tenham ocasionado desconforto e insegurança, possibilitaram-me a abertura para: refletir sobre a tarefa; ouvir as crianças, aproximar-me do sentido que elas estavam atribuindo; (re)organizar a tarefa. Contudo, Freire (2019) denuncia que a percepção da inconclusão, por si só, não basta! Há que se ter uma postura que entrelace essa percepção ao posicionamento político de transformação. Há que se juntar a incompletude com a intencionalidade pedagógica.

Além de todo esse movimento, percebo o papel da narrativa em minha tomada de consciência, seja ao pensar sobre a minha prática pedagógica (na escrita da narrativa pedagógica), seja ao refletir sobre esta narrativa (narrativa da narrativa). Percebo que, por diversos momentos, a escrita narrativa se apresenta como um dispositivo de resposta a minha “busca”, a minhas dúvidas sobre os processos dos alunos e de minha própria aceitação enquanto um ser inconcluso. Fisco que essa aceitação nem sempre é fácil: “Eu não tenho que trazer todas as respostas prontas para as crianças, esse ‘perfil’ de professor não é o seu!”; “Tudo bem se eu deixar de dar alguma resposta naquele momento, posso retomar outro dia”; “Está tudo bem se algo não sair como o planejado! Eu posso negociar com as crianças; elas podem fazer parte do (re)planejamento!”.

A partir da reflexão da/na prática, tenho condições de identificar “o que” e “como foi”, bem como constatar “o que poderia ter sido e não foi”. O ambiente de comunicação, as trocas, os confrontos, os diálogos, a análise, que são mediados pela palavra, possibilitam uma

reversibilidade na relação de ensino: o espaço de aprender ensinando. Espaço em que a “zona de desenvolvimento proximal” de crianças e professora vai sendo trabalhada pelos dizeres e fazeres umas das outras. No próprio ato de ensinar, a professora aprende, expondo-se aos efeitos de sentidos possíveis, emergentes dos dizeres da circulação. No próprio ato de aprender, a criança expõe e propõe sentidos possíveis, bem como se expõe a eles, ensinando e aprendendo. (FONTANA, 2006, p. 149)

Reconheço os momentos que, num movimento de atuação na ZDP, tive ajuda para realizar/enxergar aquilo que ainda não conseguia sozinha. Isso se deu por meio da intervenção do Grucomat e do contato com pessoas mais experientes, com teóricos e com meus alunos, que são responsáveis por me colocar em situações nas quais eu preciso pensar, refletir, pedir ajuda, para conseguir resolver. Além disso, percebo o quanto a escrita desta narrativa pedagógica também passou por uma mediação biográfica (PASSEGGI, 2011). Compartilhar minha narrativa (ainda que numa versão com poucas análises e aprofundamento teórico) com minha orientadora, com o Grucomat, com os membros da banca de qualificação, possibilitou-me um novo olhar para os acontecimentos da sala de aula, um novo olhar para minha prática pedagógica.

Minhas reflexões sobre a aula, sobre a tarefa, sobre o desenvolvimento do PA de meus alunos, estão permeadas por uma reflexão coletiva e, também, fazem parte dos estudos do Grucomat, daí a importância das parcerias no movimento de refletir sobre/na própria prática. Reconheço que minhas condições de formação continuada são privilegiadas/diferenciadas; ainda assim, minha narrativa é reveladora da complexidade, das tensões e dos desafios que envolvem as relações de ensino. Entendo esse “privilegio” ao pensar sobre as difíceis condições em que a maioria dos professores se encontra. O que esperamos dos professores que não têm essas ou outras condições reflexivas?

Envolver os alunos na criação de “lei de formação” para expressar a generalização da sequência com crianças de 6 anos? Não é esse o objetivo da minha pesquisa! Por muitas vezes, peguei-me pensando e até mesmo me cobrando sobre meu fazer pedagógico com meus alunos. Estaria eu exigindo demais de meus pequenos? Forçando a barra? Por outro lado, tinha tanta curiosidade diante de seus processos... Do que eles eram capazes? Até onde eles poderiam ir? Tinha

vontade de aprender com eles (o que é diferente de aprender sobre eles)! Em alguns momentos, empolgava-me com os avanços percebidos e precisava me controlar!

Por outro lado, para Vygotski (2010), as qualidades humanas específicas que queremos ver desenvolvidas nas crianças ao final do processo de educação devem estar presentes já no início de seu desenvolvimento — orientando esse desenvolvimento. Assim, a convivência das formas iniciais de objetivação da criança com as estruturas mais elaboradas da objetivação humana promove saltos qualitativos em direção ao conhecimento mais elaborado.

Quais as condições adequadas para realizar uma educação promotora do máximo desenvolvimento humano nas crianças com 6 anos de idade sem abreviar o “ser criança” e sem restringir seu acesso aos conhecimentos científicos? Eu ainda não formulei uma resposta... Minha práxis enquanto professora-pesquisadora me direciona para perguntas que, talvez, não consiga responder, mas que possibilitam minha busca por aprender a ensinar e aprender ao ensinar. Contudo, a partir dos estudos de Vygotski (2007, p. 130), notei que “[...] o único tipo positivo de aprendizado é aquele que caminha à frente do desenvolvimento, servindo-lhe de guia; deve voltar-se não tanto para as funções já maduras, mas principalmente para as funções em amadurecimento.” Por isso, entendia que, partindo da linguagem materna e atuando na ZDP, poderia realizar intervenções para que os alunos chegassem a uma lei de formação. Vale ressaltar que

é na zona de desenvolvimento proximal que a interferência de outros indivíduos é mais transformadora. Processos já consolidados, por um lado, não necessitam da ação externa para serem desencadeados; processos ainda nem iniciados, por outro lado, não se beneficiam dessa ação externa. (OLIVEIRA, 1997, p. 61).

Logo, pensar em uma lei de formação seria inviável se os alunos não estivessem engajados na generalização da sequência ou se não tivessem as experiências anteriores envolvendo o trabalho com a percepção de regularidades em sequências com padrões repetitivos e recursivos. Tomo tais ideias como uma hipótese e, ao mesmo tempo, como uma justificativa para envolver as crianças na elaboração da lei de formação de algumas sequências.

Acredito que, mesmo a partir de uma proposta conturbada, que só ficou clara no momento da escrita da narrativa pedagógica, a problematização e a construção coletiva garantiram o sucesso da tarefa. Essa construção coletiva é marcada por meu movimento de “idas e vindas”, pois estou envolvida na elaboração conceitual, assim como meus alunos, que dizem muito para este processo. No entanto, esses “dizeres”, na maioria das vezes, passam despercebidos no ambiente dinâmico da sala de aula e só podem ser retomados a partir de uma prática que se dedica à reflexão da experiência, ou seja, a partir de uma prática refletida ou ainda uma prática narrativa.

A escrita narrativa se apresenta com uma dupla função: possibilita olhar para o outro (os alunos, a professora) de outro lugar, e olhar também para si próprio de outro lugar (a pesquisadora). Ela me faz refletir acerca daquilo que “foi e o que poderia ter sido e não foi”, estabelecendo uma relação de continuidade: presente, passado e o futuro (CLANDININ; CONNELLY; 2011). Ao retomar o passado e refletir sobre ele no presente, tenho condições de realizar projeções para o futuro. Isso me possibilita pensar no que foi, no que poderia ter sido e no que ainda pode acontecer, permite a (trans)formação de minha prática pedagógica. Minha narrativa se apresenta, portanto, como um espaço “textualizado” de minha vida, das histórias que ela envolve, dos desafios, das inconclusões.

Este espaço “textualizado” permite minha (trans)formação e a do leitor; não que seja minha pretensão prescrever usos e aplicações gerais por meio de minhas narrativas pedagógicas, não! Contudo, busco criar textos que ofereçam ao leitor um lugar para imaginar seus próprios usos e aplicações. “Suas histórias, as suas, as minhas — é o que todos nós carregamos conosco nessa viagem que fazemos, e devemos isso uns aos outros; respeitar nossas histórias e aprender a partir delas.” (CLANDININ; CONNELLY, 2011, p. 43).

Contudo, “o que escrevemos é sempre provisório, sempre aberto a revisão.” (CLANDININ; CONNELLY, 2011, p. 47). O que eu escrevo sobre mim hoje é um sentido construído em termos do contexto no qual estou inserida; e esse sentido muda com o passar do tempo; logo, o sentido que atribuo hoje é marcado pela temporalidade, pelo pessoal e pelo social, bem como pelo lugar que ocupo nessas dimensões. É o que Clandinin e Connelly (2011) denominam de espaço tridimensional da narrativa⁹².

Utilizo meu bordado de modo a inspirar o bordado de outro(a)s tanto(a)s bordadeira(o)as. A narrativa é outra experiência do ser professora. A narrativa é a tomada de consciência. A narrativa demarca minha incompletude! Concordo com Carretero (2019, p. 923) quando afirma que

a narrativa é um modo de criar espaços de liberdades nos discursos dominantes para este modo abrir novos sentidos que podemos compartilhar. Tal como tem sucedido com a genealogia feminina e a voz das mulheres na elaboração de saberes. É um posicionamento epistemológico: a experiência como fonte de saber.

⁹² De acordo com Clandinin e Connelly (2011, p. 65), “no pensamento narrativo, o contexto está sempre presente. Isso inclui noções tais como contexto temporal, espacial e contexto de outras pessoas. O contexto é necessário para dar sentido a qualquer pessoa, evento ou coisa.” Os autores defendem, ainda, a necessidade de considerar que as expressões narrativas individuais são produzidas a partir de em um contexto particular e em um determinado momento; logo, há que se levar em conta: os personagens que vivem as histórias; os personagens que contam as histórias; o momento em que elas são vividas; o tempo em que são contadas; o local no qual são vividas e contadas; minhas tensões vividas no contexto escolar e da pesquisa; o ser professora e pesquisadora; o ser professora em uma rede pública; o fazer uma pesquisa na/da própria prática; e assim por diante. “No pensamento narrativo, o contexto faz diferença.” (CLANDININ; CONNELLY; 2011, p. 59).

Esse “saber” é apontado pela autora como um saber que nasce de cada um e que se transforma em um saber compartilhado; e seu valor epistemológico se encontra no fato de que “sem este saber-saberes é difícil que uma pessoa possa fazer o trânsito entre o singular e o compartilhado.” (CARRETERO, 2019, p. 923). O saber da experiência (docente) não é um repertório de conteúdos nem de procedimentos necessários para realizar o ofício de ser professora, muito menos uma série de “modos” de compreensão da realidade e orientação para a ação (se quer aprender sobre a realidade, faça isso, faça aquilo). É um saber, um saber que se constrói, visto que o “fazer educacional supõe uma relação pensante, pessoal, sensível e criativa frente às circunstâncias novas e mutáveis, nem sempre claras nem previsíveis, da prática.” (CONTRERAS, 2010a, p. 131).

Minha narrativa pedagógica é reveladora de indícios de mobilização de conhecimentos especializados do professor para uma prática focalizada no desenvolvimento do PA. No que diz respeito ao conhecimento didático do conteúdo (PCK), a reflexão na/da prática vai revelando modos de conduzir a tarefa e as discussões, os modos de aproximação com a produção das crianças, nos quais a linguagem se apresenta como imprescindível. Incentivar e problematizar com os alunos, estimulando-os a falar sobre seus modos de produção para que se envolvam na discussão coletiva; buscar envolver a turma toda no movimento de percepções apontadas por um único aluno; procurar favorecer a (re)organização da atenção e da análise das crianças; essas são implicações pedagógicas resultantes de um aprofundamento teórico que considera que os processos de desenvolvimento e de aprendizagem têm suas raízes nas relações sociais. O que foi, inicialmente, uma relação entre as pessoas passa a funcionar como modo de relação do sujeito consigo mesmo (VYGOTSKI, 2009a). A partir de uma relação dialógica de ensino, “[...] ao mesmo passo em que buscava me certificar de seu entendimento, também tentava envolvê-lo na análise de seu próprio pensamento, e como se tratava de uma socialização coletiva, também procurava inserir as outras crianças na discussão [...]” (excerto da narrativa pedagógica 1).⁹³

Minha narrativa aponta indícios da capacidade (de uma professora) de desenvolver e potencializar tanto seu conhecimento quanto sua aprendizagem como docente, como vemos nestes excertos da narrativa pedagógica 1:

[...] percebo o quanto as crianças também assumem um importante papel de intervenção no contexto da sala de aula. Essa intervenção ocorre, principalmente, quando a *busca*, a *análise* ou mesmo a *estratégia* é comunicada, compartilhada com os pares, visto que esse compartilhamento pode tornar o que antes era a busca do outro em minha própria busca, num processo de apropriação[...]

[...] Penso que, ao envolver as somas dos triângulos, passei a direcionar as discussões para o campo da Aritmética, em vez de fazer uma abordagem da figura em si [...].

⁹³ Ao apresentar excertos de minhas narrativas pedagógicas, mantendo a formatação do texto original.

Minha narrativa pedagógica é reveladora de indícios de mobilização de conhecimentos especializados do professor para uma prática focalizada no desenvolvimento do PA. No que diz respeito ao **conhecimento matemático** (MK), minhas escolhas e meus encaminhamentos revelam o conhecimento especializado referente aos temas matemáticos (KoT). Entre muitos indícios, considerar a quantidade limitada de palitos, para além da intencionalidade, revela um conhecimento específico acerca da sequência, de sua definição, do padrão e das possibilidades de generalização. Esses indícios também são revelados a partir das intervenções realizadas no contexto das discussões e nos processos analíticos dos episódios, como vemos no seguinte trecho da narrativa pedagógica 1:

[...] ao retomar a sequência, ele [aluno] estabeleceu novamente uma operação intelectual de análise em que sua atenção foi reorganizada e resultou na seguinte percepção: “*Espera aí, está aumentando...*”. A partir daí, passou a considerar a quantidade de palitos em cada triângulo. A necessidade de comunicação sobre o raciocínio do aluno fez com que a estratégia inicial de Pedro tomasse outro rumo [...].

A narrativa pedagógica é reveladora do estabelecimento de relações com diversos campos da Matemática, ou seja, de um conhecimento especializado diante da estrutura da Matemática (KSM). Os alunos tiveram a oportunidade de, partindo de padrões em contextos figurativos: estabelecer relações que diziam respeito às construções do sentido do número (O que é o infinito?); pensar na sequência organizada em uma tabela em que foram favorecidas novas percepções numéricas; e constatar como o movimento (em espiral) de ir do visual para o concreto, da folha de sulfite para os palitos, dos palitos para a lousa, da lousa para a tabela, configura-se em diferentes maneiras de “ver” a sequência, prestar atenção em suas características, em suas propriedades geométricas, em suas propriedades numéricas. Isso possibilita aos alunos o estabelecimento de relações importantes diante de diversos campos da Matemática: Aritmética, Álgebra, Geometria, Tratamento da Informação.

Por fim, para além de intencionar a criação de uma lei de formação que expressaria — ainda que a partir de uma linguagem materna — a generalização da sequência, o que ainda aponta indícios do meu conhecimento especializado sobre os temas matemáticos (KoT), fez-se necessária a mobilização de conhecimentos diante da utilização de ferramentas importantes (o que já se relaciona ao subdomínio PCK) com a aprendizagem dos alunos, lançando mão de exemplos, modos de comunicar (oralidade, gestos, imagens, texto escrito). Nesse movimento, solicitei a produção de registros escritos aos alunos e tentei ter um olhar crítico para o que era comunicado por eles; introduzi a tabela enquanto um dispositivo importante para a percepção da regularidade (conhecimento da estrutura da matemática, KSM).

No que diz respeito ao conhecimento didático do conteúdo (PCK), a reflexão na/da prática revela modos de conduzir a tarefa e as discussões, os modos de aproximação com a produção das crianças, nos quais a linguagem se apresenta como imprescindível. Mostrou-se importante incentivar os alunos e problematizar para que eles falassem sobre seus modos de produção, para que se envolvessem na discussão coletiva. Também foi significativa a busca por envolver a turma toda no movimento de percepções apontadas por um único aluno. Além disso, foi relevante favorecer a (re)organização da atenção e da análise das crianças. Essas são as implicações pedagógicas resultantes de um aprofundamento teórico que considera que o desenvolvimento e a aprendizagem têm suas raízes nas relações sociais. O que foi, inicialmente, uma relação entre as pessoas passa a funcionar como modo de relação do sujeito consigo mesmo (VYGOTSKI, 2009a). A partir de uma relação dialógica de ensino: “[...] ao mesmo passo em que buscava me certificar de seu entendimento, também tentava envolvê-lo na análise de seu próprio pensamento e, como se tratava de uma socialização coletiva, também procurava inserir as outras crianças na discussão [...].” (excerto da narrativa pedagógica 1).

Existem diferentes modos de explorar as generalizações; e o trabalho com as sequências figurativas sugere que os alunos se mobilizem, coloquem-se em “atividade” de “ver” a sequência, como afirmo neste trecho da narrativa pedagógica 1:

“Ver” é buscar relações, é ter curiosidade, é querer saber como, quando e onde as coisas funcionam; é querer descobrir sobre as próximas figuras; é querer encontrar uma resposta; é querer entender sobre como se pensou; é se envolver com a tarefa; e, portanto, é estar em atividade [...].

Esses movimentos apontam indícios de meu conhecimento especializado diante das características da aprendizagem da matemática (KFLM).

Identificar que os alunos estão tomando os conhecimentos adquiridos em experiências anteriores para a tarefa presente (movimento de iconicidade) é muito significativo. Ao fazer isso, reconheço a sequência de tarefas enquanto um dispositivo importante para o desenvolvimento do PA dos alunos, para a resolução de problemas, para a elaboração de estratégias de generalização, para a (re)significação de ideias importantes, para o “fazer matemática”!

Percebo o registro enquanto um importante dispositivo de aprendizagem, tanto para os alunos quanto para mim. Com ele, tenho uma nova oportunidade de me aproximar das (re)significações dos alunos: do modo pelo qual se apropriam do material manipulativo; do desafio de fazer o registro pictórico da sequência; da maneira de conceber e organizar o trabalho coletivo (em dupla). Vejamos estes excertos da narrativa pedagógica 1:

A partir de minha análise, tive a percepção de que, para algumas crianças, a representação das figuras era um desafio muito grande. E não é para menos!

Reproduzir figuras requer uma análise cuidadosa; requer o estabelecimento de relações espaciais, dimensionais e proporcionais; ou seja, requer o estabelecimento de muitas relações de Geometria.

A tabela possibilitou a organização dos dados e de nossas ações na tarefa. Caminhamos de textos apoiados na língua materna para a utilização de um texto matemático. À medida que as crianças são imersas nessas discussões, elas vão entrando no movimento de elaboração conceitual. Esse processo é mediado pelos diferentes instrumentos técnico-semióticos disponíveis na atividade (textos, discussões, trocas) [...].

[...] fui percebendo a importância desse momento de sistematização na lousa, no qual sempre registrava as sequências com as crianças. Ainda que estivessem em posse das folhas com os enunciados da tarefa, elas acompanhavam minhas ações e, ao fazê-lo, tinham oportunidade de (re)significar suas ideias e suas percepções. Nesses momentos, surgiam novos questionamentos, novas constatações [...].

A sequência de tarefas, os registros, a tabela, os palitos, o enunciado, a sequência figurativa, a socialização, a sistematização..., vão sendo reveladas em minha narrativa como ferramentas importantes para as relações de ensino e apontam indícios de um conhecimento especializado diante do ensino da Matemática (KMT).

Para finalizar, destaco que narrar (os movimentos na e da sala de aula) vai me inserindo em uma constituição de minha identidade profissional. Para Cyrino (2017, p. 704), esse é um movimento que se configura em um processo complexo, contínuo e dinâmico, que ocorre de forma individual e coletiva, sustentado e orientado por “um conjunto de crenças e concepções interconectadas ao autoconhecimento e aos acontecimentos a respeito de sua profissão, associado à autonomia (vulnerabilidade e sentido de agência⁹⁴) e ao compromisso político.”

Meu posicionamento diante das limitações, dos desafios, dos conflitos, dos dilemas e de meu compromisso político enquanto professora, encarados a partir da reflexão na/da minha prática docente, vai configurando minha constituição identitária. Nesse ponto, concordo com Nacarato (2020, p. 92) quando afirma que “as histórias que contamos para nós mesmos possibilitam que atribuamos sentido ao que somos; elas são construídas em relação com outras histórias, aquelas que lemos ou escutamos; histórias imersas em práticas sociais.”

Além disso, destaco minha participação no Grucomat, no qual estabeleci uma relação de respeito, confiança e cumplicidade. À medida que me apoio no grupo, que compartilho minhas

⁹⁴ Para Cyrino (2017), a vulnerabilidade e a agência profissional constituem-se em características estruturais da profissão docente. Esses aspectos conceituais relacionam-se aos compromissos e papéis que os professores assumem em suas trajetórias profissionais, permeadas de escolhas, ações e reflexões. De modo específico, a vulnerabilidade refere-se à capacidade do professor de posicionar-se em relação aos requisitos de sua profissão, às normas sociais de prática e de conteúdos no meio em que sua prática ocorre, tendo como fio condutor de seu posicionamento suas perspectivas, seus conhecimentos e suas potencialidades. Já a agência profissional relaciona-se à atuação do professor quando exerce influência, faz escolhas e toma de decisões que afetam sua prática, ao mesmo passo que revelam seu compromisso profissional e ético (CYRINO, 2017).

conquistas, meus dilemas, minhas limitações, vou me fortalecendo e vou sendo tomada pela segurança para enfrentar obstáculos, no meu tempo, dentro de minhas possibilidades e limitações, sem receios ou constrangimentos. Vou me apropriando de algumas ideias e constituindo minha identidade a partir dos discursos de outros, de múltiplas vozes. Por isso, “não há como abordar a identidade sem discutir a alteridade, sem colocar-se no lugar do outro; refletir sobre si mesmo como um outro.” (NACARATO, 2020, p. 146). O Grucomat fortalece minha identidade profissional e atua como mediador de minha aprendizagem e de meu desenvolvimento.

E quando me dedico à escrita de minhas narrativas, numa relação de alteridade⁹⁵, coloco-me como o outro de mim mesma. A professora de hoje escreve sobre a professora que fui; a pesquisadora escreve sobre a professora; a aluna escreve sobre a professora. Assim como Carretero (2019, p. 922), entendo que “a indagação narrativa é fundamental para comunicar quem somos, o que fazemos, como nos sentimos e para responsabilizar-nos subjetivamente a respeito de nossas escolhas.” Afirmo-me como uma professora por fazer-me uma professora no mundo com tantos outros que me rodeiam e estão imersos num processo contínuo de desenvolvimento e aprendizagem.

Sou uma professora inquieta, desassossegada, incompleta; por isso, estou sempre me (re)fazendo, (re)começando. Não sou o que ainda poderei vir a ser. O “estar pronta para ser professora” nunca chegará. Há muito mais a saber...

3.3 Narrativa pedagógica 2: Padrões com tampas

Na segunda quinzena do mês de novembro de 2017, envolvi os alunos na realização das tarefas “Padrões com tampas I e II” com o objetivo de que entrassem no movimento de percepção da regularidade e que desenvolvessem estratégias de generalização. As tarefas foram desenvolvidas em quatro dias consecutivos.

Diferente da maioria das tarefas elaboradas na investigação, em que me apropriei das produções do Grucomat, as propostas discutidas nesta narrativa pedagógica foram elaboradas por mim. Diante da participação das crianças na tarefa anterior⁹⁶, fiquei motivada a pensar em novas tarefas envolvendo os padrões figurativos. Além disso, queria envolvê-las em outro trabalho em que fosse possível o uso de materiais manipulativos.

Apesar de todo o conflito gerado na “Tarefa dos palitos”, acreditava que os materiais manipuláveis poderiam favorecer a percepção da regularidade da sequência. Entendia que, para

⁹⁵ Bakhtin (1992) aponta que é na relação de alteridade que nos constituímos enquanto sujeitos. Num movimento de refração, em que refletemos e refratamos pelo/no, alteramo-nos (eu e o outro) constantemente, o que ocorre socialmente a partir das interações, das palavras e dos signos, em um processo dialógico de constituição de identidade dos sujeitos da interação. Logo, a alteridade pode ser entendida como estar aberto ao que o outro revela de mim, uma vez que a vida se constrói e se justifica a partir do outro situado fora dela.

⁹⁶ Continuando com triângulos.

além de uma análise da sequência inserida no enunciado, ao solicitar a reprodução, as crianças teriam outro (motivo/interesse) para se engajar na análise. Contudo, a experiência anterior me apontou o quanto a reprodução da sequência, por meio do registro pictórico, foi desafiante para os alunos. Sem desconsiderar a importância de buscar situações que favorecessem a superação desse desafio, nesse momento, minha intencionalidade era focalizar questões envolvendo a sequência, sua regularidade e as estratégias de generalização.

Logo, ao distribuir as tampas para os alunos, tinha o objetivo de favorecer um (possível) novo modo de análise que focalizasse detalhes importantes: “Como vou reproduzir? Por onde começar? O que ocorre na sequência? O que ocorre de um termo para o outro? Quantas tampas há em cada figura? Como as tampas estão dispostas nesta e/ou naquela figura?”. Aqui, temos uma análise que mobiliza a prática (deslocamento/organização das peças); ao mesmo passo que temos uma prática que mobiliza a análise.

Ao analisar um manual de orientações de Portugal envolvendo o sentido do número, o qual dispunha de uma série de tarefas para o trabalho em sala de aula (CASTRO; RODRIGUES; 2008), encontrei duas sequências recursivas com padrões figurativos (com a representação de tampas). Como dispunha de uma coleção de tampas plásticas, entendi isso como uma boa oportunidade para o trabalho com meus alunos. Logo, apropriei-me das sequências e tomei como referência o modelo de questões propostas em tarefas desenvolvidas pelo Grucomat. Além disso, durante os momentos de socialização e síntese das tarefas anteriores, lançamos mão de tabelas para a organização dos dados, visando ao favorecimento da percepção do padrão e a sua generalização, pois julgava que ela era um importante instrumento para as significações dos alunos. Por conta disso, entendia que a inclusão da tabela no enunciado poderia chamar a atenção das crianças e desencadear novas possibilidades de análise — ainda que levando em consideração que o uso da tabela pelas crianças seria uma ação a ser realizada a partir da ZDP (VYGOTSKI, 1996).

Primeiramente, com os alunos organizados em duplas/trio, disponibilizei as tampas (reutilizadas de garrafas plásticas de refrigerante) para que as explorassem livremente. Esse momento é fundamental para o início de uma tarefa que envolve materiais manipulativos, visto que conhecer os objetos, desenvolver curiosidades e experimentar possibilidades faz parte do planejamento e do desenvolvimento da proposta. Minha experiência aponta que, quando os alunos são privados desse momento e, em vez disso, a professora busca impor ações direcionadas à tarefa, as coisas podem não fluir como deveriam. No lugar de se atentarem para as ações necessárias ao desenvolvimento da proposta, os estudantes querem gastar suas

curiosidades, construir “coisas”, jogar, apertar, rolar, bater, trocar com os colegas, inventar brincadeiras. E não é para menos, não é?!

Após a exploração, os alunos receberam a folha com o enunciado da tarefa. Essa folha está representada no Quadro 5.

Quadro 5 – Enunciado da tarefa “Padrões com tampas I”

PADRÕES COM TAMPAS														
TAREFA 1 OBSERVE A SEQUÊNCIA ABAIXO:														
 1 ^a FIGURA 2 ^a FIGURA 3 ^a FIGURA														
1. QUAL SERIA A PRÓXIMA FIGURA? 2. QUANTAS TAMPAS HÁ EM CADA FIGURA? 3. COMPLETE A TABELA DE MODO A ORGANIZAR OS DADOS:														
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>NÚMERO DA FIGURA</th> <th>NÚMERO DE TAMPAS</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td></td></tr> <tr><td>...</td><td>...</td></tr> </tbody> </table>			NÚMERO DA FIGURA	NÚMERO DE TAMPAS	1		2		3		4	
NÚMERO DA FIGURA	NÚMERO DE TAMPAS													
1														
2														
3														
4														
...	...													
4. QUANTAS TAMPAS TERÁ A 9 ^a FIGURA? 5. E A 20 ^a ?														

Fonte: Acervo da pesquisadora

Esperava que os alunos se envolvessem na análise do padrão de crescimento e desenvolvessem estratégias de generalizações. Para isso, poderiam realizar uma generalização próxima (VALE, 2013), identificando que, a cada figura, aumentavam-se duas tampas e que, portanto, a 4^a figura receberia 8 tampas. Também poderiam perceber que o número de tampas de qualquer figura estaria relacionado à soma do número da própria figura ($n + n$ ou o dobro de $n - 2n$), numa generalização distante (VALE, 2013), no caso da questão 1. Posteriormente, buscava incentivar as crianças a observarem a quantidade de tampas que havia em cada figura (questão 2 e 3), tomando a tabela como uma ferramenta para a organização dos dados, com o intuito de favorecer a percepção da regularidade da sequência, de chamar a atenção dos alunos para as ocorrências de cada figura e da sequência como um todo. Por fim, tencionava envolvê-los na reflexão sobre figuras que não estavam presentes na sequência pré-estabelecida, buscando conduzi-los à elaboração de estratégias de generalização distante (questão 5 e 6).

Dei um tempo para que se envolvessem na leitura do enunciado — vale lembrar que as crianças ainda estavam se apropriando da leitura e da escrita. Durante esse momento, a aluna Jade me questionou: “*Prô, mas nós não temos dados!*”. Fazia referência ao termo *dados* no

terceiro item do enunciado, relacionando-o ao objeto utilizado em jogos e brincadeiras para a contagem: o hexaedro com as faces numeradas de 1 a 6. Esse questionamento me fez refletir sobre a importância desse primeiro momento de análise (leitura/interpretação) das crianças, bem como sobre a relevância de estar atenta aos sentidos atribuídos pelos alunos aos enunciados, visto que as crianças podem dar diferentes sentidos ao texto; cabendo a negociação de significações para o desenvolvimento da proposta. É importante que as crianças tenham tempo suficiente para pensar, elaborar suas hipóteses e falar sobre elas, uma vez que nem sempre atribuem o mesmo sentido que a professora ao enunciado da tarefa.

Bakhtin (1988) explica que os sentidos de uma palavra não existem em si mesmos, como algo dado. Os sentidos são elaborados nas enunciações, e estas, por sua vez, fazem parte de um diálogo social. O enunciado “é o território comum do locutor e do interlocutor” (BAKHTIN, 1988, p. 113) — todo enunciado refere-se a pelo menos dois sujeitos: procede de alguém e dirige-se a outro alguém. Logo, os sentidos carregam marcas das condições sociais nos quais são produzidos; por isso, eles são, em parte, “nossos” e, em parte, do “outro”, num processo de interação entre os locutores. O sentido é produzido e “significado” sempre na interação entre vozes!

Para apontar o sentido expresso por *dados* no enunciado, retomei o contexto da tarefa anterior, em que os alunos também foram envolvidos na construção de uma tabela com os *dados* da sequência. Buscava engajá-los no movimento de iconicidade (RADFORD, 2008), caracterizado pela disposição de um repertório de experiências importantes que permitem retomadas e (re)significações por parte dos alunos. A sequência de tarefas (da investigação) vinha nos possibilitando um repertório de experiências importantes para nossas retomadas e para nossas (re)significações.

Depois disso, fiz a leitura coletiva do enunciado procurando negociar significações e até discutindo algumas questões levantadas pelas crianças. Em seguida, Lia me procurou e questionou sobre um (possível) erro de formulação do enunciado, mais especificamente, sobre um possível erro nas informações referentes ao número da figura e à quantidade de elementos no termo. Apontando sua análise, Lia poderia favorecer o processo de outros colegas; por isso, solicitei que falasse novamente para que, assim, outros alunos ouvissem sua análise.

Episódio 8 – Relacionando o número da figura com a figura

T01 P: *Lia, o que você falou? O que eu fiz errado aí?*

T02 Lia: *Aqui, ó: aqui devia ser 1* [aponta para 1^a figura], *aqui 2* [aponta para 2^a figura], *aqui 3* [aponta para 3^a figura].

T03 P: *Por que tinha que ser assim?*

- T04 Lia: *Porque tinha que seguir aqui... [aponta para o número da figura] a figura!*
- T05 P: *Na figura 1, tem que ser uma tampa, porque é figura 1?*
- T06 Lia: [pensativa] Ah, pode ser a segunda ou a terceira. Não pode ser a quarta nem a quinta.
- T07 P: Como assim? *Por que não?*
- T08 Lia: *Porque são muito grandes. Se você colocar mais uma, mais uma e mais uma..., ia ficar 2, 3, 4, 5, 6...*
- T09 P: *Mas o segredo da sequência não poderia ser outro?*
- T10 Lia: [pensativa]
- T11 P: *Qual é o padrão da sequência?*
- T12 Lia: *É que está aumentando...*
- T13 P: *Ah, aumentando?! E aumenta de qualquer forma?*
- T14 Lia: *2, 4... Estamos fazendo de 2 em 2!*
- T15 P: *É mesmo? Deixa eu ver!*
- T16 Lia: *2, 4 e 6... [enquanto fala, utiliza uma das mãos para apontar as figuras e mantém, na outra mão, dois dedos levantados para representar que a sequência está indo de 2 em 2], 8 [continua apontando o espaço em branco da folha, demonstrando a continuidade] e 10...*
- T17 P: *Agora vocês já conseguem resolver essa daqui... [aponta para a primeira questão]*
- T18 Lia: *Agora temos que desenhar 8 tampinhas, porque é 2, 4, 6..., 8!*

No início do episódio, Lia (T04) apontou o que, segundo ela, seria uma incoerência na sequência: a quantidade de tampa da figura não correspondia ao número da figura. Lia apontava uma regularidade presente em outras tarefas. Portanto, acredito que o conhecimento adquirido em experiências passadas (re)organizou sua análise diante dessa nova sequência. A partir de minha intervenção (T09, T011), ela passou a levantar novas percepções: “*Está aumentando*” (T12); e, para ela, esse “aumento” se estabelecia a partir da regularidade: “*2, 4...a gente tá fazendo de 2 em 2...*” (T14); “*2, 4 e 6...*” (T16). Além disso, seu movimento de “*tomar espaço*” (T16) ao final da sequência pré-estabelecida no enunciado aponta indícios de sua percepção da continuidade da sequência (não acabava ali!). Ao usar suas referências passadas, num movimento de iconicidade (RADFORD, 2008), Lia demonstrou seu envolvimento na tarefa, que, neste caso, deixou de ser uma *tarefa* e passou a ser uma *atividade* (LEONTIEV, 1983). Tomando as próprias palavras da aluna — “*2, 4... estamos fazendo de 2 em 2...*” (T14) —, entendo que esse “*estamos fazendo*” revela, de modo implícito, o *tomar para si*, ou mesmo um *apropriar-se* da proposta; e também aponta para a ideia de *pertença*⁹⁷, no sentido de que a aluna

⁹⁷ Tomo o conceito de pertença abordado por Ricoeur (1989). O autor entende-o como o ser-no-mundo, o que se refere à ideia de pertencimento a algo maior. Para ele, antes de pensarmos o mundo, já temos o mundo e já estamos no mundo. Já pertencemos ao mundo antes de ele nos pertencer e antes de o dominarmos. Também já somos e temos história e tradição antes de a pensarmos, visto que cada ser humano se coloca a partir de um contexto de pertença.

estava inserida em um grupo, no qual ela e seus colegas estavam (juntos) envolvidos com a percepção da regularidade da sequência.

Caminhando para o fechamento da tarefa, em que já havia feito a leitura coletiva, negociado as significações das crianças e até discutido algumas questões, Maíra me procurou e afirmou:

Episódio 9 – Descoberta de Maíra

- T01 Maíra: *Prô, eu descobri a do 9. 9 + 9 dá 18!*
- T02 P: *O que você pensou para descobrir?*
- T03 Maíra: *Eu pensei na do 5.*
- T04 P: *E o que fizemos na do 5?*
- T05 Maíra: *A gente pensou quanto é 5 + 5.*
- T06 P: *E se eu pensar na 20?*
- T07 Maíra: *40!*
- T08 P: *E se eu pensar na 21?*
- T09 Maíra: [pensativa] *eu vou lá pensar...*
- T10 P: *Olha, 20 é 40! E 21?*
- T11 Maíra: *41!*

O episódio aponta indícios da síntese da análise realizada pela Maíra diante da regularidade da sequência e sua estratégia de generalização: “*Prô, eu descobri a do 9. 9 + 9 dá 18*” (T01). A aluna utilizou a adição do número da figura ($n + n$) para determinar a quantidade de tampas na figura 9. Além disso, ela apontou indícios de sua percepção. O que havíamos feito coletivamente na figura 5, Maíra conseguia realizar sozinha na figura 10. Em outras palavras, o que fora realizado com a ajuda do outro passou a ser realizado de maneira autônoma. As ações — intervenções, discussões coletivas, negociação de significações — a partir da tarefa estavam, de fato, atuando na ZDP das crianças (VYGOTSKI, 1996).

Em busca de favorecer o movimento de (auto)reflexão, de colocá-la em movimento de pensar sobre sua própria estratégia, sugeri a busca pela análise de outras figuras (T06, T08). Será que “ $n + n$ ” era uma “regra” válida para a identificação da quantidade de tampas de qualquer figura da sequência? A partir da intervenção, a aluna apontou a quantidade de tampas da figura 20 (T07), reforçando sua apropriação da estratégia de generalização ($n + n$). Contudo, quando questionei sobre a quantidade de tampas da figura 21, a aluna indicou a necessidade de refletir (um pouco mais) para a resolução do desafio. Acreditando que o desafio estava na realização da soma $21 + 21$ e buscando favorecer sua superação, sugeri que desse um passo atrás: voltei na soma $20 + 20$ (T10), realizada por Maíra. A partir disso, ela sinalizou o resultado 41 (T11).

A análise da videogravação da aula e a escrita desta narrativa pedagógica, mais uma vez, possibilitaram-me a aproximação com as formas de (re)organização/(re)elaboração dos

alunos; apontam-me indícios da elaboração de estratégias diante de desafios propostos pela tarefa. Apesar de indicar um resultado incoerente (41, em vez de 42), penso que a fala de Maíra tem uma lógica válida; afinal, não havíamos adicionado uma unidade ao número da soma anterior ($20 + 1$)? Contudo, era necessário considerar que se tratava de uma unidade em cada número da adição, o que resultaria o total de 42 tampas.

Para o fechamento da aula, propus a socialização das estratégias utilizadas pelos alunos para a resolução das questões da tarefa. Para algumas crianças — que estavam engajadas na análise e na busca por uma estratégia de generalização —, esse momento permitia a síntese; mas, para aquelas que ainda se apropriavam da tarefa ou mesmo da regularidade da sequência, era uma nova oportunidade de (re)significação e, consequentemente, de aproximação com a proposta. Ou seja, chegarmos ao final da tarefa não significava que todas as crianças obtiveram, de fato, uma solução que correspondesse às expectativas pedagógicas da tarefa. Além disso, ainda que os alunos apontassem indícios (em suas próprias palavras) de suas aprendizagens, não tenho elementos para dizer o que foi conceitualmente aprendido por eles. Essa é uma análise que se realiza a partir de um olhar processual, uma análise que considera toda uma “história” de relação de ensino (SMOLKA *et al.*, 2007).

Por outro lado, enquanto professora, tinha condições de analisar, dentro do espaço de relações que se estabeleceram a partir da tarefa, as mobilizações, os modos de participação dos alunos, o registro de suas estratégias. Também conseguia verificar o que era passível/necessário de intervenção. Buscava estratégias para identificar alunos que ainda não estavam totalmente engajados em encontrar regularidades ou aqueles que ainda investigavam uma estratégia de generalização; portanto, eu tomava o momento da socialização como (mais uma) oportunidade para envolvê-los. Essa etapa da aula era, ademais, uma (nova) oportunidade para que realizassem a proposta a partir da ZDP (VYGOTSKI, 1996), com minha ajuda e/ou a dos colegas mais experientes. Nela, eu observava indagações que poderia fazer ou modos de questionar aqueles alunos que deram conta de perceber a regularidade e buscaram estratégias para a generalização, de modo a colaborar com (novas) reflexões/desafios. A socialização é o momento de sistematização! Destaco o primeiro episódio que selecionei desse momento:

Episódio 10 – Aumentando de 2 em 2

- T01 P: *Que tipo de sequência é essa?*
- T02 Jade: *Vai pulando de 2 em 2.*
- T03 Pedro: *Aumenta de 2 em 2.*
- T04 P: *Vai pulando ou aumentando de 2 em 2?*
- T05 Alunos: *Aumentando.*
- T06 Antônio: *De 3 em 3...*

- T07 P: *Como assim, Antônio?*
 T08 Antônio: *Ali vai aumentando de 3 em 3.*
 T09 P: *Vem aqui me explicar!*
 T10 Antônio: [vai até a lousa e aponta para as duas colunas da 3^a figura]
 T11 P: *Ah, eu entendi... O que o Antônio pensou, gente?*
 T12 Gabriela: *No número da figura...*
 T13 Pedro: *Também tá pulando de 2 em 2, porque aqui* [vai até a lousa e aponta para os espaços entre as figuras] *pulou o 3, aqui o 5, aqui o 7...*
 T14 P: *A Maíra observou uma coisa... Fala, Maíra!*
 T15 Maíra: *É uma sequência de números pares...*
 T16 Antônio: *O 2 é par!*
 T17 P: *Será que a Maíra está correta?*
 T18 Antônio: *Está, porque o 2 é par, o 4...*
 T19 Jade: *O 6 é par, o 8 é par, o 10 é par...*
 T20 P: *Agora, quero saber como é que eu sei quantas tampas têm na figura 9.*
 T21 Lia: *9!*
 T22 P: *9?*
 T23 Lia: *Não... 8!*
 T24 P: *Você acha que tem um a menos, igual àquela tarefa⁹⁸?* [aponta para o cartaz na parede⁹⁹]
 T25 Lia: *11!*
 T26 Jonas: *20!*
 T27 Aluno: *18!*

No início do episódio, envolvemo-nos (as crianças com suas hipóteses e eu com minhas intervenções), mais uma vez, na busca da percepção da regularidade da sequência. Sim, ao final da tarefa, ainda negociávamos significações diante da sequência. O que não significa que os alunos não haviam se engajado na proposta nem que não haviam tido, até então, condições de realizá-la por si mesmos; a meu ver, esse levantamento das crianças revela uma tentativa de descrição dos eventos (em alguns casos, ainda difíceis de serem circunscritos e conceituados em uma palavra ou em mais de uma). Neste ponto, concordo com Smolka *et al.* (2007) quando afirmam que a linguagem é imprescindível na criação e na organização de um modo de pensar o já conhecido e/ou o por conhecer, constituindo-se em um instrumental conceitual que transforma os modos de aprender e saber.

Será que a sequência está aumentando ou pulando de dois em dois (ou de três em três)? O sentido atribuído pelas crianças entre esses dois termos se relacionava? Aproximava-se? Distanciava-se? Diante do T02, do T03 e do T05, perdi a oportunidade de questioná-los. Contudo, ao refletir acerca dessa questão, recordo-me das tarefas que realizamos na reta numérica. Lá, dávamos “pulos” entre os números e, partindo de um aspecto direcional, a

⁹⁸ Padrão dos Palitos.

⁹⁹ Ao final de cada tarefa de padrões recursivos, fizemos um registro dos resultados (tabela, estratégias de generalizações e lei de formação) em folha de papel pardo e fixamos na parede para futuras consultas.

direção (esquerda ou direita) do “pulo” determinava se as quantidades estavam aumentando ou diminuindo; logo, considerando esse contexto, os sentidos entre “aumentar” e “pular” poderiam ser diferentes.

As crianças apontavam a regularidade da sequência a partir de uma abordagem aritmética. Antônio, ao sugerir que a sequência aumentava de “três em três” (T07), foi questionado por mim, visto que precisava de mais indícios para me aproximar de sua significação. Afinal, sua afirmação se baseava em que aspecto da sequência? Durante a explicação, o aluno, tomando como referência a terceira figura da sequência, indicou as duas colunas de tampas — compostas por três tampas cada. Logo, entendi que, centrando sua análise na terceira figura, a fala de Antônio (três em três) sinalizava a ocorrência da repetição da quantia de tampas (três) na figura, ou seja, na quantidade de tampas dispostas nas colunas. A partir dessa aproximação, desse “ouvir” a argumentação de Antônio e entender seu ponto de vista, passei a refletir sobre o quanto seria difícil, ou ainda impossível, minha aproximação com sua significação se estivesse partindo de uma interpretação (de sua fala) totalmente subjetiva, sem considerar sua explicação. Os alunos têm muito “a dizer” sobre “o que dizem”; e, em contrapartida, a professora tem muito “a entender” sobre o que “entende”.

Os alunos apontam para as muitas maneiras de enxergar regularidades na sequência. Pedro (T13) passou a considerar os números ímpares que não apareceram na sequência, em suas próprias palavras, os números ímpares que foram “pulados”, mas estariam nos espaços em branco entre uma figura e outra: 3, 5 e 7. Novamente, precisei parar, refletir e retomar a sequência para me aproximar da significação do aluno. Partindo dessa análise, reconheço a validade da afirmação do aluno. Nesse ponto, concordo com Smolka *et al.* (2007, p. 31) quando afirmam que, na dinâmica das relações de ensino, “sensações, percepções, palavras e sentidos se articulam, permitindo a elaboração — hesitante, multifacetada, coletiva — de conhecimentos.”

Ao chamar Maíra (T14) para compartilhar sua ideia com os colegas, buscava integrar a classe toda, ou um número maior de crianças, no movimento de pensar junto com aqueles que estavam envolvidos na percepção da regularidade da sequência. A princípio, pensava sobre a “descoberta” que havia compartilhado comigo anteriormente; portanto, imaginei que fosse explicar sobre a soma do número da figura para a obtenção da quantidade de tampas de qualquer termo da sequência. Contudo, fui surpreendida com a afirmação: “É uma sequência de números pares” (T15). Ao ouvirem a afirmação, os colegas, analisando a sequência, buscaram indícios para a validação da hipótese: “O 2 é par!”, “... o 4”; “O 6 é par, o 8 é par”; “o 10 é par...”.

Maíra não falou o que eu esperava que falasse, e isso, de certa forma, desestabilizou-me, tanto que, no momento da discussão, não tive condições de analisar sua fala e realizar a intervenção. Ora, o conceito de paridade apontado pela aluna poderia desencadear discussões importantes; para além da análise da regularidade e da busca por estratégia de generalização da sequência em si, poderíamos estabelecer relações com a propriedade dos números e das operações. Logo, poderia envolvê-los na discussão de outras generalizações matemáticas: a soma de dois números ímpares é sempre um número par; ou, ainda, a soma de dois números pares resulta em um número par.

A partir de minha expectativa, busquei (T20) (re)orientar a análise do grupo em busca de uma estratégia de generalização da sequência. Percebi algumas iniciativas baseadas em “tentativas e erros” (T21, T23, T25, T26). Chama-me a atenção quando, a princípio, a aluna Lia afirmou a quantia de 9 tampas (T21) e, depois de questionada, apontou para a quantia de 8 tampas (T23) — aqui, entendi que ela fazia referência à tarefa anterior na qual realizávamos a subtração (-1) em cada termo. Contudo, acabei me equivocando ao “induzir” o fato à aluna, afirmando minha percepção. O correto seria deixar que a aluna, por si só, evidenciasse sua significação para a sequência e, em vez de questioná-la com “*Você acha que tem um a menos, igual àquela tarefa?*”, utilizar questões que fossem mais abertas: “Como assim? Por que você falou 8?”.

Minhas intervenções seguiram na busca pela (re)organização da análise das crianças. Intencionavam a percepção de que, ao realizarmos a operação de soma do número da figura com ele mesmo, obteríamos o número de tampas correspondente à figura (por exemplo, no caso da segunda figura: $2 + 2 = 4$, sendo 4 o total de número de tampas que a compõe):

Episódio 11 – Resgatando ideias importantes

- T01 P: *Será que se eu pensar no número da figura, me ajuda a descobrir a quantidade de tampas?*
- T02 Alunos: *Não!*
- T03 P: *Olha... [aponta para a segunda figura] o número 2, tem alguma relação com a figura?*
- T04 Alunos: *Não.*
- T05 P: *Será? O Antônio havia dito que tinha! O que você falou naquela hora?*
- T06 Antônio: *Tem!!!*
- T07 P: *Qual é a relação?*
- T08 Antônio: *A relação é que tá se repetindo...*
- T09 P: *O que está se repetindo? Olha, o Jonatas também identificou isso. Você se lembra quando eu perguntei do 5? Você falou que era só pegar o 5 + isso [gesticula].*
- T10 Jonatas: [vai até a lousa, aponta para o número da figura e o associa à quantidade] *Esse 2 é aqui, olha...*

- T11 P: *Olha o que o Jonatas descobriu! Que esse 2 [número da figura] está se repetindo aqui* [número de tampas]. *Figura 2, 2!* [aponta para quantidade]; *Figura 1, 1!* [aponta para quantidade de tampas]; *Figura 3?*!
- T12 Alunos: 3!
- T13 P: *E na figura 9?*
- T14 Alunos: 9... 9!
- T15 P: *Então, pra gente descobrir quantas tampas tem em uma figura...*
- T16 Jade: *Vai precisar do número que tem...* [aponta para a sequência da lousa]

Fui chamando os alunos que tentavam encontrar uma regularidade para a sequência (T05, T09). Contudo, só consegui envolver os alunos nessa discussão porque já havia entrado em contato com o que estavam produzindo quando realizavam as atividades em duplas. O “caminhar” pela sala, enquanto os alunos fazem as tarefas, é fundamental para entrar em contato com o que eles estão produzindo, para propor problematizações que auxiliem nos saltos qualitativos de suas significações, para atuar na ZDP e para selecionar suas produções para o momento da socialização.

Ao me dedicar à escrita desta narrativa pedagógica, percebo minha intervenção em busca de resgatar os apontamentos realizados pelos alunos (durante o trabalho em dupla), os quais julgava que contribuiriam para discussões e negociações coletivas visando à generalização da sequência. No Turno 5, chamei Antônio para compartilhar novamente sua percepção — destacada no episódio 10 (“de 3 em 3”) — com os colegas. Desse modo, entendo que a intervenção é um processo pedagógico privilegiado, no qual tanto o professor quanto os alunos têm um papel explícito de interferir na ZDP dos alunos/colegas, provocando avanços que não ocorreriam espontaneamente (OLIVEIRA, 1997).

Vale destacar que, em alguns casos, as criações (levantamentos, hipóteses, pistas, compreensões, estratégias etc.) dos alunos, só se tornam, de fato, uma intervenção dentro da relação de ensino quando atentam às produções dos alunos, identifico essa potencialidade e solicito/oportunizo a circulação de ideias na sala de aula. Logo, retomar as falas dos alunos, solicitar que digam para todos o que havia sido compartilhado só comigo, que socializem suas ideias (percepções, hipóteses e estratégias) e a própria proposta de trabalho em duplas/trios, são tentativas de colocar o aluno como o parceiro mais experiente, aquele que atua na ZDP (VYGOTSKI, 1996) dos colegas; é uma tentativa de colocar os alunos como protagonistas de sua própria elaboração conceitual, num processo dialógico, em que também interagem no processo dos pares.

Ainda sobre esse episódio, percebo o quanto Antônio se apropriou da circulação de ideias da sala de aula e (re)organizou sua comunicação — “*A relação é que tá se repetindo...*” —, visto que, anteriormente (como destacado no episódio 10), utilizou a expressão “*aumentando de 3 em 3*”. Não há como afirmar que o aluno utilizou a expressão atribuindo o mesmo significado que eu, pois ele poderia estar apenas reproduzindo minha fala. Contudo, concordo com Góes e Cruz (2006, p. 33) quando afirmam que, “primeiro, a criança é guiada pela palavra do outro e, depois, ela própria utiliza as palavras para orientar o seu pensamento.” Além disso, Vygotski (2009a) defende que os signos exercem o papel de mediadores na elaboração conceitual; dentre os muitos signos que podem fazer esse papel, a palavra ocupa um lugar central, porque é compreendida pelo autor como meio principal de conceitualização.

Logo, se Antônio estivesse “reproduzindo” minha fala para expor suas ideias, poderia considerar que ele estava apontando indícios de sua apropriação e, consequentemente, de sua elaboração conceitual; essa apropriação, no decorrer de seu desenvolvimento, será utilizada para orientar seu pensamento, transformando e reelaborando elementos de um contexto “*interpessoal*” para o contexto “*intrapessoal*”. Por isso, “todas as funções no desenvolvimento da criança aparecem duas vezes: primeiro no nível social, e, depois, no nível individual; primeiro, *entre* as pessoas (*interpsicológica*), e, depois, *no interior da* criança (*intrapsicológica*).” (VYGOTSKI, 2007, p. 57, grifos do autor).

Além disso, o gesto, enquanto uma das múltiplas expressões da linguagem, desempenha um papel significativo na comunicação das ideias, das hipóteses e da análise das sequências. A linguagem gestual foi revelada tanto por mim — para exemplificar o dobro do número para as crianças (T11) — quanto pelas manifestações dos alunos, como no caso do Jonatas que se dirigiu até a lousa para apontar os termos da sequência e, assim, explicar sua ideia para os colegas (T10). Vygotski (2007) aponta o gesto como a primeira forma de representação do significado. Se, por um lado, a linguagem oral possibilita a explicação por meio de palavras, a gestual, que, às vezes, complementa-a ou mesmo a substitui, busca exemplificar essas palavras.

Além disso, Radford (2012) defende que o uso de ritmo e gestos pelo professor — também apropriados pelas crianças — abrem possibilidades para que elas lancem mão de diferentes recursos em busca da generalização. Essa linguagem não só pode ser tomada para si e utilizada na resolução de desafios atuais, mas também pode atuar como experiência, tornando-se referência importante (movimento de iconicidade) em outras sequências. Por meio de diferentes instrumentos semióticos (fala, gesto, sonoridade), as crianças criam suas significações. Logo, esses instrumentos aproximam os alunos da elaboração conceitual.

É importante observar que Antônio deu um novo direcionamento para a análise da sequência, visto que, a partir de sua fala “*3 em 3*”, ideia a partir da qual fizemos a análise e a generalização, deixamos de nos envolver numa abordagem de pensamento recursivo — proposto pela tarefa — para analisar a dependência entre o número da figura e o total de tampas de cada termo. Houve uma (re)orientação de nossa análise. Incluo-me nesse processo, mas só tomei consciência desse movimento ao me dedicar à escrita desta narrativa pedagógica.

Apostando na discussão coletiva como um importante dispositivo de aprendizagem, questionei, novamente, a turma sobre a estratégia de generalização da sequência.

Episódio 12 – Sistematizando a discussão

- T01 P: *Então, eu tenho que fazer o número* [enquanto fala, registra na lousa a palavra *número*]. *O número do quê?*
- T02 Aluno: *10!*
- T03 P: *O 10 é o número do quê?*
- T04 Jade: *Não, Prô! Tem que ser os números!*
- T05 P: *Aqui, o que pensamos?* [aponta para figura 2]. *No número da figura! Então, tenho que colocar o número da figura mais...?*
- T06 Jade: *Mais o número!*
- T07 P: *Que número?*
- T08 Jade: *Tipo o 33... 33 + 33* [gesticulando com as mãos uma coluna de 33 e outra de 33]
- T09 P: *Então, é o número da figura mais o número da figura?*
- T10 Jade: *É, o Antônio ensinou...*
- T11 P: *Então, criamos uma regra para essa sequência! Qual é a regra?*
- T12 Jade: *Vai se repetindo: 1 + 1; 2 + 2; 3 + 3...* [enquanto fala gesticula a organização das figuras]

Fechamos a tarefa com a construção coletiva de uma lei de formação para a sequência. Destaco a importância da socialização das ideias dos alunos, sobretudo, no trabalho com crianças no início da escolarização, como é o caso de minha turma. Elas se manifestam com mais facilidade por meio da oralidade, visto que a maioria é recém-alfabetizada e domina, com maior facilidade, a linguagem oral. Além disso, a socialização permite ao professor a negociação de significações nas relações que os alunos apontam e lhe proporciona a sistematização dos conceitos possibilitados pela tarefa, bem como dá pistas dos próximos passos para o favorecimento da aprendizagem e do desenvolvimento dos alunos.

Chegamos à generalização por meio da adição dos números da figura $n + n$. Porém, se as crianças tivessem desenvolvido (ou estivessem no processo de desenvolver) o conceito de multiplicação, poderíamos pensar em $2n$. Para comunicar a estratégia de generalização, as crianças laçaram mão de exemplos, como: “*Tipo o 33... 33 + 33*” (T08). O gesto que acompanhou essa fala apontou para a repetição do número na figura, afinal, estávamos

operando com uma sequência com padrão figurativo; portanto, seria necessário considerar, para além do quantitativo, a disposição das tampas na coluna. Logo, entendo que, se, por um lado, a linguagem oral assume a função de designar, nomear e explicar, por outro, a linguagem gestual exemplifica! Nesse movimento, a linguagem oral e a gestual se complementam (PINTO, 2010).

Bakhtin (1981) discute o movimento ativo de compreensão da palavra do outro, dos modos de apropriação das palavras alheias — o tornar “próprias” as palavras alheias. A partir do ponto de vista do autor, é possível compreender sem poder ainda dizer por si só, tomando as palavras dos outros como um exercício de elaboração de ideias. Existem modos de compreensão que não são, necessariamente, conceituais; ainda que estejam inseridos num processo de elaboração conceitual, funcionam por meio de figuras, metáforas, analogias, complexos ou da utilização de exemplos, como aponta o episódio analisado. Concordo com Smolka *et al.* (2007, p. 28) quando afirmam que “compreender e conceituar são movimentos diferentes. Ambos implicam distintas maneiras de operar com a linguagem, de confiar ideias, de trabalhar o conhecimento.”

Para finalizar, envolvi os alunos na construção da tabela em que organizamos os dados da sequência.

Tabela 3 – Sequência das tampas I

NÚMERO DA FIGURA	LEI DO 1º ANO NÚMERO DA FIGURA + NÚMERO DA FIGURA	NÚMERO DE TAMPAS
1	1 + 1	2
2	2 + 2	4
3	3 + 3	6
4	4 + 4	8
5	5 + 5	10
6	6 + 6	12
...
12	12 + 12	24
...
40	40 + 40	80
...
50	50 + 50	100

Fonte: Acervo da pesquisadora

A lei de formação *número da figura + número da figura* ($n + n$), apesar de ter surgido nas discussões da socialização, foi sistematizada por meio da construção da tabela. Saímos do

contexto figurativo para o da tabela, no qual há a possibilidade de uma (nova) leitura e visualização da sequência. Penso que esse processo de sair do figurativo para o numérico, e o contrário também (sair do numérico para o figurativo), possibilita a (re)significação das crianças, ampliando o entendimento e o reconhecimento das regularidades, e favorecendo a generalização.

Hiebert *et al.* (1997, p. 10, tradução minha) apontam que

a atividade matemática requer o uso de ferramentas, e as ferramentas que usamos influenciam a maneira como pensamos sobre a atividade. Outra maneira de dizer isso é afirmar que as ferramentas são um recurso e suporte essencial para a construção da compreensão matemática, e as ferramentas que os alunos usam influenciam os tipos de entendimentos que desenvolvem.¹⁰⁰

Os autores argumentam que as ferramentas matemáticas podem auxiliar as crianças a fazer coisas que não poderiam fazer sozinhas, ou seja, atuam como mediadoras na aprendizagem das crianças. Entendo a tabela enquanto um instrumento de mediação na análise e na generalização das sequências. Contudo, o uso (significativo) da tabela se dá em uma negociação de significações com as crianças. Quando decidi incluir uma tabela no enunciado, não pretendia que esse uso “significativo” acontecesse a partir dessa tarefa, não! Entendo esse “uso” como algo a ser conquistado a partir de um processo, no decorrer das negociações das significações, no decorrer das sequências de tarefas. No contexto de minha sala de aula, essa ainda é uma ação que precisa ser atuada na ZDP (VIGOTSKI, 1996). Ao analisar os registros das crianças, percebo que atribuíram diferentes sentidos para a tabela, mas ainda não se atentaram para o registro solicitado pelo enunciado, incluindo as crianças que optaram por não realizar nenhum registro. Como exemplo desse processo, tomo o registro de Pedro (Figura 23).

Figura 24 – Registro na tabela

NÚMERO DA FIGURA	NÚMERO DE TAMPAS
1	0
2	1
3	2
4	3
...	...

Fonte: Acervo da pesquisadora

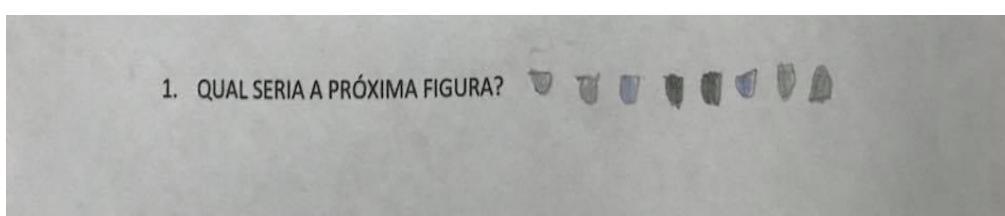
¹⁰⁰ “Mathematical activity requires the use of tools, and the tools we use influence the way we think about activity. Another way to say this is that tools are an essential resource and support for building mathematical understanding, and the tools students use influence the kinds of understandings they develop.”

“Professora, o que vou fazer com esse espaço em branco aqui? Será que tenho que escrever os números em ordem? Será que devo copiar o ‘modelo’?”. O aluno lançou mão do registro da sequência numérica sem se atentar para o que a coluna indicava. Outros repetiram o número que aparecia na primeira coluna. Contudo, no momento da socialização, consegui retomar questões importantes de significação para a tabela, o que eles ainda não davam conta de realizar sozinhos faziam com minha ajuda. E tudo bem! Entendo essa aceitação mediante meu processo de autoformação, visto que, num passado não tão distante, ficaria angustiada com “o que não deu certo” no desenvolvimento da proposta.

Ora, eu estava amparada por meu planejamento, por minha intencionalidade pedagógica e (mais ainda) por minhas reflexões sobre a teoria (aliada à prática) que me permitem a compreensão e a aceitação do processo (marcado por idas e vindas). Aqui, entendo que essa compreensão é importante, mas não o suficiente... É preciso um movimento “além disso”; é preciso a aceitação! Isso inclui compreender os movimentos de ensino e aprendizagem (no meu caso, à luz dos pressupostos da Perspectiva Histórico-Cultural) e aceitar a prática, que envolve movimentos, tempos e “resultados” que rompem com modelos tradicionais de ensino. E está tudo bem se as crianças ainda não atribuem sentido ao uso da tabela enquanto um dispositivo importante para a organização e a leitura dos dados; por meio de um trabalho intencional, elas terão novas oportunidades de (re)significação — não contando com o acaso, mas sim com um planejamento intencional.

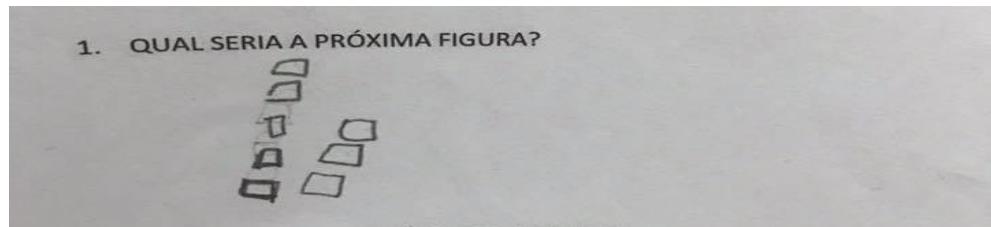
Outro aspecto que me chama a atenção nos registros das crianças é que, assim como na oralidade, em muitos casos, elas focalizam apenas o aspecto quantitativo da sequência, desconsiderando o aspecto figurativo. Isso pode ser observado nas Figuras 25 e 26.

Figura 25 – Registro de Lia e Adrian



Fonte: Acervo da pesquisadora

Figura 26 – Registro de Jonatas e Caio



Fonte: Acervo da pesquisadora

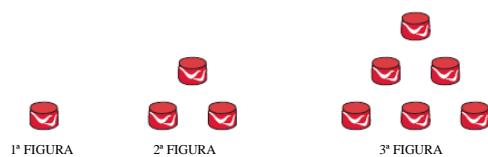
Os estudos de Radford (2012, 2013) destacam que é comum as crianças, ao realizarem suas análises de busca por regularidades e estarem envolvidas na elaboração de estratégias de generalização, focalizarem apenas um aspecto da sequência observada. Esse ponto focal pode levar em consideração a forma dos termos, o número da figura, a cor, o espaço entre as figuras e — como na maior parte dos casos da tarefa descrita — o número de elementos que compõem a figura. Contudo, à medida que as crianças são envolvidas nas análises e nas discussões coletivas, estabelecem (novas) significações para a sequência até terem condições de considerar todos os aspectos para a generalização.

Finalizada as discussões da primeira tarefa, passamos para os trabalhos com a nova sequência, ilustrada no Quadro 6.

Quadro 6 – Padrões com tampas II
PADRÕES COM TAMPAS

TAREFA 2

OBSERVE A SEQUÊNCIA ABAIXO:



1. QUAL SERIA A PRÓXIMA FIGURA?

2. QUANTAS TAMPAS HÁ EM CADA FIGURA?

3. COMPLETE A TABELA DE MODO A ORGANIZAR OS DADOS:

NÚMERO DA FIGURA	NÚMERO DE TAMPAS
1	
2	
3	
4	
...	...

5. QUANTAS TAMPAS TERÁ A 9ª FIGURA?

6. E A 20ª?

Fonte: Acervo da pesquisadora

A expectativa era a de que os alunos se envolvessem na análise do padrão de crescimento e fizessem generalizações. Para isso, seria importante que percebessem que cada termo é o anterior acrescido do número de tampas igual ao número da figura e que, portanto, para a 4^a figura, bastaria adicionar 4 tampas à 3^a figura (questão 1). Posteriormente, tencionava incentivar as crianças a observarem a quantidade de tampas que havia em cada figura (questão 2 e 3), tomado a tabela enquanto uma ferramenta para a organização dos dados, tinha o intuito de favorecer a percepção da regularidade da sequência, chamar a atenção dos alunos para as ocorrências de cada figura e da sequência como um todo. Por fim, objetivava envolvê-los na reflexão de figuras que não estavam presentes na sequência pré-estabelecida, buscando integrar os alunos na elaboração de estratégias de generalização (questão 5 e 6).

Assim que entreguei a folha com a proposta da tarefa, percebi que alguns estudantes já tentavam reproduzir a sequência com as tampas. Nesse momento, Jonatas e Caio me chamaram para me indicar qual seria a próxima figura:

Episódio 13 – Buscando (re)organizar a análise dos alunos

- T01 Jonatas: 4, 3, 3, 2, 1. [apontando para as partes da 4^a figura registrada pela dupla]
- T02 P: 4, 3...?
- T03 Jonatas: 3...
- T04 P: 3, 2, 1. *Por que tem duas vezes o 3 aqui?*
- T05 Jonatas: *Porque eu coloquei.*
- T06 P: *Mas por quê?*
- T07 Caio: 3, 2, 1...
- T08 P: *Ah, está diminuindo?*
- T09 Caio: [concorda com a cabeça]
- T10 P: *E como vai ser a figura 5?*
- T11 Jonatas: *Vai mudando.... 3 + 3...*
- T12 P: *Como vai ficar?*
- T13 Jonatas: *Não. 5 + 4 + 1. É que nem aquele negócio lá que a gente vai, igual sinuca¹⁰¹.*
- T14 P: *Hum, verdade...*
- T15 Jonatas: *Então, tem que ser 5 atrás, depois o 4 na frente, o 3 na frente do 4; 2 na frente do 3 e 1 na frente do 2?*

O episódio acima aponta o movimento dos alunos para a reprodução da sequência e a busca pela regularidade. Contudo, embora eles considerassem alguns aspectos importantes da regularidade, não contemplavam a totalidade, causando incoerências na disposição das tampas na figura. Por isso, por meio da problematização (T02, T04, T06), busquei chamar a atenção das crianças para a forma com a qual haviam organizado as tampas. Sem que percebessem a

¹⁰¹ É um gênero de esportes jogado sobre uma mesa retangular com um número de pequenas bolas manejadas por um taco.

incoerência na repetição da quantidade 3, questionei (T10) qual seria a próxima figura, em busca de identificar se conseguiriam realizar a “generalização próxima” (VALE, 2013). Jonatas (T11, T13), apontando indícios de que estava em processo de análise da regularidade da sequência, utilizou um exemplo para explicar a sua forma de pensar: “É aquele negócio que a gente vai, igual sinuca” (T13). E, como se quisesse convencer-se de que havia lançado mão de uma “explicação válida”, questionou-me: “Então, tem que ser 5 atrás, depois o 4 na frente, o 3 na frente do 4; 2 na frente do 3 e 1 na frente do 2?” (T15).

Sinuca é o nome de uma variação dos jogos de bilhar, no qual a disposição das “bolas” remete ao contexto figurativo das figuras da sequência. A utilização do termo *sinuca* para “explicar” a regularidade da sequência remete-me a uma reflexão já realizada em minha narrativa: “a criança, na sala de aula, ao se deparar com um novo conceito, busca relacioná-lo com experiências próprias ou alheias, com palavras ouvidas — com auxílio da imaginação.” (FREITAS; NACARATO; MOREIRA, 2017, p. 72).

A seguir, destaco a explicação de Maria e Lucas diante da quantidade de tampas que teria a próxima figura da sequência (questão 1):

Episódio 14 – Confiança na experiência

- T01 P: *Quantas vão ter no próximo?*
- T02 Maria: *9!*
- T03 P: *Como você sabe que é 9?*
- T04 Maria: *Porque eu estava contando. 3 + 3 é 6. Mais 3... Não teve a outra atividade que estava indo de 2, 4, 6, 8? Essa é dos números pares. Está indo de 3 em 3...*
- T05 P: *E por que você contou 3 + 3?*
- T06 Maria: *1 [aponta para 1ª figura]. Você lembra que na outra a gente fez o negócio do 2? Era 2, mais 4, mais 6, mais 8 [gesticula com as mãos, demonstrando as figuras]. Agora, aqui, nós vamos fazendo os números pares.*
- T07 P: *Hum...*
- T08 Maria: *1 mais 3, mais 6, mais 9... Que vai estar pulando de 3 em 3.*
- T09 P: *Ah, então é 1...*
- T10 Maria: *Mais 3, mais 6, mais 9, mais 12...*

Maria buscou a experiência passada para justificar a hipótese de que a sequência estava aumentando de 3 em 3 (T04). Ao analisar o episódio e refletir acerca do processo da aluna, percebo a incoerência quando identificou a diferença entre o 2º e o 3º termo (3) e passou a considerar essa diferença como uma regra geral da sequência. A sequência e sua continuidade não se constituíam, como apontado pela aluna, em “1, 3, 6, 9, 12...”, mas sim em “1, 3, 6, 10,

15, 21...”; perdi a oportunidade de intervir no modo de elaboração da aluna. Talvez fosse o momento de lançar mão da potencialidade do “figurativo” proposto pela sequência. Se, no ato de sua argumentação aritmética, tivesse solicitado que me mostrasse como ficaria a disposição das peças para o próximo termo da sequência, teria a possibilidade de realizar problematizações, visando ao favorecimento de sua percepção de que sua hipótese inicial não era válida e de que a análise da diferença entre os dois termos não era suficiente para atribuir sua percepção como uma regra geral.

Ao passar para a discussão coletiva, questionava-me sobre minhas problematizações... Ora, ao levar a tarefa para sala de aula, refleti acerca da recursividade da sequência. Mas isso era o suficiente para encaminhar as discussões? Faltava-me algum conceito importante? Por que as discussões não estavam fluindo? Por que estávamos (eu e as crianças) ficando confusos? Como poderíamos finalizar a tarefa? Que síntese poderia propor? Comecei a pensar sobre a possibilidade de pedir ajuda para meus colegas do Grucomat. Será que se tratava de uma sequência muito complexa para meus pequenos? E as dúvidas só aumentavam, bem como minha ânsia de encontrar o melhor caminho para a finalização das discussões.

Segui as problematizações tentando (re)organizar a análise das crianças de modo que percebessem o padrão recursivo das figuras.

Episódio 15 – Desestabilizando a professora

- T01 P: *Vejam, esse 1* [aponta para a 1^a figura] *não está aqui?* [aponta para a 2^a figura] *Olha, tem o 1 daqui* [aponta para a 1^a figura] *mais o 2* [aponta para as duas tampas adicionais da 2^a figura] *E aqui?* [aponta para a 3^a figura]
- T02 Gabriela: *Aqui tem 3 +* [aponta para a 3^a figura].
- T03 P: *Tem o 3* [aponta para a figura 2 e a 3 sucessivamente, buscando uma comparação entre as peças] *mais 3* [aponta para as 3 peças da 3^a figura]. *E a figura 4? O que vai ter?*
- T04 Jonatas: *4? Vai ter 5..., 6...*
- T05 Gabriela: *3!*
- T06 Maíra: *3 + 4.*
- T07 Gabriela: *Está se repetindo...*
- T08 Maria: *Sempre está pulando de 3 em 3.*
- T09 P: *Está pulando de 3 em 3?*
- T10 Gabriela: *Não, está repetindo o que está atrás.*
- T11 P: *Gabriela, vem cá explicar para seus amigos.*
- T12 Gabriela: [vai até a lousa] *Aqui tem 1* [aponta para 1^a figura]; *aqui* [2^a figura] *tem o 1 de lá* [1^a figura] *e o 2; aqui* [3^a figura] *tem o 3 e o 2 de lá* [2^a figura].
- T13 P: *O que está se repetindo?*
- T14 Gabriela: *A figura que vem antes.*

No momento em que me dedico à escrita desta narrativa e retomo as videogramações da aula, dou-me conta de meu movimento. Quando, em resposta a meu questionamento referente

à figura 3 (T01), Maria sinalizou para “3 + 3” (T02), ela desestabilizou minha ideia inicial: “1 + 2 + 3”. Ora, eu não considerava a ideia errada, mas poderia considerar essa adição? É óbvio que, do ponto de vista do resultado da operação, não faria diferença, mas e do ponto de vista da sequência? E na perspectiva do “pensar” algebricamente, poderia seguir com a ideia da aluna? Ou deveria propor a minha? Deveria negociar isso com as crianças? Naquele momento, não sabia qual rumo tomar! Senti que precisava de um tempo para (re)organizar minha análise, refletir sobre a sequência, sobre as falas dos alunos... E, por um acaso, a dinâmica da sala de aula nos permite esse tempo? Não! Segui tentando me (re)estabilizar...

Agora, nesse espaço narrativo em que me é permitida a reflexão, acompanho os movimentos de Gabriela (T02, T05, T07, T10, T12) e percebo o quanto ela assumiu a intervenção nas discussões e foi fiel a sua ideia: “*Professora, está se repetindo! O termo vai ser sempre ele mesmo e a figura anterior!*” — explicava para mim e para seus colegas. Na verdade, naquele momento, não percebi que a ideia da aluna tinha uma abordagem aritmética. Minha insegurança não retratava uma resistência ou mesmo a “não aceitabilidade” da ideia da aluna — por não ser igual a minha —, mas residia em um “não entendimento”, em minha dificuldade em realizar problematizações. E se essa dificuldade surgiu, é porque eu não dominava todos os conceitos que envolviam a sequência para, então, ter condições intervir no processo dos alunos — como apontam os estudos de Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2017) ao analisar situações semelhantes.

Contudo, ao assumir uma postura em sala de aula como a de alguém que também está no processo de aprendizagem, de alguém que “não precisa ter todas as respostas”, de alguém que, se não sabe, é capaz de aprender, assumo a ousadia de iniciar uma discussão sem saber como terminá-la — sem desconsiderar minha responsabilidade de intervir no desenvolvimento dos alunos, de liderar uma (trans)formação que não ocorreria por si só. Aqui, refiro-me à ousadia do trabalho do professor como apontam Freire e Shor (2013), conceito relacionado à resistência, à luta, à (trans)formação do ofício docente a partir de uma relação de ensino dialógica, libertadora.

E agora, o que fazer? Confesso que fiquei preocupada com os rumos das discussões! Freire e Shor (2013) apontam que “medo e ousadia” caminham juntos. Sem o “medo”, sem essa “insegurança”, minha prática pedagógica seria irresponsável; por outro lado, não posso deixar que esse medo me paralise. Diante de alunos muito engajados nas discussões e com a percepção aguçada, que, por diversas vezes, assumiam as intervenções, lembrei-me da fala de Jonatas e problematizei:

Episódio 16 – Jonatas e sua mediação na discussão

- T01 P: *O Jonatas falou: “Essa sequência é como a Sinuca.” Por que você achou isso, Jonatas? Explica para seus amigos!*
- T02 Jonatas: 5, 4, 3, 2, 1. [enquanto fala os números gesticula com as mãos a disposição das tampas na figura]
- T03 P: *O que a gente pode pensar a partir disso?*
- T04 Jonatas: *Igual foguete!*
- T05 P: *Contagem regressiva?!* [registra a 5^a figura na lousa, dando continuidade na sequência]
- T06 Maria: *Está igual a de trás!*
- T07 P: *Olha, já dá pra gente pensar em uma coisa. Quanto aumentou aqui?* [posiciona a mão na figura de modo a destacar a linha aumentada, diferenciando-a da figura anterior]
- T08 Aluno: 5!
- T09 P: *Então, eu acho que a gente descobriu um segredinho aí.*
- T10 Jonatas: 4, 5... [gesticulando com as mãos de modo a representar que o 4 estava dentro do 5]
- T11 P: *Um está dentro do outro?*
- T12 Jonatas: É!
- T13 Alunos: 1, 2, 3, 4 e 5...
- T14 P: *Aqui [aponto para a tabela] tinha 10 tampas na figura 4. No 5, vai aumentar quantas?*
- T15 Alunos: 5!
- T16 P: *10 + 5...?*
- T17 Alunos: 15!
- T18 P: *Descobrimos o segredo! Então, aqui [2^a figura] é 1 mais quanto?*
- T19 Alunos: 1 + 2!
- T20 P: [registra na lousa 1+ 2] *E aqui? [3^a figura] 1 + 2 + 3* [vai mostrando as tampas representando os números nas linhas].

Observo que, a partir da colocação do aluno Jonatas, as discussões caminharam para uma maior compreensão da regularidade da sequência. Os apontamentos dos alunos (“*Está igual a de trás!*”; “*4, 5... [gesticulando com as mãos de modo a representar que o 4 estava dentro do 5]*”; “*1, 2, 3, 4 e 5...*”) sugerem uma “generalização imediata” (T17) (VALE, 2013).

Além disso, percebo o quanto as crianças buscavam, por meio da utilização de palavras que fazem parte de um repertório atrelado a experiências que tiveram fora do contexto da tarefa, explicar qual era a regularidade da sequência; tanto o contexto do jogo Sinuca quanto o do lançamento de um foguete relacionavam-se ao que era apresentado na sequência. Se, por um lado, na sinuca, a disposição das peças era similar às tampas, por outro, a contagem realizada com o lançamento de um foguete (contagem regressiva) também poderia explicar o que acontece na sequência.

A partir dessas discussões, envolvi os alunos na construção de uma tabela que, diferentemente da proposta inicial presente no enunciado, incluía as informações do número da figura, do número de tampas e da quantidade de tampas que aumentou de um termo para o

outro. Minha intenção era a de que a tabela possibilitasse uma nova forma de visualização do total de tampas adicionadas a cada figura, bem como favorecer a percepção da regularidade a partir de uma abordagem aritmética.

Tabela 4 – Sequência das tampas

NÚMERO DA FIGURA	NÚMERO DE TAMPAS	QUANTO AUMENTOU?
1	1	0
2	$1 + 2$	2
3	$1 + 2 + 3$	3
4	$1 + 2 + 3 + 4$	4
...
7	$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$	7

Fonte: Acervo da pesquisadora

Ainda não contente com os desdobramentos da tarefa, sugeri a elaboração de uma lei de formação.

Episódio 17 – O desafio da professora: dar continuidade nas discussões

T01 P: *Vocês se lembram que nós criamos uma lei na tarefa anterior? [aponta para o cartaz fixado na parede] Será que podemos pensar em uma lei para essa sequência?*

T02 Jade: *Só que aqui mudou, né, Prô??!*

T03 P: *Vamos pensar! Aqui, descobrimos o número da figura [aponta para a 1ª coluna do cartaz]; aqui, o número de tampas [2ª coluna]; e aqui o quanto aumentou [3ª coluna]. Certo? Na figura 1, tinha 1 e aumentou...?*

T04 Jade: *O.*

T05 P: *Na figura 2, tinha 1 e aumentou 2. Então, todos têm o 1, certo?*

T06 Maria: *Todos têm o 2!*

T07 P: *Todos têm o 2?*

T08 Alunos: *Não!*

T09 Jade: *O 1 tá sem.*

T10 P: *Então, uma regra é certa... todos têm o 1. Certo?*

T11 Alunos: [demonstram que concordam]

T12 P: *Então, na lei que vamos criar, sempre vai ter o número 1 [registra na lousa o número 1]. Então, será o 1 mais quanto? Será que posso pensar no 1 e no número da figura?*

T13 Jade: *Não.*

T14 P: *Se eu pensar no 1 [aponta para a figura 1] mais o número da figura, vai dar 2. Não vai dar! Se eu pensar no 1 mais no número da figura, vai dar 3. Aqui vai dar... [aponta para a figura 2]. Aqui [figura 3], se eu pensar no 1 mais o número da figura..., vai dar 4. Não vai dar...*

O que pode ser uma regra geral e o que não pode? Percebo que minha intervenção sugeriu a análise das possibilidades, e, juntos, negociamos as significações para nossa lei de

formação. Contudo, não dei conta de continuar as discussões. Finalizei a tarefa afirmando para as crianças que procuraria ajuda no Grucomat. E assim o fiz! Conversei com Iris, professora de Matemática e integrante do grupo, sobre minha dificuldade de encaminhar as discussões para a elaboração da lei de formação. Nesse diálogo, aproximei-me um pouco mais dos conceitos envolvidos na sequência. Tomei ciência de que não se tratava de uma sequência simples para o trabalho com meus alunos; pelo contrário, ela envolvia uma complexidade considerável. Íris me explicou ainda que se tratava de uma sequência envolvendo números triangulares¹⁰² (1, 3, 6, 10, 15, 21...)¹⁰³.

Ao compartilhar o delineamento da tarefa, Íris falou sobre a proximidade entre as discussões que ocorrem na sala dela — com alunos do Ensino Médio — e minha turma. Segundo ela, a negociação de significados, o levantamento de hipóteses, o modo de agir por “tentativa e erro”, em seu aspecto inicial, assemelham-se muito ao que aconteceu em minha aula; a diferença está na profundidade das discussões e nos encaminhamentos. Além disso, apontou que era possível a continuidade das discussões a partir da fala da Gabriela, visto que, ao considerar o termo anterior na adição, de certa forma, a aluna também contemplava as demais figuras. Logo, poderia continuar as discussões a partir da análise de cada figura: “O que é a figura 4? A figura 4 é somada à figura anterior. E o que é a figura anterior (3)? Logo, a figura 4 é: $4 + (a\ figura\ 3)$ $3 + 2 + 1!$ ”. Nem tudo estava perdido! Após a ajuda recebida, voltei para a sala de aula e compartilhei tudo com os alunos:

Episódio 18 – Retomando depois da conversa com a Iris

- T01 P: *A Iris me falou coisas que eu não tinha percebido. A Gabi me falou uma coisa ontem e ela estava correta! Gabi, você lembra o que me falou ontem?*
- T02 Gabi: *Que a figura repetia a de trás.*
- T03 P: *Pois é, ontem fiquei atrapalhada e não entendi o que você me disse. Então, o que é a figura 2? O 1 que está aqui [aponta para tampa da 2ª figura] mais 2 [aponta para o número da figura]. O que é a figura 3?*
- T04 Gabi: *O 2 mais 3.*
- T05 P: *A figura 2 [passa a mão sobre a figura demonstrando o todo] mais 3. O que é a figura 4? A figura 3 [passa a mão sobre parte da 4ª figura,*

¹⁰² Os números triangulares pertencem ao conjunto dos números naturais e podem ser representados na forma de um triângulo equilátero. Para isso, no lugar de representar os números por algarismos, usa-se unidades (tampas). Por exemplo, três tampas dispostas de modo a possuírem a mesma distância podem ser consideradas um triângulo equilátero.

¹⁰³ Para conseguir o primeiro número triangular, é necessário apenas um ponto (uma tampa). Para o segundo, há que se adicionar ao primeiro duas tampas. Para o terceiro, há que se acrescentar ao segundo três tampas, e assim sucessivamente. Cada número triangular pode ser obtido pela soma dos termos de uma progressão aritmética de números naturais com razão 1 (1, 2, 3, 4...); o total de termos é o número de elementos da própria figura. Assim, temos: termo 1 equivale a 1; termo 2, a $1 + 2 = 3$; termo 3, a $1 + 2 + 3 = 6$; termo 4, a $1 + 2 + 3 + 4 = 10$; termo 5, a $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 \dots$

destacando as tampas da figura anterior] *mais 4. Então, o Jonatas falou que era uma sequência de 5, 4, 3, 2, 1... que vai aumentando.* [nesse momento, retoma todas as figuras com as crianças e constrói um novo gráfico]. *Ela me falou que, com essa forma de pensar, vocês conseguem descobrir quantas tampinhas têm em figuras maiores que nem estão aqui. Por exemplo, no 10!*

- T06 Jade: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$.
- T07 P: [registra na tabela] *Eu concordei com a Iris que vocês são muito espertos. Mas eu perguntei para ela como é que vocês poderiam pensar em números altos, como o 50, sem precisar escrever até chegar no número 50. Sabe o que ela me falou? Que, na Matemática, existe um jeito de representar isso sem ter que escrever todos os números. Aqui continua [depois do número 10] 11, 12, 13... vai continuando. Nós vamos lá para o número 50 [abaixo do número 10, registra reticências e, abaixo, o número 50]. Olha, para representar o 50, já que eles já sabem o que tem que fazer, é só registrar assim:* [registra na tabela] $1 + \dots + 50$.
- T08 Jade: *Não! Está errado!*
- T09 Jonatas: *Tem que escrever até lá perto do 50.*
- T10 P: *Mas ela me falou que, na Matemática, esses três pontos significam "alguma coisa" ... Aqui, olha: [aponta para os três pontos abaixo do 4] o que significa esses três pontos?*
- T11 Pedro: *Que está indo 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12...* [gesticula demonstrando continuidade]
- T12 P: *Que está indo... [gesticulando para representar continuidade]. É isso mesmo. Quer dizer que depois do 4 tem 5, tem 6... vai continuando. A Iris me ensinou que não precisamos colocar todos esses números para mostrar como faz a soma. Aqui [aponta para a linha do 50 na tabela] o que significa esses três pontos?*
- T13 Jade: *Que está continuando...*
- T14 P: *Isso! $1 + 2 + 3 + 4 \dots$ até quanto?*
- T15 Alunos: *50.*
- T16 P: *Mas, se fossemos calcular, teríamos que considerar todos. Como que eu posso representar a maneira de calcular o número de tampas da figura 100?*
- T17 Pedro: *Prô, você pode usar aqueles três pontinhos...*
- T18 P: *Então vamos lá: $1 +$ [registra na lousa]... Ah, eu não quero registrar tudo, não!*
- T19 Pedro: *Não, Prô! Coloca os três pontinhos + 100.*

“Ontem eu fiquei atrapalhada e não entendi o que você me disse...” Muito além de chegar ou não a uma lei de formação, olhar para essa tarefa me possibilita pensar sobre as relações que estabelecemos em volta do conhecimento matemático, que, para além do conteúdo, para além do desenvolvimento do PA, envolve o comprometimento: com o respeito (respeito a meu tempo, ao tempo dos alunos); com os diferentes modos de aprender, com as distintas formas de sentir; com o sentimento de pertença (eu faço parte, eu sou parte), como proposto por Ricouer (1989); com o engajamento na busca por solucionar desafios (o estar em atividade); com a possibilidade de (re)fazer e, o mais importante, de (re)fazer-se; com a possibilidade de

aprendermos uns com os outros em relações em que o diálogo, as trocas, ultrapassam o discurso e se efetivam! “*Não, Prô! Coloca os três pontinhos + 100*”. E está tudo certo!

3.4 (A)bordar-me ... : o encontro da narradora com sua narrativa

O que ocorre, de fato, é que, quando me olho no espelho, em meus olhos olham olhos alheios; quando me olho no espelho não vejo o mundo com meus próprios olhos desde o meu interior; vejo a mim mesmo com os olhos do mundo — estou possuído pelo outro. (BAKHTIN, 1992, p. 366)

Minhas memórias, meus escritos, minhas reflexões, minhas experiências... Esse algo do qual me aproprio, que chamo de “meu”, é atravessado por muitas vozes. Ao ler e refletir acerca de minha narrativa pedagógica, vou identificando o outro (a professora, a pesquisadora, os alunos, a orientadora, as famílias, os colegas, os atores...). Logo, sem o outro, sem os outros “eus”, não há interação, não há aprendizagem, não há desenvolvimento (das funções psíquicas superiores), não há formação da consciência.

A forma com a qual escrevo, o porquê escrevo, o quando escrevo, o contexto em que escrevo; tudo isso faz parte de um diálogo com o outro. Logo, o outro está presente no “que”, no “como” e no “para que” eu narro... Para Bakhtin (1992, p. 328), “mergulhando ao fundo de si mesmo o homem encontra os olhos do outro ou vê com os olhos do outro.” Esse “ver com os olhos do outro” não tem o sentido de ver o que o outro vê, mas sim de “ver” o que ele me apresenta, visto que “a palavra do outro se transforma, dialogicamente, para tornar-se palavra-pessoal-alheia com a ajuda de outras palavras do outro, e depois, palavra pessoal (com, poder-se-ia dizer, a perda das aspas).” (BAKHTIN, 1992, p. 405).

O texto narrativo pressupõe uma trama, personagens, tempo, contexto; e toda essa estrutura é carregada da intencionalidade de quem narra. Bruner (1991, p. 10) aponta para a necessidade do reconhecimento da intencionalidade no texto narrativo; para ele, as narrativas não são “textos sem patrocinadores” para serem tomadas como se não tivessem intencionalidade. Por isso, há que se posicionar diante do “porquê” a história é contada, como e quando é contada e interpretada; o que aconteceu e por que merece ser narrada.

Concordo com Delory-Momberger (2008, p. 97, grifos da autora) quando afirma que “ao dar uma **história** à nossa vida: nós não fazemos a narrativa de nossa vida porque temos uma **história**; temos uma **história** porque fazemos a narrativa de nossa vida.” A autora chama esse momento de produção da narrativa de configuração (dar forma à vida) e diz:

mas essa operação de **configuração** é, primeiramente, uma operação discursiva: a narrativa é não apenas o meio, mas o lugar: a história da vida **acontece** na narrativa. O que dá **forma** ao vivido e à experiência dos homens são as narrativas que eles fazem de si. Portanto, a narração não é apenas o instrumento da **formação**, a linguagem na qual esta se expressa: a narração é o lugar no qual o indivíduo **toma forma**, no qual ele elabora e experimenta a história de sua vida. (DELORY-MOMBERGER, 2008, p. 56, grifos da autora)

Ora, muitas são as intencionalidades que perpassam a produção de minha narrativa. Imersa em uma investigação na/da própria prática, busco me aproximar dos processos referentes ao desenvolvimento do PA de meus alunos, aprender sobre/com os meus alunos e sobre/com a minha prática. Parto de alguns pressupostos de como a construção do PA se dá, que envolvem fundamentos teóricos de desenvolvimento e aprendizagem dos alunos e de metodologia de ensino. Possuo um saber pedagógico adquirido na/da experiência. Além disso, existem minhas expectativas, as das pessoas que estão diretamente envolvidas em minha investigação (meus alunos, minha orientadora, meus colegas) e as dos possíveis leitores de minha narrativa — professores que avaliarão meu texto, docentes que buscarão sua (auto)formação nas entrelinhas dos meus escritos. Tudo isso (e mais) atravessa as escolhas (ideológicas) na produção de minha narrativa; todos esses “outros”, todas essas “vozes” fazem parte das linhas e das entrelinhas de meu bordado.

Como uma fotógrafa que tira uma foto, olho uma cena; foco as lentes da máquina fotográfica e, ao focalizá-la, faço escolhas, elejo o que quero registrar, o que quero deixar de fora; tiro a foto e compartilho uma parte da cena, a parte que eu vi e que, agora, passa a ser a cena que criei, passa ser a (minha) realidade. Isso também acontece com minha narrativa, na qual seleciono os episódios, as experiências, aquilo que desejo tornar público. Contudo, a cada vez que olho para essas escolhas e me envolvo num processo reflexivo, crio (novas) outras cenas, outras experiências, outra realidade. Logo, no entremeio de minha escrita e de minha(s) intencionalidade(s), há uma (nova) experiência. Concordo, assim, com esta afirmação de Contreras e Pérez de Lara (2010b, p. 25, tradução minha):

a experiência é na medida em que reivindica novos significados para o vivido. É experiencia porque nos lleva a la busca de significado para algo que no lo poseía o para algo que no lo habíamos encontrado. Así pues, en ocasiones será la novedad de lo que acontece lo que provoca el sentido de la experiencia, pero en ocasiones será la atribución de un nuevo sentido a lo vivido lo que hará de ello una experiencia.¹⁰⁴

¹⁰⁴ “La experiencia lo es en la medida en que reclama significados nuevos para lo vivido. Es experiencia porque nos mueve a la búsqueda de sentido para algo que no lo tenía, o para algo a lo que no se lo habíamos encontrado. Así pues, en ocasiones será la novedad de lo que acontece lo que provoca el sentido de la experiencia, pero en ocasiones será la atribución de un nuevo sentido a lo vivido lo que hará de ello una experiencia.”

A novidade possibilitada pela interpretação e pelos (novos) sentidos atribuídos a minha experiência é que faz dela uma (nova) experiência, uma experiência (re)significada. Em meu narrar, há um posicionamento crítico, reflexivo e histórico. Esse saber reflexivo e crítico atua na tomada de consciência. Logo, por intermédio dessa reflexibilidade e criticidade, vou atribuindo (novos) sentido a minhas experiências e vou me emancipando (FINGER, 2010).

Minha intencionalidade inclui a interpretação dos (possíveis) leitores e a minha (como leitora-autora). “Na relação interpretativa do texto, **a interpretação do autor pode ser revelada pela intenção do texto.** É assim que o texto pode servir de charneira¹⁰⁵ entre a irracionalidade do ‘vivido’ e a racionalidade do sentido da experiência.” (CHIENÉ, 2010, p. 133, grifos da autora). Minha narrativa serve de charneira para a compreensão da experiência, que inclui e ultrapassa o vivido.

Encontro, nas entrelinhas de meus escritos, o antes e o depois, o fora e o dentro da experiência presente, com distanciamentos e aproximações possibilitados por minha narração. Logo, a compreensão da experiência de formação é a compreensão do eu. A construção do eu é reencontrada na compreensão da transformação da narrativa ao nível profundo do texto. Com isso, entendo que minha relação com a narrativa se torna mais importante do que a narrativa em si mesma, num movimento de reflexibilidade que me permite olhar para a experiência e ultrapassá-la (CHIENÉ, 2010).

Frauendorf et al. (2016, p. 357) propõem que, para favorecer o movimento de autoformação, a narrativa tem que ir “além”,

ir além do encadeamento comum. Ir além da cena ou do desenho projetado e olhado por ele. Deve-se levar em consideração que o valor mensurado no ato da reflexão inclui o próprio narrador e suas reminiscências, e dispõe de enredo próprio ao considerar a experiência vivida por ele no desenrolar do que se propõe a investigar. No entanto, há ainda um “mais além”, que compreende um “aindamais” subjetivo.

Entendo que a narrativa da narrativa, a que me proponho a escrever neste momento, busca esse “mais além”, esse “aindamais” apontado pelos autores. Para além de um simples relato, de uma simples análise, minha produção é constituída a partir do que sinto e do que me motiva ao diálogo com o outro. Primeiramente, esse “outro” caracteriza-se pela “outra” de mim mesma, afinal, entre

¹⁰⁵ Como indicado anteriormente, durante a vida de uma pessoa, há várias circunstâncias em que o contínuo se rompe, em que há uma mudança, uma passagem de uma etapa para a outra da vida, o que Joso (2010) chama de momento-charneira, uma espécie de dobradiça, que faz o papel de articulação entre os momentos de vida. São situações tão fortes e significativas que podem mudar o rumo da história do sujeito.

idas e vindas, escrevi a narrativa pedagógica ao longo do ano de 2018 em um espaço de tempo quase que indeterminado diante das inúmeras (re)significações de meu texto; hoje, com novas leituras, novas experiências, não sou mais a mesma de antes; portanto, ao ler minha narrativa pedagógica, coloco-me como a outra de mim mesma. E o que os (outros) “outros” querem saber sobre meu processo? O que quero mostrar-lhes sobre meu processo? Quem é e qual o lugar que esse “outro” ocupa diante de meu processo?

Para Frauendorf *et al.* (2016, p. 357),

ao relatar um ponto de vista pessoal, o narrador é capaz de criar uma trilha para quem lê, marcando um movimento eminentemente interpretativo. É como se ambos estivessem envoltos em uma tessitura de narrativas compostas por sujeitos complexos e carregados de singularidades, que quando narram se expõem e dialogam, culminando na transformação infindável de si e do outro.

Ao escrever sobre minha prática, vou tomando consciência do que se passa comigo. O ato de realizar escolhas, pensar no que incluir ou no que deixar de fora, por si só, já é um ato intencional. É o resultado do diálogo com o outro e, portanto, a inclusão das diferentes vozes que atravessam meu texto. Por que escolher a narrativa de uma tarefa tão problemática, que revela minhas inseguranças, minhas dificuldades? Concordo com Bruner (1991, p. 16) quando afirma que a narrativa “é projetada mais para contar esquisitices do que para solucioná-las. Não tem que ‘dar certo’ [...], ‘enredo consolador’ não é conforto de um final feliz, mas a compreensão de situações que, ao se tornarem interpretáveis, tornam-se suportáveis.” Logo, não estou preocupada com a perfeição, até porque, para mim, ela não existe; minha preocupação é com as controvérsias que ocorrem no cotidiano da sala de aula, em meu processo e nos processos de (auto)formação de outrem, com as idas e vindas que perpassam o trabalho com o desenvolvimento do PA de meus alunos. Busco mostrar que é justamente nessa controvérsia que construímos (eu e meus alunos) as reflexões que nos possibilitaram avançar.

Escolhi uma aula, permeada de controvérsias, em busca de evidenciar o processo, mostrar a dinâmica, revelar a importância: das relações dialógicas no contexto da sala de aula; do planejamento e da ação intencional do professor; do conhecimento matemático para a realização de boas problematizações; das parcerias criadas em busca da autoformação. Talvez não consiga esgotar a descrição de todas as intencionalidades que se encontram (explícitas e implícitas) nas entrelinhas de meus escritos, mas é importante reafirmar que minha escolha não é neutra e que essa escolha compõe meu processo de autoformação na/da minha prática pedagógica.

Na busca de compreender o que as palavras, os gestos, os olhares querem me dizer, bem como de evidenciar essa compreensão, faço um jogo de papéis. Por meio dele, tento analisar o episódio como possibilidade de autoformação: ora me coloco como aluna, ora como a professora e como pesquisadora (o desvelar de meus “eus”), ora como alguém que se propõe a um diálogo com os diferentes personagens, seus posicionamentos e suas ações. Crio uma narrativa a partir de minha narrativa (e da narrativa dos outros), num processo de apropriação e criação.

O narrador, ao contar sobre sua história, sobre sua experiência, refere-se à realidade do vivido; contudo, ele pode ir além, ele pode criar a realidade. A narrativa me permite ser outra coisa, bem como narrar de outros modos e em outras possibilidades. Para Bruner (1981, p. 12),

a verdade narrativa é julgada por sua verossimilhança e não por sua verificabilidade. Isso parece apontar para o fato de que há algum sentido em dizer que a narrativa mais do que referir a “realidade”, pode criá-la da mesma maneira que a “ficção” cria um “mundo” para si própria.

A partir disso, entendo que minha narrativa tem um determinado sentido para mim (narradora). Porém, dada a ler, pode desencadear novos sentidos que pertencem somente ao outro. E é justamente nessa dialogicidade que se dá o processo de (auto)formação a partir da narrativa. O texto narrativo nos convida a ficar em alerta. De acordo com Frauendorf *et al.* (2016, p. 357),

há em cada palavra um risco. Um enigma. Um dilema. Ao se relacionarem com o texto, seja reatando uma experiência, seja lendo-a, cada qual se relaciona consigo mesmo em busca de sentidos, de entendimentos, ou ainda de novas paisagens, novas metáforas.

Nesse movimento, há o encontro da narradora com sua narrativa, como também o encontro das palavras proferidas pela narradora com a de seus interlocutores e consigo mesmo. Esse diálogo polifônico possibilita uma reflexão de quem narra e de quem lê. Formar-me como professora, professora-pesquisadora, é emoção, é sentimento! Por isso, depois da experiência narrativa, não consigo conceber a autoformação sem pensar em um percurso narrativo, autobiográfico.

Litoldo, Ribeiro e Mellone (2018), discutindo sobre o conhecimento especializado do professor para o trabalho com o desenvolvimento do PA, apontam para a necessidade de uma ampla e profunda compreensão diante dos tópicos matemáticos por parte do professor que ensina, uma vez que esse conhecimento fundamentará a elaboração e o desenvolvimento das situações de aprendizagem com os alunos. Logo, considero que planejar (criar/elaborar) uma tarefa para o

trabalho em sala de aula é uma ação intelectual do professor, na qual há a mobilização de conhecimentos sobre o conteúdo a ser ensinado e sobre o modo como os alunos aprendem — sem desconsiderar outros aspectos importantes, tais como: as concepções, os valores e as crenças relacionadas à constituição histórica e social desse professor; e tudo aquilo que se relaciona a sua identidade profissional.

Elaborar uma tarefa envolvendo a investigação de regularidades para a identificação de padrões, ou seja, o trabalho com sequências, demanda um conhecimento que diz respeito à definição de sequência, o levantamento de suas propriedades e suas formas distintas de representação: gestual, verbal, pictórica, gráfica, numérica e simbólicas. Exige o reconhecimento de que a tarefa com padrões figurativos é diferente de um trabalho com padrões numéricos, de que o uso de imagens ilustrativas pode trazer implicações diferentes do que a utilização de materiais manipulativos. Engloba o conhecimento dos temas (Kot).

Lanço-me à “ousadia” (FREIRE; SHOR, 2013) da criação, da (re)invenção, da inovação de uma aula de Matemática. Contudo, essa ação (apesar de ousada) não é uma ação irresponsável com os alunos; é uma ação investigada, refletida e compartilhada, visto que eu fazia parte de um grupo (Grucomat) no qual eram correntes as discussões, as reflexões e a produção sobre tarefas para o trabalho em sala de aula. Tomei como referência o material produzido pelo grupo e toda a experiência adquirida nessas discussões. Fiz uso das experiências exitosas de minha investigação: a utilização de materiais manipuláveis e o uso da tabela enquanto dispositivo de organização dos dados, que poderia favorecer a percepção do padrão e a elaboração de estratégia de generalização.

Não só as crianças lançam mão de suas experiências para lidar com desafios no presente (movimento de iconicidade); a partir de minha narrativa, vou percebendo o quanto as experiências adquiridas ao longo da pesquisa, com o Grucomat e com minhas leituras, possibilitam a apropriação de (novos) conhecimentos e vão sendo transformadas em novas implicações pedagógicas. Como “ninguém” cria a partir do nada (VYGOTSKI, 2009b) e a experiência é aquilo que me atravessa, transforma-me, toca-me (LARROSA, 2002)..., estava criando a partir de minhas experiências! Esse é o processo criativo (e ousado) do saber docente.

No decorrer da investigação, para além da mobilização de conhecimento especializado, envolvi-me na apropriação de (novos) conhecimentos. Dentro desse processo formativo, destaco a importância do “outro” na constituição do “eu”. Esse “outro” é revelado em diferentes situações e posições: texto/teoria; narrativa/experiência; grupos de pesquisa (Grucomat e Obeduc); orientadora; alunos; os outros de mim mesma — professora, pesquisadora, aluna, amiga, parceira etc.

Eu não estava sozinha; meu processo de (trans)formação ocorreu (e ainda ocorre) na/pela alteridade constitutiva das relações que estabeleci com o outro. Também se formou nas diferentes posições que assumi em relação a esse outro: o eu-para-mim (aquilo que enxergo de mim), o eu-para-

o-outro (aquilo que enxergo do outro com o qual estabeleço interação) e o outro-para-mim — aquilo que diz respeito a como enfrento e encaro o outro nas (por meio) das relações sociais. Eis a dualidade da identidade: o ser para si e para o outro; o sujeito singular, pertencente ao social/coletivo (BAKHTIN, 2010).

Os alunos me colocaram no movimento de pensar sobre suas significações; e, muitas vezes, a aproximação de seus modos de significação exigia de mim um maior conhecimento matemático (MK). As crianças me ajudaram a enxergar coisas que eu não poderia ver sozinha! E quantas coisas me passaram (e passam) despercebidas por não as ter ouvido adequadamente, por não refletir acerca do que me falavam, por não estabelecer relações e, sobretudo, por não incentivar que falassem “um pouco mais” sobre seus processos produtivos.

Por outro lado, minha narrativa é reveladora de diversos momentos em que, vivenciando intensamente a relação de ensino, tive condições de problematizar as manifestações dos alunos. Desvela, ainda, momentos em que a ausência do conhecimento de alguns conceitos (importantes) causaram-me insegurança e dificuldade em interviro nas discussões e nas elaborações da turma, como vemos neste trecho da narrativa pedagógica 2:

na verdade, naquele momento, não percebi que a ideia da aluna tinha uma abordagem aritmética. Minha insegurança não retratava uma resistência ou mesmo a “não aceitabilidade” da ideia da aluna — por não ser igual a minha — mas residia em um “não entendimento”, em minha dificuldade em realizar problematizações. E se essa dificuldade surgiu, é porque eu não dominava todos os conceitos que envolviam a sequência para, então, ter condições de interviro no processo dos alunos [...].

Além disso, o espaço formativo (reflexivo) possibilitado pela narrativa me permite o estabelecimento de relações importantes que não foram possíveis na dinâmica da sala de aula. Mostra, portanto, o que diz respeito ao conhecimento da estrutura da matemática (KSM) e promove o planejamento futuras ações com os alunos: “[...] poderia envolvê-los na discussão de outras generalizações matemáticas: a soma de dois números ímpares é sempre um número par; ou, ainda, a soma de dois números pares resulta em um número par [...].” (excerto da narrativa pedagógica 2).

Já no que diz respeito ao conhecimento pedagógico do conteúdo (PCK), minha narrativa pedagógica revela a intencionalidade da professora. Esclarece o conhecimento no que diz respeito às ferramentas disponíveis para o favorecimento da aprendizagem e do desenvolvimento dos alunos (Conhecimento do ensino de Matemática, KMT), como notamos neste excerto na narrativa pedagógica 2:

[...] acreditava que os materiais manipuláveis poderiam favorecer a percepção da regularidade da sequência. Entendia que, para além de uma análise da

sequência inserida no enunciado, ao solicitar a reprodução, as crianças teriam outro (motivo/interesse) para se engajar na análise.

Além disso, aponta que o trabalho com o material manipulativo deve ser sistematicamente planejado, o que é notado neste excerto da narrativa pedagógica 2:

[...] conhecer os objetos, desenvolver curiosidades e experimentar possibilidades faz parte do planejamento e do desenvolvimento da proposta. Minha experiência aponta que, quando os alunos são privados desse momento e, em vez disso, a professora busca impor ações direcionadas à tarefa, as coisas podem não fluir como deveriam. No lugar de se atentarem para as ações necessárias ao desenvolvimento da proposta, os alunos querem gastar suas curiosidades, construir “coisas”, jogar, apertar, rolar, bater, trocar com os colegas, inventar brincadeiras [...].

Vale destacar que esse conhecimento não foi adquirido em nenhum livro. Apesar de minha paixão pela Educação Infantil e de minha aproximação com essa etapa de ensino, em que muito se trabalha com os materiais manipulativos, no Ensino Fundamental, esse foi um saber elaborado a partir de minha própria prática; mas não de uma prática qualquer! Uma prática refletida: minha aula não saiu como eu imaginei! O que aconteceu? As crianças ficaram muito agitadas com o material. Não prestaram atenção na proposta; tive que chamar a atenção várias vezes! Trabalhar com material manipulativo não dá certo! (Não mesmo?!?) As crianças não sabem trabalhar com o material que levei; só querem brincar! (Elas não sabem ou eu que não sei algo importante para o trabalho com os materiais manipulativos?). E se eu tentar de outra maneira? Esse é um saber adquirido a partir da reflexão sobre a própria prática.

No que diz respeito ao conhecimento das características da aprendizagem da Matemática (KFLM), nas entrelinhas da narrativa, eu apontava indícios de um conhecimento (específico) sobre a forma com a qual os alunos aprendem. Envolvia as crianças na leitura do enunciado, na negociação de significados, deixava que manifestassem suas hipóteses, suas estratégias e suas dúvidas: “Prô, mas nós não temos dados!” Como trabalhar um texto matemático (enunciado) no contexto de uma turma de primeiro ano do Ensino Fundamental?

Minha narrativa é relevadora de um conhecimento teórico-prático, que valoriza o momento da socialização, uma vez que, como vemos neste excerto da narrativa pedagógica 2,

[...] para algumas crianças — que estavam engajadas na análise e na busca de uma estratégia de generalização —, esse momento permitia a síntese, mas, para aquelas que ainda se apropriavam da tarefa ou mesmo da regularidade da sequência, era uma nova oportunidade de (re)significação e, consequentemente, de aproximação com a proposta [...].

Além disso, destaco os movimentos de: “caminhar” pela sala de aula; ir ao encontro das produções dos alunos; investigar as significações e as estratégias elaboradas; promover a socialização

das ideias; valorizar o trabalho coletivo... Tudo isso faz parte de um conhecimento pedagógico do conteúdo matemático.

Essas ações revelam ainda o conhecimento da professora sobre os processos de elaboração conceitual dos alunos. Este é não linear, realizado por muitas idas e vidas, por muitas (re)significações, conforme vemos neste excerto da narrativa pedagógica 2:

[...] ainda que os alunos apontassem indícios (em suas próprias palavras) de suas aprendizagens, não tenho elementos para dizer o que foi conceitualmente aprendido por eles. Essa é uma análise que se realiza a partir de um olhar processual, uma análise que considera toda uma “história” de relação de ensino [...].

Em um contexto de uma aula dialógica, ao final de uma proposta, não se espera que todos os alunos tenham estabelecido todas as relações sugeridas pela tarefa, pela sequência de padrão figurativo, que tenham estabelecido as mais variadas estratégias de generalização da sequência. O trabalho com o desenvolvimento do PA, defendido na presente investigação, parte de uma construção processual, do estabelecimento de relações, da elaboração de um ambiente favorável às situações em que os alunos constituam relações importantes diante de um modo de pensar, diante de um “pensar algebricamente”. O que ensinar em um primeiro ano do Ensino Fundamental? O que priorizar? Como estabelecer relações? Minha narrativa pedagógica vai revelando o conhecimento especializado acerca do currículo (KMLS).

Por fim, destaco indícios de movimentos constituintes de minha identidade profissional. Esses movimentos foram marcados pela “responsabilidade de liderar uma (trans)formação que não ocorreria por si só” (excerto da narrativa pedagógica 2). Eles partiram de um modelo de ensino que rompe com um ideário mais tradicional, embasado por pressupostos teóricos que apontam para um ensino dialógico, em que a professora é alguém que, se não sabe, é capaz de aprender. E essa postura não tira a responsabilidade e o compromisso com o ensinar. Os alunos, por sua vez, assumem o protagonismo na relação de ensino e aprendizagem. Minha narrativa é relevadora de minhas escolhas, de minhas concepções diante da relação de ensino, de meu compromisso, de meu posicionamento político, de minhas limitações, de meus conflitos, de meus dilemas e de minha capacidade de (re)fazer-me, (re)aprender, desenvolver minha agência profissional (CYRINO, 2017).

Ao final de uma discussão coletiva, sistematizei as elaborações coletivas com a questão: “Então, é o número da figura mais o número da figura?”. Com isso, uma aluna afirmou: “É, o Antônio ensinou...” Essa fala colocou-me num processo reflexivo, pois diz muito sobre minha aula. Corrigindo: diz muito sobre nossa aula, na qual, sou uma figura importante, mas não sou a única... Meu olhar atento (por vezes, desatento) busca possibilidades de intervir na elaboração conceitual

das crianças. Trago tarefas; crio situações; encorajo participações; provoco; chamo a atenção... Tudo isso para colocar em evidência os verdadeiros protagonistas da aula: as crianças!

Elas são protagonistas da aula, da elaboração conceitual de si próprias e do coletivo de nossa sala de aula. Finalizar uma tarefa com essa fala é motivo de felicidade, uma vez que os alunos estão assumindo o lugar que lhes cabe dentro do processo de ensino e de aprendizagem: o lugar do protagonismo, da construção, da troca, da participação; o lugar significativo; o lugar da pertença (RICOEUR, 1989). É, o Antônio ensinou e ensina a todos nós, mas não vamos esquecer que o Antônio, ao ensinar, também aprendeu. Assim, nossas vozes se misturam, (trans)formam-se ao se encontrarem; retornam-nos (ainda sendo nossas vozes) (re)significadas. O desenvolvimento do PA se dá no entremeio das misturas de vozes, entre as linhas, as cores, as amarras.

3.5 Narrativa Pedagógica 3: O sinal de igual

Sempre questionei (e evitei) muito o trabalho com as chamadas listas de “continhas” nas aulas de Matemática — prática de um ensino tradicional em prol do “desenvolvimento” do senso numérico, da apropriação das ideias das quatro operações e de outras ideias importantes acerca dos números. Contudo, entendo que a aprendizagem significativa da Matemática vai muito além da técnica aplicada aos cálculos; o desenvolvimento do senso numérico envolve reconhecer os números, operar, calcular, além de envolver o contar para frente, o contar de volta, o formar, o contar em grupos, o fazer comparações, entre tantas outras possibilidades de estabelecimento de relações numéricas. Minha percepção vem, em grande parte, da reflexão possibilitada por meus processos formativos. Então, como aliar a “teoria” à prática com meus alunos? Para a escola (meus superiores, meus colegas, os pais e meus alunos), encher a lousa de “continhas” e ainda continuar como lição de casa¹⁰⁶ é o suficiente. Entendia que, para o trabalho com o sinal de igual, enquanto uma equivalência das operações, teria que percorrer um longo caminho e envolver os alunos em tarefas que possibilitassem a reflexão sobre o número e as diferentes relações que ele possibilita.

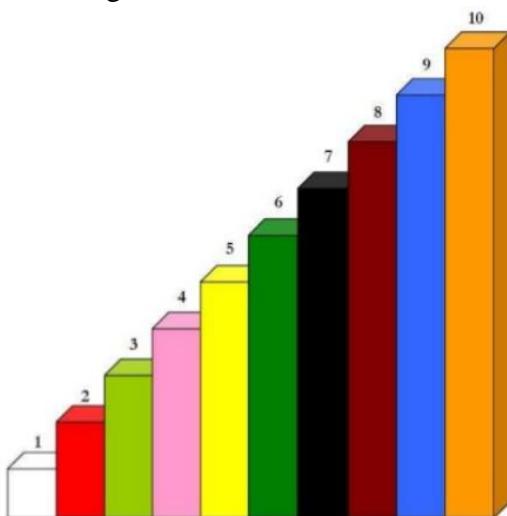
Antes de refletir sobre as tarefas em que, efetivamente, discutimos o sinal de igual, é necessário narrar um pouco do que foi nosso processo até chegar a essa discussão. Logo, não foi um trabalho a partir de uma tarefa aleatória ou mesmo esporádica, não! Trabalhamos durante todo o ano letivo em busca de oportunizar a compreensão relacional com a Aritmética. Assim,

¹⁰⁶ Nesse ponto, recordo-me de um dos relatos de uma colega, Mariana Pellatieri, que trabalhava no Ensino de Jovens e Adultos (EJA). Segundo ela, só conseguia fazer propostas diferentes para sua turma depois de iniciar sua aula com algumas “continhas” e o ditado — essas são práticas de um ensino tradicional, reconhecido pela sociedade.

a partir de minha participação no Grucomat, lancei mão da utilização de uma sequência de tarefas a partir do material *Cuisenaire*¹⁰⁷, visando às generalizações numéricas e operatórias, e envolvendo a composição de números e a busca por regularidades, bem como a exploração do sinal de igual e sua relação de equivalência.

A primeira tarefa¹⁰⁸ foi destinada à exploração e à construção de uma “escada” com 10 peças do material. A expectativa era a de que, a partir da “escada”, discutíssemos a regularidade da sequência vinculada à medida de cada peça. A percepção da relação entre as medidas seria crucial para o desenvolvimento das próximas tarefas e, portanto, eram ideias importantes para serem elaboradas com o grupo como uma “construção” (coletiva) e não como uma imposição (singular) da professora.

Figura 27 – Barras *Cuisenaire*



Fonte: Cuisenaire (2016)

¹⁰⁷ O Material manipulativo *Cuisenaire* foi idealizado pelo professor belga Georges Cuisenaire. É um material estruturado, composto por 241 barras coloridas que são paralelepípedos com 1 cm de aresta de base, com 10 cores e 10 comprimentos diferentes e são distribuídas da seguinte forma: 10 barras laranjas com 10 cm de comprimento; 11 barras azuis com 9 cm de comprimento; 12 barras marrons com 8 cm de comprimento; 14 barras pretas com 7 cm de comprimento; 16 barras verde-escuras com 6 cm de comprimento; 20 barras amarelas com 5 cm de comprimento; 33 barras verde-claras com 3 cm de comprimento; 50 barras vermelhas com 2 cm de comprimento; 50 barras brancas com 1 cm de comprimento. As barras podem ser encontradas em madeira ou EVA, não possuem divisões em unidades. Arthur Powell interagiu com o Grucomat quando este realizava o projeto sobre o desenvolvimento do Pensamento Algébrico. Em conversa dos participantes com ele, nasceu a ideia da utilização do *Cuisenaire* para trabalhar o conceito de equivalência. Ele indicou-nos, na época, a leitura dos livros de Caleb Gattegno, idealizador de diferentes propostas para o ensino de Matemática com esse material. A partir dessa ideia, os participantes do grupo se empenharam em elaborar tarefas, assim como a construção da balança de dois pratos com o uso de cabides. No e-book produzido pelo Grucomat, Arthur Powell (2019) apresenta uma interessante sequência de tarefas com o *Cuisenaire para ensinar números racionais na representação fracionária*.

¹⁰⁸ A descrição da tarefa denominada “Construções com as barras *Cuisenaire*” se encontra no Anexo A.

Vale ressaltar, mais uma vez, que, para qualquer proposta envolvendo algum material manipulativo, há que se ter o cuidado de proporcionar, antes de tudo, um momento de “aproximação” das crianças com esse material. Há que se possibilitar o tocar, o sentir, o cheirar, o empilhar, o criar, o fazer de conta, o contar, o classificar, e tudo mais que for da necessidade das crianças para seu reconhecimento. Isso também faz parte da aula de Matemática! Quando eu não possibilito essa exploração, além de desrespeitar a capacidade criadora e “curiosa” das crianças, construo barreiras para o desenvolvimento da proposta, visto que elas terão a necessidade de “conhecer” o material e explorá-lo durante as tarefas. O que não significa que possibilitar a exploração do material antes da tarefa impede que elas o façam durante seu desenvolvimento, sobretudo, quando se trata de uma turma de alunos do primeiro ano, em que tudo é “descoberta e diversão”. É comum que a exploração — ainda que seja privilegiada no início — também ocorra durante as tarefas, mas, para essas ocorrências, recorremos aos “combinados” estabelecidos com a turma, ao contrato didático.

Após esse primeiro momento, as crianças, seguindo o desafio, posicionaram as peças em ordem crescente (1 ao 10, como aparece na Figura 27). Por meio das problematizações, perceberam a regularidade: as peças aumentavam em uma unidade; logo, a diferença entre a primeira peça e a segunda era de uma unidade, e assim por diante. Depois, passamos a explorar as barras e as diferentes composições que ela possibilitava. A princípio, exploramos as diferentes composições da barra 10 — considerando a junção de duas peças —, além de pensar em sentenças numéricas para sua representação. É importante destacar que, embora já estivesse introduzindo as sentenças numéricas, nelas, o sinal de igual, quando aparecia, não representava, necessariamente, o resultado de uma operação. Por exemplo, 10 é o mesmo que $6 + 4$, isso era representado pela sentença $10 = 6 + 4$. A própria composição da sentença já não era familiar. O “padrão” em um modelo de ensino tradicional é a expressão do lado esquerdo do sinal de igual e um número simples no outro, ou seja, $6 + 4 = 10$.

Os alunos foram desafiados à construção de um “muro”, de modo que todas as peças disponibilizadas para a tarefa fossem utilizadas (Figura 28). A expectativa era a de que percebessem a necessidade de tomar a peça laranja como a medida de referência para montar as outras “partes” do muro, explorando, assim, as diferentes possibilidades de composição do número 10 — considerando duas parcelas. É importante ressaltar que os alunos foram envolvidos na “descoberta” de que era necessário tomar como referência a barra 10. Confesso que isso levou um tempo considerável... Teve grupo que misturou suas peças com as de outro; teve quem dividiu as peças entre o grupo para que cada um fizesse o seu (ainda que isso não fosse possível, pois cada grupo recebeu a quantia exata para a construção do muro); teve quem

não entendeu a proposta; teve quem montou sozinho, sem compartilhar com os colegas. É, trabalhar com material manipulável, em grupos e ainda num contexto investigativo, não é tarefa fácil! Demanda tempo e muita intervenção de minha parte, mas não vejo outro caminho quando penso e defendo uma proposta de ensino dialógica.

Figura 28 – Muro do 10



Fonte: Acervo da pesquisadora

Nota: Na imagem, as peças aparecem posicionadas de acordo com a ordem das sentenças: $0 + 10$; $1 + 9$; $2 + 8$; $3 + 7$; $4 + 6$; $5 + 5$; $6 + 4$; $7 + 3$; $8 + 2$; $9 + 1$; $10 + 0$. Isso foi uma construção coletiva. Num primeiro momento, as crianças não consideraram essa ordem.

E não paramos por aí, também construímos o muro do 9, do 8, do 7, do 6, do 5, do 4, do 3, do 2, do 1 e...

Episódio 19 – O muro do 0

Jade: *E o muro do 0, Prô?*

Maíra: *Ah, ele não existe!*

Jade: *Existe sim..., é nada! Porque $0 + 0$ é nada!*

P: *E o nada existe?*

Jade: *Claro, né, Prô??!*

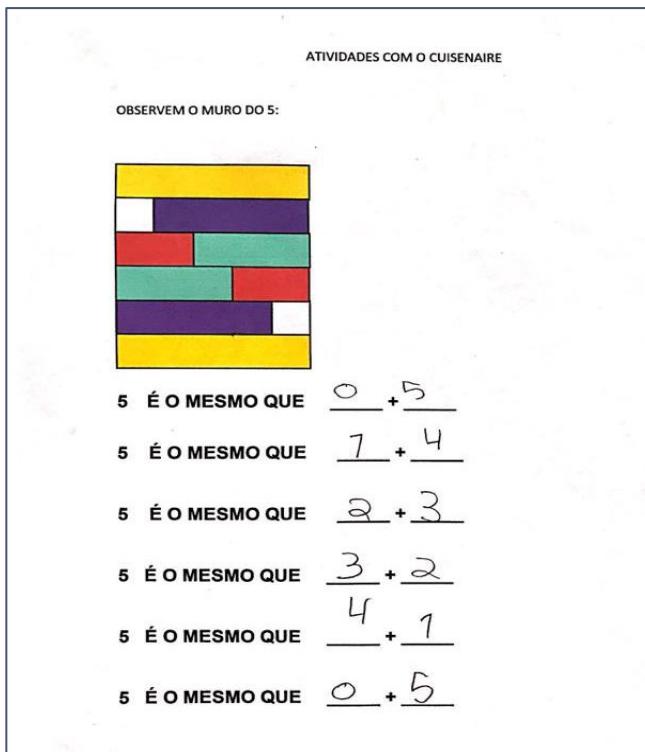
Sem dúvidas o conceito de zero é muito complexo! Salvador e Nacarato (2003), além de apontarem a complexidade histórica da criação do zero, indicam as diferentes noções do conceito: zero como elemento de contagem, zero como valor posicional e zero como dado operatório. De fato, “pensar no nada e ter que associar algo a esse nada” (SALVADOR; NACARATO, 2003, p. 18) não é uma construção simples. As autoras frisam ainda as marcas deixadas no aluno pela escolarização, seja pela apropriação de discursos pedagógicos, seja pela incorporação de atitudes e valores com relação à Matemática, seja pelo uso de uma linguagem

inadequada. Dentre elas, destacam a confusão entre o zero *número* e o zero *algarismo*, decorrentes de uma prática pedagógica centrada no valor posicional, deixando a questão conceitual em plano secundário. Logo, há que se ter um cuidado quanto à identificação e à análise dessas marcas, visto que elas podem provocar conflitos nos alunos, dificultando a compreensão de um conceito matemático (SALVADOR; NACARATO, 2003). Ao longo do ano letivo, tivemos muitas oportunidades de discutir sobre o zero. Ainda que não fosse o foco da tarefa, as ideias que as crianças estabeleciam e as oportunidades de problematização apareciam em diversas situações.

Para cada número — “muros” — e para cada possibilidade de composição que trabalhamos, busquei explorar com os alunos diversos tipos de registros escritos. Entendia que, à medida que eles eram envolvidos em desafios e tarefas que lhes permitissem o estabelecimento de relações entre o material manipulável, as ações realizadas com e a partir dele e as sentenças numéricas, mergulhavam em um contexto promissor para o estabelecimento de importantes relações numéricas. Destacarei alguns desses registros.

Como registro do *Muro do 5* (Figura 29), as crianças receberam uma folha com o enunciado da tarefa, a representação do “muro” — um modelo semelhante ao que tinham acabado de construir — e os campos para o preenchimento das sentenças numéricas que representavam cada linha do muro. A expectativa era a de que relacionassem as peças do material e as sentenças numéricas: 5 é o mesmo que $0 + 5$, $1 + 4$, $2 + 3$, e assim por diante. Como era uma tarefa que já havíamos realizado coletivamente ao tratar de outros “muros”, algumas duplas já sabiam o que fazer; outras recorriam ao material manipulável para consulta; e, ainda, algumas precisaram de minha intervenção para realizar a proposta.

Figura 29 – Registro do muro do 5



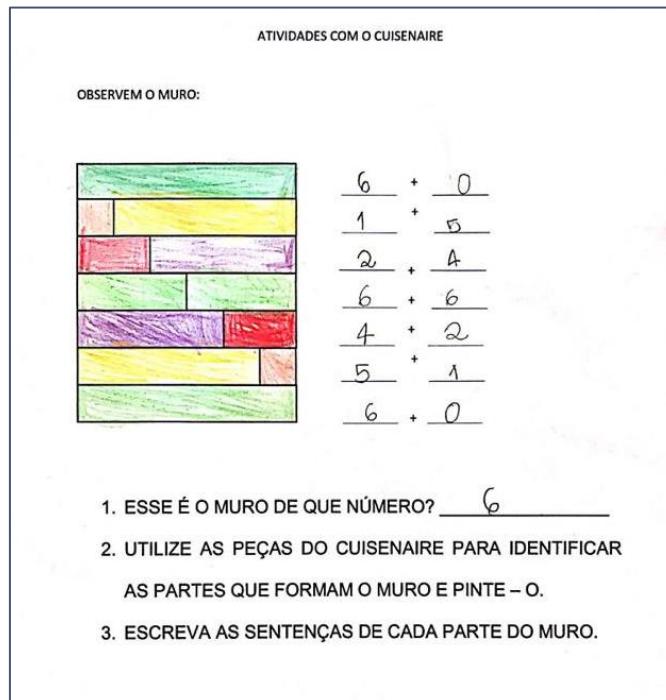
Fonte: Acervo da pesquisadora

Para o registro do *Muro do 6* (Figura 30), deixei que as crianças, por elas mesmas, pintassem as “peças” para a composição do “muro”. O foco da tarefa estava no reconhecimento do material e no estabelecimento das relações numéricas. As crianças estavam com o material em mãos, isso facilitava a consulta. O *Cuisenaire*, por si só, não apresenta a ideia de medida e não estabelece “de modo espontâneo” a relação com o número/medida¹⁰⁹; essas e outras (possíveis) relações vão sendo construídas a partir das propostas em que vou envolvendo as crianças. E, para o (futuro) trabalho com tarefas envolvendo o sinal de igual, era importante que as crianças estabelecessem as relações numéricas e associassem adequadamente as barras e suas cores à numeração seguindo sua “medida”.

Ao analisar a produção de Mateus e Maíra (Figura 30), percebo que registram a sentença $6 + 6$, quando o correto deveria ser $3 + 3$. Ao tentar me aproximar do modo de produção dessa dupla, percebo que tanto a peça 6 quanto a 3 eram representadas pela cor verde, a diferença era a de que a peça 6 possuía uma tonalidade verde escura e a peça 3, uma tonalidade mais clara. Contudo, a diferença da tonalidade é quase imperceptível se considerarmos a linha do $6 + 6$ (que deveria ser $3 + 3$) e a última, a do $6 + 0$. É possível que os alunos tenham se confundido enquanto tomavam como referência as sentenças numéricas registradas por eles — perdi a oportunidade de questioná-los sobre essa produção.

¹⁰⁹ O material só terá significado para o aluno quando houver a interpretação das relações; e, para as relações com o conceito, há que se ter a garantia do isomorfismo entre o conceito e o material escolhido para o trabalho em sala de aula. Ou seja, quando se opta por utilizar um material como suporte de aprendizagem para determinado conceito, há que se ter a confiança de que, de fato, o material possibilita relações coerentes com o conceito que se quer trabalhar (MOREIRA, 2015).

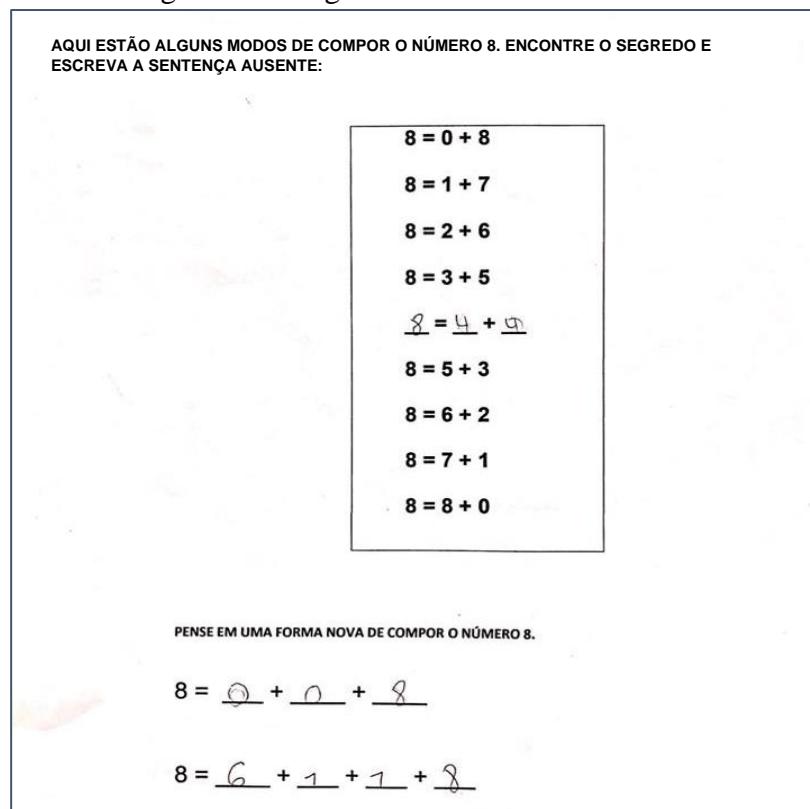
Figura 30 – Registro do muro do 6



Fonte: Acervo da professora-pesquisadora

Para o registro do *Muro do 8* (Figura 31), as crianças foram desafiadas a identificar a sentença ausente entre as que compreendiam esse muro. Também foram desafiadas a pensar em novas formas de composição do número 8, considerando três parcelas.

Figura 31 – Registro do muro do 8



Fonte: Acervo da pesquisadora

Depois de analisar a produção de Pedro e Rafa, questionei sobre o registro “ $8 = 6 + 1 + 1 + 8$ ”:

Episódio 20 – Buscando entendimento da produção dos alunos

P: *Gente, eu não entendi o que vocês registraram aqui... [aponta para o registro]*

Pedro: *Deixa eu ver [utiliza os dedos para contagem]... 6 com 1 e com 1 dá 8. Tá certo!*

P: *Hum, você somou o “6 + 1 + 1”?*

Pedro: *É! Dá 8!*

P: *E o que esse 8 aqui representa?*

Pedro: *Prô, eu já falei... é que dá 8!*

O que é comum ao final de uma sentença matemática? O resultado! Ainda que não estivéssemos trabalhando com esse formato de operação, em que o sinal de igual é um operador, ao final da sentença, encontra-se o resultado de uma ação anterior; as crianças já dispunham desse modelo. Nesses e em outros momentos, percebo a força e a necessidade que as crianças têm de registrar o “resultado” no final da sentença. É possível que seja uma prática adquirida na Educação Infantil, visto que os alunos já haviam relatado sobre as práticas da antiga professora ou mesmo sobre aquelas vivenciadas em contextos familiares (“*Meu pai me ensinou*

desse jeito!"); o fato é que as “continhas” têm um grande valor cultural dentro e fora do contexto escolar.

Senti que aquele não era o momento de continuar as intervenções. Teríamos outras oportunidades de discutir sobre isso. Chama-me atenção o uso que as crianças fazem do número 0 para resolver o desafio. Ora, é só preencher as parcelas com número 0 e, pronto, chegamos à equivalência! Muito discutimos sobre qual sentença (de duas parcelas) representaria a peça “ilustrada no muro” — neste caso, a peça 8 —, e chegávamos à conclusão de que ela podia ser representada pelas sentenças $0 + 8$ ou $8 + 0$; logo, essas discussões poderiam ter levado os alunos a pensarem na sentença $0 + 0 + 8$. Ela também aparece no registro de Lia e Jade (Figura 32):

Figura 32 – Registro do muro do 8

PENSE EM UMA FORMA NOVA DE COMPOR O NÚMERO 8.

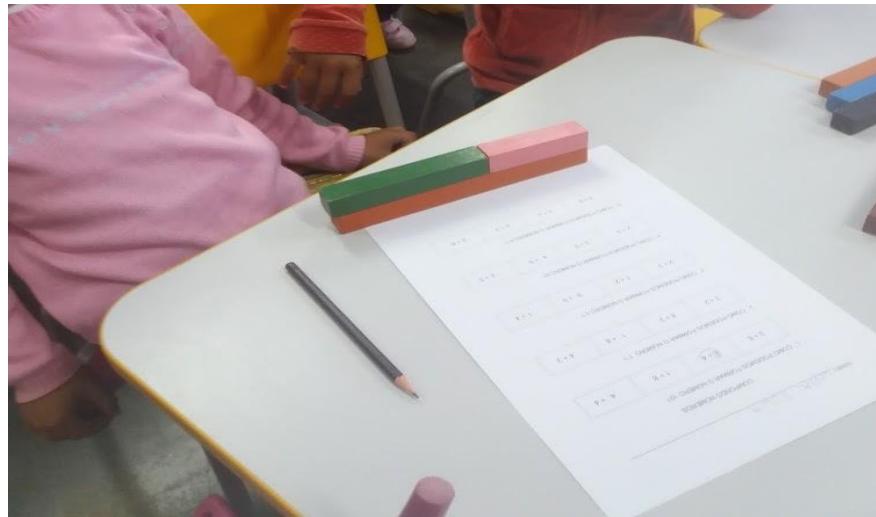
$$8 = \underline{8} + \underline{0} + \underline{0}$$

$$8 = \underline{7} + \underline{1} + \underline{0} + \underline{0}$$

Fonte: Acervo da pesquisadora

Na sequência, apresento o registro de uma tarefa que não focalizava um “muro” específico, mas sim a composição de diferentes números. Nela, os alunos deveriam identificar as possibilidades de composição dos números indicados nos enunciados. As duplas estabeleceram diferentes relações para resolver a tarefa. Algumas utilizaram as peças disponíveis para investigar as composições possíveis, como pode ser observado na Figura 33. Nela, observamos o encontro de muitas relações matemáticas: numéricas, geométricas, espaciais, relacionais etc. Outras duplas lançaram mão da contagem nos dedos. Em alguns casos, as crianças já tinham domínio sobre os fatos básicos, visto que foram envolvidas em muitas tarefas em que eles estiveram presentes.

Figura 33 – Utilizando o material para a investigação das composições possíveis



Fonte: Acervo da pesquisadora

Dentre as produções das crianças, chamou-me a atenção o registro de Jonas e Antônio (Figura 34). Eles, além de identificarem as composições conforme solicitado na tarefa, para cada sentença presente na folha, registraram o sinal de igual e realizaram a soma.

Figura 34 – Registro do muro do 6

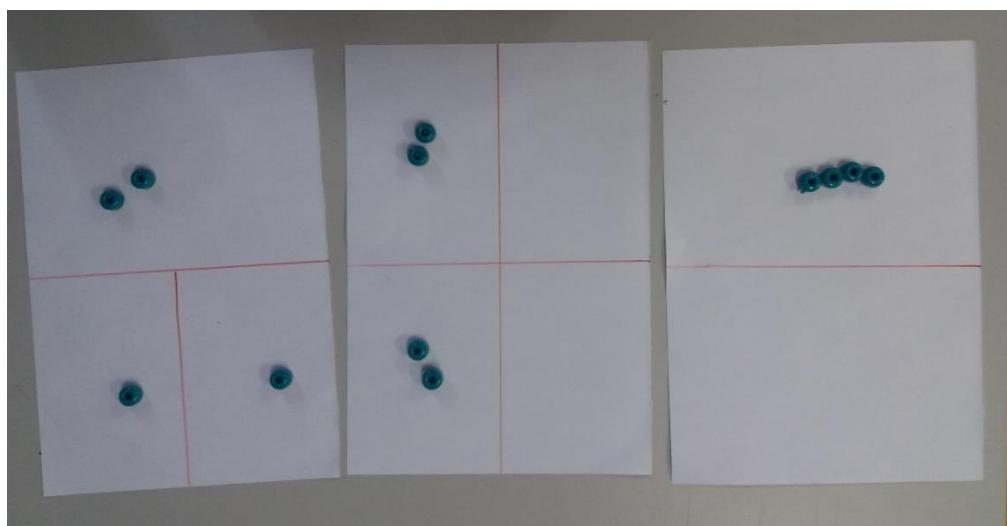
COMPONDO NÚMEROS			
1. COMO PODEMOS FORMAR O NÚMERO 10?			
$3 + 6 = 9$	$\textcircled{6} + \textcircled{4} = \textcircled{10}$	$1 + 8 = 9$	$4 + \textcircled{4} = 8$
2. COMO PODEMOS FORMAR O NÚMERO 7 ?			
$3 + 2 = 5$	$8 + 2 = 10$	$1 + 8 = 9$	$\textcircled{4} + \textcircled{3} = \textcircled{7}$
3. COMO PODEMOS FORMAR O NÚMERO 5 ?			
$\textcircled{2} + \textcircled{3} = 5$	$7 + 2 = 9$	$9 + 0 = 9$	$\textcircled{1} + \textcircled{4} = 5$
4. COMO PODEMOS FORMAR O NÚMERO 6?			
$2 + 5 = 7$	$\textcircled{3} + \textcircled{3} = 6$	$4 + 6 = 10$	$2 + 5 = 7$
5. COMO PODEMOS FORMAR O NÚMERO 8 ?			
$3 + 6 = 9$	$3 + 2 = 5$	$5 + 3 = 8$	$\textcircled{2} + \textcircled{6} = 8$

Fonte: Acervo da pesquisadora

Ao serem questionados, afirmaram: “A gente gosta de continhas, Prô. Por isso fizemos todas!” Para mim, este foi mais um exemplo da “força” que têm as “continhas” em minha sala de aula. Ainda que minha prática tentasse diversificar e buscar o estabelecimento de novas relações para as sentenças, lá estavam elas. Para as crianças, tinha sentido aprender e fazer “continhas” nas aulas de Matemática; as práticas escolares, as crenças, os discursos tornaram as “continhas” algo muito importante na Matemática, um conhecimento escolar, legitimado pela história e pela cultura, ou seja, legitimado pelas interações sociais. E assim, por iniciativa de meus alunos, as “continhas” vão ganhando espaço em minha sala de aula...

Além disso, explorei outras possibilidades de composição e decomposição dos números, visando à abordagem da relação de igualdade. A Figura 35 apresenta um registro de nosso trabalho com as diferentes composições e decomposições do número 4 ($2 + 1 + 1$, $2 + 2 + 0$, $4 + 0$).

Figura 35 – Diferentes composições/decomposições do 4



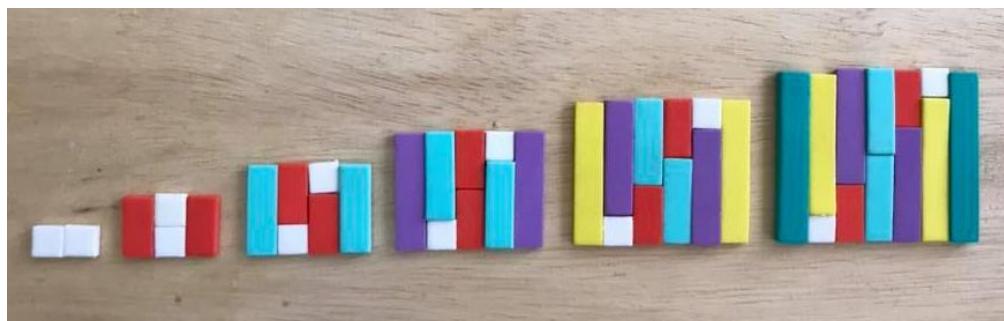
Fonte: Acervo da pesquisadora

Assim, os alunos tinham a oportunidade de entender o 4 como equivalente a: $2 + 1 + 1$; $2 + 2 + 0$; $4 + 0$; entre tantas outras maneiras de decompor o número. Do todo para as partes, das partes para o todo, as crianças tinham a oportunidade de estabelecer importantes relações numéricas. Esse trabalho foi realizado processualmente e, embora estivesse amparada em um material, em uma sequência de tarefas, não a segui como uma prescrição, visto que observava e lançava mão de minha sensibilidade de professora para fazer escolhas conforme percebia as necessidades de meus alunos. A Figura 35, por exemplo, representa uma tarefa criada por mim, que não estava prevista na sequência que usei. Nem sempre fazemos as escolhas certas, mas

acredito muito no potencial do professor que tem um olhar investigativo para sua prática e está embasado em sua intencionalidade pedagógica.

Além disso, a sequência de tarefas possibilitou que as crianças entrassem no movimento de generalização aritmética. Um exemplo disso foi visto a partir do trabalho de sistematização dos “Muros” e das diferentes composições dos números (considerando duas parcelas). A Figura 36 apresenta o registro da produção.

Figura 36 – Os muros dos números¹¹⁰



Fonte: Acervo da pesquisadora

Após realizarmos a construção dos “muros”, partimos para a socialização na lousa e utilizamos a linguagem aritmética para representar essas produções, como pode ser observado na Figura 37.

Figura 37 – As possibilidades de composição dos números

O	1	2	3	4	5	6	7
C	0+1 1+0	0+2 1+1 2+0	0+3 1+2 2+1 3+0	0+4 1+3 2+2 3+1 4+0	0+5 1+4 2+3 3+2 4+1 5+0	0+6 1+5 2+4 3+3 4+2 5+1 6+0	0+7 1+6 2+5 3+4 4+3 5+2 6+1

Fonte: Acervo da pesquisadora

Após estabelecerem todas as possibilidades de composição com duas parcelas dos números 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7, que, para as crianças, eram os “muros” dos números, elas

¹¹⁰ Além do *Cuisenaire* de madeira, também trabalhamos com sua versão em EVA (espuma sintética).

perceberam que o número de possibilidade de composição para cada número era: ele mesmo mais 1. Por exemplo, o número de possibilidades de composições para o muro do número 5, era ele mesmo mais 1, resultando num total de 6 composições diferentes para o muro 5. Numa linguagem algébrica, poderíamos pensar essa generalização como sendo $n + 1$.

A percepção das crianças veio a partir de um olhar atento em busca de relações. Entendo que esse “ver” é uma construção resultante do envolvimento dos alunos na realização das tarefas, da troca com os pares, das problematização, do interesse (que tem motivações distintas), entre outros aspectos que vão desenvolvendo esse olhar de análise, de busca, de estabelecimento de relações, do “fazer” Matemática, do pensar matematicamente. Além disso, reconheço o papel do trabalho de percepção de regularidades que desenvolvíamos; por meio desse trabalho, os educandos ampliavam suas percepções e realizavam análises cuidadosas em busca de regularidades.

Depois das práticas com os muros, passamos para tarefas que focalizavam, efetivamente, a percepção do sinal de igual quanto igualdade na operação. A princípio, as crianças exploraram a equivalência entre as operações. Nesse momento, utilizamos a frase “é o mesmo que”, como apresenta o Quadro 7.

Quadro 7 – Explorando o sentido do sinal de igual

É O MESMO QUE		
5 + 2	É O MESMO QUE...	4 + <u>3</u>
6 + 0	É O MESMO QUE...	0 + <u>6</u>
7 + 2	É O MESMO QUE...	5 + <u>4</u>
7 + 1 + 2	É O MESMO QUE...	2 + <u>8</u> + <u>0</u>
6 + 4	É O MESMO QUE...	1 + <u>8</u> + <u>1</u>
8 + 2	É O MESMO QUE...	6 + <u>3</u> + <u>1</u>
<u>8</u> + <u>5</u>	É O MESMO QUE...	<u>5</u> + <u>3</u>
<u>1</u> + <u>1</u> + <u>1</u>	É O MESMO QUE...	<u>2</u> + <u>1</u>
<u>5</u> + <u>5</u> + <u>5</u>	É O MESMO QUE...	<u>2</u> + <u>6</u> + <u>1</u>
6 + 5 + 5	É O MESMO QUE...	<u>8</u> + <u>3</u> + <u>3</u>
6 + 6 + 6	É O MESMO QUE...	<u>7</u> + <u>3</u> + <u>8</u>

Fonte: Acervo da pesquisadora

Até a 6^a linha do quadro, realizamos as combinações de forma coletiva; ou seja, as crianças falavam as possibilidades, enquanto eu preenchia o quadro na lousa, e, quando

necessário, realizava intervenções. As cinco últimas linhas do quadro foram realizadas pelas duplas. Ao analisar a produção acima, de autoria de Maíra e Gael, percebo o estabelecimento de importantes relações numéricas — ainda que nem sempre apresentem equivalências corretas como em “ $8 + 5 = 7 + 2$ ” e “ $6 + 5 + 5 = 8 + 3 + 3$ ”. Ora, para chegar a uma composição possível, era necessário somar as partes e chegar ao “todo” ou pensar na compensação de parcelas e estabelecer novas relações numéricas a partir das partes — movimento de maior complexidade. Tendo conhecimento desse “todo”, era necessário estabelecer novas relações, realizar a decomposição em duas ou três partes, de acordo com o desafio lançado. Reconhecer o número, buscar estratégias para a soma, transformar o todo em partes, validar as hipóteses... Isso tem um grau de complexidade considerável!

Percebo que, para a equivalência “ $1 + 1 + 1 = 2 + 1$ ”, em que tinham que pensar em uma segunda sentença de apenas duas parcelas, os alunos agruparam duas parcelas e repetiram a última em “ $2 + 1$ ”. E, o que teria acontecido na equivalência de $5 + 5 + 5$ com $8 + 6 + 1$? Infelizmente, perdi a oportunidade de pedir para que falassem sobre o que produziram. Contudo, isso me mobiliza: “Que outras relações poderíamos estabelecer? O que as primeiras parcelas tinham em comum? Qual era a diferença entre elas? 5 é 3 a menos que 8; e 8 é 3 a mais que 5! E na segunda parcela? Por que só restou 1 para a última parcela de $8 + 6 + 1$?” O que ocorreu na equivalência de “ $6 + 5 + 5 = 8 + 3 + 3$ ”? Os alunos acrescentaram à primeira parcela 2 ($6 + 2$) e subtraíram 2 da segunda e terceira parcela ($5 - 2$). Como poderíamos resolver a questão? Em vez de subtrair 2, poderiam subtrair apenas 1 ou 2 de uma parcela ($8 + 4 + 4$; $8 + 3 + 5$)? É, muitas são as relações a serem estabelecidas, discutidas e construídas com os alunos!

O movimento dos estudantes, seguido por meu processo de análise e reflexão sobre a prática, modifica meu modo de entender as operações e pensar sobre elas em minhas aulas. Concordo com Van de Walle (2009) quando afirma que não devemos tentar “impor” o Pensamento Relacional aos alunos; pelo contrário, há que se explorar, gradativamente, a complexidade das sentenças de forma a possibilitar que as discussões surjam e que os alunos cada vez mais se aproximem do Pensamento Relacional.

Às vezes, sinto uma angústia em pensar nas turmas que já passaram por mim em outros momentos, nos quais não fazia ideia da profundidade dessas discussões acerca dos números e de suas relações. Essas angústias trazem à tona minha responsabilidade social enquanto professora. Não que, enquanto educadora, tenha a obrigação de saber tudo — não, não posso todas as respostas nem conheço todas as perguntas (FREIRE; SHOR, 2013) — e imagino que isso nem seja possível, mas meu compromisso deve ser a busca pelo conhecimento, pela reflexão na/da prática, por meu crescimento e, consequentemente, pela aprendizagem e pelo

desenvolvimento de meus alunos. Assim, novamente, retomo as ideias defendidas por Freire e Shor (2013), que consideram que o professor (re)aprende o “objeto” por meio do processo de estudá-lo com os alunos. Logo, a capacidade do educador de conhecer o objeto refaz-se, toda vez que se está diante do “objeto”, por meio da relação dialógica com os alunos.

Para dar continuidade à tarefa, socializar as ideias do grupo, bem como discutir a relação entre “o mesmo que...” e o sinal de igual, no dia seguinte, iniciei o seguinte diálogo:

Episódio 21 – Retomando a tarefa anterior

T01 P: *Ontem nós fizemos uma tarefa que era “O mesmo que...”. Alguém se lembra de como era?*

T02 Pedro: *5 e 2...*

T03 P: *5 + 2... [faz o registo na lousa e verbaliza a ação]*

T04 Antônio: *Dá 4!*

T05 P: *Aí tinha... “É o mesmo que...” [enquanto fala, faz o registro escrito da frase na lousa].*

T06 Pedro: *Que 7...*

T07 P: *Que 7? Mas aqui [aponta para o espaço depois da frase] nós não colocávamos outra operação? 5 mais 2 é o mesmo que...?*

T08 Jonas: *7!*

T09 P: *7 mais quanto?*

T10 Jonas: *1!*

T11 Pedro: *7 + 0!*

T12 P: *7 + 0! [faz o registro na lousa]*

O que vamos fazer com essa operação? Buscar um resultado... Ao analisar as falas das crianças, percebo o quanto é quase espontânea a procura pelo resultado (T04; T06; T08). Ora, e não é para menos, para pensar em novas relações, faz-se necessário o entendimento do que acontece com a junção de 5 e 2 ou com essa adição. Por outro lado, penso sobre o quanto essa busca pelo resultado pode limitar a capacidade de estabelecer relações. Pedro (T06) não estava errado ao afirmar que “5 + 2” era o mesmo que 7. Contudo, tentava retomar os movimentos da tarefa anterior, e, consequentemente, envolvê-los no pensar sobre a relação de equivalência. Quando notei que os alunos insistiam na resposta 7 (T08), passei a problematizar a partir do que respondiam (T07). Tencionava que refletissem sobre a possibilidade de soma, incluindo o 7, para a equivalência 5 + 2. Por fim, Pedro (T11) apontou para a operação “7 + 0”.

À medida que encorajei as crianças a darem mais um exemplo, a discussão continuou:

Episódio 22 – “Não vale! Tá igual!”

T01 P: *Outro exemplo!*

T02 Pedro: *7 + 2 + 1!*

T03 P: *[registra na lousa e verbaliza a ação] 7 + 2 + 1 é o mesmo que...?*

T05 Pedro: *9... 10... [faz a contagem nos dedos] Dá 10!*

T06 P: *Então, mas como a gente pode colocar aqui...?*

- T07 Pedro: [dirige-se até a lousa e faz a contagem nos dedos da soma da operação] *Olha: 7, 8, 9... 10!*
 T08 Jonas: *É 10 mesmo!*
 T09 P: *Hum..., eu sei que é 10 mesmo. Mas como poderíamos colocar aqui de uma outra forma?*
 T10 Pedro: *Usando as peças...*
 T11 Jade: $7 + 1 + 1$.
 T12 Pedro: *Não vale..., é o mesmo!*
 T13 P: *É o mesmo?*
 T14 Lucas: *Só mudou o 2!* [fazendo referência ao segundo número da operação inicial]
 T15 Maíra: *Prô, dá 9!*
 T16 P: *É 9! Então, isso não é o mesmo que isso* [gesticula a comparação entre as duas operações]?
 T17 Pedro: *É 8 + 2! 6 + 2 + 2!*
 T18 Jade: $7 + 1 + 2$.
 T19 Pedro: *Não vale! Tá igual!*
 T20 P: *Mas está igual?*
 T21 Jade: [vai até a lousa e aponta para os números da operação] *Aqui tem 2, e aqui tem 1. Vale sim!*
 T22 P: *Mudou a ordem, né??!*

A operação $7 + 2 + 1$ é o mesmo que 10; de fato, as crianças estavam corretas, não só estavam corretas como tentavam me provar isso (T17, T18). Mas a professora era teimosa... Queria mais! Na discussão, percebo que Maíra (T15), ao analisar o resultado (incoerente) da operação apontada por Jade (T11), possibilitou que os colegas Pedro e Jade passassem a buscar outras maneiras de composição. Pedro (T17) pensou em “8 + 2” e “6 + 2 + 2”. Jade, por sua vez, reformulou seu apontamento inicial (T11) e, no lugar de “ $7 + 1 + 1$ ”, apontou a operação “ $7 + 1 + 2$ ”, ou seja, acrescentou um número na última parcela. Contudo, Pedro (T19) afirmou que a operação da colega não era válida, visto que era a mesma que a operação inicial ($7 + 2 + 1$), e Jade (T21) foi até a lousa provar a validade de sua afirmação.

Qual era o sentido atribuído por Pedro a sua fala? Os números utilizados pela colega eram iguais? De fato, eram, mas a posição que eles ocupavam na operação era diferente, para provar isso, Jade se dirigiu até a lousa para “argumentar” sua ideia. Finalizando a discussão, tentei auxiliar Jade em sua justificativa (T22). Do ponto de vista do movimento da operação, isso tinha diferença. Quando trabalhávamos com as peças do *Cuisenaire*, as crianças tiveram a oportunidade de “visualizar” que a composição de “ $7 + 2 + 1$ ” era diferente de “ $7 + 1 + 2$ ”, embora o comprimento fosse o mesmo, ou, no caso das operações, o resultado da adição fosse o mesmo. Talvez pudesse ter retomado essas discussões para auxiliar o argumento de Jade, mas acabei não tendo essa iniciativa naquele momento.

Novamente, tenho a oportunidade de perceber o quanto o registro escrito (ainda que na lousa) auxilia as crianças a comunicar e a argumentar suas ideias, revelando o curso da elaboração conceitual. Logo, para o que ainda não tinha um argumento que podia ser expresso em “palavras”, Jade se apoiou no registro escrito da sentença para defender sua posição. Não só nessa tarefa, mas também ao longo de toda a pesquisa, percebo que “ir até a lousa”, apoiar-se no texto de discussão — ainda que os alunos tivessem os enunciados na folha, nos momentos de socialização ou de discussão coletiva, o foco era na lousa —, tem grande representatividade para a argumentação das crianças, para a elaboração de suas justificativas, para a comunicação de suas ideias, logo, para a elaboração conceitual. Aqui vemos a tentativa da aluna na descrição de um evento ainda difícil de ser circunscrito e conceituado numa palavra. A linguagem (textual, gestual) era imprescindível para criar e organizar seu modo de pensar.

E os exemplos continuaram por mais um tempo, até que percebi que era hora de focalizar as discussões para o sinal de igual:

Episódio 23 – Linguagem matemática

- T01 P: *Na Matemática, tem um sinal que podemos usar no lugar de toda essa frase “É o mesmo que...”* [circula todas as ocorrências da frase na lousa].
Então, pra gente dizer isso [aponta para a operação] *é o mesmo que isso...*
[iaponta para a operação] *tem um sinal que podemos usar da Matemática.*
- T02 Pedro: *Eu sei! O do “E” com risquinho... Não, o sinal de “mais”.*
- T03 P: *Então eu vou somar.... Juntar essa operação com essa?* [aponta para as operações] *Eu estou juntando? Somando?*
- T04 Jade: *Menos!*
- T05 P: *Eu estou “tirando”?*
- T06 Pedro: *Não, você está “colocando”* (gesticula com as mãos...)
- T07 Jade: *Dividir....*
- T08 P: *Eu estou dividindo?* [gesticula com as mãos a divisão ao meio]
- T09 Jade: *Você não colocou aqui o sinal olha....* [aponta para a operação] $4 + 2 + 2 + 1 + 2$? *Olha..., você está dividindo do 11!*
- T10 P: *Será que eu estou dividindo?*
- T11 Jade: *Está... você colocou o sinal!*
- T12 P: *É esse sinal aqui olha...* [registra o sinal de igual (=) na lousa]
- T13 Jade: *É igual, então...*
- T14 P: *Então, no lugar de “É o mesmo que...” eu posso colocar isso [=]. Eu vou apagar...* [apaga todas as ocorrências da frase e substitui pelo sinal de igual]. *Por que será que, na Matemática, nós usamos o sinal?*
- T15 Jade: *Por que... não é Matemática?*
- T16 P: *É Matemática!*
- T17 Jade: *É continha!*
- T18 P: *Por que na Matemática nós usamos sinal no lugar, por exemplo, dessa frase aqui* [aponta para a lousa].
- T19 Lia: *É a mesma coisa...*

- T20 P: *Mas, Lia, se é a mesma coisa, por que, então, eles criaram um sinal?*
Tem um objetivo...
- T21 Lia: *Porque é igual! Não ia mudar...*
- T22 P: *O que é mais fácil? É mais fácil escrever esse sinal ou escrever essa frase?*
- T23 Alunos: [em coro] *O sinal!*
- T24 P: *Será que tem a ver com isso?*
- T25 Jade: *O sinal é mais rápido!*
- T26 P: *O sinal é mais rápido, a frase demora. Então, na Matemática, alguns sinais foram criados para facilitar a nossa comunicação.*

Ao analisar o diálogo, percebo que, a partir de meu questionamento, as crianças fizeram o levantamento de “sinais” que eram conhecidos por elas. E quais os sinais que conhecemos? Fico pensando sobre o que aconteceria se, antes, tivesse perguntado às crianças o que é um sinal. Quais os sentidos atribuídos por elas ao termo? Mas não foi assim que começamos nosso diálogo!

Professora, nós conhecemos o sinal “*E com o risquinho*” (T02) — será que ele pensou na placa de sinalização de trânsito “Proibido Estacionar”? “*Não*” (T02), esse não é um sinal da Matemática! Conhecemos o sinal de “*mais*” (T02). E qual o sentido que atribuímos ao sinal de mais na Matemática? Adicionar, juntar... Será que esse é o sentido para o “*é o mesmo que*”? (T03). Ah, professora, mas nós conhecemos outros sinais na Matemática: o de menos! (T04). Não! Esse não..., não estamos “tirando”, pelo contrário, estamos “*colocando*” (T05, T06). Ah, então, “*dividir*” (T07), afinal, estamos “*dividindo o 11 em 4 + 2 + 2 + 1, você até colocou o sinal [+].*” (T09).

As crianças têm muito a dizer sobre os simbolismos que conhecem na Matemática! Veja o argumento de Jade: “*Você não colocou aqui o sinal olha....* [aponta para a operação] $4 + 2 + 2 + 1 + 2$? *Olha... você está dividindo do 11!*” (T09). E dividir não é separar o todo em partes? E não era isso que estávamos fazendo até agora? Logo, não poderíamos usar o sinal da divisão? Quando as crianças têm a oportunidade de falar sobre suas ideias, suas hipóteses, seus argumentos, elas manifestam suas significações. Além disso, algumas crenças acerca do conhecimento matemático são levantadas pelas crianças: por que usamos sinais na Matemática? Ora, não é Matemática? Então, *na Matemática, tudo é possível!* Ou ainda, “*a Matemática é ‘continha!’*” (T15, T17).

Após essa discussão, passamos a exploração de equivalências na balança fazendo uso das Barras *Cuisenaire*. A expectativa era a de que, a partir de um contexto que remetia à ideia de equação, os alunos percebessem que, para conseguirem o equilíbrio, as peças de um prato da balança precisavam obter a equivalência com as do outro prato. Para dar início às discussões,

apresentei uma balança (Figura 38) — confeccionada com cabide de roupa e pratos de vaso de flores — e passei a lançar, coletivamente, desafios, de modo a explorarmos o equilíbrio da balança.

Figura 38 – Explorando a balança



Fonte: Maddalena (2018)¹¹¹

Episódio 24 – Explorando a balança

T01 P: *Então nós vamos a explorar a balança...*

T02 Jade: *Oh, Prô, você pode colocar 5 ali e 2 ali* [aponta para os pratos da balança]

T03 P: *Eu vou fazer isso... [coloca as peças nos pratos]. O que nós observamos?*

T04 Antônio: *Que um está maior, e o outro que está menor.*

T05 P: *Será que é “maior” e “menor” a palavra que usamos para falar sobre o que está acontecendo na balança?*

T06 Alunos: [não se manifestam]

T07 P: *Ou seria pesado e leve?*

T08 Alunos: *Pesado e leve!*

T09 Jade: *O 5 é pesado...*

T10 P: *Então, o 5 ficou para baixo, por quê? [enquanto fala, gesticula]*

T11 Lia: *O vermelho é mais pesado!*

T12 P: *Qual é mais pesado?*

T13 Jonatas: *O 5! [peça amarela]*

T14 Douglas: *O amarelo!*

T15 P: *O 2 ou o 5? [peça vermelha e peça amarela]*

T16 Alunos: *O 5! [peça amarela]*

¹¹¹ Retirado da publicação “Álgebra nos anos iniciais” da Revista Nova Escola (PERES, 2018), que tomou minha narrativa para publicação da matéria de fevereiro de 2018.

- T17 P: *Então, o pesado fica...?* [enquanto fala, gesticula]
- T18 Alunos: *Para baixo!*
- T19 P: E o leve? [enquanto fala, gesticula]
- T20 Alunos: *Para cima!*
- T21 P: *Só que eu quero equilibrar a balança* [enquanto fala, gesticula]. *O que é equilibrar? Equilibrar é deixar no mesmo...* [enquanto fala, gesticula]
- T22 Pedro: *Tamanho...*
- T23 P: *No mesmo nível, tamanho, na mesma altura... Lia, como que eu faço para equilibrar essa balança?*
- T24 Lia: *No lugar do amarelo* [peça 5], *coloca o 2* [peça vermelha]!
- T25 P: *Hum, eu acho que dá certo mesmo. E se pensarmos na altura desse daqui? Lia, eu não gostaria de tirar nada, eu queria colocar para ficar equilibrado.*
- T26 Lia: [pega a peça verde, que equivale a 3, e coloca no prato com a peça vermelha]
- T27 P: *Quanto vale o verde?*
- T28 Lia: *3!*
- T29 P: *Ah, quer dizer que 3 + 2 é o mesmo que 5? Equilibrou a balança?*
- T30 Alunos: *Sim!*

“Um está maior que o outro...” Qual seria a linguagem correta quando se trata da utilização de uma balança? Maior/menor ou seria leve e pesado? Depende, qual era o sentido atribuído por Antônio (T04)? É possível que ele fizesse referência à posição de um prato em relação ao outro; assim, um estava maior/menor que o outro. Contudo, não tive essa percepção no momento da problematização e acabei “impondo” a linguagem que acreditava ser mais adequada para a ferramenta (balança) que utilizávamos. Penso que não agi adequadamente. Por outro lado, foram importantes os encaminhamentos dados acerca das características da ferramenta. O que, no contexto da balança, representa o prato em uma posição superior? E em uma posição inferior? Era a primeira vez que levava uma balança para a sala de aula; então, precisava entrar em contato com o que as crianças já conheciam e me aproximar do sentido que atribuíam ao termo *equilíbrio* para que, assim, prosseguíssemos com a tarefa.

A expectativa era a de que, depois desse diálogo inicial, as crianças, organizadas em grupos, explorassem a balança na busca de diferentes possibilidades de equilíbrio das peças *Cuisenaire*. Assim, no dia seguinte, organizei os alunos em cinco grupos, disponibilizei uma balança e as peças do material para cada grupo, e levei-os para o pátio, onde realizaríamos a tarefa. O primeiro momento foi para a exploração dos materiais. Como pode ser observado na Figura 40, as crianças fizeram diversos experimentos com a balança; esgotaram as peças da caixa; inventaram faz-de-conta; apostaram “*quem tem mais*”; enfim, divertiram-se.

Figura 39 – Explorando a balança



Fonte: Acervo da pesquisadora

Na sequência, retomei o valor de cada peça disponibilizando um cartaz com seus respectivos valores para que servisse como um material de consulta. Em seguida, desafiei-os a realizarem composições que garantissem o equilíbrio na balança e a produzirem o registro na folha. Será que as discussões referentes ao conceito de equivalência estavam fazendo sentido para os alunos? Será que utilizariam o sinal de igual enquanto equivalência nas operações? Essas eram minhas “inquietações” e, de certa forma, o que “esperava” encontrar nas produções das crianças.

Enquanto os grupos trabalhavam, realizava algumas intervenções que, num primeiro momento, estavam voltadas à organização do grupo — “*Quem irá registrar? Quem coloca as peças na balança?*” — e à resolução de conflitos provenientes dessa negociação. Posteriormente, passei a perguntar sobre o que produziam. Abaixo destaco a problematização realizada no grupo de Lia, Maíra, Rafa e Gabi. Inicialmente, elas estavam com a seguinte tentativa de equivalência: “ $3 + 3 + 3 = 5 + 1$ ”.

Episódio 25 – Equilíbrio na balança
 T01 P: *Vocês conseguiram equilibrar?*
 T02 Rafa: *Não...*
 T03 P: *Por quê?*

- T04 Lia: *Esse daqui está mais pesado* [aponta para o prato com 3 peças verde-claro, equivalentes a 3 (total de 9 peças). Em seguida , Lia tira 2 peças verdes e deixa só 1]
- T05 P: [aponta para o outro prato] *Quanto tem aqui?* [1 peça amarela – equivalente a 5, e uma bege equivalente a 1 (total de 6 peças)]
- T06 Lia: 5...
- T07 P: 5?
- T08 Lia: 6!
- T09 P: 6... 5 + 1 é 6! *Então, quanto tem que ter ali?*
- T10 Rafa: 6!
- T11 Lia: [adiciona 1 das 2 peças verdes que estavam em suas mãos ao prato com 3, totalizando 3 + 3]
- T12 P: *Quanto vale 2 verdes?*
- T13 Lia: 6!
- T14 P: *Ah! Equilibrou! Como vocês podem registrar?*
- T15 Lia: *Aqui foi 3 mais 3...*
- T16 P: *Então, marca aí Maria...*
- T17 Lia: *3 mais 3 é igual a 6...*
- T18 Maria: *Como é que faz o mais?*
- T19 P: *Como que é o sinal do “mais”, gente?*
- T20 Lia: [gesticula o sinal com o dedo] *Um “xizinho” assim, oh. Faz uma perninha e vira aqui...*
- T21 Maria: [registra corretamente o sinal de igual]
- T22 P: *Então, o que vocês falararam mesmo?*
- T23 Lia: *3 + 3 é igual a 1 + 6.*
- T24 P: *Foi isso que vocês fizeram?*
- T25 Rafa: *Não! Igual a 1 + 5* [antes de falar, consulta o cartaz para conferir o valor da peça].
- T26 Maria: [registra na folha “3 + 3 = ...” e fica pensativa]
- T27 P: *Quanto?*
- T28 Lia: 6!
- T29 Maria: [registra na folha o número 6]

Quando solicitei que as crianças falassem sobre o “porquê” do não equilíbrio na balança, elas reiniciaram as tentativas de resolução. Ora, se estava pesado, então, era necessário retirar peças! (T04). Ao questionar sobre quanto havia no segundo prato (T09) e Rafa respondeu 6 (T10), Lia percebeu que, se adicionassem mais uma peça verde e, portanto, chegassem à operação $3 + 3$, conseguiram equilibrar a balança. Nesse ponto, percebo o quanto a problematização provoca a reflexão do grupo e, consequentemente, mobiliza-o para a ação em busca do equilíbrio na balança. Às vezes, as crianças têm dificuldades de focalizar a atenção em busca da resolução de uma tarefa; e em alguns casos, minha intervenção tem muito a contribuir nesse processo.

E como o grupo decidiu registrar a operação? Num primeiro momento, Lia sugeriu “ $3 + 3 = 6$ ” (T17); depois, propôs “ $3 + 3 = 1 + 6$ ” (T23); e, ao serem questionadas, Rafa apontou para “ $3 + 3 = 5 + 1$ ” (T25); e, por fim, registrou “ $3 + 3 = 6$ ”. Não era o registro que a professora queria. Ora, depois de todo esse movimento, por que as crianças registram dessa maneira? Por

que não registraram “ $3 + 3 = 5 + 1$ ”, evidenciando o uso do sinal de igual enquanto equivalência? Será que o fato de registrar (ou não) dessa (ou de outra) forma já era suficiente para afirmar que elas atribuíam o sentido “correto” para o sinal de igual? Será que as crianças pensavam: “Por que preciso me dar ao trabalho de registrar $5 + 1$ se eu já sei que é 6? Você não falou que na Matemática usamos uma linguagem que busca ‘facilitar as coisas’?”

O fato é que eu esperava por uma única resposta, o que as crianças estavam produzindo vinha em segundo plano; o que não deveria acontecer tanto da perspectiva da professora como da pesquisadora. Mas, às vezes, é difícil controlar nossas expectativas; para isso, é imprescindível refletir sobre a prática. Mais que registrar dessa ou de outra maneira, as crianças estavam participando e tendo a oportunidade de estabelecer importantes relações; o trabalho em grupo — a construção coletiva das meninas —, ah, isso sim merece destaque!

“*E como que é o sinal do mais?*” (T18). Percebi que as crianças ainda estavam em processo de apropriação do símbolo.

Episódio 26 – Buscando o equilíbrio da balança

T01 P: *Vamos pensar em outra maneira de equilibrar a balança?*

T02 Lia: *Eu já sei uma, Prô!* [Coloca 2 peças verde-escuro em um dos pratos, obtendo um valor de 6 em cada, totalizando 12 peças]

T03 P: *Quanto têm?*

T04 Lia: *6!*

T05 P: *Tem 6 aqui?* [aponta para um prato]

T06 Lia: [consulta o cartaz] *Tem... 3 + 3!*

T07 P: *Hum, tem 6 + 6!*

T08 Rafa: [coloca 2 peças verde-claro no prato vazio, chegando ao valor de 3 cada e a um total de 6]

T09 Lia: [tira uma peça de verde-escuro, cujo valor era 6, do prato]

T10 Rafa: [tentando colocar 1 peça marrom, cujo valor correspondia a 8, junto de 3 + 3, mas Lia impede]

T11 Lia: [coloca a peça rosa, com valor de 4, resultando em 3 + 3 + 4]

Agora está em equilíbrio? [segura os dois pratos e tenta equilibrar] *Não!*

T12 P: *Qual está mais pesado?*

T13 Lia: *Esse... [3 + 3 + 4]*

T14 P: *Por que está pesado? Quanto tem aqui?*

T15 Lia: [Coloca a peça rosa, equivalente a 4, resultando em 6 + 4] *Agora sim... 6 mais....* [olha para o cartaz] *4!*

T16 P: *Quanto dá 6 + 4?*

T17 Lia: [contagem nos dedos] *10!*

T18 P: *E lá tem quanto?* [aponta para o outro prato]

T19 Rafa: *10!*

T20 Lia: *10 + 10* [risos]

T21 P: *Como que a gente pode registrar isso lá no papel?*

T22 Lia: *Coloca 4 mais 6...*

T23 Maria: *Mais 6?*

T24 Lia: *Isso mesmo! Olha ele aqui* [aponta para o verde-escuro]

T25 Maria: [registra $4 + 6$]

T26 Lia: *Vai, mais....*

T25 Maria: *Mais?*

T26 P: É mais?
 T27 Lia: Não! É igual, $4 + 3 + 3$.

Figura 40 – Buscando o equilíbrio entre $4 + 3 + 3$ e $6 + 4$



Fonte: Acervo da pesquisadora

Lia iniciou sugerindo a operação “ $6 + 6$ ” (T02). Mas logo percebi que estava confundindo o valor das peças (verde-claro, equivalente a 3, com verde-escuro, que correspondia a 6). Ela achava que a peça verde-escuro representava o 3 (T05, T06, T07). Rafa, por sua vez, colocou peças no outro prato, indicando a operação $3 + 3$ (T08). Em seguida, Lia tirou uma peça 6, resultando na equivalência $6 = 3 + 3$ (T09). Para elas, não havia equilíbrio na balança e não tive tempo de problematizar, pois novas tentativas surgiram: $6 = 3 + 3 + 4$ (T11); $6 + 4 = 3 + 3 + 4$; e $6 + 6 = 3 + 3 + 4$... Percebo que as crianças estavam num processo de “experimentação”, de “busca” e “descobertas” diante do equilíbrio da balança e das possíveis operações. Contudo, é justamente esse processo de busca, seguido de minhas intervenções, que possibilitou que as ações das crianças ganhassem, cada vez mais, atenção e intencionalidade. Logo, foi esse movimento que possibilitou o estabelecimento de relações das crianças, visto que, à medida que elas foram desafiadas a pensar sobre o que faziam, a pensar em novas possibilidades, elas tomavam consciência dessas ações.

E como ficou o registro? “ $4 + 6 + 4 + 3 + 3$ ou $4 + 6 = 4 + 3 + 3$ ” (T22, T23, T24, T25, T26, T27). Percebi a atenção de Maria ao identificar a incoerência na fala da colega para representar a equivalência. Não estavam estabelecendo uma relação de adição entre um prato e outro, mas sim uma relação de igualdade; portanto, o sinal não poderia ser o símbolo de *mais*. Aos poucos, as crianças foram se atentando para as ações que realizavam. O grupo seguiu com

a tarefa enquanto fiz intervenções em outros grupos. Ao final, elas apresentaram o seguinte registro (Figura 42):

Figura 41 – Registro das possibilidades de equivalência na balança

The image shows a collection of handwritten mathematical equations on a piece of paper, likely from a child's work. The equations include:
 - Left side: $3+3=6$, $4+6=4+3+3$, $1+1=2$, $5+4+1=9+1$, $3+3+4=10$, $2+2=4$.
 - Right side: $3+3=6$, $3+2=1$, $4+4+5=9$, $1+2=1+1+1$, $3+2+1=3+3$.

Fonte: Acervo da pesquisadora

E qual o sentido atribuído ao sinal de igual dessas operações? Sinal de igual enquanto equivalência, sinal de igual como operador? Penso que não posso afirmar com propriedade uma ou outra possibilidade. Já não tenho mais a necessidade de identificar isso na tarefa, visto que o mais importante foram os movimentos em que pude perceber o envolvimento das crianças, o estabelecimento de relações e o uso que faziam do sinal de igual associado à ação realizada na balança. O registro, por si só, não permite essas percepções.

3.6 (A)bordar-me...: o que os alunos me dizem sobre o que é o “ensinar”

O texto narrativo demanda a riqueza dos detalhes, das minúcias, a emoção e a poética do vivido, e, consequentemente, ocupa um espaço maior no texto de pesquisa; além disso, há que se ter o cuidado na busca por uma escrita leve, convidativa... Entre o dito e o não dito, entre inumeráveis situações, conceitos, movimentos e análises a serem discutidos, há que se fazer escolhas. É preciso selecionar o que é importante dizer e registrar nesse momento. Já caminhando para a finalização de meu bordado, ainda que muito já tenha sido discutido, não poderia deixar de fora nosso processo (ou o início dele) de (re)significação do sinal de igual. Dentre as várias modificações que a pesquisa provocou em minha prática, entendo que as discussões sobre o sinal de igual foram muito significativas para minha autoformação.

Meu “incômodo” começou a partir das discussões dos grupos de pesquisa sobre o Pensamento Relacional — outra abordagem para o desenvolvimento do PA, com o foco na

Aritmética generalizada — e da importância de envolver os alunos na construção de generalizações a partir das relações numéricas e das operações aritméticas e suas propriedades, incluindo ainda a noção de equivalência associada ao sinal de igual (=). Embora acreditasse que tivesse um olhar diferenciado ao privilegiar a construção de estratégias de cálculo pelos alunos, consequentemente, contribuísse para o estabelecimento de relações importantes para as operações e caminhasse na contramão de um ensino que privilegia somente a técnica, nunca havia me dedicado a um trabalho específico voltado ao significado do sinal de igual.

Em minha prática pedagógica, sempre priorizei a ideia do sinal de igual enquanto resultado de uma operação, enquanto um “operador” ou, como aponta Kieran (1981), enquanto um símbolo “para se fazer algo”. Era isso o que eu entendia e, consequentemente, era isso que buscava ensinar a meus alunos. Contudo, meu aprofundamento teórico e as discussões dos grupos foram revelando lacunas no entendimento desse símbolo.

À medida que me aproximava das discussões sobre o PR a partir dos estudos de Kieran (2004), Carpenter, Franke e Levi (2003), Van de Walle (2009) e Mestre (2014), entendia o quanto o PA está conectado à criação das generalizações aritméticas. Também constatava que as generalizações e a compreensão das variáveis e dos simbolismos são desenvolvidas simultaneamente, que esse trabalho deve ter início nas primeiras relações das crianças com conceitos matemáticos — ainda na Educação Infantil — e se estender ao longo do Ensino Fundamental. Ao mesmo passo que os alunos aprendem sobre os diferentes aspectos numéricos e operatórios, inclusive sobre os fatos fundamentais e os significados das operações, ampliam suas capacidades de generalização aritmética.

Ora, a Aritmética assume grande parte do currículo dos anos iniciais. Não só no currículo, mas também nas práticas de ensino, há uma ênfase no ensino de conceitos numéricos e nas relações aritméticas... Logo, o número e o cálculo (ou a técnica) ocupam grande espaço nas aulas de Matemática dos anos iniciais; e, de fato, são temas muito importantes. No entanto, Carpenter, Franke e Levi (2003) apontam que, ainda que a Aritmética seja o tema de maior foco no currículo dos anos iniciais, há que se considerar o modo como ela tem sido ensinada e seu papel na formação matemática das crianças, uma vez que a separação entre a Álgebra e a Aritmética impede que os alunos estabeleçam relações importantes com os conhecimentos matemáticos. Desse modo, há que se pensar em um trabalho com o desenvolvimento do PA ao longo dos anos de escolaridade, no qual se desenvolvam formas de pensamento sobre a Aritmética.

Embora acreditasse que desenvolvia um trabalho diferenciado com meus alunos, oferecendo ferramentas (materiais manipuláveis, estratégias de cálculo mental etc.) que poderiam auxiliá-los na criação de suas próprias estratégias de cálculo; ao sistematizar essas ideias, lançava mão de uma abordagem mais tradicional de ensino e priorizava a operacionalização de um conjunto de números

a partir de técnicas específicas para gerar um único número, para gerar a resposta pretendida. Ou seja, eu iniciava um trabalho diferenciado com as crianças em que elas, ao criarem suas próprias estratégias, tinham a possibilidade de estabelecer importantes relações, mas estas eram desconsideradas quando, ao final, eu priorizava a técnica.

Van de Walle (2009, p. 288) defende que “o sinal de igualdade é um dos símbolos mais importantes na aritmética elementar, na Álgebra e em toda a Matemática ao usar números e operações.” Ao mesmo passo, o autor aponta que o sinal de igual (=) é um símbolo muito mal compreendido, visto que as crianças são envolvidas em tarefas que, em sua maioria, focalizam operações envolvendo adição e subtração num padrão que reforça a ideia de que um lado do sinal de igual — quase sempre o esquerdo — é destinado ao “problema ou a operação” e o outro ao resultado da operação. Sinal de igual como resultado da operação? E não foi isso que pensei minha vida inteira?

Certamente, fui informada em algum momento (ao longo de minha escolaridade), que o sinal de igual significava “é o mesmo que” e que as expressões de cada lado da operação tinham que ter o mesmo valor. Contudo, o que as listas de exercícios, a repetição e a memorização dos fatos básicos das quatro operações me levaram a crer? Será que essas tarefas me possibilitaram perceber ou ampliar minha compreensão acerca das relações numéricas? O que as aulas que priorizavam a técnica, a resposta do problema, as operações, ensinavam sobre as relações numéricas? Ora, se o sinal de igual é o modo principal de representar as relações numéricas (VAN DE WALLE, 2009); se ele é mal compreendido ou, ainda, se poucas são as oportunidades que as crianças têm de estabelecer relações, o que ocorre é um ensino que não privilegia a aprendizagem significativa da Matemática, como defendem Hiebert *et al.* (1997).

Ao recordar minha relação com as “continhas” em minha escolarização, reconheço e entendo a importância que elas têm para meus alunos, visto que elas também tinham importância para mim. Se, por um lado, eu as odiava, não as conseguia entender, por outro, sabia do valor que elas tinham dentro e fora da sala de aula; sabia da importância delas para minha “sobrevivência” às resoluções (públicas) na lousa. Lembro-me da dedicação e da preocupação de minha mãe para conseguir aulas de reforço para que eu pudesse (de uma vez por todas) aprendê-las; eu tinha que aprender! A escola esperava isso de mim; minha família esperava isso de mim; eu esperava isso de mim... Ah, quando aprendi, grande foi a satisfação! Foi libertador!

Ao me tornar leitora de minha narrativa, ao buscar indícios de meus conhecimentos, penso sobre as relações de ensino que se apresentam... Evitar o ensino das “continhas” e, em alguns momentos, não buscar uma aproximação prévia dos conhecimentos que as crianças tinham acerca dos conteúdos está entre os pontos que me chamam a atenção. Embora seja a função da escola o trabalho com os conhecimentos científicos, este não pode ser tratado enquanto uma imposição.

Portanto, não cabia a mim a não legitimização do conhecimento que as crianças tinham acerca do que era aprender Matemática. Partindo dos pressupostos de um ensino dialógico, meu papel enquanto professora era o de valorizar o conhecimento das crianças, e essa valorização não se dá a partir de uma “simples” aceitação ou de um simples “colocar-se” à escuta desses conhecimentos. Até porque a própria condição de “se colocar à escuta de alguém” remete a uma relação não dialógica; “deixar você falar”, “ouvir você falar”, leva a uma ideia de “poder” àquele que concede o direito da fala.

Valorizar os conhecimentos dos alunos é propor um diálogo. E, num contexto de sala de aula, há que se favorecer o diálogo entre os conhecimentos espontâneos e os conhecimentos científicos. Hoje consigo enxergar que o caminho não estava em negar as “continhas” e evitar o ensino delas ou em tentar fugir das situações apontadas pelos alunos. O caminho estava no diálogo, no movimento de discutir as relações que as “continhas” poderiam nos possibilitar; estava no aprofundamento dos conceitos envolvidos nas “continhas”; estava em dar condições para uma atuação crítica dos alunos diante das “continhas”. Será que eles precisariam de uma técnica para descobrirem o resultado de operações que envolviam fatos numéricos? Ou já tinham condições de elaborá-lo por meio do cálculo mental ou de outra estratégia?

Além do mais, a “aversão” às “continhas” era minha, da professora do primeiro ano; o que aconteceria quando os alunos fossem para o segundo ano, com outra professora? Ou, ainda, o que eles fariam diante das “continhas” presentes nas avaliações externas? Para esses questionamentos, retomo as discussões Freire e Shor (2013) sobre a necessidade do ensino de “formas padronizadas”, nas quais me aproximo da ideia da técnica; para os autores, há que se ensinar sua utilização enquanto as criticamos e discutimos suas implicações políticas. Logo, não tenho o direito de não ensinar as formas padronizadas a meus alunos. Mas esse ensino não está relacionado à (re)afirmação de uma prática do ensino tradicional da Matemática; não, há que se ensinar as formas padronizadas para que as crianças sobrevivam, sobretudo, para posicionar-se criticamente diante delas (FREIRE; SHOR, 2013).

Nesse processo reflexivo possibilitado pela leitura de minha narrativa e pelas relações de ensino que se apresentam nela e por meio dela, relembo um conceito importante discutido por Bakhtin (1992): o excedente de visão. Para o autor, somos sujeitos incompletos e em constante mudança, e o “outro” nos possibilita “completude provisória”, uma vez que, nas relações com o outro, sempre verei algo que ele, de seu lugar, não pode ver. Logo, o “eu”, a partir do “outro”, pode retornar a si mesmo e colocar em ação o excedente de visão que o “outro” oferece. Nas próprias palavras de Bakhtin (1992, p. 21),

esse excedente da minha visão, do meu conhecimento, da minha posse — excedente sempre presente em face de qualquer outro indivíduo — é

condicionado pela singularidade e pela insubstitutibilidade do meu lugar no mundo: porque nesse momento e nesse lugar, em que sou o único a estar situado em dado conjunto de circunstâncias, todos os outros estão fora de mim.

Meu constituir-se professora e pesquisadora vai sendo possível por meio do outro. Ao ler minha narrativa, produzo outros sentidos, encontro novas experiências. Aqui, coloco-me como a outra de mim mesma, num movimento de ir e vir envolto pela palavra do outro e por minhas próprias palavras. Contudo, embora meu processo de constituição passe pelo outro ou seja “dependente” do outro,

...a última palavra pertencerá sempre à nossa consciência e não à consciência do outro; quanto à nossa consciência, ela nunca dará a si mesma a ordem de seu próprio acabamento. Na vida, depois de virmos a nós pelos olhos do outro, sempre regressamos a nós mesmos; e o acontecimento último, aquele que parecenos resumir o todo, realiza-se sempre nas categorias de nossa própria vida. (BAKHTIN, 1992, p. 36-37)

Além disso, minha narrativa pedagógica aponta para alguns indícios de meu conhecimento especializado. Primeiramente, focalizo meu olhar para o **conhecimento matemático** (MK). Ao narrar sobre meus questionamentos, minhas inquietações e meus dilemas diante das propostas de trabalho com as “continhas”, sobre os processos envolvendo as relações de ensino e o interesse evidenciado nos discursos e nas ações dos alunos, sobre a valorização da técnica, em detrimento da aprendizagem dos conceitos matemáticos, evidencio a importância de um trabalho que priorize, de fato, as construções dialógicas acerca do senso numérico, das sentenças e das operações matemáticas — a aproximação com essas estruturas vai muito além da aprendizagem e de uma aplicação técnica. Além disso, a narrativa aponta indícios do reconhecimento da complexidade envolvendo os aspectos conceituais do zero (número/algarismo), bem como a necessidade de um trabalho intencional priorizando a elaboração conceitual dos alunos. Com isso, minha narrativa mostra sinais das concepções que tenho sobre aquilo que vou ensinar a meus alunos (KoT).

Ao tentar me aproximar das relações estabelecidas pelos alunos por meio da análise do registro escrito, envolvo-me na busca de, para além do que os estudantes pensaram, outras possibilidades, como vemos neste excerto da narrativa pedagógica 3:

Percebo que, para a equivalência “ $1 + 1 + 1 = 2 + 1$ ”, em que tinham que pensar em uma segunda sentença de apenas duas parcelas, os alunos agruparam duas parcelas e repetiram a última em “ $2 + 1$ ”. E, o que teria

acontecido na equivalência de $5 + 5 + 5$ com $8 + 6 + 1$? Infelizmente, perdi a oportunidade de pedir para que falassem sobre o que produziram. Contudo, isso me mobiliza: “Que outras relações poderíamos estabelecer? O que as primeiras parcelas tinham em comum? Qual era a diferença entre elas? 5 é 3 a menos que 8; e 8 é 3 a mais que 5!” [...].

Ou seja, com (e por meio dos) os alunos, mobilizo-me a pensar nas relações numéricas; estava envolvida com a exploração; estava, junto com eles, no curso do desenvolvimento do PR. Aqui, para além do conhecimento dos temas (KoT), há uma (re)aproximação com o objeto de ensino, uma (re)descoberta, como apontaram os estudos de Freire e Shor (2013).

No que diz respeito ao **conhecimento pedagógico do conteúdo** (PCK), minha narrativa aponta indícios da utilização de ferramentas importantes enquanto suportes de aprendizagem do conteúdo pelos alunos (KMT). Cito alguns exemplos: material Cuisenaire, registros, balança, oralidade, entre outros.

O trabalho a partir do material Cuisenaire aponta indícios do estabelecimento de relações importantes, transitando em diferentes áreas da Matemática (Geometria, Álgebra, Grandezas e Medidas, Números e Operações). Meu texto narrativo aponta algumas possibilidades e limitações desse trabalho. Revela também um conhecimento acerca de como envolver os alunos na utilização adequada do material de acordo com a proposta, visto que, como dito neste trecho da narrativa pedagógica 3:

[...] o Cuisenaire, por si só, não apresenta a ideia de medida e não estabelece “de modo espontâneo” a relação com o número/medida; essas e outras (possíveis) relações vão sendo construídas a partir das propostas em que vou envolvendo as crianças. E, para o (futuro) trabalho com tarefas envolvendo o sinal de igual, era importante que as crianças estabelecessem as relações numéricas e associassem adequadamente as barras e suas cores à numeração seguindo sua “medida” [...].

Logo, este trabalho envolve toda uma intencionalidade pedagógica por parte do professor, o reconhecimento das necessidades dos alunos e a valorização de suas capacidades de imaginação e criação.

A linguagem matemática pode e deve ser explorada a partir de diferentes meios: oral, escrito, pictórico, gestual, como apontam os estudos de Nacarato (2013). Minha narrativa tem indícios da potencialidade dos registros na comunicação de ideias, na elaboração e validação de hipóteses, na percepção de regularidades e no estabelecimento de relações matemáticas importantes. Isso pode ser visto no registro a partir do material: “[...] para o registro do ‘Muro do 6’, deixei que as crianças, por elas mesmas, pintassem as ‘peças’ para a composição do ‘muro’. [...] Elas estavam com o

material em mãos, e isso facilitava a consulta [...].” (excerto da narrativa pedagógica 3). Ou, ainda, pode ser notado no registro escrito, produzido individualmente ou em duplas, e nas produções coletivas das quais eu era a escribe; para estes, minha produção, de acordo com este trecho da narrativa 3, sinaliza que:

[...] o registro escrito (ainda que na lousa) auxilia as crianças a comunicar e a argumentar suas ideias, revelando o curso do processo de elaboração conceitual. [...] Não só nessa tarefa, mas, ao longo de toda a pesquisa, percebo que “ir até a lousa”, apoiar-se no texto de discussão [...] tem grande representatividade para a argumentação das crianças, para a elaboração de suas justificativas, para a comunicação de suas ideias, logo, para a elaboração conceitual [...].

Além disso, em minha narrativa pedagógica, é possível identificar outros meios que podem ser tomados pelas crianças enquanto registro de suas ideias, de suas hipóteses e de suas estratégias: a oralidade; o uso de ferramentas, como a balança; os gestos corporais; entre outras manifestações que possibilitam a circulação do fazer matemático.

Minha análise, ou seja, minha tentativa de me aproximar das relações estabelecidas pelas crianças em suas produções, apontam indícios de meu conhecimento acerca das características da aprendizagem da matemática (KFLM). Isso pode ser notado neste excerto da narrativa pedagógica 3:

[...] a percepção das crianças veio a partir de um olhar atento em busca de relações. Entendo que esse “ver” é uma construção resultante do envolvimento das crianças na realização das tarefas, da troca com os pares, das problematização, do interesse (que tem motivações distintas), entre outros aspectos que desenvolvem esse olhar de análise, de busca, de estabelecimento de relações, do “fazer” matemática, do pensar matematicamente. Além disso, reconheço o papel da percepção de regularidades que desenvolvíamos; por meio desse trabalho, as crianças ampliavam suas percepções e realizavam análises cuidadosas em busca de regularidades [...].

Minha narrativa revela, ainda, meu movimento de pensar sobre minha aula, sobre minhas intervenções, sobre as possibilidades de fazer diferente, de melhorar:

[...] ao analisar o diálogo, percebo que, a partir de meu questionamento, as crianças fizeram o levantamento dos “sinais” que eram conhecidos por elas. E quais os sinais que conhecemos? Fico pensando sobre o que aconteceria se, antes, tivesse perguntado às crianças o que é um sinal. Quais os sentidos atribuídos por elas ao termo? Mas não foi assim que começamos nosso diálogo!

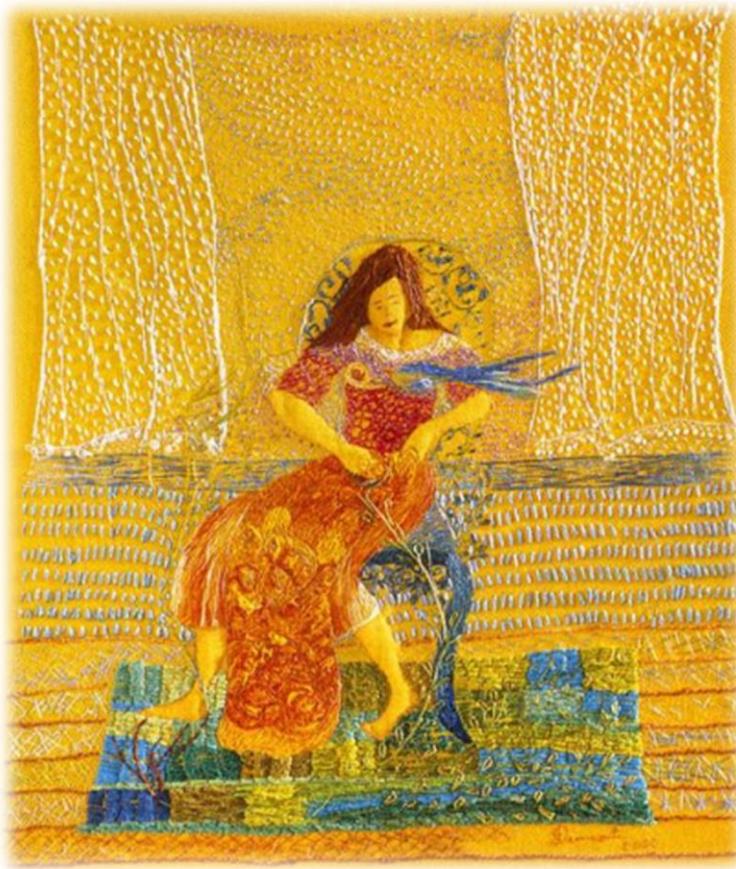
De fato, as crianças têm muito a dizer sobre o que sabem (e olha que de sinais elas entendiam, e muito!). Embora estivesse atenta aos diálogos, ao modo de produção coletiva, à circulação de ideias, eu não tinha a condição de perceber todas as relações ou de antecipar todas as relações que as crianças poderiam estabelecer; eu, como qualquer professora, não tenho a capacidade de “acertar” sempre, de sempre fazer bons encaminhamentos, de sempre aproveitar todas as possibilidades de discussão que se apresentam na dinâmica relação de ensino. Não! Contudo, o processo reflexivo na/da própria prática permite retomadas, (re)significações, (re)conhecimentos. É isso que revela minha narrativa pedagógica!

Assim, ao narrar, refletir e narrar novamente, vou me envolvendo com a constituição de minha identidade pessoal e profissional. Refletir sobre minha prática, reconhecer minhas limitações, pensar sobre os alunos que marcaram minha trajetória e que, possivelmente, também carregam marcas deixadas por nossa relação de ensino, além de sentir minhas angústias ao relembrar minhas aulas antigas; todo esse processo reflexivo, revela meu compromisso político, minha responsabilidade enquanto educadora. Mostra que “[...] meu compromisso deve ser a busca pelo conhecimento, pela reflexão na/da prática, por meu crescimento e, consequentemente, pela aprendizagem e pelo desenvolvimento de meus alunos [...].” (excerto da narrativa pedagógica 3).

Ser professora pressupõe um posicionamento político. Ser professora é saber que me educarei em minha atuação. Parafraseando Freire e Shor (2013), a professora não é o ponto final do desenvolvimento que os alunos devem alcançar. Os alunos não são uma frota de barcos tentando alcançar a professora que já terminou e espera na praia. A professora também é um dos barcos da frota. Mas é claro que há muita responsabilidade para a professora sobre os barcos; ela deve estar, não como dona, muito presente, liderando a transformação.

4 ARREMATANDO (ALGUNS) PONTOS: UMA BREVE PAUSA

Figura 42 – Moça Bordadeira



Fonte: Matizes Dumont (2020h)

A maioria das bordadeiras guardam suas recordações dos pontos aprendidos registrados num paninho especial: o pano de amostra! Nele, são registrados os primeiros pontos, os primeiros avessos... (uma maneira de registrar o próprio processo, a própria história).

O grupo *Matizes Dumont* (2018c), visando a ensinar a importância desse registro, ajuda e incentiva as bordadeiras iniciantes a fazerem seus próprios panos de amostra com bordados listando os passos necessários para a confecção desse pano especial:

- Ter boas lembranças de infância guardadas, ter o desejo de registrá-las e, sobretudo, vontade de contar um pedacinho da sua história de vida;
- Escolher um tecido especial, linho ou cambraia de linho, numa cor firme, pérola ou branca. Ao eleger o tecido pense nele como algo que vai integrar a sua criação e que complemente o sentido que você quer dar ao seu bordado;
- Selecionar desenhos de símbolos e objetos que representem sua história. Os motivos ou riscos serão o ponto de partida para ariscar-se no bordado. Esse é um bonito desafio! Um motivo ou movimento para descobrir, reinventar e criar algo novo;

- As linhas são escolhas do coração que vão ser importantes para que os seus motivos idealizados possam ter brilho, intensidade, cor, movimento, tonalidade firme e texturas. Elas devem estar em sintonia, em equilíbrio, e assim como o tecido devem ser macias e permitir a agulha passar com suavidade;
- Em referência aos pontos do pano de amostra devem ser baseados no bordado clássico, com diferentes origens, e hoje reinventados, com outro ritmo: ponto atrás ou haste, ponto matiz, ponto rococó, ponto areia, ponto folha, escama de peixe, palestrina, ponto caseado, ponto corrente, ponto cheio, ponto folha, nó francês ou carocinho, alinhavos, pespontos dentre outros fáceis de achar nos livros que ensinam a bordar ou pela internet nas tutorias do bordado;
- Nessa bordação espontânea novos pontos vão surgindo e recebendo o nome da bordadeira que o borda, inventa e reinventa. Pontos que cada uma de nós borda no seu tecido vida: ponto de ontem, ponto ainda, ponto adiante, ponto enigmático (que você nem sabe como ele surgiu), ponto de descobertas, ponto de cuia, ponto solto, ponto livre, ponto cura, pontos de Ser. Não há ponto errado ou certo. Há o ponto belo e o não tão belo. Esse último, deve ser refeito, claro, se você quiser;
- O que fazer com o avesso? Retire essa preocupação. O avesso é tão bonito como o direito. Basta você lembrar das suas próprias experiência na vida;
- Sobre luz e sombra, claro e escuro você deve levar em conta com os quais elementos você quer brincar no seu bordado. Costumo olhar muito para a natureza, e como diz Ângela Dumont, ela é a “grande professora nossa”;
- Atenção: o pano de amostra não fica pronto nunca, pois a cada momento, temos um ponto e ou um pesponto novo a acrescentar...

Ah, que lindo! Como uma bordadeira pode deixar sua história se perder?! Acrescentaria a necessidade desse pano de amostra — que a princípio é uma amostra de “si para si mesmo” — ser entregue ao outro para que este faça sua leitura, ou melhor, para que faça uma nova leitura. Afinal, quem sou eu? Eu sou um emaranhado de linhas, de vozes dos outros...Vou me constituindo na relação com o outro. Então, penso que ao entregar meu pano de amostra para a leitura do outro, tenho a oportunidade de ampliar essa amostra, ampliar minha leitura (por meio da leitura do outro) e a do outro (por meio de minha leitura). Ah, essa construção me soa tão poética! Acho que meu pano de amostra está pronto — aliás, um pano de amostra nunca fica pronto — devo dizer que há muitos pontos e pespontos¹¹² para acrescentar...

¹¹² Tipo de ponto de costura em que a agulha entra no tecido um pouco atrás do lugar em que saiu; ponto-atrás; acabamento externo de costura com pontos mais largos, feitos à mão ou à máquina, com linha da mesma cor do tecido ou não.

4.1 Algumas laçadas em meu pano de amostra

Querido leitor, querida leitora,

Primeiramente, preciso contextualizar meu trabalho no tempo e no espaço em que ele foi escrito, sobretudo, quando ele foi finalizado — não que tenham se esgotado as possibilidades de escrita, mas, em algum momento, era preciso dar uma pausa, desapegar de meus escritos e torná-los públicos. Finalizo meu bordado, este, que foi tecido pelas mãos de uma ex-aluna da escola pública, pedagoga (que outrora foi bolsista do Prouni), professora da Educação Básica, docente de escola pública, bolsista da Capes, que busca se aproximar do campo de investigação da Educação Matemática, que investiga a própria prática por meio da Pesquisa Narrativa, ou seja, uma professora-pesquisadora que aspira resistência vivendo em meio a um distópico cenário reformista (imposto pelo governo vigente). Para Paula e Cyrino (2020, p. 31), a investigação (que, em meu caso, configura-se na/da própria prática) nesse cenário se constitui como uma insubordinação criativa¹¹³, em suas próprias palavras,

[...] um exercício consciente de enfrentamento, oriundo de um sentido de agência profissional e alteridade frente às situações sócio-política-cultural tóxicas, pois precisamos ficar atentos a um aspecto ainda mais nocivo que é a falta de liberdade que pode ser imposta a prática profissional [...].

Tantos eram os dilemas, as tensões, os enfrentamentos, as expectativas, as ambiguidades, as incertezas, as complexidades, as pressões e as demandas institucionais e sociais que rodeavam meu fazer pedagógico e investigativo que, em muitos momentos, foi necessário um olhar resistente e resiliente diante do cenário que se configurava. Em alguns momentos, pareceu-me quase impossível manter o sonho vivo. Contudo, concordo com Freire (2019, p. 58) quando afirma que

estar no mundo sem fazer história, sem por ela ser feito, sem fazer cultura, sem “tratar” sua própria presença no mundo, sem sonhar, sem cantar, sem música, sem pintar, sem cuidar da terra, das águas, sem usar as mãos, sem esculpir, sem filosofar, sem pontos de vista sobre o mundo, sem fazer ciência, ou teologia, sem assombro em face do mistérios, sem aprender, sem ensinar, sem ideias de formação, sem politizar não é possível.

¹¹³ D’Ambrosio e Lopes (2015) discutem, no campo da Educação Matemática, o conceito de insubordinação criativa como a possibilidade de redimensionar as práticas dos educadores matemáticos. Elas partem da premissa de que “atrever-se a criar e ousar na ação docente [é] decorrente do desejo de promover uma aprendizagem na qual os estudantes atribuam significados ao conhecimento matemático.” (D’AMBROSIO; LOPES, 2015, p. 2).

Porém, o que já era um cenário difícil, incerto e desesperador, tornou-se um verdadeiro caos, quando, a partir de março de 2020, nosso país (e o mundo todo) viu-se tomado pela pandemia da *Covid-19 (Coronavirus Disease 2019)*. Eu, que durante minhas aulas de História sempre me imaginei (e desejei) viver em épocas com grandes impactos sociais, vejo-me em pleno caos social. Milhares de vidas (diárias) perdidas; a imposição do isolamento social; a “desgovernabilidade” do país diante da catástrofe. O vírus não faz distinção de cor, ideologia, situação econômica ou religião! Não faz? Então, explica-me como é possível dizer para um morador de rua: “Fique em casa!”. Ou diga-me como afirmar “Evitem a aglomeração social!” para as famílias que vivem em um cômodo (apertado) com 5, 6, 7 ou até mais integrantes? É, vivemos em um momento em que as desigualdades sociais se mostram (ainda mais) e se intensificam em nossa sociedade.

Em meio a esse drama mundial, de consequências econômicas, sociais e culturais ainda imprevisíveis, estava eu finalizando meu texto, falando sobre as relações, a interação, a circulação de ideias, a escola... Inclusive, a escola e o professor nunca foram tão importantes na vida das pessoas; a importância da escola nunca foi tão percebida como agora... Em meio à angústia e à ansiedade, encontro alento na ficção, na narrativa. Aproximo-me da obra de Giovanni Boccaccio (2014) *Decameron*, escrita em 1349 — época do auge da proliferação da Peste Negra¹¹⁴ —, nela, o autor parte da estrutura de uma “narrativa moldura”¹¹⁵ e conta a história de 10 jovens que, em meio ao caos imposto pelo surto da Peste Negra — a morte de familiares e pessoas próximas, o tumulto instaurado na sociedade, o perigo da contaminação e da morte —, resolvem fugir para um lugar seguro. Os jovens decidem que, durante os dias de refúgio, contariam histórias uns aos outros como um meio de divertimento. Portanto, o livro apresenta as histórias narradas pelos jovens durante os 10 dias de refúgio, o que contabiliza um total de 100 contos. Nelas, há uma (re)reconstrução de um mundo ideal; o mundo que eles gostariam de viver. Boccaccio (2014) propõe a (re)criação do mundo pelas narrativas! Ele aponta a narrativa como um modo de resistência, de sobrevivência, como um modo de fugir da morte.

De certa forma, isso também aparece na obra *Mil e uma noites*, em que Sherazade, para conseguir postergar a própria morte, conta uma história por noite. Ela encontra alento na

¹¹⁴ Também conhecida como Peste Bubônica, Grande Peste, Peste ou Praga, é uma doença causada pelo bacilo *Yersinia pestis*, que desencadeou uma pandemia na segunda metade do século XIV, na Europa, matando um terço da população desse continente.

¹¹⁵ Obras que partem de uma narrativa principal e, dentro dela, existem outras narrativas.

narrativa. E, dessa forma, também me encontrei. Encontrei, na escrita narrativa, a coragem, a esperança e a resistência para continuar meu texto, minha história, para continuar viva.

Desde que ingressei no Doutorado, passei a fazer parte do Hifopem. Cheguei ao grupo com a ideia de realizar a pesquisa em minha própria sala de aula. Desde o princípio, meu interesse era pesquisar sobre o desenvolvimento do PA. Portanto, buscava a pesquisa da própria prática, que logo se configurou como pesquisa na/da própria prática, visto que ela aconteceu no próprio movimento de minha aula (na), mas também na reflexão sobre o que acontece em minha aula (da). Com o aprofundamento teórico possibilitado pelo grupo, aproximo-me da PN e percebo que ela tem o foco na experiência vivida, ou seja, na vida e no modo como ela é vivida. Logo, a PN foi um caminho para o entendimento de minha experiência. Tornei-me parte da experiência que estava estudando. Por isso, a experiência narrativa do pesquisador é sempre dual: ao mesmo passo que ele vive a experiência, ele é parte dela.

A partir da análise narrativa de minha própria prática, não só me aproximei dos processos relacionados ao desenvolvimento do PA de meus alunos, mas também me acerquei de minha autoformação. No decorrer da pesquisa e da experiência, a partir da interação com o outro (teóricos, orientadora, colegas, banca examinadora), fui modificando meu foco de pesquisa. Essas experiências foram fundamentais para que eu tivesse condições de escrever este texto. Confesso que não foi uma tarefa fácil. O texto pressupõe o registro da experiência, do vivido. Logo, é preciso que o pesquisador se atente aos detalhes, às minúcias. E se eu escrevo sobre aquilo que vivi, envolvo-me em sentimento, em poética, envolvo-me com meu estilo próprio de narrar — eis a resistência na PN: aquele que narra a experiência tem seu estilo próprio de comunicá-la, de dar vida ao texto; por isso, o texto da PN nem sempre atende a um padrão tradicional de escrita acadêmica.

Reconheço a narrativa como um dispositivo de (auto)formação¹¹⁶ docente. Hoje, não consigo pensar em outra maneira para escrever e aprender sobre minha experiência como uma professora que busca desenvolver o PA de seus alunos e aprender com eles que não seja pela PN. A pesquisa, eu, meus alunos e todos os outros envolvidos em nosso processo, constituíram-se narrativamente. E, você, querido leitor, querida leitora, também está inserido nesse processo, pois tento, por meio de minha intencionalidade, entrelaçar-lhe às linhas, às cores, aos pontos e às formas de meu bordado. Espero que, a partir de minha história, vivida e narrada neste texto de pesquisa, eu possa contribuir de algum modo com a tomada de consciência de sua própria história de vida e de formação.

¹¹⁶ Utilizo esse formato de escrita, pois ela pode vir a ser ou não um dispositivo que favoreça a autoformação do sujeito ou que contribua para a formação desse sujeito.

Não posso deixar de destacar a importância de minhas experiências adquiridas com o Estágio Docente. Foram três semestres acompanhando os processos de formação de futuros professores. Na busca pela interação entre a teoria e a prática, tive a oportunidade de compartilhar minhas experiências de sala de sala de aula, as produções videogravadas de meus alunos, seus registros escritos, minhas narrativas que apresentavam possibilidades de trabalho, limitações e angústias de uma professora que, apesar de ter concluído o mesmo curso, na mesma universidade, há 10 anos, ainda estava no processo de (auto)formação docente — este que não pode (ou não deveria) ter fim na vida do professor. Foram inúmeras as vezes em que escrevi minha narrativa pensando nos alunos daquela turma, pensando nos professores que ensinariam (e ainda nos que já ensinam) Matemática.

Ao dar meu texto a ler, não tenho a intenção de que os resultados de minha pesquisa sejam tomados como um modelo a ser seguido. Não! Minha experiência é narrada e compartilhada enquanto uma possibilidade, um caminho possível que pode contribuir para novas reflexões. Além disso, é importante reafirmar o contexto de minha narrativa: uma sala de aula do primeiro ano do Ensino Fundamental — marcada social, cultural e historicamente, situada no tempo e no espaço, constituída por toda a singularidade que se pressupõe a ela. Portanto, narro as histórias que (singularmente) vivemos, eu, meus alunos e os outros que se fizeram presentes.

Para este bordado, busquei apresentar um pouco de quem eu sou, de minha história (as pessoas, as situações e as condições que me fizeram chegar a minhas escolhas de hoje); procurei apresentar rapidamente o modo como (e quais) tarefas foram pensadas e desenvolvidas com os alunos para que você, querido leitor, querida leitora, tivesse condições de se aproximar de meu processo e de realizar (novas) interpretações. Contudo, como muitas foram as tarefas, as horas de videografiação, os registros escritos, as informações em meu texto de campo, precisei fazer escolhas; e o próprio movimento de minhas escolhas já se constituía minha (trans)formação — movimento da professora, da pesquisadora e da pessoa que lhes escreve neste instante. Pensar sobre o que e como escrever para você, que me lê, era lhe incluir em meu processo, ao mesmo passo que já era meu processo reflexivo diante das tarefas, dos alunos, do desenvolvimento (o meu e o de meus alunos) do PA; já era meu processo de autoformação.

A busca por indícios me colocava no movimento reflexivo acerca do que se passava comigo e com os outros a partir de minhas escolhas. Percebo que, a cada nova leitura de meu texto de pesquisa, (trans)formo-me e, ao fazê-lo, enxergo outros (muitos) detalhes importantes. Por isso, entendo que as análises dos episódios e de minhas narrativas serão adensadas enquanto me houver possibilidades de retomada do meu texto. Nossos textos (o meu, o seu, o nosso)

nunca acabarão, visto que, sempre, teremos um fio de meada para puxar. Que bom! Essa é uma prova incontestável de que estamos vivos e “vivendo”, formando-nos e transformando-nos.

Minha investigação sinaliza o quanto os alunos, desde o início da escolarização, são capazes de fazer generalizações por meio da linguagem materna. Isso corrobora as pesquisas tomadas como referência para este trabalho (CYRINO; OLIVEIRA, 2011; MASON, 2007; RADFORD, 2012, 2013, 2014). Por isso, posso afirmar que, ao longo das narrativas e de seus episódios, vários foram os indícios apontados pelas crianças de um PA em desenvolvimento.

No entanto, há que se considerar algumas características de minha aula. Há uma *intencionalidade pedagógica*, com objetivos explícitos para a tarefa proposta; a tarefa é cuidadosamente selecionada, inserida numa *sequência* mais ampla, que permitiu um movimento de *iconicidade* (RADFORD, 2008), visto que os alunos conseguiam levar para a discussão elementos conceituais já apropriados em tarefas anteriores. As tarefas são *problematizadoras* (HIEBERT *et al.*, 1997), possibilitando que os discursos matemáticos fossem produzidos. As *interações* entre os alunos e a *intervenção da professora* oportunizaram a circulação de ideias matemáticas e a generalização da sequência recursiva. Foram utilizadas *múltiplas linguagens* (oral, escrita, gestual). Lancei mão de importantes *ferramentas para representação*: a tabela, que favoreceu a percepção de regularidades na sequência e sua lei de formação; os registros escritos; e os materiais manipulativos. Criamos uma *cultura social de sala de aula* (HIEBERT *et al.*, 1997), pautada na problematização, na qual os alunos foram protagonistas do próprio processo de aprendizagem. Esses configuraram-se os elementos contributivos do desenvolvimento do PA de alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental.

Além disso, minha *apropriação dos conceitos-chave* da Perspectiva Histórico-Cultural, tanto para a organização da cultura de sala de aula quanto para a própria análise das narrativas pedagógicas, apresenta-se como fundamental para os resultados da investigação. Consciente de conceitos como desenvolvimento, aprendizagem, mediação, interação, papel do outro e da palavra, elaboração conceitual e linguagem, fui orquestrando a sala de aula, permitindo que os alunos expressassem seus pontos de vista, argumentassem. Logo, os alunos estavam inseridos numa autêntica atividade matemática!

Além disso, as narrativas apontam indícios de minha apropriação do *conhecimento matemático* (MK) e do *conhecimento pedagógico do conteúdo* (MTK), além de indicarem possibilidades de desenvolvimento desse conhecimento especializado. Os dilemas, os desafios e as limitações que se fazem presentes nas narrativas, para além de mostrar, acusar ou denunciar as lacunas do conhecimento professor, sobretudo, do pedagogo, revelam possibilidades de desenvolvimento profissional, ou seja, caminhos possíveis de desenvolvimento profissional.

Esses trajetos incluem: a *parceria* estabelecida com os grupos de pesquisa (que, em meu caso, deu-se por meio do Obeduc, do Grucomat e do Hifopem); a *reflexão* possibilitada pela escrita e (re)escrita narrativa; e o *aprofundamento teórico*. Eles iluminam *caminhos possíveis e promissores para a superação das lacunas* entre o conhecimento especializado do professor para o ensino da Matemática e os saberes resultantes de sua prática pedagógica.

Minha investigação não modificou só o que eu sabia, mas também quem eu era antes dela. E aqui reconheço a constituição de minha *identidade profissional*. Aprendi a me posicionar politicamente diante de minha profissão, diante de meus alunos, de meu processo formativo e de toda a alteridade que o envolve. Hoje, sei que as relações que se estabelecem com o outro afetam a constituição da identidade pessoal, profissional, ou, como apontam Holland *et al.* (1998), “as identidades”. Esse movimento é revelado em minhas narrativas pedagógicas e no “além mais” (FRAUENDORF *et al.*, 2016) que elas me possibilitaram, nas narrativas das narrativas. Em meu texto narrativo o outro está, a todo momento, colocando-se enquanto excedente de visão (BAKHTIN, 1992), possibilitando-me ver, o que sozinha não teria condições de enxergar. Num movimento de “refletir e refratar”, vou me constituindo a partir do outro.

Com essa aproximação, tenho a possibilidade de me (trans)formar no que eu quiser, num processo de (re)fazer-me, (re)inventar-me, (re)criar-me. Isso me possibilita olhar para o outro e buscar significações para o que o constitui e, assim, acercar-me de sua história, de seu processo. Hoje, não consigo perceber as coisas como antes, pois tento considerar “narrativamente” as pessoas que me cercam. Acredito que me tornei mais sensível e humana do que era antes. Mas reconheço que este nem sempre é um exercício fácil e que, em muitos momentos, ainda não me posicionei adequadamente; contudo, reconheço a importância e a necessidade de um agir empático diante do outro que se apresenta para mim. Além disso, minhas narrativas possibilitam aquele “algo a mais”, permitem o “dar a ler” para que o outro também seja envolvido nesse processo de “(re)fazer-se, (re)inventar-se, (re)criar-se” a partir de uma história que não é dele, mas que, pela identificação ou pela reflexão, pode também pertencer a ele. Minhas narrativas possibilitam o (eu) para mim, o (eu) para o outro, o (eu) com o outro, num movimento dialético de (auto)formação (BAKHTIN, 1992).

Minha pesquisa contribui com o campo de discussão da *pesquisa na/da própria prática*, uma pesquisa que enfatiza o papel do professor enquanto protagonista da autoformação. Trata-se do protagonismo da pesquisa na/para a sala de aula, em que as condições são favoráveis para a tomada de consciência da própria prática, para a reflexão sobre ela e para a transformação dela no decorrer do processo narrativo. Ao longo de meu texto, revelo a assunção da

investigação como postura. Esse conceito foi desenvolvido por Cochran-Smith e Lytle (2009, p. 123, tradução minha):

[a] investigação como postura é fundamentada nos problemas e nos contextos da prática, em primeiro lugar, e nas formas com que os professores em exercício teorizam colaborativamente, estudam e agem sobre esses problemas para atender aos melhores interesses da aprendizagem e para oferecer melhores oportunidades de vida aos estudantes e a suas comunidades.¹¹⁷

As autoras argumentam que os professores “estão profundamente engajados no trabalho de ensino e aprendizagem, sabem algo sobre esse trabalho [...], são capazes de gerar e criticar o conhecimento, descobrir como usar (ou não) o saber gerado por outros, melhorar a prática e intensificar as oportunidades na vida dos estudantes.”¹¹⁸ (COCHRAN-SMITH; LYITLE, 2009, p. 125, tradução minha). Essa é uma característica de minha identidade profissional, pois, desde minha Graduação, participo ativamente de grupos de estudos e pesquisas, envolvida na investigação da própria prática. Ao assumir-me como professora-pesquisadora da própria prática, possibilito o desenvolvimento de meus alunos. Assim, eles, com apenas 6 anos, iniciando a alfabetização, conseguem ter argumentos matemáticos e apontar indícios de generalizações algébricas.

Para finalizar, destaco que minha aproximação com as linhas e as agulhas começou cedo, quando ainda era uma criança. Sempre participei do interesse de minha irmã pelo bordado. Acostumei-me a vê-la entre linhas, agulhas, pontos de ponto-cruz e muita paciência. Sempre muito agitada, inquieta e desastrada..., confesso que nunca levei muito jeito para esses trabalhos manuais. Mas minha irmã era (e ainda é) uma referência importante para mim; e, ainda que “detestando” meus “avessos”, nunca me contentando com a irregularidade de meus pontos e os modos grosseiros com os quais realizava meus acabamentos, persistia na tarefa de bordar!

Quantas foram as vezes que tive que desmanchar carreiras para refazer um ponto errado. Aquilo era demais para minha meninice arteira e agitada; o toque suave, o cuidado e a delicadeza eram tremendos desafios para mim. No entanto, era algo importante de ser experienciado por mim, pois ali eu aprendi que posso (re)fazer ou ainda (re)começar meu bordado a qualquer momento, que posso modificar o que não gosto ou o que antes agradava e

¹¹⁷ “inquiry as stance is grounded in the problems and contexts of practice in the first plane and in the ways practitioners collaboratively theorize, study, and act on those problems in the best interests of the learning and life chances of students and their communities.”

¹¹⁸ “are deeply engaged in the work of teaching and learning know something about that work and, collectively with one another and with others [...] have the capacity to generate and critique knowledge, figure out how to use (or not use) knowledge generated by others, improve practice, and enhance students’ life chances.”

hoje não agrada mais. Às vezes, desmanchar é melhor que continuar tecendo com pontos errados. Recordo-me da narrativa *A moça tecelã*, de Marina Colasanti (2004), que, numa história de amor, entrega e desencanto, apresenta a possibilidade de tecer um recomeço, com a luz da manhã.

A partir de agora, terei a oportunidade de novos (re)começos. De voltar nos pontos, nas (muitas) narrativas que ficaram de fora deste texto e iniciar (novos) bordados. Além disso, a partir de agora, tenho o compromisso de levar meu texto a você, querido leitor, querida leitora, que tanto imaginei, com quem tanto me preocupei; a você que, assim como eu, vem do chão da escola pública; a você que acredita na escola pública, investe seu tempo, seu sonho, sua esperança na escola pública; a você que passou por dificuldades durante as experiências com a Matemática, que acredita ou (não) na possibilidade de um ensino significativo. A partir de agora, minha responsabilidade política ganha (novos) contornos.

Por isso, querido leitor, querida leitora, entrego-lhe a ler meu bordado. Esse que foi feito à mão (com habilidade manual, com minha letra, minha assinatura); e o que é feito à mão é irregular (acho que hoje eu entendo um pouco mais sobre a beleza do irregular).

REFERÊNCIAS

Para contar as histórias deste “pano de amostra”, escolhi alguns fios, algumas histórias, e costurei um bordado. As cores se misturaram, os fios se encontraram, ou seja, nossas histórias se entrelaçaram. Assim, vamos “ser no mundo” por meio dos fios que se entrecruzam e das cores que se misturam e dão vida a outras cores, a outras histórias..., num ciclo de vida sem fim. Deixo aqui o registro das histórias que visitei (e que também me visitaram).

Figura 43 – Encantamentos



Fonte: Matizes Dumont (2020e)

ALMEIDA, Ana Virginia de; CREMILZZA, Luna; SOUZA, Carla Carneiro Ferreira. Discussões sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 25, n. 4, p. 817-835, 2013.

ASSIS, Machado de. Menina e a moça. In: _____. **Obra Completa**. Rio de Janeiro: Nova Aguilar, 1994.

ASSIS, Orly Zucatto Mantovani; ASSIS, Múcio Camargo. **PROEPRE**: prática pedagógica. 3. ed. Campinas: FE/Unicamp, 2004.

BAGNE, Juliana. **A elaboração conceitual em matemática por alunos do 2º ano do ensino fundamental**: movimento possibilitado por práticas interativas em sala de aula. 2012. 205 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2012.

BAKHTIN, Mikhail. **Estética da criação verbal**. Tradução: Ermantine Galvão. São Paulo: Martins Fontes, 1992.

_____. **Marxismo e filosofia da linguagem**. Problemas fundamentais do método sociológico na ciência da linguagem. 4. ed. Tradução: Michel Lahud e Yara Frateschi Vieira. São Paulo: Hucitec, 1988.

_____. **Para uma filosofia do ato responsável**. Tradução: Valdemir Miotello e Carlos Alberto Faraco. São Carlos: Pedro & João Editores, 2010.

_____. **Problemas da poética de Dostoiévski**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1981.

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, [S. l.], v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BECK, Vinicius Carvalho. **Os problemas aditivos e o pensamento algébrico no ciclo de alfabetização**. 2015. 74 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2015.

BECK, Vinicius Carvalho; SILVA, João Alberto. Invariantes operatórios de equilíbrio algébrico presentes nas estratégias de estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro, v. 33, n. 65, p. 1424-1443, dez. 2019.

_____. O Estado da Arte das pesquisas sobre o pensamento algébrico com crianças. **Revemat**, Florianópolis, v. 10, n. 2, p. 197-208, 2015.

BITENCOURT, Daiane Venâncio. **Early álgebra na perspectiva do livro didático**. 2018. 125 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2018.

BLANTON, Maria L.; KAPUT, James J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 36, n. 5, p. 412-443, 2005.

BOCCACCIO, Giovanni. **Decameron**. Tradução: Rose Benedetti. São Paulo: L&PM, 2014.

- BOLÍVAR, António. “¿De nobis ipsis silemus?”: epistemología de la investigación biográfico-narrativa en educación. **Revista Electrónica de Investigación Educativa**, Ensenada, v. 4, n. 1, p. 1-26, 2002, Disponível em: <http://redie.uabc.mx/vol4no1/contenido-bolivar.html>. Acesso em: 22 set. 2019.
- BONI, Keila Tatiana; SAVIOLI, Angela M. P. Dores. Contribuições para o desenvolvimento do pensamento algébrico. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 8, n. 17, p. 265-285, 2015.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação é a base. Brasília, DF: MEC, 2017.
- _____. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental**. Brasília, DF: SEB/MEC, 2012.
- _____. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Ensino Fundamental de nove anos**: orientações para a inclusão da criança de seis anos de idade. 2. ed. Brasília, DF: SEB/MEC, 2007.
- BRUNER, Jerome. A construção narrativa da realidade. Tradução: Waldemar Ferreira Netto. **Critical inquiry**, Chicago, v. 18, n. 1, p. 1-21, 1991.
- CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da Matemática**. 3. ed. Lisboa: Gradiva, 2000.
- CARPENTER, Thomas P.; FRANKE, Megan Loef; LEVI, Linda. **Thinking mathematically: Integrating arithmetic & algebra in elementary school**. Portsmouth, NH: Heinemann, 2003.
- CARRAHER, David W.; MARTINEZ, Mara V.; SCHLIEMANN, Analúcia. Early algebra and a mathematical generalization. **ZDM Mathematics Education**, [S. l.], v. 40, p. 3-22, 2008.
- CARRETERO, Asunción López. Ensinar o ofício do ensino: um ofício da alma. **RIAEE: Revista Ibero-Amereicana de Estudos em Educação**, Araraquara, v. 14, n. 3, p. 917-927, 2019.
- CARRILLO, José *et al.* Determining specialized knowledge for Mathematics teaching. In: CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, 8., 2013, Antalya. **Proceedings** [...]. Antalya: ERME, 2013. p. 2985-2994.
- CARVALHO, Mercedes Carvalho; BAIRRAL, Marcelo Almeida (org.). **Matemática e Educação Infantil**: investigações e possibilidades de práticas pedagógicas. Rio de Janeiro: Vozes, 2012.
- CERTEAU, Michel de. **A invenção do cotidiano**: artes de fazer. 3. ed. Petrópolis: Vozes, 1994.
- CHIENÉ, Adéle. A narrativa de formação e a formação de formadores. In: NÓVOA, António; FINGER, Matthias (org.). **O método (auto)biográfico e a formação**. Natal: EDUFRN; São Paulo: Paulus, 2010. p. 129-142. (Coleção Pesquisa (auto)biográfica & Educação. Clássicos das Histórias de Vida).

CLANDININ, D. Jean; CONELLY, F. Michael. **Pesquisa narrativa:** experiências e história na pesquisa qualitativa. Tradução: Grupo de Pesquisa Narrativa e Educação de Professores ILEEL/UFU. Uberlândia: EDUFU, 2011.

COCHRAN-SMITH, Marilyn; LYTLE, Susan L. **Inquiry as stance:** Practitioner research for the next generation. New York: Teachers College Press, 2009.

_____. Relationships of knowledge and practice: teacher learning in communities. **Review of Research in Education**, [S. l.], v. 24, p. 249-305, 1999.

COLASANTI, Marina. **A moça tecelã.** 1. ed. São Paulo: Global , 2004.

CONTRERAS, José Domingos. Pedagogías de la experiencia y la experiencia de la pedagogía. In: CONTRERAS, José Domingos; PÉREZ DE LARA, Nuria Ferré (org.). **Investigar la experiencia educativa.** 2. ed. Madrid: Marota, 2010. p. 241-269.

CONTRERAS, José Domingos; PÉREZ DE LARA, Nuria Ferré. La experiencia y la investigación educativa. In: CONTRERAS, José Domingos; PÉREZ DE LARA, Nuria Ferré (org.). **Investigar la experiencia educativa.** 2. ed. Madrid: Marota, 2010. p. 21-86.

CUISENAIRE. Joinville, 2016. 1 ilustração. Disponível em:
<http://image.slidesharecdn.com/cuisenaire-121027132715-phpapp01/95/cuisenaire-7-638.jpg?cb=1364005369>. Acesso em: 23 jul. 2020.

CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade. Identidade profissional de (futuros) professores que ensinam Matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 10, n. 24, p. 699-712, 2017.

CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade; OLIVEIRA, Hélia Margarida. Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema**, Rio Claro , v. 24, n. 38, p. 97-126, abr. 2011.

D'AMBROSIO, Beatriz Silva; LOPES, Celi Espasadin. Insubordinação criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 51, p. 1-17, 2015.

DAVIDOV, Vasili V. **La enseñanza escolar y su desarrollo psicológico.** Moscu: Editorial Progreso, 1988.

DELORY-MOMBERGER, Christine. **Biografia e educação:** figuras do indivíduo-projeto. Natal: EDUFRN; São Paulo: Paulus, 2008.

DEWEY, John. **The quest for certainty:** A study of the relation of knowledge and action. New York: Paragon Books, 1929.

FERNANDES, Renata Karoline. **Manifestação do pensamento algébrico em registros escritos de estudantes do ensino fundamental I.** 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

FERREIRA, Miriam Criez Nobrega. **Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: uma análise do conhecimento matemático acerca do Pensamento Algébrico.** 2017. 147 f. Dissertação (Mestrado em Ensino e História das Ciências e da Matemática) – Universidade Federal do ABC, Santo André, 2017.

FERREIRA, Mirian Criez N.; RIBEIRO, Alessandro J.; RIBEIRO, Miguel. Álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: investigando a compreensão de professores acerca do pensamento algébrico. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 11, n. 25, p. 53-73, 2018.

_____. Conhecimento matemático para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Zetetike**, Campinas, v. 25, n. 3, p. 496-514, 2017.

FERREIRO, Emília; TEBEROSKY, Ana. **Psicogênese da língua escrita**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1986.

FINGER, Matthias. As implicações socioepistemológicas do método biográfico. In: NÓVOA, António; FINGER, Matthias (org.). **O método (auto)biográfico e a formação**. Natal: EDUFRN; São Paulo: Paulus, 2010. p. 119-128. (Coleção Pesquisa (auto)biográfica ∞ Educação. Clássicos das Histórias de Vida).

FIORENTINI, Dario; MIGUEL, Antônio; MIORIM, Maria Ângela. Contribuição para um repensar... a educação algébrica elementar. **Pro-Posições**, Campinas, v. 7, n. 1, p. 79-91, mar. 1993.

FONTANA, Roseli A. Cação. A elaboração conceitual: A dinâmica das interlocuções na sala de aula. In: SMOLKA, Ana Luisa; GÓES, Maria C. R. **A linguagem e o outro no espaço escolar**: Vygotsky e a construção do conhecimento. Campinas: Papirus, 2006. p. 121-151.

FRAUENDORF, Renata B. S. et al. Mais além de uma história: a narrativa como possibilidade de autoformação. **Revista Educação**, Campinas, n. 21, v. 3, p. 351-361, 2016.

FREIRE, Paulo. **A importância do ato de ler**: em três artigos que se completam. 46. ed. São Paulo: Cortez, 2005.

_____. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 58. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2019.

_____. **Pedagogia do oprimido**. 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

FREIRE, Paulo; SHOR, Ira. **Medo e ousadia**: o cotidiano do professor. Tradução: Adriana Lopes. 1. ed. Rio de Janeiro: Paz e terra, 2013.

FREIRE, Raquel Santiago. **Desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos anos iniciais do ensino fundamental**. 2011. 177 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011.

FREITAS, Ana Paula. **Zona de desenvolvimento proximal**: a problematização do conceito através de um estudo de caso. 2001. 137 f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.

FREITAS, Ana Paula; NACARATO, Adair Mendes; MOREIRA, Kátia Gabriela. A elaboração do conceito geométrico nos anos iniciais: refletindo sobre o papel da palavra e da imaginação. In: MASCIA, Márcia A. Amador; ANJOS, Daniela Dias dos; SMOLKA, Ana Luiza B. (org.). **Leituras de Vigotski**. 1. ed. Campinas: Mercado de Letras, 2017. p. 69-88.

FREITAS, Maria Tereza Assunção. Nos textos de Bakhtin e Vygotsky: um encontro possível. In: BRAIT, Beth (org). **Bakhtin, dialogismo e construção do sentido**. Campinas: Editora da Unicamp, 1997. p. 311-330.

FRIEDRICH, Janette. **Lev Vigotski**: mediação, aprendizagem e desenvolvimento: uma leitura filosófica e epistemológica. Tradução: Anna Rachel Machado e Elaine Gouvêa Lousada. Campinas: Mercado de Letras, 2012.

FURNARI, Eva. **Lolo Barnabé**. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2010.

_____. **Não confunda**. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2002.

GÓES, Maria Cecília Rafael. A abordagem microgenética na matriz histórico-cultural: uma perspectiva para o estudo da constituição da subjetividade. **Cadernos Cedes**, Campinas, ano XX, n. 50, p. 9-25, abr. 2000.

GÓES, Maria Cecília Rafael; CRUZ Maria Nazaré. Sentido, significado e conceito: notas sobre as contribuições de Lev Vigotski. **Pro-Posições**, Campinas, v. 17, n. 2, p. 31-45, 2006.

GOULART, Cecília. A organização do trabalho pedagógico: alfabetização e letramentos como eixos orientadores. In: BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Ensino Fundamental de nove anos**: orientações para a inclusão da criança de seis anos de idade. 2. ed. Brasília, DF: SEB/MEC, 2007. p. 85-91.

GRANDO, Regina Célia; MOREIRA, Kátia Gabriela. Como crianças tão pequenas, cuja maioria não sabe ler nem escrever, podem resolver problemas de matemática? In: CARVALHO, Mercedes; BAIRRAL, Marcelo Almeida (org.). **Matemática e Educação Infantil**: investigações e possibilidades de práticas pedagógicas. Petrópolis: Vozes, 2012. v. 1. p. 121-143.

HIEBERT, James *et al.* **Making sense**: teaching and learning mathematics with understanding. Portsmouth: Heinemann, 1997.

HOLLAND, Dorothy *et al.* **Identity and agency in cultural worlds**. Cambridge: Harvard University Press, 1998.

JOSSO, Marie-Christine. Da formação do sujeito... Ao sujeito da formação. In: NÓVOA, António; FINGER, Matthias (org.). **O método (auto)biográfico e a formação**. Natal: EDUFRN; São Paulo: Paulus, 2010. p. 59-80.

JUNGBLUTH, Adriana; SILVEIRA, Everaldo; GRANDO, Regina Célia. O estudo de sequências na Educação Algébrica nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 3, p. 96-118, 2019.

KIERAN, Carolyn. Algebraic thinking in the early grades: what is it? **The Mathematics Educator**, Athens, v. 8, n. 1, p. 139-151, 2004.

KRAMER, Sônia. A infância e sua singularidade. In: BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Ensino Fundamental de nove anos**: orientações para a inclusão da criança de seis anos de idade. 2. ed. Brasília, DF: SEB/MEC, 2007. p. 13-22.

LARROSA, Jorge. Notas sobre a experiência e o saber da experiência. **Revista Reflexão e Ação**, Santa Cruz do Sul, n. 19, p. 20-28, 2002.

LEONTIEV, Alex N. **Actividad, conciencia y personalidad**. Havana: Editorial Pueblo y Educación, 1983.

LIMA, José Roberto Campos. **Pensamento algébrico no currículo do ciclo de alfabetização**: estudo comparativo de duas propostas. 2018. 80 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018.

LITOLDO, Beatriz Fernanda; RIBEIRO, Miguel; MELLONE, Maria. Conhecimento especializado do formador de professores que ensinam matemática: primeiras reflexões sobre a Álgebra e o pensamento algébrico. **COINSPIRAÇÃO: Revista de Professores que ensinam Matemática**, Barra do Bugres, v. 1, n. 1, p. 1-20, jan./jun. 2018. Disponível em: <http://sbemmatogrosso.com.br/publicacoes/index.php/coinspiracao/article/view/21>. Acesso em: 23 jul. 2020.

MADDALENA, Raoni. **Alunos pensam sobre o conceito de igualdade ao tentar equilibrar a balança**. São Paulo, fev. 2018. 1 fotografia. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/10050/algebra-nos-anos-iniciais#_=_. Acesso em: 23 jul. 2020.

MASON, John. Making use of children powers to produce algebraic thinking. In: KAPUT, James J.; CARRAHER, David W.; BLANTON, Maria L. (ed.). **Algebra in the early grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates: NCTM, 2007. p. 57-94.

MASON, John; DRURY, Helen. Studies in the zone proximal awareness. In: ANNUAL CONFERENCE OF THE MATHEMATICS EDUCATION RESEARCH GROUP OF AUSTRALASIA, 2007, Adelaide. **Proceedings** [...]. Adelaide: Merga, 2007. v. 1. p. 42-58.

MATIZES DUMONT. **A Arte e o Bordado como um caminho**. Brasília, 16 jun. 2018a. Disponível em: <https://www.matizesdumont.com/blogs/news/a-arte-e-o-bordado-como-um-caminho>. Acesso em: 23 jul. 2020.

_____. **Alegria vida na beira d'água**. Brasília, 2020a. 1 fotografia. Disponível em: <https://www.matizesdumont.com/collections/entre-rios-entre-nos/products/alegria-vida-na-beira-d-agua>. Acesso em: 23 jul. 2020.

_____. **Brincadeiras no cerrado**. Brasília, 2020b. 1 fotografia. Disponível em: <https://www.matizesdumont.com/products/brincadeiras-no-cerrado>. Acesso em: 23 jul. 2020.

_____. **Ciranda dos meninos**. Brasília, 2020c. 1 fotografia. Disponível em: <https://www.matizesdumont.com/collections/arvores/products/colecao-arvore-quadro-fine-art-obra-ciranda-dos-meninos>. Acesso em: 23 jul. 2020.

_____. **Dança de roda**. Brasília, 2020d. 1 fotografia. Disponível em: https://www.matizesdumont.com/products/danca-de-roda?_pos=1&_sid=e310676bc&_ss=r. Acesso em: 23 jul. 2020.

_____. **Encantamentos**. Brasília, 2020e. 1 fotografia. Disponível em: <https://www.matizesdumont.com/collections/brincadeira/products/colecao-brincadeiras-e-criancas-quadro-fine-art-obra-encantamentos>. Acesso em: 23 jul. 2020.

- _____. **Mãe D'Água**. Brasília, 2020f. 1 fotografia. Disponível em: https://www.matizesdumont.com/products/mae-d-agua?_pos=1&_sid=7f0fe9deb&_ss=r. Acesso em: 23 jul. 2020.
- _____. **Menina cata-vento**. Brasília, 2020g. 1 fotografia. Disponível em: https://www.matizesdumont.com/products/menina-catavento?_pos=1&_sid=df8d95414&_ss=r. Acesso em: 23 jul. 2020.
- _____. **Moça bordadeira**. Brasília, 2020h. 1 fotografia. Disponível em: https://www.matizesdumont.com/products/colecao-mulheres-quadro-moca-bordadeira?_pos=1&_sid=c90679b3d&_ss=r. Acesso em: 23 jul. 2020.
- _____. **Mulheres Ribeirinhas Coletoras de Sementes**. Brasília, 2020i. 1 fotografia. Disponível em: https://www.matizesdumont.com/products/mulheres-ribeirinhas-coletoras-de-sementes?_pos=1&_sid=baf22f73f&_ss=r. Acesso em: 23 jul. 2020.
- _____. “**Não tenha medo de recomeçar a trama da sua vida**” (Ana Luísa Lacombe). Brasília, 29 dez. 2016. Disponível em: <https://www.matizesdumont.com/blogs/news/nao-tenha-medo-de-recomecar-a-trama-da-sua-vida-ana-luisa-lacombe>. Acesso em: 15 nov. 2019.
- _____. **O bordado livre**: uma mistura de técnica, amor e ousadia. Brasília, 19 nov. 2018b. Disponível em: <https://www.matizesdumont.com/blogs/news/o-bordado-livre-uma-mistura-de-tecnica-amor-e-ousadia>. Acesso em: 23 jul. 2020.
- _____. **O menino da bicicleta**. Brasília, 2020j. 1 fotografia. Disponível em: https://www.matizesdumont.com/products/o-menino-da-bicicleta?_pos=1&_sid=5c5da953a&_ss=r. Acesso em: 23 jul. 2020.
- _____. **Os artistas**: histórias de vidas bordadas. Brasília, 2020k. Disponível em: <https://www.matizesdumont.com/pages/osartistas>. Acesso em: 23 jul. 2020.
- _____. **Pachamama**. Brasília, 2020l. 1 fotografia. Disponível em: https://www.matizesdumont.com/products/colecao-mulheres-quadro-pachamama?_pos=1&_sid=72a608253&_ss=r. Acesso em: 23 jul. 2020.
- _____. **Pano de Amostra – Pontos para Relembrar**. Brasília, 14 jun. 2018c. Disponível em: <https://www.matizesdumont.com/blogs/news/pano-de-amostra>. Acesso em: 23 jul. 2020.
- _____. **Plantação**. Brasília, 2020m. 1 fotografia. Disponível em: https://www.matizesdumont.com/products/colecao-portinari-quadro-plantacao?_pos=1&_sid=15c25557c&_ss=r. Acesso em: 23 jul. 2020.
- _____. **Produtos matizes**: obras originais. Brasília, 2020n. Disponível em: <https://www.matizesdumont.com/pages/sobreprodutos>. Acesso em: 23 jul. 2020.
- _____. **Tecendo a vida bordadeira**. Brasília, 2020o. 1 fotografia. Disponível em: <https://www.matizesdumont.com/products/colecao-mulheres-quadro-tecendo-a-vida-bordadeira>. Acesso em: 23 jul. 2020.
- _____. **Terra mãe**. Brasília, 2020p. 1 fotografia. Disponível em: https://www.matizesdumont.com/products/terra-mae-1?_pos=1&_sid=8f5bd275e&_ss=r. Acesso em: 23 jul. 2020.

_____. **Vou ali e volto já.** Brasília, 2020q. 1 fotografia. Disponível em: <https://www.matizesdumont.com/collections/livros/products/livro-vou-ali-e-volto-ja>. Acesso em: 23 jul. 2020.

MELLO, Suely Amaral. Contribuições da teoria histórico-cultural para a educação da pequena infância. **Revista Cadernos de Educação**, Pelotas, n. 50, p. 1-12, 2015.

MESTRE, Célia Maria Martins Vitorino. **O desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 4.º ano de escolaridade:** uma experiência de ensino. 2014. 379 f. Tese (Doutorado em Educação Didática da Matemática) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2014.

MOREIRA, Kátia Gabriela. **A sala de aula de Matemática de um 1º ano do Ensino Fundamental:** contexto de problematização e produção de significados. 2015. 151 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2015.

MORETTO, Milena *et al.* Processos formativos no âmbito do programa Observatório da Educação: ressignificando as práticas de ensino. In: NACARATO, Adair Mendes *et al.* (org.). **Práticas de letramento matemático nos anos iniciais:** experiências, saberes e formação docente. Campinas: Mercado de Letras, 2017. p. 17-41.

MOURA, Jónata Ferreira de. **Pesquisa-formação:** marcas, resistências e apropriações reveladas pela escrita de si no processo de formação acadêmica do estudante de Pedagogia que ensina(rá) Matemática. 2018. 228 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2019.

MUÑOZ-CATALÁN, María Cinta; CARRILLO, José. Conocimiento numérico de futuros maestros. **Educación Matemática**, Ciudad del México, v. 19, n. 1, p. 5-26, 2007.

NACARATO, Adair Mendes. A escrita nas aulas de Matemática: diversidade registros e suas potencialidades. **Leitura: Teoria & Prática**, Campinas, v. 31, n. 61, p. 63-79, nov. 2013.

_____. Narrar e constituir-se profissionalmente como professor que ensina Matemática. In: PAULA, Enio Freire de; CYRINO, Márcia de Costa Trindade. **Identidade profissional de professores que ensinam matemática em contextos de formação.** São Paulo: Pimenta Cultural, 2020. p. 141-158.

NACARATO, Adair Mendes; CUSTÓDIO, Iris Aparecida. **O desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica:** compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018. (Coleção SBEM).

OLIVEIRA, Marta Kohl. **Vygotski, aprendizado e desenvolvimento:** um processo sócio-histórico. São Paulo: Scipione, 1997.

OLIVEIRA, Vanessa de; PAULO, Rosa Monteiro. Entendendo e discutindo as possibilidades do ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 3, p. 75-95, 2019.

ONUCHIC, Lurdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através de Resolução de Problemas. In: BICUDO, Maria

Aparecida V.; BORBA, Marcelo de Carvalho (org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento.** São Paulo: Cortez, 2004. p. 213-231.

PASSEGI, Maria da Conceição. A experiência em formação. **Educação**, Porto Alegre, v. 4, n. 2, p. 147-156, 2011.

_____. Narrativas da experiência na pesquisa-formação: do sujeito epistêmico ao sujeito biográfico. **Roteiro**, Joaçaba, v. 41, n. 1, p. 67-86, jan./abr. 2016.

PASSEGI, Maria da Conceição; DOMICÉ, Pierre. A mediação biográfica: acompanhar adultos em processos-projetos de si. **Portal do envelhecimento**, São Paulo, 7 mar. 2014. Disponível em: <https://www.portaldoenvelhecimento.com.br/mediacao-biografica-acompanhar-adultos-em-processos-projetos-de-si/>. Acesso em: 17 jun. 2020.

PAULA, Enio Freire de; CYRINO, Márcia de Costa Trindade. O compromisso político como elemento constitutivo da identidade profissional de professores que ensinam matemática. In: _____ . **Identidade profissional de professores que ensinam matemática em contextos de formação**. São Paulo: Pimenta Cultural, 2020. p. 15-36.

PEREIRA, Jefferson Tadeu Godoi. **O desenvolvimento do pensamento algébrico:** significações produzidas por alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental. 2019. 178 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade São Francisco, Itatiba, 2019.

PERES, Paula. Álgebra nos anos iniciais. **Nova escola**, São Paulo, fev. 2018. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/10050/algebra-nos-anos-iniciais#_=_. Acesso em: 23 jul. 2020.

PIAGET, Jean. **A epistemologia genética**. Tradução: Nathanael C. Caixeira. Petrópolis: Vozes, 1971.

PINEAU, GASTON. A autoformação no decurso da vida: entre a hetero e a ecoformação. In: NÓVOA, António; FINGER, Matthias (org.). **O método (auto)biográfico e a formação**. Natal: EDUFRN; São Paulo: Paulus, 2010. p. 97-118. (Coleção Pesquisa (auto)biográfica ∞ Educação. Clássicos das Histórias de Vida).

PINO, Angel. **O biológico e o cultural nos processos cognitivos**. Campinas: FE/Unicamp, 1997. Mimeografado.

PINTO, Gláucia Uliana. **Imaginação e formação de conceitos escolares:** examinando processos dialógicos na sala de aula. 2010. (Tese de Doutorado) – Universidade Metodista de Piracicaba, Piracicaba, 2010.

PLICASTRO, Milena Soldá; ALMEIDA, Alessandra Rodrigues; RIBEIRO, Miguel. Conhecimento especializado revelado por professores da Educação infantil dos anos iniciais no tema de medida de comprimento e sua estimativa. **Espaço Plural**, Marechal Cândido Rondon, v. XVIII, n. 36, p. 123-154, jan./jun. 2017.

PONTE, João Pedro. Investigar a nossa prática. In: GTI – Grupo de Trabalho e Investigação. (org.). **Reflectir e investigar sobre a prática profissional**. Lisboa: Associação de professores de Matemática, 2002. p. 5-55.

PORTO, Rozimeire Soares de Oliveira. **Early Algebra**: pré-lúdio da álgebra por estudantes do 3º e 5º anos do ensino fundamental. 2018. 181 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2018.

POWELL, Arthur B. Tarefas para promover e dar suporte à agência matemática de aprendizes. In: NACARATO, Adair M.; CUSTÓDIO, Íris Aparecida. **Narrativas de aulas de Matemática de uma comunidade de investigação como prática de formação docente**. Brasília: SBEM, 2019. p. 190-208. (Coleção SBEM, v. 14).

PRADO, Guilherme do Val Toledo; FERREIRA, Cláudia Roberta; FERNANDES, Carla Helena. Narrativa pedagógica e memoriais de formação: escrita dos profissionais da educação? **Revista Teias**, Rio de Janeiro, v. 12, n. 26, p. 143-153, set./dez. 2011.

PRADO, Guilherme do Val Toledo; SOLIGO, Rosaura; SIMAS, Vanessa França. Pesquisa Narrativa em três dimensões. In: CONGRESO INTERNACIONAL DE PESQUISA (AUTO)BIOGRÁFICA –CIPA, 6., 2014, Rio de Janeiro. **Anais** [...]. Rio de Janeiro: Observatório jovem, 2014. p. 414-425.

QUEIRÓS, Bartolomeu Campos de. **Ler, escrever e fazer conta de cabeça**. 4. ed. Belo Horizonte: Miguilim, 1999.

RADFORD, Luis. En torno a tres problemas de la generalización. In: RICO, Luis *et al.* (ed.). **Investigación en Didáctica de la Matemática**: homenaje a Encarnación Castro. Granada: Editorial Comares, 2013. p. 3-12.

_____. Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. **ZDM - The International Journal on Mathematics Education**, [S. l.], v. 40, n. 1, p. 83-96, 2008.

_____. On the development of early algebraic thinking. **PNA**, UK, v. 6, n. 4, p. 117-133, 2012.

_____. The progressive development of early embodied algebraic thinking. **Mathematics Education Research Journal**, Australia, v. 26, p. 257-277, 2014.

RICOEUR, Paul. **Tempo e narrativa**. Campinas: Papirus, 1994. Tomo 1.

RIVERA, Ferdinand; BECKER, Jerry. Figural and numerical modes of generalization in Algebra. **Mathematics Teaching in the middle school**, Reston, v. 11, n. 4, p. 198-203, 2005.

ROJO, Roxane Helena Rodrigues. Garantindo a todos o direito de aprender: uma visão socioconstrutivista da aprendizagem de linguagem escrita no ensino básico. **Série Ideias**, São Paulo, p. 37-58, 1997.

ROLKOUSKI, Emerson. Dos direitos de aprendizagem e do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa à Base Nacional Comum Curricular: o caso da alfabetização matemática. **Horizontes**, Itatiba, v. 36, n. 1, p. 119-131, jan./abr. 2018.

SALVADOR, Célia Maria Ananias; NACARATO, Adair Mendes. Sentidos atribuídos ao zero por alunos da 6ª série. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 26., 2003, Poços de Caldas. **Anais** [...]. Poços de Caldas: Anped, 2003. p. 1-18. Disponível em:

http://26reuniao.anped.org.br/?_ga=2.85415641.1172751263.1563805368-353823925.1547483385. Acesso em: 23 jul. 2020.

SANTOS, Carla Cristiane Silva. **O pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental:** a percepção de regularidade e o pensamento relacional. 2017. 182 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2017.

SANTOS, Cleane Aparecida dos. **Fotografar, escrever e narrar:** a elaboração conceitual em Geometria por alunos do quinto ano do ensino fundamental. 2014. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade São Francisco, Itatiba, 2014.

_____. **Pesquisa-formação com professores da infância:** narrativas e fotografias entrelaçando experiências na/sobre culturas escolares. 2017. 245 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade São Francisco, Itatiba, 2017.

SCHELLER, Morgana; BONOTTO, Danusa Lara; VIALI, Lori. Desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais por meio da modelagem Matemática na Educação: possibilidade de utilização de linguagem simbólica. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 9, n. 21, p. 702-723, 2016.

SCHELLER, Morgana *et al.* Modelagem nos anos iniciais da educação básica: como os estudantes modelam situações-problema? **Ciência e Educação**, Bauru, v. 23, n. 1, p. 197-217, 2017.

SCHOPENHAUER, Arthur. **Seis ensaios de Parerga e Paralipomena:** pequenos escritos filosóficos. Tradução: Rosana Jardim Candeloro. 1. ed. Porto Alegre: Zouk, 2001.

SHULMAN, Lees S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, [S. l.], v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SILVA, Américo Junior Nunes da. **Querido diário:** o que revelam as narrativas sobre ludicidade, formação e futura prática do professor que ensina(rá) matemática nos anos iniciais. 2018. 347 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Carlos, São Carlos, 2018.

SILVA, Daniele Peres da. **Caracterização do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I.** 2011. 163 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

SILVA, Daniele Peres da; SAVIOLI, Ângela Marta Pereira das Dores. Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do Ensino Fundamental. **Reveduc**, São Carlos, v. 6, n. 1, p. 206-222, 2012.

SILVA, Daniele Peres; SAVIOLI, Ângela Marta Pereira das Dores. Manifestação do pensamento algébrico em resoluções de tarefas por estudantes do ensino fundamental. **Revista Paranaense de Educação Matemática - RPEM**, Campo Mourão, v. 3, n. 5, p. 139-156, jul./dez. 2014.

SMOLKA, Ana Luiza Bustamante. Experiência e discurso como lugares de memória: a escola e a produção de lugares comuns. **Pro-Posições**, Campinas, v. 17, n. 2 (50), p. 99-118, maio/ago. 2006.

_____. Sobre significação e sentido: uma contribuição à proposta de rede de significações. In: ROSSETTI-FERREIRA, Maria Clotilde *et al.* (Org.). **Rede de significações e o estudo do desenvolvimento humano**. Porto Alegre: Artimed, 2004. p. 35-49.

SMOLKA, Ana Luiza Bustamante; LAPLANE, Adriana Lia Friszman. O trabalho em sala de aula: teorias para quê? **Cadernos ESE**, São Paulo, v. 1, 1993.

SMOLKA, Ana Luiza Bustamante *et al.* Relações de ensino. In: RIO DE JANEIRO. Secretaria Municipal de Educação (org.). **Multieducação**. Rio de Janeiro: SME, 2007.

SQUALLI, Hassani. **Une reconceptualisation du curriculum d'algèbre dans l'éducation de base**. Québec: Faculté des Sciences de l'Éducation/Université Laval, 2000.

TEIXEIRA, Antônio Cesar Nascimento. **A introdução do raciocínio funcional no 5º ano do ensino fundamental**: uma proposta de intervenção. 2016. 150f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2016.

TOASSA, Gisele; SOUZA, Marilene Proença Rebello. As vivências: questões de tradução, sentidos e fontes epistemológicas no legado de Vigotski. **Psicologia USP**, São Paulo, v. 21, n. 4, p. 757-779, 2010.

TRIVILIN, Linéia Ruiz; RIBEIRO, Alessandro. Conhecimento matemático para o ensino de diferentes significados do sinal de igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 51, p. 38-59, 2015.

VALE, Isabel. Padrões em contextos figurativos: um caminho para a generalização em matemática. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 8, n. 2, p. 64-81, 2013.

VAN DE WALLE, John. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VILA, Antoni; CALLEJO, Maria Luz. **Matemática para aprender a pensar**: o papel das crenças na resolução de problemas. Tradução: Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

VYGOTSKI, Lev Semenovitch. **A construção do pensamento e da linguagem**. Tradução: Paulo Bezerra. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2009a.

_____. **A formação social da mente**. 7. ed. Tradução: José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto e Solange Castro Afeche. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

_____. **Conscience, inconscient, émotions**. Paris: La Dispute, 2003.

_____. **Imaginação e criação na infância**: ensaio psicológico: livro para professores. Apresentação e comentários: Ana Luiza Smolka. Tradução: Zoia Prestes. São Paulo: Ática, 2009b.

_____. **Obras escogidas**. Organização geral: Amélia Alvarez e Pablo del Rio. Madri: Visor, 1995. v. 3

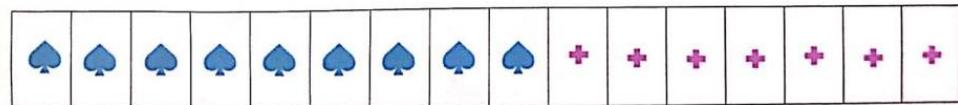
_____. **Obras escogidas**. Organização geral: Amélia Alvarez e Pablo del Rio. Madri: Visor, 1996. v. 4

- _____. **Psicologia da Arte**. São Paulo: Martins Fontes, 1999.
- _____. Quarta aula: a questão do meio na pedologia. Tradução: Márcia Pileggi Vinha. **Psicologia USP**, São Paulo, v. 21, n. 4, p. 681-701, 2010.
- VYGOTSKI, Lev Semenovich; LURIA, Alexander Romanovich; LEONTIEV, Alex N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. São Paulo: Ícone: Editora da Universidade de São Paulo, 1988.
- ZEICHNER, Kenneth M. Para além da divisão entre professor-pesquisador e pesquisador acadêmico. In: GERALDI, Corinta M. G.; FIORENTINI, Dario; PEREIRA, Elisabeth M. de A. (org.). **Cartografia do trabalho docente**. Campinas: Mercado de Letras, 1998. p. 201-235.

APÊNDICE A – SEQUÊNCIAS PARA RECORTAR E CONTINUAR

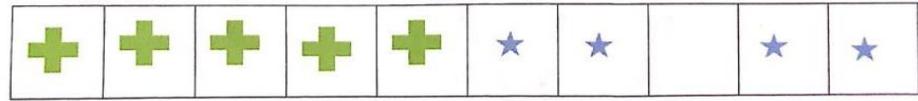
Tarefa a ser impressa e entregue a cada dupla/trio:

1. RECorte as figuras e continue o segredo.



A expectativa é que os alunos identifiquem a regularidade *AAB* e continuem a sequência.

1. RECorte as figuras e continue o segredo.



Espera-se que os alunos identifiquem a regularidade *AB* e continuem a sequência.

APÊNDICE B – Sequências com material manipulativo: tampas

TAREFA 1

Tarefa a ser impressa e entregue a cada dupla/trio:

<p>OBSERVE A SEQUÊNCIA ABAIXO:</p>  <p style="text-align: center;">1ª FIGURA 2ª FIGURA 3ª FIGURA</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. QUAL SERIA A PRÓXIMA FIGURA? 2. QUANTAS TAMPAS HÁ EM CADA FIGURA? 3. COMPLETE A TABELA DE MODO A ORGANIZAR OS DADOS: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="padding: 2px;">NÚMERO DA FIGURA</th> <th style="padding: 2px;">NÚMERO DE TAMPAS</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">2</td> <td style="padding: 2px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">3</td> <td style="padding: 2px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">4</td> <td style="padding: 2px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">...</td> <td style="padding: 2px;">...</td> </tr> </tbody> </table> <ol style="list-style-type: none"> 4. QUANTAS TAMPAS TERÁ A 9ª FIGURA? 5. E A 20ª? 	NÚMERO DA FIGURA	NÚMERO DE TAMPAS	1		2		3		4	
NÚMERO DA FIGURA	NÚMERO DE TAMPAS											
1												
2												
3												
4												
...	...											

Organize os alunos em pequenos grupos (duelas ou trios) e distribua 12 tampas a cada um destes. Oriente-os a reproduzir a sequência representada na folha de tarefas. A expectativa é de que eles se envolvam na análise do padrão de crescimento e elaborem estratégias de generalizações.

Respostas esperadas:

1. Espera-se que identifiquem que, a cada figura, há o aumento de duas tampas e que, portanto, a quarta figura recebe oito tampas. Também é possível que percebam que o número de tampas de qualquer figura está relacionado à soma do número da própria figura — $n + n$ ou o dobro de n ($2n$).
- 2 e 3. O intuito é incentivar as crianças a observarem a quantidade de tampas que há em cada figura, tomando a tabela como uma ferramenta para a organização dos dados.
4. Envolve-los na reflexão de figuras que não estavam presentes na sequência pré-estabelecida, buscando incentivar os alunos a elaborar estratégias de generalização distante. É esperado que apontem 18 tampas.
5. A expectativa é de que indiquem 40 tampas.

TAREFA 2

Tarefa a ser impressa e entregue a cada dupla/trio:

OBSERVE A SEQUÊNCIA ABAIXO:



1. QUAL SERIA A PRÓXIMA FIGURA?
2. QUANTAS TAMPAS HÁ EM CADA FIGURA?
3. COMPLETE A TABELA DE MODO A ORGANIZAR OS DADOS:

NÚMERO DA FIGURA	NÚMERO DE TAMPAS
1	
2	
3	
4	
...	...

5. QUANTAS TAMPAS TERÁ A 9^a FIGURA?
6. E A 20^a?

Organize os alunos em pequenos grupos (duplas ou trios) e distribua 12 tampas a cada um destes. Oriente-os a reproduzir a sequência representada na folha de tarefas. A expectativa é de que eles se envolvam na análise do padrão de crescimento e desenvolvam estratégias de generalizações.

Respostas esperadas:

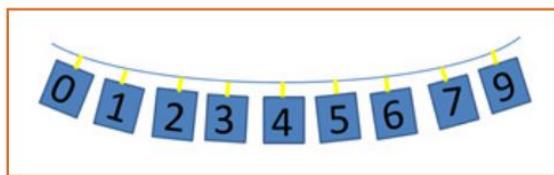
1. Tenciona-se que os alunos se envolvam na análise do padrão de crescimento e façam generalizações. Para isso, é importante que percebam que cada termo é o anterior acrescido do número de tampas igual ao número da figura e que, portanto, para obter a quarta figura, bastaria adicionar quatro tampas à terceira figura.
2. O recomendável é incentivar as crianças a observarem a quantidade de tampas que há em cada figura (questão 2 e 3), tomando a tabela como uma ferramenta para a organização dos dados. O intuito é favorecer a percepção da regularidade da sequência, chamar a atenção dos alunos para as ocorrências de cada figura e da sequência como um todo.
5. Por fim, pretende-se envolvê-los na reflexão sobre figuras que não estão presentes na sequência pré-estabelecida, buscando estimular os estudantes a elaborar estratégias de generalização (questão 5 e 6).

ANEXO A – Explorando as contagens

TAREFA 1 – Construindo o Varal de Números

Para esta tarefa você vai precisar de:

- cartões numerados de 0 a 30;
- barbante;
- prendedor.



Distribua aleatoriamente um cartão para as crianças e solicite a participação delas na produção do varal. Para isso, você pode fazer questões como: já fixamos o número um no varal, qual o próximo número? Qual vem depois do um?

Sugerimos que você ainda não apresente o zero como número que está antes do um, pois, até o momento, as crianças estão familiarizadas com o conceito de zero como ausência de quantidade e nossa proposta sugere o trabalho com o zero no varal como ponto de referência. Sendo assim, a menos que os próprios alunos introduzam essa ideia, recomendo a menção do número zero no segundo momento da tarefa, no qual está prevista tal problematização.

No final, coloque o varal em um lugar bastante visível. Assim, os alunos poderão consultá-lo sempre que precisarem.

Em relação ao item f, lembro que, até agora, as crianças trabalharam com o zero como ausência de quantidade. Na representação do varal (que depois irá gerar a reta numerada), o zero tem o significado de ponto de referência. Ouça as ideias apresentadas pelos alunos e discuta-as. No final, você poderá apresentar o zero como o número que está antes do um na sequência numérica, podendo, inclusive, colocar a cartela do zero no varal da classe.

Fonte: Nacarato e Custódio (2018, p. 169)

A partir da construção do varal, envolva os alunos nas seguintes propostas:

- a) Escreva os números que estão antes do 11.
- b) Escreva os números que estão depois do 12.
- c) Escreva os números que estão entre 6 e 13.
- d) Escreva os números que estão entre 14 e 20.
- e) Existem números depois do 20? Se achar que existe, escreva três números.
- f) Existe número antes do um? Se existir, qual é esse número?

Para os alunos do 1º ano, sugerimos que a tarefa seja realizada na oralidade e que você seja o escriba, registrando todos os apontamentos na lousa.

Respostas esperadas:

- a) É possível que as crianças apontem o número que está imediatamente antes do 11, o 10, ou indiquem o 12, evidenciando que ainda estão no processo de construção do conceito de “antes”. No entanto, a ideia é que os alunos percebam todos números que estão antes do 11 (10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 e 1).
- b) Assim como explicitado na questão anterior, é possível que as crianças se confundam com o conceito de *antes* e *depois* ou apontem o número que aparece logo em seguida deixando de lado outras possibilidades. Nesta questão, esperamos que as crianças indiquem os números de 13 a 30.
- c) O conceito *entre* é o que apresenta mais complexidade para os alunos. A ideia é que as crianças percebam que, quando são citados 6 e 13, estas duas extremidades não fazem parte do conjunto solicitado. Para auxiliar a percepção das crianças, você pode colocar a mão sobre essas duas cartelas no varal e pedir a eles que digam quais são os números que estão entre as duas mãos. Sendo assim, as crianças devem dizer “7, 8, 9, 10, 11 e 12”.
- d) Assim como na questão anterior, você pode auxiliar os alunos colocando a mão sobre as duas extremidades. Esperamos que os alunos destaquem os números 15, 16, 17, 18 e 19.
- e) A ideia é verificar se os alunos já têm noção de que os números continuam infinitamente. Nesta questão, o importante é ouvir as hipóteses levantadas pelas crianças.
- f) Até agora, os alunos trabalharam com o zero como ausência de quantidade; na representação do varal, o zero tem o significado de ponto de referência. Ouça as ideias apresentadas pelos alunos e discuta-as. No final, você poderá apresentar o zero como o número que está antes do um na sequência numérica, podendo, inclusive, colocar a cartela do zero no varal da classe.

Fonte: Nacarato e Custódio (2018, p. 170-171)

TAREFA 3 – Reta numérica

Para esta tarefa, o ideal é que você utilize um local com bastante espaço, por exemplo, o pátio da escola; no entanto, você poderá adaptar a própria sala de aula afastando as carteiras, de acordo com suas condições. Escolhido o local, convide as crianças a se organizarem em roda, para acompanhar a atividade. Trace uma linha reta no chão com um giz ou, se preferir, cole uma fita adesiva que seja de fácil visualização e combine que essa reta será numerada tendo início no zero. A partir disso, pergunte sobre a sequência dos números. Propomos que faça indagações como: “Quem vem depois do zero? E depois do um?”. Sugerimos que você vá até o número 15. A ideia é que você registre até o número que achar apropriado para trabalhar com sua turma.

Após a construção da reta, os alunos, um de cada vez, caminharão sobre ela de maneira que cada um se posicione de forma que à sua direita fiquem os números maiores e à esquerda, os menores.

À medida que forem caminhando sobre a reta, dê comandos do tipo:

- 1) Posicione-se no número dois e ande cinco passos para a direita. Em que número você chega?
- 2) Agora você está no número sete, ande três passos para a esquerda. Em qual número você chega?

Após esse movimento, leve as crianças para sala de aula e proponha um registro escrito em que elas sejam desafiadas a representar na reta numérica os seguintes comandos:

REGISTRANDO OS NÚMEROS NA RETA

a) OS NÚMEROS QUE ESTÃO ENTRE 4 E 10.



b) OS NÚMEROS QUE ESTÃO ANTES DO 5.



c) TRÊS NÚMEROS QUE Vêm DEPOIS DO 2.



ANEXO B – SEQUÊNCIA CORPORAL: FILAS

TAREFA 1 – Descobrindo o segredo

Etapa 1: Esta brincadeira consiste em organizar uma fila, de modo que haja um motivo de repetição. A Figura abaixo ilustra a sequência.



Exemplos de motivo de repetição:

- em pé, agachado, em pé, agachado;
- menino, menina, menino, menina;
- de sandálias, de tênis, de sandálias, de tênis;
- calçado, descalço, calçado, descalço.

Você pode iniciar a tarefa coletivamente com toda a turma ou parte dela e, enquanto uma turma organiza a fila sob o seu comando, a outra observa a fila; ao final, trocam-se os papéis. Organize as crianças segundo um motivo. A sugestão é que o motivo tenha apenas dois ou três elementos. Após a repetição de dois ou três motivos, você solicita aos demais alunos que entrem na fila, seguindo o segredo iniciado. Explore a ideia de que o segredo se refere aos elementos que se repetem numa mesma posição.

Etapa 2: Em roda, coletivamente, você explica a tarefa: duas crianças sairão da sala, pois elas terão que descobrir o segredo da fila que as demais crianças criaram.

A brincadeira pode ser repetida enquanto as crianças estiverem envolvidas.

Etapa 3: Ao final, você poderá propor uma roda de conversa, discutindo com as crianças o que elas observaram e quais segredos (motivos de repetição) foram criados.

Etapa 4: Esta tarefa poderá ser registrada pelas crianças desta forma: ao final da roda de conversa, proponha que desenhem uma das filas organizadas na brincadeira. A expectativa não é de avaliar se os alunos desenham de forma ideal, mas se conseguem colocar, no desenho, elementos que indiquem a compreensão do motivo de repetição na brincadeira. Esse registro poderá ser compartilhado com os colegas da classe. Você pode aproveitar esse momento para fazer intervenções com questões que ajudem os alunos a explicitar suas ideias.

Fonte: Nacarato e Custódio (2018, p. 46-47)

ANEXO C – INTRODUZINDO O VOCABULÁRIO

TAREFA 1 – As estripulias de Pedrinho I

[Tarefa a ser impressa e entregue a cada dupla/trio:]

Pedrinho é um menino que adora fazer estripulias e criar mistérios com enigmas. Sempre que pode, inventa mil e uma histórias com segredos para seus amigos descobrirem. Olha lá o Pedrinho:



Ele resolveu criar seu primeiro segredo! Olha o que ele fez com as imagens que tinha em seu computador:



Que tal descobrirmos o segredo que Pedrinho usou para criar essas imagens?

Alguns questionamentos que você pode fazer:

- O que observam nessas imagens?
- As imagens se repetem em alguma ordem? O que você descobriu?
- Você acha que foi esse o segredo que Pedrinho usou?

Respostas esperadas:

- A expectativa é que os alunos percebam que há a repetição das imagens do cachorro e do urso.
- Essas imagens se repetem nesta ordem: cachorro-panda.
- Neste item, analise as respostas dadas pelos alunos, buscando chegar ao consenso de que a repetição das fotos na ordem indicada foi o segredo que Pedrinho usou.

Fonte: Nacarato e Custódio (2018, 80-81)

TAREFA 2 – As estripulias de Pedrinho II

[Tarefa a ser impressa e entregue a cada dupla/trio:]

Pedrinho não parou por aí, vejam só!



- a) Nessas imagens, o que observam?
- b) Os piões são todos iguais?
- c) Os piões se repetem em alguma ordem? O que você descobriu?
- d) Você acha que foi esse o segredo que Pedrinho usou?
- e) Usando o segredo que você descobriu, quais seriam as próximas figuras?

Respostas esperadas:

- a) A expectativa é que os alunos percebam que os quatro primeiros piões constituem o motivo de repetição. Assim, na sequência, há a repetição de dois motivos e o início do terceiro motivo.
- b) Os piões são iguais, mas estão em posições diferentes. Dois deles estão virados para a esquerda; e dois, para a direita.
- c) Sim, há uma ordem de repetição: dois virados para a esquerda e dois para a direita.
- d) Esperamos que haja o consenso de que foi esse o segredo que Pedrinho usou.
- e) Se a continuidade da sequência for na extremidade direita, a expectativa é que os alunos desenhem um pião virado para a esquerda e dois para a direita. Se essa continuidade for na extremidade esquerda, eles desenharão dois piões virados para a esquerda e dois para a direita. Eles poderão repetir o motivo quantas vezes quiserem.

Fonte: Nacarato e Custódio (2018, p. 84-85)

ANEXO D – EXPLORANDO RELAÇÕES NUMÉRICAS COM AS BARRAS CUISENAIRE

TAREFA 1 – Construindo uma escada

Organize os alunos em duplas ou grupos (dentro ou fora da sala); disponibilize o material Cuisenaire para cada grupo. Neste primeiro momento, distribua apenas uma peça de cada cor para as crianças; inicialmente, elas ficam livres para manipular e explorar as peças do material como quiserem; após a familiarização com o material, envolva os alunos na construção de uma “escada”, utilizando todas as barras. É possível que, no próprio movimento de exploração, já construam a “escada”. Caso isso aconteça, você pode realizar as problematizações que devem caminhar para a discussão sobre os elementos observados pelas crianças, a identificação do padrão da sequência e a associação das peças com os numerais de 1 a 10.

- a) O que vocês observam na “escada” que vocês produziram?
- b) Podemos considerar que é uma sequência?
- c) Qual seria a próxima peça seguida da Laranja?
- d) Registre a escada na malha quadriculada.
- e) Se tivéssemos que atribuir um número para cada peça, qual número seria atribuído?

Respostas esperadas: A ideia é que as crianças posicionem as peças em ordem crescente, de forma que a primeira peça seja a branca, equivalente ao número 1, e a última seja a laranja, que teria o valor do número 10. Vale considerar que as crianças podem posicionar suas peças em ordem decrescente, iniciando com a peça laranja. Outra variação se refere à disposição das peças, que podem ser apresentadas pelas crianças na horizontal ou na vertical.

- a) O objetivo é que as crianças percebam que as peças seguem um padrão crescente, elas “vão aumentando”. A partir dessa percepção, é possível questioná-las sobre o “quanto” cada peça amplia para que percebam que a diferença entre uma e outra é de uma unidade. As crianças também podem fazer referência às cores; no entanto, estas não se repetem, não seguem um padrão.
- b) O tamanho e o posicionamento das peças seguem um padrão. Estão sempre aumentando uma unidade.
- c) As crianças podem considerar que as peças estão sempre ganhando uma unidade e, por isso, a próxima peça, seguida da laranja, que equivale ao número 10, seria maior que a anterior, teria uma nova cor e valeria 11. Outra possibilidade é que as crianças, a partir da peça laranja, coloquem uma branca, iniciando mais um motivo da sequência.
- d) Para este registro, disponibilize a malha quadriculada para que as crianças possam sobrepor as peças e fazer a pintura dos quadrados de acordo com a quantidade observada na sobreposição (a malha quadriculada deve ser de 1cm por 1cm).
- e) A ideia é de que as crianças façam a associação entre as peças e os numerais de 1 a 10. Neste momento, você pode realizar o registro na lousa ou mesmo confeccionar um cartaz com as peças e seus respectivos números para que as crianças possam memorizar e utilizar tais ideias para as próximas tarefas.

TAREFA 2 – Construindo um muro: explorando as diferentes composições do número 10

Organize os alunos em duplas ou grupos (dentro ou fora da sala). Disponibilize o material Cuisenaire para cada grupo (neste momento, entregue duas peças de cada cor para cada grupo). Desafie os alunos para a construção de um “muro”, de modo que todas as peças sejam utilizadas e que, ao final, fiquem do mesmo tamanho. A ideia é que as crianças percebam a necessidade de tomar a peça laranja como referência para montar as outras “partes” do muro, explorando, assim, as diferentes possibilidades de composição do número 10. Durante a tarefa, circule pelos grupos para realizar as mediações naqueles que não apresentem a linearidade do “muro”. É possível que as crianças façam o pedido de mais peças para solucionar o problema da não linearidade da montagem de seus “muros”; caso isso aconteça, retome o desafio e reafirme que elas precisam utilizar apenas as peças que foram disponibilizadas.



Observe que, na imagem acima, as peças estão posicionadas de acordo com a ordem das sentenças: $0 + 10$; $1 + 9$; $2 + 8$; $3 + 7$; $4 + 6$; $5 + 5$; $6 + 4$; $7 + 3$; $8 + 2$; $9 + 1$; $10 + 0$. No entanto, é provável que as crianças não considerem essa ordem, isso será discutido posteriormente. Após a construção dos “muros”, faça a socialização das relações observadas pelas crianças. Sugerimos algumas problematizações:

- O que vocês observam nesse “muro”?
- O que vocês consideraram para construir o “muro”?
- Qual o valor das peças vermelha e marrom? E das duas juntas? Qual sentença numérica poderíamos usar para representar essa barra? (Você pode utilizar outras barras para realizar as problematizações).
- Qual sentença numérica poderíamos usar para representar a barra laranja?
- Como poderíamos organizar o “muro” e as sentenças numéricas?

Respostas esperadas:

- A ideia é que as crianças manifestem suas percepções da construção do “muro” e identifiquem a linearidade da disposição das peças.
- Neste momento, as crianças devem expor suas estratégias para a construção do “muro” e estabelecer suas justificativas voltadas à necessidade da utilização da peça maior (laranja) como base para a confecção do muro.
- A ideia é que as crianças percebam as diferentes composições do número 10 a partir da composição das barras para o “muro”. Além disso, esperamos que elas sejam capazes de criar sentenças numéricas com as combinações das peças para construir o “muro”. Caso as crianças tenham dificuldade, você pode auxiliá-las a identificar tal relação verbalizando e registrando os movimentos, por exemplo, você pode dizer: “Na montagem da barra ‘vermelha e marrom’, vocês adicionaram: $3 + 7 = 10$ ”.
- Este questionamento está voltado para a identificação do valor do número 0. A ideia é que as crianças identifiquem a sentença numérica $0 + 10$ e $10 + 0$.
- Tencionamos que os alunos organizem as sentenças e as barras em ordem crescente de valores, como já foi mencionado e ilustrado na imagem da tarefa anterior. Para esse momento, você pode elaborar com as crianças um cartaz que tenha os fatos básicos da composição do número 10 e seja fixado em um local de fácil acesso para consultas posteriores.

TAREFA 3 – Explorando a composição dos números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9

A tarefa anterior (Tarefa 2) pode ser realizada tomando a composição dos outros números possibilitados pelo material Cuisenaire: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Abaixo é apresentada a ilustração do “muro dos números”:



Além disso, há a possibilidade de trabalhar diferentes formas de registro a partir da exploração dos muros, sobretudo estudando as sentenças numéricas:

OBSERVEM O MURO DO 5:

5 É O MESMO QUE _____ + _____

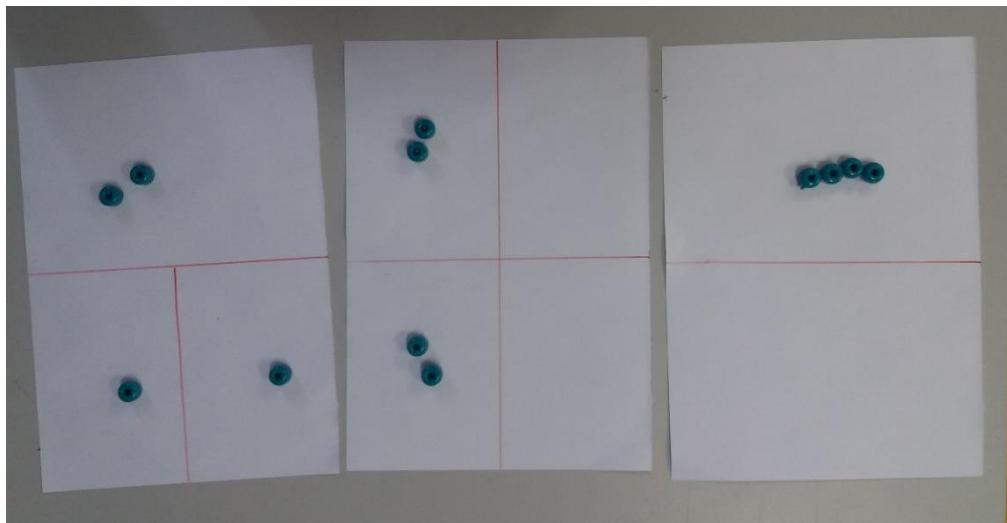
É esperado que as crianças identifiquem as sentenças numéricas que correspondem a estes agrupamentos das peças: $0 + 5$; $1 + 4$; $2 + 3$; $3 + 2$; $4 + 1$; $5 + 0$.

Fonte: Acervo da pesquisadora¹¹⁹

¹¹⁹ Apesar de os materiais cuja fonte é “Acervo da pesquisadora” terem sido elaborados por mim e deverem, usualmente, ser registrados como apêndice, optei por mantê-los como anexo para não os desvincular das sequências correspondentes a eles.

TAREFA 4 – Explorando diferentes composições dos números utilizando contas

A exploração da composição (e decomposição) dos números pode ser proposta a partir de outros materiais manipulativos. Indico o trabalho com as contas (miçangas). Distribua cartões com diferentes divisões para que as crianças explorem as diferentes disposições de quantidades pré-estabelecidas. Abaixo destaco a exploração da quantidade 4:



A partir da exploração, é possível envolver os alunos na discussão das possibilidades de composição e decomposição do número 4. Além disso, podem ser introduzidas sentenças numéricas que representem as ações realizadas na tarefa. No primeiro cartão, as possibilidades de registro são: $2 + 1 + 1$; $1 + 1 + 2$; $1 + 2 + 1$. No segundo, são: $2 + 2 + 0 + 0$; $2 + 0 + 0 + 2$; $0 + 0 + 2 + 2$. Por fim, no terceiro, são: $4 + 0$; $0 + 4$.

Fonte: Acervo da pesquisadora

TAREFA 5 – “É o mesmo que”: explorando o sentido do sinal de igual

Utilize a malha quadriculada (1cm x 1cm) e o material *Cuisenaire* para sobrepor este naquela no decorrer da tarefa. O objetivo é que as crianças, para compor a sobreposição, associem a barra ao número de quadrados.

$5 + 2$	é o mesmo que	$4 + ?$
$6 + 0$	é o mesmo que	$0 + ?$
$7 + 1 + 2$	é o mesmo que	

Essa é uma das possibilidades para a composição da equivalência, mas é importante que, no decorrer da socialização, sejam levantadas outras formas de compor os números. Especifique que a expressão “o mesmo que” trata-se de outra maneira de representar o sinal de igual, que se refere à equivalência. Respostas esperadas: a) Objetivamos que os alunos manifestem as seguintes combinações: $0 + 8; 1 + 7; 2 + 6; 3 + 5; 4 + 4; 5 + 3; 6 + 2; 7 + 1; 8 + 0$. b) Esperamos que os alunos manifestem as seguintes combinações: $1 + 2 + 5; 2 + 2 + 4; 3 + 2 + 3; 4 + 2 + 2; 5 + 2 + 1; 6 + 1 + 1; 1 + 1 + 6; 1 + 3 + 4; 1 + 4 + 3; 1 + 5 + 2$.

Fonte: Nacarato e Custódio (2018, p. 187)

ANEXO E – SEQUÊNCIA DE DUAS CORES DE CONTA

Tarefa a ser impressa e entregue a cada dupla/trio:

Você irá construir um fio de contas colocando uma conta **VERDE**, uma **AMARELA**, uma **VERDE**, uma **AMARELA**, até completar 13 contas.

- Se você fosse continuar o fio de contas, qual seria a cor da próxima conta?
Como você sabe disso?
- Qual é o motivo da sequência?
- Qual seria a cor da 20^a conta? Como você sabe disso?
- Qual seria a cor da 51^a conta? Como você sabe disso?

- Distribua para cada grupo: Pedaço de barbante; e 7 contas verdes e 6 contas amarelas.
- Mesmo que os alunos solicitem mais contas para continuar a sequência, não as forneça, pois o objetivo é que eles começem a ser capazes de estabelecer relações entre a cor e sua posição.
- Quando todos os grupos terminarem, é importante fazer a socialização da tarefa.
- Você pode repetir as questões acima para a turma e formular outras de acordo com a observação que você fez durante o trabalho nos pequenos grupos.
- É fundamental que você faça uma síntese coletiva. É significativo que os alunos anotem-na. Outra opção seria fazer essa síntese oralmente, e você, como escriba, grafá-la na lousa, em um papel pardo, no flipchart, etc. Esse registro pode ficar fixado em sala de aula para posteriores consultas.

Respostas esperadas:

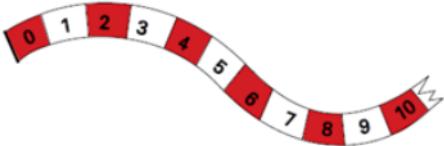
- A próxima cor é verde.
- O motivo é verde e amarelo.
- A 20^a conta é amarela. Socialize as diferentes respostas e verifique quais estratégias os alunos utilizaram: continuaram contando no próprio fio de contas, associaram com o ímpar e o par, fizeram o desenho, contaram nos dedos, etc.
- A 51^a conta é verde. Proceda como indicado acima.

Fonte: Nacarato e Custódio (2018, p. 97-98)

ANEXO F – Tira colorida

[Tarefa a ser impressa e entregue a cada dupla/trio:]

Tarefa 1: Tira de números coloridos



Observe a tira de papel que inicia no número zero. Ela alterna números nas cores vermelha e branca.

1. Note que a ponta da direita é diferente da ponta da esquerda. O que você acha que isso indica?
2. Ainda prestando atenção nas cores dos números, responda:
 - a) O que os números que estão nos espaços brancos da tira de papel têm em comum?
 - b) Pense em um número bem grande que não está representado na tira. Registre esse número. _____. Esse número ocupa um espaço branco? _____. Como você sabe disso?
 - c) O que os números que estão nos espaços vermelhos têm em comum?

- Organize os alunos em pequenos grupos.
 - Distribua uma folha da tarefa para cada grupo.
 - Estabeleça um tempo para realização da tarefa ou acompanhe o desenvolvimento desta.
 - Quando os alunos a concluírem, faça a socialização das diferentes respostas. Nesse momento, as diferentes respostas precisam ser valorizadas, mas as intervenções do professor são fundamentais, seja questionando ou devolvendo a resposta dada por um determinado grupo aos demais alunos para eles a analisarem. Você poderá fazer anotações na lousa para que as ideias não se percam.
 - É possível que os alunos percebam a relação entre as cores da fita e os números pares e ímpares. Se eles realizaram a tarefa das contas coloridas, essa possibilidade é mais evidente. No entanto, o desafio para eles é identificar que o zero é um número par. Novamente fica a sugestão de trabalhar com a regularidade. Para tanto, pergunte: um número par vem antes ou depois do número ímpar? Eles deverão concluir que, assim como um é ímpar, o zero é par.
- Respostas esperadas:
1. A ponta da tira foi recortada, por isso está diferente.
 2. a) Os números brancos são ímpares.
b) 1005, por exemplo, será branco, pois é um número ímpar.
c) Os números vermelhos são pares.

ANEXO G – Sequências com material manipulativo: palito de sorvete

TAREFA 1 – Continuando com palitos

Organize os alunos em duplas ou trios e distribua um total de 15 palitos para cada um com a cópia da folha de tarefas. Em seguida, peça para que organizem os palitos na carteira de acordo com a sequência apresentada.

Observe a sequência abaixo



1. Com os palitos distribuídos por seu professor, reproduza a sequência dada.

2. Agora, responda:

- Como você pode observar, nessa sequência há um padrão. Conte a respeito do que descobriu?
- Qual seria a próxima figura da sequência? Como você sabe disso?
- De que forma ficaria a 12ª figura? Explique como você chegou a essa conclusão.
- De que forma ficaria a 31ª figura? Explique como você chegou a essa conclusão.

Após essa distribuição, os estudantes deverão fazer a leitura das situações-problema e discutir a respeito de cada uma delas, registrando suas conclusões. Caso os alunos ainda não sejam alfabetizados, você poderá ler os enunciados, e os registros poderão ser realizados coletivamente. É importante limitar o número de palitos – neste caso, 15 palitos –, pois o objetivo é que os alunos busquem caminhos e estratégias para refletir acerca dos números maiores propostos nos itens c e d.

Quando todos os grupos terminarem os registros, é importante garantir o momento da socialização da tarefa. Nesses espaços de discussões, os alunos podem refletir acerca de suas respostas e das soluções de outros grupos, validando algumas de suas respostas anteriores ou entrando em conflito com elas, o que compõe um momento de grande importância para os alunos. É fundamental que você, professor, realize a síntese dessas colocações, coletivamente, na lousa, ou individualmente, utilizando algum outro recurso. O essencial é garantir essa síntese para voltar a essas anotações sempre que necessário.

Respostas esperadas:

2 a) Queremos que os alunos identifiquem o padrão de crescimento da sequência. Cada figura da sequência tem um palito a mais que a ilustração anterior. Outra observação importante é a quantidade de palitos da figura corresponde ao número desta.

b) A próxima figura da sequência será: _____



c) Os alunos dos anos iniciais podem fazer o desenho. No entanto, se eles perceberam que o total de palitos é o número da figura, a 12ª figura tem 12 palitos.

d) A 31ª figura tem 31 palitos.

TAREFA 2 – Continuando com triângulos

[Tarefa a ser impressa e entregue a cada dupla/trio:]

Observe a sequência abaixo



FIGURA 1

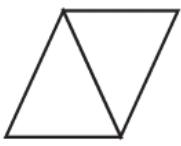


FIGURA 2

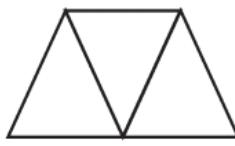


FIGURA 3

1. Com os palitos distribuídos por seu professor, reproduza a sequência dada.

2. Agora, responda:

- Como você pode observar, nessa sequência há um padrão. Conte a respeito do que descobriu?
- Qual seria a próxima figura da sequência? Como você sabe disso?
- De que forma ficaria a 12ª figura? Explique como você chegou a essa conclusão.
- De que forma ficaria a 31ª figura? Explique como você chegou a essa conclusão.

Organize os alunos em pequenos grupos (duplas ou trios) e distribua 15 palitos a cada um destes. Oriente-os a reproduzir a sequência representada na folha de tarefas.

O número limitado de palitos é para que os estudantes, no processo de construção, tenham que encontrar outra estratégia para a identificação das figuras seguintes que não seja a construção por meio de palitos, chegando à conclusão de que a cada novo triângulo são acrescentados dois palitos à figura anterior. A expectativa é que eles sejam capazes de observar o padrão de crescimento e fazer generalizações.

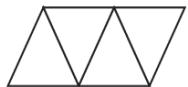
Acompanhe o trabalho dos alunos, enquanto realizam a tarefa. Faça intervenções em caso de dúvidas das crianças.

Terminada a tarefa nos pequenos grupos, promova a socialização. Dê oportunidades para que todos os grupos apresentem suas conclusões e medie o processo. Ao final, promova a síntese com a turma.

Respostas esperadas:

a) A expectativa é que os alunos percebam que o número de triângulos é o mesmo que representa a posição da figura.

b) A próxima figura da tarefa é:



c) Ouça os argumentos dos alunos, ou seja, as explicações de como estes pensaram para construir a figura.

d) Focalizando nos triângulos, a 10ª figura tem 10 triângulos. Centrando-se nos palitos, a 10ª figura tem 21 palitos. Os alunos dos anos iniciais poderão desenhar todas as figuras. Outra possibilidade é associarem a quantidade de palitos com os números ímpares: 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21. Além disso, há a alternativa de, ao escreverem essa sequência, perceberem que a quantidade de palitos equivale ao dobro da posição da figura acrescido de 1.

e) Tendo como centro os triângulos, a 27ª figura tem 27 triângulos. Com o foco nos palitos, a compreensão do item c facilitará a resposta a esta questão.

ANEXO H – PADRÃO DOS PALITOS

Tarefa a ser impressa e entregue a cada dupla/trio:

"OS PALITOS"

UTILIZAMOS PALITOS PARA CONSTRUIR A SEGUINTE SEQUÊNCIA DE FIGURAS:

Figura 1:


Figura 2:


Figura 3:


A) QUANTOS PALITOS SÃO NECESSÁRIOS PARA CONSTRUIR A FIGURA SEGUINTE?

B) QUANTOS PALITOS SÃO NECESSÁRIOS PARA CONSTRUIR A 10^a FIGURA?
EXPLIQUE COMO VOCÊ PENSOU.

C) QUANTOS PALITOS SÃO NECESSÁRIOS PARA CONSTRUIR A 16^a FIGURA?
EXPLIQUE COMO VOCÊ PENSOU.

Respostas esperadas:

- A. A expectativa é que as crianças identifiquem que, para próxima figura, são necessários 12 palitos, 1 a menos que a figura 3.
- B. É esperado que as crianças identifiquem que, para a 10^a figura, são necessários 5 palitos.
- C. É esperado que as crianças identifiquem que a sequência está diminuindo e que, portanto, na 16^a figura não há palito.

Fonte: Acervo do Grucomat

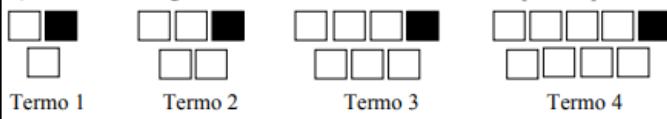
ANEXO I – DESAFIO DO PADRÃO

Tarefa a ser impressa e entregue a cada dupla/trio:

Tarefa: Padrões geométricos

Tarefa 1:

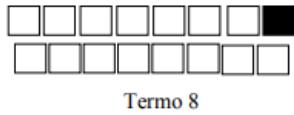
1) Observe as imagens abaixo. O seu desafio é descobrir qual é o padrão.



- a) Essa sequência tem um segredo. Você já descobriu qual é? Conte suas descobertas.
- b) Agora que já descobriu o segredo, o desafio é: desenhe abaixo como ficaria a próxima figura, o termo 5.
- c) E como ficaria o 10.º termo? Desenhe:
- d) Como você descobriu?

Tarefa 2:

No ano passado, com a turma do 3.º ano fizemos algumas tarefas sobre padrões. A aluna Monique também descobriu vários segredos sobre a sequência que estamos investigando. Ela desenhou o 8.º termo da seguinte forma, vejam:



- a) Ao explicar para a sala, várias dúvidas surgiram. O que acham que pode ter acontecido?⁶⁷

Respostas esperadas:

1. A. É esperado que as crianças identifiquem a regularidade da sequência. Há uma relação entre o número do termo e a quantidade de quadrados brancos dispostos nas linhas (superior e inferior).
- B. A expectativa é a de que a criança represente a figura 5 a partir do registro de 5 quadrados brancos e 1 preto na linha superior, e, na linha inferior, 5 quadrados brancos.
- C. Espera-se que as crianças percebam a relação entre o número do termo e a quantidade de quadrados brancos dispostos nas linhas. Portanto, o termo 10 é formado por 10 quadrados brancos e 1 preto na linha superior, e, na linha inferior, 10 quadrados brancos.
- D. Objetiva-se que as crianças expliquem o modo com o qual identificaram e registraram os termos.

2. A. A expectativa é de que as crianças percebam a incoerência na quantidade de quadrados brancos representados na linha superior. O correto seria 8 quadrados brancos e 1 preto na linha superior e 8 quadrados brancos na linha inferior.